

Planeamento e Otimização da Distribuição  
Capilar: Um estudo de caso de um operador  
logístico  
Carlos Manuel Martins Ribeiro

12/2022

Carlos Manuel Martins Ribeiro

Planeamento e Otimização da  
Distribuição Capilar: Um estudo de  
caso de um operador logístico  
Carlos Manuel Martins Ribeiro

12/2022



# Planeamento e Otimização da Distribuição Capilar: Um estudo de caso de um operador logístico

Carlos Manuel Martins Ribeiro

Orientadora:

Prof.<sup>a</sup> Doutora Sara Martins





# Agradecimentos

Este trabalho representa o fim de um capítulo escolar e pessoal. Conciliar o mundo profissional, o mundo da educação e o mundo do desporto foi sem sombra de dúvidas um desafio enorme que fez dar o melhor de mim em todos os aspetos, uma vez que todos são bastante exigentes. Por isto, agradeço primeiramente a mim próprio por todo o esforço e trabalho durante este tempo.

Agradeço também à minha orientadora, Professora Doutora Sara Sofia Baltazar Martins Correia, por toda a ajuda, conselhos, disponibilidade e orientações durante este processo. Sem sombra de dúvidas que teve muita importância para a realização das várias fases do trabalho.

Um especial agradecimento ao Vítor, pessoa de contacto no operador logístico, por toda a disponibilidade e prontidão que sempre demonstrou para me ajudar na recolha dos dados necessários ao estudo.

Aos meus amigos, que direta ou indiretamente, estiveram presentes durante este percurso e que foram importantes em aspetos que ajudaram no meu bem-estar. E por último, o maior agradecimento é à minha família por me ter dado a possibilidade de estudar e por estarem sempre presentes nas fases boas e menos boas de todo o percurso académico.

A todos, sem exceção, o meu sincero obrigado.



# Resumo

O transporte rodoviário é só um dos exemplos de como vários problemas reais podem ser resolvidos com recurso a uma ferramenta de apoio à decisão, independentemente do meio onde as empresas estão inseridas.

A presente dissertação tem como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta de apoio à decisão baseada na criação de um modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista. O modelo criado retrata um problema de roteamento de veículos com janelas temporais com múltiplos depósitos e múltiplas viagens, ou seja, MTMDVRPTW (Multi-trip, Multi-depot Vehicle Routing Problem with Time-Windows). Para tal, o modelo matemático foi implementado no software Python com o solver do Gurobi, de forma a se obter uma solução dentro de um tempo computacional reduzido. O modelo matemático e a sua implementação no software são apresentados e explicados, assim como as soluções obtidas.

Dada a complexidade do caso real da empresa, o problema foi dividido em dois cenários: (i) a mercadoria está disponível em todos os depósitos em qualquer momento; (ii) a mercadoria pode não estar disponível num depósito, Deste modo são incluídas as datas de lançamento, isto é, o produto só fica disponível para transporte nas rotas de entrega quando chega ao depósito vindo de outro. Este cenário já tem em consideração de forma implícita, a possibilidade de se efetuar cross-docking.

Foi concluído que a implementação de um modelo deste género traz benefícios para a empresa no apoio à decisão, uma vez que consegue apresentar resultados que permitem uma melhor análise da empresa às suas rotas de veículos.

**Palavras-chave:** Apoio à Decisão, Roteamento de Veículos, Programação Linear, Otimização, Distribuição



# Abstract

Road transport is just one of the examples of how several real problems can be solved using a decision support tool, regardless of the environment where companies are inserted.

This dissertation aims to develop a decision support tool based on the creation of a Mixed Integer Linear Programming mathematical model. The model created depicts a MTMD-VRPTW (Multi-trip, Multi-depot Vehicle Routing Problem with Time-Windows). For this, the mathematical model was implemented in the Python software with the Gurobi solver, in order to obtain a solution within a reduced computational time. The mathematical model and its implementation in the software are presented and explained, as well as the solutions obtained.

Given the complexity of the company's real case, the problem was divided into two scenarios: (i) the merchandise is available in all warehouses at any time; (ii) the goods may not be available in a warehouse. In this way, release dates are included, ie the product is only available for transport on delivery routes when it arrives at the warehouse from another. This scenario already implicitly takes into account the possibility of cross-docking.

It was concluded that the implementation of such a model brings benefits to the company in decision support, since it is able to present results that allow a better analysis of the company to its vehicle routes.

**Keywords:** Decision Support, Vehicle Routing, Linear Programming, Optimization, Distribution



# Conteúdo

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	2
1.2 Objetivos do Estudo . . . . .	2
1.3 Metodologia de investigação . . . . .	2
1.4 Estrutura . . . . .	3
<b>2 Revisão da Literatura</b>	<b>5</b>
2.1 Contextualização . . . . .	5
2.2 Problema de Roteamento . . . . .	7
2.3 Variantes . . . . .	8
2.3.1 Time Windows . . . . .	8
2.3.2 Multi-Depot . . . . .	9
2.3.3 Pick-up and Delivery . . . . .	10
2.3.4 VRP com Cross-Docking . . . . .	11
2.4 Rich VRP . . . . .	12
<b>3 Definição do Problema</b>	<b>15</b>
3.1 Caso de Estudo . . . . .	15
3.2 Formulação do Problema . . . . .	16
3.2.1 Definição de Cenários . . . . .	16
3.2.2 Notações . . . . .	17
3.2.3 Formulação Matemática Cenário 1 . . . . .	17
3.2.4 Adaptação ao Cenário 2 . . . . .	19
<b>4 Resolução do Problema</b>	<b>21</b>
4.1 Validação do Modelo . . . . .	21
4.2 Dados do Problema . . . . .	21
4.3 Análise do 1 <sup>o</sup> Cenário . . . . .	22
4.3.1 Performance Computacional . . . . .	23
4.3.2 Testes complementares de Solomon . . . . .	24
4.4 Análise do 2 <sup>o</sup> Cenário . . . . .	25
<b>5 Considerações finais</b>	<b>27</b>
5.1 Limitações do estudo . . . . .	28
5.2 Estudos futuros . . . . .	28
<b>Bibliografia</b>	<b>29</b>



# Lista de Figuras

2.1	Representação Gráfica de um VRP Clássico . . . . .	8
2.2	Representação Gráfica de um VRPTW . . . . .	9
2.3	Representação Gráfica de um MDVRP . . . . .	10
2.4	Representação Gráfica de um VRPPD . . . . .	10
2.5	Representação Gráfica de um VRP com Cross-Docking . . . . .	11



# Lista de Tabelas

4.1	Resultados Função Objetivo . . . . .	23
4.2	Resultados Gap . . . . .	23
4.3	Resultados Testes de Solomon . . . . .	24



# Capítulo 1

## Introdução

Devido ao grande impacto no valor final de um produto, a logística representa um papel fundamental nas decisões das empresas (Boysen e Fliedner 2010). Para que todos os processos de negócio desde o fornecedor até ao cliente final se relacionem, é preciso na grande maioria dos negócios, que exista movimentação de matéria, realçando a importância dos transportes e das empresas deste ramo. O papel que o transporte desempenha na gestão da cadeia de abastecimento é mais complexo do que simplesmente o transporte de mercadorias para as diversas entidades. Ao utilizar um sistema de transportes bem orientado, as mercadorias podem ser expedidas para o destino correto num prazo útil para satisfazer a procura, trazendo eficácia e construindo uma ligação entre produtores e consumidores. Desta forma, o transporte é a base da eficiência na logística e amplia as funções dos sistemas logísticos, trazendo benefícios para a qualidade do serviço, e assim melhorando a competitividade da empresa (Tseng, Yue, Taylor et al. 2005). Num meio que se mostra cada vez mais competitivo, este fator de diferenciação é então procurado pelas empresas de modo a se poderem destacar das empresas do mesmo setor.

O transporte rodoviário é a forma predominante de transporte de mercadorias na Europa e em outras partes do mundo (Apte e Viswanathan 2010). Os custos associados a este tipo de transporte aumentaram significativamente desde o início do século, e ainda de forma mais acentuada nos últimos anos devido ao aumento dos preços do petróleo (Caceres-Cruz et al. 2014). Além disto, a crescente exigência por parte dos clientes relativamente aos transportes, assim como o aumento da concorrência neste mercado, têm conduzido a constantes necessidades de melhoria por parte das empresas de modo a serem competitivas. A entrega direta de mercadorias do ponto de origem ao ponto de destino (designado de transporte direto) é a opção utilizada por muitas empresas na distribuição nacional. A escolha de qual a forma de transporte a se utilizar numa empresa depende de vários fatores, como por exemplo fatores financeiros, logísticos, tipologias de bens a transportar, entre outros (Montoya-Torres et al. 2015).

Uma vez que os operadores logísticos recolhem, armazenam e distribuem produtos com base nos pedidos dos seus clientes, estes podem ter várias instalações de armazenamento e/ou cross-docking, diferentes tipos de veículos para realizarem o transporte e pontos de recolha e/ou entrega espalhados por toda a área geográfica da sua operação (Ruiz-Meza et al. 2020). Além de permitir armazenar mais produtos, permite também melhorar a sua distribuição ao longo do sistema logístico através de uma melhor organização dos produtos (Apte e Viswanathan 2010). A grupagem mostra-se como uma técnica apropriada para complementar a existência destas instalações e otimizando a distribuição visto que os diferentes produtos que são carregados nos camiões e entregues aos clientes, são agrupados com outras cargas semelhantes de acordo com o volume, condição e destino final, repartindo assim o custo de

transporte e permitindo às empresas a utilização da distribuição capilar (Boysen e Fliedner 2010).

## 1.1 Motivação

O presente estudo foi motivado pela operação de um operador logístico, especializado no transporte, armazenagem e logística de produtos em temperatura controlada.

Com sede no interior do país, as suas operações foram sempre muito direcionadas para o transporte internacional em grandes quantidades, tendo uma presença significativa no oeste europeu. No entanto, nos últimos anos a empresa decidiu alterar a sua estratégia operacional, e tem apostado no aumento da distribuição em território nacional, mais precisamente na distribuição capilar. A distribuição capilar representa um fluxo de produtos a jusante na cadeia de abastecimento, que consiste em visitar vários pontos de interesse que requerem transporte de quantidades pequenas de produto, tendo várias restrições operacionais (Hosseinpour e Shariati 2013). Face a este novo posicionamento de transportar quantidades mais reduzidas, para além da operação já existente, a distribuição nacional tem vindo a aumentar e os desafios para otimizar a mesma também aumentam. Para responder a estes desafios, a empresa conta com um depósito no interior (I) e outro no norte do país (N) que lhe permite ter acesso rápido à carga que chega por via marítima, possibilitando a armazenagem de produtos e a utilização de cross-docking. Além destes dois centros de distribuição próprios, a empresa conta ainda com um armazém subcontratado em Lisboa (C) para operações de cross-docking.

Deste modo, a empresa pretende conciliar todo este novo posicionamento com o anterior, pretendendo rentabilizar os custos de transporte da sua frota e assim conseguir uma posição mais competitiva no mercado.

## 1.2 Objetivos do Estudo

O objetivo deste estudo passa por definir um modelo matemático que consiga otimizar a distribuição nacional do operador logístico em questão, olhando para toda a operação nacional em simultâneo, ou seja, transporte de grandes quantidades para retalhistas e transporte de quantidades mais reduzidas para outros clientes. Pretende-se que esta modelação incorpore as principais restrições identificadas pela empresa nos seus problemas de roteamento, incluindo restrições de dependência que possam existir na sua operação. Além da modelação, é pretendido com este estudo a resolução do problema através de softwares de otimização (solvers) de forma a encontrar uma solução que cumpra com todas as restrições do problema.

