

UM NOVO GERADOR CENTRAL DE PADRÕES DE LOCOMOÇÃO PARA GERAÇÃO DE TRAJECTÓRIAS EM TEMPO REAL DE ROBÔS QUADRÚPEDES

Paulo Jorge Freitas Castro



Departamento de Engenharia Electrotécnica
Instituto Superior de Engenharia do Porto

2010

Este relatório satisfaz, parcialmente, os requisitos que constam da Ficha de Disciplina de
Tese / Dissertação, do 2º ano, do Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de
Computadores

Candidato: Paulo Jorge Freitas Castro, N° 1071010, 1071010@isep.ipp.pt

Orientação científica: Carla Manuela Alves Pinto, cap@isep.ipp.pt

Co-Orientação científica: Cristina Peixoto Santos, cristina@dei.uminho.pt



Departamento de Engenharia Electrotécnica

Instituto Superior de Engenharia do Porto

19 de Novembro de 2010

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer aos meus pais e à minha avó o facto de me terem possibilitado a realização do Mestrado e todo o incentivo e apoio que sempre me deram na prossecução dos meus estudos.

Agradeço à minha orientadora, Professora Doutora Carla Manuela Alves Pinto, todo o trabalho, tempo e energia que investiu na orientação e coordenação dos trabalhos conducentes à elaboração desta Tese de Dissertação. Agradeço ainda o esforço desenvolvido na leitura e as sugestões de revisão que permitiram o enriquecimento do texto desta Tese. Desejo que se sinta, de alguma forma, realizada com o trabalho aqui apresentado.

Não posso também esquecer todas as trocas de ideias que tive com meus colegas do ISEP e o óptimo ambiente de trabalho que têm criado. Destes, há que destacar o Pedro Torres, colega de curso e amigo com quem partilhei tantas das dificuldades sentidas ao longo destes dois anos de trabalho. A todos aqueles que, eventualmente, ficaram esquecidos o meu mais sincero pedido de desculpas.

Por último, é devido um agradecimento muito especial à minha mulher Angelúzia Belo pela sua paciência, compreensão e apoio durante todo este tempo. Quanto à minha filha Gabriela o meu pedido de desculpas por não ter conseguido arranjar o tempo necessário.

Resumo

Neste trabalho estuda-se a geração de trajectórias em tempo real de um robô quadrúpede. As trajectórias podem dividir-se em duas componentes: rítmica e discreta. A componente rítmica das trajectórias é modelada por uma rede de oito osciladores acoplados, com simetria $Z_4 \times Z_2$. Cada oscilador é modelado matematicamente por um sistema de Equações Diferenciais Ordinárias. A referida rede foi proposta por *Golubitsky, Stewart, Buono e Collins* (1999, 2000), para gerar os passos locomotores de animais quadrúpedes. O trabalho constitui a primeira aplicação desta rede à geração de trajectórias de robôs quadrúpedes. A derivação deste modelo baseia-se na biologia, onde se crê que Geradores Centrais de Padrões de locomoção (CPGs), constituídos por redes neuronais, geram os ritmos associados aos passos locomotores dos animais. O modelo proposto gera soluções periódicas identificadas com os padrões locomotores quadrúpedes, como o andar, o saltar, o galopar, entre outros. A componente discreta das trajectórias dos robôs usa-se para ajustar a parte rítmica das trajectórias. Este tipo de abordagem é útil no controlo da locomoção em terrenos irregulares, em locomoção guiada (por exemplo, mover as pernas enquanto desempenha tarefas discretas para colocar as pernas em localizações específicas) e em percussão.

Simulou-se numericamente o modelo de CPG usando o oscilador de Hopf para modelar a parte rítmica do movimento e um modelo inspirado no modelo *VITE* para modelar a parte discreta do movimento. Variou-se o parâmetro g e mediram-se a amplitude e a frequência das soluções periódicas identificadas com o passo locomotor quadrúpede *Trot*, para variação deste parâmetro. A parte discreta foi inserida na parte rítmica de duas formas distintas: (a) como um *offset*, (b) somada às equações que geram a parte rítmica. Os resultados obtidos para o caso (a), revelam que a amplitude e a frequência se mantêm constantes em função de g . Os resultados obtidos para o caso (b) revelam que a amplitude e a frequência aumentam até um determinado valor de g e depois diminuem à medida que o g aumenta, numa curva quase sinusoidal.

A variação da amplitude das soluções periódicas traduz-se numa variação directamente proporcional na extensão do movimento do robô. A velocidade da locomoção do robô

varia com a frequência das soluções periódicas, que são identificadas com passos locomotores quadrúpedes.

Palavras-Chave

Geração de trajetórias em tempo real; gerador central de padrões de locomoção (CPG); parte rítmica; parte discreta; sistemas de equações diferenciais ordinárias; simetria; teoria da bifurcação.

Abstract

We study online generation of trajectories of a quadruped robot. The trajectories have both discrete and rhythmic components. The rhythmic component is generated by a network of eight coupled oscillators with $Z_4 \times Z_2$. Mathematically, each oscillator is modeled by a system of ordinary differential equations. This network model was proposed by Golubitsky, Stewart, Buono e Collins (1999, 2000), to generate the locomotion rhythms of quadrupeds. This work is the first implementation of the network to model trajectories of quadruped robots. It was derived based on biological assumptions. Biologists believe that there is a network of neurons, labelled Central Pattern Generators (CPGs), located somewhere in the spinal cord, that are responsible to generate the rhythms of quadrupeds. The CPG model generates periodic solutions identified with the quadruped patterns of walk, pace, trot, and gallop. The discrete component is used to model autonomous adaptive locomotion on irregular terrains, visually – guided locomotion, as when the robot is able to move rhythmically its legs while does discrete adjustments for placing the feet at specific locations, drumming.

We simulate numerically the CPG model for quadrupeds, using Hopf oscillator to model cells' internal dynamics and using an ODE system inspired in the *VITE* model for the discrete part of the movement. We vary parameter g and compute the amplitude and the frequency of periodic solutions identified with the quadruped rhythms of *trot*. The discrete part is embedded in the rhythmic part as (a) an *offset*, and (b) summed to the equations that model the rhythmic part. The results for the case (a) show that the amplitude and the frequency remain constant for varying g . The results for the case (b) show the amplitude and frequency increase until a particular value of g and then decrease as g increases, in an almost sinusoidal curve shape.

The variation of the amplitude of the periodic solutions translates in the variation of the robots' range of motion. The velocity of the quadruped gait varies with the frequency of the periodic solutions.

Keywords

Online generation of trajectories; central pattern generator (CPG); rhythmic part; discrete part; systems of ordinary differential equations; symmetry; bifurcation theory.

Índice

AGRADECIMENTOS	3
RESUMO	4
ABSTRACT	7
ÍNDICE	11
ÍNDICE DE FIGURAS	14
ÍNDICE DE TABELAS	16
ACRÓNIMOS	18
1. INTRODUÇÃO	20
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO	21
1.2. OBJECTIVOS.....	23
1.3. CALENDARIZAÇÃO	24
1.4. ORGANIZAÇÃO DO RELATÓRIO	24
2. O MODELO DE CPG PARA QUADRÚPEDES	26
2.1. EQUAÇÕES DA PARTE RÍTMICA	27
2.2. A SIMETRIA DO MODELO.....	28
2.3. PASSOS LOCOMOTORES DOS QUADRÚPEDES	30
2.4. EQUAÇÕES DA PARTE DISCRETA	31
2.5. BIFURCAÇÃO DOS PASSOS PRIMÁRIOS.....	32
2.6. ANÁLISE DOS PASSOS SECUNDÁRIOS DO PONTO DE VISTA DA BIOLOGIA	34
3. RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO	36
3.1. SIMULAÇÕES DA PARTE RÍTMICA	37
3.2. SIMULAÇÕES DAS PARTES RÍTMICA E DISCRETA	40
3.2.1. PARTE DISCRETA INSERIDA COMO OFFSET	40
3.2.2. PARTE DISCRETA SOMADA À PARTE RÍTMICA.....	44
3.3. SIMULAÇÃO DO PASSO LOCOMOTOR <i>TROT</i> NO <i>WEBOTS</i> E NO ROBÔ REAL	47
4. CONCLUSÕES	51
5. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO	54
REFERÊNCIAS DOCUMENTAIS	56

Índice de Figuras

Figura 1- Modelo de CPG de oito osciladores para os ritmos locomotores do robô quadrúpede. Para mais informação, ver texto.....	27
Figura 2- Modelo de CPG de 4 osciladores para os ritmos locomotores dos bípedes	29
Figura 3 - Fluxograma dos passos secundários e respectivos grupos de isotropia, obtidos por bifurcações de quebra de simetria dos passos primários, no modelo de CPG de oito osciladores.....	32
Figura 4 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário <i>Pronk</i> da Tabela 2	37
Figura 5 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário <i>Bound</i> da Tabela 2	38
Figura 6 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário <i>Pace</i> da Tabela 2.....	38
Figura 7 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário <i>Trot</i> da Tabela 2	39
Figura 8 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário <i>Jump</i> da Tabela 2	39
Figura 9 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário <i>Walk</i> da Tabela 2.....	40
Figura 10 – Amplitude em função de g do passo locomotor <i>Trot</i> , considerando o sistema da parte discreta inserida como <i>offset</i>	41
Figura 11 – Frequência em função de g do passo locomotor <i>Trot</i> , considerando o sistema da parte discreta inserida como <i>offset</i>	42
Figura 12 – Combinação de sistemas rítmico (a 1/3 da figura), discreto inserido como <i>offset</i> (a 2/3 da figura) e rítmico, considerando a combinação desses mesmos sistemas	43
Figura 13 – Amplitude em função de g do passo locomotor <i>Trot</i> considerando o sistema discreto somado às equações da parte rítmica.....	45
Figura 14 – Frequência em função de g do passo locomotor <i>Trot</i> considerando o sistema discreto somado às equações da parte rítmica.....	45
Figura 15 - Combinação de sistemas rítmico e discreto. O discreto é somado à parte rítmica (a 1/3 da figura) e removido (a 2/3 da figura).	46
Figura 16 – Exemplo de simulação do passo locomotor <i>Trot</i> no <i>Webots</i>	48
Figura 17 – Exemplo de simulação do passo locomotor <i>Trot</i> do robô real	49

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Soluções periódicas do modelo de CPG identificadas com passos locomotores quadrúpedes. Seja $X_t = x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t}, x_{5t}, x_{6t}, x_{7t}, x_{8t}$ a solução com período normalizado para 1. Apresentam-se as primeiras 4 coordenadas da solução	31
Tabela 2 - Valores das constantes de acoplamento e parâmetros das soluções periódicas do modelo de CPG de oito osciladores, obtidas com as equações diferenciais ordinárias, designadas de oscilador de Hopf. Apresentam-se as primeiras 4 coordenadas das condições iniciais	37

Acrónimos

CPG – Central Pattern Generator; Gerador Central de Padrões de locomoção

ODE – Ordinary Differential Equation

PID - Proporcional, Integral e Derivativo

1. INTRODUÇÃO

A locomoção animal tem sido alvo de interesse por parte de investigadores de diversas áreas do conhecimento, desde a Robótica à Medicina, passando pela Matemática e pela Engenharia Electrotécnica [2],[3],[5],[6],[7],[15],[16],[18],[19],[20],[24],[34],[35].

