

Desenvolvimento de uma ferramenta para cálculo de estruturas em material compósito

Frederico Marcos Topa e Ferreira

Dissertação submetida para a obtenção do grau de Mestre em
Engenharia Mecânica – Ramo de Construções Mecânicas

Instituto Superior de Engenharia do Porto
Departamento de Engenharia Mecânica



23 de Julho de 2012

Relatório da Unidade Curricular de Dissertação/Projeto/Estágio do 2º ano do Mestrado em
Engenharia Mecânica – Ramo de Construções Mecânicas

Candidato: Frederico Marcos Topa e Ferreira, Nº 1050589, 1050589@isep.ipp.pt

Orientação Científica: João Francisco Silva, jfs@isep.ipp.pt

Co-orientação Científica: Raul Duarte Campilho, rds@isep.ipp.pt

Mestrado em Engenharia Mecânica – Ramo de Construções Mecânicas
Departamento de Engenharia Mecânica

Instituto Superior de Engenharia do Porto



23 de Julho de 2012

Aos meus pais e à Joana

People are difficult to govern because they have too much knowledge.

Lao-tzu, Filósofo Chinês

Agradecimentos

Gostaria de expressar os meus agradecimentos às seguintes pessoas:

- Ao Doutor João Francisco Silva, meu orientador, e ao Doutor Raul Duarte Campilho, meu co-orientador, por todo o apoio, disponibilidade e interesse que demonstraram no desenvolvimento desta dissertação.
- À Joana por todo o suporte, amizade e amor que se mostraram essenciais nos momentos mais difíceis.
- Aos meus pais e avós por toda a dedicação.
- Ao Pedro Pimenta pelo apoio, garra e especial ponto de vista do mundo profissional que me faz aumentar os meus horizontes a cada dia que passa.
- À Elsa Pimenta, Tamar Terzian e Afonso Andresen pelos bons momentos passados juntos.
- Ao Victor Moreira pela amizade e por todos os conselhos dados.

A todos vós, muito obrigado!

Resumo

Os desafios à engenharia moderna são cada vez maiores, pretendendo-se quase sempre obter estruturas mais leves, com propriedades mecânicas atrativas e muitas vezes com geometrias complexas. Com tais requisitos, um dos materiais que tem vindo a ter uma crescente aplicação é o material compósito. Contudo, no que toca ao cálculo estrutural destes materiais, tudo se torna mais complexo, já que são materiais que geralmente são formados por empilhamento de várias camadas de material heterogéneo, podendo estas encontrarem-se dispostas segundo diferentes orientações.

Assim, a utilização de um *software* que permita a previsão das propriedades mecânicas de uma estrutura em material compósito através da micromecânica, a aplicação da Teoria Clássica dos Laminados e de um critério de rotura, como por exemplo o de *Tsai-Hill*, é fundamental para agilizar o processo de estudo da estrutura a fabricar.

Para dar uma resposta a tal necessidade foi desenvolvida uma aplicação, em MATLAB[®] GUI, denominada *CAFE – Composite Analysis For Engineers*, com ambiente gráfico apelativo, que permite determinar todas as variáveis importantes no estudo de estruturas em material compósito. Esta aplicação visa suportar e agilizar a aprendizagem desta área do conhecimento, permitindo também o acesso ao código de cálculo por parte do utilizador, de modo a conhecerem-se as equações utilizadas e, eventualmente, ser alvo de futuros desenvolvimentos.

O programa desenvolvido foi alvo de validação, recorrendo-se para tal, a uma comparação dos resultados obtidos entre o respetivo programa e por um outro programa de grande fiabilidade. Assim sendo, concluiu-se que o *software CAFE* apresenta resultados válidos, encontrando-se apto a ser utilizado.

Palavras-Chave

Materiais compósitos, MATLAB[®] GUI, Teoria Clássica dos Laminados, Micromecânica, Critério de *Tsai-Hill*.

Abstract

With the challenges of modern engineering growing bigger and bigger, lightweight structures with attractive mechanical properties and often with complex geometries are increasingly required. Due to these requirements, fiber-reinforced composites have gained preponderance over conventional engineering materials. However, the structural design of these materials is quite complex, because they generally consist of stacked layers of heterogeneous laminas, typically aligned in different orientations.

Thus, the use of a software that allows the evaluation of the mechanical properties of a composite structure by micromechanics, the application of Classical Laminate Theory and a failure criterion, eg. *Tsai-Hill*, is essential to accelerate the design process of a structure to be manufactured.

To comply with these requirements, an application with graphical user-friendly environment was developed in MATLAB[®] GUI, named *CAFE - Composite Analysis For Engineers*, which outputs all the important variables in the study of composite structures. This program aims to support the learning of this knowledge area, allowing access to program code, inclusively providing users fast access to design expressions and making possible future developments.

The validation of the developed software has been done, making for this purpose a comparison between the results, ones obtained by *CAFE* and others obtained by a reliable well known program. It was possible to conclude that results obtained by *CAFE* are valid, which means that this program is approved to be used.

Keywords

Composite materials, MATLAB[®] GUI, Classical Laminate Theory, Micromechanics, Tsai-Hill criterion.

Résumé

Les défis de l'ingénierie moderne augmentent de jour en jour, avec presque toujours l'intention d'obtenir des structures plus légères, avec des propriétés mécaniques attractives et souvent avec des géométries complexes. Avec de telles obligations, l'un des matériaux qui a une application de plus en plus importante est le matériau composite. Toutefois, en ce qui concerne le calcul structural de ces matériaux, tout devient plus complexe, puisque ce sont des matériaux qui sont généralement formés par l'empilement de plusieurs couches de matériau hétérogène, pouvant celles-ci se trouver disposées dans des orientations différentes.

Ainsi, l'utilisation d'un logiciel qui permet de déterminer les propriétés mécaniques d'une structure en matériau composite à travers de la micromécanique, de l'application de la Théorie Classique des Stratifiés et d'un critère de rupture, comme par exemple celui de *Tsai-Hill*, est fondamental pour simplifier le processus de l'étude de la structure à être fabriqué.

Pour répondre à ce besoin une application a été développée, en MATLAB[®] GUI, désignée *CAFE - Composite Analysis For Engineers*, avec un environnement graphique attrayant qui permet de déterminer toutes les variables importantes dans l'étude des structures en matériau composite. Cette application est destinée à fournir et à faciliter l'apprentissage de ce domaine de connaissance, permettant aussi l'accès au code de calcul par l'utilisateur, afin de connaître les équations utilisées, et, éventuellement, de faire l'objet d'évolutions futures.

Le programme élaboré a été validé en effectuant une comparaison des résultats obtenus entre le respectif programme et un autre programme très fiable. Par conséquent, il a été conclu que le *software CAFE* présente des résultats valides, étant en mesure d'être utilisé.

Mots-clés

Matériaux composites, MATLAB[®] GUI, Théorie Classique des Stratifiés, Micromécanique, Critère de Tsai-Hill.

Índice

| | |
|--|-------------|
| AGRADECIMENTOS | I |
| RESUMO | III |
| ABSTRACT | V |
| RÉSUMÉ | VII |
| ÍNDICE | IX |
| ÍNDICE DE FIGURAS | XI |
| ÍNDICE DE TABELAS | XV |
| NOMENCLATURA | XVII |
| 1. INTRODUÇÃO | 1 |
| 2. ESTADO DA ARTE | 3 |
| 2.1. MATERIAIS COMPÓSITOS | 3 |
| 2.2. PROGRAMAS DE ANÁLISE ESTRUTURAL EXISTENTES NO MERCADO | 10 |
| 2.2.1. <i>ESA Comp 4.0</i> | 10 |
| 2.2.2. <i>ABD Matrix 2.0</i> | 10 |
| 2.2.3. <i>ESP Composites - eLaminate</i> [®] | 11 |
| 2.2.4. <i>The Laminator</i> [®] | 11 |
| 2.2.5. <i>LAP – Laminate Analysis Program</i> [®] | 11 |
| 3. MICROMECAÂNICA DA CAMADA | 13 |
| 3.1. ANÁLISE DE FIBRAS UNIDIRECIONAIS | 14 |
| 3.1.1. Determinação do volume de fibras | 14 |
| 3.1.2. Determinação do módulo de elasticidade na direção das fibras - E_1 | 15 |
| 3.1.3. Determinação do módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras - E_2 | 16 |
| 3.1.4. Determinação do Coeficiente de Poisson maior - ν_{12} | 18 |
| 3.1.5. Determinação do módulo de Corte – G_{12} | 19 |
| 3.1.6. Determinação do coeficiente de expansão térmica na direção das fibras - α_1 | 21 |
| 3.1.7. Determinação do coeficiente de expansão térmica na direção perpendicular às fibras - α_2 | 22 |
| 3.1.8. Determinação da tensão de rotura na direção das fibras - X | 22 |
| 3.1.9. Determinação da tensão de rotura na direção perpendicular às fibras - Y | 22 |
| 3.1.10. Determinação da tensão de rotura ao corte - S | 23 |
| 3.2. ANÁLISE DE FIBRAS DE REFORÇO SOBRE A FORMA DE TECIDOS OU MANTAS | 23 |
| 3.2.1. Fibras de reforço sobre a forma de tecido | 23 |
| 3.2.2. Fibras de reforço sobre a forma de manta | 25 |
| 4. LEIS CONSTITUTIVAS DA CAMADA | 27 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| 5. | TEORIA CLÁSSICA DOS LAMINADOS (TCL) | 33 |
| 6. | CRITÉRIO DE <i>TSAI-HILL</i> | 39 |
| 7. | PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DO <i>SOFTWARE CAFE</i> | 41 |
| 7.1. | ESTRUTURA..... | 41 |
| 7.2. | MÉTODOS DE PROGRAMAÇÃO | 45 |
| 7.3. | BASES DE DADOS..... | 46 |
| 8. | MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO <i>SOFTWARE CAFE</i> | 49 |
| 8.1. | ARRANQUE DO <i>SOFTWARE</i> | 50 |
| 8.2. | INTRODUÇÃO DE MATERIAIS..... | 52 |
| 8.3. | DEFINIÇÃO DE EMPILHAMENTOS | 61 |
| 8.4. | ANÁLISE DO LAMINADO | 65 |
| 8.5. | RESULTADOS..... | 68 |
| 9. | VALIDAÇÃO DE <i>SOFTWARE</i> | 73 |
| 10. | CONCLUSÕES | 79 |
| | REFERÊNCIAS DOCUMENTAIS | 81 |

Índice de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Gráfico comparativo de propriedades mecânicas específicas entre vários tipos de compósitos e os metais [1] | 4 |
| Figura 2 – Camada de material compósito [1] | 5 |
| Figura 3 – Influência do empilhamento quando sujeito a um momento fletor [2]..... | 6 |
| Figura 4 – Influência do empilhamento quando sujeito a esforços de membrana [2]..... | 6 |
| Figura 5 – Cadeira em CFRP [3]..... | 9 |
| Figura 6 – Barco em GFRP [4] | 9 |
| Figura 7 – Pás de torres eólicas em GFRP [5] | 9 |
| Figura 8 – <i>Monocoque</i> em CFRP [6] | 9 |
| Figura 9 – <i>Boeing 787 Dreamliner</i> constituído em 50% por materiais compósitos [7]..... | 10 |
| Figura 10 – Célula representativa de uma camada de material [15] | 14 |
| Figura 11 – Célula representativa de uma camada de material sujeito à tração na direção 1 [15].. | 15 |
| Figura 12 – Célula representativa de uma camada de material sujeito à tração na direção 2 [15].. | 17 |
| Figura 13 – Célula representativa da variação da espessura de uma camada sujeita à tração na direção 1 [15] | 18 |
| Figura 14 – Célula representativa de uma camada sujeita a uma solicitação de corte puro..... | 20 |
| Figura 15 – Notação utilizada em fibras na forma de tecido..... | 24 |
| Figura 16 – Padrões de tecidos mais comuns: (a) Plano, (b) Cetim e (c) Sarja | 24 |
| Figura 17 – Vista em corte de uma camada reforçada com fibras sobre a forma de tecido | 25 |
| Figura 18 – Estado de tensão tridimensional de um sólido..... | 27 |
| Figura 19 – Referencial xOy (ortonormal) e referencial $IO2$ com direção paralela e perpendicular às fibras | 29 |
| Figura 20 – Referencial utilizado para análise de um laminado | 33 |
| Figura 21 – Esforços internos de um laminado sujeito a cargas transversais..... | 34 |
| Figura 22 – Esforços internos de um laminado sujeito a esforços de membrana..... | 34 |
| Figura 23 – Sistema de numeração das camadas e das respetivas superfícies de um laminado | 35 |
| Figura 24 – Estrutura do <i>software CAFE</i> | 44 |
| Figura 25 – Arranque do MATLAB® e seleção do <i>Current Folder</i> | 50 |
| Figura 26 – Seleção do ficheiro de arranque do <i>CAFE</i> | 50 |
| Figura 27 – Arranque do <i>software CAFE</i> | 51 |
| Figura 28 – Menu principal do <i>CAFE</i> | 51 |
| Figura 29 – Menu de materiais..... | 52 |
| Figura 30 – Janela dedicada à micromecânica | 53 |