Pretende-se também analisar os resultados obtidos de forma a que seja possível mostrar as mais valias que a empresa consegue obter, e assim definir diretrizes gerais sobre o planeamento da distribuição nacional desta empresa.

## 1.3 Metodologia de investigação

Com o presente estudo pretende-se otimizar as rotas de transporte a nível nacional da empresa em questão, de forma a se conseguir reduzir os custos do processo e assim permitir uma melhor competitividade no mercado. Para se cumprir com este objetivo, será necessário

compreender a operação do operador logístico, mais concretamente da sua distribuição nacional, bem como identificar todas as restrições operacionais relacionadas com o problema. Para isto, é essencial recolher e analisar os dados históricos da empresa relativos aos pedidos de entregas e recolhas executadas e todos os parâmetros necessários à modelação do problema, que serão obtidos diretamente através da empresa. Os dados que não forem possíveis obter, irão ser definidos através da literatura encontrada.

O modelo para o caso em estudo será desenvolvido com base em artigos científicos identificados na literatura que conjugam diferentes tipos de problemas de roteamento de veículo (VRP - Vehicle Routing Problem). Como o problema real do operador logístico é bastante complexo, este irá ser analisado em três fases. Essas três fases incidirão sobre a existência de apenas um tipo de produto na atividade da empresa, existência de mais do que um tipo de produto, e a existência e possibilidade de cross-docking. Será implementado utilizando softwares de otimização e posteriormente resolvido com recurso ao solver Gurobi. Através da análise dos resultados obtidos, diretrizes gerais sobre o planeamento da distribuição nacional serão definidas e apresentadas à empresa.

## **1.4 Estrutura**

A presente dissertação está organizada em seis capítulos. No Capítulo 1 é feita uma breve introdução ao tema geral abordado, seguindo-se a motivação e objetivos do presente estudo. É também descrita a metodologia adotada, finalizando com a presente estrutura.

No Capítulo 2 encontram-se todos os estudos e pesquisas utilizados para o desenvolvimento da dissertação. No primeiro subcapítulo é feita uma contextualização do tema onde se abordam questões relevantes do mesmo. Após esta contextualização, são introduzidos e descritos os problemas de roteamento na sua forma mais genérica, bem como as variantes consideradas relevantes para o presente estudo. O capítulo termina com a apresentação da variante que engloba também as questões operacionais neste tipo de problemas.

O Capítulo 3 define o problema a estudar, mostrando o caso de estudo a considerar e os cenários a que irão ser testados. São também apresentados todas as notações e parâmetros a considerar na formulação do problema, estando esta formulação também contida neste capítulo.

No Capítulo 4 é elaborada a validação do modelo através das instâncias de Solomon, contendo também a resolução do problema, bem como a apresentação e análise das soluções de ambos os cenários testados.

Já no Capítulo 5 são elaboradas as considerações finais relativas ao estudo, nomeadamente as conclusões a retirar do mesmo, as suas limitações e possíveis estudos futuros.



## Capítulo 2

# Revisão da Literatura

Neste capítulo estão presentes as pesquisas efetuadas para a elaboração do presente estudo. Numa primeira fase é apresentada uma contextualização do tema. Após isto, é abordado o problema de roteamento (VRP) na sua forma genérica. Seguidamente são apresentadas as variantes do problema de roteamento consideradas relevantes para o estudo em questão.

### 2.1 Contextualização

Num ambiente cada vez mais competitivo, as empresas procuram ser mais eficientes de modo a se diferenciarem e serem mais competitivas no mercado em que atuam. Devido ao grande impacto no valor final de um produto, a logística representa um papel fundamental nas decisões das empresas (Boysen e Fliedner 2010). A logística surgiu no meio militar, estando o transporte ligado a este conceito. Devido à evolução empresarial que tornou a logística mais complexa, a logística passou a desempenhar um papel mais importante nas organizações. A logística passou assim de um meio militar para estar presente em várias organizações de diversas áreas, fazendo com que as empresas tenham de se adaptar às novas situações e desafios que surgem. O conceito de logística evoluiu também de uma ótica de custos para uma ótica de satisfação do cliente, ou seja, os serviços da logística não visam unicamente diminuir os custos de uma empresa, mas também oferecer um melhor serviço ao cliente, aumentando assim a sua satisfação (Bowersox, Mentzer e Speh 2008). Deste modo, um bom sistema de transportes por parte de uma empresa ajuda a que esta obtenha vantagens sobre os concorrentes, contribuindo para a sua competitividade. À medida que as empresas procuram esta eficiência e competitividade, a otimização da gestão da cadeia de abastecimento (SCM – Supply Chain Management) torna-se indispensável ao crescimento da empresa. Portanto, sendo necessária a movimentação de produtos, o transporte desempenha um processo fundamental na cadeia de valor (Ancele et al. 2021).

Com clientes cada vez mais exigentes, a inovação torna-se essencial para a competitividade das empresas, sendo a rapidez e o custo dois aspetos fulcrais nos problemas de transporte (Ruiz-Meza et al. 2020). No entanto, os tomadores de decisão têm muitas vezes de lidar com vários objetivos simultaneamente, que à partida são conflituosos, como por exemplo maximizar o nível do serviço e minimizar o número de veículos utilizados (Montoya-Torres et al. 2015).

O custo relacionado com o transporte de mercadorias é cada vez mais um fator preponderante nos resultados das empresas, fazendo com que a utilização de técnicas computacionais para otimizar as rotas dos veículos possa resultar em vantagens. Por norma, a gestão de transportes traduz-se numa frota que distribui mercadorias de um depósito para um conjunto de clientes em diferentes localizações. No entanto, à medida que o número de nodos

umenta, também aumentam as complexidades em obter um plano de rotas que minimize os custos sem comprometer a satisfação do serviço prestado (Gutián de Frutos e Casas-Méndez 2019). Deste modo, encontrar formas de otimizar os custos de transporte mostra-se relevante para a competitividade das empresas. Uma das estratégias que tem impacto nesse aspecto e na otimização de todo o processo é o cross-docking (Apte e Viswanathan 2010).

O cross-docking é uma estratégia de logística utilizada atualmente por várias empresas em diversos setores, como por exemplo empresas de retalho e empresas de transporte. Proposto pela primeira vez pelo Walmart, o cross-docking é uma estratégia de consolidação com armazenamento de curto prazo, que tem um grande potencial para reduzir o custo do stock mantendo a satisfação do cliente (Moghadam, Ghomi e Karimi 2014). Por ser uma estratégia de armazenamento de curto prazo, traz vantagens significativas sobre o armazenamento tradicional ao nível da redução no investimento em stock, espaço de armazenamento, custo de manuseamento e tempo de ciclo do pedido (Apte e Viswanathan 2010).

Segundo Kinnear (1997), a estratégia de cross-docking caracteriza-se por receber produtos de vários fornecedores, e consolidá-los de modo a serem entregues nos destinos comuns. Assim, este princípio assenta numa primeira fase, em descarregar no cross-dock os produtos que são recolhidos em vários pontos. Após esta fase, procede-se à classificação de acordo com o destino dos produtos e, em seguida, carregar os veículos que saem para satisfazer determinadas áreas. Esta estratégia caracteriza-se ainda por ter pouco manuseamento e pouco ou nenhum armazenamento entre a descarga e o carregamento das mercadorias, de modo a conseguir economias de escala. Neste processo, duas atividades fundamentais são as chegadas simultâneas de veículos ao centro de distribuição e a consolidação dos produtos. Estas atividades permitem acelerar o fluxo físico de mercadorias (Ancele et al. 2021; Lahyani, Khemakhem e Semet 2015; Y. H. Lee, Jung e K. M. Lee 2006).

As vantagens do cross-docking fazem com que seja uma estratégia logística interessante que permite às empresas vantagens competitivas. Kreng e F.-T. Chen (2008), comprovam a redução de custos devido às estratégias de cross-docking na SCM, concluindo que dependendo da empresa e das restrições aplicáveis, uma estratégia de cross-docking pode superar o transporte direto. Esta vantagem torna o cross-docking uma estratégia importante de logística, recebendo cada vez mais notoriedade nas empresas, principalmente nas empresas de transporte, devido ao seu crescente volume de mercadorias transportadas (Boysen e Fliedner 2010).

As empresas deste setor procuram cada vez mais soluções que permitam otimizar os seus transportes e assim melhorar a sua competitividade. Irnich, Toth e Vigo (2014) concluíram no seu estudo que a utilização de abordagens de otimização no planeamento da distribuição, resulta em poupanças nos custos de transporte na ordem dos 5% a 10%. Deste modo, a sua implementação traz vantagens competitivas para as empresas, uma vez que auxilia a tomada de decisão orientada para a otimização da SCM através de uma melhor eficiência das rotas dos veículos (Ruiz-Meza et al. 2020; Pérez-Rodríguez e Hernández-Aguirre 2019; Ruiz et al. 2019). Cada vez mais as empresas apostam no aumento da sustentabilidade através do chamado Green Logistics. Uma vez que no setor dos operadores logísticos, o transporte representa uma grande parte dos custos totais da logística, o planeamento de rotas não pode ser excluído desta sustentabilidade. Enquanto que antigamente o planeamento de rotas era impulsionado pelos custos totais que por sua vez eram dependentes da distância total percorrida, atualmente tem em conta as preocupações ambientais através das emissões de dióxido de carbono.

## 2.2 Problema de Roteamento

Segundo Kim et al. (2015), o VRP é uma extensão do problema do caixeiro-viajante apresentado por Flood (1956). O problema do caixeiro-viajante (TSP - Traveling Salesman Problem) pode ser definido como um problema em que dado um número determinado de nós e o custo de viajar entre eles (normalmente a distância geográfica entre os nós), determina-se o trajeto mais económico de visitar todos os nós e regressar à origem. O VRP, por sua vez, é uma generalização do TSP envolvendo mais de um vendedor (veículo). Assim, como o TSP, o VRP pertence à classe de problemas NP-hard. Os objetivos mais comuns dos VRPs, à semelhança do problema do caixeiro-viajante, passam por tentar minimizar a distância total percorrida, o tempo total decorrido ou o custo total do transporte (Lahyani, Khemakhem e Semet 2015).

Os VRPs podem ser classificados em duas categorias: determinística ou estocástica, e estática ou dinâmica. Os problemas estocásticos são aqueles que possuem incerteza associada, ou seja, os parâmetros da procura, tempo, entre outros, são desconhecidos (Murata e Itai 2008). Em problemas dinâmicos, parte ou todos os parâmetros são desconhecidos, sendo apenas revelados dinamicamente durante a projeção ou execução das rotas. Para esses problemas, as rotas dos veículos são continuamente redefinidas, exigindo assim um suporte tecnológico para comunicação em tempo real entre os veículos e a pessoa que toma a decisão (Pillac et al. 2013). Nestes casos, a projeção inicial pode ser ajustada, permitindo a possibilidade de receber informações adicionais e alterar alguns parâmetros do problema (Lahyani, Khemakhem e Semet 2015). Já os problemas de roteamento estáticos e determinísticos assumem que todos os parâmetros são conhecidos de antemão e que as rotas dos veículos não mudam uma vez estando em execução.