A Robótica usa o conhecimento adquirido pelo estudo da locomoção animal no controlo das trajectórias dos robôs de n pernas [1],[10],[11],[12],[31],[32],[33],[37],[38],[39]. Todavia, o controlo, em tempo real, é uma tarefa complexa, continuando a ser um grande desafio de difícil solução. Recentemente, os investigadores propuseram o uso de Geradores Centrais de Padrões de locomoção (CPGs) para gerar os ritmos locomotores dos robôs. Em Biologia, o CPG é um sistema distribuído na rede neuronal, localizado na medula espinal dos vertebrados, capaz de gerar sinais de alta complexidade dimensional para o controlo de movimentos periódicos coordenados [2],[3],[15],[16],[18],[19],[24]. Estes CPGs são activados por simples sinais tónicos da parte superior do cérebro e associam-se ao controlo do corpo e ao meio ambiente, através de *feedback* sensorial. Na aplicação à robótica, estes CPGs são frequentemente modelados por sistemas dinâmicos acoplados, designados de osciladores. As vantagens de usar estes sistemas são: (i) a sua estabilidade a pequenas perturbações; (ii) as suas propriedades intrínsecas de sincronização, que permitem forte acoplamento com o robô e seu ambiente; (iii) a geração de novas trajectórias que reduz-se ao cálculo de valores de parâmetros simples, como a frequência, amplitude e o acoplamento entre os osciladores; (iv) a sua excelente adaptabilidade para a locomoção em ambientes desconhecidos [10],[11],[12],[32],[37],[38],[39].

O uso de CPGs na modelação das trajectórias de robôs tem sido aplicado a robôs bípedes, robôs de cobras e salamandras e robôs quadrúpedes [1],[10],[11],[12],[21],[22],[30],[31],[32],[33],[37],[38],[39].

Neste trabalho pretende-se estudar a geração de trajectórias em tempo real de um robô quadrúpede. As trajectórias têm duas componentes: uma rítmica e outra discreta. A componente rítmica é modelada por um CPG de oito osciladores (ver **Figura 1**). Usa-se a teoria de sistemas dinâmicos, teoria de bifurcação e a simetria do modelo para estudar os diferentes ritmos locomotores. Este modelo de CPG foi proposto por *Golubitsky, Stewart, Buono e Collins* [15],[16] para modelar os ritmos de um animal quadrúpede. Tem simetria $Z_4 \times Z_2$ e gera os passos locomotores dos quadrúpedes: *bound*, *pace*, trote, andar, galopar, entre outros. Caracteriza-se por haver dois osciladores que controlam uma articulação do robô. Consideram-se 4 articulações, uma para cada perna, que são modeladas por oito osciladores (ver **Figura 1**) [1]. A componente discreta é modelada por um sistema dissipativo de equações diferenciais ordinárias.

1.1.CONTEXTUALIZAÇÃO

O estudo da locomoção em robôs é de extrema importância, dada a crescente aplicação dos mesmos nas mais diversas áreas de actividade humana. Os robôs são usados em engenharia aeronáutica, construção civil, combate a incêndios, acções militarizadas, medicina de reabilitação, [4],**Erro! A origem da referência não foi encontrada.,Erro! A origem da referência não foi encontrada.,Erro! A origem da referência não foi encontrada.** etc. As maiores vantagens são o reduzido custo de produção, o aumento da precisão e da produtividade, flexibilidade comparativamente a máquinas especializadas, execução de trabalhos repetitivos, operações em ambientes hostis [4],**Erro! A origem da referência não foi encontrada..**

O uso de modelos de Geradores Centrais de Padrões de locomoção (CPGs) na geração dos ritmos das pernas dos robôs tem vindo a suscitar um interesse cada vez maior. Estes CPGs são redes neuronais, localizadas na coluna vertebral, responsáveis pela geração dos ritmos locomotores dos animais. A locomoção animal é um processo complexo, que envolve ainda os sistemas de controlo para fixar e orientar o corpo e as estruturas neuronais que são responsáveis pela escolha do passo locomotor em cada instante [37],[38],[39].

Righetti et al [37],[38],[39] estudam modelos de CPGs para robôs bípedes e quadrúpedes. O trabalho destes investigadores está inserido num projecto europeu designado *RobotCub*, que visa desenvolver um robô-criança – *iCub* -, com capacidades motoras e cognitivas de uma criança de 2 anos. Apresentam uma arquitectura que pretende reflectir os diferentes processos envolvidos na geração de movimentos de baixo nível. A arquitectura apresentada distingue três camadas: o Planeador, o *Manager* e o Gerador Central de ritmos locomotores. Esta arquitectura traduz os sistemas de controlos neuronais envolvidos na locomoção de vertebrados [37],[38],[39]. O planeador constrói a representação mental da tarefa, analogamente ao que faz o córtex dos vertebrados. O *manager* é envolvido na selecção, coordenação e *timing* dos comportamentos adequados, tarefas do tronco cerebral, gânglios basais e cerebelo dos vertebrados. Finalmente, o gerador (medula espinal dos vertebrados) gera as trajectórias dos robôs, através de Geradores Centrais de Padrões de locomoção (CPGs) que produzem os ritmos locomotores. Esta abordagem garante que a geração de trajectórias não é perturbada por altos processos de optimização e planeamento em níveis mais elevados (ou seja, o planeador, no nosso caso).

Em [12], é apresentado um modelo de geração de trajectórias em tempo real de um robô quadrúpede que permite a sobreposição e a ligação entre os movimentos rítmicos e discretos. Nesta abordagem foram utilizados sistemas dinâmicos não lineares para gerar os ritmos locomotores e para a parte discreta do movimento. O objectivo foi fazer uso das propriedades atractoras dos referidos sistemas, a fim de fornecer robustez contra pequenas perturbações e permitir a modulação das trajectórias *online* [12].

Há autores que abordam a geração de trajectórias de robôs em tempo real com outras técnicas, como se menciona abaixo.

H. Geyer et al [13] estudam o problema da estabilidade na locomoção dos robôs. De facto um dos requisitos importantes para a locomoção é a estabilidade. O movimento não se deve interromper quando ocorre um pequeno obstáculo. Um valor reduzido ou aumentado da velocidade de avanço deve ser compensado para manter o movimento desejado. Isto poderia ser concretizado através do controlo da energia do sistema. Assim, a estabilidade requer um controlo da energia mecânica. No entanto, mesmo com uma energia suficientemente ajustada, a locomoção pode falhar. Por exemplo, se uma perna não é alinhada em relação ao solo, ou o solo é maior que o esperado, o sistema pode tropeçar e, conseqüentemente, há a queda do robô.

L.S. Martins-Filho e R. *Prajoux* [29] abordam a aplicação do raciocínio baseado em regras para gerir em tempo real o controlo da locomoção de robôs quadrúpedes. O raciocínio baseado em regras é feito utilizando um sistema de *KHEOPS*; Os sistemas baseados em regras são bem conhecidos pelas suas vantagens de programação, mas são vulgarmente conhecidos como sendo ineficientes em termos de tempo de processamento bem como de difícil controlo.

T. C. Lueth et al [26], apresentam-nos um robô móvel, *KAMRO*, com dois braços capaz de realizar tarefas de montagem sem intervenção humana. É capaz de se mover livre de colisão entre vários postos de trabalhos, num ambiente industrial, para localizar as peças de montagem e colocá-las juntas. Este robô, nos últimos três anos, foi ainda melhorado aumentando a sua confiabilidade e introduzindo novas qualidades: a mobilidade reactiva, a utilização simultânea de ambos os manipuladores, independentes ou numa sequência de cinemática, a manipulação de móveis, a visão de activos com câmaras de mão - olho, etc. Este robô está a ter grande sucesso com aplicações em grande escala em ambiente de trabalho.

1.2.OBJECTIVOS

O objectivo central deste trabalho visa a apresentação de um novo modelo de gerador central de ritmos locomotores para quadrúpedes, modelo esse que será usado na geração dos ritmos associados às trajectórias em tempo real de um robô quadrúpede. Estuda-se ainda a inclusão de uma componente discreta nessas trajectórias.

Este modelo não foi ainda usado no estudo de robôs quadrúpedes, pretendendo-se uma primeira abordagem ao tema.

Um objectivo secundário é o de suscitar o interesse no tema da geração de trajectórias em tempo real de robôs, usando Geradores Centrais de Padrões de locomoção. Estes CPGs, modelados por sistemas dinâmicos acoplados, permitem gerar trajectórias em tempo real, com um custo baixo de computação, e a possibilidade de alterar os parâmetros em tempo real, de sincronizar com os sinais externos e de integrar o *feedback* sensorial.

1.3. CALENDARIZAÇÃO

O primeiro momento deste projecto consistiu na selecção do tema. O meu interesse debruçou-se sobre a investigação dos movimentos controlados nos animais e a sua aplicação na concepção de robôs capazes de os mimetizar. Escolhido o tema, iniciei um processo de recolha de documentação do saber já produzido sobre o mesmo.

Depois de efectuado o processo de recolha da primeira documentação, comecei a fazer a análise da mesma. Simultaneamente, iniciei a realização de simulações numéricas. De momento, estou a registar as sínteses do saber pesquisado, sendo que de seguida passarei novamente às simulações numéricas. Terminadas as simulações e concluídas as pesquisas registei por escrito todos os passos dados no desenvolvimento deste trabalho, de que resulta o texto presente.

1.4. ORGANIZAÇÃO DO RELATÓRIO

No Capítulo 1, faz-se a introdução ao modelo de um Gerador Central de Padrões de locomoção de um animal quadrúpede.

No capítulo 2, é apresentado o modelo de CPG para os ritmos das pernas dos quadrúpedes, assim como a classe de equações diferenciais ordinárias a ele associada. Discriminam-se os passos locomotores dos quadrúpedes previstos pelo modelo e ainda a sua classificação em passos primários e secundários, usando argumentos de simetria e de teoria da bifurcação. Listam-se todas as bifurcações dos passos primários e passos secundários. Apresentam-se ainda as equações diferenciais ordinárias da parte discreta das trajectórias.

No capítulo 3, são apresentados e discutidos os resultados das simulações numéricas.

Nos últimos capítulos, o capítulo 4 e 5, são reunidas as principais conclusões e perspectivados futuros desenvolvimentos.

2. O MODELO DE CPG PARA QUADRÚPEDES

Neste capítulo, apresenta-se o modelo de CPG de oito osciladores (ver **Figura 1**) para os ritmos locomotores das pernas dos quadrúpedes. Este modelo é constituído por oito osciladores acoplados com simetria $Z_4 \times Z_2$. Foi proposto por *Golubitsky, Stewart, Buono e Collins*, para os ritmos locomotores dos quadrúpedes. Cada oscilador é modelado matematicamente por um sistema de equações diferenciais ordinárias. A derivação do modelo assenta em princípios da Biologia. Pensa-se que existe uma rede de neurónios, localizada na medula espinal, que é responsável pela geração dos sinais coordenados que caracterizam os ritmos locomotores dos animais. A existência de oito osciladores no modelo deve-se ao facto de a maioria das articulações dos animais ser movimentada por dois tipos de músculos: os flexores e os extensores. Desta forma, o modelo de CPG modela quatro articulações, sendo a dinâmica de cada articulação modelada por dois osciladores. Os osciladores 1 e 5 enviam sinais para a articulação da perna traseira esquerda (LH), os osciladores 3 e 7 enviam sinais para a articulação da perna dianteira esquerda (LF), os osciladores 2 e 6 enviam sinais para a articulação da perna traseira direita (RH) e os osciladores 4 e 8 enviam sinais para a articulação da perna dianteira direita (RF) [15],[16].