| | |
|--|----|
| Figura 31 – Aspeto do menu principal dos campos para introdução das propriedades mecânicas da fibra | 54 |
| Figura 32 – Detalhe de menu que apenas se torna visível no caso da escolha de reforço na forma de tecido | 54 |
| Figura 33 – Introdução de dados relativos às propriedades da fibra utilizada no material de exemplo | 54 |
| Figura 34 – Aspeto do menu principal dos campos para introdução das propriedades mecânicas da matriz..... | 55 |
| Figura 35 – Introdução de dados alusivos às propriedades da matriz utilizada no material de exemplo | 55 |
| Figura 36 – Aspeto dos campos de visualização das propriedades mecânicas do material compósito | 56 |
| Figura 37 – Visualização dos resultados das propriedades mecânicas do material de exemplo | 56 |
| Figura 38 – Campo para introdução do nome do material compósito..... | 57 |
| Figura 39 – Aspeto geral da janela de micromecânica preenchida | 57 |
| Figura 40 – Aspeto inicial da janela de introdução direta das propriedades mecânicas de um compósito | 58 |
| Figura 41 – Aspeto da janela de introdução direta das propriedades mecânicas de um compósito após preenchimento do nome do material | 58 |
| Figura 42 – Aspeto inicial da janela de gestão da base de dados de materiais..... | 59 |
| Figura 43 – Demonstração de gestão de um material introduzido pela micromecânica | 60 |
| Figura 44 – Demonstração de gestão de um material introduzido pelas propriedades diretas do compósito após modificação de uma propriedade..... | 60 |
| Figura 45 – Aspeto inicial da janela de definição de empilhamentos | 61 |
| Figura 46 – Apresentação de menus após introdução do nome de empilhamento | 62 |
| Figura 47 – Campos para definição de material, ângulo e espessura | 62 |
| Figura 48 – Menu de definição do tipo de empilhamento desejado..... | 63 |
| Figura 49 – Menu de definição da temperatura de cura | 63 |
| Figura 50 – Janela de definição do laminado, preenchida com o empilhamento de exemplo | 64 |
| Figura 51 – Aspeto geral da janela de gestão de empilhamentos | 64 |
| Figura 52 – Laminado de exemplo apresentado na janela de gestão de base de dados..... | 65 |
| Figura 53 – Visão inicial da janela de definição de carregamentos | 65 |
| Figura 54 – Menus para introdução de esforços selecionados | 67 |
| Figura 55 – Definição do laminado em estudo..... | 67 |
| Figura 56 – Vista da janela de resultados..... | 68 |
| Figura 57 – Janela de resultados das matrizes Q e S..... | 69 |
| Figura 58 – Janela de resultados da matriz ABD | 69 |
| Figura 59 – Janela dos vetores de carregamento e deformação | 70 |
| Figura 60 – Janela de resultados sobre a forma gráfica..... | 70 |
| Figura 61 – Exemplo de gráfico de tensões ao longo da espessura do laminado..... | 71 |

| | |
|--|----|
| Figura 62 – Aspeto inicial da janela de resultados do critério de <i>Tsai-Hill</i> | 72 |
| Figura 63 – Flexibilidade de apresentação dos valores do critério de <i>Tsai-Hill</i> | 72 |
| Figura 64 – Introdução das propriedades da camada no <i>software LAP</i> | 73 |
| Figura 65 – Definição da sequência de empilhamento e efeito térmico de cura | 73 |
| Figura 66 – Introdução dos carregamentos ao laminado no <i>CAFE</i> | 74 |
| Figura 67 – Introdução dos carregamentos ao laminado no <i>LAP</i> | 74 |
| Figura 68 – Matriz ABD obtida pelo <i>LAP</i> | 75 |
| Figura 69 – Matriz ABD obtida pelo <i>CAFE</i> | 75 |
| Figura 70 – Vetores de carga e deformação <i>LAP</i> | 75 |
| Figura 71 – Vetores de carga e deformação <i>CAFE</i> | 76 |
| Figura 72 – Gráfico de tensões (<i>LAP</i>) das várias camadas na direção <i>x</i> quando atuam todos os esforços | 76 |
| Figura 73 – Gráfico de tensões (<i>CAFE</i>) das várias camadas na direção <i>x</i> quando atuam todos os esforços | 77 |
| Figura 74 – Valores do critério de resistência de <i>Tsai-Hill (LAP)</i> | 77 |
| Figura 75 – Valores do critério de resistência de <i>Tsai-Hill (CAFE)</i> | 77 |

Índice de Tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Propriedades típicas de alguns materiais compósitos [1] | 7 |
| Tabela 2 – Informação dos ficheiros gerados durante a utilização do <i>software CAFE</i> | 46 |

Nomenclatura

Caracteres Romanos

- h – Espessura de laminado
- h_m – Espessura de matriz
- h_f – Espessura de fibra
- E_1 – Módulo de elasticidade na direção da fibra
- E_2 – Módulo de elasticidade na direção perpendicular à fibra
- E_x – Módulo de elasticidade na direção x
- E_y – Módulo de elasticidade na direção y
- E_f – Módulo de elasticidade da fibra
- E_m – Módulo de elasticidade da matriz
- E_{manta} – Módulo de elasticidade do material compósito, reforçado com fibras na forma de manta
- L – Comprimento de uma célula representativa de um material compósito
- V_m – Fração volúmica de matriz
- V_f – Fração volúmica de fibras
- G_{12} – Módulo de corte do material compósito
- G_m – Módulo de corte da matriz
- G_{xy} – Módulo de corte do material compósito, reforçado com fibras na forma de tecido

- G_f – Módulo de corte da fibra
- G_{manta} – Módulo de corte do material compósito, reforçado com fibras na forma de manta
- M – Momento fletor
- N – Esforço axial
- Q – Matriz de rigidez da camada segundo os eixos IO_2
- S – Matriz de flexibilidade da camada segundo os eixos IO_2
- Q' – Matriz de rigidez segundo os eixos xOy
- Q'_k – Matriz de rigidez da camada k segundo os eixos xOy
- S' – Matriz de flexibilidade da camada k segundo os eixos xOy
- A – Matriz de rigidez de membrana
- B – Matriz de acoplamento membrana-flexão
- D – Matriz de rigidez de flexão
- X – Tensão de rotura na direção das fibras
- Y – Tensão de rotura na direção perpendicular às fibras
- S – Tensão de rotura ao corte
- x – Direção x do sistema de eixos xOy
- y – Direção y do sistema de eixos xOy
- k – Rácio de fibras de um reforço na forma de tecido
- n_1 – Número de fibras na direção x
- n_2 – Número de fibras na direção y

c – Cosseno de θ

s – Seno de θ

Caracteres Gregos

ν_{12} – Coeficiente de Poisson maior

ν_m – Coeficiente de Poisson da matriz

ν_{manta} – Coeficiente de Poisson do material compósito reforçado com fibras na forma de manta

ν_{xy} – Coeficiente de Poisson do material compósito reforçado com fibras na forma de tecido

ν_f – Coeficiente de Poisson da fibra

σ – Tensão normal ao plano

σ_1 – Tensão segundo a direção 1

σ_2 – Tensão segundo a direção 2

σ_f – Tensão aplicada à fibra

σ_m – Tensão aplicada à matriz

σ_{uf} – Tensão de rotura da fibra

σ_{um} – Tensão de rotura da matriz

σ_u – Tensão de rotura do material compósito

τ ou τ_{12} – Tensão de corte

| | | |
|------------------------------|---|---|
| τ_{um} | – | Tensão de rotura ao corte da matriz |
| τ_u | – | Tensão de rotura ao corte do material compósito |
| ε | – | Deformação do material compósito |
| $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ | – | Vetor de deformação de membrana |
| ε_1 | – | Deformação segundo a direção 1 |
| ε_2 | – | Deformação segundo a direção 2 |
| ε_f | – | Deformação da fibra |
| ε_m | – | Deformação da matriz |
| γ | – | Distorção do material compósito |
| γ_f | – | Distorção da fibra |
| γ_m | – | Distorção da matriz |
| $\boldsymbol{\kappa}$ | – | Vetor de curvatura |
| α | – | Valor obtido pelo critério de Tsai-Hill |
| Δ_L | – | Deslocamento na direção 1 |
| Δ_m | – | Deslocamento da matriz |
| Δ_f | – | Deslocamento da fibra |
| Δ_h | – | Variação de espessura do laminado |
| Δ_{hm} | – | Variação de espessura da matriz |
| Δ_{hf} | – | Variação de espessura da fibra |
| Δ_T | – | Variação de temperatura |

- α_f – Coeficiente de expansão térmica da fibra
- α_m – Coeficiente de expansão térmica da matriz
- α_1 – Coeficiente de expansão térmica do compósito na direção das fibras
- α_2 – Coeficiente de expansão térmica do compósito na direção perpendicular às fibras
- θ – Ângulo de desfasamento entre os eixos xOy e IO_2

Operadores

$$\sum_{k=i}^n \dots \quad - \quad \text{Somatório de } k = i \text{ até } n$$

$$\Delta \quad - \quad \text{Variação}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_{i,i} \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad - \quad \text{Vetor}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{i,i} & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad - \quad \text{Matriz}$$

Abreviaturas

CAFE – *Composite Analysis For Engineers*

ISEP – *Instituto Superior de Engenharia do Porto*

- MATLAB[®] GUI – *Guide User Interface*
- TCL – *Teoria Clássica dos Laminados*
- CFRP – *Carbon Fiber Reinforced Plastics*
- GFRP – *Glass Fiber Reinforced Plastics*
- MS – *MicroSoft[®]*
- MS-DOS – *MicroSoft[®] Disk Operating System*
- ESA – *European Space Agency*

1. Introdução

A presente dissertação foi realizada no ano letivo de 2011/2012, no âmbito do Mestrado em Engenharia Mecânica – Ramo Construções Mecânicas, lecionado no Instituto Superior de Engenharia do Porto, ISEP, tendo como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para cálculo de estruturas em material compósito, reforçado com fibras, para fins educacionais.

O *software* realizado, denominado *CAFE – Composite Materials For Engineers*, desenvolvido em MATLAB® GUI – *Guide User Interface*, possui um ambiente gráfico apelativo e intuitivo, aborda temas fundamentais na área dos materiais compósitos, tais como a Micromecânica da Camada, a Lei Constitutiva da Camada e a Teoria Clássica dos Laminados e permite que sejam consultados resultados como, por exemplo, a matriz de rigidez (*ABD*) ou de flexibilidade (*abd*) do laminado, os vetores de carga e deformação, os gráficos de tensão e de deformação da camada, assim como a previsão de resistência obtida pelo critério de *Tsai-Hill*. Com vista a permitir um maior apoio ao utilizador desta ferramenta, são disponibilizadas as equações utilizadas para o cálculo das diferentes variáveis na análise de um laminado.

Numa primeira fase deste trabalho (Capítulo 2), aborda-se o estado da arte, no que concerne aos materiais compósitos fibrosos, assim como os *softwares* existentes no mercado para o cálculo deste tipo de estruturas. Na introdução aos materiais compósitos, são referidas particularidades deste material, bem como as funções dos seus materiais constituintes, sendo caracterizadas, quer as fibras de reforço quer as matrizes mais utilizadas, quanto ao tipo, forma e respetivas propriedades mecânicas. São também apresentadas as características mecânicas de alguns materiais compósitos mais comuns e analisados os efeitos característicos de alguns empilhamentos. Exemplos de situações notórias da aplicação de materiais compósitos em áreas bastante distintas são igualmente apresentadas. Ainda, neste capítulo, são abordados alguns *softwares* existentes no mercado,

realizando-se uma análise relativamente ao custo, bem como à simplicidade e funcionalidade dos mesmos em relação ao público-alvo a que estes programas se destinam.

No capítulo 3, é desenvolvida a temática relacionada com a micromecânica da camada, onde, segundo pressupostos inicialmente estabelecidos e partindo de estados de tensão e/ou deformação bem definidos, são deduzidas as equações que permitem obter as propriedades mecânicas de um compósito, sabendo as propriedades dos materiais constituintes. São ainda referidas abordagens teóricas para correção das equações atrás referidas, quando são usadas fibras de reforço sobre a forma de tecido ou manta.

