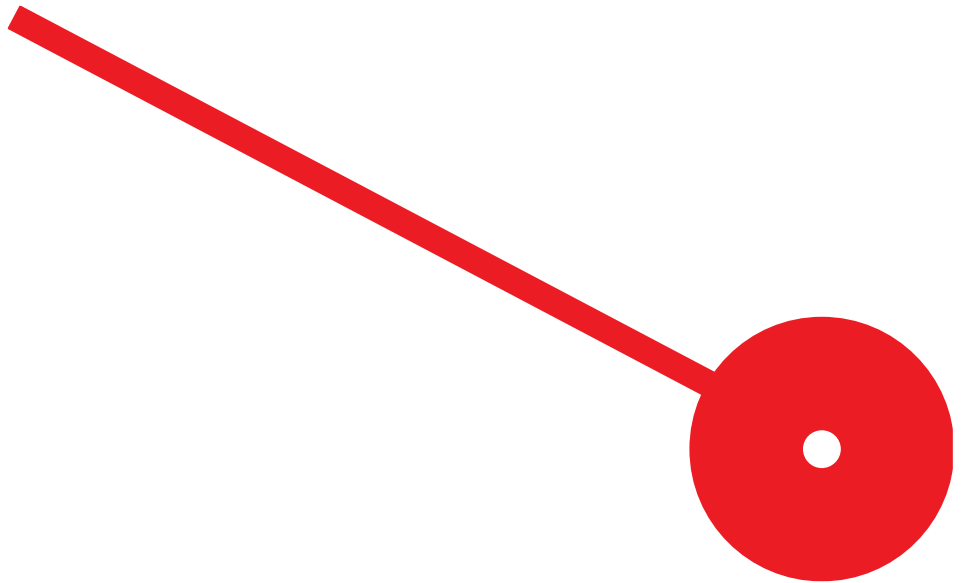




Efeito *Spillover* entre *Exchange Trade Funds* e Índices Financeiros

Filipa Lopes Vieira

10/2025

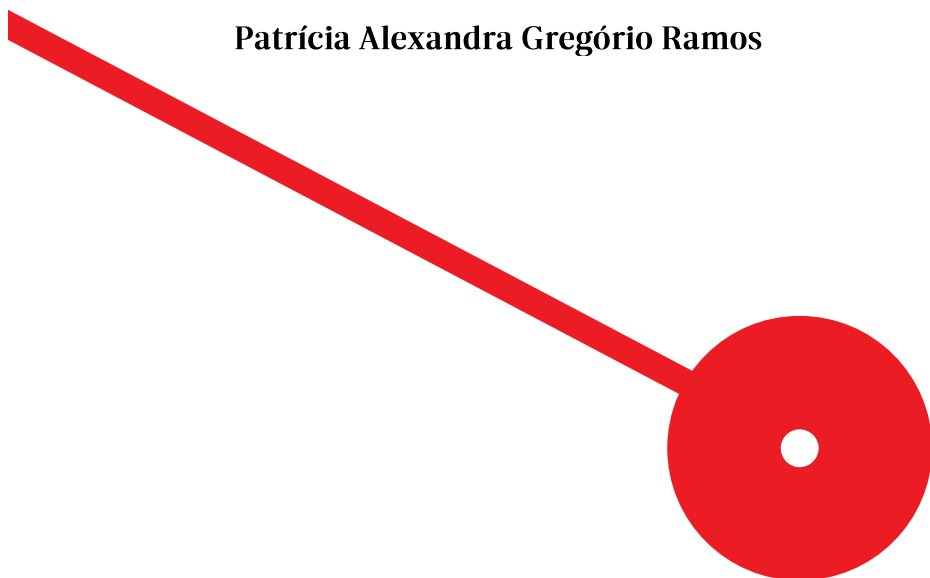




Efeito *Spillover* entre *Exchange Trade Funds* e Índices Financeiros

Filipa Lopes Vieira

Dissertação de Mestrado apresentado ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração do Porto para a obtenção do grau de Mestre em Contabilidade e Finanças, sob orientação do Professor Luís Pereira Gomes e da Professora Patrícia Alexandra Gregório Ramos



Agradecimentos

A presente dissertação representa a conclusão de mais uma etapa do meu percurso acadêmico. A sua realização foi um grande desafio que tive que enfrentar durante os últimos meses. Não seria possível a sua conclusão sem o apoio de diversas pessoas que neste momento quero agradecer.

Em primeiro lugar quero agradecer à Professora Patrícia Ramos e ao Professor Luís Gomes pela sua disponibilidade, dedicação, apoio e orientações que contribuíram para o desenvolvimento da dissertação.

À minha família, em especial aos meus pais e irmão, pelo apoio incondicional e enorme paciência ao longo do meu percurso acadêmico e nunca me deixaram desistir.

Ao meu namorado Rafael, por me ter acompanhado neste percurso, pelo constante apoio, paciência e compreensão.

Aos meus colegas de trabalho, por toda a força, apoio, compreensão e flexibilidade que me proporcionaram, mas também por me motivarem a ser ambiciosa.

Às amigas que me acompanharam durante esta etapa, deixo o meu sincero agradecimento pelo companheirismo, partilha de conhecimento e motivação nos momentos de maior exigência.

Resumo:

O presente estudo tem como objetivo analisar a relação de dependência e os efeitos de spillover entre Exchange-Traded Funds (ETF) e os seus índices acionistas subjacentes, com especial enfoque nos principais mercados europeus. Com este propósito, foram analisados os retornos diários de sete índices acionistas europeus: AEX, BEL20, CAC40, DAX40, FTSE100, FTSE MIB e IBEX35, e dos respectivos ETF: IAEX.AS, BEL.BR, CAC.PA, EXS1.DE, ISF.L, ETFMIB.MI e LYXIB.MC. Para corrigir a existência de autocorrelação e de heterocedasticidade condicional associadas às séries financeiras, recorreu-se ao modelo ARMA-GARCH e, através do critério de informação de Akaike (AIC), selecionou-se o modelo mais adequado para cada índice acionista e ETF, apurando-se os retornos filtrados. Posteriormente, recorreu-se ao método das cópulas para estimar relações de dependência entre ETF e índices acionistas europeus subjacentes. Os resultados evidenciam relações de dependência em todos os pares analisados, bem como a presença de efeito spillover bidirecional, indicando que os ETF não se limitam a replicar o comportamento dos índices, mas também contribuem para a sua propagação de choques, sobretudo em períodos de maior volatilidade.

Palavras-chave: Cópulas, Exchange-Trade Funds, Índices Acionistas, *Spillover*

Abstract:

The present study aims to analyse the dependence relationship and spillover effects between Exchange-Traded Funds (ETF) and their underlying European stock indices, with a particular focus on the main European markets. For this purpose, the daily returns of seven European stock indices—AEX, BEL20, CAC40, DAX40, FTSE100, FTSE MIB and IBEX35—and their respective ETF—IAEX.AS, BEL.BR, CAC.PA, EXS1.DE, ISF.L, ETFMIB.MI and LYXIB.MC—were analysed. To address the presence of autocorrelation and conditional heteroscedasticity associated with financial time series, the ARMA-GARCH model was employed and, using the Akaike Information Criterion (AIC), the most suitable model was selected for each stock index and ETF, thereby obtaining the filtered returns. Subsequently, the copula method was applied to estimate dependence relationships between ETF and their underlying European stock indices. The results reveal dependence relationships in all analysed pairs, as well as the presence of bidirectional spillover effects, indicating that ETF do not merely replicate the behaviour of the indices but also contribute to the propagation of shocks, particularly during periods of higher volatility.

Keywords: Copulas, Exchange-Traded Funds, Stock Indices, Spillover

Índice

Capítulo I- Introdução	1
Capítulo II- Estudo Empírico	4
2.1 Fundos de Investimento	5
2.2 Exchange Trade Funds	5
2.2.1 Mecanismos de funcionamento	7
2.2.2 Características e riscos dos ETF	8
2.3 Contágio Financeiro	10
2.4 Efeito Spillover.....	12
Capítulo III- Metodologia	16
3.1 Modelo ARMA-GARCH	17
3.1.1 Modelo ARCH.....	17
3.1.2 Testes de Detecção do Efeito ARCH	18
3.1.3 Modelo ARCH-GARCH	20
3.2 Modelo de Cópulas	22
3.2.1 Teorema de Sklar.....	24
3.2.2 Cópulas Elípticas	24
3.2.2.1 Cópula Gaussiana	24
3.2.2.2 Cópula t de Student.....	25
3.2.3 Cópulas Arquimedianas.....	25
3.2.3.1 Cópulas Clayton	26
3.2.3.2 Cópulas Gumbel	27
3.2.3.3 Cópulas Frank.....	27
3.2.4 Cópulas de Sobrevivência	28
Capítulo IV – Estudo Empírico.....	30
4.1 Procedimento	31
4.2 Conjunto de Dados	31

4.3	Resultado e Discussão	41
4.3.1.	Eliminação de Efeitos Autorregressivos e de Heteroscedasticidade Condicional	41
4.3.2.	Estimação dos Modelos de Cópulas	58
Capítulo V – Conclusão.....		61
Referências bibliográficas.....		64
Apêndices.....		69
Apêndice I – Resultados das Estimativas dos Modelos ARMA-GARCH		70

Índice de Figuras

Figura 1- Cotações diárias AEX e IAEX.AS	33
Figura 2- Cotações diárias BEL 20 e BEL.BR.....	33
Figura 3- Cotações diárias CAC 40 e CAC.PA.....	33
Figura 4- Cotações diárias DAX 40 e EXS1.DE.....	34
Figura 5- Cotações diárias FTSE 100 e ISF.L.....	34
Figura 6- Cotações diárias FTSE MIB e ETFMIB.MI.....	34
Figura 7- Cotações diárias IBEX 35 e LYXIB.MC	35
Figura 8- Retorno das cotações diárias AEX e IAEX.AS	37
Figura 9- Retorno das cotações diárias BEL20 e BEL.BR	38
Figura 10- Retorno das cotações diárias CAC 40 e CAC.PA	38
Figura 11- Retorno das cotações diárias DAX 40 e EXS1.DE	39
Figura 12- Retorno das cotações diárias FTSE 100 e ISF.L	39
Figura 13- Retorno das cotações diárias FTSE MIB e ETFMIB.MI.....	40
Figura 14- Retorno das cotações diárias IBEX 35 e LYXIB.MC	40
Figura 15- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice AEX	42
Figura 16- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF IAEX.AS.....	43
Figura 17- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice BEL 20	43
Figura 18- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF BEL.BR	44
Figura 19- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º	

quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice CAC40	44
Figura 20- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF CAC.DA.....	45
Figura 21- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice DAX 40	45
Figura 22- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF EXS1.DE	46
Figura 23- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice FTSE100	46
Figura 24- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice FTSE MIB.....	47
Figura 25- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF ISF.L	47
Figura 26- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETFMIB.MI.....	48
Figura 27- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice IBEX 35	48

Figura 28- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF LYXIB.MC	49
Figura 29- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice AEX	51
Figura 30- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF IAEX.AS	51
Figura 31- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice BEL20.....	52
Figura 32- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF BEL.BR	52
Figura 33- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice CAC40.....	53
Figura 34- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF CAC.PA.....	53
Figura 35- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice DAX40	54
Figura 36- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF EXS1.DE	54
Figura 37- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice FTSE 100.....	55
Figura 38- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF ISF.L.....	55

Figura 39- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice FTSE MIB	56
Figura 40- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF ETFMIB.MI.....	56
Figura 41- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice IBEX35	57
Figura 42- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF LYXIB.MC.....	57

Índice de Tabelas

Tabela 1-Espaço temporal estudado	32
Tabela 2- Sumário estatístico do retorno das cotações dos índices acionistas	36
Tabela 3- Resultados da estimação dos modelos ARMA-GARCH	50
Tabela 4-Coeficiente tau de Kendall	58
Tabela 5- Estimação dos modelos de cópulas	59
Tabela 6- Resultados da estimação dos parâmetros dos modelos ARMA-GARCH.....	70

Lista de abreviaturas

ADF – Teste de Dickey-Fuller Aumentado

AEX – Amsterdam Exchange Index

AIC – Critério de Informação de Akaike

AMEX – American Stock Exchange

AP – Authorized Participant

AR – Autoregressive Model

ARCH – Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

ARCH-LM – Lagrange Multiplier Test for ARCH Effects

ARMA – Autoregressive Moving Average Model

ARMA-GARCH – Autoregressive Moving Average – Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

BEL 20 – Brussels Stock Exchange Index

BEL.BR – Amundi BEL 20 UCITS ETF Dist

CAC 40 – Cotation Assistée en Continu

CAC.PA – Amundi CAC 40 UCITS ETF Dist

CMVM – Comissão do Mercado de Valores Mobiliários

DAX – Deutscher Aktienindex

ETF – Exchange-Traded Fund

ETFMIB.MI – Amundi FTSE MIB UCITS ETF Dist

EXS1.DE – iShares Core DAX UCITS ETF

FAC – Função de Autocorrelação

FACP – Função de Autocorrelação Parcial

FTSE 100 – Financial Times Stock Exchange 100 Index

FTSE MIB – Financial Times Stock Exchange Milano Indice di Borsa

GARCH – Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

IAEX.AS – iShares AEX UCITS ETF

IBEX 35 – Índice Bursátil Español

IID – Independente e Identicamente Distribuído

ISF.L – iShares Core FTSE 100 UCITS ETF

KPSS – Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin Test

LYXIB.MC – Amundi IBEX 35 UCITS ETF

MA – Moving Average Model

NAV – Net Asset Value

NSSC – National Securities Clearing Corporation

OPI – Oferta Pública Inicial SPDR - Standard and Poor's Depository Receipt

TIP – Index Participation Fund

TTT – Taiwan Top 50 Tracker Fund

VAR – Modelo Vetorial Autorregressivo

CAPÍTULO I- INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, os *Exchange-Traded Funds* (ETF) consolidaram-se como instrumentos centrais nos mercados financeiros globais, conjugando custos reduzidos, elevada liquidez e ampla diversificação. A sua crescente popularidade e sofisticação impulsionaram um debate relevante sobre os potenciais efeitos de contágio e *spillovers* entre os ETF e os índices acionistas que procuram replicar. Em períodos de instabilidade, a negociação intensiva destes instrumentos e as imperfeições de arbitragem podem amplificar a transmissão de choques, com implicações para a formação de preços, a diversificação e a estabilidade financeira.

A literatura demonstra que a comovimentação entre ETF e índices não se limita à correlação média, podendo apresentar comportamentos assimétricos e dependentes do regime de mercado. Neste contexto, os modelos de cópulas surgem como uma abordagem estatística adequada para estudar a dependência não linear entre variáveis financeiras, permitindo captar a transmissão de choques extremos e a sua intensidade relativa.

Adicionalmente, o efeito *spillover*, definido como a propagação de volatilidade ou retornos de um ativo para outro, ganha relevância em contextos integrados como a União Europeia, onde os mercados acionistas estão interligados por fatores macroeconómicos comuns, como políticas monetárias do Banco Central Europeu ou choques geopolíticos. A análise destes efeitos não só ajuda a compreender a eficiência dos mercados, mas também informa estratégias de *hedging* e regulação financeira, evitando potenciais riscos sistémicos.

O principal objetivo deste trabalho é analisar as relações de influência entre ETF e os respetivos índices acionistas de referência, com especial enfoque nos mercados europeus. Especificamente, pretende-se verificar a existência de efeitos de *spillover* entre os índices e os ETF. Este estudo contribui para uma melhor compreensão da dinâmica de interdependência entre ETF e índices, fornecendo evidência empírica relevante para investidores, gestores e autoridades reguladoras.

A amostra utilizada é composta por sete índices acionistas europeus – CAC 40 (França), BEL 20 (Bélgica), IBEX 35 (Espanha), FTSE MIB (Itália), AEX (Países Baixos), DAX (Alemanha) e FTSE 100 (Reino Unido) – e pelos respetivos ETFs: *Amundi FTSE MIB UCITS ETF Dist (ETFMIB.MI)*, *Amundi CAC 40 UCITS ETF Dist (CAC.PA)*, *Amundi BEL 20 UCITS ETF Dist (BEL.BR)*, *Amundi IBEX 35 UCITS ETF (LYXIB.MC)*, *iShares Core FTSE 100 UCITS ETF (ISF.L)*, *iShares Core DAX UCITS ETF (EXS1.DE)* e *iShares AEX UCITS ETF (IAEX.AS)*. As cotações diárias foram recolhidas através da plataforma *Yahoo*

Finanças, e os retornos calculados desde a data de criação de cada ETF até 31 de dezembro de 2024.

A metodologia adotada inicia-se com a modelização das séries temporais de retornos diários através do modelo ARMA-GARCH, selecionado com base no critério de informação de Akaike (AIC), de forma a eliminar os efeitos de autocorrelação e heterocedasticidade condicional característicos das séries financeiras. Os retornos filtrados obtidos servem de base à aplicação do método das cópulas, que permite estimar a estrutura de dependência entre cada par ETF-índice, captando não apenas a dependência linear, mas também a dependência assimétrica em caudas superiores e inferiores. Os resultados obtidos revelam a presença de relações de dependência em todos os pares analisados, bem como a existência de *spillover* bidirecional, indicando que os ETF não se limitam a replicar passivamente o comportamento dos índices subjacentes, mas também contribuem ativamente para a propagação de choques, especialmente em períodos de maior volatilidade nos mercados. Este resultado reforça a importância de considerar os ETF não apenas como veículos de investimento passivo, mas como potenciais amplificadores de volatilidade em ecossistemas financeiros integrados, com implicações diretas para a gestão de risco e a política regulatória. Além disso, a análise empírica abrange a eliminação de efeitos autorregressivos e de heterocedasticidade condicional, seguida da estimação de diversos modelos de cópulas, elípticas (Gaussiana e t-Student) e arquimedianas (Clayton, Gumbel e Frank) permitindo uma avaliação robusta da dependência *tail* e da direção dos *spillovers* em diferentes regimes de mercado.

Para além deste capítulo introdutório, a dissertação prossegue no Capítulo II com uma revisão da literatura sobre fundos de investimento, ETF, mecanismos de criação e resgate, contágio financeiro e efeitos de *spillover*. Com base nesse enquadramento, o Capítulo III descreve a metodologia adotada, incluindo os modelos ARMA-GARCH, a teoria das cópulas e os critérios de seleção. O Capítulo IV aplica essa metodologia, apresentando o estudo empírico através da descrição dos dados, dos procedimentos e dos resultados obtidos. O trabalho encerra com o Capítulo V, onde são apresentadas as principais conclusões, implicações e limitações do estudo e direções para investigação futura.

CAPÍTULO II– ESTUDO EMPÍRICO

2.1 Fundos de Investimento

Segundo a Comissão do Mercado de Valores Mobiliários (CMVM), um fundo de investimento corresponde a um património coletivo formado por vários investidores, cuja finalidade é a aplicação em diferentes tipos de ativos, sob gestão profissional. No caso dos fundos mobiliários, a carteira pode incluir, entre outros, ações, obrigações e valores mobiliários.

Os investidores, ao optarem por investir em fundos de investimento, estão sujeitos a riscos comparáveis aos que enfrentariam caso aplicassem os seus recursos diretamente nos ativos subjacentes que integram a carteira do fundo. Contudo, estes riscos tendem a ser atenuados, dado que os fundos promovem a diversificação através da alocação do capital em diferentes tipos de ativos, o que contribui para uma mitigação do risco global da carteira.

Tendo em conta a variabilidade do capital, os fundos de investimento podem ser distinguidos em fundos abertos e fundos fechados. Os fundos abertos são caracterizados pela flexibilidade na emissão e resgate das unidades de participação, permitindo aos investidores subscrever ou resgatar as suas posições a qualquer momento, com base no valor patrimonial líquido do fundo. Esta estrutura proporciona uma maior liquidez e acessibilidade, ajustando-se às necessidades individuais dos participantes. Por outro lado, os fundos fechados possuem um número fixo de unidades de participação, o que significa que os investidores que pretendam entrar ou sair do fundo deverão adquirir ou vender essas unidades no mercado secundário, uma vez que não existe a possibilidade de resgate direto junto da entidade gestora. Esta característica confere uma maior estabilidade ao capital do fundo, mas implica uma menor liquidez para os investidores.

2.2 Exchange Trade Funds

De acordo com a Comissão do Mercado de Valores Mobiliários (CMVM) os *Exchange-traded Funds* (ETF) são fundos de investimento abertos admitidos à negociação em bolsa de valores, com principal objetivo de obter uma *performance* relacionada com o comportamento de um determinado indicador de referência. (Buetow & Henderson, 2012, p. 1), afirmam que os ETF “acompanham um índice de referência específico, proporcionando aos investidores uma exposição passiva a esse índice através de um único título negociável”.

Os ETF caracterizam-se por uma gestão passiva, uma vez que procuram replicar a evolução de um índice de referência, geralmente um índice de mercado, cujo ativo subjacente pode ser composto por ações, obrigações, *commodities* entre outros. Assim, a sua finalidade é igualar o desempenho do índice.

Segundo Liebi (2020), embora os ETF sejam uma forma relativamente recente de instrumento financeiro, são amplamente reconhecidos como uma inovação significativa nos mercados financeiros, destacando-se pelo seu elevado potencial de diversificação, estrutura de custos reduzidos e elevada liquidez. De forma semelhante, Lettau e Madhavan (2018) afirmam que os ETF constituem uma das inovações financeiras mais relevantes das últimas décadas.

Alguns autores referem que os ETF foram introduzidos no início da década de 1990 no Canadá, enquanto outros apontam o seu surgimento apenas três anos mais tarde, nos Estados Unidos. De acordo com Deville (2008), o primeiro ETF surgiu em 1990 no Canadá, denominado por *Toronto 35 Index Participation fund* (TIP); tinha como *benchmark* o índice Toronto 35. Nos EUA o primeiro ETF do mercado, emitido em 1993, foi o *Standard and Poor's Depository Receipt* (SPDR), que replicava o maior índice acionista americano, o S&P500, transacionado na *American Stock Exchange* (AMEX). O boom do mercado dos ETFs deu-se em 1999, com o lançamento do *Nasdaq-100 Index Tracking Stock* (Cubes). Desde então o mercado de ETF tem vindo a tornar-se numa forte alternativa aos fundos mútuos e índices não cotados.

A intensificação do volume transacionado resultou na consolidação de uma das propriedades distintivas dos ETF, nomeadamente a elevada liquidez. Observa-se a nível mundial um crescimento na quantidade de ETF transacionados. Entre 2000 e 2024, segundo *Statista Research Department*, os ETF à disposição aumentaram significativamente. Existiam 11.636 ETF a nível global em 2024, em comparação com 276 em 2003.

O mercado de ETF na Europa começou a ser cotado em 2000. As primeiras bolsas a cotar ETF na Europa foram a *Deutsche BOERSE* e a *London Stock Exchange* (Deville, 2008). A *Statista Research Department* afirma que entre 2005 e 2024 os ETF na Europa aumentaram mais de dez vezes, sendo cotados à data de agosto de 2024, 2.136 ETF.

Poterba e Shoven (2002) destacam os ETF como instrumentos de elevado interesse por duas principais razões. Em primeiro lugar, pela sua natureza inovadora, sendo considerados uma evolução dos fundos de investimento tradicionais. Em segundo lugar, pelo

seu tratamento fiscal eficiente, resultante do mecanismo de criação e resgate em espécie, que permite operações de arbitragem e contribui para a eficiência na formação de preços. Neste contexto, Kostovetsky (2003) desenvolve um modelo teórico que compara duas formas de investimento passivo, tendo por base as preferências de negociação dos investidores, as implicações fiscais e outras variáveis relevantes. O autor salienta que as principais diferenças entre os ETF e os fundos de índice convencionais residem nas comissões de gestão, na eficiência fiscal e em características qualitativas.

Adicionalmente, Poterba e Shoven (2002) sublinham a atratividade dos ETF devido à sua elevada liquidez e transparência, uma vez que são transacionados em mercado secundário e divulgam diariamente a composição da sua carteira. Os autores analisam as rendibilidades, antes e após impostos, do SPDR – o maior ETF que replica o índice S&P 500 – em comparação com *Vanguard Index 500*. Os autores verificam que o índice apresenta rendibilidades ligeiramente superiores às do ETF, tanto em termos brutos como líquidos de impostos. Ainda assim, concluem que os ETF possibilitam aos investidores deter uma carteira diversificada de ações, proporcionando retornos muito próximos aos dos fundos de índice de baixo custo.

2.2.1 Mecanismos de funcionamento

Os EFTs são negociados em bolsa de forma semelhante às ações, no entanto, não entram na bolsa por meio de uma Oferta Pública Inicial (OPI). A criação dos ETF depende de um mecanismo de criação/resgate próprio no mercado primário, permite assim a criação e destruição contínua de ETF. O processo de criação e resgate de ações de um ETF é, possivelmente, o componente mais importante e exclusivo do funcionamento do ETF, de acordo com o Institute Research Foundation (2018).

A criação ou resgate de novas ações de um ETF é realizado por “participantes autorizados” (authorized participants [AP]), um grupo restrito de investidores, que assumem o papel de *market makers*. Os AP são corretores de mercado autorizados pelo emitente a participar no processo de criação/resgate e que criam novas ações de um ETF, transacionando com o gestor/patrocinador do ETF. Neste sentido, a forma como interage com gestores de fundos ETF é semelhante a como um investidor individual interage com uma gestora de fundos mútuos tradicionais (Institute Research Foundation, 2018).

Por forma a criar ações, o AP vai ao mercado adquirir todas as ações da cesta de criação. Em alternativa, poderá usar as ações em stock. Caso o gestor de ETF pretenda adquirir títulos, o AP entrega uma cesta de ativos em troca do valor correspondente em ações. Tal transação ocorre em grandes blocos denominados de “unidades de criação”. A troca é efetuada “um para um — uma cesta de títulos subjacentes cuidadosamente preparada em troca de uma cesta igual de ações de ETF” (Institute Research Foundation, 2018). O AP poderá também ir ao mercado e vender as ações do ETF a investidores individuais. O processo também funciona no sentido inverso.