Na secção 2.1 é apresentada a classe de equações diferenciais ordinárias associada ao modelo de CPG de oito osciladores da parte rítmica. Na secção 2.2 são discutidas as simetrias do modelo, nomeadamente as permutações que constituem o grupo de oito elementos. Na secção 2.3 são descritos os passos locomotores dos quadrúpedes, previstos pelo modelo de CPG de oito osciladores. Na secção 2.4 é apresentada a classe de ODE's da parte discreta do modelo de CPG de oito osciladores.

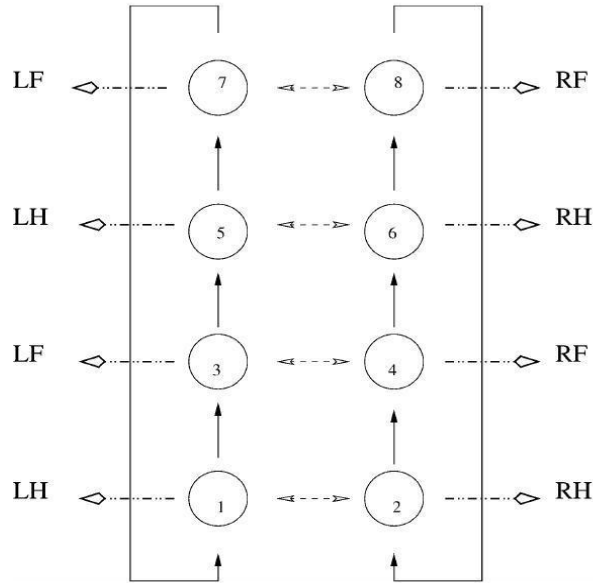


Figura 1- Modelo de CPG de oito osciladores para os ritmos locomotores do robô quadrúpede. Para mais informação, ver texto

2.1.EQUAÇÕES DA PARTE RÍTMICA

As redes que estão desenhadas nas **Figuras 1 e 2** correspondem a classes de sistemas de equações diferenciais ordinárias [35]. Por exemplo, a classe de equações diferenciais ordinárias correspondentes ao modelo de oito osciladores é

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F(x_1, x_2, x_7) \\ \dot{x}_2 = F(x_2, x_1, x_8) \\ \dot{x}_3 = F(x_3, x_4, x_1) \\ \dot{x}_4 = F(x_4, x_3, x_2) \\ \dot{x}_5 = F(x_5, x_6, x_3) \\ \dot{x}_6 = F(x_6, x_5, x_4) \\ \dot{x}_7 = F(x_7, x_8, x_5) \\ \dot{x}_8 = F(x_8, x_7, x_6) \end{cases}$$

onde $x_i \in \mathbf{R}^k$ representa a dinâmica interna da célula i , com $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ e } 8\}$ e $k \in \mathbf{N}$ a dimensão dessa dinâmica [35].

Cada oscilador do modelo de CPG para quadrúpedes é modelado pelo seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias, designado de oscilador de Hopf:

$$\dot{x}_i = \alpha(\mu - r_i^2)x_i - \omega_i z_i \quad (1)$$

$$\dot{z}_i = \alpha(\mu - r_i^2)z_i + \omega_i x_i + k_1 h\left(z_{i+\varepsilon_i}, z_i\right) + k_2 h\left(z_{i-2}, z_i\right) \quad (2)$$

onde $\omega_i = \frac{\omega_{stance}}{e^{-bz} + 1} + \frac{\omega_{swing}}{e^{bz} + 1}$, ω (rad.s⁻¹) é a frequência das oscilações e ω_{swing} e ω_{stance}

são as frequências de oscilação das fases de *swing* e *stance*. $r_i = \sqrt{x_i^2 + z_i^2}$ e $i = 1, 2, \dots, 8$. k_1, k_2 são as constantes de acoplamento, $\sqrt{\mu}$ é a amplitude das oscilações. α é uma constante positiva que controla a velocidade de convergência para o ciclo limite [11],[38].

A escolha do oscilador de Hopf baseia-se no facto deste ter um ciclo limite harmónico, que é estruturalmente estável, e na forma do ciclo limite ser independente da escolha dos parâmetros de frequência. Pode-se ainda controlar de forma explícita e independente as frequências das fases ascendente e descendente de cada oscilação, assim como a sua amplitude com ω_{swing} , ω_{stance} e μ [11],[38].

2.2. A SIMETRIA DO MODELO

Collins e *Stewart* [9] observaram que diferentes passos podem ser descritos pelas suas simetrias espaço-temporais. Eles também mostraram, usando a teoria de bifurcação de Hopf com simetria, que simetrias numa rede locomotora CPG podem ser usadas para produzir soluções periódicas com os ritmos associados aos passos dados. Esta abordagem baseia-se em trabalhos anteriores de *Kopell* e *Ermentrout* [23],[24],[25].

Golubitsky et al [14],[15],[16],[17] introduziram modelos locomotores para os ritmos dos movimentos das pernas de animais de n pernas. Os modelos de CPG de oito osciladores

para os ritmos locomotores de animais quadrúpedes (veja a **Figura 1**) e o modelo de CPG análogo de quatro osciladores (veja a **Figura 2**) para os ritmos de pernas em bípedes são dois exemplos.

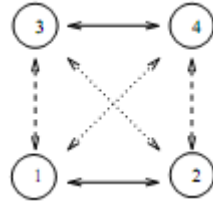


Figura 2- Modelo de CPG de 4 osciladores para os ritmos locomotores dos bípedes

Golubitsky et al [14],[15],[16],[17] mostraram que é possível construir uma única rede de oito osciladores que pode produzir soluções periódicas correspondentes aos passos comuns *walk*, *trot* e *pace* do quadrúpede. Eles também mostraram que nenhuma rede de quatro osciladores pode produzir os ritmos associados a estes passos de uma forma biologicamente razoável. A rede de oito osciladores tem a propriedade marcante de cada perna que recebe sinais de dois osciladores. A partir desta observação, conclui-se que o modelo CPG do quadrúpede de oito osciladores traduz-se naturalmente para o modelo bípede CPG de quatro osciladores [35].

A interpretação fisiológica para o facto dos modelos locomotores para os ritmos de animais quadrúpedes terem dois osciladores por membro é mais facilmente entendida considerando-se a rede de quatro osciladores. Este modelo de quatro osciladores pode produzir dois tipos diferentes de soluções periódicas que se caracterizam pelos sinais enviados para a perna esquerda estarem meio período desfasados dos sinais enviados para a perna direita. Num tipo de solução, os dois sinais que são enviados para a perna esquerda estão em fase e no segundo tipo de solução os dois sinais que são enviados para a perna direita estão meio período desfasados [35]. Estes dois diferentes tipos de soluções têm uma interpretação natural. É bem sabido que o caminhar e o correr são dois passos bípedes distintos em que os movimentos da perna são de meio período de fase desfasado. Usando gravações electromiográficas, *Mann et al* [27],[28] demonstraram que no *run* (correr) os músculos flexores e extensores ligados à articulação do tornozelo estão aproximadamente em fase (assim mantendo a rigidez da articulação do tornozelo) e no *walk* (caminhar) os dois grupos musculares excitados estão desfasados (permitindo assim que a junta do tornozelo rode). Assim, pensamos que locomotores CPGs controlam os grupos musculares ao invés das pernas. Como a maioria das juntas é controlada por dois grupos musculares,

faz sentido que redes mínimas locomotoras CPG devem ter dois osciladores de cada perna [35].

A rede de oito osciladores consiste em dois anéis unidireccionais de quatro osciladores acoplados. Esta rede permite a permutação independente: $k = (1\ 2)(3\ 4)(5\ 6)(7\ 8)$ (a simetria contralateral bilateral que comuta os dois anéis) e $\omega = (1\ 3\ 5\ 7)(2\ 4\ 6\ 8)$ (a simetria ipsilateral dos ciclos dos osciladores ao longo dos dois anéis). O grupo de simetrias desta rede é então o grupo de oito elementos dado por:

$$\Gamma_{quad} = Z_4(\omega) \times Z_2(k)$$

Onde $Z_k(\sigma)$ é o grupo cíclico de k elementos gerado pela permutação σ [28].

2.3. PASSOS LOCOMOTORES DOS QUADRÚPEDES

Golubitsky *et al* [14],[15],[16],[17] usaram o teorema H/K [14] para identificar todas as simetrias espaço-temporais e espaciais associadas às soluções periódicas produzidas pelo sistema de ODE's. Seja $K \subset H \subset \Gamma_{quad}$ de tal forma que uma determinada solução periódica $x(t)$ tem o par de simetrias (H, K) . K é o subgrupo das simetrias espaciais k , isto é, das simetrias que satisfazem $kx(t) = x(t)$. H é o subgrupo de simetrias espaço-temporais h , isto é, das simetrias que satisfazem, $hx(t + \theta) = x(t)$, onde θ é o valor da mudança fase.

Teorema H/K [14] Seja Γ um grupo finito que actua em \mathbf{R}^n . Existe uma solução periódica para um sistema Γ -equivariante de equações diferenciais ordinárias em \mathbf{R}^n com simetrias espaciais K e simetrias espaço-temporais H se e só se:

- (i) H/K é um grupo cíclico.
- (ii) K é um subgrupo de isotropia.
- (iii) $\dim \text{Fix}(K) \geq 2$, Se $\dim \text{Fix}(K) = 2$ então ou $K=H$ ou $H=N(K)$:
- (iv) H fixa uma componente conexa de $\text{Fix}(K)$ L_K .

Quando estas condições são verificadas, existem ciclos limite hiperbólicos assintoticamente estáveis, com a simetria desejada.

Na **Tabela 1** apresentam-se as soluções periódicas produzidas pelo modelo de CPG dos quadrúpedes, identificadas com os passos locomotores *Pronk*, *Walk*, entre outros.

H	K	Solução periódica	Passo
Γ_{quad}	Γ_{quad}	$(x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t))$	<i>Pronk</i>
Γ_{quad}	Γ_{arm}	$(x_1(t), x_1(t), x_1(t + \frac{1}{2}), x_1(t + \frac{1}{2}))$	<i>Bound</i>
Γ_{quad}	$Z_4(\omega)$	$(x_1(t), x_1(t + \frac{1}{2}), x_1(t), x_1(t + \frac{1}{2}))$	<i>Pace</i>
Γ_{quad}	$Z_4(k\omega)$	$(x_1(t), x_1(t + \frac{1}{2}), x_1(t + \frac{1}{2}), x_1(t))$	<i>Trot</i>
Γ_{quad}	$Z_2(k)$	$(x_1(t \pm \frac{1}{4}), x_1(t \pm \frac{1}{4}), x_1(t), x_1(t))$	<i>Jump</i>
Γ_{quad}	$Z_2(k\omega^2)$	$(x_1(t), x_1(t + \frac{1}{2}), x_1(t \pm \frac{1}{4}), x_1(t \pm \frac{3}{4}))$	<i>Walk</i>

Tabela 1 – Soluções periódicas do modelo de CPG identificadas com passos locomotores quadrúpedes. Seja $X(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t), x_6(t), x_7(t), x_8(t))$ a solução com período normalizado para 1. Apresentam-se as primeiras 4 coordenadas da solução

2.4. EQUAÇÕES DA PARTE DISCRETA

A unidade geradora discreta, que é inspirada no modelo *VITE* [11], é modelada pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \dot{h}_i = d(p - h_i) & (3) \\ \dot{y}_i = h_i^4 v_i & (4) \\ \dot{v}_i = p^4 \frac{-b^2}{4} (y_i - g_i) - b v_i & (5) \end{cases}$$

O sistema é dissipativo, pelo que o seu *output* y_i converge assintoticamente e de forma monótona para um dado objectivo g_i , com velocidade de convergência controlada por um

parâmetro b , enquanto a velocidade v_i converge para zero. A velocidade é uma curva em forma de seno (os parâmetros p e d são escolhidos com este objectivo). h_i converge para p e o seu valor é fixado em zero no final de cada movimento. Como g_i é estável, nenhum problema de estabilidade ocorrerá para qualquer valor g_i .