O VRP foi formulado pela primeira vez como um modelo de programação matemática por Dantzig e Ramser (1959) e pode ser representado por um grafo completo  $G = (V, A)$ , onde  $V = 0, 1, \dots, n$  é o conjunto de vértices e  $A$  é o conjunto de arcos. Os vértices  $j = 1, \dots, n$  correspondem aos clientes, cada um com procura conhecida não negativa,  $d_j$ , enquanto o vértice 0 corresponde ao depósito. Um custo não negativo,  $c_{ij}$ , está associado a cada arco  $(i, j)$  e representa o custo de viajar do vértice  $i$  para o vértice  $j$ . O problema consiste em tentar encontrar um conjunto de percursos, cada um representando uma rota de um veículo com custo mínimo, tal que: (i) cada rota inicia e termina no depósito; (ii) cada cliente é visitado uma vez. Esta formulação é considerada como sendo a do VRP clássico, onde todos os parâmetros constituintes são determinísticos, ou seja, são conhecidos os clientes, a quantidade a transportar e os custos de transporte (Liu 2009). No entanto, na literatura considera-se o Problema de Roteamento de Veículos com Limite de Capacidade (CVRP – Capacited Vehicle Routing Problem) como sendo o mais usual (Lahyani, Khemakhem e Semet 2015; Ruiz-Meza et al. 2020). Nesta formulação, a carga distribuída em cada rota não pode exceder a capacidade do veículo (Eksioglu, Vural e Reisman 2009). Podemos verificar este tipo de problema na figura 2.1.



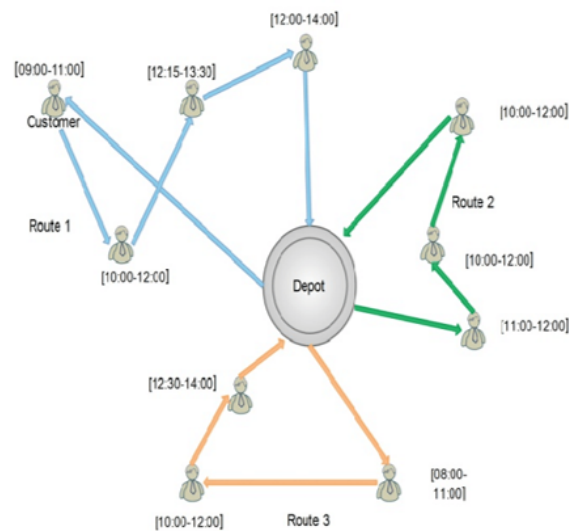


Figura 2.2: Representação Gráfica de um VRPTW  
 Fonte: Retirado de Aggarwal, V. Kumar e Girdhar 2017

As janelas de tempo podem ser definidas como sendo rígidas (hard) ou flexíveis (soft). No caso de janelas de tempo rígidas, os tempos de chegada não podem ser violados, isto é, o veículo pode chegar antes da janela de tempo definida e aguardar até que o cliente fique disponível, mas não pode chegar atrasado (Iqbal, Kaykobad e Rahman 2015; S. N. Kumar e Panneerselvam 2012). No caso das janelas de tempo flexíveis, estas podem ser violadas com a consequência de se gerar penalidades (custos para a empresa de transportes) (Solomon e Desrosiers 1988).

### 2.3.2 Multi-Depot

Um depósito é um espaço logístico de armazenagem de produtos de uma empresa, agindo também como regulador do fluxo de mercadorias entre fornecedores e clientes. Nestas instalações, procede-se à receção da mercadoria, ao seu armazenamento e expedição (Ruiz-Meza et al. 2020). No caso da empresa do caso de estudo, esta tem à sua disposição mais do que um depósito no território nacional. Assim, é relevante referir o problema de roteamento com múltiplos depósitos (MDVRP – Multi-Depot Vehicle Routing Problem).

O MDVRP assume que existem vários depósitos espalhados geograficamente entre os clientes como se pode verificar através da figura 2.3 (Montoya-Torres et al. 2015). Estes depósitos podem ter características diferentes quanto à sua localização e capacidade, fazendo com que afete os custos globais da empresa de forma distinta (Lahyani, Khemakhem e Semet 2015; Montoya-Torres et al. 2015). No VRP clássico, existe apenas um único depósito, o que pode ser a realidade de muitas empresas devido a motivos financeiros, de dimensão, de mercado, entre outros. Em empresas ou mercados em que é possível existirem vários depósitos, como por exemplo no setor do retalho, é possível otimizar o serviço usando esta variante do VRP (Boysen e Fliedner 2010). Ao existirem vários depósitos espalhados geograficamente, é necessário definir qual deles serve cada cliente.

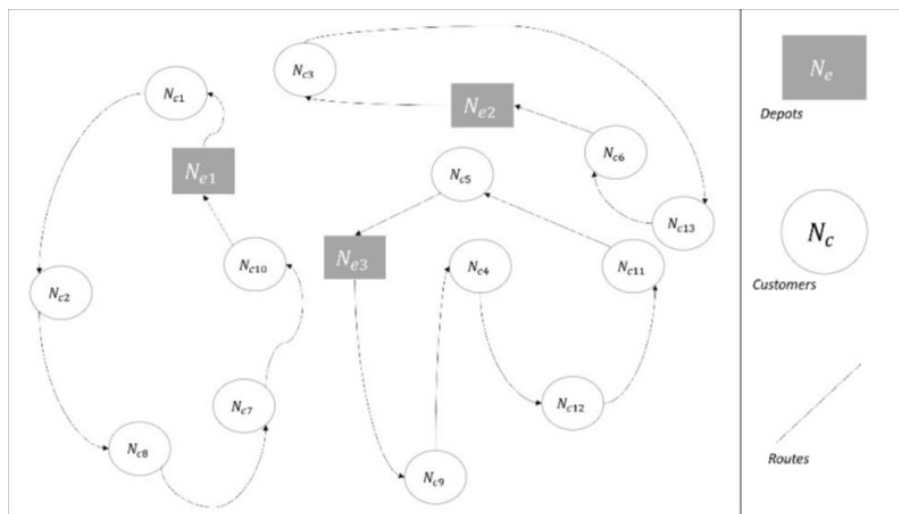


Figura 2.3: Representação Gráfica de um MDVRP  
 Fonte: Retirado de Ruiz-Meza et al. 2020

O MDVRP representa uma situação em que os veículos atribuídos aos percursos podem partir de diferentes depósitos, de modo a cumprir as visitas estabelecidas aos vários clientes localizados em diferentes pontos de uma área geográfica e, no final, retornar ao depósito de onde saíram (Ruiz-Meza et al. 2020; Renaud, Laporte e Boctor 1996).

### 2.3.3 Pick-up and Delivery

O problema de roteamento de veículos com recolha e entrega (VRPPD – Vehicle Routing Problem with Pick-up and Delivery) é uma generalização do VRP que se ocupa de encontrar as rotas ideais, onde cada solicitação requer uma recolha e/ou entrega de bens. Apesar de existirem várias variantes do VRPPD, na mais usual os veículos devem entregar a mercadoria proveniente do depósito aos clientes, mas também levá-la nas localizações dos clientes para serem devolvidas ao depósito (Lahyani, Khemakhem e Semet 2015; Tasan e Gen 2012; C. Wang et al. 2015). Uma vez que a empresa do caso de estudo efetua recolhas e entregas nos seus clientes, esta variante de VRP mostra-se relevante para este estudo, podendo ver um exemplo na figura 2.4.

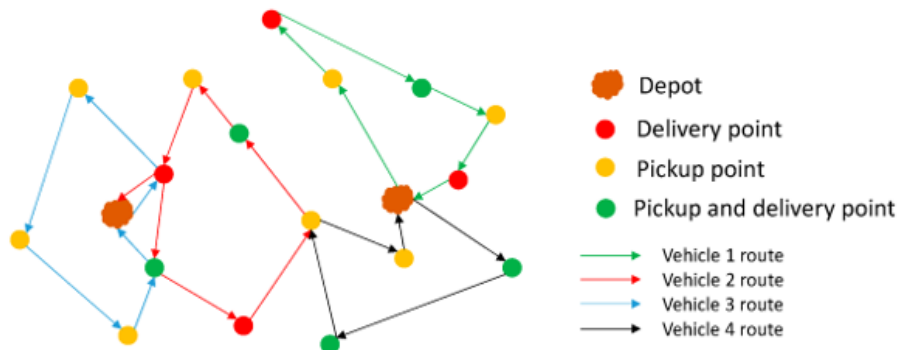


Figura 2.4: Representação Gráfica de um VRPPD  
 Fonte: Retirado de Ren, Z. Wang e Y. Chen 2020

Um caso particular do VRPPD é o problema de roteamento de veículos com Backhauls (VRPB – Vehicle Routing Problem with Backhauls). Esta variante foi introduzido por Goetschalckx e Jacobs-Blecha (1989), e consiste no transporte de mercadorias para os clientes linehaul (nos quais se vai entregar mercadoria do depósito) e dos clientes backhaul (nos quais se vai recolher mercadoria para o depósito). Deste modo, um conjunto de rotas de veículos deve ser projetado de forma a que todos os clientes sejam atendidos uma só vez, e que, na mesma rota, nenhum cliente de onde se tem de recolher mercadoria seja visitado antes de qualquer outro cliente onde se tem de entregar mercadoria.

### 2.3.4 VRP com Cross-Docking

O cross-docking desempenha um papel importante na distribuição de mercadorias pois, na maioria dos modelos comuns, a capacidade dos veículos não é totalmente utilizada (Ali-naghian et al. 2016). Deste modo, o uso do cross-docking é uma estratégia de logística utilizada pelas empresas quando a cadeia de abastecimento abrange pelo menos dois níveis (por exemplo cliente e fornecedor) visto que é conhecido por ser uma das estratégias mais eficazes em sistemas de logística para melhorar o fluxo de produtos nas cadeias de abastecimento (Van Belle, Valckenaers e Cattrysse 2012; Santos, Mateus e Da Cunha 2013).

Resultante da integração de decisões de roteamento com estratégias de cross-docking, nasceu o denominado problema de roteamento com cross-docking (VRPCD - Vehicle Routing Problem with Cross-Docking) como ilustrado na figura 2.5. O VRPCD é uma variante do VRP clássico que contém restrições espaciais e de sincronização de mercadoria, onde as instalações de cross-docking permitem que os produtos sejam transportados e processados (Ancele et al. 2021). Esta sincronização de mercadorias tem impacto nas atividades de recolha e entrega, visto que utiliza a mesma frota de veículos nas rotas. Introduzido por Y. H. Lee, Jung e K. M. Lee (2006), numa variante que impõe que os veículos cheguem ao mesmo tempo ao cross-dock, foi mais tarde modificado por Wen et al. (2009). Neste estudo, foram impostas restrições de precedência com base nas decisões de consolidação, e adicionadas janelas de tempo, sendo esta modelação a mais usual (Grangier et al. 2021).