O capítulo 4 aborda as Leis Constitutivas da Camada, onde são determinadas, em função das propriedades mecânicas do compósito, as matrizes de rigidez e flexibilidade de cada camada constituinte do laminado em análise, bem como enunciadas as relações de tensão-deformação.

A Teoria Clássica dos Laminados é desenvolvida no capítulo 5, onde se procede à análise do comportamento do laminado no seu todo, determinando-se as suas deformações e curvaturas e considerando as interações entre as camadas constituintes deste.

A capacidade de carga a que um empilhamento poderá estar sujeito é alvo de estudo no capítulo 6, fazendo-se referência ao critério de rotura de *Tsai-Hill*.

No capítulo 7, é descrita a estrutura do programa, bem como a filosofia utilizada para o desenvolvimento do mesmo, tipos de base de dados criadas e respetiva manipulação, para possíveis futuros desenvolvimentos do *software*.

O manual de utilização, acompanhado da apresentação de um exemplo prático, é apresentado no capítulo 8, demonstrando-se a grande facilidade de funcionamento do *software CAFE*.

No capítulo 9, apresentam-se as conclusões relativas a este trabalho, assim como possíveis desenvolvimentos futuros.

2. Estado da arte

2.1. Materiais compósitos

Um material compósito pode ser definido como um material constituído por dois ou mais materiais diferentes, mas que permanecem insolúveis à escala macroscópica. Os compósitos mais vulgares são os que recorrem a fibras de reforço impregnadas numa matriz. A referida matriz permite não só manter estas fibras na forma e disposição desejada como também confere propriedades importantes tais como resistência química, capacidade de resistência ao fogo, entre outras. Pretende-se, com esta combinação, que os materiais sejam complementares, de forma a que as propriedades do material compósito correspondam da melhor forma possível à sua aplicação.

Embora existam provas do uso de materiais compósitos já na antiguidade, este tipo de material começou a ser estudado e desenvolvido a partir dos anos 60, altura onde se verifica o início de publicação de artigos científicos, livros, bem como a realização de conferências e a conseqüente produção industrial deste tipo de material. As propriedades mecânicas específicas destes materiais, apresentadas na Figura 1, bem como a sua elevada resistência à corrosão, fazem com que os materiais compósitos atraiam diversos tipos de indústrias. Contudo, o contínuo crescimento da aplicação destes materiais está fortemente relacionado quer com a evolução de mecanismos de previsão do comportamento mecânico destes materiais, o que se traduz na capacidade de projetar estas estruturas de forma rápida e fiável, quer com a evolução dos processos de fabrico, que permitem: *i*) a realização de formas cada vez mais complexas; *ii*) melhores propriedades mecânicas do produto final; *iii*) menores restrições no que respeita às dimensões das peças a fabricar; *iv*) custos de fabrico cada vez mais competitivos.

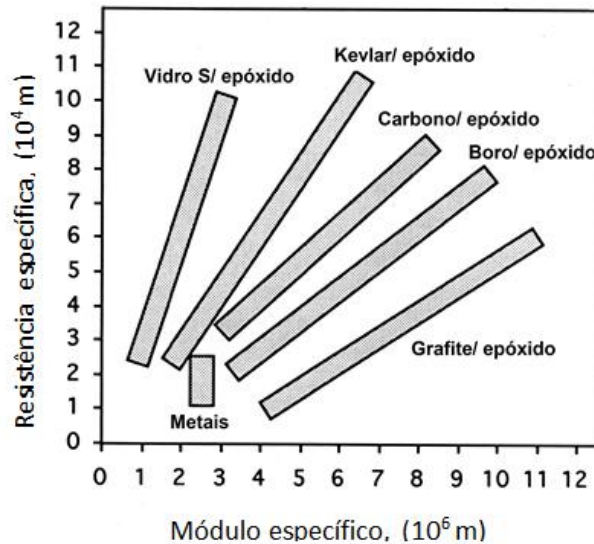


Figura 1 – Gráfico comparativo de propriedades mecânicas específicas entre vários tipos de compósitos e os metais [1]

Embora exista um leque bastante alargado de materiais compósitos, aqueles que são utilizados em maior escala são os compósitos de matriz polimérica. Dentro destes, destacam-se os de matriz termoendurecível, material amplamente utilizado essencialmente pela grande facilidade de impregnação das fibras, dada a baixa viscosidade deste tipo de matriz, o que conduz a uma maior facilidade de processamento. Contudo, após a cura deste tipo de resinas, ou seja, solidificação da mesma na forma desejada, já não existe qualquer hipótese de reprocessamento, sendo, portanto, as possibilidades de reciclagem deste material muito escassas. Assim, e devido às exigentes regulamentações ambientais mundiais, houve um impulso para se produzir materiais passíveis de fácil reciclagem, tendo-se estudado mais intensamente os compósitos de matriz termoplástica. Para além da capacidade de reprocessamento, estes materiais apresentam outras vantagens face aos de matriz termoendurecível, tais como maior tenacidade, maior resiliência, menor grau de higroscopia, maior possibilidade de reparação e boa resistência química. Contudo, apresentam desvantagens ao nível de processamento, existindo maiores dificuldades para impregnar os reforços, devido à elevada viscosidade da matriz. A baixa temperatura de transição vítrea, que os termoplásticos de uso corrente exibem, não permite a utilização destas matrizes a temperaturas elevadas devido à fácil distorção da sua forma original.

Este tipo de material é geralmente constituído por várias camadas, que vão sendo empilhadas, formando um laminado. Nos materiais comuns, as propriedades mecânicas são denominadas isotrópicas, já que estes apresentam as mesmas propriedades independentemente da direção. Contudo, nos materiais compósitos fibrosos tal já não se

verifica, havendo diferenças notórias entre as propriedades mecânicas da camada na direção das fibras e na direção perpendicular às mesmas, razão pela qual este material se denomina heterogéneo. Esta diferença tão elevada deve-se ao facto de, na direção 2 (Figura 2), que é a direção perpendicular às fibras, o comportamento mecânico ser ditado pela matriz, que possui boas propriedades aglomerantes, mas fracas propriedades mecânicas. Por outro lado, na direção 1, que é a direção das fibras, a maior parte do esforço é suportado pelas fibras de reforço, justificando-se a resistência superior nesta direção. A direção 3 corresponde à direção da espessura da camada.

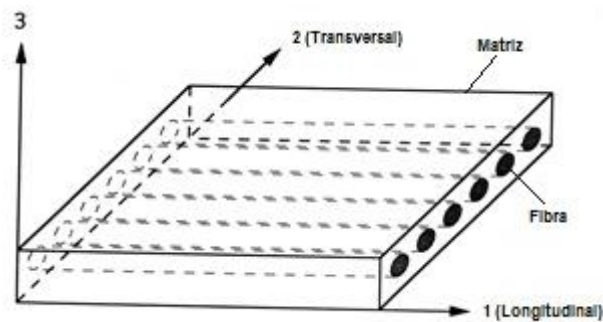


Figura 2 – Camada de material compósito [1]

Dada a ortotropia deste material, é necessário analisar quais os tipos de esforços a que o laminado será sujeito, de forma a otimizar a sequência de empilhamento em função da orientação da camada. Analisando a Figura 3, é possível verificar que o mesmo número de camadas dispostas de forma diferente, situação a) com empilhamento $[0/90]_S$ e situação b) com empilhamento $[90/0]_S$, conduzem a curvaturas diferentes como resposta a um dado momento fletor. Esta diferença de comportamento deve-se ao facto da camada com maior rigidez longitudinal encontrar-se mais afastada do eixo neutro do laminado, como se verifica na situação a) da Figura 3, pelo que a respetiva curvatura será menor. Contudo, no caso de esforços de membrana (Figura 4), não existem diferenças ao nível da deformação, já que todas as camadas reagem da mesma forma ao esforço, independentemente da disposição das camadas do laminado. Note-se que, se o empilhamento não fosse simétrico, a análise das deformações seria mais complexa, visto existirem efeitos cruzados de membrana e flexão.

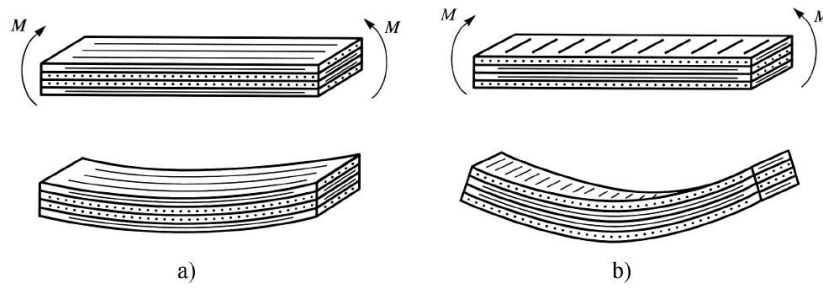


Figura 3 – Influência do empilhamento quando sujeito a um momento fletor [2]

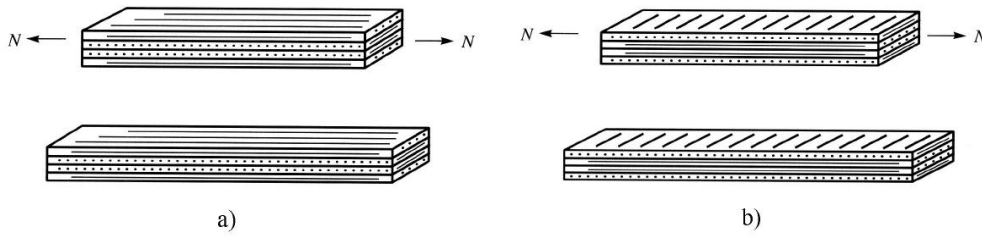


Figura 4 – Influência do empilhamento quando sujeito a esforços de membrana [2]

Em ambas as situações de carga e para o mesmo número de camadas em questão, o laminado iria possuir rigidez máxima, no caso de todas as camadas se encontrarem com sequência de empilhamento $[0]_4$.

Na Tabela 1 são apresentados valores típicos das propriedades mecânicas mais relevantes de compósitos de matriz polimérica.

Tabela 1 – Propriedades típicas de alguns materiais compósitos [1]

| Propriedade | Vidro E/ epóxico | Vidro S/ epóxico | Kevlar [®] / epóxico | Carbono/ PEEK | Carbono/ epóxico | Carbono/ poliamida | Grafite/ epóxico | Boro/ epóxico | Boro/ alumínio | SiC/ alumínio | SiC/ cerâmica |
|---|---------------------|---------------------|----------------------------------|------------------|---------------------|-----------------------|---------------------|------------------|-------------------|------------------|------------------|
| Fração volúmica de fibras | 0,55 | 0,50 | 0,60 | 0,58 | 0,65 | 0,45 | 0,57 | 0,50 | 0,50 | 0,43 | 0,39 |
| Peso específico [g/m ³] | 2,10 | 2,00 | 1,38 | 1,57 | 1,60 | 1,54 | 1,59 | 2,03 | 2,65 | 2,85 | 2,72 |
| Módulo de Young longitudinal (E ₁ ,[GPa]) | 39 | 43 | 87 | 131 | 177 | 216 | 294 | 201 | 235 | 204 | 121 |
| Módulo de Young transversal (E ₂ ,[GPa]) | 8,6 | 8,9 | 5,5 | 8,7 | 10,8 | 5,0 | 6,4 | 21,7 | 137 | 118 | 112 |
| Módulo de corte (G ₁₂ ,[GPa]) | 3,8 | 4,5 | 2,2 | 5,0 | 7,6 | 4,5 | 4,9 | 5,4 | 47 | 41 | 44 |
| Coefficiente de Poisson maior (ν ₁₂) | 0,28 | 0,27 | 0,34 | 0,28 | 0,27 | 0,25 | 0,23 | 0,17 | 0,30 | 0,27 | 0,20 |
| Coefficiente de Poisson menor (ν ₂₁) | 0,06 | 0,06 | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,01 | 0,01 | 0,02 | 0,17 | 0,12 | 0,18 |
| Tensão de rotura longitudinal à tração (F _{1t} ,[MPa]) | 1080 | 1280 | 1280 | 2060 | 2860 | 807 | 589 | 1380 | 1373 | 1462 | 393 |
| Tensão de rotura transversal à tração (F _{2t} ,[MPa]) | 39 | 49 | 30 | 78 | 49 | 15 | 29,4 | 56 | 118 | 86 | 22 |

| Propriedade | Vidro E/ epóxico | Vidro S/ epóxico | Kevlar/ epóxico | Carbono/ PEEK | Carbono/ epóxico | Carbono/ poliamida | Grafite/ epóxico | Boro/ epóxico | Boro/ alumínio | SiC/ alumínio | SiC/ cerâmica |
|---|---------------------|---------------------|--------------------|------------------|---------------------|-----------------------|---------------------|------------------|-------------------|------------------|------------------|
| Tensão de rotura ao corte (F_6 , [MPa]) | 89 | 69 | 49 | 157 | 83 | 22 | 49,1 | 62 | 128 | 113 | - |
| Deformação de rotura long. (ϵ_{1t}) | 0,028 | 0,029 | 0,015 | 0,016 | 0,016 | 0,004 | 0,002 | 0,007 | 0,006 | 0,009 | 0,008 |
| Deformação de rotura trans. (ϵ_{2t}) | 0,005 | 0,006 | 0,005 | 0,009 | 0,005 | 0,003 | 0,005 | 0,003 | 0,001 | 0,001 | 0,0002 |
| Tensão de rotura à compressão long. (F_{1c} , [MPa]) | 620 | 690 | 335 | 1080 | 1875 | 655 | 491 | 1600 | 1573 | 2990 | - |
| Tensão de rotura à compressão trans. (F_{2c} , [MPa]) | 128 | 158 | 158 | 196 | 246 | 71 | 98,1 | 125 | 157 | 285 | - |
| Coef. expansão térmica long. (α_1 , [10 ⁻⁶ /°C]) | 7 | 5,0 | -2,0 | -0,2 | -0,3 | 0 | -0,1 | 6,1 | 6,0 | 9,1 | 4,05 |
| Coef. expansão térmica trans. (α_2 , [10 ⁻⁶ /°C]) | 21 | 26 | 60 | 24 | 30 | 25,3 | 26 | 30 | 20 | 17,8 | 4,15 |
| Coef. expansão humidade long. (β_1) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Coef. expansão humidade trans. (β_2) | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0 | 0 | 0 |