2.5. BIFURCAÇÃO DOS PASSOS PRIMÁRIOS

Nesta secção resume-se, usando a teoria da bifurcação, a classificação dos passos primários e secundários produzidos pelo modelo de CPG de oito osciladores.

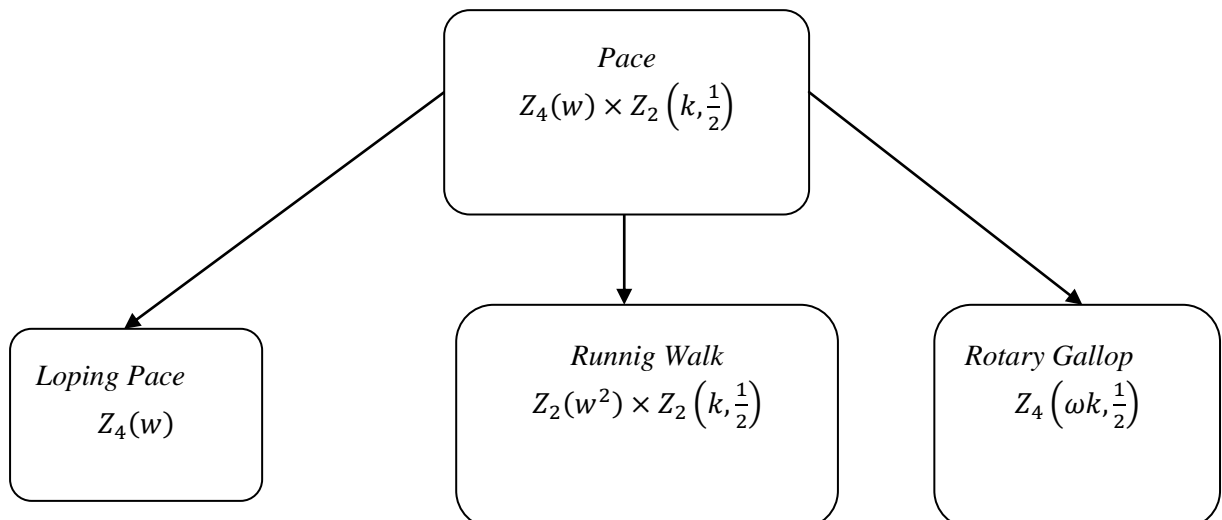
Buono estuda a bifurcação por quebra de simetria dos passos primários do modelo de CPG de oito osciladores. As soluções periódicas que resultam dessa quebra de simetria são identificadas como passos secundários dos quadrúpedes [2].

Passos primários correspondem a soluções periódicas na rede, onde cada célula emite o mesmo sinal com mudanças de fase exacta. Neste sentido *walk*, *trot* e *pace* são exemplos de passos primários. Passos secundários são modelados por soluções periódicas em que cada oscilador emite um de dois sinais diferentes, juntamente com deslocamentos de fase [2].

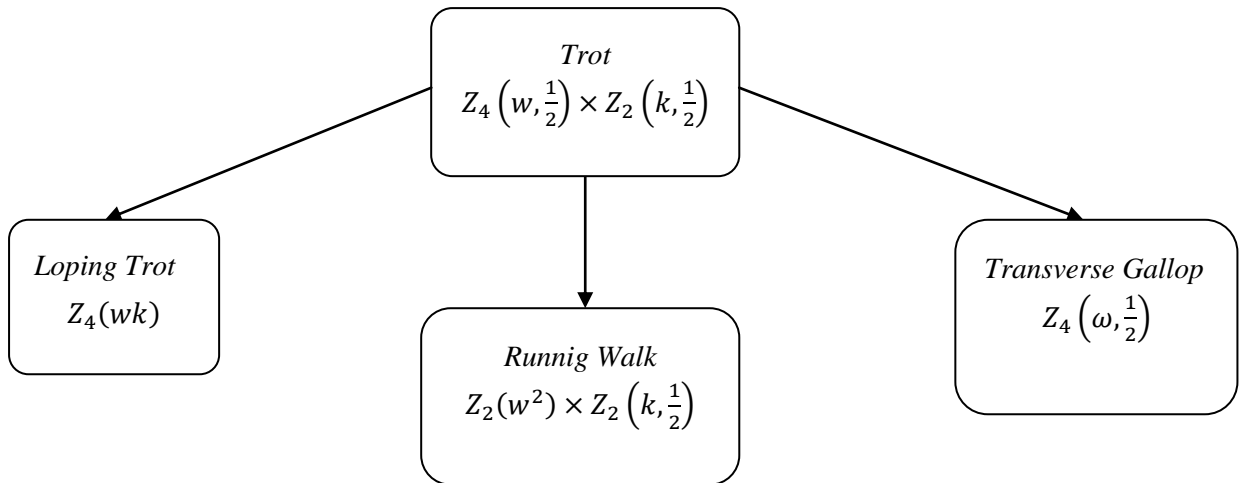
Na **Figura 3** representam-se os passos secundários e respectivos grupos de simetria que resultam de bifurcações por quebra de simetria dos passos primários *pace*, *trot*, *walk* e *jump* [2]. Este cálculo dos passos secundários é feito usando propriedades das aplicações de Poincaré [36].

Figura 3 - Fluxograma dos passos secundários e respectivos grupos de isotropia, obtidos por bifurcações de quebra de simetria dos passos primários, no modelo de CPG de oito osciladores

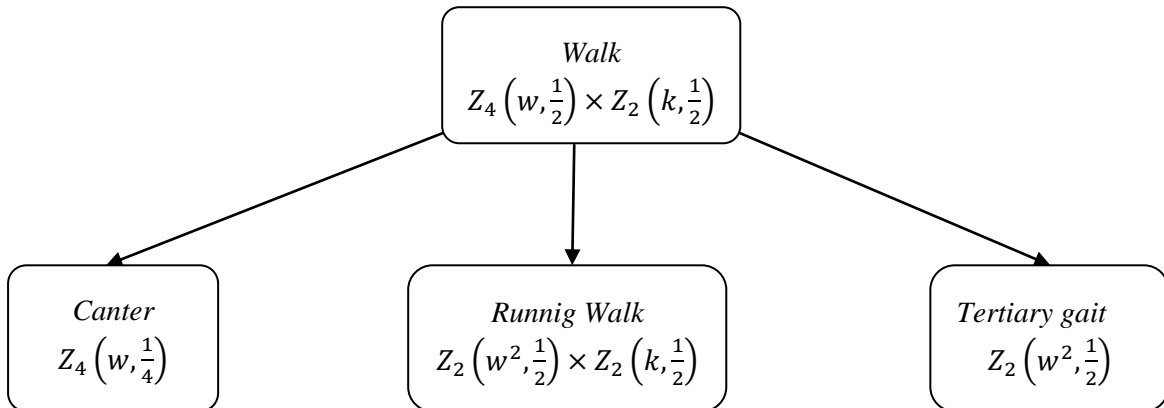
PACE:



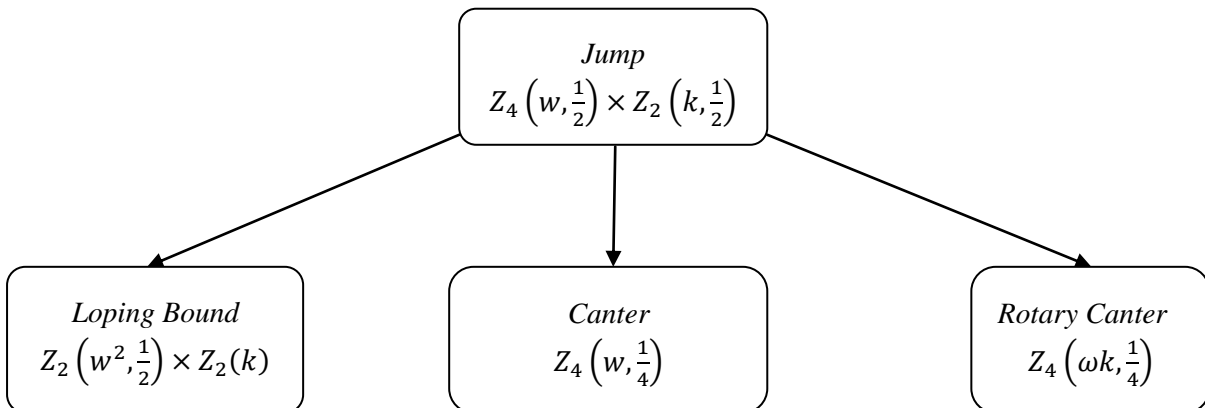
TROT:



WALK:



JUMP:



2.6. ANÁLISE DOS PASSOS SECUNDÁRIOS DO PONTO DE VISTA DA BIOLOGIA

À medida que a velocidade de locomoção aumenta, pode observar-se a transição entre passos locomotores nos animais. Por exemplo, os mamíferos, como cavalos, cães e gatos, realizam transições bruscas de um trote para um galope transversal quando a velocidade aumenta. Estas transições em passos de animais podem ser associadas a bifurcações de quebra de simetria de uma solução periódica para outra [2].

O passo seleccionado pelos animais depende de combinações de vários factores tais como a velocidade, estabilidade, consumo de energia, o comprimento das pernas, terreno, etc. O padrão de sequência das pernas de um passo locomotor não é uma medida suficiente para avaliar, por exemplo, a estabilidade de um passo a uma determinada velocidade. Temos que considerar o *duty factor*, que é a parte do ciclo do passo locomotor em que o membro está em contacto com o solo [2].

Na robótica, por exemplo, um robô tem que ter um ajustamento neuronal que capacite a sua adaptabilidade na locomoção em terrenos de variada natureza. Relativamente à velocidade de transição de movimentos, tomemos como exemplo da sua importância a utilização do robô numa linha de montagem de automóveis. Os seus movimentos têm que estar programados para tempos exactos de execução e por isso ajustados à velocidade da própria linha de montagem [4],[8].

3. RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo apresentam-se os resultados de simulações numéricas do modelo de CPG de oito osciladores para os ritmos locomotores das pernas dos quadrúpedes. Na secção 3.1. apresentam-se os resultados das simulações numéricas com o modelo de CPG de 8 osciladores, onde se considera apenas a parte rítmica. Na secção 3.2 listam-se os resultados das simulações numéricas do modelo de CPG que engloba as partes rítmica e discreta. A parte discreta é inserida (a) como um *offset* ou (b) somada às equações da parte rítmica.