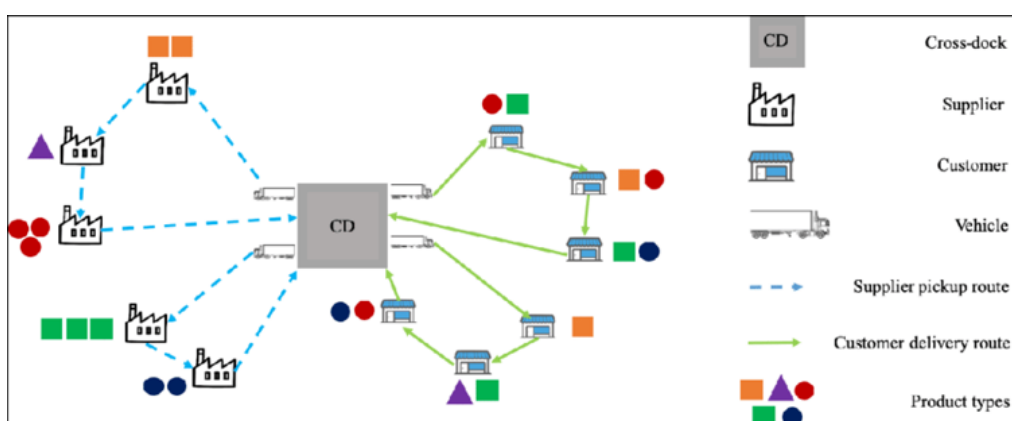


Figura 2.5: Representação Gráfica de um VRP com Cross-Docking

Fonte: Retirado de Gunawan et al. 2020

Desta forma, contando com espaços que possibilitam fazer esta operação, a empresa em análise utiliza esta estratégia nos seus processos de transporte, fazendo com que seja relevante estudar esta variante na literatura, para depois incorporar no modelo de otimização.

## 2.4 Rich VRP

As tendências mais recentes da literatura concentram-se principalmente na aplicação de várias variantes simultaneamente. Para se conseguir caracterizar problemas reais com mais precisão, é necessário adicionar ao modelo muitas características diferentes, levando à criação dos chamados Rich VRP (Cattaruzza, Absi e Feillet 2016). É neste âmbito que surge esta variante que combina várias restrições operacionais para lidar com problemas mais realistas (Caceres-Cruz et al. 2014).

Ao abordar temas relacionados com transporte, elencam-se várias restrições relacionadas com os períodos de trabalho diário, número e duração dos períodos de descanso diário e semanal, período máximo de horas de condução, entre outros. Os regulamentos dos motoristas procuram oferecer uma condução segura e reduzir o número de acidentes ao mesmo tempo que tenta reduzir os custos totais (Lahyani, Khemakhem e Semet 2015).

Além destas condicionantes, existem também as restrições de dependência, que podem ser de inclusão e/ou exclusão. Um cliente pode ou não ser atendido a partir de um determinado depósito, por um determinado veículo ou por um motorista em específico. Com isto, as exigências do veículo e as qualificações do condutor tais como licenciamento, formação para o transporte de materiais específicos e conhecimentos sobre uma determinada área geográfica, podem limitar a compatibilidade entre condutor, veículo e cliente (Pellegrini, Favaretto e Moretti 2007; Rieck e Zimmermann 2010).

Adicionalmente, segundo Goel (2010), as características dos veículos ou as especificidades dos produtos podem causar incompatibilidade no momento de solicitação do veículo, ou seja, viaturas com particularidades diferentes atendem melhor às necessidades do cliente. Estas necessidades podem estar relacionadas com limitações físicas, preocupações ambientais, equipamentos logísticos específicos ou variações de procura. Os veículos utilizados podem diferir de acordo com as suas capacidades e o mesmo veículo pode ter vários compartimentos com capacidades diferentes. Esta última opção mostra-se relevante quando diversos produtos, que devem permanecer separados durante o transporte, devem ser carregados nos veículos, como por exemplo produtos que requerem diferentes níveis de refrigeração (Derigs et al. 2011; Chajakis e Guignard 2003). Os problemas VRP são normalmente single commodity, ou seja, abordam apenas a existência de um único produto. Contudo, existem também problemas de multi-commodity, isto é, consideram a existência de mais do que um produto (Derigs et al. 2011).

Na empresa do caso de estudo, visto que opera no setor do transporte de produtos em temperatura controlada, entender estas questões torna-se importante para formular o modelo de otimização.

Devido à capacidade limitada e ao objetivo de minimizar o tamanho da frota, os veículos não devem ficar limitados a realizarem apenas uma viagem por dia (Zhen et al. 2020). Os problemas de roteamento de veículos de múltiplas viagens (MTVRP - Multi-trip Vehicle Routing Problem) estendem o conhecido VRP ao permitirem que os veículos efetuem várias viagens por dia (Hernandez et al. 2014). Fleischmann (1990), foi o primeiro a investigar esta variante do VRP. Desde a sua publicação, muitas contribuições sobre o MTVRP foram publicadas, como observado por exemplo na pesquisa de Cattaruzza, Absi e Feillet (2016). Este tipo de problemas tem recebido muita atenção na literatura devido à sua pertinência em aplicações reais, como na logística em cidades e na distribuição capilar (Huang et al. 2021; Paradiso et al. 2020).

No entanto, é possível identificar um caso especial deste tipo de problemas, o MTVRP com limite de capacidade e janelas de tempo (CMTVRPTW – Capacited Multi-trip Vehicle Routing Problem with Time Windows) (Hernandez et al. 2014). Hernandez et al. (2016) propõem um método exato para o CMTVRPTW capaz de resolver instâncias até 50 clientes e quatro veículos. Além disto, no problema retratado por estes autores, a duração é ilimitada.

Além destas características, diferentes artigos consideram ainda restrições adicionais ao CMTVRPTW, como tempos de serviço nos depots e clientes (Hernandez et al. 2014; Hernandez et al. 2016) duração limitada da viagem (Hernandez et al. 2014, data de lançamento (release dates) das mercadorias a entregar (Cattaruzza, Absi e Feillet 2016). Essas restrições dão origem a outros problemas distintos: o MTVRP com tempos de serviço (MTVRPTW-ST), o MTVRP com duração limitada de viagem (MTVRPTW-LD) e o MTVRP com datas de lançamento (MTVRPTW-RD) (Paradiso et al. 2020).

No que concerne a combinação de múltiplos depósitos e VRPTW, existem estudos na literatura tais como Bae e Moon (2016), Bettinelli, Ceselli e Righini (2011) e Desaulniers, Lavigne e Soumis (1998). Por exemplo, Desaulniers, Lavigne e Soumis (1998) propuseram um modelo de roteamento multi-depot com janelas de tempo (MDVRPTW – Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Time Windows) onde uma frota de veículos é abastecida por diferentes depósitos e as viagens efetuadas são restringidas a iniciar dentro de um intervalo de tempo.

Para Cattaruzza, Absi e Feillet (2016), a distribuição afeta ao depósito deve ser otimizada diariamente visto que os produtos chegam continuamente a este, e é a partir do qual que é operada a distribuição capilar. Os depósitos podem receber mercadoria durante todo o dia, fazendo com que os produtos não estejam obrigatoriamente num determinado depósito no início do horizonte temporal. Assim, os veículos que iniciam uma viagem só podem transportar produtos que estejam disponíveis no depósito respectivo. Com esta nuance, é introduzido o conceito de datas de lançamento (release dates), que se refere ao momento em que a mercadoria solicitada por um cliente está disponível num determinado depósito.

As datas de lançamento foram consideradas em alguns estudos de VRP. Archetti, Feillet, Mor et al. (2018) estudaram o problema base do caixeiro-viajante com datas de lançamento, introduzindo algumas características a este. Archetti, Feillet e Speranza (2015) e Reyes, Erera e Savelsbergh (2018), introduziram datas de lançamento no VRP onde os veículos estão alocados a um único depósito e a sua capacidade não é limitada. Inspirados no campo da logística urbana, a combinação desses atributos num único modelo fez com que Cattaruzza, Absi e Feillet (2016) propusessem o chamado VRP de múltiplas viagens com janelas de tempo e datas de lançamento (MTVRPTW-RD - Multi-trip Vehicle Routing Problem with Time Windows and Release Dates), tendo os autores desenvolvido um modelo para resolver esse problema e mostrado a eficácia do método.

Já Hernandez et al. (2014) considera nos seus estudos o MTVRP-LD, ou seja, as viagens têm duração limitada. Este limite de duração pode ser motivado por várias questões, como por exemplo questões de gestão, tempo máximo de condução dos motoristas, natureza das mercadorias transportadas, horários dos depósitos, entre outros. O primeiro método exato para o MTVRP-LD, apesar de ser uma formulação mais geral, foi proposto por Azi, Gendreau e Potvin (2007). No estudo destes autores, ao contrário do convencional para problemas de roteamento de veículos, não é obrigatório visitar todos os clientes. Os resultados alcançados mostram que a restrição de duração de viagem limitada tem grande influência nos resultados.

Os tempos de serviço dizem respeito às operações de manuseamento da mercadoria nos clientes e nos depósitos. O carregamento de um veículo para uma viagem é realizado antes da partida no depósito para rotas de entrega. Se forem rotas de recolha, o veículo sai do depósito vazio, e os carregamentos são efetuados nos clientes. Os tempos de carregamento e descarregamento nestas situações não estão incluídos no limite de duração da viagem (Hernandez et al. 2014). Hernandez et al. (2016) estudaram através de métodos exatos um problema de roteamento que considera os tempos de serviço, sendo que o algoritmo criado resolve 25 de 27 instâncias com 25 clientes. Neira et al. (2020) também estudaram este aspeto, comprovando com as suas investigações que os modelos obtidos superam as formulações existentes até à data.

Tendo em conta estas variantes, Zhen et al. (2020) desenvolveram um modelo que agrega todas estas características, propondo assim o MDT VRPTW-R (Multi-depot Multi-trip Vehicle Routing Problem with Time Windows and Release Dates). Os resultados dos seus estudos mostram que os modelos propostos além de obterem a solução ótima para alguns problemas com pequenas dimensões, também resolvem alguns problemas de maior dimensão (200 clientes, 20 depósitos e 40 veículos) em tempo razoável. Deste modo, a formulação utilizada por Zhen et al. (2020) será a utilizada como base no nosso caso de estudo, visto que contém o que se considera necessário para o caso da empresa do estudo.

## Capítulo 3

# Definição do Problema

O trabalho em questão tem por base um problema real de um operador logístico da área do transporte em temperatura controlada, sendo descrito na secção 3.1. Neste capítulo são apresentados todos os dados e pressupostos necessários para a resolução do problema. Numa primeira fase é apresentada uma contextualização do problema real, e após isto, é elaborada a formulação do problema com todas as restrições inerentes. Optou-se por o resolver recorrendo a um modelo matemático com o objetivo de determinar a sua solução ótima. Para o efeito elaborou-se o modelo matemático e fez-se a sua implementação num software para teste e obtenção de resultados.

### 3.1 Caso de Estudo

O presente estudo foi motivado pela operação de um operador logístico, especializado no transporte, armazenagem e logística de produtos em temperatura controlada.

Como já referido previamente, o operador logístico pretende aumentar a sua notoriedade no mercado nacional, onde realiza a sua distribuição de grandes quantidades como também de pequenas quantidades (capilar). Desta forma, o crescimento da sua distribuição nacional tem sido notório, fazendo com que os desafios para otimizar a mesma também aumentem.

Nas suas operações, e de forma a satisfazer o cliente, o operador logístico apresenta soluções quer de recolha e entrega de mercadoria, quer de recebimento de mercadoria nas suas instalações. O seu principal objetivo passa por realizar entregas diárias, tendo a possibilidade de efetuar transporte de grupagem e carga completa efetuado por veículos próprios. A grupagem refere-se ao processo de reorganização e agrupamento de produtos de vários clientes num camião, sendo um fenómeno muito presente no setor logístico devido às vantagens que oferece quanto à redução de custos e melhoria da produtividade. Já no transporte de carga completa, a carga ocupa todo o espaço do camião e é entregue de forma direta, com máxima rapidez e segurança.