A integração ou exclusão de ativos num ETF ocorre unicamente através da transferência ou resgate de um conjunto de ativos cuja composição seja proporcional à do *benchmark* de referência (Aragão, 2011).

O mecanismo de criação/resgate é crucial para manter o preço de um ETF num intervalo estreito em torno do valor líquido do ativo, *Net Asset Value* (NAV), dado que possibilita o reajustamento do preço das ações do ETF, sempre que seapura um desequilíbrio entre o valor de mercado do ETF e o valor das ações subjacentes.

Caso haja um desvio expressivo na procura do ETF, devido ao aumento do número de compradores face aos vendedores, o preço irá subir mais do que o valor real dos ativos subjacentes. Assim tendo em conta o papel dos AP, estarão preparados para fazer a arbitragem do ETF, forçando a descida do preço das ações do ETF, por forma a igualar ao seu valor justo (Pinheiro et al., 2018). Por outras palavras, a arbitragem mantém a negociação do ETF no valor justo ou muito próximo de tal valor (Institute Research Foundation, 2018).

Todas as transações diárias são apresentadas, no final do dia, à *National Security Clearing Corporation* (NSCC), que atua como câmara de compensação garantindo o cumprimento das obrigações de compradores e vendedores. O processo de liquidação é realizado em lote durante a noite e deve ocorrer no prazo máximo de três dias úteis após a ordem.

2.2.2 Características e riscos dos ETF

Poterba e Shoven (2002) afirmam que os ETF são um produto de elevado interesse por duas razões. Em primeiro lugar, pela sua inovação financeira, descrita como a evolução futura dos fundos de investimento. Por conseguinte, são promovidos frequentemente como

eficientes do ponto de vista fiscal face aos tradicionais fundos de investimento, devido ao seu processo de criação e resgate em espécie, pois permite arbitragem e eficiência de preços.

Os ETF têm como objetivo acompanhar o desempenho de um determinado índice e proporcionar a mesma rentabilidade, excluindo as comissões. Apresentam diversas características, entre as quais se destacam: eficiência e acesso, uma vez que são negociados em bolsa, facilitando o aumento do investimento ou da venda; transparência, dado que permitem um controlo mais rigoroso do investimento, possibilitando saber exatamente onde se está a investir; diversificação, pois permitem aceder a um conjunto alargado de opções de investimento; e uma relação custo-eficiência favorável.

Apesar das suas diversas características, é crucial reconhecer os riscos a que os investidores estão expostos, entre os quais o risco de mercado, a principal fonte de incerteza, dado que o valor dos ETF está diretamente dependente da evolução dos ativos subjacentes. Acresce o *tracking error* (erro de replicação), isto é, as diferenças sistemáticas entre o retorno do ETF e o índice de referência, motivados por fatores como as taxas de gestão (*expense ratios*), dimensão do fundo (*fund size*) e reequilíbrios setoriais (Dorocáková, 2017). Outro risco associado é o da liquidez. Kim et al. (2023), após analisarem a diferença entre ETF físicos e sintéticos, defendem que os ETFs sintéticos apresentam um risco de liquidez superior, nomeadamente em períodos de elevada volatilidade, embora esse risco seja, por vezes, compensado por retornos adicionais para os investidores dispostos a assumi-lo.

De acordo com Bae e Kim (2020), a liquidez do ETF afeta não só o *tracking error*, mas também a volatilidade dos retornos. Os autores defendem, assim, que os ETF menos líquidos tendem a apresentar retornos mais instáveis e desvios mais elevados face ao índice. Por sua vez, European Central Bank (2018) sustenta a existência de evidência de que os investidores estão expostos ao risco da contraparte, particularmente em ETF sintéticos. Estes instrumentos amplificam o risco nas fases de instabilidade do mercado, o que exige cuidados acrescidos por parte dos investidores.

Os ETFs constituem instrumentos financeiros que têm vindo a despertar crescente interesse junto dos investidores, uma vez que permitem atenuar o risco específico associado a ativos individuais e, em simultâneo, potenciar a rentabilidade das carteiras. Esta dupla vantagem está em consonância com o princípio central da Teoria Moderna do Portefólio, formulada por Markowitz (1952), a qual estabelece a diversificação do risco como elemento fundamental para a construção de carteiras eficientes.

Os ETF podem também ser categorizados de acordo com as suas características, podendo assim distinguir-se de acordo com o tipo de gestão (ativa ou passiva), exposição e grau de replicação (alavancagem).

De acordo com Gastineau (2004), a análise comparativa da eficiência operacional dos ETF que acompanham o índice *Russell 2000* e o índice *Standard & Poor's 500*, face aos fundos de investimento tradicionais, evidencia algumas limitações estruturais destes instrumentos. O autor conclui que os ETF tendem a apresentar um desempenho inferior, sobretudo em virtude dos custos de transação associados ao seu funcionamento. Adicionalmente, a ausência de reinvestimento automático dos dividendos, bem como a necessidade de proceder a ajustamentos frequentes na composição do portefólio sempre que ocorrem alterações nos índices subjacentes, contribuem para uma *performarce* inferior aos fundos tradicionais.

2.3 Contágio Financeiro

A negociação de ETF pode aumentar a volatilidade dos índices subjacentes, essencialmente em momentos de crise ou elevada incerteza no mercado, devido à sua acessibilidade uma vez que são negociados em bolsa e de alta liquidez.

Embora o fenómeno do contágio financeiro tenha sido amplamente analisado por diferentes investigadores, a literatura não apresenta uma definição uniforme do conceito. Seth e Panda (2018) afirmam que a palavra contágio foi observada antes da década de 1990 na área da medicina, no entanto, apenas foi acrescentada ao dicionário financeiro após a crise financeira asiática de 1997.

Associamos automaticamente a palavra contágio à propagação de doenças, levando consequentemente o contágio à morte. O contágio financeiro pode ser definido como o processo de transmissão de uma crise económica ou financeira entre diferentes agentes ou mercados, podendo culminar no incumprimento de obrigações ou mesmo na falência de famílias, empresas, instituições ou países.

Constâncio (2012) descreve o contágio como um dos mecanismos através dos quais a instabilidade financeira se propaga a tal ponto que a crise adquire uma dimensão sistémica. Perante este cenário, a gestão de crises pelas autoridades competentes deve incluir a

implementação de políticas capazes de mitigar e conter os efeitos do contágio, prevenindo a sua propagação e o agravamento das consequências para o sistema financeiro.

Eichengreen et al. (1996) caracterizam o contágio como a maior propensão de um país sofrer uma crise quando esta ocorre noutra economia, ainda que os efeitos decorrentes dos fundamentos económicos e políticos tenham sido previamente controlados.

Ben-David et al. (2012) afirmam que o contágio pode ocorrer através de vários canais diferentes, incluindo rebalanceamento da carteira por arbitragistas avessos ao risco (e.g. Greenwood (2005)), efeitos na riqueza (e.g. Kyle e Xiong (2001)) e transbordamentos de liquidez (e.g. Cespa e Foucault (2012)).

O ponto de partida da investigação empírica sobre o contágio financeiro é geralmente associado ao estudo de King (1990), centrado no *crash* bolsista de outubro de 1987. Os autores definem o contágio como o aumento estatisticamente significativo das correlações entre os retornos dos ativos observado durante o colapso do mercado bolsista.

Forbes e Rigobon (2002) definem o contágio como um aumento significativo do coeficiente de correlação, em vez da existência de correlação (também designada por comovimentos de ordem superior ou interdependência) entre os países durante o período de crise.

Num mercado eficiente, o preço de um ETF deveria refletir o valor líquido da sua carteira subjacente. No entanto, a sua crescente utilização para fins especulativos aumenta a probabilidade de choques de procura não fundamentados que, em contextos de arbitragem imperfeita, podem propagar-se aos ativos subjacentes, induzindo o contágio de choques de liquidez. Assim, os ETF podem atuar como canais de contágio, sendo que, segundo Ben-David et al. (2012), a elevada negociação nestes instrumentos está associada a maior volatilidade e transmissão de choques para os mercados acionistas.

Rodriguez (2007) utilizou o método das *switching* cópulas para analisar o contágio financeiro em períodos de crise, uma abordagem que permite captar variações dinâmicas nas estruturas de dependência entre mercados ao longo do tempo. O estudo incidiu sobre os retornos diários de cinco índices do leste asiático durante a crise de 1997 e de quatro índices latino-americanos no contexto da crise mexicana de 1994. Com base num *Markov switching model*, que ajusta os parâmetros das cópulas de acordo com diferentes regimes, o autor

demonstrou evidências de contágio financeiro, salientando que em fases de instabilidade os vínculos entre mercados tendem a intensificar-se.

Mendes et al. (2022) investigaram como a crise do *subprime* afetou a transmissão de choques financeiros entre países do Norte e do Sul da Europa. Para isso, aplicaram o método das cópulas, analisando a dependência existente nos retornos diários de quatro índices acionistas do sul europeu, quatro do norte europeu e ainda do índice norte-americano S&P500. Os resultados apontaram para um reforço significativo das interligações entre os mercados europeus e os Estados Unidos após a crise, evidenciando a presença de contágio financeiro. O estudo mostrou também que os países do Norte foram, em geral, mais afetados do que os do Sul, com Portugal a constituir uma exceção a essa tendência.

2.4 Efeito Spillover

Segundo Diebold e Yilmaz (2009), o efeito *spillover* consiste na transmissão de choques de retorno e de volatilidade entre ativos ou mercados financeiros, refletindo o grau de interdependência e integração dos sistemas financeiros globais.

Ben-David et al. (2018) argumentam que a negociação em larga escala de ETF pode gerar efeitos de *spillover* para os ativos subjacentes, amplificando movimentos de preços e aumentando a correlação entre títulos que compõem os índices replicados, evidenciando assim a bidirecionalidade destes efeitos entre ETF e os seus índices de referência.

Malinda et al. (2013) analisam a existência de efeito *spillover* de ETF financeiros e não financeiros e os respectivos índices subjacentes, com base numa amostra de dados diários desde a criação dos ETF até maio de 2012. Através da utilização do modelo ARMA-GARCH, os resultados indicam a existência de efeito *spillover* bidirecional na volatilidade, revelando que os índices exercem influência significativa sobre os comportamentos dos ETFs e que, por sua vez, estes transmitem choques aos índices. As intensidades desse efeito variam consoante o setor e mercado em análise; no entanto, constata-se que os ETF não financeiros apresentam, em média, efeitos de *spillover* na volatilidade mais acentuados em relação aos índices acionistas do que os ETF financeiros.

Hussain e Chen (2024) analisaram o retorno diário e volume de negociação de quinze ETF do setor financeiro, FinTech e tecnologia, tendo o índice *NYSE composite* (DJ) como *benchmark* desde a sua criação até maio de 2020, aplicando o modelo ARMA-GARCH e

ARMA-EGARCH. Os autores recorreram ao *Akaike Information Criterion* (AIC) para selecionar os modelos mais adequados. Os resultados evidenciam efeitos *spillover* bilaterais significativos entre ETF e o índice, tanto no retorno como na volatilidade, destacando no setor financeiro a existência de *spillover* positivo e significativo. Os autores concluem que a transmissão de choques entre ETF e o índice é forte e varia conforme o setor, refletindo interdependência e oportunidades de diversificação ou cobertura.

Chen e Huang (2010) recorreram também aos modelos ARMA–GARCH e ARMA–EGARCH para analisar o efeito *spillover* entre ETF e índices acionistas. Com base numa amostra composta por seis mercados desenvolvidos e três mercados emergentes, os autores concluíram que o efeito de *spillover* na volatilidade dos índices de ações e dos retornos dos ETF apresenta influências bilaterais significativas em todos os modelos analisados. O efeito de *spillover* de volatilidade refere-se à transmissão de choques de volatilidade entre diferentes ativos ou setores; deste modo, a volatilidade de um ETF pode influenciar a volatilidade do seu índice de referência, e vice-versa.

Chandrasekaran e Acharya (2019) analisam a dinâmica entre 14 ETF indianos e os respectivos índices de referência, utilizando dados diários desde a criação de cada ETF até dezembro de 2016. Com o objetivo de analisar os efeitos de *spillover* de retornos e de volatilidade, os autores recorrem a modelos ARMA–GARCH e ARMA–EGARCH, precedidos por testes de estacionariedade (ADF, KPSS) e de heterocedasticidade condicional (ARCH-LM). Os resultados evidenciam um *spillover* unidirecional nos retornos, que fluem dos índices para os ETF, mas revelam um *spillover* bidirecional na volatilidade, demonstrando que os ETF não apenas refletem, mas também contribuem para a dinâmica de risco dos mercados subjacentes. Adicionalmente, verifica-se persistência da volatilidade e assimetria negativa, sugerindo que choques negativos exercem um impacto mais forte na volatilidade do que choques positivos. Estas conclusões reforçam a ideia de que os ETF, apesar da sua natureza passiva, podem desempenhar um papel ativo na propagação do risco sistêmico, com implicações relevantes tanto para investidores como para reguladores.

Sendo a liquidez um fator importante na aquisição de ETFs, Son et al. (2023) analisaram o *ETF DIAMONDS*, que representa o índice Dow Jones, no período de 2012 a 2016, utilizando o modelo vetorial autorregressivo (VAR) para analisar o efeito *spillover* de liquidez entre o ETF e o seu índice de referência. Os autores afirmam que o *spillover* de liquidez entre o ETF e a sua carteira subjacente é significativo; além disso, intensifica-se durante períodos de abrandamento económico e está positivamente relacionado com a

volatilidade e com restrições de financiamento. O *spillover* de liquidez varia proporcionalmente com a arbitragem dos ETF.

Yavas e Rezayat (2016) analisaram retornos diários de ETF representativos dos EUA (*SPY*), da Europa (*iShares Europe*) e de países emergentes (BRIC: Brasil, Rússia, Índia, China; MIST: México, Indonésia, Coreia do Sul, Turquia; e África do Sul), no período entre 2012 e 2014. Para estudar as interligações e a transmissão de choques, aplicaram o modelo de médias móveis autorregressivas multivariadas (MARMA) aos retornos e o modelo de heteroscedasticidade condicional autorregressiva generalizada (GARCH) para examinar a persistência e a transmissão de volatilidades. Os autores documentam comovimentos significativos entre os ETF, mas salientam que ainda existem oportunidades de diversificação. Em termos direcionais, não verificaram transmissão de volatilidade dos países da amostra para os EUA, Brasil, China e África do Sul; em contrapartida, a volatilidade dos EUA transmite-se para Índia, Rússia, México e Turquia, enquanto a volatilidade europeia se propaga para México e Coreia do Sul. A presença de *spillover* entre as séries de retorno dos mercados de ações e a persistência das volatilidades são relevantes tanto para investidores interessados em diversificar os seus portfólios como para *traders* e gestores de fundos que pretendam maximizar os retornos.

Liu e Zhao (2024) investigam os efeitos *spillover* de liquidez entre ETF setoriais do S&P500, observando a influência de diferentes regimes noticiosos durante a pandemia de COVID-19. Utilizando um modelo vetorial autoregressivo (VAR), analisam a propagação de choques de liquidez de nove ETF setoriais no período de 2020 a 2021, com base em dados diários. Os autores evidenciam efeitos de *spillover* significativos tanto em regimes de boas como de más notícias, com maior intensidade durante períodos de más notícias, indicando que a liquidez tende a deteriorar-se de forma conjunta em contextos de stress.

Os autores Lin e Chiang (2005) investigaram o impacto da introdução do *Taiwan Top 50 Tracker Fund* (TTT), o primeiro ETF lançado na Bolsa de Taiwan, sobre a volatilidade das ações que compõem o índice Taiwan 50. Utilizando a metodologia de *realized volatility* e o modelo GARCH, analisaram dados compreendidos entre abril e setembro de 2004, evidenciando um aumento estatisticamente significativo da volatilidade das ações subjacentes após o lançamento do ETF. Por outro lado, a dimensão das empresas não apresentou influência relevante sobre o comportamento volátil. Os autores concluem que a negociação do TTT intensificou a interligação e a atividade de arbitragem entre o ETF e as ações constituintes, resultando num efeito de *spillover* de volatilidade do ETF para os

ativos subjacentes e, conseqüentemente, num aumento da instabilidade do mercado acionista de Taiwan.

Em suma, Wang et al. (2009) evidenciam que os investidores podem, através da análise do efeito do *spillover*, gerir situações de risco, bem como otimizar a gestão das suas carteiras de investimento.

O presente estudo tem como principal objetivo analisar o efeito *spillover* entre ETF e índices acionistas, designadamente, identificar os mercados mais impactados e eventuais alterações decorrentes de choques extremos. Para esse efeito, será aplicado o método de cópulas, que permite medir o grau de dependência entre variáveis aleatórias. Para corrigir eventuais enviesamentos relacionados com a volatilidade das séries financeiras, recorre-se à estimação de modelos ARMA-GARCH, obtendo-se os retornos diários dos índices filtrados de efeitos autorregressivos e de heteroscedasticidade condicional.

3.1 Modelo ARMA-GARCH

3.1.1 Modelo ARCH

O modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), desenvolvido por Engle (1982), foi pioneiro na modelização da heteroscedasticidade em séries temporais. A sua aplicação tornou possível descrever de forma mais adequada certas propriedades estatísticas típicas de dados financeiros, nomeadamente a variabilidade não constante ao longo do tempo, contribuindo assim para uma melhor compreensão do comportamento volátil associado a séries cronológicas.

Ao contrário dos modelos tradicionais de regressão, que assumem uma variância condicional constante do erro ao longo do tempo, o modelo ARCH parte do pressuposto de que a variância condicional é função da informação passada, refletindo o fenómeno de *volatility clustering*, isto é, a tendência de as séries financeiras apresentarem períodos de elevada volatilidade seguidos de períodos de baixa volatilidade, sucedidos por fases estáveis.

O modelo ARCH considera que a variância condicional do erro numa série temporal é função dos valores passados dos próprios erros ao quadrado.

O modelo ARCH de ordem p é definido por:

$$\varepsilon_t = \sigma_t w_t \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2)$$

em que:

- σ_t é uma sequência não negativa de variáveis aleatórias;

- w_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid) com média nula e variância unitária;
- Os parâmetros α_i devem satisfazer as condições $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$, para $i = 1, \dots, p$, de modo a assegurar que a variância não condicional é finita.

Caso σ_t seja constante ao longo do tempo, então ε_t é um ruído branco.

Apesar de pioneiro na modelização da heteroscedasticidade condicional, o modelo ARCH apresenta várias limitações importantes. Em primeiro lugar, requer frequentemente ordens p elevadas para captar a persistência da volatilidade observada em séries financeiras, o que aumenta substancialmente o número de parâmetros a estimar e torna a estimação menos eficiente. Em segundo lugar, assume que choques positivos e negativos têm o mesmo impacto na volatilidade futura, uma vez que esta depende do quadrado dos erros passados. Esta simetria não reflete o efeito de alavancagem, comum em mercados financeiros, onde choques negativos tendem a gerar maior volatilidade do que choques positivos de igual magnitude. Em terceiro lugar, o modelo é restritivo quanto às condições impostas aos parâmetros de modo a garantir a positividade da variância condicional e a finitude da variância incondicional. Violações destas restrições podem levar a resultados inválidos. Além disso, o modelo não identifica a fonte ou causa das variações na volatilidade, descrevendo apenas a mecânica do processo estocástico, sem oferecer interpretações económicas ou estruturais. Por fim, a sua performance é sensível ao pressuposto de normalidade dos erros. Em séries financeiras, que frequentemente exibem caudas pesadas e assimetria, este pressuposto é inadequado, podendo levar à subestimação do risco em cenários extremos.

3.1.2 Testes de Detecção do Efeito ARCH

Antes de aplicar modelos heteroscedásticos, é essencial confirmar a presença efetiva do efeito ARCH na série temporal em análise, bem como identificar a sua ordem potencial. Uma primeira abordagem exploratória consiste no cálculo das funções de autocorrelação amostral (FAC) e de autocorrelação parcial amostral (FACP), tanto para a série original como para os seus quadrados. A FAC e a FACP da série original permitem avaliar a existência de autocorrelação linear na série. Já a análise da FAC e FACP dos quadrados é particularmente reveladora do efeito ARCH, uma vez que este implica dependência na variância condicional. Se forem observados picos estatisticamente significativos (i.e., fora

dos limites de confiança) nas funções de autocorrelação dos quadrados, isso sugere a presença de dependência condicional na volatilidade, um sinal indicativo do efeito ARCH. No entanto, esta análise gráfica e exploratória deve ser utilizada apenas como ferramenta auxiliar. A confirmação rigorosa da presença do efeito ARCH e da sua ordem requer a realização de testes formais de hipóteses.

O teste de Ljung-Box permite verificar se um conjunto de autocorrelações amostrais de uma série até uma dada ordem p é conjuntamente nulo, indicando, sob rejeição da hipótese nula, a presença de dependência serial na série.

O teste de Ljung-Box permite verificar se as primeiras p autocorrelações amostrais de uma série não diferem significativamente das que se esperaria obter de uma série de ruído branco, sendo baseado na estatística:

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^p \frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k} \quad (3)$$

em que:

- n é o número de observações da série temporal,
- $\hat{\rho}_k$ é o valor da função de autocorrelação amostral da série para *lag* k ,
- p é o número de *lags* considerados no teste.

A hipótese nula é $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_p = 0$, sendo a regra de decisão rejeitar a hipótese nula caso o valor observado da estatística de teste, para um nível de significância α , seja $Q > \chi^2_{p}(\alpha)$, onde $\chi^2_{p}(\alpha)$ corresponde ao quantil de probabilidade $(1-\alpha)$ da distribuição χ^2_p . Caso a hipótese nula seja rejeitada, conclui-se a existência de autocorrelação na série temporal.

Engle (1982) desenvolveu um novo teste de hipóteses para identificar a presença do efeito ARCH, o qual consiste em estimar a regressão do quadrado dos valores da série ε_t^2 sobre p dos seus valores desfasados:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + u_t \quad (4)$$

No teste proposto, a hipótese nula é $H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_p = 0$, cuja rejeição constitui evidência da presença do efeito ARCH. A estatística utilizada é $(n - p)R^2$ que segue uma

distribuição assintótica χ^2_p , onde R^2 é o coeficiente de determinação da regressão, desde que u_t seja iid com média zero e variância finita (não é necessário assumir normalidade para a validade assintótica). Para um nível de significância α , rejeita-se a hipótese nula caso o valor observado da estatística de teste seja $(n - p)R^2 > \chi^2_p(\alpha)$, onde $\chi^2_p(\alpha)$ corresponde ao quantil de probabilidade $(1-\alpha)$ da distribuição χ^2_p .

3.1.3 Modelo ARCH-GARCH

Embora o modelo ARCH tenha desempenhado um papel fundamental na análise da volatilidade, a sua aplicação prática apresenta limitações, sobretudo pela necessidade de estimar um elevado número de parâmetros para captar a persistência da volatilidade em séries financeiras (Tsay, 2005). Para ultrapassar esta restrição, Bollerslev (1986) introduziu o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), uma extensão do modelo ARCH.

O modelo GARCH considera que a variância condicional do erro depende não só dos valores passados dos quadrados dos erros, mas também das variâncias condicionais anteriores, permitindo assim uma representação mais parcimoniosa, realista e eficiente da volatilidade nos mercados financeiros.

O modelo GARCH(p,q) é definido por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (5)$$

em que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ para $i = 1, \dots, p$, e $\beta_j \geq 0$ para $j = 1, \dots, q$, de modo a garantir a positividade da variância condicional. Quando $q = 0$, o modelo reduz-se a um modelo ARCH de ordem p . O modelo GARCH revela-se mais eficiente do que um ARCH de ordem elevada, pois requer menos parâmetros para captar a mesma dinâmica de persistência na volatilidade, simplificando o processo de estimação e conferindo maior estabilidade aos resultados.

No presente estudo será utilizado um modelo ARMA-GARCH (*Autoregressive Moving Average - Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), que integra um modelo de média condicional (ARMA) com um modelo de variância condicional (GARCH). O modelo ARMA descreve a média condicional da série temporal em função dos seus valores passados e dos erros passados, captando a dependência linear temporal. Já o

modelo GARCH modeliza a variância condicional como função de choques passados ε_{t-1}^2 e variâncias condicionais anteriores σ_{t-j}^2 , permitindo representar o fenómeno de *volatility clustering*, períodos de calma alternados com períodos de forte instabilidade. Esta combinação torna o ARMA-GARCH especialmente adequado em contextos financeiros e económicos, onde os retornos frequentemente exibem autocorrelação de curto prazo e agrupamentos de volatilidade.

O modelo ARMA combina:

- AR(m): a componente autorregressiva de ordem m ;
- MA(n): a componente de médias móveis de ordem n .

$$\mathbf{AR}(m) \quad y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_m y_{t-m} + \varepsilon_t \quad (6)$$

$$\mathbf{MA}(n) \quad y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_n \varepsilon_{t-n} \quad (7)$$

Assim, o modelo ARMA(m,n) é dado pela seguinte expressão:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^m \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^n \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (8)$$

em que:

- y_t é o valor da série temporal no instante t ,
- μ é um termo constante,
- ϕ_i são os parâmetros da componente autorregressiva ($i=1, \dots, m$),
- θ_j são os parâmetros da componente de médias móveis ($j=1, \dots, n$),
- ε_t é ruído branco com média zero e variância constante σ^2 ,
- m e n são as ordens do modelo, inteiros não negativos.