3.1. SIMULAÇÕES DA PARTE RÍTMICA

Passo	Condições Iniciais	Constantes de Acoplamento	Parâmetros	Figura
<i>Pronk</i>	$x_0 = (0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5)$	$k_1 = 1; k_2 = -1$	$\mu = 1; \alpha = 5$	Figura 4
<i>Bound</i>	$x_0 = (0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0; 0; 0; 0)$	$k_1 = 1; k_2 = -1$	$\mu = 1; \alpha = 5$	Figura 5
<i>Pace</i>	$x_0 = (0; 0; 0,5; 0,5; 0; 0; 0,5; 0,5)$	$k_1 = -0,5; k_2 = -0,5$	$\mu = 1; \alpha = 5$	Figura 6
<i>Trot</i>	$x_0 = (0; 0; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0; 0)$	$k_1 = -0,7; k_2 = -0,7$	$\mu = 1; \alpha = 5$	Figura 7
<i>Jump</i>	$x_0 = (0; 0; 0; 0; 0,25; 0,25; 0,25; 0,25)$	$k_1 = 1,7; k_2 = -0,3$	$\mu = 1; \alpha = 5$	Figura 8
<i>Walk</i>	$x_0 = (0,4; 0,4; 0,5; 0,5; 0,25; 0,25; 0,75; 0,75)$	$k_1 = -1,8; k_2 = 0,1$	$\mu = 1; \alpha = 5$	Figura 9

Tabela 2 - Valores das constantes de acoplamento e parâmetros das soluções periódicas do modelo de CPG de oito osciladores, obtidas com as equações diferenciais ordinárias, designadas de oscilador de Hopf. Apresentam-se as primeiras 4 coordenadas das condições iniciais

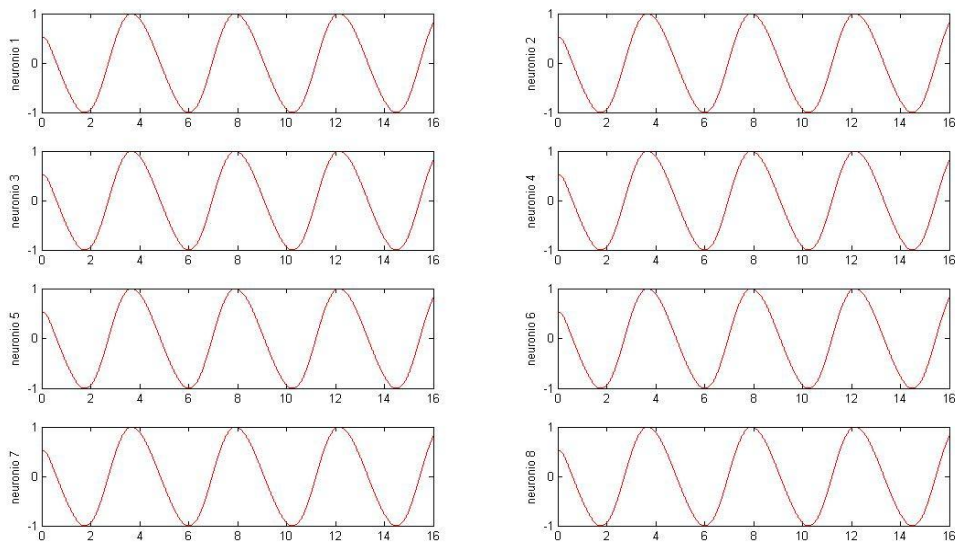


Figura 4 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário *Pronk* da Tabela 2

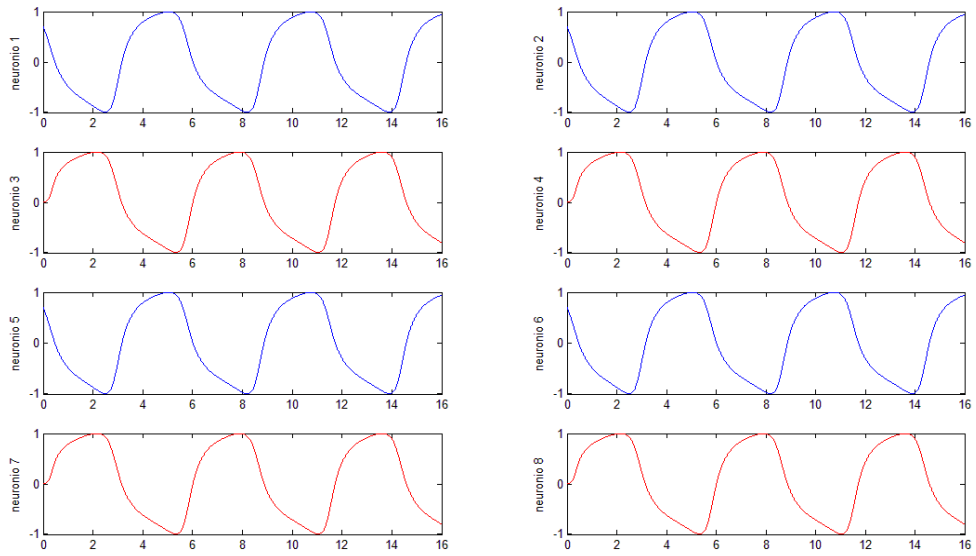


Figura 5 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário *Bound* da Tabela 2

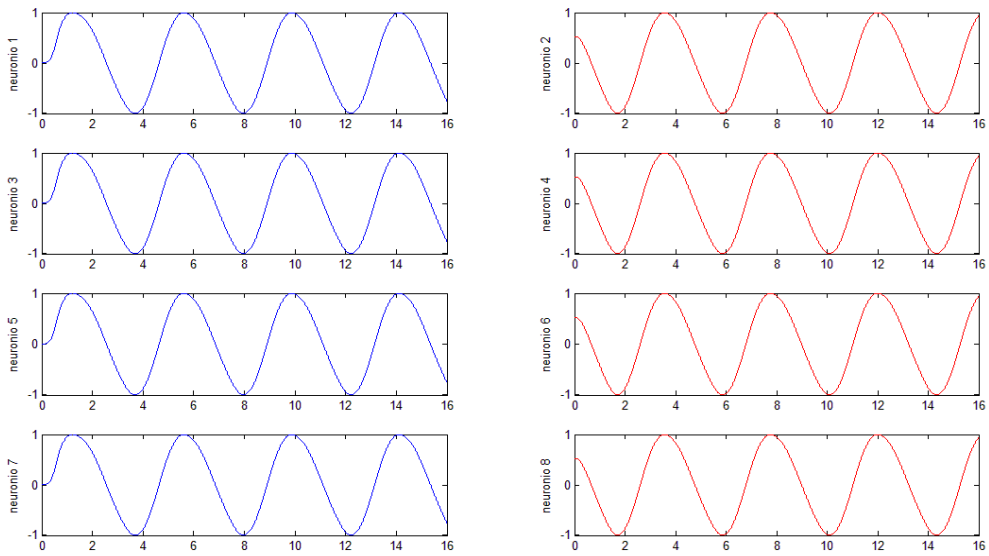


Figura 6 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário *Pace* da Tabela 2

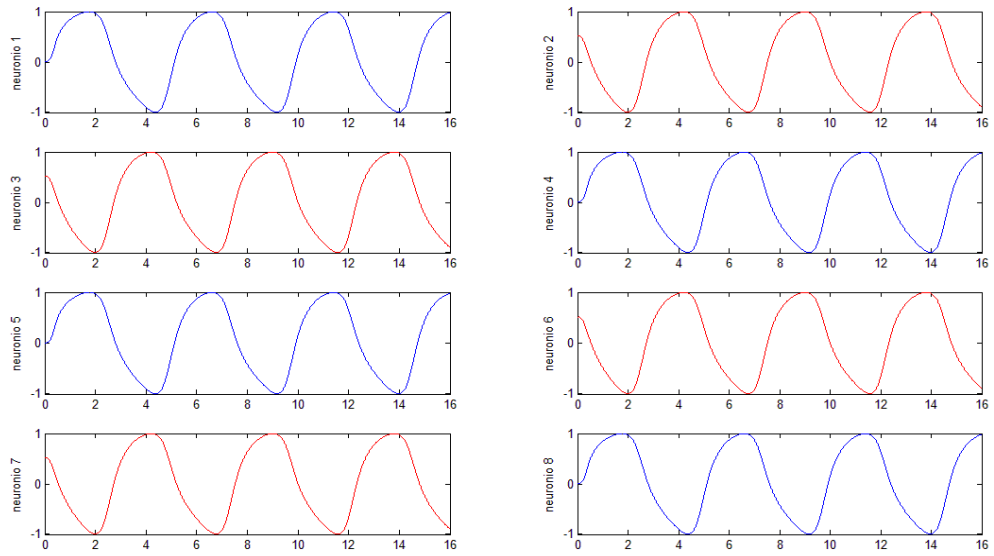


Figura 7 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário Trot da Tabela 2

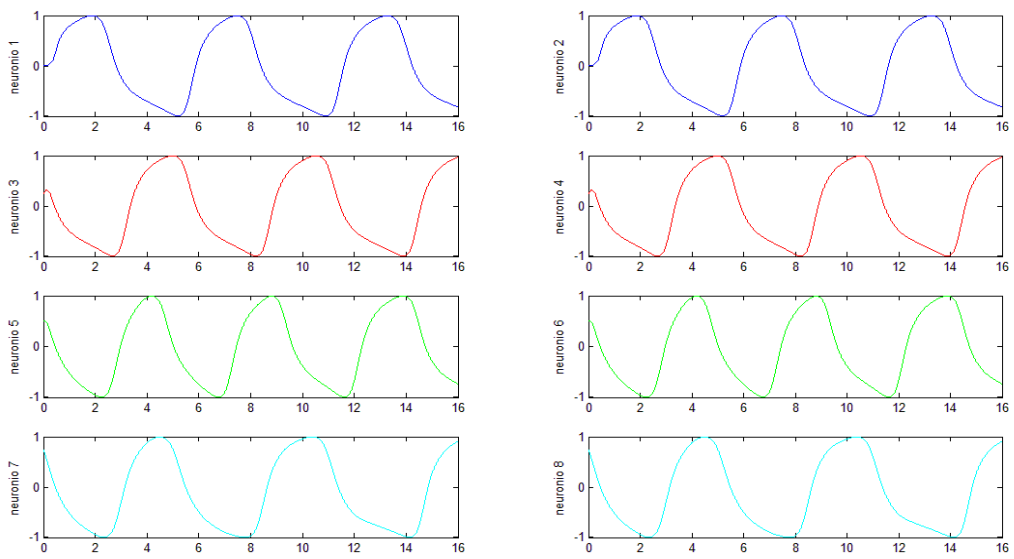


Figura 8 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário Jump da Tabela 2

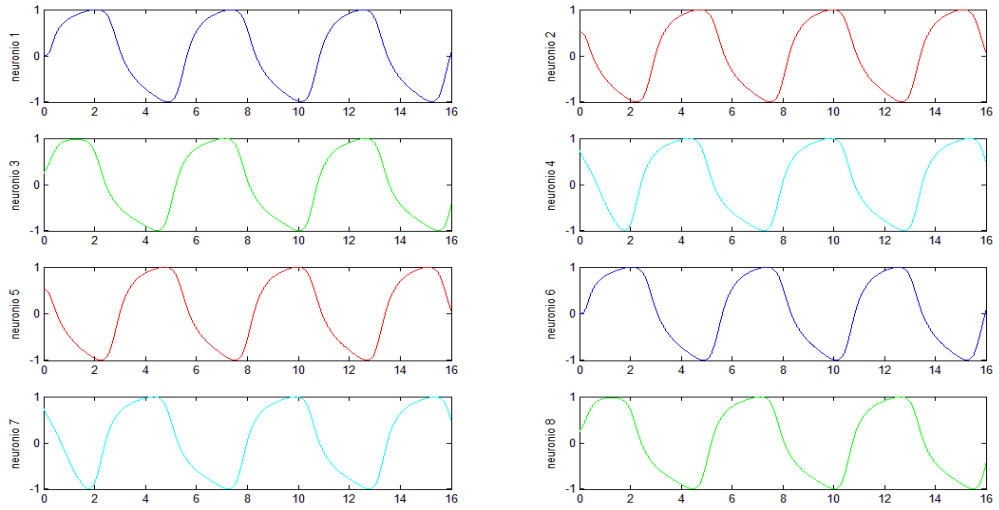


Figura 9 - Solução periódica do modelo de CPG de oito osciladores identificada com o passo primário Walk da Tabela 2

3.2. SIMULAÇÕES DAS PARTES RÍTMICA E DISCRETA

3.2.1. PARTE DISCRETA INSERIDA COMO OFFSET

Nesta secção, inclui-se a parte discreta na parte rítmica como um *offset*. A parte discreta é dada pelo sistema de equações diferenciais ordinárias descrito na secção 2.4. A parte rítmica continua a ser modelada pelo oscilador de Hopf, com uma ligeira modificação. Vem:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \alpha(\mu - r_i^2)(x_i - y_i) - \omega_i z_i \quad (6) \\ \dot{z}_i &= \alpha(\mu - r_i^2)z_i + \omega_i(x_i - y_i) + k_1 h(z_i + \varepsilon_i, z_i) + k_2 h(z_i - 2, z_i) \quad (7) \end{aligned}$$

onde $r_i = \sqrt{(x_i - y_i)^2 + z_i^2}$.