O operador logístico tem à sua disposição dois centros de distribuição próprios, no interior (I) e no norte (N) do país, que permitem efetuar armazenagem e cross-docking. Para auxiliar na distribuição mais a sul do país a empresa dispõe ainda de um armazém subcontratado em Lisboa (C) para operações de cross-docking. Desta forma, a frota de veículos disponíveis é dividida em três frotas, cada uma associada a um depósito. Cada veículo inicia e termina a sua rota no depósito que lhe foi associado, visitando apenas os clientes que foram definidos para esse depósito.

Nas operações do quotidiano, o operador logístico efetua rotas de recolha com os seus veículos, mas também recebe diretamente mercadoria nas suas instalações. Como também efetua grupagens de mercadoria, os seus depósitos têm a funcionalidade de possibilitar efetuar cross-docking. No entanto, a mercadoria pode também não passar pelas suas instalações, ou seja, a recolha é feita diretamente na origem e a entrega no destino final do seu cliente. Deste modo, existem muitos fluxos de mercadoria a considerar, tornando o problema real do operador logístico extremamente complexo.

Atualmente, o método existente de roteamento de veículos para as rotas dos veículos da empresa é baseado no conhecimento dos seus planeadores. Assim, e sendo o cálculo de rotas uma tarefa de elevada complexidade, que requer bastante tempo e conhecimento, surge a necessidade de criar um método de otimização de rotas com recurso a uma ferramenta informática, motivo que sustenta a realização da presente dissertação de mestrado. Pretende-se então, desenvolver um modelo, que sirva como ferramenta de apoio à decisão e que permita otimizar os recursos alocados ao transporte, permitindo obter uma maior eficiência no transporte.

Posto isto, a empresa pretende rentabilizar os custos de transporte da sua frota e assim conseguir uma posição mais competitiva no mercado em que atua.

## 3.2 Formulação do Problema

O modelo criado foi retirado de Zhen et al. (2020), sendo adaptado ao caso do operador logístico em estudo. Devido à complexidade do problema, este será simplificado e atacado por fases. Os cenários a considerar estão descritos na secção 3.2.1. Já a secção 3.2.2 elenca todas as notações do problema, a secção 3.2.3 diz respeito à formulação matemática do cenário 1, e por fim, a secção 3.2.4 respeita às adaptações feitas para o cenário 2.

### 3.2.1 Definição de Cenários

Esta secção descreve os cenários considerados para resolver o problema simplificado do operador logístico.

Numa primeira fase, o cenário considera a existência de apenas um tipo de produto na atividade da empresa, e que este se encontra disponível a qualquer momento em qualquer um dos depósitos da empresa. É assim pressuposto a existência de uma rota de transporte que recolhe o produto e que o deixa disponível nos depósitos para serem iniciadas as rotas de entrega aos clientes. Deste modo, este problema caracteriza-se como sendo um MTMDVRPTW (Multi-trip, Multi-depot Vehicle Routing Problem with Time-Windows).

Numa segunda fase, o cenário considera a existência de mais do que um produto na operação da empresa e que os produtos possam não estar à disposição num depósito, mas podem estar disponíveis noutro. Deste modo são incluídas as datas de lançamento, isto é, o produto só fica disponível para transporte nas rotas de entrega quando chega ao depósito vindo de outro. Este cenário já tem em consideração de forma implícita, a possibilidade de se efetuar cross-docking.

Com isto, é pretendido otimizar todo o processo e assim se assemelhar o mais possível ao contexto da empresa.

Neste capítulo são definidas as notações e parâmetros a utilizar no modelo, bem como apresentada a formulação matemática para o caso de estudo em questão.

### 3.2.2 Notações

---

Índices e Conjuntos	
$i, j, l$	Índice de clientes
$N$	Conjunto de clientes
$k$	Índice do veículo
$K$	Conjunto de veículos
$w$	Índice da viagem
$W$	Conjunto de viagens

Parâmetros	
$e_i$	janela de tempo inferior do cliente $i$
$l_i$	janela de tempo superior do cliente $i$
$q_i$	quantidade requerida pelo cliente $i$
$t_i$	tempo de serviço no cliente $i$
$tr_{d,k,i}$	datas de lançamento para o cliente $i$
$tt_{i,j}$	tempo de viagem entre cliente $i$ e cliente $j$
$td_k$	tempo de serviço no depósito do veículo $k$
$tt_{d,k,i}$	tempo de viagem do veículo $k$ entre o depósito e cliente $i$
$T_k$	hora de fecho do depósito do veículo $k$
$v$	custo variável
$f$	custo fixo
$Q$	capacidade dos veículos

Variáveis de Decisão	
$tl_{k,w}$	momento no tempo em que veículo $k$ parte do depósito na viagem $w$
$tb_{k,w}$	momento no tempo em que veículo $k$ regressa ao depósito na viagem $w$
$ta_{k,i,w}$	momento no tempo em que veículo $k$ chega ao cliente $i$ na viagem $w$
$cl_{k,w}$	carga do veículo $k$ na viagem $w$ quando parte do depósito
$ck_{i,w}$	carga do veículo $k$ na viagem $w$ após visitar o cliente $i$
$y_{k,w}$	variável binária igual a 1 se o veículo $k$ efetuar a viagem $w$ ; caso contrário, igual a zero
$E_{i,j,k,w}$	variável binária igual a 1 se o veículo $k$ visitar o cliente $j$ imediatamente após visitar o cliente $i$ na viagem $w$ ; caso contrário, igual a zero
$a_{k,i,w}$	variável binária igual a 1 se o veículo $k$ servir o cliente $i$ na viagem $w$ ; caso contrário, igual a zero
$u_{k,i,w}$	variável binária igual a 1 se o cliente $i$ é o primeiro cliente visitado pelo veículo $k$ na viagem $w$ ; caso contrário, igual a zero
$n_{k,i,w}$	variável binária igual a 1 se o cliente $i$ é o último cliente visitado pelo veículo $k$ na viagem $w$ ; caso contrário, igual a zero

---

### 3.2.3 Formulação Matemática Cenário 1

Como referido, esta secção respeita à formulação matemática do cenário 1 do problema. Este encaixa-se na categoria de problemas de roteamento, também denominados por VRP. O problema pode ser representado por um grafo completo  $G = (V, A)$ , onde  $V = 1, \dots, n$  é o conjunto de vértices e  $A$  é o conjunto de arcos. Os vértices  $i = 1, \dots, n$  correspondem aos clientes, cada um com procura conhecida não negativa representado em número de paletes,  $q_i$  e com janela de tempo definida,  $[e_i; l_i]$ . Um tempo não negativo,  $tt_{ij}$ , está associado a cada arco  $(i, j)$  e representa o tempo de viajar do vértice  $i$  para o vértice  $j$ . Estes tempos são simétricos, ou seja, o tempo de  $i$  para  $j$  é o mesmo que de  $j$  para  $i$ , e cumprem com a desigualdade triangular. Define-se um conjunto de veículos como  $K$  com capacidade  $Q$ , e um conjunto de viagens como  $W$ . O momento em que um veículo sai de um depósito para entrega de encomendas deve ter em consideração o tempo que demora a ser carregado,  $t_k$ , denominado tempo de serviço no depósito. Define-se também  $T_k$ , como a hora de fecho do depósito e assim definindo que cada viagem deve terminar antes desse tempo. Pressupõe-se também um custo fixo de utilização de veículo  $f$  de modo a que o modelo utilize o menor número de veículos possível nas rotas criadas. Para além deste custo, assume-se também um custo variável  $v$  por quilómetro de forma a que o modelo construa as rotas que melhor otimizem a distância percorrida. Embora não se considere explicitamente vários depósitos na formulação do problema, estes são considerados através dos veículos, ou seja, existe um número de veículos indexados a cada depósito.

Estabelecidos todos os dados a serem utilizados, o modelo tem como objetivo definir um conjunto de rotas cujos custos totais para as realizar sejam mínimos.

O problema é formulado através do seguinte modelo:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{w \in W} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (tt_{ij} \cdot E_{ijkw} + ttd_{ki} \cdot u_{kiw} + ttd_{ki} \cdot n_{kiw}) \cdot 1.2 \cdot v + \sum_{k \in K} f \cdot y_{k,1} \quad (3.1)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{w \in W} a_{k,i,w} = 1, \quad \forall i \in N \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in N} E_{i,l,k,w} + u_{k,l,w} = \sum_{j \in N} E_{l,j,k,w} + n_{k,l,w}, \quad \forall l \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in N} E_{i,l,k,w} + u_{k,l,w} = a_{k,l,w}, \quad \forall l \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in N} u_{k,i,w} = \sum_{i \in N} n_{k,i,w}, \quad \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in N} u_{k,i,w} = y_{k,w}, \quad \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.6)$$

$$y_{k,w+1} \leq y_{k,w}, \quad \forall k \in K, \forall w \in W : w < |W| \quad (3.7)$$

$$\sum_{i \in N} a_{k,i,w} \leq y_{k,w} \cdot |N|, \quad \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.8)$$

$$cl_{k,w} = \sum_{i \in N} a_{k,i,w} \cdot q_i, \quad \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.9)$$

$$cl_{k,w} \leq y_{k,w} \cdot Q, \quad \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.10)$$

$$c_{k,i,w} \leq cl_{k,w} - q_i \cdot u_{k,i,w}, \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.11)$$

$$c_{k,i,w} \geq c_{k,j,w} + q_j - (1 - E_{i,j,k,w}) \cdot Q, \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.12)$$

$$c_{k,i,w} \leq (1 - n_{k,i,w}) \cdot Q, \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.13)$$

$$ta_{k,i,w} \geq a_{k,i,w} \cdot e_i, \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.14)$$

$$ta_{k,i,w} \leq a_{k,i,w} \cdot l_i, \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.15)$$

$$tl_{k,w} \geq td_k - T_k \cdot (1 - y_{k,w}), \quad \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.16)$$

$$tl_{k,w+1} \geq tb_{k,w} + td_k - T_k \cdot (1 - y_{k,w+1}), \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W : w < |W| \quad (3.17)$$

$$ta_{k,i,w} \geq tl_{k,w} + ttd_{k,i} - T_k \cdot (1 - u_{k,i,w}), \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.18)$$

$$tb_{k,w} \geq ta_{k,i,w} + t_i + ttd_{k,i} - T_k \cdot (1 - n_{k,i,w}), \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.19)$$

$$ta_{k,j,w} \geq ta_{k,i,w} + t_i + tt_{ij} - T_k \cdot (1 - E_{i,j,k,w}), \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.20)$$

$$tb_{k,w} \leq T_k, \quad \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.21)$$

$$y_{k,w}, E_{i,j,k,w}, a_{k,i,w}, u_{k,i,w}, n_{k,i,w} \in 0, 1, \quad \forall i, j \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.22)$$

$$tl_{k,w}, tb_{k,w}, ta_{k,i,w}, cl_{k,w}, c_{k,i,w} \geq 0, \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.23)$$

A função objetivo (3.1) minimiza o custo total das viagens de todos os veículos. A restrição (3.2) impõe que cada cliente seja atendido exatamente uma vez. A restrição (3.3) é uma restrição de equilíbrio de fluxos, ou seja, serve para garantir que se um cliente é visitado por um veículo numa viagem, tem obrigatoriamente de sair para outro ponto. Quanto à restrição (3.4), esta garante que o cliente é visitado durante a rota. A restrição (3.5) e a restrição (3.6) garantem que um veículo só realiza uma viagem, se tiver uma rota com início e fim. A restrição (3.7) controla a sequência de viagens. A restrição (3.8) garante que um cliente só pode ser alocado a um veículo e uma viagem que estejam ativas. A restrição (3.9) garante que a carga total de um veículo quando sai do depósito, seja igual à soma das quantidades procuradas pelos clientes pertencentes a essa rota. A restrição (3.10) garante que as cargas totais de um veículo não excede a sua capacidade. As restrições (3.11), (3.12) e (3.13) estão relacionadas com o equilíbrio de cargas nos veículos após as visitas aos clientes numa determinada viagem. A restrição (3.14) e a restrição (3.15) são as restrições relativas às janelas de tempo. A restrição (3.16) trata da relação de tempo entre a hora de partida de um veículo e o tempo de serviço do depósito numa viagem. A restrição (3.17) indica a relação de tempo entre viagens consecutivas do mesmo veículo. A restrição (3.18), restrição (3.19) e restrição (3.20) são restrições relacionadas com tempos de viagem. A restrição (3.21) garante que o tempo de chegada de um veículo ao depósito não seja posterior ao horizonte de tempo. As restrições (3.22) e (3.23), definem o domínio das variáveis.