É de grande importância fazer referência a algumas das aplicações deste tipo de materiais em diversas áreas. Podem ser encontrados em componentes simples, como por exemplo na indústria de mobiliário, onde a possibilidade de criação de formas complexas com este tipo de material é bem patente como se pode constatar pela Figura 5. A indústria náutica é outro exemplo de aplicação com sucesso destes materiais, onde a resistência à corrosão é um fator de elevada importância (Figura 6).



Figura 5 – Cadeira em CFRP [3]



Figura 6 – Barco em GFRP [4]

Devido ao baixo peso, a utilização deste tipo de materiais, permite que as pás de turbinas eólicas (Figura 7) possuam maiores dimensões, podendo assim aumentar a produção de energia elétrica. Nos automóveis superdesportivos é frequente a utilização de compósitos de matriz polimérica reforçada com fibras de carbono, como é o caso do *Porsche Carrera GT* (Figura 8), que possui o seu chassis em *monocoque* neste material.



Figura 7 – Pás de torres eólicas em GFRP [5]



Figura 8 – *Monocoque* em CFRP [6]

No fabrico do novo avião *Boeing 787 Dreamliner* (Figura 9), foi utilizada uma grande percentagem de materiais compósitos (cerca de 50%), sendo anunciada uma redução de consumo de combustível de 20%, evidenciando-se, assim, uma maior leveza e durabilidade destes materiais face aos materiais mais tradicionais (como por exemplo o alumínio) [7].



Figura 9 – Boeing 787 Dreamliner constituído em 50% por materiais compósitos [7]

2.2. Programas de análise estrutural existentes no mercado

Neste ponto, serão abordados alguns exemplos de programas existentes atualmente no mercado, que recorrem à Teoria Clássica dos Laminados para proceder à análise de materiais compósitos fibrosos de matriz polimérica.

2.2.1. ESA Comp 4.0

A demonstração de funcionamento do programa *ESA Comp 4.0* [8], inicialmente desenvolvido pela *ESA – European Space Agency*, permitiu constatar que se trata de um *software* bastante robusto, inclusive com módulos de exportação/importação de dados, para funcionamento com outros *softwares* de cálculo de elementos finitos, possuindo também uma vasta base de dados de materiais compósitos. Contudo, este programa apresenta um aspeto confuso para estudantes desta área do conhecimento, já que a introdução de dados é realizada através de múltiplos menus, de forma bastante dispersa. Grande parte das capacidades de cálculo do programa não são, normalmente, utilizadas por estudantes, podendo de algum modo criar uma maior dificuldade na utilização do mesmo.

2.2.2. ABD Matrix 2.0

Os responsáveis pelo desenvolvimento do programa *ABD Matrix 2.0* [9] apresentam, na promoção deste *software*, como vantagens, o baixo custo e a facilidade na sua utilização. Contudo, este programa não conta nem com a possibilidade de utilização de diferentes unidades, nem com o módulo de micromecânica, sendo a visualização dos vários resultados finais confusa, uma vez que todos os resultados são apresentados numa só janela.

2.2.3. *ESP Composites - eLaminate*[®]

A *ESP Composites* possui um módulo do seu programa *eSuite*[®], denominado *eLaminate*[®] [10], para cálculo de estruturas compósitas baseado na Teoria Clássica dos Laminados. Embora seja um *software* que permite o acesso a todos os cálculos realizados pelo mesmo, não possui módulo de micromecânica, nem edição de unidades. Sendo este programa desenvolvido em MS Excel, tem necessariamente um aspeto pouco apelativo.

2.2.4. *The Laminator*[®]

Dos programas analisados, o *The Laminator* [11] é aquele que possui um aspeto mais apelativo, apresentando menus de introdução de dados bem conseguidos e um custo de aquisição baixo. Este programa conta com um módulo de micromecânica, mas apresenta, como sua característica mais fraca, a visualização e organização de resultados.

2.2.5. *LAP – Laminate Analysis Program*[®]

O programa *LAP* [12] é utilizado, atualmente, para dar apoio à disciplina de Materiais Compósitos, lecionada no ISEP. A versão em causa necessita de emulação de ambiente DOS e apresenta um ambiente antiquado. Para além disso, já foram reportados erros durante a gravação de dados e não conta com um módulo alusivo à micromecânica.

3. Micromecânica da camada

A micromecânica é a área do conhecimento que pretende prever o comportamento mecânico de um laminado heterogéneo, a partir das propriedades mecânicas dos materiais que o constituem. São assim determinadas, as denominadas constantes de engenharia, sendo apresentadas, de seguida, as utilizadas apenas para a situação de estado plano de tensão:

- E_1 – Módulo de elasticidade na direção das fibras
- E_2 – Módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras
- ν_{12} – Coeficiente de Poisson maior
- G_{12} – Módulo de corte
- X – Tensão de rotura na direção das fibras
- Y – Tensão de rotura na direção perpendicular às fibras
- S – Tensão de rotura ao corte

Estas propriedades mecânicas são fundamentais para a análise estrutural de um material compósito, sendo obtidas a partir das propriedades mecânicas das fibras e da matriz utilizadas. As constantes de engenharia tornam-se fundamentais, pois tal como será possível constatar no capítulo 4, relativo à Lei Constitutiva da Camada, são valores imprescindíveis para a definição da matriz de rigidez de cada camada, de uma estrutura em material compósito.

Embora existam vários modelos [13], de complexidade variável, para prever as constantes de engenharia para análise de estruturas compósitas, basicamente todos eles assentam nos seguintes pressupostos:

- Não existem vazios ou inclusões, sendo o material constituído apenas pelas fibras e pela matriz;
- A distribuição espacial das fibras tem uma orientação bem definida;
- Os constituintes do laminado são isotrópicos;
- A interface fibra/matriz possui aderência perfeita.

O modelo utilizado nas análises que se seguem é o da mecânica dos materiais. Sendo um dos modelos mais simples, baseia-se na análise de uma célula que se admite representativa de todo o material compósito em estudo, constituída por uma fibra rodeada de matriz.

3.1. Análise de fibras unidirecionais

3.1.1. Determinação do volume de fibras

Este parâmetro permite, tal como o nome indica, definir qual a percentagem volúmica de fibras existente num laminado. Sabendo-se, de antemão, que a maior parte da resistência mecânica de um compósito advém da resistência mecânica das fibras, então quanto maior for o valor deste parâmetro, maior será a resistência do compósito em análise. Teoricamente este valor pode atingir um máximo de 90,7% [14]. Contudo, será importante referir que, devido a limitações tecnológicas de fabrico, o valor máximo de fração volúmica de fibras ronda os 60% em processos de fabrico. como por exemplo o enrolamento filamentar, a pultrusão ou o empilhamento manual com cura em autoclave. É apresentado na Figura 10 um esquema relativo às dimensões de cada um dos materiais constituintes do material compósito.

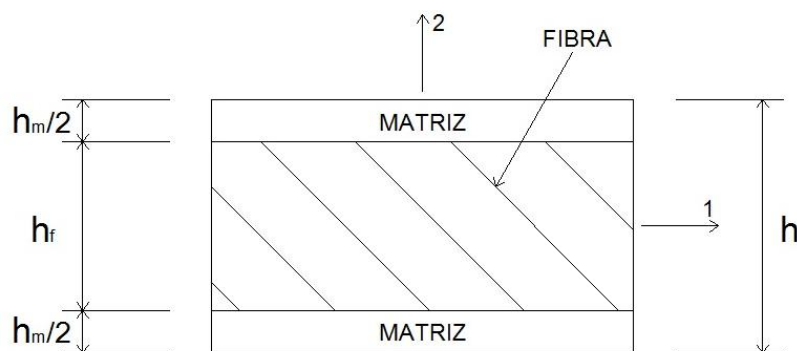


Figura 10 – Célula representativa de uma camada de material [15]

Onde h_m é a espessura de matriz, h_f a espessura de fibra e h a espessura total do compósito.

Assim, o volume de fibras de um compósito pode definir-se através da equação 1.

$$V_f = \frac{\text{Volume de Fibras}}{\text{Volume Total de Material Compósito}} = \frac{h_f}{h} \quad (1)$$

Onde V_f é a fração volúmica de fibras.

3.1.2. Determinação do módulo de elasticidade na direção das fibras - E_1

O módulo de elasticidade E_1 corresponde ao módulo de elasticidade do material compósito na direção 1 (direção das fibras). A Figura 11 demonstra uma camada constituída por fibras unidirecionais, submetida a um esforço de tração na direção 1.

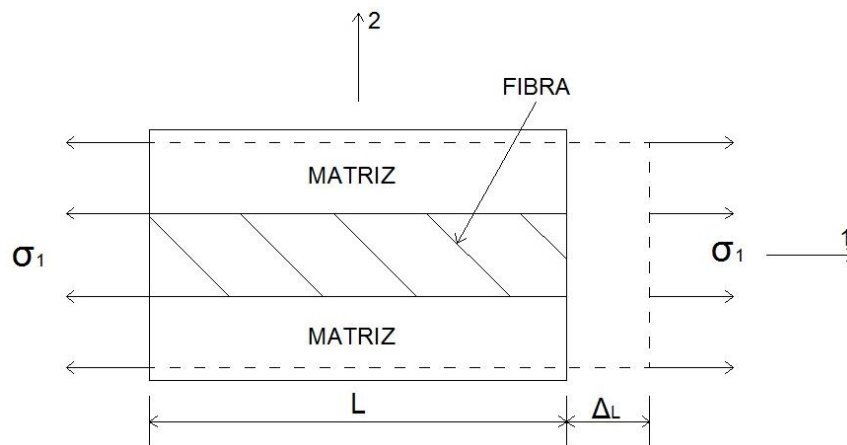


Figura 11 – Célula representativa de uma camada de material sujeito à tração na direção 1 [15]

Onde σ_1 é a tensão aplicada na direção 1, L o comprimento de uma célula representativa de um material compósito e Δ_L o deslocamento na direção 1, que resulta da aplicação da tensão σ_1 .

Como se pode constatar, quando solicitada à tração, a deformação da camada na direção 1, ε_1 , podem ser obtida pela equação 2.

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta_L}{L} \quad (2)$$

Assumindo-se que a deformação na direção 1 de um compósito é igual, quer para a fibra quer para a matriz, pode escrever-se as equações 3 e 4.

$$\sigma_f = E_f \cdot \varepsilon_1 \quad (3)$$

Onde σ_f é a tensão aplicada à fibra e E_f o módulo de elasticidade da fibra.

$$\sigma_m = E_m \cdot \varepsilon_1 \quad (4)$$

Onde σ_m é a tensão aplicada à matriz e E_m o módulo de elasticidade da matriz.