No modelo ARMA-GARCH, a série y_t (por exemplo retornos) é modelizada como:

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (9)$$

em que:

- μ_t é dado pelo modelo ARMA(m,n),
- $\varepsilon_t = \sigma_t w_t$, com w_t *i. i. d.* (0,1),

- σ_t^2 segue um processo GARCH(p,q)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (10)$$

Após a estimação dos modelos ARMA-GARCH, a seleção do modelo mais adequado é realizada com base no critério de informação de Akaike (AIC), definido por:

$$AIC = 2K - 2 \ln(L) \quad (11)$$

em que:

- L é o valor máximo da função de verosimilhança obtido na estimação,
- K é o número total de parâmetros estimados (incluindo os do modelo ARMA e do GARCH).

O modelo com o menor valor de AIC é selecionado, pois oferece o melhor equilíbrio entre qualidade de ajuste e simplicidade do modelo.

3.2 Modelo de Cópulas

Os modelos de cópulas constituem uma abordagem estatística robusta e flexível para estudar a dependência entre variáveis aleatórias, mesmo quando estas não seguem uma distribuição normal multivariada. Esta metodologia permite separar as distribuições marginais individuais da estrutura de dependência conjunta, ultrapassando as limitações da correlação linear (Embrechts et al., 2003). Como afirmam Embrechts et al. (2001): “*Copulas provide a natural way to study and measure dependence between random variables*” (p. 9).

Embora a correlação linear de Pearson seja frequentemente utilizada para medir a dependência entre variáveis, ela apenas avalia a intensidade da relação linear, ignorando a estrutura completa da dependência, o que pode conduzir a resultados enviesados, especialmente em distribuições com caudas pesadas ou assimetria (Hu, 2006). A sua popularidade deve-se à facilidade de cálculo e validade em distribuições elípticas multivariadas. Contudo, a maioria das variáveis financeiras não segue conjuntamente

distribuições elípticas, exibindo dependência mais forte em extremos, situações em que a correlação de Pearson subestima ou distorce a verdadeira relação (Embrechts et al., 2001).

Em contrapartida, as cópulas conectam as distribuições marginais para formar a distribuição conjunta, permitindo analisar tanto o nível quanto a estrutura da dependência, incluindo a dependência nas caudas, isto é, o comportamento das variáveis em situações extremas (Hu, 2006).

No contexto do estudo de spillovers entre ETFs e índices de referência, os modelos de cópulas revelam-se particularmente úteis para avaliar se choques significativos num índice são transmitidos de forma desproporcional ou assimétrica para os ETFs (ou vice-versa), captando fenômenos de contágio financeiro e interdependência em períodos de turbulência.

Uma cópula pode ser definida como uma função de distribuição multivariada em $[0,1]^n$ com distribuições marginais uniformes no intervalo $[0,1]$ (Boubaker & Salma, 2011; Embrechts et al., 2001). O presente estudo foca-se no caso das cópulas bivariadas, devido à maior facilidade de tratamento e melhor adequação ao caso de estudo.

Para avaliar a dependência entre duas variáveis aleatórias, além do coeficiente de correlação linear de Pearson, pode-se utilizar o coeficiente de correlação tau de Kendall (τ), uma medida não paramétrica baseada em concordâncias e discordâncias entre pares de observações. Sendo $(X, Y)^T$ é um vetor aleatório, o valor empírico de τ de Kendall é dado por:

$$\tau(X, Y) = P[(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) > 0] - P[(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) < 0] \quad (12)$$

onde $(\tilde{X}, \tilde{Y})^T$ representa uma cópia independente de $(X, Y)^T$. Assim, τ representa a probabilidade de concordância menos a probabilidade de discordância entre pares aleatórios (Embrechts et al., 2001). Esta medida é particularmente útil em contextos financeiros, pois não assume linearidade nem normalidade, captando dependências monotônicas, incluindo nas caudas.

3.2.1 Teorema de Sklar

O Teorema de Sklar (1959) constitui a base teórica mais utilizada no âmbito dos modelos de cópulas. Pressupondo que X e Y são duas variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por $F(x, y) = P(X \leq x; Y \leq y)$ e funções de distribuição marginais $F(x) = P(X \leq x)$ e $G(y) = P(Y \leq y)$, então existe uma cópula C tal que:

$$F(x, y) = C(F(x), G(y)) \quad (13)$$

Caso X e Y sejam variáveis aleatórias contínuas, a cópula C é única e permite separar as distribuições marginais da estrutura de dependência, a qual é representada pela cópula. No entanto, caso não sejam variáveis contínuas não é possível concluir que a cópula C é única.

3.2.2 Cópulas Elípticas

As cópulas elípticas são obtidas a partir de distribuições elípticas, com base no Teorema de Sklar, e caracterizam-se por partilhar diversas propriedades da distribuição normal multivariada. Para além disso, oferecem a possibilidade de modelar situações de dependência que não seguem o padrão da normalidade, incluindo a ocorrência de eventos extremos (Embrechts et al., 2001). Entre as cópulas elípticas mais utilizadas destacam-se a cópula Gaussiana e a cópula t-Student.

3.2.2.1 Cópula Gaussiana

A cópula Gaussiana é dada pela expressão:

$$C_R^{Ga}(u) = \Phi_R^n(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n)) \quad (14)$$

em que:

$\Phi_R^n \rightarrow$ representa a distribuição conjunta da função de distribuição normal multivariada com matriz a correlação linear R

$\Phi^{-1} \rightarrow$ representa a inversa da função de distribuição normal uni variada

Para o caso bivariado da cópula Gaussiana, pode ser dado por:

$$C(u_1, u_2; \rho) = \Phi_2(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2); \rho) \quad (15)$$

em que:

$\Phi^{-1} \rightarrow$ representa a inversa da função de distribuição N (0,1)

$\Phi_2 \rightarrow$ representa a função de distribuição normal bivariada com média a zero, variância igual a um e coeficiente de correlação igual a ρ .

3.2.2.2 Cópula t de Student

A cópula t-Student é dada pela expressão:

$$C_{v,R}^t(u) = t_{v,R}^n(t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_n)) \quad (16)$$

em que:

$t_{v,R}^n \rightarrow$ representa a distribuição t_v -Student multivariada

$t_v^{-1} \rightarrow$ representa a inversa da distribuição t-Student com v graus de liberdade e

$$R_{ij} = \Sigma_{ij} / \sqrt{\Sigma_{ii} \Sigma_{jj}} .$$

Face à existência de simetria de distribuição, os coeficientes de dependência, tanto dos limites superiores como inferiores, são iguais e poderão ser expressos por:

$$\lambda = 2\bar{t}_{v+1} \frac{\sqrt{v+1}\sqrt{1-R_{12}}}{\sqrt{1+R_{12}}} \quad (17)$$

Esta formulação evidencia que o coeficiente de dependência nas caudas aumenta com o valor de R_{12} e diminui à medida que v cresce. Assim, quando v tende para infinito, o coeficiente converge para zero, dado que $R_{12} < 1$ Embrechts et al (2001).

3.2.3 Cópulas Arquimedianas

As cópulas arquimedianas, permitem abranger uma grande variedade de diferentes estruturas de dependência. Podem ser entendidas como funções que representam a relação de dependência entre as distribuições marginais de diferentes variáveis aleatórias. A sua principal particularidade reside no facto de serem derivadas de funções arquimedianas, as

quais se caracterizam por serem monótonas decrescentes e concavas, definidas sobre um determinado intervalo. As cópulas arquimedianas mais usados são: cópulas Clayton, Gumbel e Frank.

Seja φ uma função contínua e estritamente decrescente de $[0,1]$ em $[0, \infty]$, tal que $\varphi(1) = 0$, a função pseudo-inversa de φ corresponde a $\varphi[-1]: [0, \infty] \rightarrow [0, 1]$ e é expressa por:

$$\varphi^{[-1]}(t) = \begin{cases} \varphi^{-1}(t), & 0 \leq t \leq \varphi(0) \\ 0, & \varphi(0) \leq t \leq \infty \end{cases} \quad (18)$$

Em que a função $\varphi[-1](t)$ é contínua e decrescente em $[0, \infty]$, e estritamente decrescente em $[0, \varphi(0)]$.

Sendo C uma função de $[0,1]^2$ em $[0,1]$, esta pode ser expressa por:

$$C(u, v) = \varphi^{[-1]}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (16)$$

C é considerada uma cópula se e só se φ for convexa, sendo φ denominado como gerador da cópula (Embrechts et al., 2001).

Se C consistir numa cópula arquimediana bivariada com gerador φ , então:

- C é uma função simétrica, ou seja, $C(u,v) = C(v,u)$ para todo $u, v \in [0,1]$;
- C é uma função associativa, ou seja, $C(C(u,v),w) = C(u, C(v,w))$ para todo $u, v, w \in [0,1]$.

3.2.3.1 Cópulas Clayton

Considerando $\varphi(t) = (t^{-\theta} - 1) / \theta$ e $\theta \in [-1, \infty] \setminus \{0\}$, a cópula Clayton poderá ser expressa:

$$C_{\theta}(u, v) = \max([u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1]^{-1/\theta}, 0) \quad (19)$$

Caso $\theta > 0$, a cópula é estrita e a sua expressão pode ser simplificada:

$$C_{\theta}(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta} \quad (20)$$

A cópula Clayton apresenta dependência no limite inferior da distribuição para $\theta > 0$ e $C_{-1} = W$, $\lim_{\theta \rightarrow 0} C_{\theta} = \Pi$, $\lim_{\theta \rightarrow \infty} C_{\theta} = M$ (Embrechts et al., 2001).

3.2.3.2 Cópulas Gumbel

A cópula Gumbel, é representada pela expressão:

$$C_{\theta}(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)) = \exp(-[(-\ln u)^{\theta} + -\ln v^{\theta}]^{1/\theta}) \quad (21)$$

Sendo que $\varphi(t) = (-\ln t)^{\theta}$ e $\theta \geq 1$, logo $\varphi(t)$ é contínua e $\varphi(1) = 0$. A função φ é estritamente decrescente de $[0,1]$ para $[0, \infty]$, já que $\varphi'(t) = -\theta(-\ln t)^{\theta-1} 1/t$, e é convexa, já que $\varphi''(t) \geq 0$ em $[0,1]$. Além disso, $\varphi(0) = \infty$, sendo φ um gerador estrito.

Observa-se que a cópula de Gumbel exibe dependência na extremidade superior da distribuição, dado que $C_1 = \Pi$ e $\lim_{\theta \rightarrow \infty} C_{\theta} = M$. A cópula não tem em consideração a dependência negativa, no entanto apresenta forte dependência no limite superior da distribuição e fraca dependência no limite inferior.

3.2.3.3 Cópulas Frank

A cópula Frank é dada pela seguinte expressão:

$$C_{\theta}(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln\left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1}\right) \quad (22)$$

A cópula de Frank é estritamente arquimediana, tendo $\lim_{\theta \rightarrow -\infty} C_{\theta} = w$, $\lim_{\theta \rightarrow 0} C_{\theta} = \Pi$ e $\lim_{\theta \rightarrow \infty} C_{\theta} = M$. Além disso, esta cópula distingue-se por ser a única cópula arquimediana que satisfaz a condição de simetria radial, $C(u,v)=C(1-u,1-v)$ (Embrechts et al., 2001). Assim, a cópula de Frank é capaz de representar simultaneamente dependência positiva e negativo, o que a torna adequada para modelar relações simétricas entre variáveis.

No entanto, em comparação com outras cópulas simétricas, a cópula de Frank revela valores relativamente fracos de dependência nos limites da distribuição, assim a dependência

diminui rapidamente à medida que as variáveis se afastam dos extremos, sendo o modelo mais adequado para modelar séries com fraca dependência nesses limites.

3.2.4 Cópulas de Sobrevivência

As cópulas de sobrevivência, também designadas por cópulas de rotação, são particularmente úteis em contextos onde existe dependência assimétrica entre variáveis. Existem diversos tipos de cópulas de sobrevivência, entre os quais a cópula Survival Clayton e a cópula Survival Gumbel

A cópula de sobrevivência de uma cópula C de duas variáveis aleatórias pode ser expressa por:

$$\hat{C}(u, v) = u + v - 1 + C(1 - u, 1 - v) \quad (23)$$

A função de sobrevivência conjunta de duas variáveis aleatórias, com distribuição conjunto dada por C , pode ser expressa:

$$\bar{C}(u, v) = 1 - u - v + C(u, v) = \hat{C}(1 - u, 1 - v) \quad (24)$$

Considerando que as distribuições marginais u, v corresponde uma cópulo Gumbel, então as distribuições $1-u$ e $1-v$ possuem uma cópula Survival Gumbel, dado que apresentam uma forte dependência no limite inferior da distribuição e não no limite superior.

A cópula Survival Clayton é dada por:

$$\bar{C}_\alpha(u, v) = u + v + ((1 - u)^{-\alpha} + (1 - v)^{-\alpha} - 1)^{\frac{1}{\alpha}} \text{ sendo } \alpha > 0 \quad (25)$$

Por sua vez, a cópula Survival Gumbel é expressa por:

$$\bar{C}_\alpha(u, v) = u + v - 1 + \exp\{-(-\log(1 - u))^\alpha + (-\log(1 - v))^\alpha\}^{\frac{1}{\alpha}} \text{ sendo } \alpha \geq 1 \quad (26)$$

Apesar da existência de diversos critérios para selecionar o modelo de cópula mais adequado, o presente estudo adota o critério de informação de Akaike (AIC), conforme definido na Equação (11), por ser um dos métodos mais robustos e amplamente

recomendados na literatura para comparação de modelos com diferentes estruturas de dependência.

O modelo de cópula com o menor valor de AIC é selecionado como o mais adequado, garantindo o melhor compromisso entre exatidão do ajuste e simplicidade do modelo, favorecendo uma representação parcimoniosa e estatisticamente eficiente da dependência entre variáveis.

No seguimento da revisão de literatura apresentada no Capítulo II, este trabalho tem como objetivo analisar as relações de influência entre os fundos negociados em bolsa (ETF) e os respetivos índices acionistas de referência, procurando, em particular, avaliar o efeito de *spillover* entre os ETF e os seus índices subjacentes, com especial enfoque nos mercados europeus.

4.1 Procedimento

Com vista a alcançar os objetivos propostos, são estruturadas as seguintes etapas relativas ao estudo empírico:

1. Recolha e análise exploratória de dados;
2. Verificação da presença de autocorrelação e heterocedasticidade nos retornos diários;
3. Aplicação de modelos ARMA–GARCH para eliminar efeitos autorregressivos e de heterocedasticidade condicional, obtendo retornos filtrados;
4. Cálculo do coeficiente τ de Kendall e estimação das cópulas para cada índice e respetivo ETFs, a partir das distribuições uniformes obtidas;
5. Selecionar a cópula mais adequada através do critério AIC e formulação das conclusões sobre as hipóteses de existência de *spillover* entre os ETF e os índices acionistas europeus.

4.2 Conjunto de Dados

No presente estudo foram utilizados retornos diários de sete índices acionistas europeus e sete ETF. Sendo os índices acionistas europeus:

- CAC 40 (França),
- BEL 20 (Bélgica),
- IBEX 35(Espanha),
- FTSE MIB (Itália),
- AEX (Países Baixos),
- DAX (Alemanha) e
- FTSE 100 (Reino Unido).

De seguida consideram-se os seguintes ETF:

- Amundi CAC 40 UCITS ETF Dist (CAC.PA),
- Amundi BEL 20 UCITS ETF Dist (BEL.BR),
- Amundi IBEX 35 UCITS ETF (LYXIB.MC),
- Amundi FTSE MIB UCITS ETF Dis (ETFMIB.MI),
- iShares AEX UCITS ETF EUR (Dist) (IAEX.AS),
- iShares Core DAX UCITS ETF (DE) EUR (Acc) (EXS1.DE),
- iShares Core FTSE 100 UCITS ETF GBP (Dist) (ISF.L).

As cotações diárias foram obtidas através da plataforma *Yahoo Finance*, e os respetivos retornos diários foram calculados segundo a seguinte expressão:

$$retorno_{dia\ i} = \frac{índice_{dia\ i} - índice_{dia\ i-1}}{índice_{dia\ i-1}}$$

Para analisar o efeito *spillover* entre os ETF e índices acionistas subjacentes, consideramos os retornos diários de fecho correspondentes às seguintes datas:

	Data de início	Data de fim
AEX/ IAEX.AS	02/01/2008	31/12/2024
BEL 20/BEL.BR	02/01/2008	31/12/2024
CAC 40/ CAC.PA	02/01/2008	31/12/2024
DAX 40/EXS1.DE	02/01/2008	30/12/2024
FTSE 100/ISF.L	02/01/2009	31/12/2024
FTSE MIB/ETFMIB.MI	02/01/2008	30/12/2024
IBEX 35/LYXIB.MC	02/01/2008	31/12/2024

Tabela 1-Espaço temporal estudado

Para dias de feriados, em que não existiram cotações, assumiu-se a cotação obtida no último dia anterior.

Nas figuras seguintes, apresentam-se as cotações diárias dos índices acionistas e dos respectivos ETF para os períodos em análise.

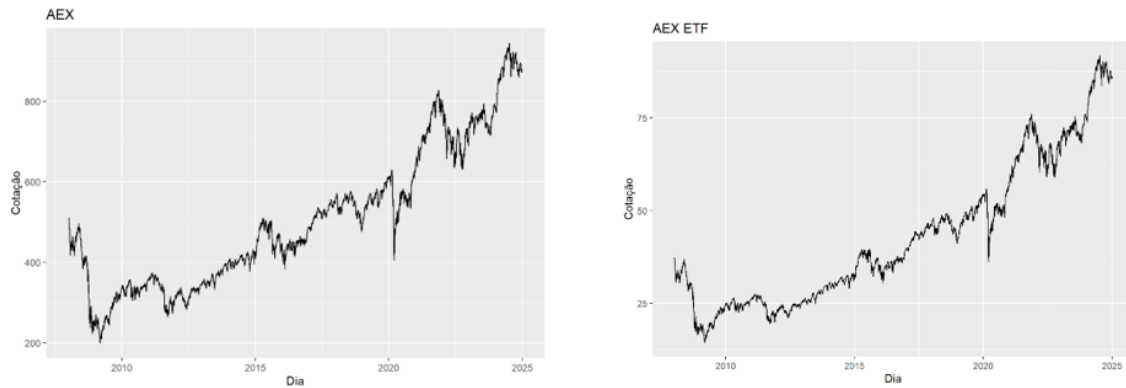


Figura 1- Cotações diárias AEX e IAEX.AS

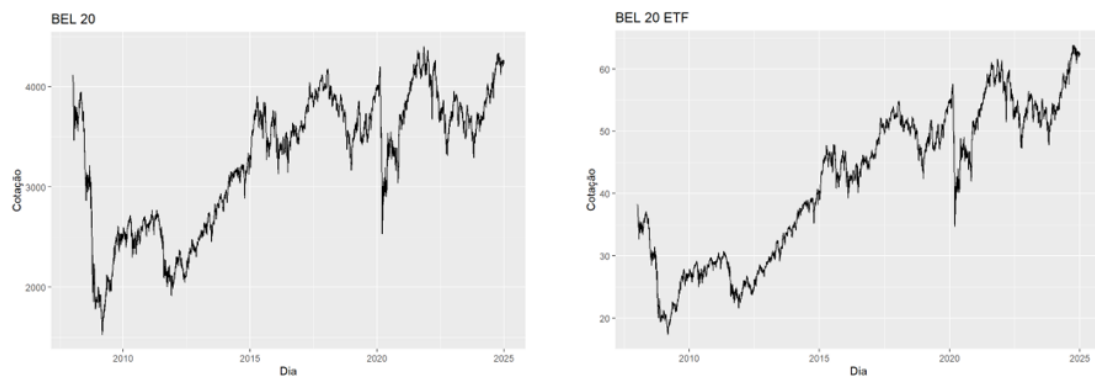


Figura 2- Cotações diárias BEL 20 e BEL.BR

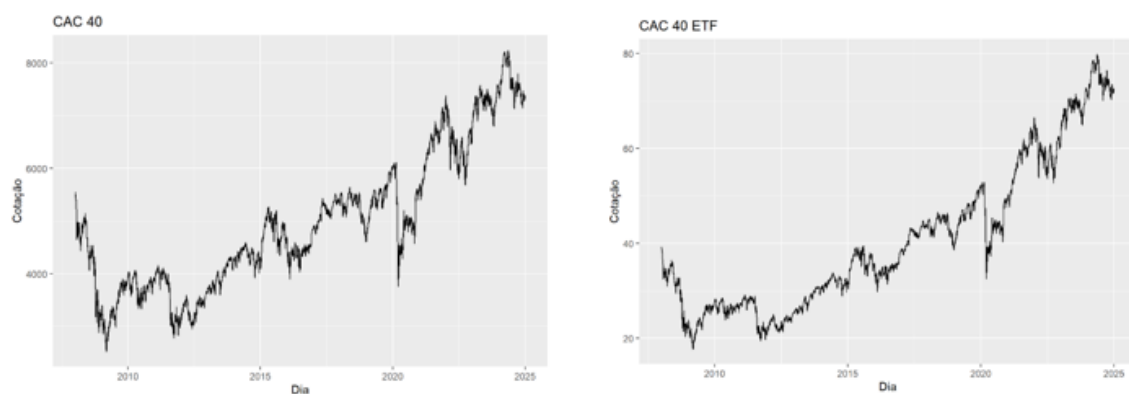


Figura 3- Cotações diárias CAC 40 e CAC.PA

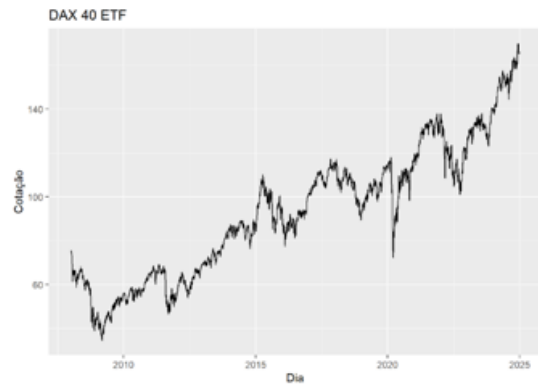
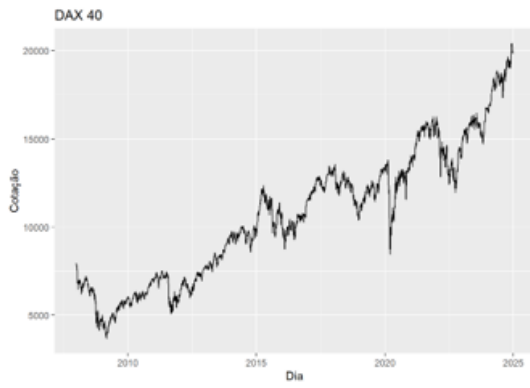


Figura 4- Cotações diárias DAX 40 e EXSI.DE



Figura 5- Cotações diárias FTSE 100 e ISF.L



Figura 6- Cotações diárias FTSE MIB e ETFMIB.MI

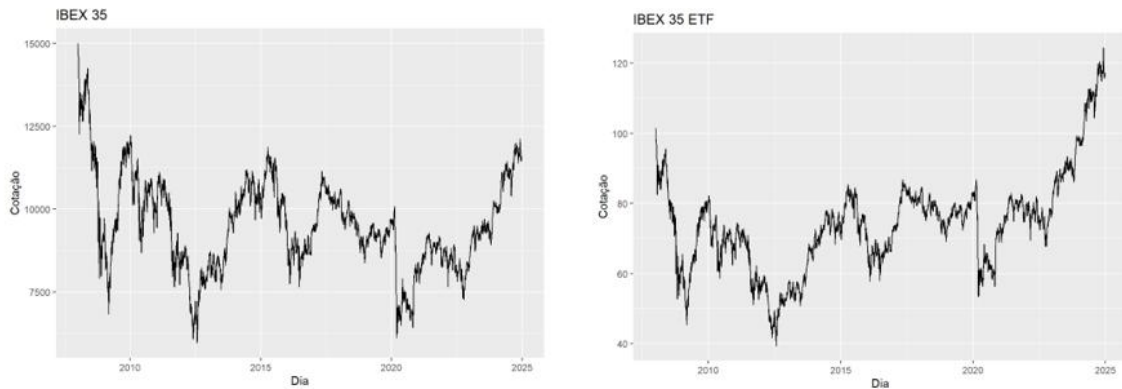


Figura 7- Cotações diárias IBEX 35 e LYXIB.MC

A Tabela 2 apresenta um sumário estatístico dos retornos diários dos sete índices acionistas europeus e respetivos ETF, permitindo comparar o desempenho, a volatilidade e a dispersão dos retornos.

Todas as médias são positivas, mas muito próximas de zero (de 0,00004667 no IBEX 35 a 0,0002975 no DAX 40), indicando um ligeiro enviesamento ascendente típico dos mercados acionistas no longo prazo. As medianas, também positivas, confirmam que, na maioria dos dias, os índices registaram ganhos, embora reduzidos. O DAX 40 sobressai com a maior média e mediana, sugerindo um desempenho médio diário superior aos demais.

Os mínimos revelam quedas significativas em dias de crise: o FTSE MIB apresenta a maior perda (-16,93%), seguido pelo IBEX 35 (-14,06%) e BEL 20 (-14,21%). Estes valores apontam para maior vulnerabilidade em mercados do sul da Europa. Os máximos variam, com o IBEX 35 a destacar-se pelo maior ganho (+14,43%), sugerindo potencial de recuperação, mas também maior risco. O intervalo interquartil (Q3 – Q1) é mais amplo em índices como FTSE MIB, IBEX 35 e LYXIB.MC, indicando maior volatilidade diária.

Os retornos mostram uma ligeira assimetria à esquerda: as perdas extremas (mínimos) são, em geral, mais acentuadas do que os ganhos extremos (máximos), exceto no IBEX 35 e LYXIB.MC, onde os picos positivos superam as quedas. A diferença entre média e mediana é reduzida, sugerindo distribuições quase simétricas, mas com caudas pesadas, característica comum em retornos financeiros.