### 3.2.4 Adaptação ao Cenário 2

Normalmente, as datas de lançamento tendem a ser impostas, isto é, os veículos só podem entregar produtos disponíveis que foram disponibilizados pelos depósitos. A nossa data de lançamento é o momento em que o produto requerido por um cliente pode ser entregue por um veículo. Ou seja, neste segundo cenário, considera-se que o produto pode não estar à disposição num depósito, mas pode estar disponível num outro depósito da empresa.

Face ao modelo base, é acrescentado o parâmetro das datas de lançamento,  $trd_{k,i}$ . Além disto, as restrições 3.16 alteram-se para:

$$tl_{k,w} \geq trd_{k,i} + td_k - T_k \cdot (1 - a_{k,i,w}), \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall w \in W \quad (3.24)$$

$$(3.25)$$

Deste modo são incluídas as datas de lançamento, que se referem ao tempo de transporte do produto entre os depósitos, isto é, o produto só fica disponível para transporte nas rotas de entrega quando chega ao depósito.



## Capítulo 4

# Resolução do Problema

Como já referido, o problema proposto é baseado num caso de estudo real de um operador logístico. Para resolver o modelo matemático recorreu-se ao software Python com o solver do Gurobi. A implementação foi realizada num computador Ryzen 5 3500U com Radeon Vega Mobile Gfx 2,10 GHz, com 12 GB de memória RAM. A nível de software, o modelo matemático encontra-se num ficheiro do tipo .py e os dados num ficheiro .txt. Foi ainda necessário validar o modelo na secção 4.1. Para resolver o caso de estudo foi necessário recolher, numa primeira fase, dados sobre a operação da empresa e tratar esses mesmos dados.

### 4.1 Validação do Modelo

Por forma a validar a implementação do modelo desenvolvido, procedeu-se a uma análise através das instâncias de Solomon (1987) de 25 clientes. Para isto, foi necessário simplificar o modelo criado para um VRPTW de forma a se conseguir comparar as soluções e assim validar o modelo. Esta adaptação das instâncias consistiu por considerar apenas 1 depósito e 1 viagem por veículo.

As instâncias de Solomon (1987) destacam vários fatores que afetam o comportamento dos algoritmos de roteamento, como por exemplo dados geográficos e número de clientes atendidos por um veículo. As instâncias consideradas R (Random), C (Clustered) e RC (Random-Clustered) têm um horizonte de programação curto e permitem que apenas alguns clientes sejam atendidos por uma rota (aproximadamente 5 a 10). As coordenadas dos clientes são idênticas para todas as instâncias dentro de um tipo (R, C e RC). Para estes problemas, Solomon (1987) pressupõe que os tempos de viagem iguais às distâncias percorridas, considerando distâncias euclidianas.

Os resultados das instâncias de Solomon (1987) foram analisados simultaneamente com os resultados obtidos através da resolução das mesmas instâncias pelo modelo criado, de forma a possibilitar a comparação de resultados e assim aferir a validade do modelo matemático.

Com base nos resultados obtidos, podemos confirmar a validade do modelo criado uma vez que condizem com os resultados das instâncias de Solomon (1987).

### 4.2 Dados do Problema

Para se conseguir resolver o problema em questão foi necessário proceder à recolha de dados junto do operador logístico. Foi-nos facultada a base de dados completa em excel de todas as viagens efetuadas na sua operação nacional nos períodos de janeiro a julho de

2022. Para tratar estes dados, numa primeira fase foi procedida à seleção das informações a considerar, como por exemplo o nome de clientes, paletes transportadas e localização dos clientes. Após a seleção dos campos através das datas das operações, foram criadas duas colunas para identificar o dia e o mês em que o transporte ocorreu. Desta forma, foi possível restringir os dados ao dia “quinta-feira”. Foi escolhido este dia, pois segundo informações recebidas por parte do operador logístico, o dia de quinta-feira foi o dia em que ocorreram um maior número de entregas. Estas ilações surgiram através de um estudo elaborado pelo operador logístico, em que foram considerados dados da operação efetuada entre janeiro e março. Uma vez que o modelo está preparado para retratar um dia, foi decidido que o dia em que existem normalmente mais entregas seria o ideal para efetuar a análise requerida

De forma a possibilitar uma análise mais correta, foram ainda solicitados dados complementares ao operador logístico, relacionados com tempos de serviço, número de veículos, janelas temporais dos clientes, entre outros. Com base nas informações recebidas, foi estabelecido que o tempo de serviço era de dois minutos por paleta. Os clientes foram selecionados da base de dados seguindo um critério de recorrência, ou seja, verificou-se quantas vezes o cliente solicitava transporte. Para isto, foram selecionados os clientes que tinham no mínimo 7 serviços solicitados às quintas-feiras durante este período, de forma a perfazer 1 serviço todos os meses e assim se enquadrar no critério de recorrência. Após se verificar os clientes que mais solicitavam, foi feita a média do número de paletes solicitadas para se obter a procura dos clientes. Desta forma, está-se a considerar os clientes mais recorrentes do dia em que a empresa efetua mais transportes. As coordenadas dos clientes foram obtidas através do google maps com base nos dados dos clientes facultados pelo operador logístico.

Com a base de dados completa da sua operação nacional, juntamente com as informações adicionais facultadas, foi-nos possível criar uma instância que reflete o real problema. A instância criada considera o número de clientes, número de depósitos, número de viagens dos veículos, quantidade máxima de um veículo em paletes, número de veículos disponíveis em cada depósito, coordenadas dos clientes e depósitos, tempo de serviço em minutos, quantidade procurada em paletes, janela de tempo inferior e janela de tempo superior. Para determinar o número de veículos a considerar em cada depósito, somou-se a quantidade total procurada pelos clientes e dividiu-se pela capacidade do veículo. Desta forma, a instância criada considera 27 clientes, 3 depósitos, 11 veículos por depósito com 33 paletes de capacidade e a possibilidade de se efetuarem 2 viagens por veículo.

### 4.3 Análise do 1º Cenário

Como referido, a instância utilizada é constituída por dados provenientes das informações fornecidas pela empresa. Neste 1º cenário é utilizada a instância criada com as informações base referidas na secção 3.2.1, considerando que o produto se encontra disponível em qualquer depósito a qualquer momento.

Foi utilizado um tempo limite de resolução do modelo de modo a se obter soluções em tempo útil, operacionalmente. Após 3 horas de corrida, foi obtida uma solução com um gap de 15,43%. A solução obtida contempla a realização de 13 rotas a seguir descritas para servir os 27 clientes da instância.

Rota 1: I – Cliente 27 – Cliente 26 – I

Rota 2: I – Cliente 10 – I

Rota 3: N – Cliente 4 – N

Rota 4: N – Cliente 1 – N

Rota 5: N – Cliente 9 – N

Rota 6: N – Cliente 7 – N

Rota 7: N – Cliente 12 – Cliente 11 – Cliente 19 – N

Rota 8: N – Cliente 3 – Cliente 13 – N

Rota 9: C – Cliente 16 – Cliente 22 – Cliente 8 – C

Rota 10: C – Cliente 2 – Cliente 15 – C

Rota 11: C – Cliente 20 – Cliente 25 – Cliente 14 – Cliente 18 – C

Rota 12: C – Cliente 5 – Cliente 24 – Cliente 21 – Cliente 6 – Cliente 23 – C

Rota 13: C – Cliente 17 - C

As rotas obtidas foram realizadas por 7 veículos, no entanto, 6 deles efetuaram duas viagens no espaço temporal requerido. Isto reduz a necessidade de utilização de outros veículos e assim evita o acréscimo do custo fixo de utilização de veículos. Verifica-se na solução que algumas rotas apenas servem um único cliente. Isto deve-se ao facto desse cliente requerer quantidades grandes, perfazendo a totalidade ou quase totalidade da capacidade do veículo.

### 4.3.1 Performance Computacional

Para analisar o impacto que as restrições adicionais de carga, incluídas no modelo base adaptado de Zhen et al. (2020) na secção 3.2, foram realizados testes computacionais com e sem essas mesmas restrições. Adicionalmente, foram testados diferentes tempos limite de corrida (1, 2 e 3 horas).

Os resultados dos valores das funções objetivo e dos gaps associados, estão apresentados nas tabelas 4.1 e 4.2, respetivamente.

Função Objetivo	Tempo Limite (1h)	Tempo Limite (2h)	Tempo Limite (3h)
Modelo Base	9305.13	9297.45	9297.45
Modelo S/ Rest. Carga	9317.04	9317.04	9317.04

Tabela 4.1: Resultados Função Objetivo

Gap (%)	Tempo Limite (1h)	Tempo Limite (2h)	Tempo Limite (3h)
Modelo Base	15.69%	15.50%	15.41%
Modelo S/ Rest. Carga	21.73%	18.51%	18.18%

Tabela 4.2: Resultados Gap

Comparando as soluções, o modelo do cenário base permite convergir mais rapidamente para uma solução, uma vez que o gap obtido é inferior. Com apenas 1h de corrida, conseguimos ver que o modelo proposto atinge uma solução com gap 6 p.p mais baixo. Contudo, perante os resultados, podemos depreender que com o aumento do tempo de duração das instâncias não se está a obter melhorias consideráveis na solução. Desta forma, não se justifica acrescer ainda mais ao tempo de resolução da instância, uma vez que em contexto real a empresa necessita de obter resultados de forma rápida. Apesar de a instância ter

um número reduzido de clientes, ela contemplo múltiplos depósitos e viagens, apresentando assim muitas restrições e variáveis, fazendo com que seja uma instância muito complexa.

### 4.3.2 Testes complementares de Solomon

Para completar estas análises foram ainda efetuados testes adicionais às instâncias de Solomon. O objetivo dos testes a seguir explicados é avaliar o comportamento do modelo.