O sistema (7) pode alternar entre os movimentos puramente discretos ($\mu < 0$), movimentos puramente rítmicos ($\mu > 0$ e g_i fixo), e combinações de ambos (ou seja, movimentos rítmicos em torno de *offsets* que vão variando no tempo) [12]. Por cada valor que g_i for tendo, o sistema (4) será atraído pelo novo objectivo g_i e modifica a posição resultante x_i , gerando um movimento discreto para g_i [12] [12].

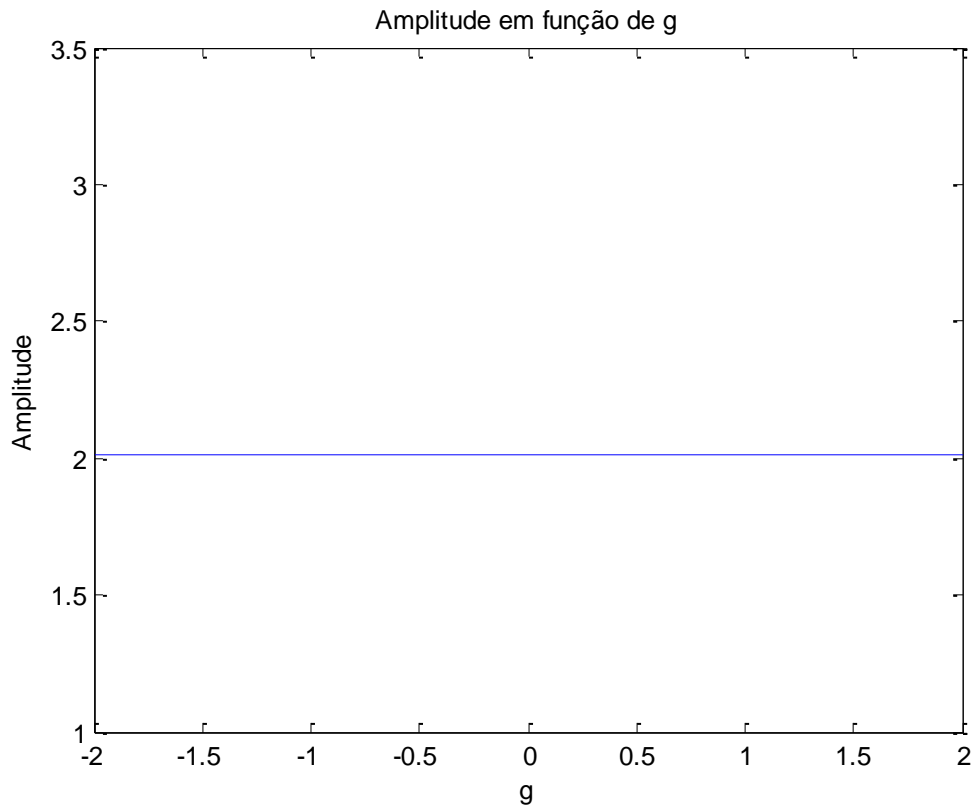


Figura 10 – Amplitude em função de g do passo locomotor *Trot*, considerando o sistema da parte discreta inserida como *offset*

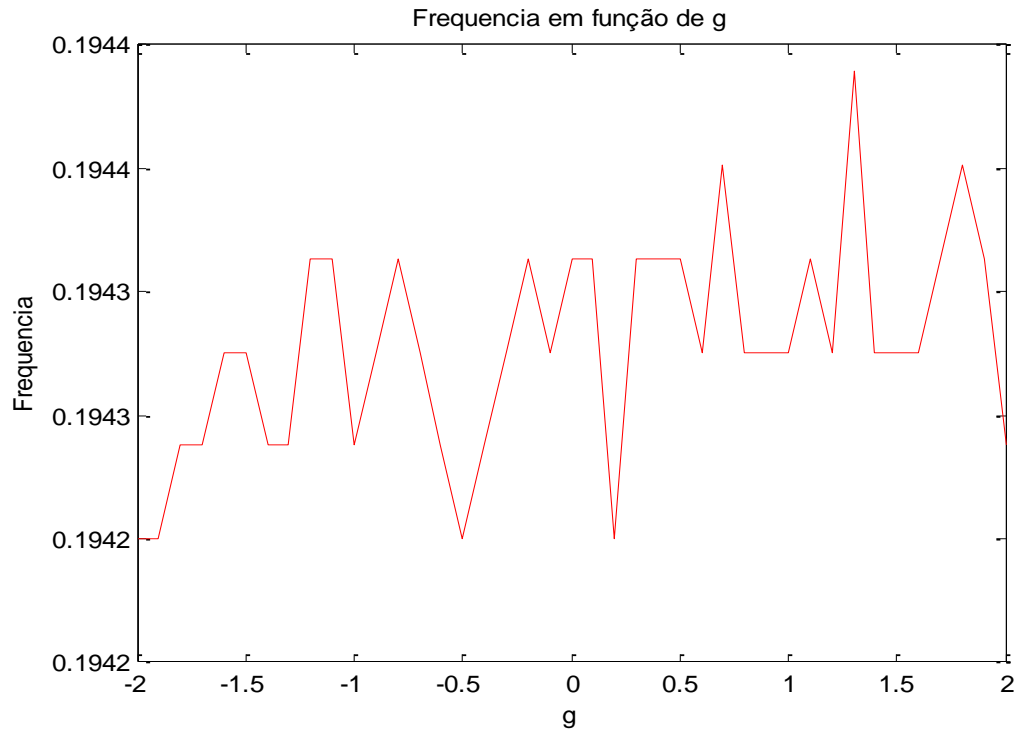


Figura 11 – Frequência em função de g do passo locomotor *Trot*, considerando o sistema da parte discreta inserida como *offset*

Da observação das **Figuras 10 e 11**, no caso da parte discreta ser inserida como um *offset* na parte rítmica, a amplitude e a frequência da solução periódica identificada com o passo locomotor *Trot* mantêm-se constantes. Note-se que a variação da frequência é da ordem de 10^{-4} , pelo que se pode considerar um erro numérico.

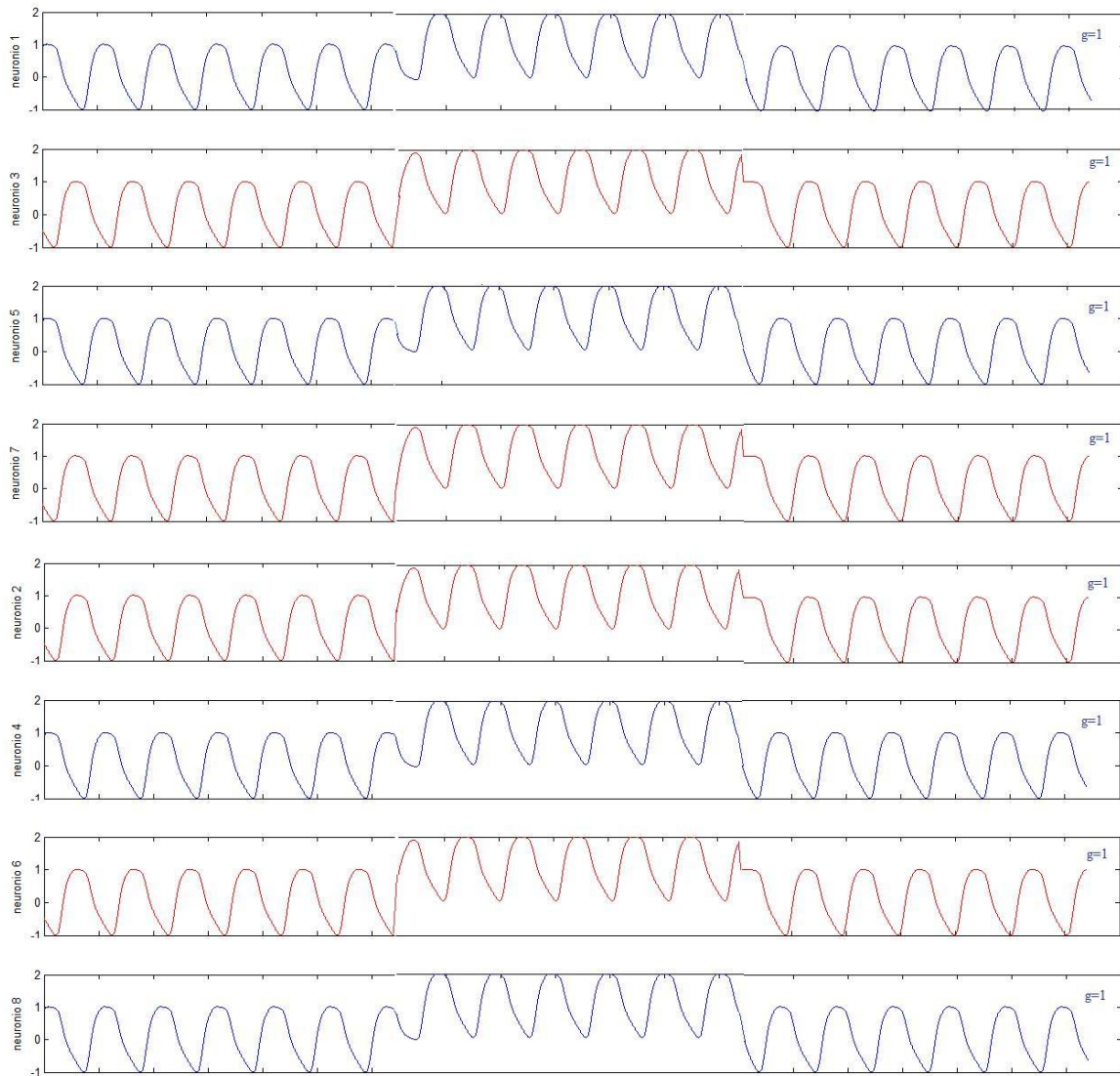


Figura 12 – Combinação de sistemas rítmico (a 1/3 da figura), discreto inserido como offset (a 2/3 da figura) e rítmico, considerando a combinação desses mesmos sistemas

A inclusão da parte discreta como um *offset* na parte rítmica do movimento do robô, não altera a amplitude nem a frequência do movimento. Observa-se apenas um deslocamento da solução para $g=1$. Isto significa que a velocidade (varia com a frequência) e a extensão do passo (varia com a amplitude) se mantêm constantes.