Os ETF (como EXS1.DE, ISF.L, ETFMIB.MI) acompanham fielmente os índices subjacentes, com estatísticas muito próximas (ex.: CAC 40 vs CAC.PA), confirmando uma

boa aproximação. Pequenas diferenças (ex.: FTSE MIB vs ETFMIB.MI) podem resultar de custos de gestão, erros de acompanhamento ou ligeiras variações na composição.

Resumo Estatístico e Visualização Gráfica

	Mínimo	1º Quadrante	Mediana	Média	3º Quadrante	Máximo
Retorno Diário AEX	-0.1075264	-0.0050560	0.0003991	0.0002040	0.0061677	0.1054834
Retorno Diário BEL 20	-0.1421	-0.005522	0.0001691	0.00008522	0.006163	0.09660
Retorno Diário CAC 40	-0.1227677	-0.0058904	0.0002549	0.0001579	0.0065936	0.1117617
Retorno Diário DAX 40	-0.1223861	-0.0054085	0.0004265	0.0002975	0.0067375	0.1140195
Retorno Diário FTSE 100	0.1087382	0.0044262	0.0002213	0.0001907	0.0051925	0.0905305
Retorno Diário FTSE MIB	-0.1693	-0.007132	0.0003297	0.00009894	0.008061	0.1149
Retorno Diário IBEX 35	-0.1406	-0.006815	0.0001618	0.00004667	0.007073	0.1443
Retorno Diário IAEX.AS	-0.1087878	-0.0049255	0.0005060	0.0002689	0.0062168	0.1053918
Retorno Diário BEL .BR	-0.1381896	-0.0052843	0.0001802	0.0001805	0.0059912	0.0899596
Retorno Diário CAC.PA	-0.1200044	-0.0057559	0.0004573	0.0002310	0.0066995	0.1115298
Retorno Diário EXS1.DE	-0.1214597	-0.0055397	0.0004437	0.0002668	0.0067240	0.1138533
Retorno Diário ISF.L	-0.1150978	-0.0044307	0.0001974	0.0001841	0.0052200	0.0896917
Retorno Diário ETFMIB.MI	-0.1592254	-0.0065622	0.0001324	0.0001621	0.0078428	0.0804478
Retorno Diário LYXIB.MC	-0.1225497	-0.0068582	0.0002283	0.0001375	0.0072646	0.1447381

Tabela 2- Sumário estatístico do retorno das cotações dos índices acionistas

As Figuras 8 a 14 seguintes exibem os gráficos dos retornos diários dos sete índices acionistas e respectivos ETF, acompanhados por um gráfico do tipo *boxplot* que evidencia a mediana, os quartis e os valores mínimo e máximo das distribuições. Este gráfico permite, adicionalmente, identificar a presença de valores atípicos em todos os índices, representados por pontos isolados situados acima ou abaixo dos limites definidos.

Observa-se, em todos os casos, um comportamento tipicamente volátil, com flutuações acentuadas em torno da média zero, característico de retornos financeiros. Destacam-se períodos de elevada turbulência (clusters de volatilidade), especialmente visíveis em momentos de stress de mercado, alternados com fases de menor amplitude. A sobreposição entre o retorno do índice e do ETF correspondente revela elevada sintonia, confirmando que os ETF mimicom fielmente o desempenho dos índices subjacentes. Esta proximidade visual reforça a adequação dos ETF como instrumentos de exposição aos respetivos mercados.

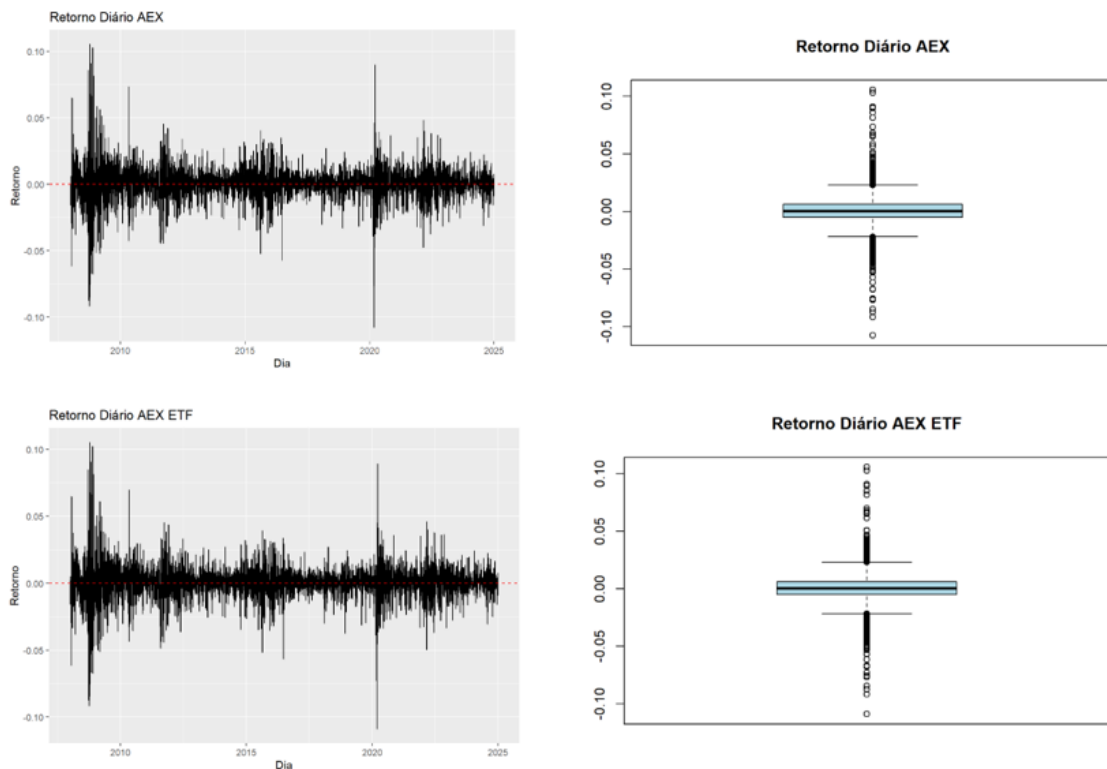


Figura 8- Retorno das cotações diárias AEX e IAEX.AS

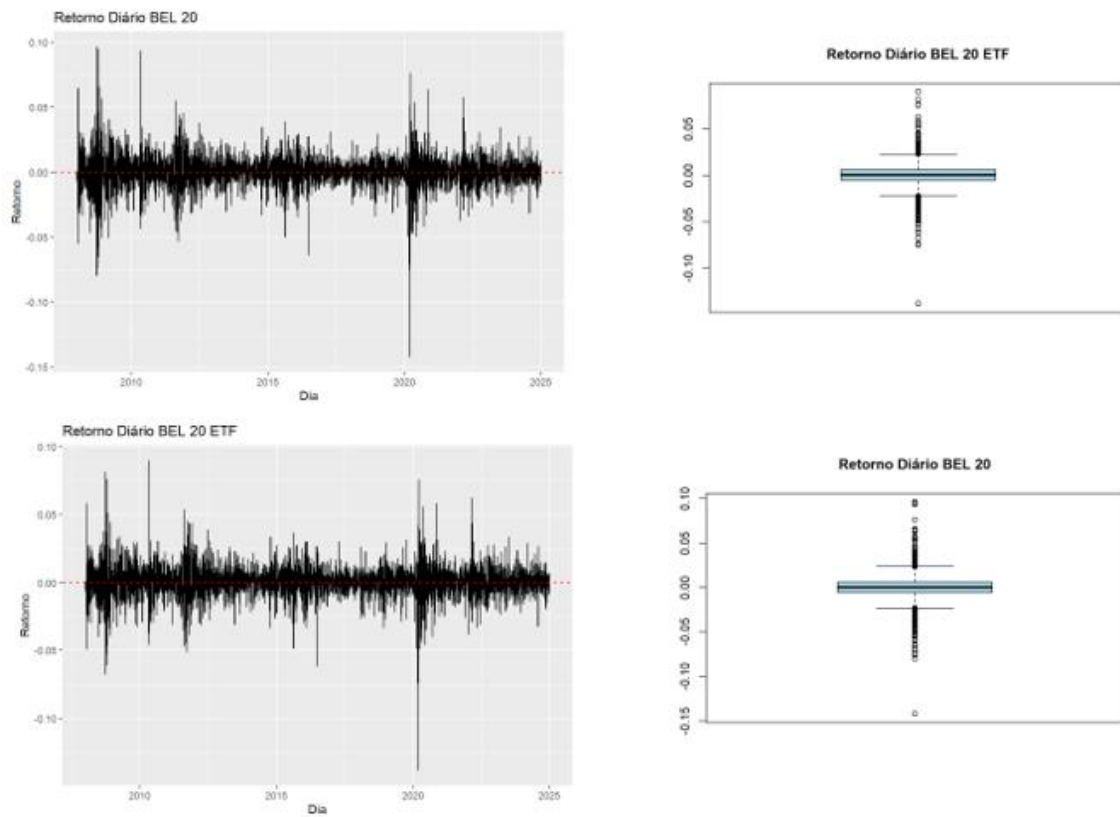


Figura 9- Retorno das cotações diárias BEL20 e BEL.BR

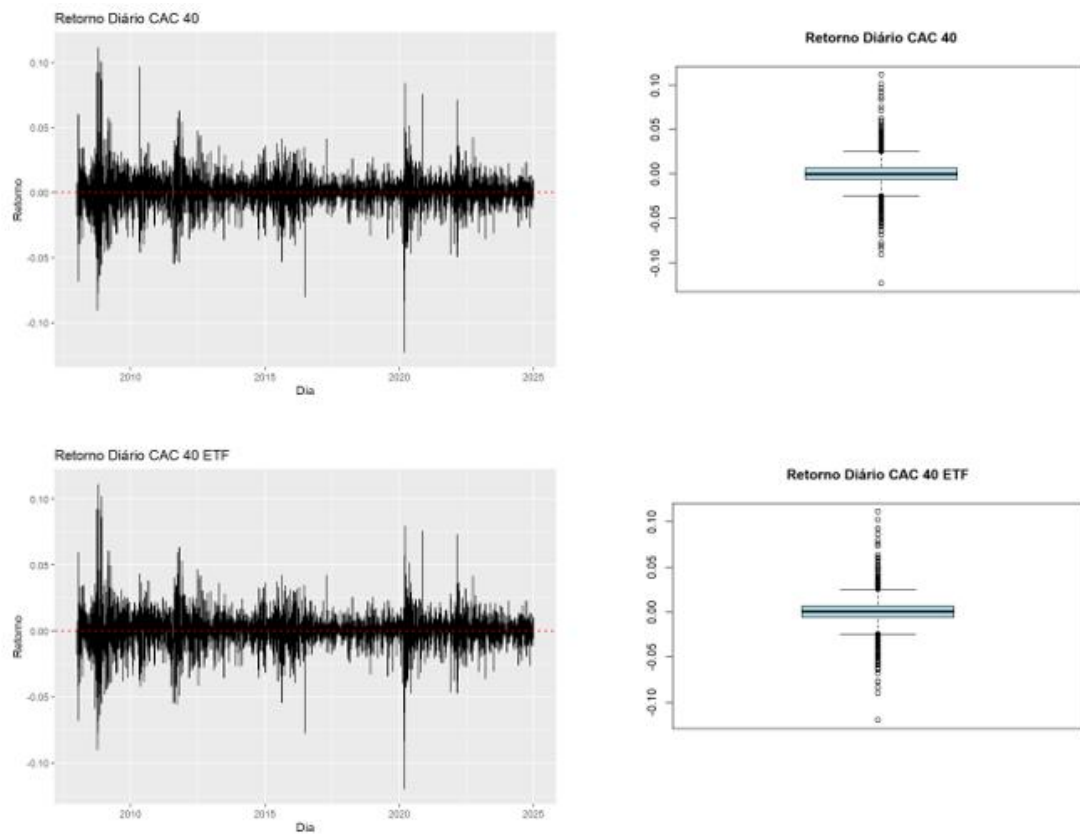


Figura 10- Retorno das cotações diárias CAC 40 e CAC.PA

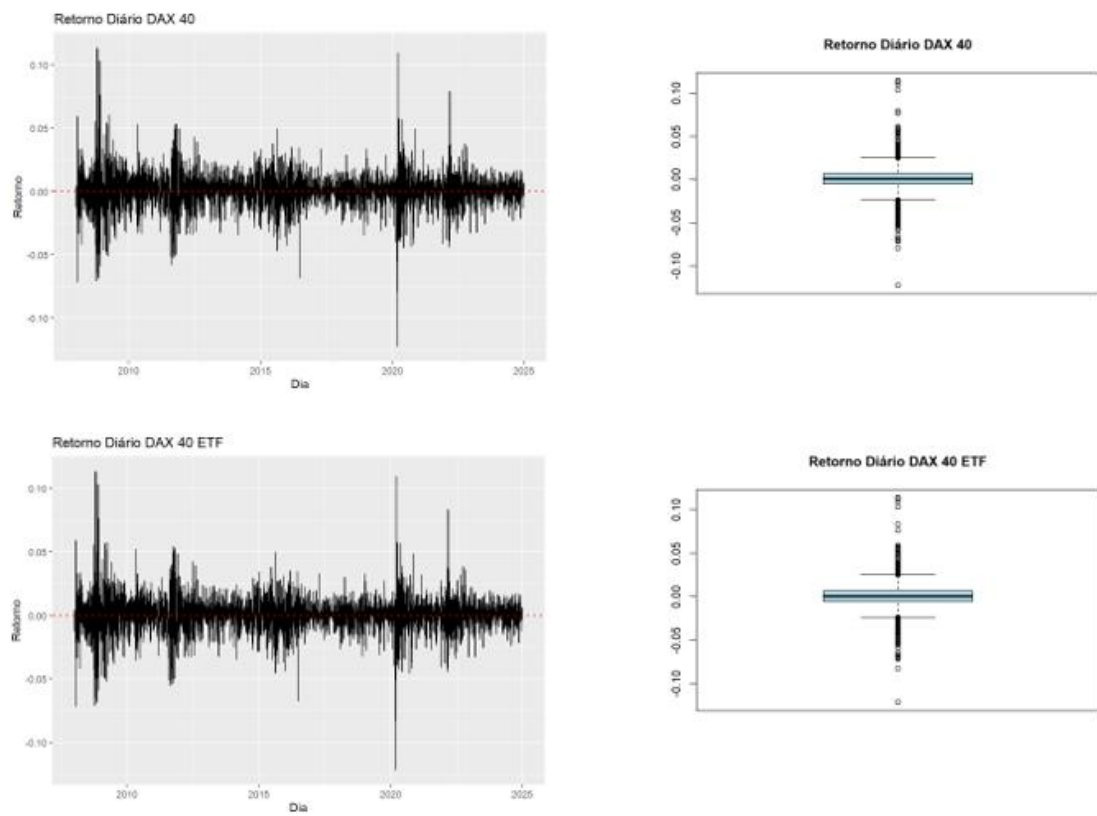


Figura 11- Retorno das cotações diárias DAX 40 e EXS1.DE

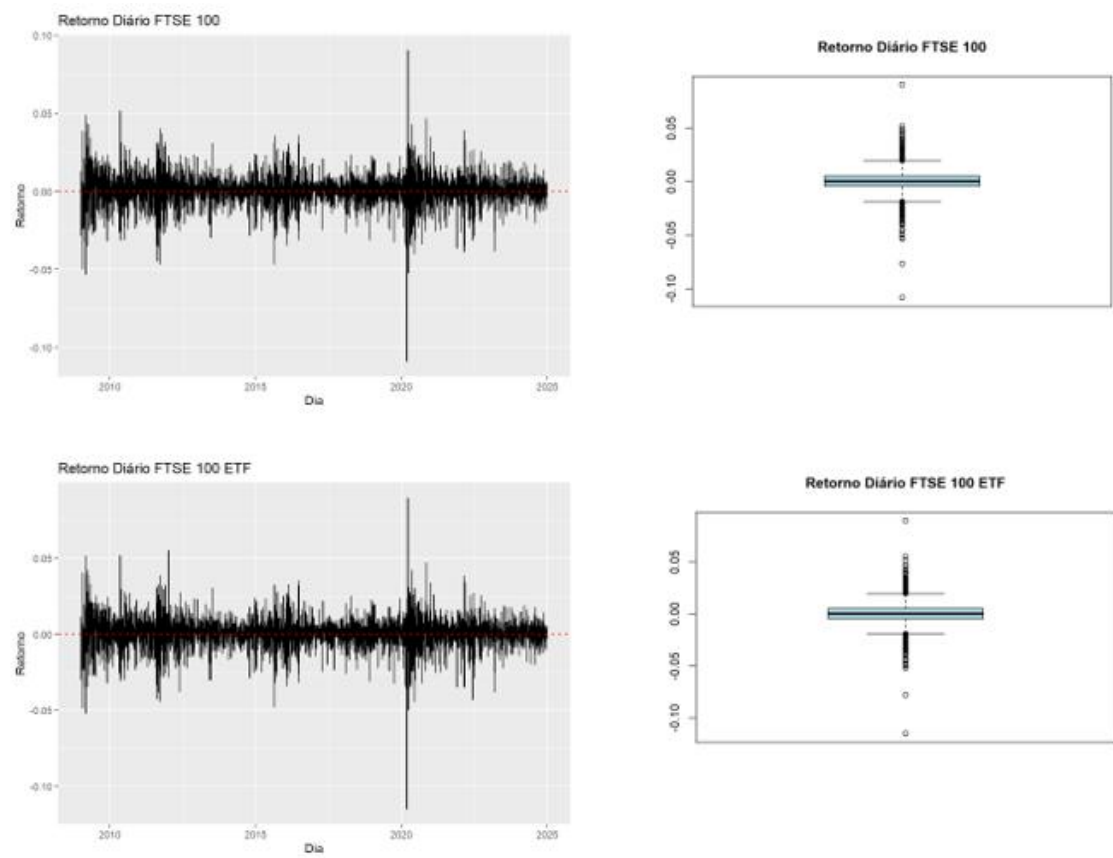


Figura 12- Retorno das cotações diárias FTSE 100 e ISF.L

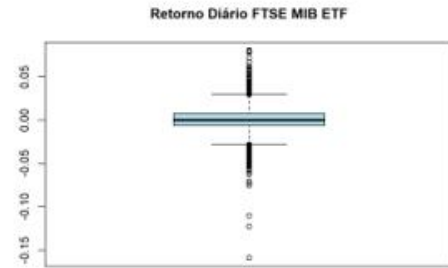
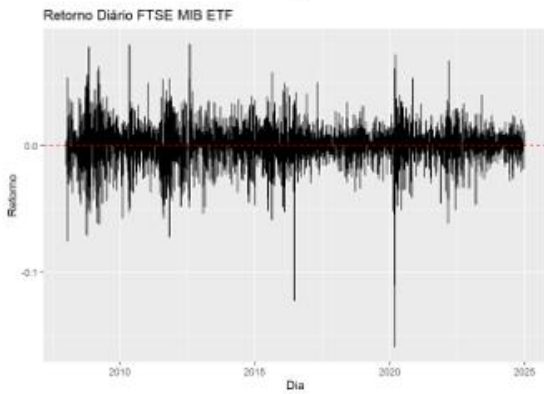
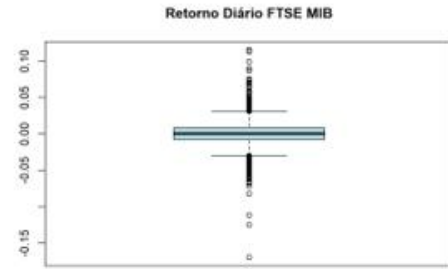
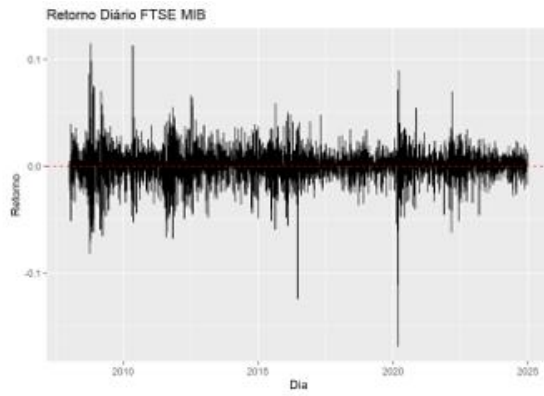


Figura 13- Retorno das cotações diárias FTSE MIB e ETFMIB.MI

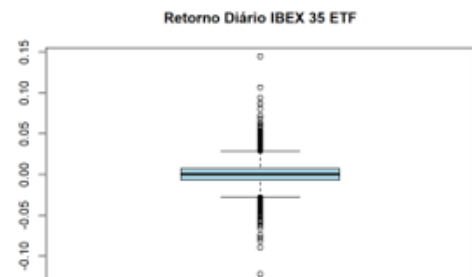
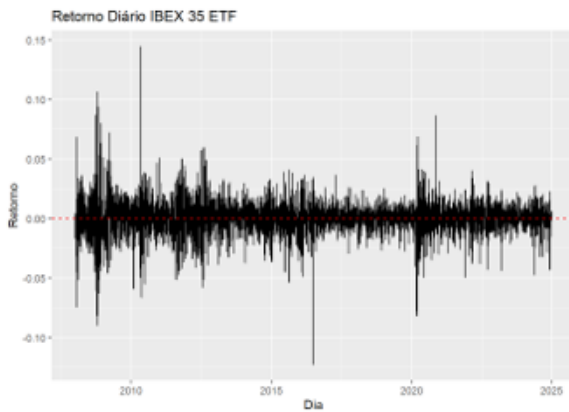
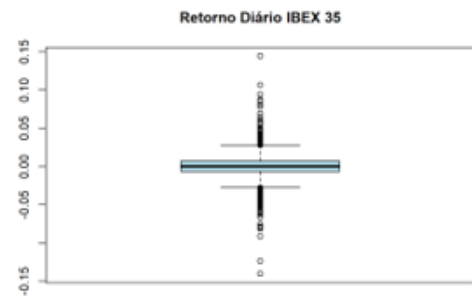
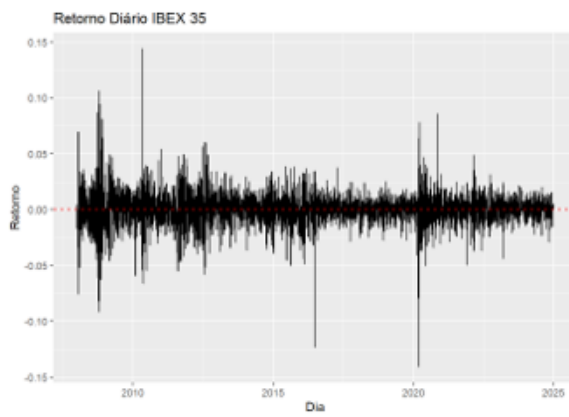


Figura 14- Retorno das cotações diárias IBEX 35 e LYXIB.MC

4.3 Resultado e Discussão

4.3.1. Eliminação de Efeitos Autorregressivos e de Heteroscedasticidade Condicional

As séries temporais de ativos financeiros exibem, frequentemente, comportamento volátil, refletindo efeitos autorregressivos e de heteroscedasticidade condicional. Assim, analisou-se a existência dessa volatilidade nas séries de retornos dos índices acionistas. Para isso, calcularam-se as funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) dos retornos diários e dos seus quadrados. Em seguida, aplicaram-se os testes de Ljung-Box, com *lags* de 10, 15 e 20, para detetar autocorrelação nos retornos diários (sob a hipótese nula de ausência de autocorrelação). Por fim, realizou-se o teste ARCH de Engle, com p igual a 10, 15 e 20, para avaliar a existência de heteroscedasticidade condicional (sob a hipótese nula de homoscedasticidade, ou seja, ausência de efeitos ARCH).

As Figuras 15 a 28 apresentam os gráficos das funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) dos retornos diários, bem como a FAC dos quadrados dos retornos diários, complementados pelos resultados dos testes estatísticos de Ljung-Box e de ARCH. Em todos os casos, a estrutura gráfica segue o mesmo padrão de quatro quadrantes: (i) ACF dos retornos diários; (ii) PACF dos retornos diários; (iii) ACF dos quadrados dos retornos; e (iv) tabela com os valores- p dos testes.

A análise dos gráficos revela que os retornos diários apresentam evidência de autocorrelação linear, embora de natureza limitada e concentrada em ordens baixas. Em várias figuras, as barras da FAC e FACP ultrapassam os limites de confiança de 95% indicando a presença de dependência autorregressiva de curto prazo, ainda que não sistemática nem persistente em lags mais elevados. Este padrão sugere que, apesar de uma tendência geral para o comportamento de marcha aleatória, existe informação preditiva marginal nos retornos imediatos, justificando a inclusão de termos ARMA na modelação da média condicional.

Por seu lado, a FAC dos quadrados dos retornos exhibe um padrão de decaimento lento e significativo em múltiplos lags, com numerosas barras fora dos limites de confiança, mesmo em ordens elevadas. Este resultado é sistemático em todos os ativos analisados, tanto nos ETF como nos índices, e constitui evidência clara de dependência não linear, caracterizada pelo fenómeno de *volatility clustering*.

Os testes estatísticos corroboram as observações gráficas. Os valores-p do teste de Ljung-Box e do teste ARCH de Engle são sistematicamente inferiores a 0,05, conduzindo à rejeição inequívoca das hipóteses nulas de ausência de autocorrelação e de homoscedasticidade condicional, respetivamente.

Em suma, os ETFs mimicom com elevada fidelidade a estrutura de segunda ordem (volatilidade) dos índices de referência, não se verificando desvios significativos entre os pares analisados.