Nas novas instâncias foi mudado o número de nós uma vez que se aumentou o número de depósitos. Nas instâncias “B” o número de depósitos foi aumentado para 2, e nas instâncias “C” o número de depósitos foi aumentado para 3. Com isso, o número de veículos foi aumentando também, uma vez que todos os depósitos tinham o mesmo número de veículos disponíveis.

Para esta validação, o custo fixo no modelo foi colocado a zero e o custo variável foi colocado a 1. Desta forma, estes custos não interferem no objetivo destes testes.

Com esta evolução é pretendido aproximar estas instâncias às características do problema real. Os tempos de viagem entre os diferentes nós, as janelas temporais de cada nó e respetiva duração do serviço são os mesmos do cenário 1 considerado na secção 3.2.1.

Os resultados computacionais obtidos, das diferentes instâncias, são resumidos na tabela 4.3, juntamente com os respetivos problemas iniciais, de modo a possibilitar uma melhor comparação de resultados.

Problema	Depósitos	Veículos por Depósito	Função Objetivo (Minutos)	Tempo de Resolução (seg.)
R101	1	8	617,1	0,85
R101B	2	8	599,8	1,61
R101C	3	8	543,1	1,10
C101	1	3	191,3	0,37
C101B	2	3	162,2	0,64
C101C	3	3	139,4	0,88
RC101	1	4	461,1	20,14
RC101B	2	4	411,65	26,17
RC101C	3	4	387,7	16,67

Tabela 4.3: Resultados Testes de Solomon

Com as instâncias analisadas, o modelo atinge sempre a solução ótima. Comparando os diferentes tempos de resolução pode-se depreender que, quer para o problema inicial como também para as instâncias adicionais, as soluções ótimas foram obtidas com tempos computacionais reduzidos para resolução de problemas deste tipo devido às instância serem simples e pouco complexas.

Como seria expectável, o valor da função objetivo diminui em todas as variantes comparativamente ao valor dos problemas base, mostrando a vantagem de existir no problema mais do que um depósito. Este cenário é precisamente o que acontece no caso em estudo, visto que o operador logístico possui mais do que um depósito. Como também seria expectável, o valor da função objetivo é maior nas instâncias R e menor nas instâncias C. Tal acontece devido às características das instância pois nas instâncias R os clientes estão espalhados geograficamente, nas instâncias C estão agrupados por clusters e nas instâncias RC um misto

dos dos cenários. Estas características afetam assim o valor da função objetivo devido à distância total que se tem de percorrer em cada tipo de instância.

Desta forma, a empresa consegue tirar proveito desta situação ao conseguir uma melhor otimização das suas rotas.

#### 4.4 Análise do 2º Cenário

Neste cenário são incluídas as datas de lançamento, que se referem ao tempo de transporte do produto entre os depósitos, isto é, o produto só fica disponível para transporte nas rotas de entrega quando chega ao depósito. As datas de lançamento foram calculadas tendo em conta o tempo de distância entre depósitos e a hora de abertura destes. Com esta nova instância foram novamente criadas 13 rotas para servir os 27 clientes, mas diferentes das anteriores.

Rota 1: I – Cliente 10 – I

Rota 2: I – Cliente 27 – I

Rota 3: N – Cliente 19 – Cliente 11 – Cliente 12 – N

Rota 4: N – Cliente 1 – N

Rota 5: N – Cliente 9 – N

Rota 6: N – Cliente 13 – Cliente 3 – N

Rota 7: N – Cliente 7 – N

Rota 8: N – Cliente 4 – N

Rota 9: N – Cliente 26 – Cliente 24 – Cliente 21 – Cliente 14 – Cliente 25 – N

Rota 10: C – Cliente 5 – Cliente 6 – Cliente 23 – C

Rota 11: C – Cliente 17 – C

Rota 12: C – Cliente 16 – Cliente 22 – Cliente 8 – Cliente 20 – C

Rota 13: C – Cliente 18 – Cliente 15 – Cliente 2 – C

Também neste cenário, as rotas obtidas foram realizadas por 7 veículos em que 6 deles efetuaram duas viagens no espaço temporal requerido. A diferença desta solução está no depósito que serve cada cliente e no momento em que as rotas se iniciam, uma vez que quando o produto não está disponível no depósito, é necessário aguardar pelo tempo de transporte entre depósitos.

Desta forma, é possível verificar que o depósito C passou de servir 15 clientes em 5 rotas, para servir 11 clientes em 4 rotas. Uma vez que o depósito C é subcontratado e apenas funciona em cross-docking, toda a mercadoria entregue por ele tem de ser preparada e enviada de um dos outros depósitos. Este caso condiciona o momento em que a mercadoria está disponível neste depósito devido ao facto de este não armazenar produto, estando este depósito C dependente dos outros dois depósitos da empresa.

Neste segundo cenário, obtém-se um valor da função objetivo de 9877,99 e um gap de 20,21%, valores superiores aos que foram obtidos no primeiro cenário. Este cenário assemelha-se mais ao contexto real da empresa, uma vez que nem sempre os produtos estão disponíveis a qualquer momento em qualquer depósito, sendo necessário o transporte entre eles.

Comparando com o modelo anterior, podemos entender que o modelo do primeiro cenário é mais simples que o apresentado neste segundo cenário. No entanto, este segundo cenário aborda a questão operacional de o produto não estar imediatamente disponível num depósito e ter de existir transporte entre depósitos. Esta componente operacional é importante para a empresa uma vez que se assemelha mais ao que é a sua atividade. De facto, podemos verificar que esta alteração tem impacto nas rotas criadas pois existem clientes que passam a ser servidos por outro depósito. No entanto, se fosse possível para a empresa ter o produto em todos os depósitos, o primeiro cenário seria o mais adequado.

Com as soluções obtidas em ambos os cenários, podemos verificar que para as instâncias em questão, se a empresa conseguisse ter stock disponível no depósito *C*, obteria uma poupança de 500€. Visto que estas instâncias são de pequena escala comparadas com o real caso da empresa, esta diferença perderá ser ainda mais acentuada na realidade. Estes dados permitem refletir se seria vantajoso para a empresa possuir um depósito próprio com stock disponível em *C* para usufruir desta poupança. No entanto, ainda se teriam de ter em conta os custos de armazenamento e manutenção de um depósito nesta localização, caso se optasse por essa solução.

## Capítulo 5

# Considerações finais

O transporte representa uma das grandes fontes de despesa de uma empresa. Em qualquer empresa que preste o serviço de transporte, possuir uma gestão logística eficiente é determinante para que esta possa ser competitiva e diferenciadora no mercado onde atua. O principal objetivo desta dissertação prendia-se por otimizar as rotas de distribuição do operador logístico, levando a que a empresa reduzisse os seus custos logísticos e cimentasse a sua posição no mercado.

Foi efetuada uma pesquisa bibliográfica que incidiu nos tópicos mais relevantes para o objetivo principal, com o intuito de perceber e entender os estudos sobre as variantes do problemas de roteamento que têm vindo a ser feitos. Com esta revisão bibliográfica foi possível compreender as variantes do VRP, assim como os modelos que existem e são utilizados como forma de obtenção de soluções para este tipo de problemas. Foi possível verificar também que os modelos VRP mostram-se eficazes nesta otimização visto que promovem um aumento de eficiência por parte das empresas através da redução de custos nas rotas dos veículos. Com esta diminuição de custos, as empresas conseguem apresentar preços mais competitivos aos clientes e serem mais sustentáveis.

Após esta pesquisa, foi descrito e definido o problema do operador logístico em questão. Para além disso foram recolhidos dados relevantes para a formulação do modelo matemático. O problema em questão foi abordado como um problema de roteamento de veículos com janelas temporais com múltiplos depósitos e múltiplas viagens, ou seja, MTMDVRPTW (Multi-trip, Multi-depot Vehicle Routing Problem with Time-Windows), que visa a determinação de um conjunto de rotas que visitem, apenas uma vez, um conjunto de localizações dispersas geograficamente. A construção deste modelo respeitou um conjunto de restrições que tiveram de ser cumpridas. Devido à complexidade do caso real, o problema do operador logístico foi dividido em dois cenários para possibilitar a análise. Foi desenvolvido assim um modelo de programação linear que traduz o problema e cujo objetivo é minimizar o custo necessário para a realização das rotas. Este modelo foi implementado recorrendo ao software Python com o solver do Gurobi.

Depois de implementar o modelo de ambos os cenários, foi possível comparar os resultados obtidos e verificar que se conseguiria uma poupança se a empresa tivesse stock disponível em C. Recorrendo a este tipo de problemas VRP e conseqüentemente a um método de obtenção de solução, a empresa conseguiria analisar a possibilidade de ter inúmeras poupanças e aumentar a satisfação dos seus clientes, o que face ao mercado competitivo existente, estes são fatores fulcrais para a diferenciação de qualquer empresa. Estas possibilidades derivam do facto de a empresa poder usufruir de ferramentas como esta no seu quotidiano na ajuda da tomada de decisão. Uma vez que atualmente a empresa não tem nenhuma ferramenta

para isto, apenas uma equipa de planeamento que define as rotas de forma manual com base no seu conhecimento, esta ferramenta poderia ser um boa opção.

## 5.1 Limitações do estudo

Relativamente às principais limitações desta dissertação, as mesmas passam pelo modelo criado considerar apenas uma pequena parte dos clientes do operador logístico, ou seja uma instância reduzida, olhando apenas para uma pequena parte da operação da empresa. Além disso, foi só considerado um dia da semana (quinta-feira) da base dados que nos foi facultada pela empresa de modo a ser possível criar as instâncias para análise. Outra limita-se prende-se pelo facto de o modelo não conseguir resolver o problema para todos os clientes da empresa em tempo útil devido à grande complexidade do problema..

## 5.2 Estudos futuros

Para investigações futuras, seria muito interessante efetuar a análise dos restantes dias da semana e com uma amostra de clientes maior. Deste modo, enriquecia a análise e possibilitava a comparação de resultados entre os dias da semana para se ter uma melhor perceção. Para isto, seria uma boa opção utilizar meta-heurísticas em trabalho futuros, ou seja, focar mais no desenvolvimento de métodos de resolução capazes de resolver as instâncias maiores em tempo útil.

O modelo do segundo cenário com as release dates considera de forma implícita o cross-docking na operação. No entanto, seria interessante otimizar a distribuição como um todo incluindo explicitamente as operações de cross-docking.

Com isto, iria ser possível propor à empresa com maior exatidão acerca da vantagem de possuir um depósito próprio com stock disponível em  $C$ .