De acordo com a Figura 10 e a Figura 11, a força aplicada ao laminado pode ser definida de acordo com a equação 5.

$$\sigma_1 \cdot h = \sigma_f \cdot h_f + \sigma_m \cdot h_m \quad (5)$$

A tensão na direção 1 é dada pela equação 6.

$$\sigma_1 = E_1 \cdot \varepsilon_1 \quad (6)$$

Com as equações 3, 4, 5 e 6 pode-se então enunciar a equação 7.

$$E_1 = E_f \cdot \frac{h_f}{h} + E_m \cdot \frac{h_m}{h} \quad (7)$$

As relações de volumes de fibra e de matriz são dadas pelas equações 8 e 9.

$$V_f = \frac{h_f}{h} \quad (8)$$

$$V_m = \frac{h_m}{h} \quad (9)$$

Onde V_m é a fração volúmica de matriz.

Assim sendo, pode definir-se a relação entre V_m e V_f , apresentada na equação 10.

$$V_m = 1 - V_f \quad (10)$$

Então, pode concluir-se que E_1 é dado pela equação 11.

$$E_1 = E_f \cdot V_f + E_m \cdot (1 - V_f) \quad (11)$$

Esta equação é conhecida como a “Lei das Misturas” dos materiais compósitos.

3.1.3. Determinação do módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras - E_2

O módulo de elasticidade E_2 corresponde ao módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras. Aplicando uma tensão de tração na direção 2, como representado na Figura 12, não é possível fazer nenhuma dedução direta sobre a deformação da fibra e

da matriz, podendo-se apenas concluir que quer a fibra quer a matriz estão sujeitas à mesma tensão σ_2 .

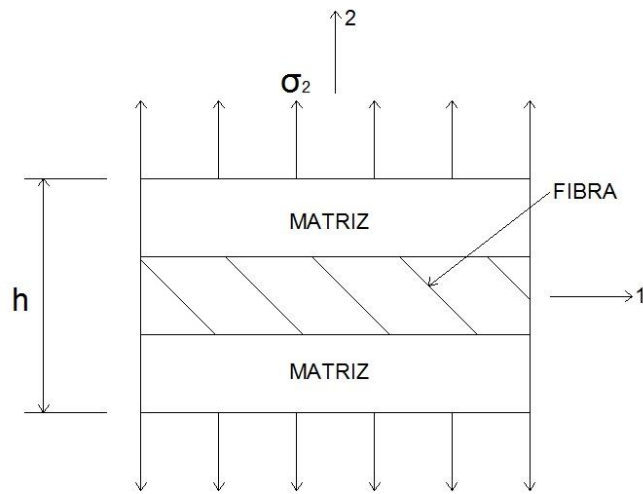


Figura 12 – Célula representativa de uma camada de material sujeito à tração na direção 2 [15]

Assim, pode afirmar-se que a deformação do material compósito na direção 2, ε_2 , segue a equação 12.

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} \quad (12)$$

Onde σ_2 é a tensão de tração aplicada na direção 2 e E_2 o módulo de elasticidade do material compósito na direção 2.

A deformação da fibra, ε_f , segundo a direção 2 é dada pela equação 13.

$$\varepsilon_f = \frac{\sigma_2}{E_f} \quad (13)$$

A deformação da matriz, ε_m , segundo a direção 2 é dada pela equação 14.

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_2}{E_m} \quad (14)$$

Visto que a deformação total do material compósito será igual ao somatório das deformações dos seus constituintes, pode definir-se a equação 15.

$$\varepsilon_2 = V_f \cdot \varepsilon_f + V_m \cdot \varepsilon_m \quad (15)$$

Substituindo as equações 12, 13 e 14 na equação 15, e dividindo por σ_2 , obtém-se a equação 16.

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (16)$$

Manipulando-se a equação 16, recorrendo à equação 10, pode apresentar-se E_2 , de acordo com a equação 17.

$$E_2 = \frac{E_f \cdot E_m}{E_f \cdot (1 - V_f) + V_f \cdot E_m} \quad (17)$$

A equação 17 é conhecida como a “Inversa da Lei das Misturas”.

3.1.4. Determinação do Coeficiente de Poisson maior - ν_{12}

Considere-se agora a Figura 13, idêntica à Figura 11, mas contabilizando-se a variação da espessura do laminado.

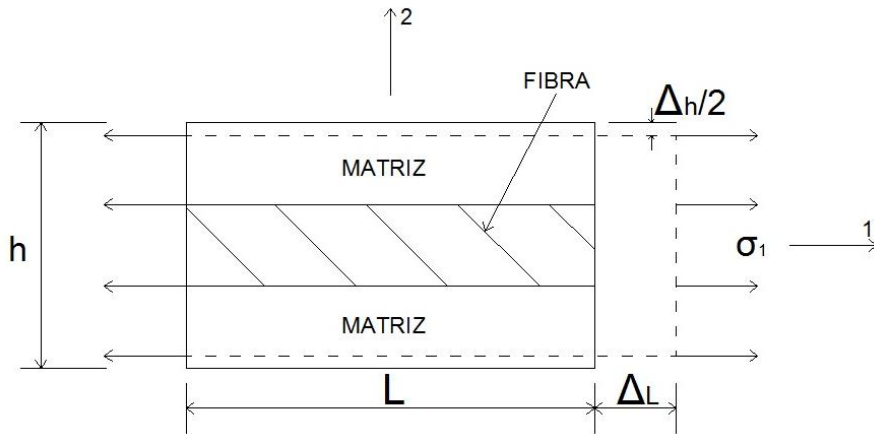


Figura 13 – Célula representativa da variação da espessura de uma camada sujeita à tração na direção 1 [15]

Onde Δ_h é a variação de espessura do laminado.

Considerando que apenas atua a tensão σ_1 e assumido que a deformação do compósito é igual para a fibra e para a matriz, define-se o coeficiente de Poisson maior, ν_{12} , segundo a equação 18.

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (18)$$

É possível concluir que a variação de espessura, Δ_h , é regida de acordo com a equação 19.

$$\Delta_h = -h \cdot \varepsilon_2 = h \cdot \nu_{12} \cdot \varepsilon_1 \quad (19)$$

Na equação 19, o sinal negativo indica uma deformação de compressão, segundo a direção 2. Esta variação da dimensão transversal do compósito pode também ser obtida em função dos seus materiais constituintes, de acordo com a equação 20.

$$\Delta_h = \Delta_{hm} + \Delta_{hf} \quad (20)$$

Onde Δ_{hm} é a variação de espessura da matriz e Δ_{hf} a variação de espessura da fibra.

De acordo com as equações 8 e 9, pode escrever-se a variação da dimensão transversal da matriz segundo a equação 21.

$$\Delta_{hm} = h \cdot V_m \cdot \nu_m \cdot \varepsilon_1 \quad (21)$$

Onde ν_m é o coeficiente de Poisson da matriz.

A equação 22 descreve a variação da dimensão transversal da fibra.

$$\Delta_{hf} = h \cdot V_f \cdot \nu_f \cdot \varepsilon_1 \quad (22)$$

Onde ν_f é o coeficiente de Poisson da fibra.

Substituindo na equação 20 as equações 19, 21 e 22 e dividindo por $h \cdot \varepsilon_1$, obtém-se a equação 23.

$$\nu_{12} = \nu_m \cdot V_m + \nu_f \cdot V_f \quad (23)$$

Como se pode constatar, a equação obtida é idêntica à da “Lei das Misturas” (Equação 11). Dado não existirem grandes diferenças entre os coeficientes de Poisson das fibras e das matrizes normalmente utilizadas, pode, eventualmente, admitir-se o valor de 0,3 como coeficiente de referência. [1].

Nestes materiais, é usual definir-se também o coeficiente de Poisson menor (ν_{21}). Este coeficiente depende do coeficiente de Poisson maior e dos módulos de elasticidade E_1 e E_2 do material.

3.1.5. Determinação do módulo de Corte – G_{12}

A determinação do módulo de corte, G_{12} , é realizada considerando que a tensão de corte, τ , a que está sujeita a fibra e a matriz, é a mesma. A distorção da matriz, γ_m , é dada pela equação 24 e a distorção da fibra, γ_f , pela equação 25.

$$\gamma_m = \frac{\tau}{G_m} \quad (24)$$

Onde G_m é o módulo de corte da matriz.

$$\gamma_f = \frac{\tau}{G_f} \quad (25)$$

Onde G_f é o módulo de corte da fibra.

A representação do referido carregamento é apresentada na Figura 14.

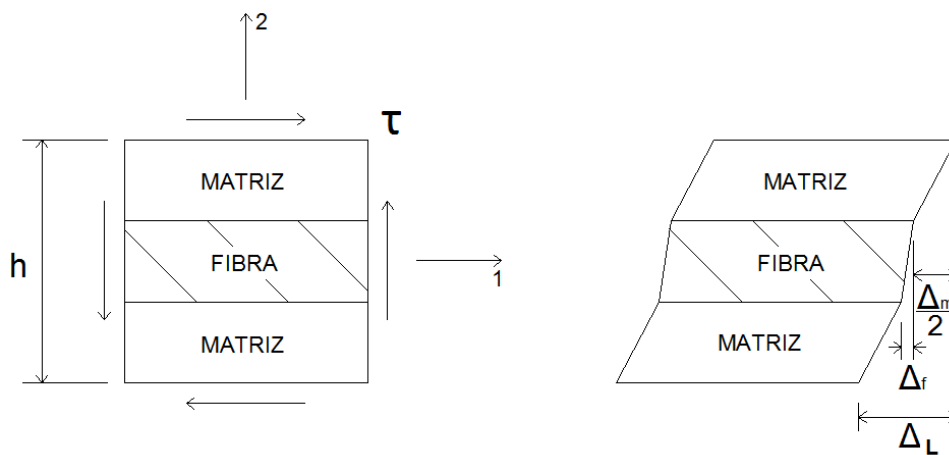


Figura 14 – Célula representativa de uma camada sujeita a uma solitação de corte puro

O deslocamento total da camada é dado por,

$$\Delta_L = \gamma \cdot h \quad (26)$$

Onde γ é a distorção do material composto.

O deslocamento da matriz, Δ_m , é dado pela equação 27 e o deslocamento da fibra, Δ_f , pela equação 28.

$$\Delta_m = V_m \cdot h \cdot \gamma_m \quad (27)$$

$$\Delta_f = V_f \cdot h \cdot \gamma_f \quad (28)$$

Como $\Delta_L = \Delta_m + \Delta_f$, ao dividir a equação por h , obtém-se a equação 29.

$$\gamma = V_m \cdot \gamma_m + V_f \cdot \gamma_f \quad (29)$$

A distorção global do composto, γ , é dada pela equação 30.

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{12}} \quad (30)$$

Onde G_{12} é o módulo de corte do compósito.

Substituindo as equações 24, 25 e 30 na equação 29, obtém-se a equação 31.

$$\frac{\tau}{G_{12}} = V_m \cdot \frac{\tau}{G_m} + V_f \cdot \frac{\tau}{G_f} \quad (31)$$

Dividindo a equação 31 por τ , a partir da equação 10, e reescrevendo a equação em função de G_{12} , tem-se a equação 32, ficando assim definido G_{12} .

$$G_{12} = \frac{G_m \cdot G_f}{(1 - V_f) \cdot G_f + V_f \cdot G_m} \quad (32)$$

3.1.6. Determinação do coeficiente de expansão térmica na direção das fibras - α_1

A determinação do coeficiente de expansão térmica, α_1 , é realizada tendo em conta que a deformação do compósito é a mesma da fibra e da matriz (equação 33).

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} + \alpha_1 \cdot \Delta T = \varepsilon_m = \frac{\sigma_1}{E_m} + \alpha_m \cdot \Delta T = \varepsilon_f = \frac{\sigma_1}{E_f} + \alpha_f \cdot \Delta T \quad (33)$$

Onde α_m é o coeficiente de expansão térmica da matriz, α_f o coeficiente de expansão térmica da fibra e ΔT a variação de temperatura verificada.

A tensão gerada é distribuída pelo material de acordo com a equação 34.

$$\sigma_1 = \sigma_1 \cdot (1 - V_f) + \sigma_1 \cdot V_f \quad (34)$$

Utilizando as equações 33 e 34 é possível deduzir a seguinte equação:

$$\begin{aligned} E_1 \cdot (\varepsilon_1 - \alpha_1 \cdot \Delta T) &= \\ &= E_m \cdot (\varepsilon_1 - \alpha_m \cdot \Delta T) \cdot (1 - V_f) + E_f \cdot (\varepsilon_1 - \alpha_f \cdot \Delta T) \cdot V_f \end{aligned} \quad (35)$$

Colocando ε_1 em evidência na equação 35, tem-se que:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \cdot [E_1 - (E_m \cdot (1 - V_f) + E_f \cdot V_f)] &= \\ &= E_1 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta T - (E_m \cdot \alpha_m \cdot \Delta T \cdot (1 - V_f) + E_f \cdot \alpha_f \cdot \Delta T \cdot V_f) \end{aligned} \quad (36)$$

De acordo com a equação 11, o primeiro membro da equação 36 é nulo, surgindo assim a equação 37.

$$E_1 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta T = E_m \cdot \alpha_m \cdot \Delta T \cdot (1 - V_f) + E_f \cdot \alpha_f \cdot \Delta T \cdot V_f \quad (37)$$

Dividindo todos os termos por ΔT e reescrevendo a equação 37 em função de α_1 , tem-se que:

$$\alpha_1 = \frac{E_m \cdot \alpha_m \cdot (1 - V_f) + E_f \cdot \alpha_f \cdot V_f}{E_1} \quad (38)$$

Logo, novamente de acordo com a equação 11, obtém-se:

$$\alpha_1 = \frac{V_f \alpha_f E_f + (1 - V_f) \alpha_m E_m}{E_f V_f + E_m (1 - V_f)} \quad (39)$$

O coeficiente de expansão térmica na direção das fibras é assim dado pela equação 39.