A existência de autocorrelação linear, manifestada por picos significativos em lags iniciais que ultrapassam os limites de confiança em várias séries, aliada à presença robusta de efeitos ARCH, justifica a aplicação de modelos ARMA-GARCH para a modelização conjunta da dinâmica autorregressiva média e da volatilidade condicional.

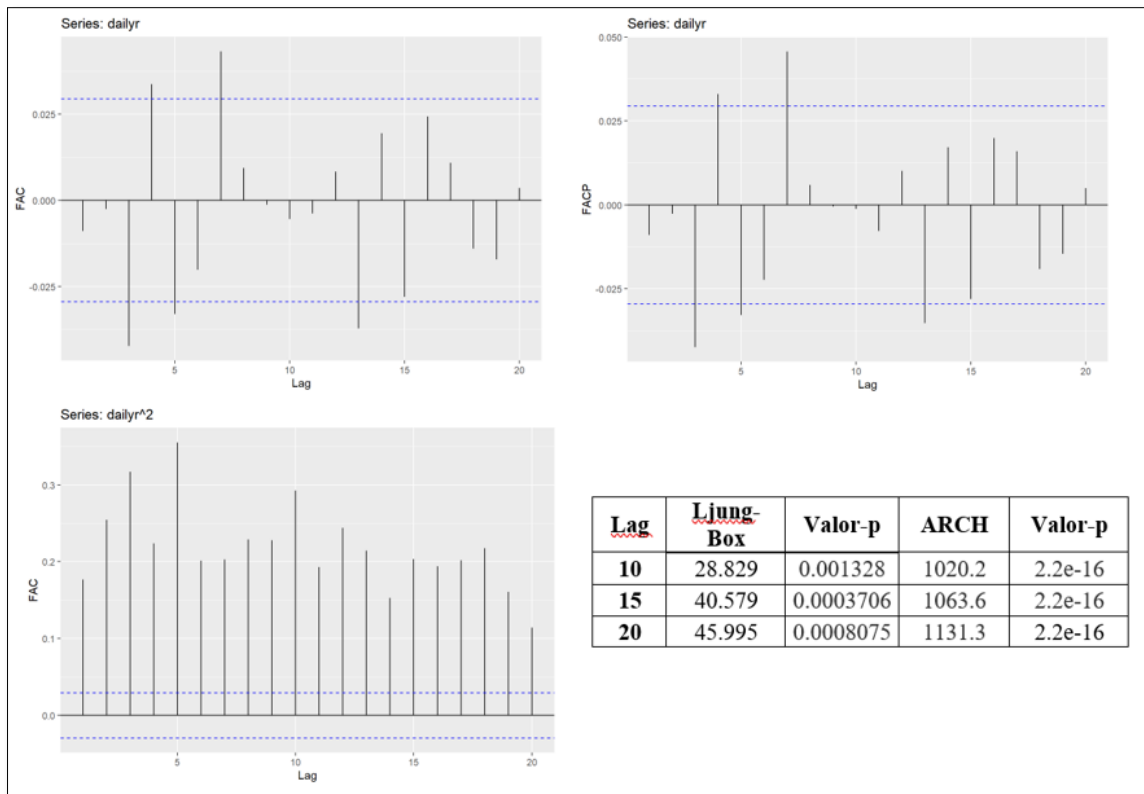


Figura 15- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice AEX

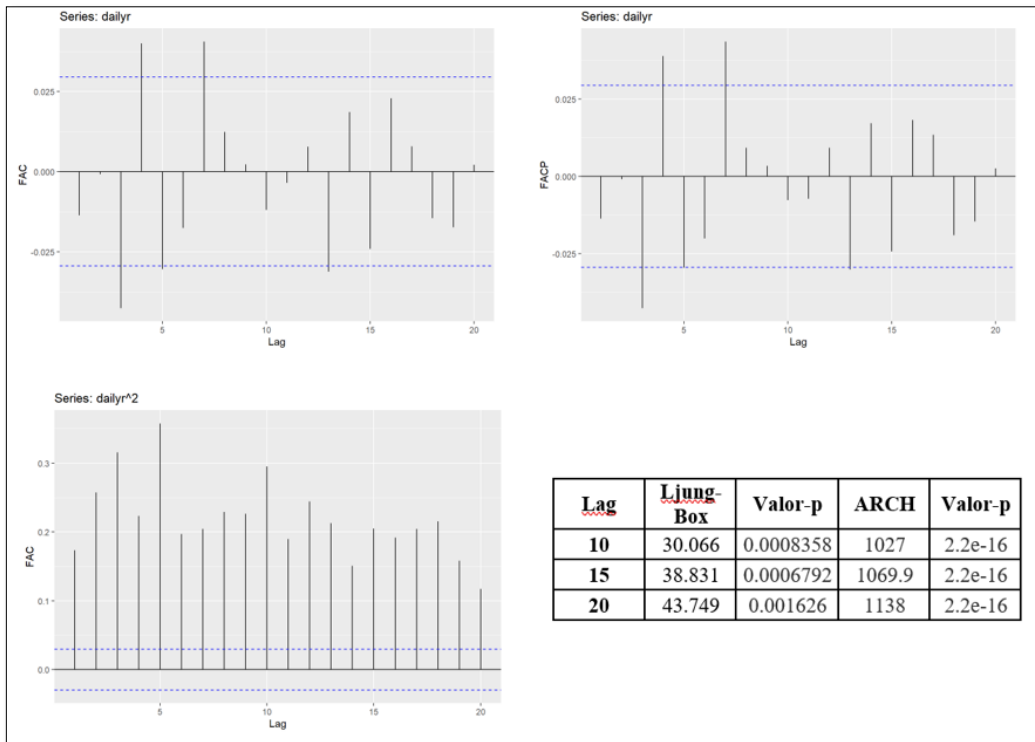


Figura 16- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF IAEX.AS

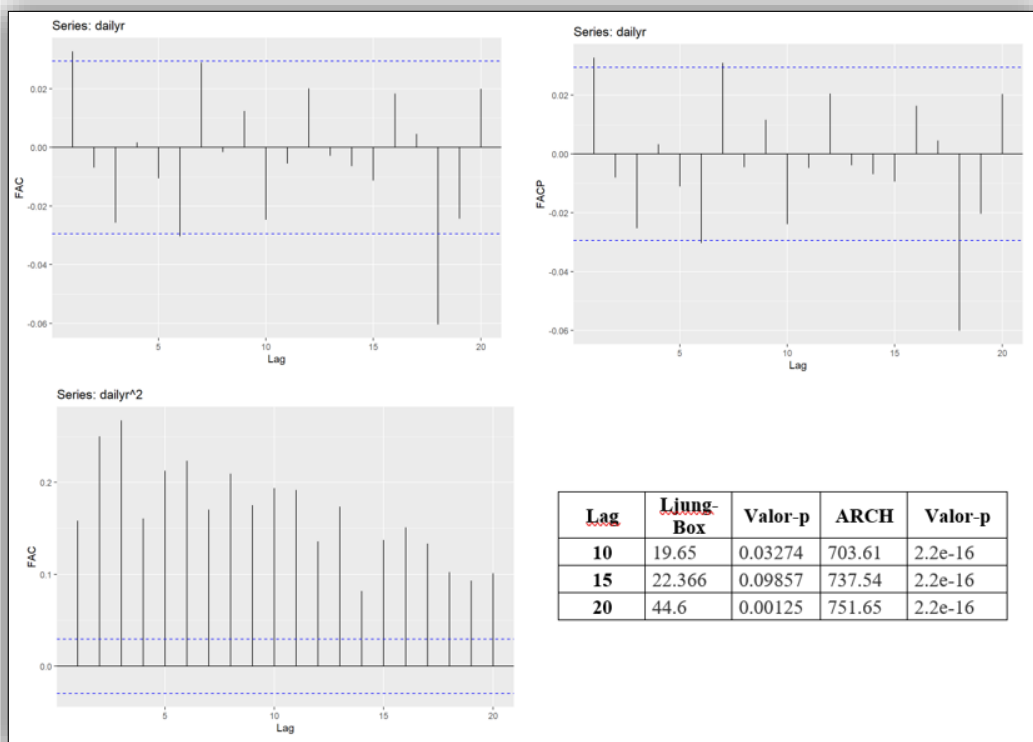


Figura 17- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice BEL 20

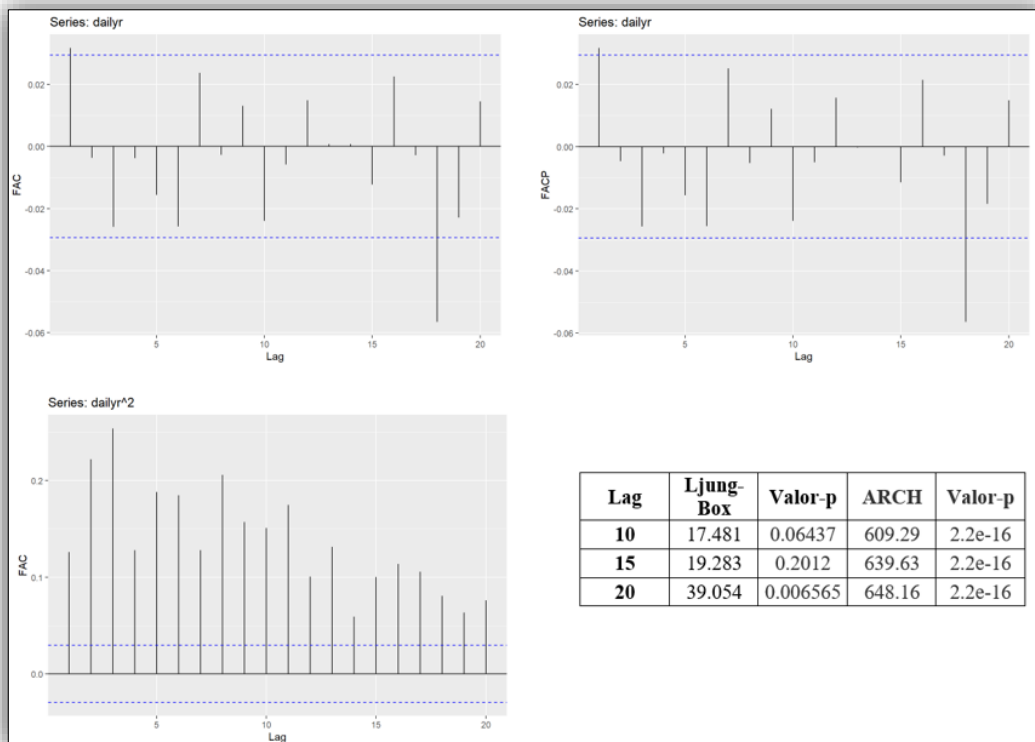


Figura 18- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF BEL.BR

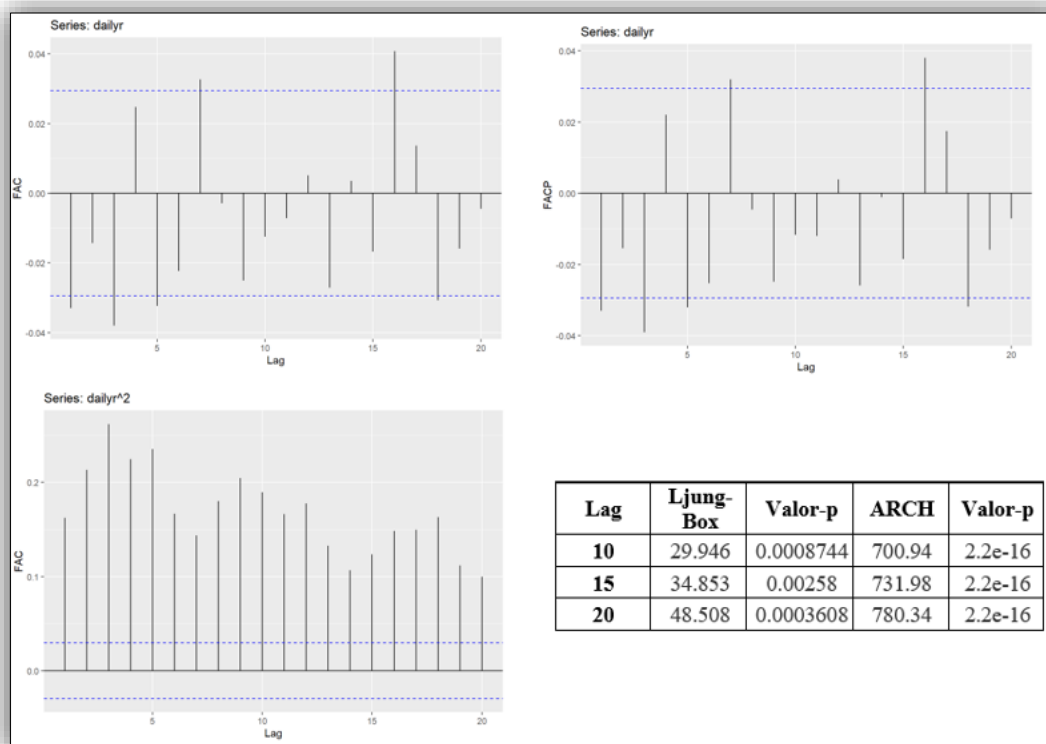


Figura 19- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice CAC40

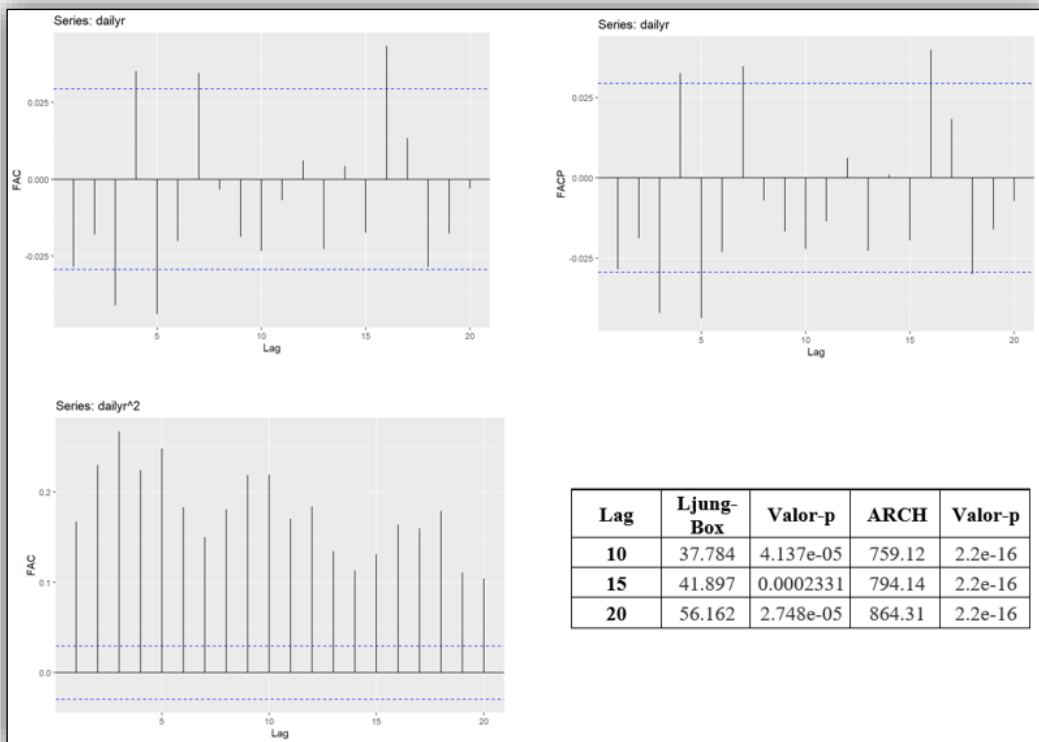


Figura 20- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sob sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF CAC.DA