## Bibliografia

- Aggarwal, Divya, Vijay Kumar e Ashish Girdhar (2017). «Lagrangian relaxation for the vehicle routing problem with time windows». Em: *2017 International Conference on Intelligent Computing, Instrumentation and Control Technologies (ICICT)*. IEEE, pp. 1601–1606.
- Alinaghian, Mahdi et al. (2016). «A novel mathematical model for cross dock open-close vehicle routing problem with splitting». Em: *Int. J. Math. Sci. Comput.(IJMSC)* 2.3, pp. 21–31.
- Ancele, Yannis et al. (2021). «Toward a more flexible VRP with pickup and delivery allowing consolidations». Em: *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 128.22, pp. 1–21.
- Apte, Uday M e S Viswanathan (2010). «Effective cross docking for improving distribution efficiencies». Em: *International Journal of Logistics* 3.3, pp. 291–302.
- Archetti, Claudia, Dominique Feillet, Andrea Mor et al. (2018). «An iterated local search for the traveling salesman problem with release dates and completion time minimization». Em: *Computers & Operations Research* 98, pp. 24–37.
- Archetti, Claudia, Dominique Feillet e M Grazia Speranza (2015). «Complexity of routing problems with release dates». Em: *European journal of operational research* 247.3, pp. 797–803.
- Azi, Nabila, Michel Gendreau e Jean-Yves Potvin (2007). «An exact algorithm for a single-vehicle routing problem with time windows and multiple routes». Em: *European journal of operational research* 178.3, pp. 755–766.
- Bae, Heechul e Ilkyeong Moon (2016). «Multi-depot vehicle routing problem with time windows considering delivery and installation vehicles». Em: *Applied Mathematical Modelling* 40.13-14, pp. 6536–6549.
- Bettinelli, Andrea, Alberto Ceselli e Giovanni Righini (2011). «A branch-and-cut-and-price algorithm for the multi-depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows». Em: *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 19.5, pp. 723–740.
- Bowersox, Donald, John Mentzer e Thomas Speh (2008). «Logistics leverage». Em: *Journal of Business Strategies* 25.2, pp. 85–99.
- Boysen, Nils e Malte Fliedner (2010). «Cross dock scheduling: Classification, literature review and research agenda». Em: *Omega* 38.6, pp. 413–422.
- Braekers, Kris, Katrien Ramaekers e Inneke Van Nieuwenhuysse (2016). «The vehicle routing problem: State of the art classification and review». Em: *Computers & Industrial Engineering* 99, pp. 300–313.
- Caceres-Cruz, Jose et al. (2014). «Rich vehicle routing problem: Survey». Em: *ACM Computing Surveys (CSUR)* 47.2, pp. 1–28.
- Cattaruzza, Diego, Nabil Absi e Dominique Feillet (2016). «The multi-trip vehicle routing problem with time windows and release dates». Em: *Transportation Science* 50.2, pp. 676–693.
- Chajakis, Emmanuel D e Monique Guignard (2003). «Scheduling deliveries in vehicles with multiple compartments». Em: *Journal of Global Optimization* 26.1, pp. 43–78.

- Dantzig, George B e John H Ramser (1959). «The truck dispatching problem». Em: *Management science* 6.1, pp. 80–91.
- Derigs, Ulrich et al. (2011). «Vehicle routing with compartments: applications, modelling and heuristics». Em: *OR spectrum* 33.4, pp. 885–914.
- Desaulniers, Guy, June Lavigne e Francois Soumis (1998). «Multi-depot vehicle scheduling problems with time windows and waiting costs». Em: *European Journal of Operational Research* 111.3, pp. 479–494.
- Eksioglu, Burak, Arif Volkan Vural e Arnold Reisman (2009). «The vehicle routing problem: A taxonomic review». Em: *Computers & Industrial Engineering* 57.4, pp. 1472–1483.
- Fleischmann, Bernhard (1990). «The vehicle routing problem with multiple use of vehicles». Em: *Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg*.
- Flood, Merrill M (1956). «The traveling-salesman problem». Em: *Operations research* 4.1, pp. 61–75.
- Goel, Asvin (2010). «A column generation heuristic for the general vehicle routing problem». Em: *International Conference on Learning and Intelligent Optimization*. Springer, pp. 1–9.
- Goetschalckx, Marc e Charlotte Jacobs-Blecha (1989). «The vehicle routing problem with backhauls». Em: *European Journal of Operational Research* 42.1, pp. 39–51.
- Grangier, Philippe et al. (2021). «The vehicle routing problem with cross-docking and resource constraints». Em: *Journal of Heuristics* 27.1, pp. 31–61.
- Gutián de Frutos, Roque M e Balbina Casas-Méndez (2019). «Routing problems in agricultural cooperatives: a model for optimization of transport vehicle logistics». Em: *IMA Journal of Management Mathematics* 30.4, pp. 387–412.
- Gunawan, Aldy et al. (2020). «Vehicle routing problem for multi-product cross-docking». Em.
- Gupta, Ashima e Sanjay Saini (2017). «An enhanced ant colony optimization algorithm for vehicle routing problem with time windows». Em: *2017 ninth international conference on advanced computing (ICOAC)*. IEEE, pp. 267–274.
- Hernandez, Florent et al. (2014). «A new exact algorithm to solve the multi-trip vehicle routing problem with time windows and limited duration». Em: *4or* 12.3, pp. 235–259.
- (2016). «Branch-and-price algorithms for the solution of the multi-trip vehicle routing problem with time windows». Em: *European Journal of Operational Research* 249.2, pp. 551–559.
- Hosseinpour, Ahmad e S Shariati (2013). «Optimizing product portfolio of capillary distribution companies». Em: *Arabian Journal of Business and management* 1.6, pp. 1–6.
- Huang, Nan et al. (2021). «The multi-trip vehicle routing problem with time windows and unloading queue at depot». Em: *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 152, p. 102370.
- Iqbal, Sumaiya, M Kaykobad e M Sohel Rahman (2015). «Solving the multi-objective vehicle routing problem with soft time windows with the help of bees». Em: *Swarm and evolutionary computation* 24, pp. 50–64.
- Irnich, Stefan, Paolo Toth e Daniele Vigo (2014). «Chapter 1: The family of vehicle routing problems». Em: *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition*. SIAM, pp. 1–33.
- Kim, Gitae et al. (2015). «City vehicle routing problem (city VRP): A review». Em: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 16.4, pp. 1654–1666.
- Kinnear, Ewen (1997). «Is there any magic in cross-docking?». Em: *Supply Chain Management: An International Journal* 2.2, pp. 49–52.

- Kreng, Victor B e Fang-Tzu Chen (2008). «The benefits of a cross-docking delivery strategy: a supply chain collaboration approach». Em: *Production Planning and Control* 19.3, pp. 229–241.
- Kumar, Suresh Nanda e Ramasamy Panneerselvam (2012). «A survey on the vehicle routing problem and its variants». Em: *Intelligent Information Management* 4.3, pp. 66–74.
- Lahyani, Rahma, Mahdi Khemakhem e Frédéric Semet (2015). «Rich vehicle routing problems: From a taxonomy to a definition». Em: *European Journal of Operational Research* 241.1, pp. 1–14.
- Laporte, Gilbert (2009). «Fifty years of vehicle routing». Em: *Transportation science* 43.4, pp. 408–416.
- Lee, Young Hae, Jung Woo Jung e Kyong Min Lee (2006). «Vehicle routing scheduling for cross-docking in the supply chain». Em: *Computers & Industrial Engineering* 51.2, pp. 247–256.
- Liu, Baoding (2009). «Vehicle Routing Problem». Em: *Theory and Practice of Uncertain Programming*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 147–155. isbn: 978-3-540-89484-1. doi: 10.1007/978-3-540-89484-1\_10. url: [https://doi.org/10.1007/978-3-540-89484-1\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-540-89484-1_10).
- Moghadam, S Shahin, SMT Fatemi Ghomi e Behrooz Karimi (2014). «Vehicle routing scheduling problem with cross docking and split deliveries». Em: *Computers & chemical engineering* 69, pp. 98–107.
- Montoya-Torres, Jairo R et al. (2015). «A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots». Em: *Computers & Industrial Engineering* 79, pp. 115–129.
- Murata, Tadahiko e Ryota Itai (2008). *Enhancing solution similarity in multi-objective vehicle routing problems with different demand periods*. IntechOpen.
- Neira, Daniel A et al. (2020). «New compact integer programming formulations for the multi-trip vehicle routing problem with time windows». Em: *Computers & Industrial Engineering* 144, p. 106399.
- Paradiso, Rosario et al. (2020). «An exact solution framework for multitrip vehicle-routing problems with time windows». Em: *Operations Research* 68.1, pp. 180–198.
- Pellegrini, Paola, Daniela Favaretto e Elena Moretti (2007). «Multiple ant colony optimization for a rich vehicle routing problem: a case study». Em: *International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*. Springer, pp. 627–634.
- Pérez-Rodríguez, Ricardo e Arturo Hernández-Aguirre (2019). «A hybrid estimation of distribution algorithm for the vehicle routing problem with time windows». Em: *Computers & Industrial Engineering* 130, pp. 75–96.
- Pillac, Victor et al. (2013). «A review of dynamic vehicle routing problems». Em: *European Journal of Operational Research* 225.1, pp. 1–11.
- Ren, Hongguo, Zhenbao Wang e Yanyan Chen (2020). «Optimal express bus routes design with limited-stop services for long-distance commuters». Em: *Sustainability* 12.4, p. 1669.
- Renaud, Jacques, Gilbert Laporte e Fayez F Boctor (1996). «A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem». Em: *Computers & Operations Research* 23.3, pp. 229–235.
- Reyes, Damián, Alan L Erera e Martin WP Savelsbergh (2018). «Complexity of routing problems with release dates and deadlines». Em: *European journal of operational research* 266.1, pp. 29–34.
- Rieck, Julia e Jürgen Zimmermann (2010). «A new mixed integer linear model for a rich vehicle routing problem with docking constraints». Em: *Annals of Operations Research* 181.1, pp. 337–358.

- Ruiz, Efrain et al. (2019). «Solving the open vehicle routing problem with capacity and distance constraints with a biased random key genetic algorithm». Em: *Computers & Industrial Engineering* 133, pp. 207–219.
- Ruiz-Meza, José et al. (2020). «VRP model with time window, multiproduct and multidepot». Em: *Journal of Applied Science and Engineering* 23.2, pp. 239–247.
- Santos, Fernando Afonso, Geraldo Robson Mateus e Alexandre Salles Da Cunha (2013). «The pickup and delivery problem with cross-docking». Em: *Computers & Operations Research* 40.4, pp. 1085–1093.
- Solomon, Marius M (1987). «Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints». Em: *Operations research* 35.2, pp. 254–265.
- Solomon, Marius M e Jacques Desrosiers (1988). «Survey paper—time window constrained routing and scheduling problems». Em: *Transportation science* 22.1, pp. 1–13.
- Tasan, A Serdar e Mitsuo Gen (2012). «A genetic algorithm based approach to vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries». Em: *Computers & Industrial Engineering* 62.3, pp. 755–761.
- Tseng, Yung-yu, Wen Long Yue, Michael AP Taylor et al. (2005). «The role of transportation in logistics chain». Em: Eastern Asia Society for Transportation Studies.
- Van Belle, Jan, Paul Valckenaers e Dirk Cattrysse (2012). «Cross-docking: State of the art». Em: *Omega* 40.6, pp. 827–846.
- Wang, Chao et al. (2015). «A parallel simulated annealing method for the vehicle routing problem with simultaneous pickup–delivery and time windows». Em: *Computers & Industrial Engineering* 83, pp. 111–122.
- Wen, Min et al. (2009). «Vehicle routing with cross-docking». Em: *Journal of the Operational Research Society* 60.12, pp. 1708–1718.
- Yu, Bin, ZZ Yang e BZ Yao (2011). «A hybrid algorithm for vehicle routing problem with time windows». Em: *expert systems with applications* 38.1, pp. 435–441.
- Yusuf, Ismail, Mohd Sapiyan Baba e Nur Iksan (2014). «Applied genetic algorithm for solving rich VRP». Em: *Applied Artificial Intelligence* 28.10, pp. 957–991.
- Zhen, Lu et al. (2020). «Multi-depot multi-trip vehicle routing problem with time windows and release dates». Em: *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 135, p. 101866.