3.2.2. PARTE DISCRETA SOMADA À PARTE RÍTMICA

Nesta secção, a parte discreta é somada às equações da parte rítmica. O sistema de ODEs associado ao CPG de oito osciladores é dado por:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= \alpha(\mu - r_i^2)x_i - \omega_i z_i - y_i \quad (8) \\ \dot{z}_i &= \alpha(\mu - r_i^2)z_i + \omega_i x_i + k_1 h(z_{i+\varepsilon_i}, z_i) + k_2 h(z_{i-2}, z_i) - y_i \quad (9)\end{aligned}$$

onde $r_i = \sqrt{x_i^2 + z_i^2}$.

Nas **Figuras 13 e 14**, apresentam-se os resultados dos valores da amplitude e da frequência para variação do parâmetro g . Observa-se que a amplitude da solução periódica produzida pelo modelo de CPG de 8 osciladores identificada com o passo locomotor *Trot* aumenta até $g=0,2$ e depois decresce até $g=1,8$. Relativamente à frequência ela aumenta até $g=0,5$ e depois decresce até $g=1,8$. Isto traduz-se numa variação da velocidade do passo locomotor, directamente proporcional à frequência e numa variação da extensão do movimento, proporcional à amplitude.

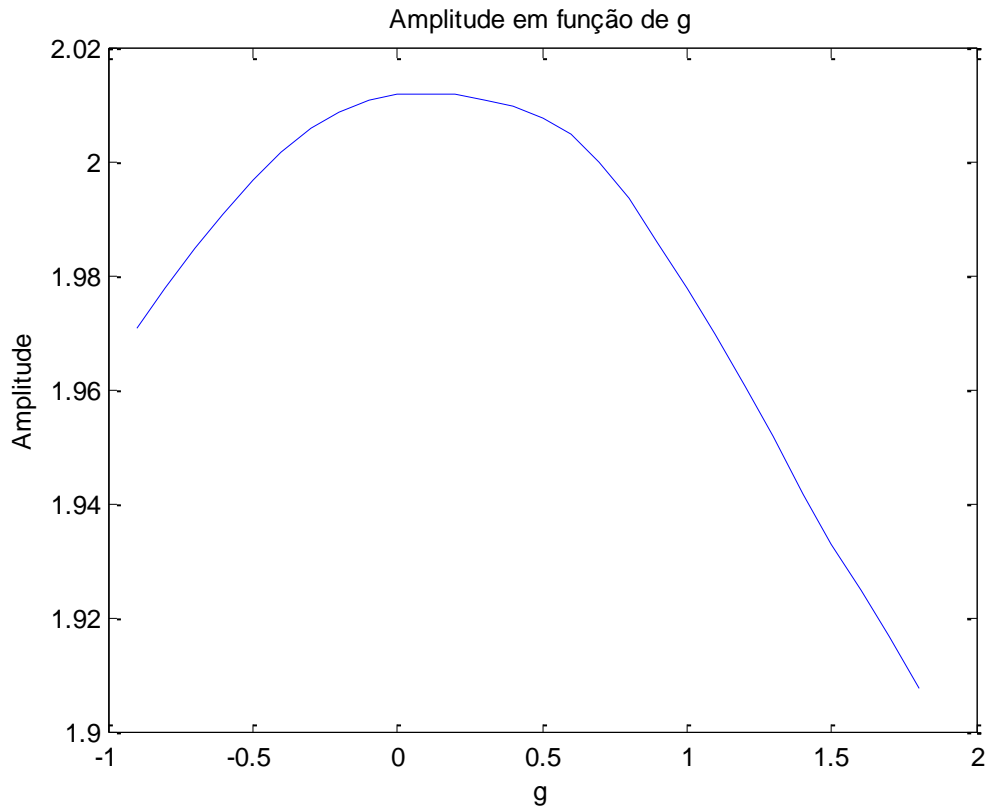


Figura 13 – Amplitude em função de g do passo locomotor *Trot* considerando o sistema discreto somado às equações da parte rítmica

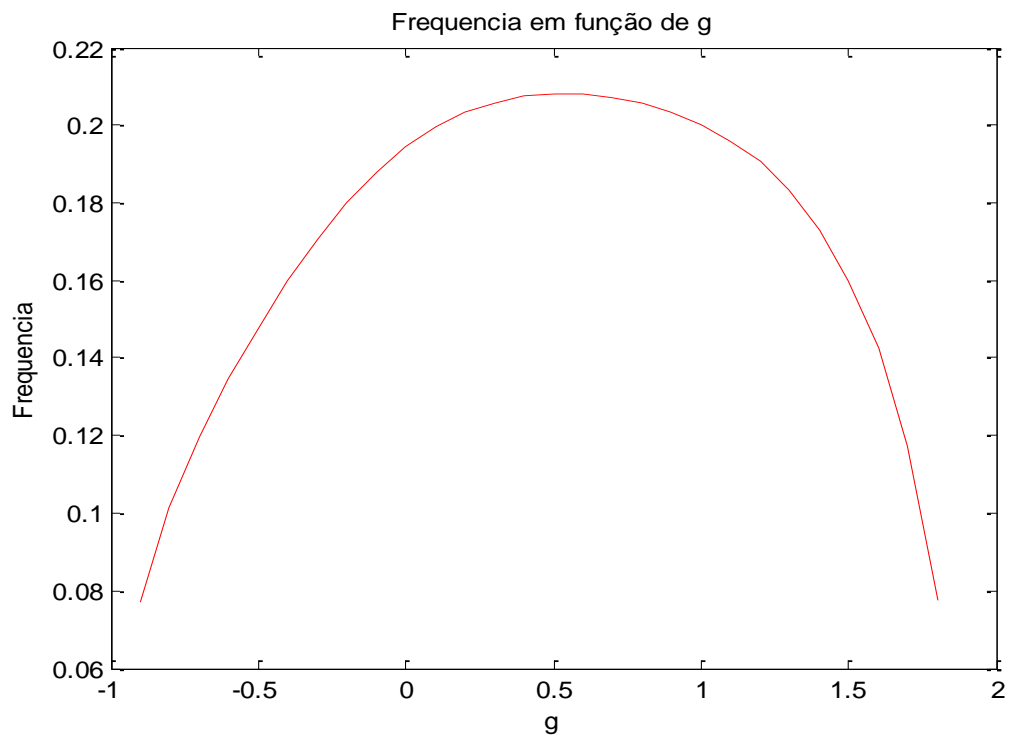


Figura 14 – Frequência em função de g do passo locomotor *Trot* considerando o sistema discreto somado às equações da parte rítmica

Na **Figura 15**, apresenta-se uma composição de figuras, onde se pode observar a inserção (a 1/3 da figura) da parte discreta num movimento que é puramente rítmico e a remoção da parte discreta (a 2/3 da figura). Observa-se uma pequena diminuição da amplitude e um pequeno aumento da frequência, relativamente ao movimento puramente rítmico.

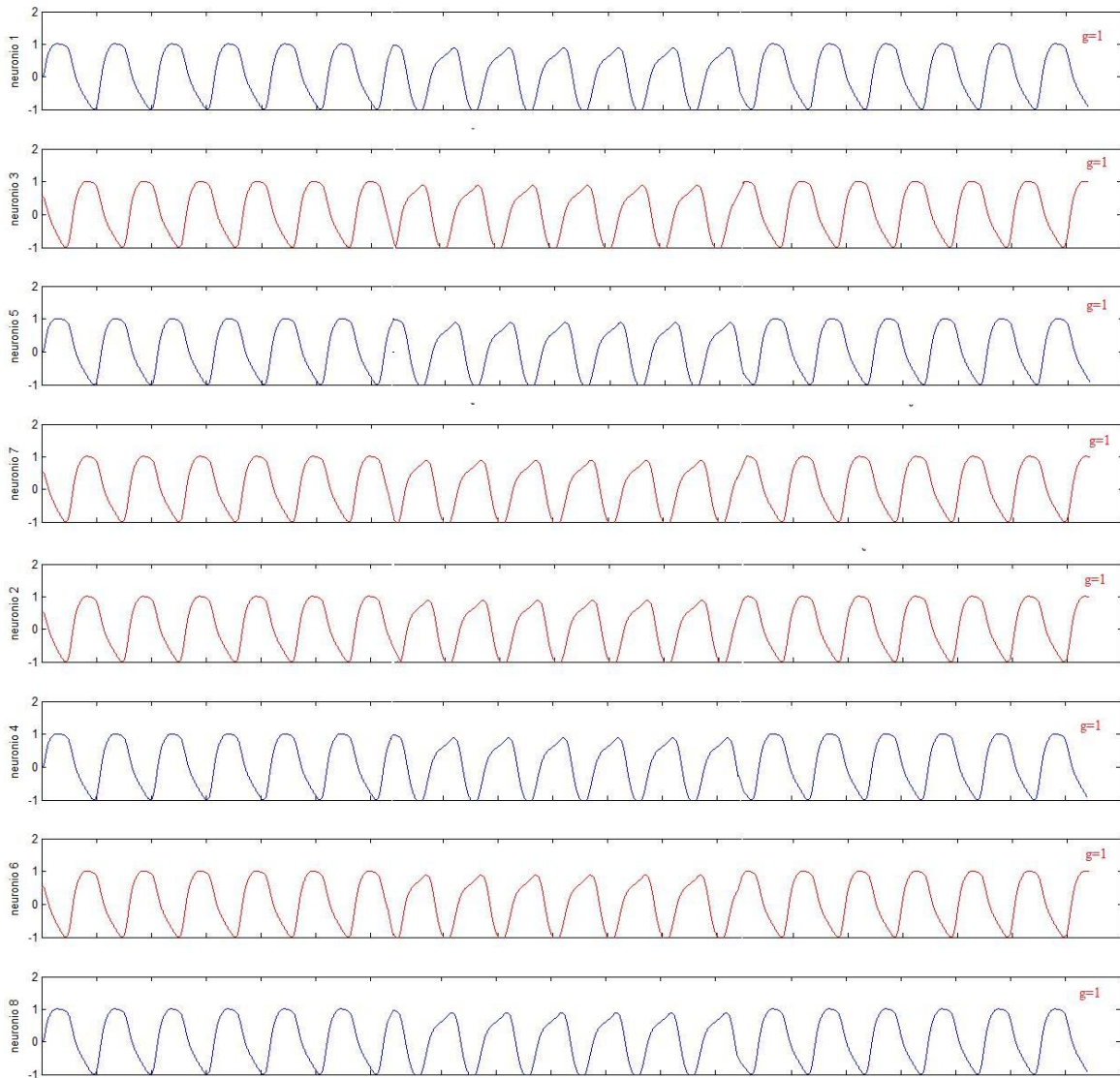


Figura 15 - Combinação de sistemas rítmico e discreto. O discreto é somado à parte rítmica (a 1/3 da figura) e removido (a 2/3 da figura)

A inclusão da parte discreta somada às equações da parte rítmica do movimento do robô traduz-se numa variação da amplitude e da frequência, as quais podem ser interpretadas como extensão do movimento e velocidade do passo locomotor do robô, respectivamente.