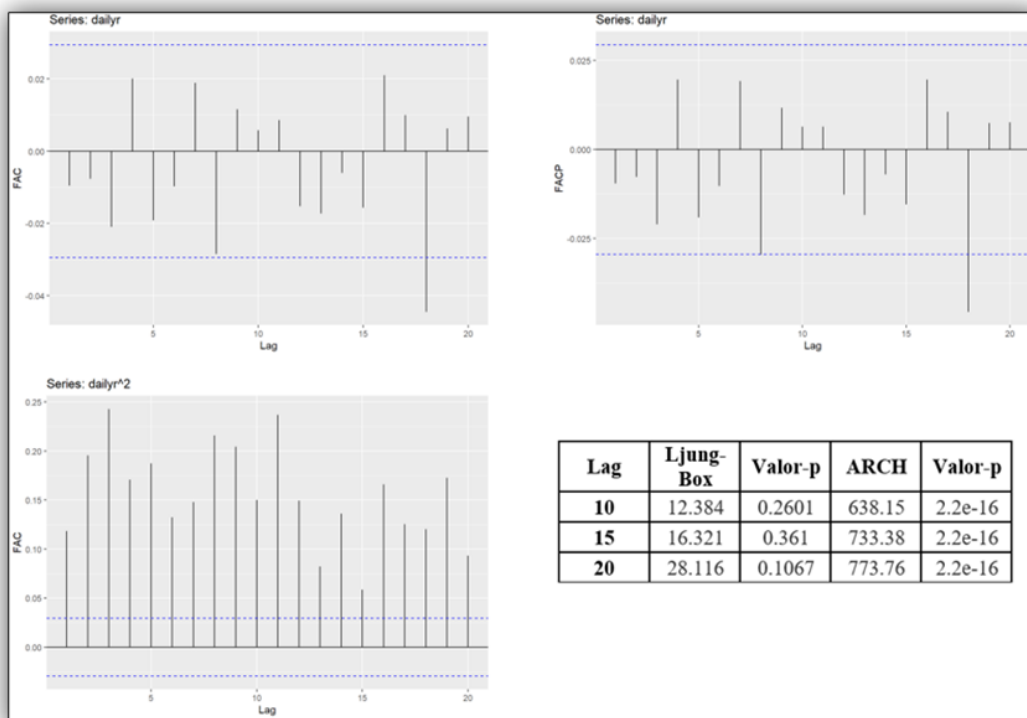


Figura 21- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice DAX 40

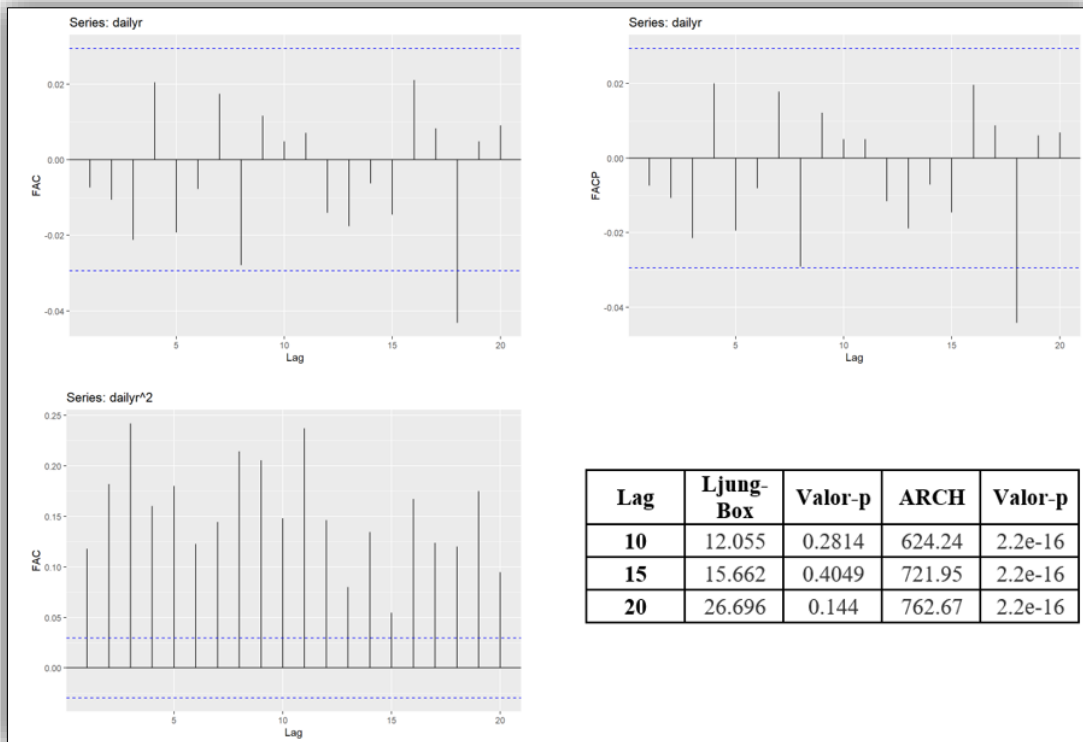


Figura 22- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF EXS1.DE

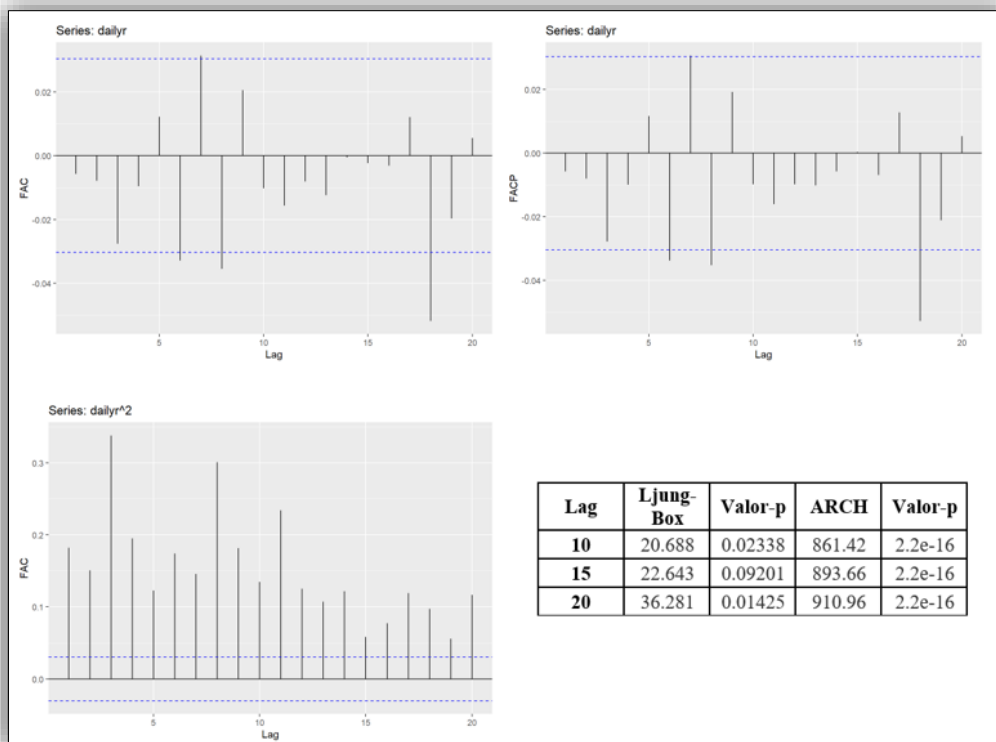


Figura 23- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice FTSE100

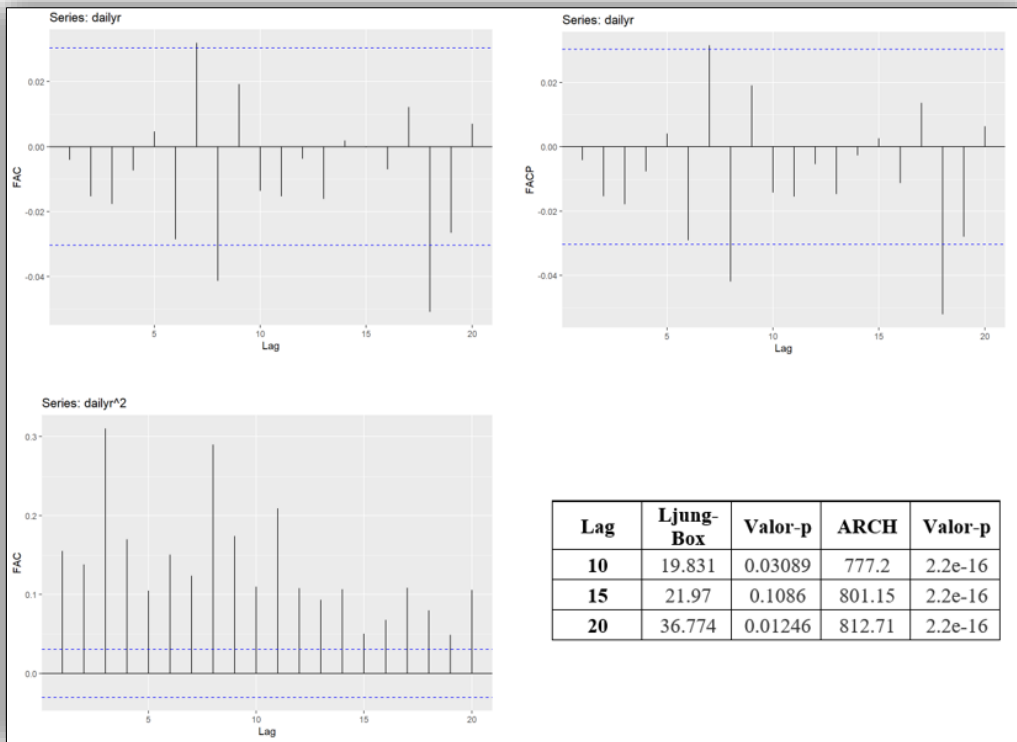


Figura 25- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF ISF.L

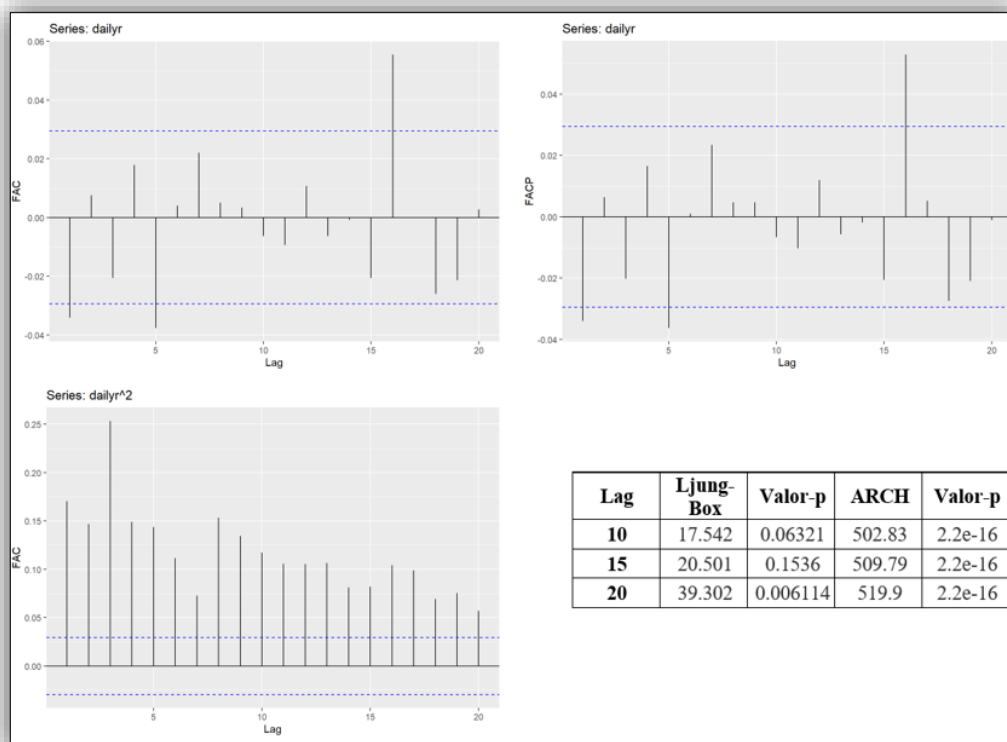


Figura 24- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice FTSE MIB

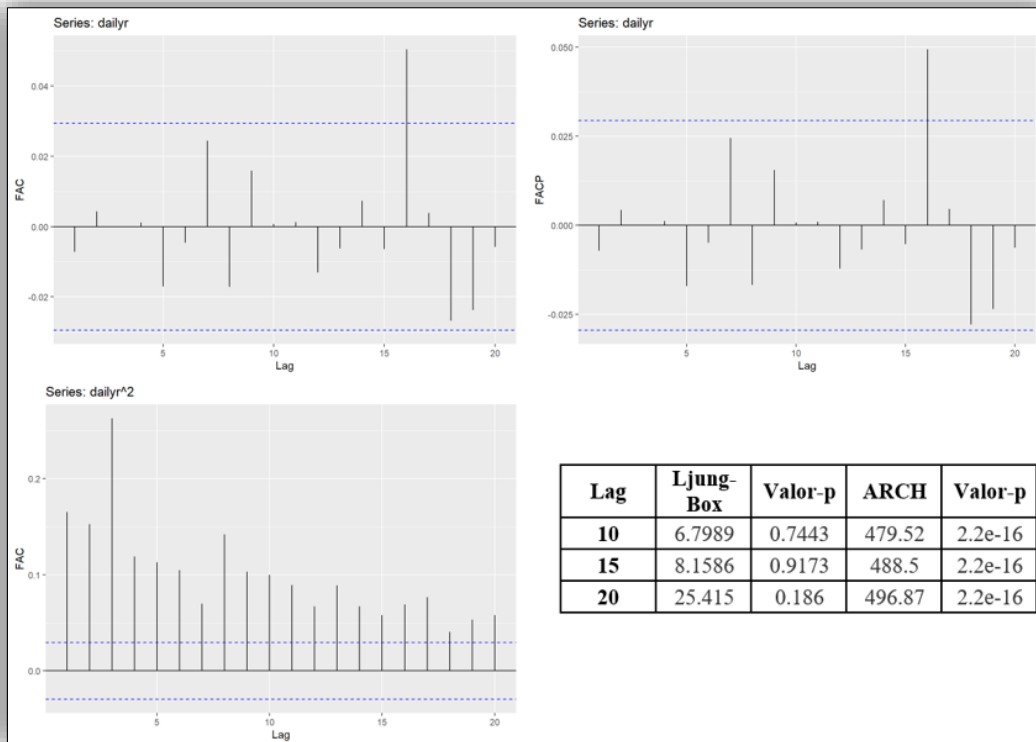


Figura 26- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETFMIB.MI

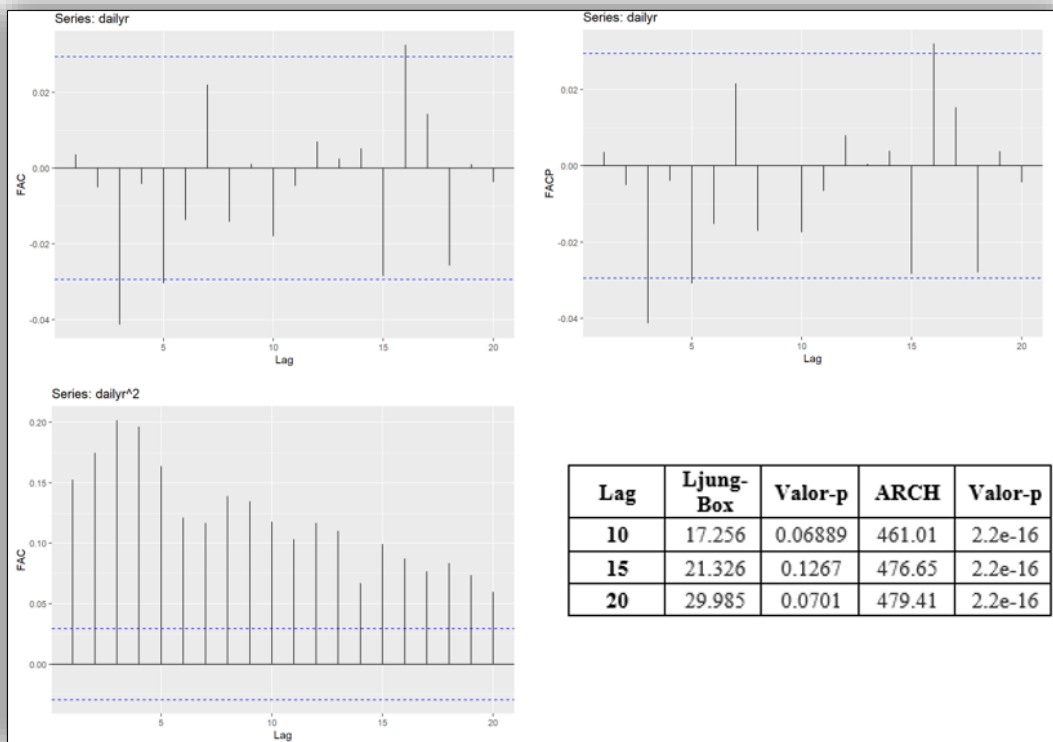


Figura 27- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do índice IBEX 35

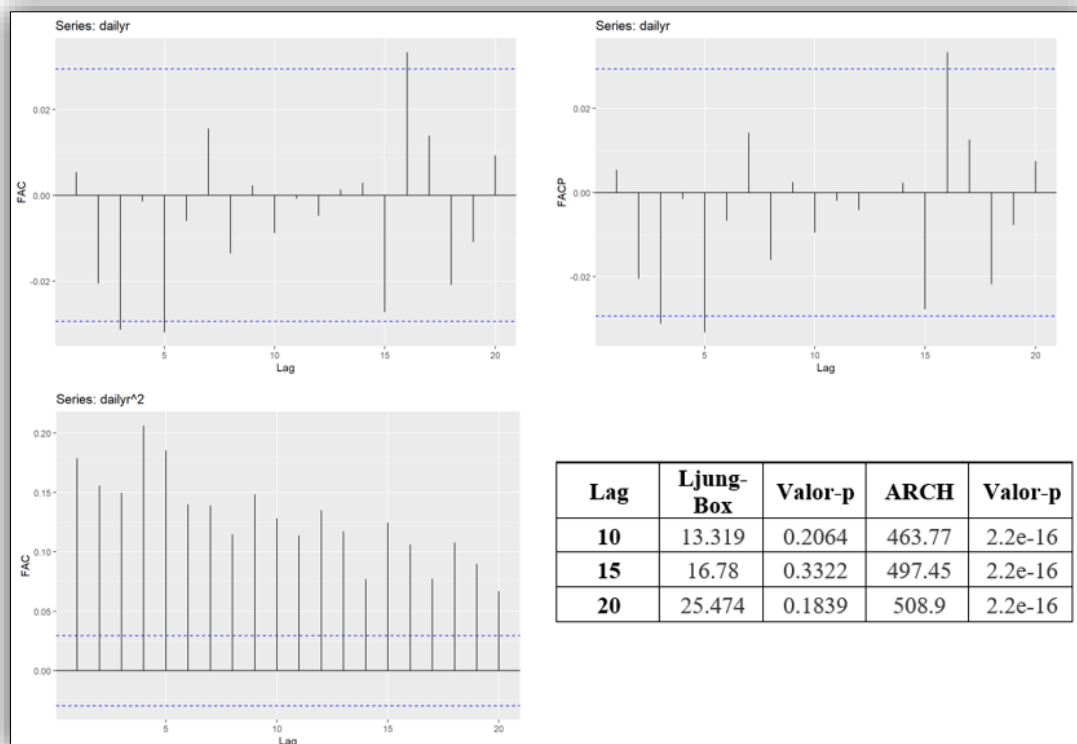


Figura 28- Gráficos das funções de autocorrelação (1º quadrante), de autocorrelação parcial dos retornos diários (2º quadrante) e de autocorrelação do quadrado dos retornos diários (3º quadrante), bem como o quadro de resultados dos testes de Ljung-Box e ARCH sobre os retornos diários (4º quadrante) do ETF LYXIB.MC

Com o objetivo de remover os efeitos autorregressivos e de heteroscedasticidade condicional identificados nas séries, procedeu-se à estimação de modelos ARMA-GARCH para os retornos diários de cada índice acionista (e ETF correspondentes), obtendo-se os resíduos padronizados, doravante designados por retornos filtrados.

A modelação ARMA-GARCH considerou combinações dos parâmetros autorregressivos m e n entre 0 e 5, e dos parâmetros GARCH p e q entre 1 e 2. No total, 144 modelos foram estimados por série, sendo o modelo ótimo selecionado com base no Critério de Informação de Akaike (AIC), privilegiando-se aquele que apresentou o menor valor de AIC, conforme metodologia previamente descrita. Os resultados da estimação dos modelos ARMA-GARCH selecionados encontram-se apresentados na tabela seguinte.

Índice	Modelo	Persistência	AIC
AEX	ARMA (3,5) – GARCH (2,1)	0.98647	-6.3201
IAEX.AS	ARMA (5,2) – GARCH (1,1)	0.984282	-6.3164
BEL 20	ARMA (3,4) – GARCH (1,2)	0.97669	-6.3144
BEL.BR	ARMA (4,4) – GARCH (2,2)	0.968852	-6.3628
CAC 40	ARMA (3,5) – GARCH (2,1)	0.979684	-6.1129
CAC.PA	ARMA (3,5) – GARCH (1,2)	0.97846	-6.1205
DAX 40	ARMA (3,3) – GARCH (2,1)	0.980533	-6.1253
EXS1.DE	ARMA (5,4) – GARCH (1,2)	0.982239	-6.1235
FTSE 100	ARMA (2,3) – GARCH (1,2)	0.959619	-6.645
ISF.L	ARMA (5,4) – GARCH (1,2)	0.960725	-6.6201
FTSE MIB	ARMA (5,3) – GARCH (2,2)	0.981979	-5.7748
ETFMIB.MI	ARMA (3,5) – GARCH (2,1)	0.975339	-5.8193
IBEX 35	ARMA (5,2) – GARCH (2,2)	0.980333	-5.9614
LYXIB.MC	ARMA (3,5) – GARCH (1,2)	0.978203	-5.933

Tabela 3- Resultados da estimação dos modelos ARMA-GARCH

Os valores das estimativas de todos os parâmetros, acompanhados dos respectivos desvios-padrão, encontram-se apresentados no Apêndice I.

Após a obtenção dos retornos filtrados de cada índice financeiro e ETF, procedeu-se novamente à aplicação dos testes anteriormente descritos, com o objetivo de verificar a eventual persistência de efeitos autorregressivos e de heteroscedasticidade condicional.

Os resultados obtidos nos testes de Ljung-Box e ARCH de Engle revelam valores-p superiores a 5% para todos os índices e ETF analisados o que indica a eliminação dos efeitos de autocorrelação linear e de heteroscedasticidade condicional nos retornos filtrados.