3.1.7. Determinação do coeficiente de expansão térmica na direção perpendicular às fibras - α_2

A determinação do coeficiente de expansão térmica, α_2 , envolve abordagens teóricas não são referenciadas nesta dissertação, contudo pode ser obtido pela equação 40 [16].

$$\alpha_2 = \alpha_m \cdot (1 - V_f) + \alpha_f \cdot V_f + \frac{(v_f \cdot E_m - v_m \cdot E_f)}{\frac{E_m}{V_f} + \frac{E_m}{(1 - V_f)}} \cdot (\alpha_f - \alpha_m) \quad (40)$$

3.1.8. Determinação da tensão de rotura na direção das fibras - X

A equação 41 permite a determinação da tensão de rotura na direção das fibras, X . Como se pode constatar, esta possuiu o formato da Lei das Misturas (equação 11), substituindo-se contudo, os módulos de elasticidade da fibra e da matriz pelas respectivas tensões de rotura [13].

$$X = \sigma_{uf} \cdot V_f + \sigma_{um} \cdot (1 - V_f) \quad (41)$$

Onde σ_{uf} é a tensão de rotura das fibras e σ_{um} a tensão de rotura da matriz.

3.1.9. Determinação da tensão de rotura na direção perpendicular às fibras - Y

De acordo com vários autores, existem grandes dificuldades em determinar a tensão de rotura de um material compósito, segundo a direção perpendicular às fibras, Y , visto que esta depende de fatores relacionados com o empilhamento. No entanto, existem várias

abordagens para determinação deste valor, sendo a equação 42 referente a uma dessas abordagens [14].

$$Y = \sigma_{um} \cdot \frac{1 - 2 \cdot \sqrt{\frac{V_f}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right)}}{1 - V_f \cdot \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right)} \quad (42)$$

3.1.10. Determinação da tensão de rotura ao corte - S

A determinação da resistência ao corte, S , envolve algumas aproximações teóricas, que não estão referenciadas nesta dissertação, mas esta pode ser definida de acordo com a equação 43 [14].

$$S = \tau_{um} \cdot \left[1 - (\sqrt{V_f} - V_f) \cdot \left(1 - \frac{G_m}{G_f} \right) \right] \quad (43)$$

Onde τ_{um} é a tensão de rotura ao corte da matriz.

Torna-se importante referir que, sendo a matriz um material isotrópico, τ_{um} é dada pela equação 44 [17].

$$\tau_{um} = \frac{\sigma_{um}}{2} \quad (44)$$

3.2. Análise de fibras de reforço sobre a forma de tecidos ou mantas

Nos estudos realizados anteriormente, considerou-se que as fibras estavam envoltas numa matriz e pressupôs-se a utilização de fibras unidirecionais. Contudo, as fibras podem ainda ser apresentadas sobre a forma de tecidos ou de mantas. Os tópicos a seguir abordados tentam prever a variação das propriedades mecânicas do compósito, em função do tipo de reforço utilizado [16]. Como se poderá constatar, estes modelos partem exatamente dos mesmos pressupostos anteriormente já considerados, sendo necessário o cálculo das constantes já apresentadas.

3.2.1. Fibras de reforço sobre a forma de tecido

Neste tipo de reforço, as fibras são dispostas perpendicularmente, umas em relação às outras, e entrelaçadas entre si. Na Figura 15, pode observar-se a existência de uma direção denominada de “teia” e outra denominada de “trama”, onde as fibras da “trama” vão

passando alternadamente pela parte superior e inferior da “teia”, seguindo um padrão bem definido.

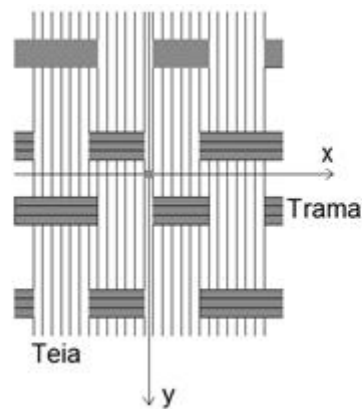


Figura 15 – Notação utilizada em fibras na forma de tecido

Embora existam vários tipos de padrões, como se apresenta na Figura 16, o tecido plano é o mais utilizado.

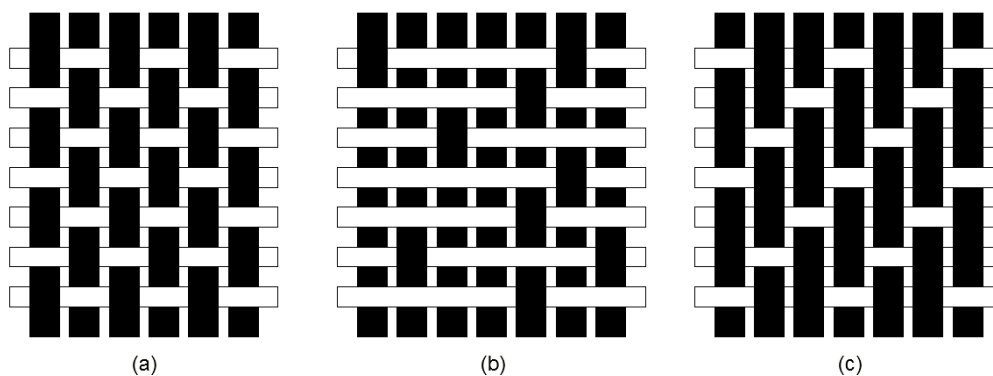


Figura 16 – Padrões de tecidos mais comuns: (a) Plano, (b) Cetim e (c) Sarja

Estes tecidos podem ser equilibrados, ou seja, existir o mesmo número de fibras em ambas as direções, ou podem ter uma maior concentração de fibras numa das direções, independentemente do seu padrão.

Para se proceder à correção dos valores obtidos, a partir da análise de fibras contínuas e alinhadas, de modo a obterem-se estimativas para as constantes de engenharia, da nova forma das fibras apresentadas, deve-se, numa primeira abordagem, determinar qual a fração de fibras na direção da “trama”, k . Para tal, segue-se a equação 45.

$$k = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \quad (45)$$

Em que, de acordo a Figura 15, n_1 é o número de fibras na direção x e n_2 é o número de fibras na direção y .

A Figura 17 representa uma vista em corte de uma camada, em que as fibras de reforço têm a forma de tecido.

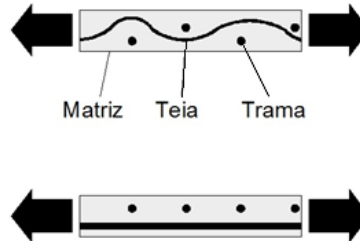


Figura 17 – Vista em corte de uma camada reforçada com fibras sobre a forma de tecido

Ao analisar a Figura 17, é possível concluir que se pode simplificar a análise deste tecido, considerando que a uma camada de tecido correspondem duas camadas unidirecionais, perpendiculares entre si. Analisando estas duas camadas como uma só, pode concluir-se que o módulo de elasticidade segundo a direção x , E_x , é dado pela equação 46.

$$E_x = k \cdot E_1 + (1 - k) \cdot E_2 \quad (46)$$

O módulo de elasticidade segundo a direção y , E_y , é dado pela equação 47.

$$E_y = (1 - k) \cdot E_1 + k \cdot E_2 \quad (47)$$

Quanto ao módulo de corte nos eixos xOy , G_{xy} , este permanece inalterado, como se pode constatar na equação 48.

$$G_{xy} = G_{12} \quad (48)$$

O coeficiente de Poisson nos eixos xOy , ν_{xy} , é obtido através da equação 49.

$$\nu_{xy} = \frac{\nu_{12}}{\left[k + (1 - k) \cdot \frac{E_1}{E_2} \right]} \quad (49)$$

3.2.2. Fibras de reforço sobre a forma de manta

Este tipo de reforço pode ser feito a partir de fibras curtas ou de fibras longas. Dada a dispersão aleatória das fibras nesta forma de reforço, torna-se bastante difícil fazer uma análise teórica objetiva. Assim, é assumido que esta forma de reforço conduz a um

compósito quási-isotrópico, sendo as equações obtidas através de análise empírica, razão pela qual se trabalha sempre com valores aproximados. Deste modo, tem-se que o módulo de elasticidade do compósito, reforçado com fibras na forma de manta, E_{manta} , é obtido através da equação 50.

$$E_{manta} \approx \frac{3}{8} \cdot E_1 + \frac{5}{8} \cdot E_2 \quad (50)$$

O módulo de corte do compósito reforçado com fibras na forma de manta, G_{manta} , é dado pela equação 51.

$$G_{manta} \approx \frac{E_{manta}}{2 \cdot (1 + \nu_{manta})} \quad (51)$$

Uma vez que os valores dos coeficientes de Poisson das fibras e matrizes mais utilizadas são próximos de 0,3, pode considerar-se, com os devidos cuidados, o valor apresentado na equação 52, para o coeficiente de Poisson do compósito reforçado com fibras na forma de manta, ν_{manta} .

$$\nu_{manta} \approx \nu_m \approx \nu_f \approx 0,3 \quad (52)$$

4. Leis constitutivas da camada

A aplicação das leis constitutivas da camada, ou macromecânica, permite caracterizar cada uma das camadas constituintes de um laminado, em função das propriedades mecânicas do material constituinte da mesma e do ângulo das fibras, em relação à direção de esforço. Para determinação das propriedades mecânicas do material é necessário recorrer ou à micromecânica, sendo este um processo mais teórico como abordado no capítulo anterior, ou a testes experimentais, mais fiáveis mas com necessidade de realização de um conjunto de ensaios de forma a ser possível aplicar ferramentas estatísticas e, forçosamente, mais moroso.

Recorrendo à análise geral dos sólidos elásticos, pode representa-ser o estado de tensão tridimensional de um elemento infinitesimal, como o apresentado na Figura 18.

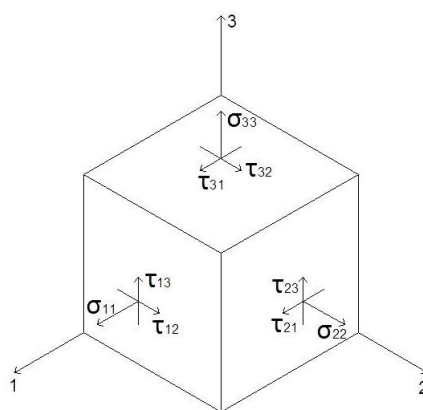


Figura 18 – Estado de tensão tridimensional de um sólido

As equações de equilíbrio de momentos, segundo os três eixos (relativo ao centroide do elemento), permitem concluir a simetria do tensor das tensões [18] (equação 53), visto que:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (53)$$

Sendo $i, j = 1, 2, 3$.

De igual modo, obtém-se o tensor das deformações que é também simétrico (equação 54):

$$\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk} \quad (54)$$

Com $k, l = 1, 2, 3$. As relações tensão-deformação (equação 55) podem assim ser descritas recorrendo ao tensor de rigidez do material, C_{ijkl} , visto que, para os materiais em estudo, existe um comportamento linear elástico.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{lk} \quad (55)$$

A representação matricial da equação 55 é dada pela equação 56.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1313} & C_{1312} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1213} & C_{1212} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (56)$$

No entanto, a abordagem de cálculo, utilizada pelo *software* desenvolvido, define que o laminado em análise encontra-se em estado plano de tensão, ou seja, consideram-se desprezáveis os valores de tensão σ_{33} , τ_{13} e τ_{23} , correspondentes à direção da espessura, face aos valores obtidos no plano $IO2$. A escolha de tal abordagem baseia-se no facto de este tipo de material ser, geralmente, utilizado na forma de placas finas [18]. Para além disso, a dificuldade em determinar, quer experimentalmente quer analiticamente, alguns valores relativos às propriedades mecânicas na direção 3 do material [13], como por exemplo G_{23} e ν_{23} , dificulta imenso a realização de uma análise tridimensional, dado que são valores imprescindíveis para a realização desta.