3.3. SIMULAÇÃO DO PASSO LOCOMOTOR *TROT* NO *WEBOTS* E NO ROBÔ REAL

Webots é um software profissional de simulação de robôs móveis. Ele oferece um ambiente de prototipagem rápida, que permite ao utilizador criar mundos virtuais em 3D com propriedades físicas como massa, juntas, coeficientes de atrito, etc. O usuário pode adicionar simples objectos passivos ou objectos activos chamados robôs móveis. Estes robôs podem ter sistemas de locomoção diferentes (robôs com rodas, pernas ou até voar) [41],[42].

Os robôs podem ainda ser equipados com uma série de sensores e actuadores, dispositivos como sensores de distância, rodas motrizes, câmaras, servos, os sensores de toque, emissores, receptores, etc. Por último, o utilizador pode programar cada robô individualmente para exibir o comportamento desejado [41],[42].

Webots contém um grande número de modelos de robôs e exemplos de programas de controlador para ajudar os utilizadores a começar. *Webots* também contém uma série de interfaces ao real de robôs móveis, de modo que uma vez que o robô simulado se comporta como esperado, você pode transferir o seu programa de controlo para um robô real, como *e-puck*, *Khepera*, *Hemisson*, *LEGO Mindstorms*, *Aibo*, etc. [41], [42].

De seguida, apresenta-se dois exemplos de simulação do passo locomotor *Trot* para o *Webots* e para o robô real.



Figura 16 – Exemplo de simulação do passo locomotor *Trot* no *Webots*



Figura 17 – Exemplo de simulação do passo locomotor *Trot* do robô real

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho começa-se por apresentar, no Capítulo 2, o estado da arte da investigação da locomoção de robôs com pernas. Abordam-se os aspectos principais que são alvo de estudo neste campo de trabalho e são referidos alguns dos exemplos mais significativos dos sistemas que têm vindo a ser desenvolvidos. Pensa-se ter referido as principais abordagens ao estudo da locomoção em robótica.

Apresenta-se o modelo de CPG para os passos locomotores dos quadrúpedes, proposto por *Golubitsky et al* [14],[15],[16],[17], bem como o modelo análogo para bípedes apresentado por Carla Pinto e *Golubitsky* [35]. São revistos, usando teoria da bifurcação e simetria, os ritmos locomotores dos quadrúpedes previstos pelo modelo de CPG, identificados com os passos primários *pronk*, *bound*, *walk*, *jump*, *pace* e *trot* e com os passos secundários *transverse gallop* e *rotary gallop*.

Simulou-se numericamente o modelo de CPG usando o oscilador de Hopf para modelar a parte rítmica do movimento e um modelo inspirado no modelo *VITE* para modelar a parte discreta do movimento. Variou-se o parâmetro g e mediram-se a amplitude e a frequência das soluções periódicas identificadas com o passo locomotor quadrúpede trote, para variação deste parâmetro. A parte discreta foi inserida na parte rítmica de duas formas distintas: (a) como um *offset*, (b) somada às equações que geram a parte rítmica.

Os resultados obtidos para o caso (a), revelam que a amplitude e a frequência se mantêm constantes para variação do parâmetro g . Os resultados obtidos para o caso (b) indicam que a amplitude e a frequência variam em função de g , aumentando e depois diminuindo, numa curva com uma forma aproximadamente sinusoidal.

A variação da amplitude das soluções periódicas traduz-se numa variação directamente proporcional na extensão do movimento do robô. A velocidade da locomoção do robô varia com a frequência das soluções periódicas, que são identificadas com passos locomotores quadrúpedes.

5. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO

Na sequência do trabalho realizado, no qual se incluíram várias simulações, relativas à temática da locomoção de robôs quadrúpedes, perspectivam-se outras ideias tais como:

- 1) Implementar modelos de robôs que contenham características capazes de os adaptarem a variados solos (terrenos irregulares) e para os quais sejam necessários conceitos de planeamento e programação de trajectórias e estratégias de transposição de obstáculos distintos.

Referências Documentais

- [1] J. Buchli and A.J. Ijspeert. Self-organized adaptive legged locomotion in a compliant quadruped robot. *Auton Robot* **25** (2008) 331–347.
- [2] P.L. Buono. Models of central pattern generators for quadruped locomotion II. Secondary gaits. *J. Mathematical Biology* **42** No 4 (2001) 327–346.
- [3] P.L. Buono and M. Golubitsky. Models of central pattern generators for quadruped locomotion I. Primary gaits. *J. Mathematical Biology* **42** (2001) 291–326.
- [4] T. Brogårdh. Present and future robot control development—An industrial perspective. *Annual Reviews in Control* **31** Issue 1 (2007) 69-79.
- [5] R.L. Calabrese and E. Marder. Principles of rhythmic motor pattern production. *Physiological Reviews* **76** (1996) 687-717.
- [6] A.H. Cohen, G.B. Ermentrout, T. Kiemel *et al.* Modelling of intersegmental coordination in the lamprey central pattern generator for locomotion. *Trends in Neuroscience* **15** (1992) 434-438.
- [7] A.H. Cohen, P.J. Holmes, and R.H. Rand. The nature of the coupling between segmental oscillators of the lamprey spinal generator for locomotion: a mathematical model. *J. Mathematical Biology* **13** No 3 (1982) 345–369.
- [8] A. H. Cohen, Y. Fukuoka, H. Kimura. Adaptive Dynamic Walking of a Quadruped Robot on Irregular Terrain Based on Biological Concepts. *The International Journal of Robotics Research* **22**, No. 2 (2003) 187-202.
- [9] J.J. Collins and I. Stewart. Coupled nonlinear oscillators and the symmetries of animal gaits, *J. Nonlin. Sci.* **3** (1993) 349-392.
- [10] S. Dégallier, L. Righetti and A.J. Ijspeert. Hand placement during quadruped locomotion in a humanoid robot: A dynamical system approach. *Conference on Intelligent Robots and Systems* (2007) 2047-2052.
- [11] S. Dégallier, L. Righetti, L. Natale, F. Nori, G. Metta and A.J. Ijspeert. A modular bio-inspired architecture for movement generation for the infant-like robot icub.
- [12] S. Dégallier, C.P. Santos, L. Righetti and A.J. Ijspeert. Movement generation using dynamical systems: a humanoid robot performing task.
- [13] H. Geyer, R. Blickhan and A. Seyfarth. Natural dynamics of spring-like running: Emergence of selfstability. *In 5th Int Conf on Climbing and Walking Robots (CLAWAR)*, eds. P Bidaud and FB Amar, Professional Engineering Publishing Ltd., London (2002) 87–91.
- [14] M. Golubitsky and I. Stewart. The Symmetry Perspective. *Progress in Mathematics* 200, Birkhauser, Basel (2002).

- [15] M. Golubitsky, I. Stewart, P.L. Buono, and J.J. Collins. A modular network for legged locomotion. *Physica D* **115** (1998) 56–72.
- [16] M. Golubitsky, I. Stewart, P.L. Buono, and J.J. Collins. Symmetry in locomotor central pattern generators and animal gaits. *Nature* **401** (1999) 693–695.
- [17] M. Golubitsky, I. Stewart, Török A. Patterns of synchrony in coupled cell networks with multiple arrows. *SIAM J Appl Dyn Syst* (2005); **4**(1):78–100.
- [18] S. Grillner, J.T. Buchanan, P. Walker, and L. Brodin. Neural control of locomotion in lower vertebrates. In: *Neural Control of Rhythmic Movements in Vertebrates*. John Wiley & Sons (1988) 1–40.
- [19] S. Grillner, P. Wallén, K. Saitoh, A. Kozlov and B. Robertson. Neural bases of goal-directed locomotion in vertebrates-An overview. *Brain Research Review* **57** (2008) 2-12.
- [20] J.W. Hedgpeth and F.R. Schram. Locomotory mechanisms in Antarctic pycnogonids. *Zoological Journal of the Linnean Society* **63** (1978) 145–169.
- [21] A. Ijspeert, A. Crespi, D.Ryczko and J. M. Cabelguen. From swimming to walking with a salamander robot driven by a spinal cord model. *Science* (2007) **315** 1416-1420.
- [22] A. Ijspeert, and A. Crespi. Online trajectory generation in an amphibious snake robot using a lamprey-like central pattern generator model. In *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2007) 262-268.
- [23] N. Kopell and G.B. Ermentrout. Symmetry and phaselocking in chains of weakly coupled oscillators. *Communications on Pure and Applied Mathematics* **39** (1986) 623–660.
- [24] N. Kopell and G.B. Ermentrout. Coupled oscillators and the design of central pattern generators. *Mathematical Biosciences. An International Journal* **89** (1988) 14–23.
- [25] N. Kopell and G.B. Ermentrout. Phase transitions and other phenomena in chains of coupled oscillators. *SIAM Journal on Applied Mathematics* **50** (1990) 1014–1052.
- [26] T. C. Lueth, U. M. Nassal and U. Rembold. Reliability and integrated capabilities of locomotion and manipulation for autonomous robot assembly. *Robotics and Autonomous Systems*, **14** Issues 2-3 (1995) 185-198.
- [27] R.A. Mann, G.T. Moran, and S.E. Dougherty. Comparative electromyography of the lower extremity in jogging, running and sprinting, *Amer. J. Sports Med.* **14** (1986) 501-510.
- [28] R.A. Mann. Biomechanics. In *Disorders of the Foot* (Jahss, M.H. ed), W.B. Saunders and Co., Philadelphia, (1982) 37-67.
- [29] L.S. Martins-Filho and R. Prajoux. Locomotion control of a four-legged robot embedding real-time reasoning in the force distribution. *Robotics and Autonomous Systems*, **32** Issue 4 (2000) 219-235.
- [30] M. Oliveira, C.P. Santos and M. Ferreira. Simulated Visually-Guided Paw Placement During Quadruped Locomotion.

- [31] V.A. Makarov, E.D. Rio, M.G. Velarde, and W. Ebeling. Central Pattern Generator Incorporating the Actuator Dynamics for a Hexapod Robot. *World Academy of Science, Engineering and Technology* Vol. **15** (2006).
- [32] V. Matos, C.P. Santos and C.M.A. Pinto. A Brainstem-like Modulation Approach for Gait transition in a Quadruped Robot. *International Conference on Intelligent Robots and Systems* (2009).
- [33] G.C. Nandi, A.J. Ijspeert, P. Chakraborty, and A. Nandi. Development of Adaptive Modular Active Leg (AMAL) using bipedal robotics technology. *Robotics and Autonomous Systems* **57** (2009) 603–616.
- [34] B. Petreska and Y. Yovel. A Neural Model of Demyelination of the Mouse Spinal Cord. *International Joint Conference on Neural Networks* (2008) 2538-2544.
- [35] C.M.A. Pinto and M. Golubitsky. Central Pattern Generators for Bipedal Locomotion. *J. Mathematical Biology* **53** (2006) 474–489.
- [36] C.M.A. Pinto. Coupled Oscillators. (PhD Thesis), University of Porto (January 2004)
- [37] L. Righetti and A.J. Ijspeert. Design methodologies for central pattern generators: an application to crawling humanoids. (*part of RobotCub project*).
- [38] L. Righetti and A.J. Ijspeert. Pattern generators with sensory feedback for the control of quadruped locomotion.
- [39] L. Righetti and A.J. Ijspeert. Programmable Central Pattern Generators: an application to biped locomotion control. *International Conference on Robotics and Automation* (2006).
- [40] A. Shkolnik, M. Levashov, Ian R. Manchester and R. Tedrake. Bounding on Rough Terrain with the LittleDog Robot (2009).
- [41] <http://www.cyberbotics.com/>
- [42] <http://www.gostai.com/products/webots/>