- AEX

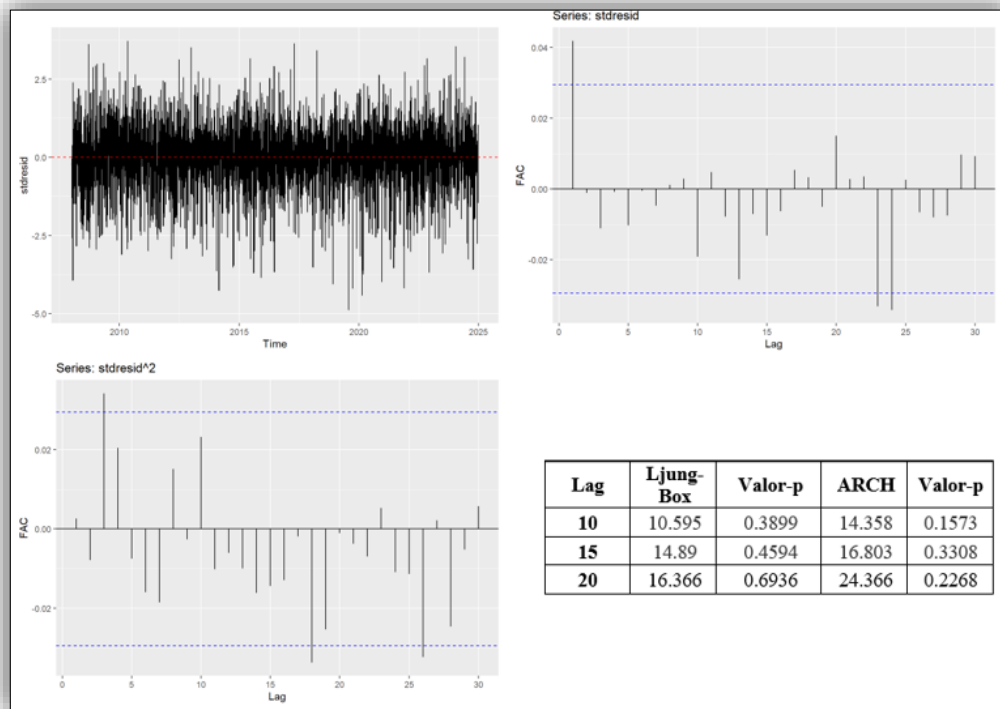


Figura 29- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice AEX

- IAEX.AS

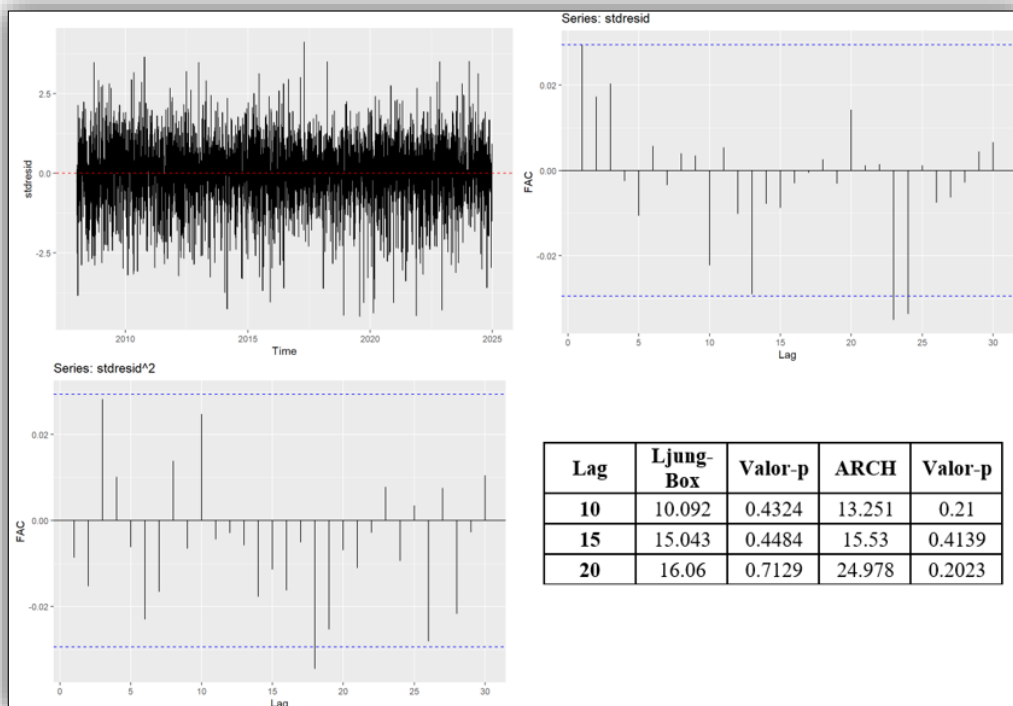


Figura 30- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF IAEX.AS

- BEL 20

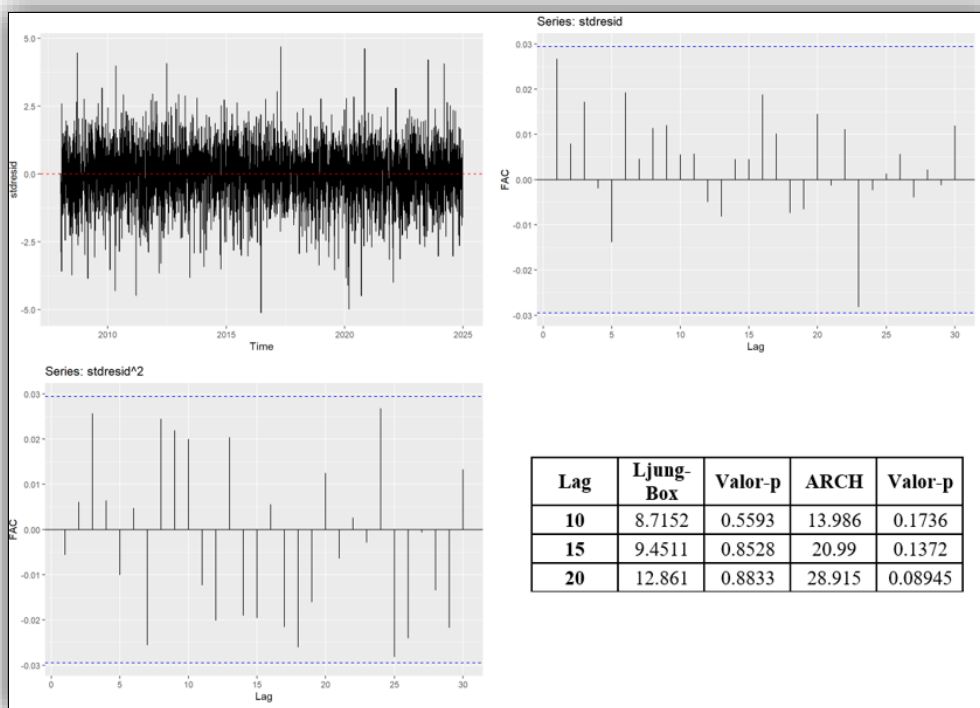


Figura 31- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice BEL20

- BEL .BR

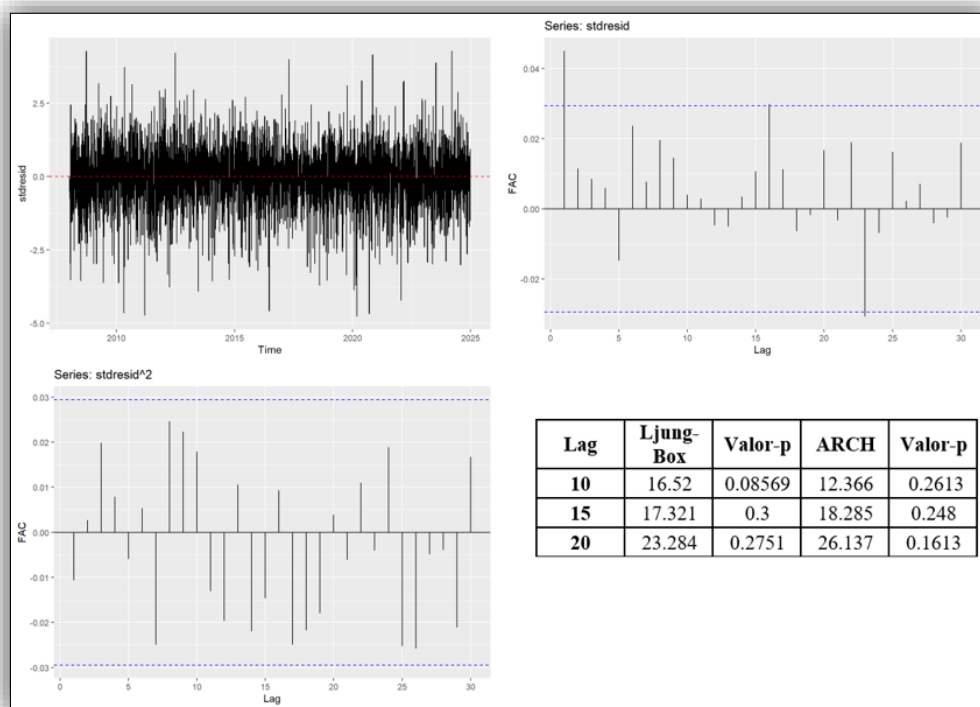


Figura 32- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF BEL.BR

- CAC 40

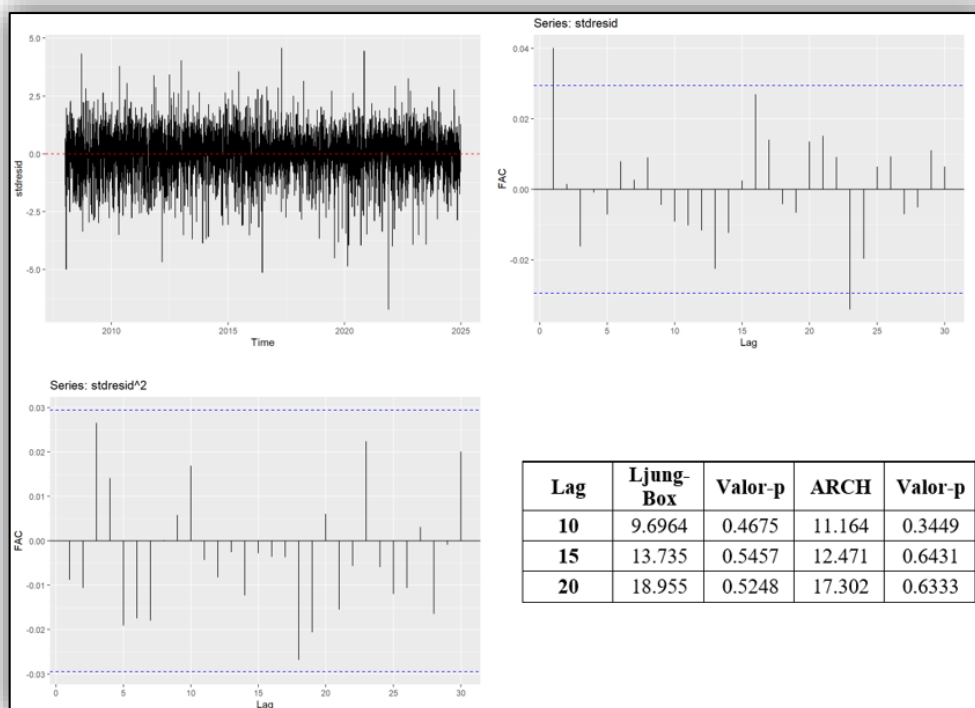


Figura 33- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice CAC40

- CAC.PA

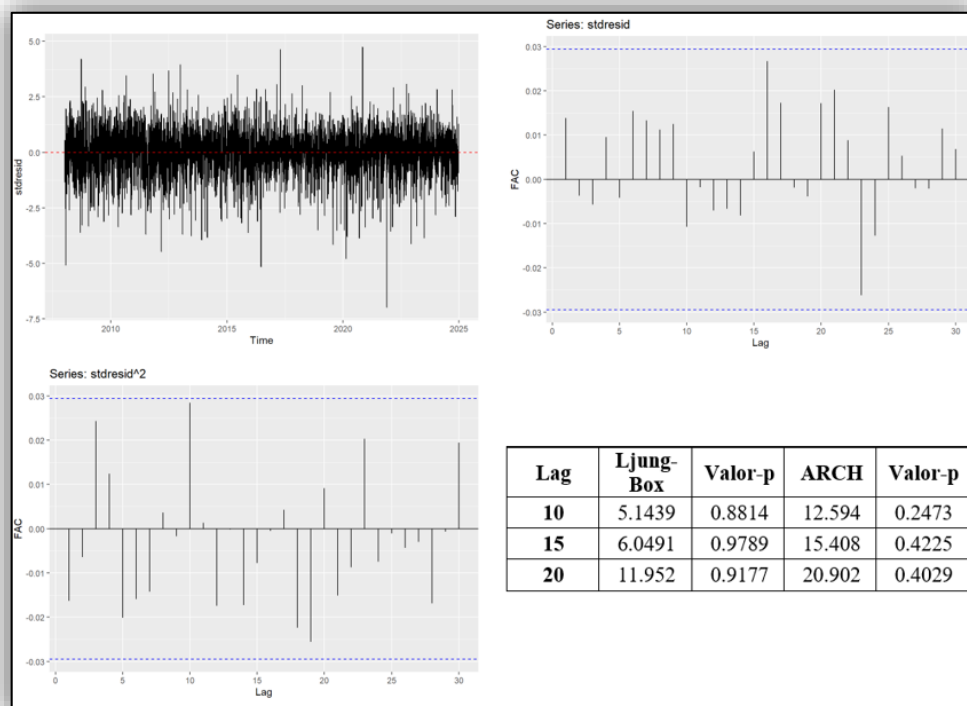


Figura 34- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF CAC.PA

- DAX 40

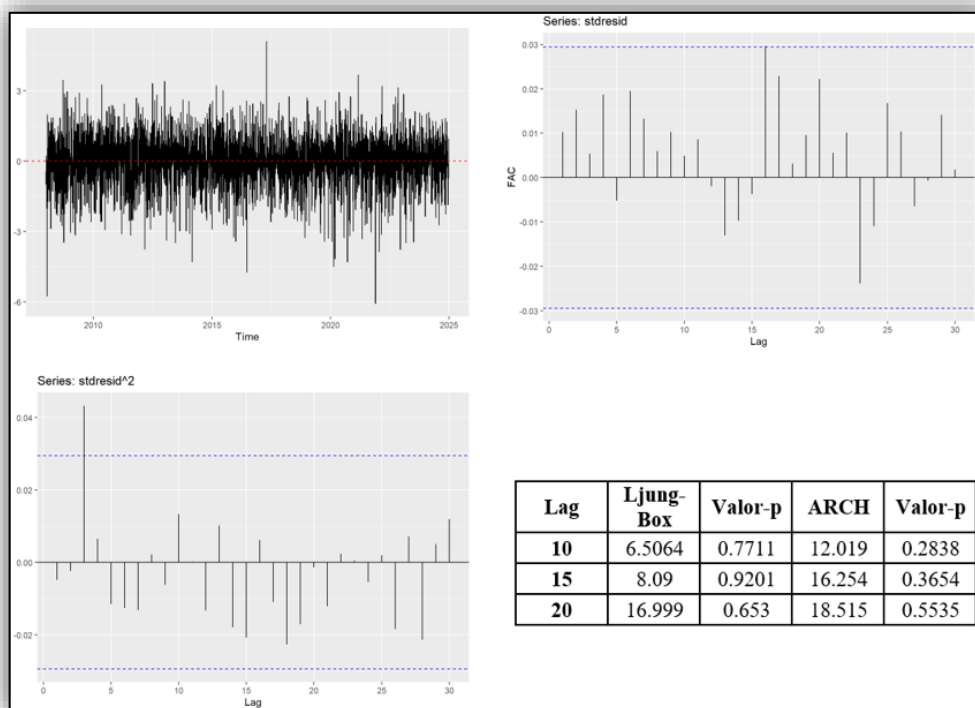


Figura 35- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice DAX40

- EXS1.DE

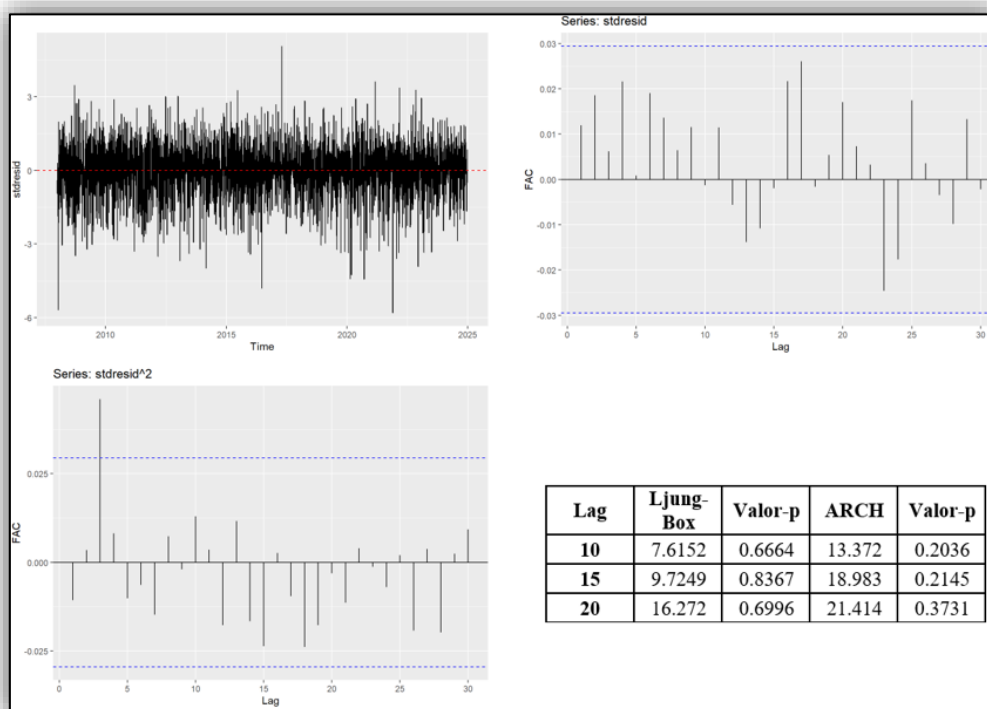


Figura 36- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF EXS1.DE

- FTSE 100

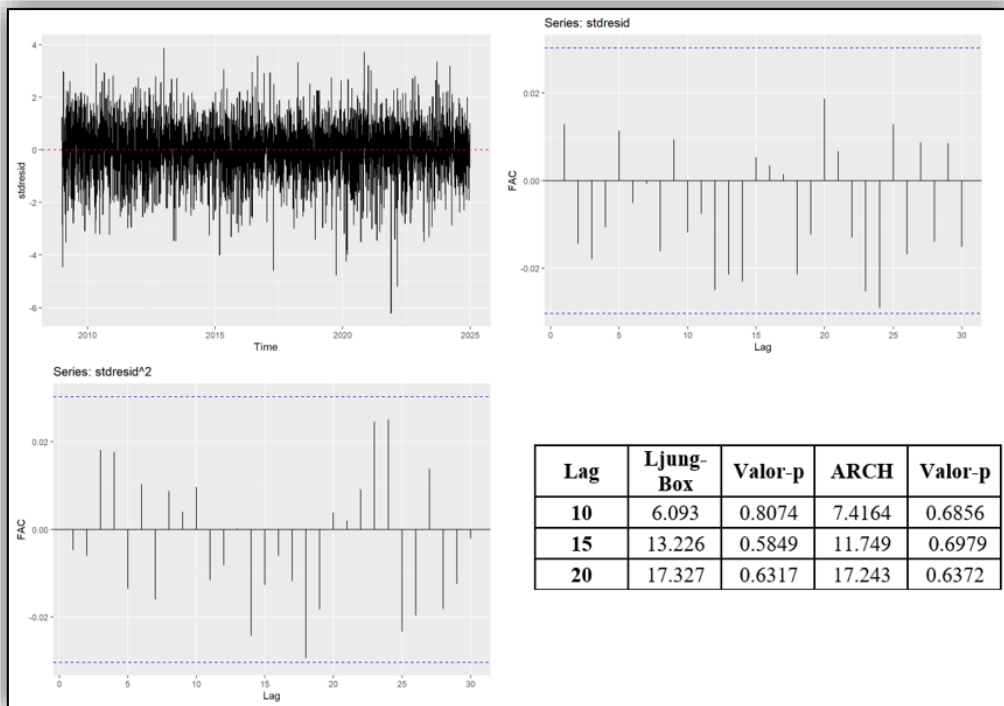


Figura 37- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice FTSE 100

- ISF.L

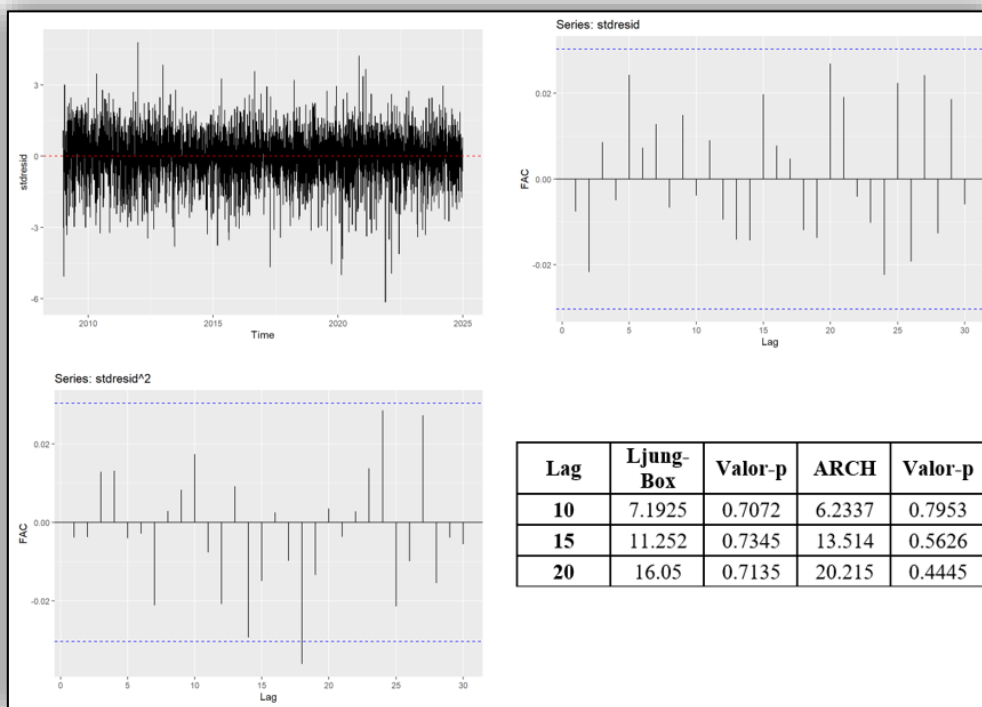


Figura 38- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF ISF.L

- FTSE MIB

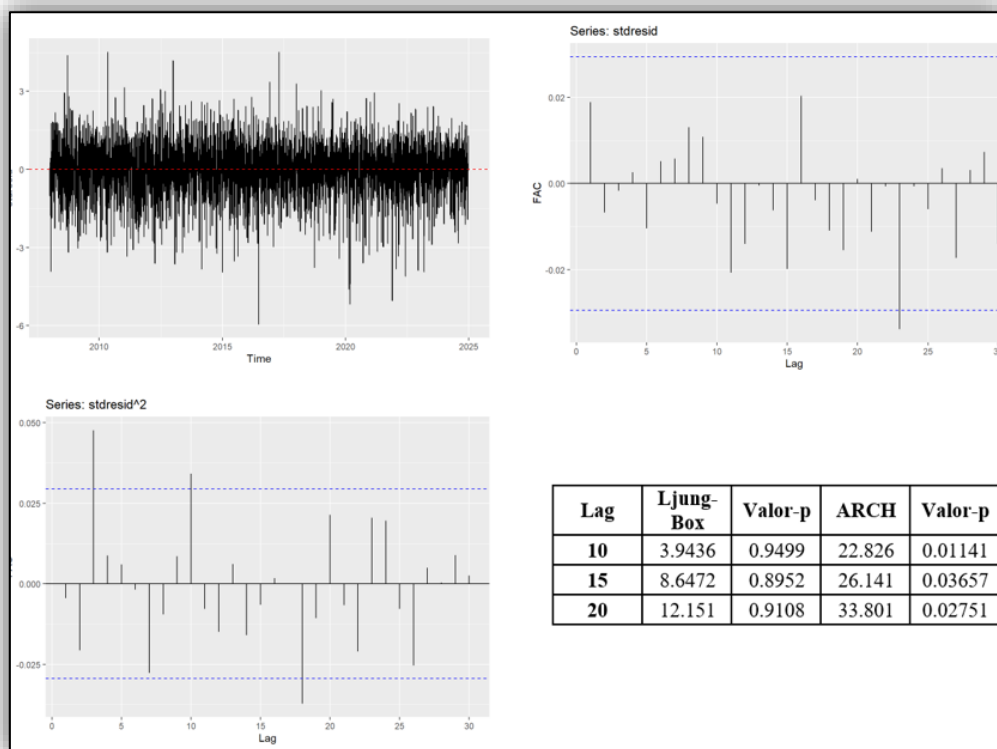


Figura 39- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice FTSE MIB

- ETFMIB.MI

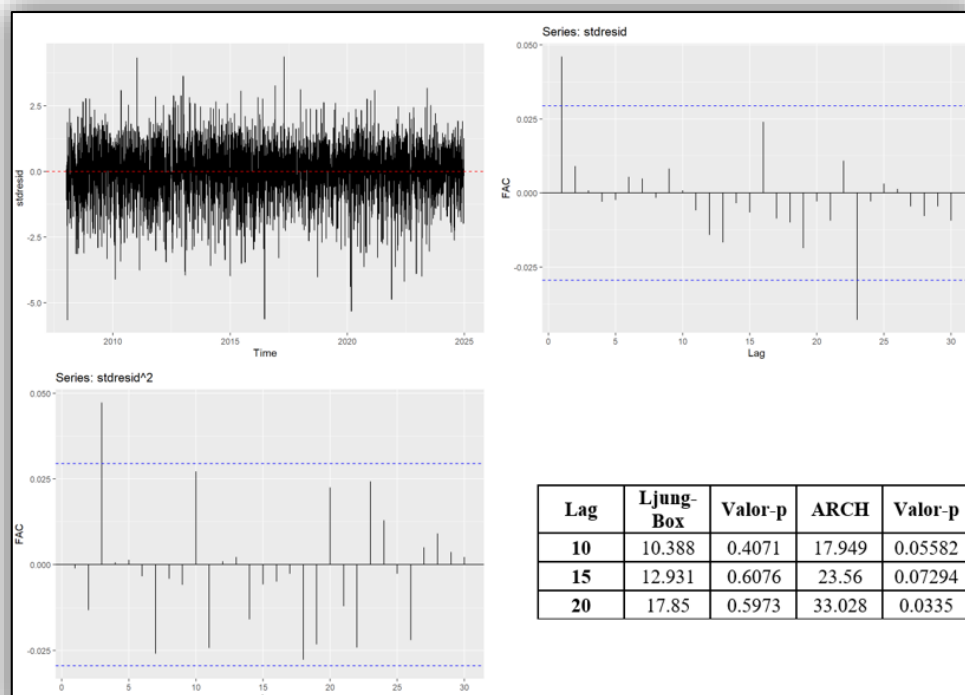


Figura 40- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF ETFMIB.MI

- IBEX 35

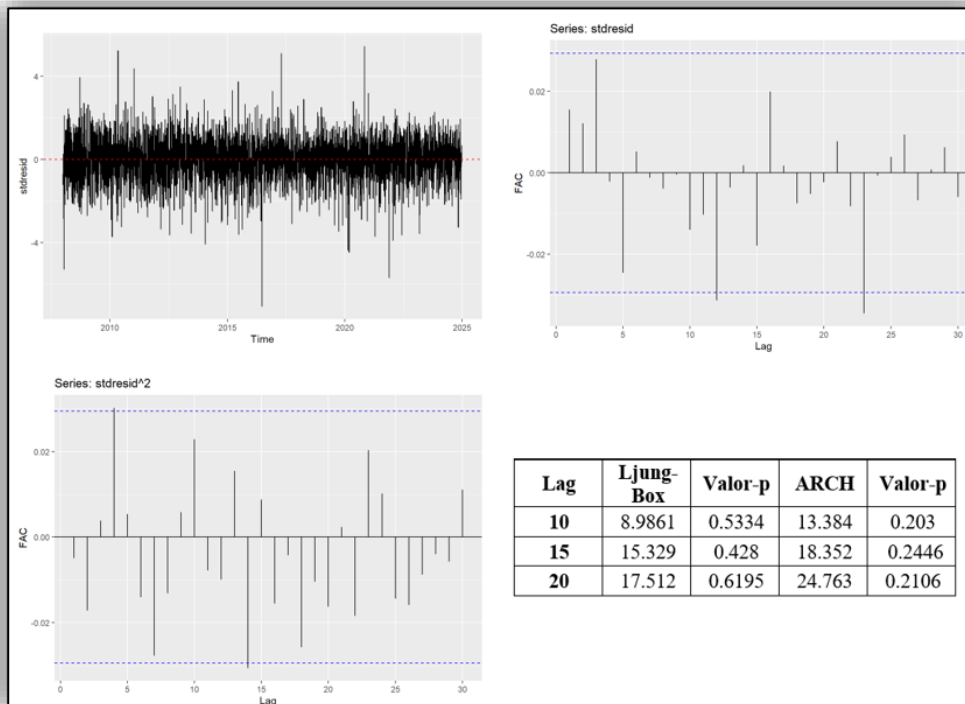


Figura 41- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do índice IBEX35

- LYXIB.MC

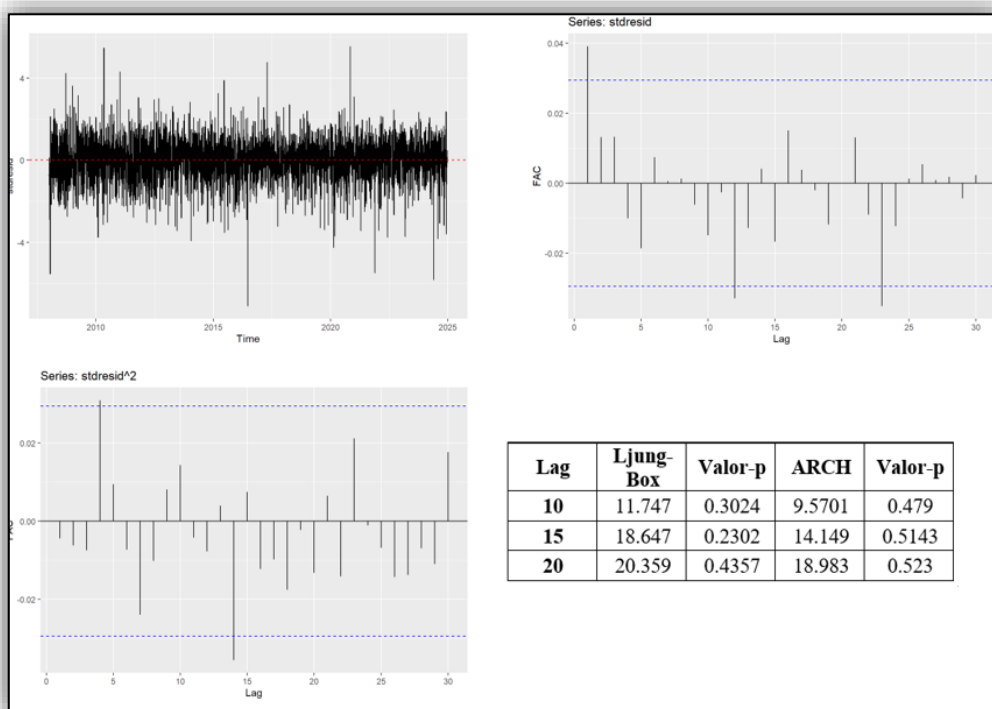


Figura 42- Retornos Filtrados (1ºquadrante), Função FAC (2º Quadrante), Função FAC dos quadrados dos retornos (3º quadrante), resultados teste Ljung-box (4º quadrante) do ETF LYXIB.MC

4.3.2. Estimação dos Modelos de Cópulas

Com o objetivo de analisar o efeito *spillover* entre os ETF e os índices acionistas subjacentes europeus, em conformidade com os objetivos desta dissertação, procedeu-se à estimação de modelos de cópulas bivariadas. Dado que as funções de distribuição dos modelos de cópulas bivariadas atuam num espaço $[0,1]^2$, tornou-se necessário transformar as séries de retornos filtrados em margens uniformes, assegurando que os dados se encontram devidamente ajustados aos requisitos da análise.

Por forma a iniciar o processo de estimação, importa evidenciar os pares de índice acionista/ETF sob análise: AEX/IAEX.AS, BEL 20/BEL.BR, CAC 40/CAC.PA, DAX 40/EXS1.DE, FTSE 100/ISF.L, FTSE MIB/ETFMIB.MI, IBEX 35/LYXIB.MC.

Inicialmente, foram obtidos os valores empíricos do coeficiente τ de Kendall para cada par, conforme exposto na tabela seguinte:

Índice	AEX/ IAEX.AS	BEL 20/BEL.BR	CAC 40/ CAC.PA	DAX 40/EXS1.DE	FTSE 100/ISF.L	FTSE MIB/ETFMIB.MI	IBEX 35/LYXIB.MC
Coeficiente Tau de Kendall	0.8932	0.7976	0.8294	0.9106	0.8605	0.7933	0.8081

Tabela 4-Coeficiente tau de Kendall

Os valores do coeficiente τ de Kendall, todos positivos e elevados (superiores a 0,79), refletem uma forte dependência monotónica entre os retornos filtrados dos índices e dos respetivos ETF. O par DAX 40/EXS1.DE apresenta o maior coeficiente ($\tau = 0,9106$), indicando a mais elevada concordância entre movimentos de subida e descida, enquanto o par FTSE MIB/ETFMIB.MI regista o menor ($\tau = 0,7933$), ainda assim substancial. Esta evidência preliminar sugere uma elevada sincronia entre os ativos subjacentes e os seus veículos de replicação, consistente com o elevado tracking efficiency dos ETF europeus.

A transformação das margens para o intervalo $[0,1]$ foi efetuada através da função de distribuição acumulada empírica, garantindo a uniformidade requerida para a estimação das cópulas. Com as margens uniformes obtidas, procedeu-se à estimação de cópulas bivariadas nomeadamente Gaussian, Clayton, Gumbel, Frank e t-Student, utilizando o método de máxima verosimilhança. O critério de informação de Akaike (AIC) foi aplicado para seleção do modelo mais adequado a cada par.

A Tabela 5 apresenta os resultados da estimação dos modelos de cópula para cada par constituído pelo ETF e o respetivo índice de referência, bem como os valores estimados do parâmetro de dependência, o coeficiente tau de Kendall e os limites de dependência superior e inferior. A seleção da cópula mais adequada foi realizada com base no Critério de Informação de Akaike (AIC), sendo escolhido, para cada par, o modelo que registou o menor valor. As cópulas assinaladas a negrito e sombreadas correspondem, assim, às selecionadas como as que melhor se ajustam à estrutura de dependência observada.

Índice	Cópulas	Parâmetro Dependência	Graus de Liberdade	Coef. Tau de Kendall	Limite Superior Dependência	Limite Inferior Dependência	AIC
AEX/ IAEX.AS	Gaussiana	0.9854	-	0.8909	-	-	-15667.85
	t-student	0.9862	5.1875	0.8941	0.8424	0.8424	-16090.74
	Clayton	11.0169	-	0.8464	-	0.939	-13819.91
	Gumbel	8.59	-	0.8836	0.916	-	-15266.87
	Frank	8.5901	-	0.8896	-	-	-14468.19
BEL 20/BEL.BR	Gaussiana	0.9053	-	0.7207	-	-	-7576.69
	t-student	0.969	2.0001	0.8411	0.8419	0.8419	-11977.43
	Clayton	5.5161	-	0.7339	-	0.8819	-8304.72
	Gumbel	4.8898	-	0.7955	0.8477	-	-9668.59
	Frank	19.0838	-	0.8084	-	-	-9208.28
CAC 40/ CAC.PA	Gaussiana	0.9114	-	0.7299	-	-	-7856.15
	t-student	0.9818	2.0001	0.8785	0.8789	0.8789	-14260.96
	Clayton	6.8632	-	0.7743	0	0.9039	-9472.62
	Gumbel	5.8936	-	0.8303	0.8752	-	-11020.04
	Frank	23.2191	-	0.8399	-	-	-10450
DAX 40/EXS1.DE	Gaussiana	0.9898	-	0.909	-	-	-17251.66
	t-student	0.9905	3.692	0.912	0.887	0.887	-17883.1
	Clayton	13.9107	-	0.8743	-	0.9514	-15584.2
	Gumbel	10.5881	-	0.9056	0.9323	-	-17048.92
	Frank	34.9999	-	0.8911	-	-	-15708.3
FTSE 100/ISF.L	Gaussiana	0.9713	-	0.8472	-	-	-11972.13
	t-student	0.9763	3.0223	0.8611	0.8368	0.8368	-13074.4
	Clayton	7.8928	-	0.7978	-	0.9159	-10555.45
	Gumbel	6.8178	-	0.8533	0.893	-	-12379.73
	Frank	26.4329	-	0.8581	-	-	-11544.97
FTSE MIB/ETFM B.MI	Gaussiana	0.8961	-	0.7073	-	-	-7186.955
	t-student	0.9687	2.0001	0.8404	0.8412	0.8412	-11794.67
	Clayton	5.3003	-	0.726	0	0.8774	-7990.653
	Gumbel	4.7106	-	0.7877	0.8415	-	-9290.855
	Frank	18.5742	-	0.8037	-	-	-8974.824
IBEX 35/LYXIB.M C	Gaussiana	0.8929	-	0.7026	-	-	-7060.05
	t-student	0.9792	2.0001	0.87	0.8704	0.8704	-13193.45
	Clayton	5.731	-	0.7413	0	0.8861	-8255.438
	Gumbel	5.2186	-	0.8084	0.858	-	-9919.12
	Frank	20.6171	-	0.8214	-	-	-9491.931

Tabela 5- Estimação dos modelos de cópulas

Tendo por base os resultados apresentados, observamos que o modelo de cópulas t-Student é o mais adequado para descrever a dependência entre os pares. Pode assumir-se que, na maioria dos casos, as estruturas de dependência exibem uma relação simétrica, sugerindo que existe uma influência entre ETF e índice subjacente, tanto em períodos de valorização como em fases de desvalorização

Tendo por base os resultados apresentados, observamos que para todos os pares considerados, o modelo de cópulas t-Student é o que melhor descreve a dependência entre os pares. O resultado é particularmente relevante, uma vez que a cópula t-Student é reconhecida pela sua capacidade de captar dependência nas caudas, isto é, a tendência para que os movimentos extremos num ativo sejam acompanhados por movimentos igualmente intensos no outro. Adicionalmente, os coeficientes tau de Kendall apresentam valores elevados e consistentes, entre aproximadamente 0.84 e 0.91, evidenciando uma correlação monotónica entre os retornos, isto é, uma dependência forte e estável entre ETF e índices. A simetria observada nos limites de dependência superior e inferior reforça que a relação permanece tanto em períodos de valorização como de desvalorização, assim, evidencia um *spillover* bidirecional e simétrico.