Se se designar a matriz de rigidez nos eixos $IO2$ (Figura 19) por Q , de modo a diferenciar a matriz de rigidez deste estado em relação à do estado tridimensional de tensões, obtém-se a equação 57 para descrever a relação tensão-deformação do material.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ \vdots & Q_{22} & 0 \\ Sim. & \dots & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (57)$$

Os valores da matriz Q são calculados a partir das equações 58.

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E_1}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{1 - \nu_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E_1}} \quad (58)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E_1}} \quad Q_{66} = G_{12}$$

É igualmente possível escrever a equação 57 com as deformações em função das tensões (Equação 59). Para tal, determina-se a matriz de flexibilidade, nos eixos $IO2$, S , em que $S = Q^{-1}$, obtendo-se:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ \vdots & S_{22} & 0 \\ sim. & \dots & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (59)$$

Os valores da matriz S são calculados pelas equações 60.

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} \quad S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \quad S_{22} = \frac{1}{E_2} \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (60)$$

Para casos em que os laminados não possuam as fibras perfeitamente alinhadas com a direção dos esforços, é necessário proceder às transformações de referencial. A Figura 19 demonstra a relação de eixos existentes, em que se considera um sistema de eixos $IO2$, em que 1 é o eixo paralelo à direção das fibras, 2 é o eixo perpendicular às fibras e o sistema de eixos xOy o eixo dos esforços a analisar. O ângulo θ corresponde ao desfaseamento entre os dois eixos.

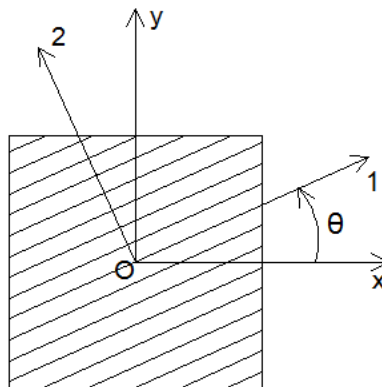


Figura 19 – Referencial xOy (ortonormal) e referencial $IO2$ com direção paralela e perpendicular às fibras

Pretendendo-se então obter as tensões na direção $IO2$ em função das tensões xOy deve proceder-se à transformação de eixos seguindo a equação 61 [13].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (61)$$

Em que c é o cosseno de θ e s é o seno de θ .

No entanto, para o caso dos deslocamentos, deve utilizar-se a equação 62.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (62)$$

No que respeita à transformação de referencial para os valores da matriz \mathbf{Q} , é possível obter os valores da matriz de rigidez transformada \mathbf{Q}' (equação 63), através das equações 64 a 69.

$$\mathbf{Q}' = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ \vdots & Q'_{22} & Q'_{26} \\ sim. & \dots & Q'_{66} \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$Q'_{11} = c^4 \cdot Q_{11} + s^4 \cdot Q_{22} + 2 \cdot c^2 \cdot s^2 \cdot (Q_{12} + 2 \cdot Q_{66}) \quad (64)$$

$$Q'_{12} = c^2 \cdot s^2 \cdot (Q_{11} + Q_{22} - 4 \cdot Q_{66}) + (c^4 + s^4) \cdot Q_{12} \quad (65)$$

$$Q'_{16} = c^3 \cdot s \cdot (Q_{11} - Q_{12} - 2 \cdot Q_{66}) + c \cdot s^3 \cdot (Q_{12} - Q_{22} + 2 \cdot Q_{66}) \quad (66)$$

$$Q'_{22} = s^4 \cdot Q_{11} + c^4 \cdot Q_{22} + 2 \cdot c^2 \cdot s^2 \cdot (Q_{12} + 2 \cdot Q_{66}) \quad (67)$$

$$Q'_{26} = c \cdot s^3 \cdot (Q_{11} - Q_{12} - 2 \cdot Q_{66}) + c^3 \cdot s \cdot (Q_{12} - Q_{22} + 2 \cdot Q_{66}) \quad (68)$$

$$Q'_{66} = c^2 \cdot s^2 \cdot [Q_{11} + Q_{22} - 2 \cdot (Q_{12} + Q_{66})] + (c^4 + s^4) \cdot Q_{66} \quad (69)$$

No caso da matriz de flexibilidade \mathbf{S} pode obter-se \mathbf{S}' (equação 70), segundo as equações 71 a 76.

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & S'_{16} \\ \vdots & S'_{22} & S'_{26} \\ sim. & \dots & S'_{66} \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$S'_{11} = c^4 \cdot S_{11} + s^4 \cdot S_{22} + c^2 \cdot s^2 \cdot (2 \cdot S_{12} + S_{66}) \quad (71)$$

$$S'_{12} = c^2 \cdot s^2 \cdot (S_{11} + S_{22} - Q_{66}) + (c^4 + s^4) \cdot S_{12} \quad (72)$$

$$S'_{16} = c^3 \cdot s \cdot (2 \cdot (S_{11} - S_{12}) - S_{66}) + c \cdot s^3 (2 \cdot (S_{12} - S_{22}) + S_{66}) \quad (73)$$

$$S'_{22} = s^4 \cdot S_{11} + c^4 \cdot S_{22} + c^2 \cdot s^2 \cdot (2 \cdot S_{12} + S_{66}) \quad (74)$$

$$S'_{26} = c \cdot s^3 \cdot (2 \cdot (S_{11} - S_{12}) - S_{66}) + c^3 \cdot s \cdot (2 \cdot (S_{12} - S_{22}) + S_{66}) \quad (75)$$

$$S'_{66} = 2 \cdot c^2 \cdot s^2 \cdot (2 \cdot (S_{11} + S_{22}) - 2 \cdot Q_{12}) - S_{66} + (c^4 + s^4) \cdot S_{66} \quad (76)$$

Com as equações até aqui apresentadas, é possível caracterizar cada uma das camadas constituintes do laminado em análise. Contudo, torna-se necessário analisar a interação entre camadas de um laminado, sendo abordado, no capítulo seguinte, este tipo de estudo, recorrendo-se para tal, à Teoria Clássica dos Laminados.

5. Teoria Clássica dos Laminados (TCL)

Tendo por base a Teoria de Placas de *Kirchhoff* [19], a Teoria Clássica dos Laminados é a abordagem com maior aceitação, para o estudo de estruturas compósitas. Esta teoria permite obter resultados com elevada precisão. Contudo, esta técnica envolve um elevado número de cálculos, pois contabiliza as diversas interações entre as várias camadas de um laminado. Para aplicação desta teoria é necessário o conhecimento das propriedades das camadas constituintes do laminado, recorrendo-se às leis constitutivas da camada, abordada no capítulo anterior. Nesta análise, é usual considerar-se o referencial xyz , de forma a que o plano xy coincida com o plano médio da espessura do laminado em estudo, tal como se pode observar na Figura 20.

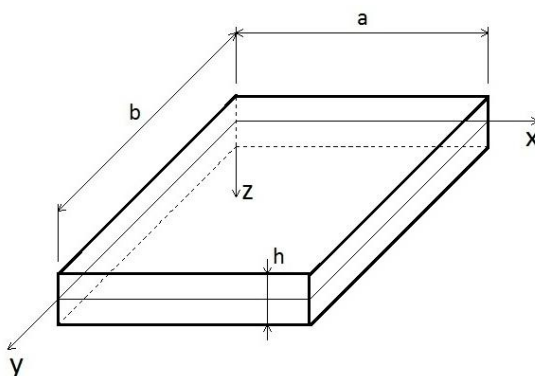


Figura 20 – Referencial utilizado para análise de um laminado

Um laminado pode estar sujeito a dois tipos de carregamentos: carregamento de membrana ou carregamento transversal.

No caso de aplicação de cargas transversais, quer concentradas quer distribuídas, geram-se esforços internos de flexão e de torção, que estão relacionados com as curvaturas da placa.

São gerados, também, esforços de corte. No entanto, dado que os laminados em material compósito apresentam, na maior parte das vezes, espessura fina, é geralmente aceite a simplificação, que resulta na consideração de que este está sujeito a um estado plano de tensão [20], sendo assim desprezáveis as tensões criadas na direção da espessura. A Figura 21 demonstra a representação dos esforços internos quando um laminado é sujeito a uma carga transversal.

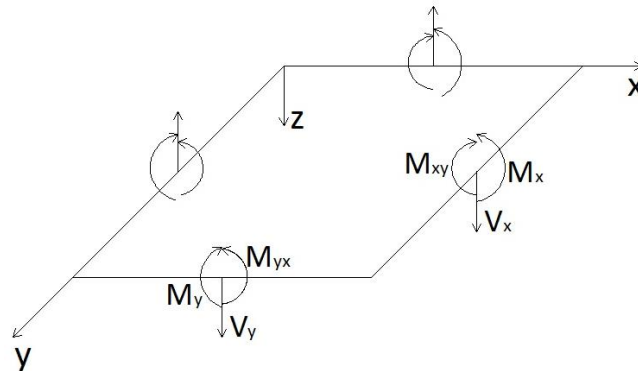


Figura 21 – Esforços internos de um laminado sujeito a cargas transversais

Relativamente aos esforços de membrana, estes atuam no plano médio do laminado e geram esforços normais e de corte, no plano xy . Os esforços de membrana podem criar os esforços internos apresentados na Figura 22.

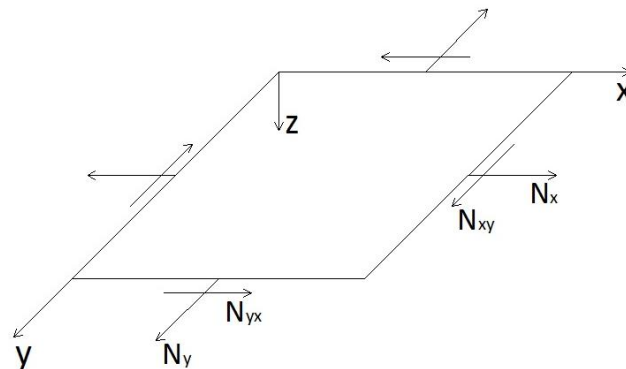


Figura 22 – Esforços internos de um laminado sujeito a esforços de membrana

É importante referir que todos os esforços aplicados ao laminado são distribuídos pela face onde atuam, estando assim expressos pela unidade de comprimento onde atuam, ou seja, os esforços de membrana são apresentados, por exemplo, em N/mm, e os momentos são apresentados, por exemplo, em N.

Os esforços apresentados na Figura 21 e na Figura 22 conduzem a uma deformação do laminado, sendo a deformação na direção da espessura desprezável (estado plano de

tensão). Definido o plano de referência, apresentado na Figura 20, podem determinar-se os deslocamentos, em qualquer ponto do laminado, a partir dos deslocamentos e rotações no plano de referência. As deformações e curvaturas do laminado são assim obtidas a partir dos deslocamentos e rotações anteriormente referidos [1].

Independentemente da espessura do laminado em análise, o vetor de deformações do laminado, $\boldsymbol{\varepsilon}$, resulta das deformações derivadas dos esforços de membrana e das curvaturas geradas pelos esforços de flexão, estando estas presentes na Teoria Clássica dos Laminados, tal como apresentado na equação 77.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + z\boldsymbol{\kappa} \quad (77)$$

Onde $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ corresponde ao vetor de deformações de membrana, z à coordenada na direção do eixo dos ZZ e $\boldsymbol{\kappa}$ ao vetor de curvaturas.

Definida a equação que rege as deformações de um laminado, torna-se necessário introduzir o fator relativo ao empilhamento das camadas de material. Para efeitos de cálculos futuros, designa-se por z_{k-1} a superfície superior e por z_k a superfície inferior de uma camada k . A Figura 23 ilustra o tipo de numeração dada às camadas e respetivas superfícies.