Os resultados demonstram que os ETF não são apenas replicadores passivos de índices, mas desempenham um papel ativo na transmissão de informação e volatilidade nos mercados financeiros, especialmente durante fases de maior incerteza. Assim, conclui-se que os ETF contribuem para a propagação de choques de mercado, reforçando os mecanismos de interligação entre ativos e, conseqüentemente, a integração e sensibilidade do sistema financeiro europeu a movimentos abruptos.

O crescimento expressivo do ETF ao longo das últimas décadas transformou estes instrumentos num dos segmentos mais dinâmicos e influentes dos mercados financeiros. A sua elevada liquidez, eficiência de custos e capacidade de proporcionar exposição imediata a diversos mercados tornaram-nos particularmente atrativos. Todavia, o crescimento de negociação dos ETF, gerou um aumento de interligação entre ativos financeiros. É então crucial compreender de que forma os ETF interagem com os índices que replicam e como contribuem para a transmissão de choques financeiros. Assim, a análise do efeito *spillover* entre ETF e os seus índices subjacentes, torna-se relevante para avaliar a estabilidade e resiliência dos mercados.

Na presente dissertação pretendeu-se analisar o efeito *spillover* entre ETFs e os seus índices subjacentes sobre ETF e índices acionistas europeus. Assim, observamos as relações de dependência de sete índices acionistas europeus: AEX, BEL20, CAC40, DAX40, FTSE100, FTSE MIB e IBEX35 e respetivos ETFs: IAEX.AS, BEL.BR, CAC.PA, EXS1.DE, ISF.L, ETFMIB.MI e LYXIB.MC, desde a data de criação do ETF até 31 de dezembro 2024.

O estudo do efeito *spillover* recorreu ao modelo de cópulas. Inicialmente, foram obtidos os retornos diários de cada ETF e índice acionista. Em seguida estimamos os modelos ARMA-GARCH, por forma a corrigir a existência autocorrelação e heterocedasticidade condicional associado à volatilidade das séries temporais financeiras. A estimação conjunta dos modelos ARMA-GARCH permitiu obter retornos filtrados com maior fiabilidade. Através do critério de informação de Akaike (AIC), selecionamos os modelos mais adequados para cada índice financeiro. Posteriormente, estimaram-se os modelos de cópulas para cada par, de forma a analisar a estrutura de dependência, separando as distribuições marginais da dependência conjunta. A seleção da cópula mais adequada, foi também selecionada através do critério de informação de Akaike (AIC).

Os resultados empíricos revelam que, em todos os pares analisados, a cópula t-Student foi considerada a mais adequada, evidenciando uma relação simétrica de dependência, indica assim que há uma influência mútua entre os ETF e índice, tanto quando estão em alta como quando apresentam quedas. A intensidade desta relação foi confirmada pelo coeficiente tau de Kendall, dado que apresenta valores elevados em todas as estimações, evidenciando dependência forte e persistente. Neste contexto, pode concluir-se a existência de *spillover* bidirecional entre os ETF e os respetivos índices acionistas. Assim, confirma-se

que os índices exercem um impacto significativo sobre o comportamento do ETF, o que é esperado face ao objetivo de replicação destes instrumentos. Verifica-se igualmente que os ETF também influenciam os índices, contribuindo para a propagação de choques de mercado, especialmente em períodos de maior volatilidade.

O presente estudo reforça a importância de entender as interações complexas entre ETF e índices acionistas. Do ponto de vista prático, as conclusões são relevantes para investidores, gestores de portfólio e entidades reguladoras. Para os investidores, os resultados sugerem que os benefícios de diversificação podem diminuir em períodos de elevada volatilidade. Por sua vez, para os reguladores, destaca-se a importância de monitorizar os ETF, dada a sua capacidade de amplificação de choques.

Como linha de investigação futura, sugere-se a investigação a outros ETF e índices europeus, bem como recorrer a modelos de copulas dinâmicas, por forma captar variações temporais na estrutura de dependência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aragão, M. R. M. (2011). *Exchange Traded Funds: análise do desempenho e da eficiência de replicação no mercado brasileiro*.
- Bae, K., & Kim, D. (2020). Liquidity risk and exchange-traded fund returns, variances, and tracking errors. *Journal of Financial Economics*, 138(1), 222–253. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2019.02.012>
- Ben-David, I., Franzoni, F., & Moussa Wi, R. (2018). Do ETFs Increase Volatility? *The Journal of Finance*, 73(6), 2471–2535. <https://doi.org/10.1111/jofi.12727>
- Ben-David, I., Franzoni, F., Moussawi, R., Aragon, G., Fardeau, V., Foucault, T., Greenwood, R., Landier, A., Plazzi, A. J., & Richardson, S. (2012). *ETFs, Arbitrage, and Contagion*.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)
- Buetow, G. W., & Henderson, B. J. (2012). An Empirical Analysis of Exchange-Traded Funds. *The Journal of Portfolio Management*, 38(4), 112–127. <https://doi.org/10.3905/jpm.2012.38.4.112>
- Chandrasekaran, B., & Acharya, R. H. (2019). A study on volatility and return spillover of exchange-traded funds and their benchmark indices in India. *Managerial Finance*, 46(1), 19–39. <https://doi.org/10.1108/MF-01-2019-0025>
- Chen, J. H., & Huang, C. Y. (2010). An analysis of the spillover effects of exchange-traded funds. *Applied Economics*, 42(9), 1155–1168. <https://doi.org/10.1080/00036840701721182>
- Constâncio, V. (n.d.). *Contagion and the European debt crisis VÍTOR CONSTÂNCIO*.
- Deville, L. (2008). *Exchange Traded Funds: History, Trading, and Research* (pp. 67–98). https://doi.org/10.1007/978-0-387-76682-9_4
- Diebold, F. X., & Yilmaz, K. (2009). Measuring Financial Asset Return and Volatility Spillovers, with Application to Global Equity Markets. *The Economic Journal*, 119(534), 158–171. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2008.02208.x>

- Dorocáková, M. (2017). Comparison of ETF's performance related to the tracking error. *Journal of International Studies*, 10(4), 154–165. <https://doi.org/10.14254/2071-8330.2017/10-4/12>
- Eichengreen, B. , R. A. K. , & W. C. (1996). *Contagious currency crises*.
- Embrechts, P., Lindskog, F., & Mcneil, A. (2003). Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management. In *Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance* (pp. 329–384). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-044450896-6.50010-8>
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987. <https://doi.org/10.2307/1912773>
- Forbes, K. J., & Rigobon, R. (2002). No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements. *The Journal of Finance*, 57(5), 2223–2261. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00494>
- Gastineau, G. L. (2004). The Benchmark Index ETF Performance Problem. *The Journal of Portfolio Management*, 30(2), 96–103. <https://doi.org/10.3905/jpm.2004.319935>
- Hu, L. (2006). Dependence patterns across financial markets: a mixed copula approach. *Applied Financial Economics*, 16(10), 717–729. <https://doi.org/10.1080/09603100500426515>
- Hussain, S., & Chen, J. H. (2024). The spillover and leverage effects and trading volume of FinTech Exchange-Traded Funds. *Investment Analysts Journal*. <https://doi.org/10.1080/10293523.2024.2379097>
- Kim, J., Cho, H., & Seok, S. (2023). Liquidity risk, return performance, and tracking error: Synthetic vs. Physical ETFs. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 89, 101885. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2023.101885>
- King, M. A. and W. S. (1990). Transmission of volatility between stock markets. *Review of Financial Studies*, 3(1), 5–33.
- Kostovetsky, L. (2003). Index Mutual Funds and Exchange-Traded Funds. *The Journal of Portfolio Management*, 29(4), 80–92. <https://doi.org/10.3905/jpm.2003.319897>

- Lettau, M., & Madhavan, A. (2018). Exchange-Traded Funds 101 for Economists. *Journal of Economic Perspectives*, 32(1), 135–154. <https://doi.org/10.1257/jep.32.1.135>
- Liebi, L. J. (2020). The effect of ETFs on financial markets: a literature review. *Financial Markets and Portfolio Management*, 34(2), 165–178. <https://doi.org/10.1007/s11408-020-00349-1>
- Lin, C.-C., & Chiang, M.-H. (2005). Volatility effect of ETFs on the constituents of the underlying Taiwan 50 Index. *Applied Financial Economics*, 15(18), 1315–1322. <https://doi.org/10.1080/09603100500389630>
- Liu, Y., & Zhao, Y. (2024). Liquidity Spillover between Exchange-Traded Funds: Variations across News Regimes. *Journal of Risk and Financial Management*, 17(9), 391. <https://doi.org/10.3390/jrfm17090391>
- Malinda, M., Chen, J.-H., & Pei Rd, C. (n.d.). The Study of the Spillover, Asymmetric-Volatility and Leverage Effects of Financial Exchange Traded Funds. In *Finance and Economics* (Vol. 11). <https://ssrn.com/abstract=2558779>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Mendes, R. I. L., Gomes, L. M. P., & Ramos, P. A. G. (2022). Financial Contagion from the Subprime Crisis: A Copula Approach. *Scientific Annals of Economics and Business*, 69(4), 501–520. <https://doi.org/10.47743/saeb-2022-0031>
- Pinheiro, C. M., Varela, H. H., Hilário Varela, H., & Júnior, R. P. (2018). Do Exchange Traded Funds (ETFs) Outperform the Market? Evidence from the Portuguese Stock Index. In *GEE Papers Number* (Vol. 109).
- Poterba, J. M., & Shoven, J. B. (2002a). Exchange Traded Funds: A New Investment Option for Taxable Investors. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.302889>
- Poterba, J. M., & Shoven, J. B. (2002b). Exchange Traded Funds: A New Investment Option for Taxable Investors. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.302889>
- Rodriguez, J. C. (2007). Measuring financial contagion: A Copula approach. *Journal of Empirical Finance*, 14(3), 401–423. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2006.07.002>

- Seth, N., & Panda, L. (2018). Financial contagion: review of empirical literature. *Qualitative Research in Financial Markets*, 10(1), 15–70. <https://doi.org/10.1108/QRFM-06-2017-0056>
- Son, D. P., Marshall, B. R., Nguyen, N. H., & Visaltanachoti, N. (2023). Liquidity spillover between ETFs and their constituents. *International Review of Economics & Finance*, 88, 723–747. <https://doi.org/10.1016/j.iref.2023.07.009>
- Tsay, R. S. (n.d.). *Analysis of Financial Time Series Second Edition*.
- Wang, C.-C., Liao, Y.-S., & Yang, J. J. W. (2009). INFORMATION SPILLOVERS IN THE SPOT AND ETF INDICES IN TAIWAN. In *GLOBAL JOURNAL OF BUSINESS RESEARCH* (Vol. 3, Issue 1).
- Yavas, B. F., & Rezayat, F. (2016). Country ETF returns and volatility spillovers in emerging stock markets, Europe and USA. *International Journal of Emerging Markets*, 11(3), 419–437. <https://doi.org/10.1108/IJOEM-10-2014-0150>

Webgrafia:

<https://investidor.cmvm.pt/PInvestidor/Content?Input=372C773580AB3FA905BCDD75A2AA3DB2EB6C84A987537DAC3B7D285CAF92CB4> Acesso em: 10 julho 2025.

<https://www.statista.com/statistics/1199446/number-etfs-europe/> Acesso em: 15 set. 2025.

<https://www.statista.com/statistics/278249/global-number-of-etfs/> Acesso em: 22 set. 2025

Apêndice I – Resultados das Estimativas dos Modelos ARMA-GARCH

Índice	Parâmetros	Estimativa	Desvio-Padrão	Valor-t	Prob (> t)
AEX	μ	0.000594	0.000127	4.6732e+00	0.000003
	AR(1)	1.850946	0.000207	8.9458e+03	0.000000
	AR(2)	-1.410680	0.000171	-8.2624e+03	0.000000
	AR(3)	0.260262	0.000087	2.9885e+03	0.000000
	MA(1)	-1.883948	0.000084	-2.2481e+04	0.000000
	MA(2)	1.476291	0.000017	8.7130e+04	0.000000
	MA(3)	-0.320006	0.000018	-1.7475e+04	0.000000
	MA(4)	0.027047	0.000027	1.0041e+03	0.000000
	MA(5)	-0.007313	0.000034	-2.1520e+02	0.000000
	Ω	0.000002	0.000000	5.2775e+00	0.000000
	Alpha1	0.105999	0.018691	5.6712e+00	0.000000
	Alpha2	0.004968	0.017552	2.8303e-01	0.777151
	Beta1	0.874907	0.004569	1.9150e+02	0.000000
IAEX.AS	μ	0.000679	0.000094	7.2524	0.000000
	AR(1)	0.223897	0.000022	10299.4002	0.000000
	AR(2)	-1.007801	0.000073	-13821.9079	0.000000
	AR(3)	-0.057941	0.000007	-8409.4387	0.000000
	AR(4)	-0.001528	0.000023	-65.8168	0.000000
	AR(5)	-0.043201	0.000009	-4887.6807	0.000000
	MA(1)	-0.241710	0.000041	-5953.2227	0.000000
	MA(2)	1.002389	0.000050	20056.6074	0.000000
	Ω	0.000003	0.000001	3.0263	0.002475
	Alpha1	0.124336	0.015159	8.2021	0.000000
	Beta1	0.859264	0.015302	56.1551	0.000000
BEL20	μ	0.000460	0.000098	4.7165	0.000002
	AR(1)	-0.624080	0.000374	-1669.7540	0.000000
	AR(2)	0.444164	0.000429	1035.9955	0.000000
	AR(3)	0.929299	0.000370	2508.3976	0.000000
	MA(1)	0.636362	0.000161	3944.6550	0.000000
	MA(2)	-0.457334	0.000079	-5767.9510	0.000000
	MA(3)	-0.965498	0.000085	-11347.7700	0.000000
	MA(4)	-0.032267	0.000065	-496.2064	0.000000
	Ω	0.000004	0.000001	3.3244	0.000886
	Alpha1	0.147255	0.013618	10.8136	0.000000
	Beta1	0.358811	0.085159	4.2134	0.000025
	Beta2	0.000025	0.080572	5.8353	0.000000

Tabela 6- Resultados da estimação dos parâmetros dos modelos ARMA-GARCH

Índice	Parâmetros	Estimativa	Desvio-Padrão	Valor-t	Prob (> t)
BEL.BR	μ	0.000538	0.000060	8.9963e+00	0.00000
	AR(1)	1.299508	0.000114	-1.1353e+04	0.00000
	AR(2)	0.039666	0.000077	5.1666e+02	0.00000
	AR(3)	1.254904	0.000039	3.2491e+04	0.00000
	AR(4)	0.643524	0.000066	9.6817e+03	0.00000
	MA(1)	1.286062	0.000038	3.3581e+04	0.00000
	MA(2)	-0.084352	0.000016	-5.2140e+03	0.00000
	MA(3)	-1.306593	0.000023	-5.6208e+04	0.00000
	MA(4)	-0.666667	0.000012	-5.5087e+04	0.00000
	Ω	0.000004	0.000001	5.7011e+00	0.00000
	Alpha1	0.147573	0.017119	8.6205e+00	0.00000
	Alpha2	0.017787	0.020682	8.6001e-01	0.38978
	Beta1	0.246753	0.089144	2.7680e+00	0.00564
	Beta2	0.556197	0.076298	7.2898e+00	0.00000
CAC 40	μ	0.000365	0.000025	1.4326e+01	0.000000
	AR(1)	1.566445	0.000028	5.6390e+04	0.000000
	AR(2)	-1.568786	0.000059	-2.6762e+04	0.000000
	AR(3)	0.988384	0.000020	4.8973e+04	0.000000
	MA(1)	-1.632622	0.000043	-3.7570e+04	0.000000
	MA(2)	1.668711	0.000047	3.5408e+04	0.000000
	MA(3)	-1.090483	0.000058	-1.8855e+04	0.000000
	MA(4)	0.056614	0.000009	6.4039e+03	0.000000
	MA(5)	0.000886	0.000008	1.0723e+02	0.000000
	Ω	0.000004	0.000001	2.9935e+00	0.002758
	Alpha1	0.103664	0.020337	5.0974e+00	0.000000
	Alpha2	0.019368	0.024531	7.8954e-01	0.429794
	Beta1	0.856283	0.019603	4.3682e+01	0.000000
CAC.PA	μ	0.000283	0.000001	3.8561e+02	0.000000
	AR(1)	0.972547	0.000028	3.4963e+04	0.000000
	AR(2)	0.968827	0.000028	3.4976e+04	0.000000
	AR(3)	-0.941651	0.000027	-3.4945e+04	0.000000
	MA(1)	-1.010214	0.000006	-1.7082e+05	0.000000
	MA(2)	-0.941132	0.000006	-1.6117e+05	0.000000
	MA(3)	0.963847	0.000006	1.5806e+05	0.000000
	MA(4)	-0.020780	0.000001	-2.4382e+04	0.000000
	MA(5)	0.008235	0.000000	1.7050e+04	0.000000
	Ω	0.000004	0.000002	2.5385e+00	0.011134
	Alpha1	0.119125	0.018082	6.5880e+00	0.000000
	Beta1	0.859048	0.137085	6.2665e+00	0.000000
	Beta2	0.000000	0.113879	0.0000e+00	1.000000

Tabela 6-Resultados da estimação dos parâmetros dos modelos ARMA-GARCH (continuação)

Índice	Parâmetros	Estimativa	Desvio-Padrão	Valor-t	Prob (> t)
DAX40	μ	0.000697	0.000080	8.7285e+00	0.000000
	AR(1)	-1.040139	0.000028	-3.6499e+04	0.000000
	AR(2)	0.904875	0.000063	1.4471e+04	0.000000
	AR(3)	0.950147	0.000039	2.4615e+04	0.000000
	MA(1)	1.029132	0.000003	3.5861e+05	0.000000
	MA(2)	-0.936579	0.000014	-6.8355e+04	0.000000
	MA(3)	-0.970422	0.000003	-3.2261e+05	0.000000
	Ω	0.000003	0.000001	5.1940e+00	0.000000
	Alpha1	0.075659	0.017561	4.3084e+00	0.000016
	Alpha2	0.028747	0.017319	1.6598e+00	0.096950
	Beta1	0.875427	0.001399	6.2592e+02	0.000000
EXS1.DE	μ	0.000181	0.000002	98.9505	0.000000
	AR(1)	1.194600	0.000164	7276.1259	0.000000
	AR(2)	-0.539230	0.000082	-6552.7154	0.000000
	AR(3)	1.255422	0.000171	7320.5933	0.000000
	AR(4)	-0.915747	0.000130	-7053.2079	0.000000
	AR(5)	0.004055	0.000009	449.3206	0.000000
	MA(1)	-1.217921	0.000013	-95517.8672	0.000000
	MA(2)	0.543320	0.000010	56875.8905	0.000000
	MA(3)	-1.261707	0.000017	-72522.7541	0.000000
	MA(4)	0.936129	0.000013	71285.0624	0.000000
	Ω	0.000003	0.000002	1.4457	0.148271
	Alpha1	0.096424	0.030013	3.2128	0.001315
	Beta1	0.885631	0.238726	3.7098	0.000207
	Beta2	0.000000	0.203275	0.0000	1.000000
FTSE 100	μ	0.000384	0.000120	3.2077	0.001338
	AR(1)	-1.769890	0.001131	-1565.2259	0.000000
	AR(2)	-0.989674	0.003855	-256.7536	0.000000
	MA(1)	1.771245	0.001403	1262.4221	0.000000
	MA(2)	0.988220	0.000116	8508.0092	0.000000
	MA(3)	-0.005598	0.000017	-322.1066	0.000000
	Ω	0.000004	0.000001	3.1214	0.001800
	Alpha1	0.142812	0.018845	7.5784	0.000000
	Beta1	0.540133	0.247824	2.1795	0.029295
	Beta2	0.276286	0.244034	1.1322	0.257566

Tabela 6-Resultados da estimação dos parâmetros dos modelos ARMA-GARCH (continuação)

Índice	Parâmetros	Estimativa	Desvio-Padrão	Valor-t	Prob (> t)
ISF.L	μ	0.000339	0.000056	6.0636	0.000000
	AR(1)	-1.027617	0.000111	-9269.0101	0.000000
	AR(2)	0.105231	0.000053	1992.1045	0.000000
	AR(3)	1.164238	0.000095	12271.1416	0.000000
	AR(4)	0.579447	0.000066	8787.9305	0.000000
	AR(5)	-0.042697	0.000034	-1243.7730	0.000000
	MA(1)	1.052861	0.000060	17602.9746	0.000000
	MA(2)	-0.078245	0.000016	-4773.9401	0.000000
	MA(3)	-1.202939	0.000018	-68600.1227	0.000000
	MA(4)	-0.647592	0.000043	-14932.6426	0.000000
	Ω	0.000004	0.000001	5.7804	0.000000
	Alpha1	0.135864	0.012936	10.5031	0.000000
	Beta1	0.687494	0.068901	9.9780	0.000000
	Beta2	0.137024	0.044329	3.0911	0.001994
FTSE MIB	μ	-0.000179	0.000000	-1.2579e+03	0.000000
	AR(1)	1.526662	0.000265	5.7700e+03	0.000000
	AR(2)	-1.470281	0.000257	-5.7283e+03	0.000000
	AR(3)	0.875301	0.000168	5.2190e+03	0.000000
	AR(4)	0.081839	0.000021	3.9466e+03	0.000000
	AR(5)	-0.015410	0.000021	-4.0685e+03	0.000000
	MA(1)	-1.581972	0.000032	-4.9317e+04	0.000000
	MA(2)	1.575368	0.000033	4.8203e+04	0.000000
	MA(3)	-0.995787	0.000016	-6.0707e+04	0.000000
	Ω	0.000005	0.000004	1.1609e+00	0.245683
	Alpha1	0.090119	0.010451	8.6228e+00	0.000000
	Alpha2	0.013268	0.018479	7.1800e-01	0.472761
	Beta1	0.873166	0.419067	2.0836e+00	0.037197
	Beta2	0.005600	0.364957	1.5344e-02	0.987758
ETFMIB.MI	μ	0.000685	0.000015	46.8815	0.000000
	AR(1)	-1.605655	0.000117	-13674.7228	0.000000
	AR(2)	-1.605755	0.000119	-13438.4121	0.000000
	AR(3)	-0.999422	0.000082	-12187.8763	0.000000
	MA(1)	1.554335	0.000009	182787.3025	0.000000
	MA(2)	1.516055	0.000061	25026.7941	0.000000
	MA(3)	0.905267	0.000030	30484.3974	0.000000
	MA(4)	-0.066802	0.000010	-6890.9673	0.000000
	MA(5)	-0.009292	0.000028	-332.6120	0.000000
	Ω	0.000006	0.000003	2.2523	0.024304
	Alpha1	0.083271	0.017171	4.8495	0.000001
	Alpha2	0.036834	0.019842	1.8564	0.063398
	Beta1	0.854543	0.008049	106.1682	0.000000

Tabela 6- Resultados da estimação dos parâmetros dos modelos ARMA-GARCH (continuação)

Índice	Parâmetros	Estimativa	Desvio-Padrão	Valor-t	Prob (> t)
IBEX 35	μ	0.000429	0.000076	5.6736	0.000000
	AR(1)	0.233448	0.000023	10043.9717	0.000000
	AR(2)	-1.012041	0.000074	-13615.6712	0.000000
	AR(3)	-0.043394	0.000007	-6421.0863	0.000000
	AR(4)	0.002865	0.000015	190.5021	0.000000
	AR(5)	-0.057829	0.000010	-5941.6346	0.000000
	MA(1)	-0.222768	0.000094	-2370.5446	0.000000
	MA(2)	1.002413	0.000021	47473.6510	0.000000
	Ω	0.000004	0.000001	4.3557	0.000013
	Alpha1	0.084444	0.003420	24.6899	0.000000
	Alpha2	0.043685	0.017404	2.5100	0.012072
	Beta1	0.851771	0.448164	1.9006	0.057357
	Beta2	0.000000	0.412331	0.0000	1.000000
LYXIB.MC	μ	0.000498	0.000103	4.8489	0.000001
	AR(1)	-0.959488	0.000069	-14000.9952	0.000000
	AR(2)	-1.166092	0.000081	-14423.7689	0.000000
	AR(3)	-0.225520	0.000025	-9090.3292	0.000000
	MA(1)	0.926514	0.000061	15217.1559	0.000000
	MA(2)	1.120754	0.000056	20092.2507	0.000000
	MA(3)	0.133491	0.000015	8677.6087	0.000000
	MA(4)	-0.053425	0.000011	-4787.3548	0.000000
	MA(5)	-0.042710	0.000011	-3924.0080	0.000000
	Ω	0.000005	0.000001	3.6886	0.000225
	Alpha1	0.124242	0.013669	9.0893	0.000000
	Beta1	0.659232	0.153590	4.2922	0.000018
	Beta2	0.194226	0.148017	1.3122	0.189458

Tabela 6-Resultados da estimação dos parâmetros dos modelos ARMA-GARCH (continuação)