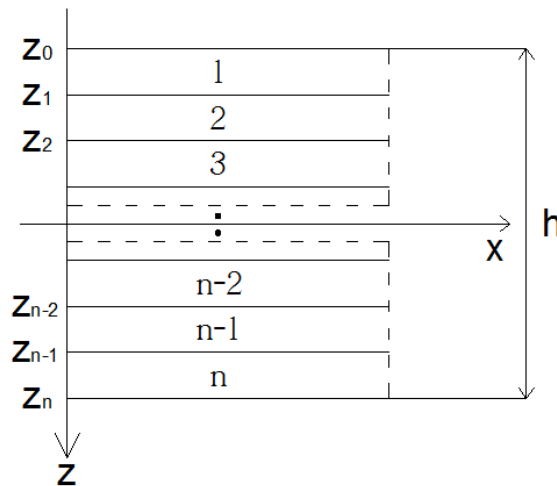


Figura 23 – Sistema de numeração das camadas e das respetivas superfícies de um laminado

Os vetores dos esforços de membrana, N , e dos esforços de flexão, M , definem-se de acordo com as equações 78 e 79, respetivamente.

$$\mathbf{N} = \int_{-h/2}^{+h/2} \boldsymbol{\sigma} dz = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \boldsymbol{\sigma}'_k dz \right\} \quad (78)$$

$$\mathbf{M} = \int_{-h/2}^{+h/2} \boldsymbol{\sigma} z dz = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \boldsymbol{\sigma}'_k z dz \right\} \quad (79)$$

Denominando-se por \mathbf{Q}'_k a matriz de rigidez da camada k segundo o sistema de eixos em estudo, pode afirmar-se, que a tensão na camada k pode ser obtida pela equação 80.

$$\boldsymbol{\sigma}'_k = \mathbf{Q}'_k \cdot \{\boldsymbol{\varepsilon}_0 + z\boldsymbol{\kappa}\} \quad (80)$$

É assim possível determinar a tensão em qualquer ponto da camada, considerando $z_{k-1} \leq z \leq z_k$. Será importante referir que embora as deformações do laminado sejam contínuas, existirão, normalmente, ao nível das tensões, descontinuidades entre as camadas, devido às diferenças de rigidez entre elas. Substituindo a equação 80 nas equações 78 e 79, e procedendo à integração destas, obtêm-se as equações 81 e 82, que são as equações fundamentais da Teoria Clássica dos Laminados.

$$\mathbf{N} = \left\{ \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \cdot (z_k - z_{k-1}) \right\} \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \cdot (z_k^2 - z_{k-1}^2) \right\} \boldsymbol{\kappa} \quad (81)$$

$$\mathbf{M} = \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \cdot (z_k^2 - z_{k-1}^2) \right\} \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \left\{ \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \cdot (z_k^3 - z_{k-1}^3) \right\} \boldsymbol{\kappa} \quad (82)$$

A equação 83 é a representação na forma matricial das equações 81 e 82.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} \quad (83)$$

O modo de empilhamento das camadas de material, ou seja, tipo de material, orientação e sequência de empilhamento, dá origem à matriz denominada \mathbf{ABD} , que é constituída por três sub-matrizes de 3x3, originando uma matriz de 6x6.

A matriz \mathbf{A} corresponde à matriz de rigidez de membrana, sendo uma matriz independente da sequência de empilhamento, isto é, dois laminados com o mesmo número de camadas, do mesmo material e com a mesma orientação, mas empilhados de formas diferentes, têm a mesma matriz \mathbf{A} . De acordo com a equação 81, a referida matriz pode ser obtida por,

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \cdot (Z_k - Z_{k-1}) \quad (84)$$

A matriz \mathbf{B} corresponde à matriz de acoplamento membrana-flexão, sendo uma matriz sensível ao empilhamento do laminado. Esta matriz tem a particularidade de ser nula quando os laminados são simétricos, demonstrando que, para esta situação, quando existem apenas esforços de membrana não existem curvaturas associadas, e quando atuam apenas momentos fletores não existem deformações associadas, mas apenas curvaturas. Através das equações 81 e 82, conclui-se que esta matriz pode ser obtida por,

$$\mathbf{B} = \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \cdot \frac{(Z_k^2 - Z_{k-1}^2)}{2} \quad (85)$$

A matriz \mathbf{D} corresponde à matriz de rigidez de flexão, sendo tal como a matriz \mathbf{B} uma matriz sensível ao empilhamento do laminado. Recorrendo a equação 82, constata-se que a referida matriz pode ser obtida por,

$$\mathbf{D} = \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \cdot \frac{(Z_k^3 - Z_{k-1}^3)}{3} \quad (86)$$

Visto que, geralmente, são conhecidos os esforços e se pretende determinar as deformações e curvaturas associadas, pode inverter-se a matriz \mathbf{ABD} , obtendo-se a matriz \mathbf{abd} , e escrever a relação deformação/tensão da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{b}' & \mathbf{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} \quad (87)$$

Somente no caso de $\mathbf{B} = [0]$, é que se poderá considerar que $\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1}$ e $\mathbf{d} = \mathbf{D}^{-1}$. As fórmulas explícitas das matrizes \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{b}' e \mathbf{d} poderão ser encontradas em [15].

No caso de existirem cargas térmicas associadas ao empilhamento, a equação 80 altera a sua formulação passando a ser dada pela equação 88.

$$\boldsymbol{\sigma}'_k = \mathbf{Q}'_k \cdot \{\boldsymbol{\varepsilon}_0 + z\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\alpha}_k \Delta T\} \quad (88)$$

Recorrendo à equação 81, conclui-se que o esforço de membrana térmico, \mathbf{N}_T , é dado por,

$$\mathbf{N}_T = \Delta T \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \boldsymbol{\alpha}_k (Z_k - Z_{k-1}) \quad (89)$$

Recorrendo à equação 82, verifica-se que o momento fletor térmico, \mathbf{M}_T , é dado por,

$$\mathbf{M}_T = \frac{\Delta T}{2} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k \boldsymbol{\alpha}_k (Z_k^2 - Z_{k-1}^2) \quad (90)$$

Determinadas as deformações de membrana e as encurvaduras do laminado (Equação 87), é possível determinar o estado de tensão em cada camada (equação 83) e, conseqüentemente, determinar as tensões e deformações nos eixos xOy e $IO2$. Determinadas as tensões no eixo $IO2$, é possível verificar se poderá existir rotura nalguma camada, aplicando, por exemplo, o critério iterativo de *Tsai-Hill*, que será abordado no próximo capítulo.

6. Critério de *Tsai-Hill*

Existem vários critérios de cedência para materiais ortotrópicos [13]. Contudo, o mais utilizado é o critério de *Tsai-Hill*, que se classifica como um critério interativo, pois tem em linha de conta os efeitos combinados das diversas componentes do tensor das tensões. A equação deste critério de rotura, quando na iminência da mesma, pode escrever-se segundo a equação 91.

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{u1}^2} - \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sigma_{u1}^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_{u2}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{\tau_{u12}^2} = 1 \quad (91)$$

Onde σ_u e τ_u representam a tensão de rotura à tração/compressão e ao corte, respetivamente. De salientar, que a resistência à tração e à compressão, segundo cada uma das direções, pode tomar valores diferentes, devendo-se assim utilizar as correspondentes resistências, consoante a direção e sentido da tensão aplicada.

Se o valor obtido for inferior a 1, não ocorre rotura na camada, caso contrário, dá-se rotura dessa camada. Visto que, cada camada pode apresentar um valor de tensão para a sua parte superior e outro para a sua parte inferior, existirão neste caso, dois valores limite do critério de *Tsai-Hill*, para essa camada. No entanto, basta um dos dois valores ser superior a 1 para se considerar que existe rotura dessa camada.

Quando se procede à análise do laminado por este critério, prefere-se, maioritariamente, conhecer a capacidade de carga, que cada camada suporta em relação ao esforço imposto, do que conhecer o valor numérico do primeiro membro da equação 91. Para se obter o número de vezes que a camada suporta a carga, aplica-se a equação 92.

$$\text{Capacidade de carga} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \quad (92)$$

Onde α é o valor obtido no primeiro membro da equação de *Tsai-Hill* (Equação 91).

7. Processo de desenvolvimento do *software CAFE*

Neste capítulo, apresenta-se o método de desenvolvimento do programa *CAFE* – *Composite Analysis For Engineers*.

7.1. Estrutura

No presente subcapítulo é dada a conhecer a filosofia de estruturação do programa. Com o propósito de servir de ferramenta de apoio à disciplina de Materiais Compósitos do Mestrado em Engenharia Mecânica – Ramo Construções Mecânicas do ISEP, os objetivos chave para o desenvolvimento deste *software* foram:

- Simplicidade de funcionamento – pretende-se que o utilizador consiga utilizar e compreender o processo de cálculo deste programa, mesmo que se encontre a iniciar o seu estudo na área dos materiais compósitos fibrosos;
- Equações utilizadas – deverão ser criados meios para que, de forma expedita, o utilizador tenha acesso às equações utilizadas na janela de trabalho em questão, permitindo, assim, uma maior compreensão da metodologia utilizada no estudo de materiais compósitos;
- Aspeto gráfico apelativo – uma interface apelativa promove uma fácil adaptação ao *software*, o que se traduz numa maior frequência de utilização e numa maior noção de interesse prático, por parte do utilizador;

- Programa em código aberto – o *software* a desenvolver, deve permitir que lhe sejam adicionados novos módulos, desenvolvidos no futuro, por parte de qualquer utilizador, de modo a que este possa ser adaptado, mediante as necessidades da disciplina anteriormente referida;
- Exportação de dados – o programa a desenvolver deverá permitir a exportação de resultados, de forma a poderem ser usados noutros programas, desenvolvidos na mesma linguagem;
- Linguagem internacional – entendeu-se que o programa deveria ser escrito em Inglês, de forma a poder ser utilizado por qualquer utilizador, em especial alunos do programa ERASMUS, do ISEP.

Para dar resposta aos objetivos impostos, foi necessário definir, numa primeira fase, qual o *software* em que iria ser desenvolvido o programa. A solução encontrada foi o uso do *software MATLAB® GUI* [21], visto que permite a criação de janelas interativas, favorece o código aberto, para futuros desenvolvimentos, permite uma fácil exportação e manipulação dos dados, devido à sua forte componente matemática, e é, também, um *software* disponível em qualquer computador do ISEP.

Numa segunda fase, procedeu-se à definição da estrutura do programa. Esta demonstrou ser uma das fases mais importantes para a concretização do *software*, visto ser crucial para que se atinja a facilidade de utilização desejada, bem como a criação de bases de dados e respetiva manipulação, de forma expedita. A Figura 24 representa a idealização da estrutura utilizada para o desenvolvimento do programa. Pretende-se, então, uma janela que sirva de menu principal, onde se poderá realizar o acesso aos diferentes submenus. Por uma questão prática, a janela dos resultados só será acessível após a janela de análise, garantindo-se, assim, que os resultados se encontram atualizados.

Acedendo ao menu “Materiais”, o utilizador poderá introduzir um novo material recorrendo ao submenu “Micromecânica”, caso conheça as propriedades mecânicas da fibra e da matriz, ou então, se já conhecer as propriedades mecânicas do compósito poderá introduzi-las no submenu “Propriedades da lâmina”. Torna-se importante referir, que a opção de definição de unidades deverá estar presente para simplificar a introdução de dados. Existirá, também, um submenu para gestão da base de dados de materiais, com o mesmo nome, onde se poderá: *i*) visualizar as propriedades mecânicas de cada material; *ii*)

modificar e guardar os dados introduzidos, apenas no caso de se ter recorrido ao submenu “Propriedades da lâmina”; *iii*) apagar materiais que já não tenham interesse ao utilizador (é importante referir que um material só poderá ser apagado caso não exista nenhum empilhamento, que faça uso do mesmo).

No menu “Laminados”, deverá poder aceder-se ao submenu “Empilhamento”, onde será possível definir qual o material, dos presentes na base de dados, que fazem parte de cada camada do laminado, indicando a orientação e a espessura de cada camada. Opções de simetria e repetibilidade deverão estar presentes para simplificar a definição do laminado. A possibilidade de introdução de temperaturas, referentes ao processo de cura, deverá também ser contemplada, embora não seja alvo de interesse de desenvolvimento para a presente dissertação. O submenu “Gestão da base de dados” deverá permitir alterar e atualizar as definições de empilhamento, bem como eliminar empilhamentos desnecessários.

O menu “Análise” deverá permitir a introdução de esforços de membrana, de flexão ou de esforços térmicos, a que o laminado estará sujeito, recorrendo a figuras de apoio para ilustração dos referidos esforços. O utilizador deverá, de seguida, poder escolher qual o laminado, presente na base de dados, que pretende analisar.

O menu “Resultados” possibilitará o acesso aos seguintes submenus de resultados: *i*) Matrizes **Q** e **S** – fundamentais para que o utilizador consiga verificar se o seu cálculo manual está correto, logo numa fase inicial; *ii*) Matrizes **ABD** e **abd** – definem a rigidez e a flexibilidade do laminado em análise; *iii*) Vetores de carga e deformação – permitem a visualização fácil, sobre a forma de vetores, do tipo de carga imposta e respetiva direção, e a deformação verificada; *iv*) Gráficos de tensão / deformação – permitem a visualização gráfica dos resultados obtidos; *v*) Critério de *Tsai-Hill* – permite verificar se existe rotura de alguma camada do laminado. A partir desta janela, o utilizador poderá voltar à janela do menu principal.

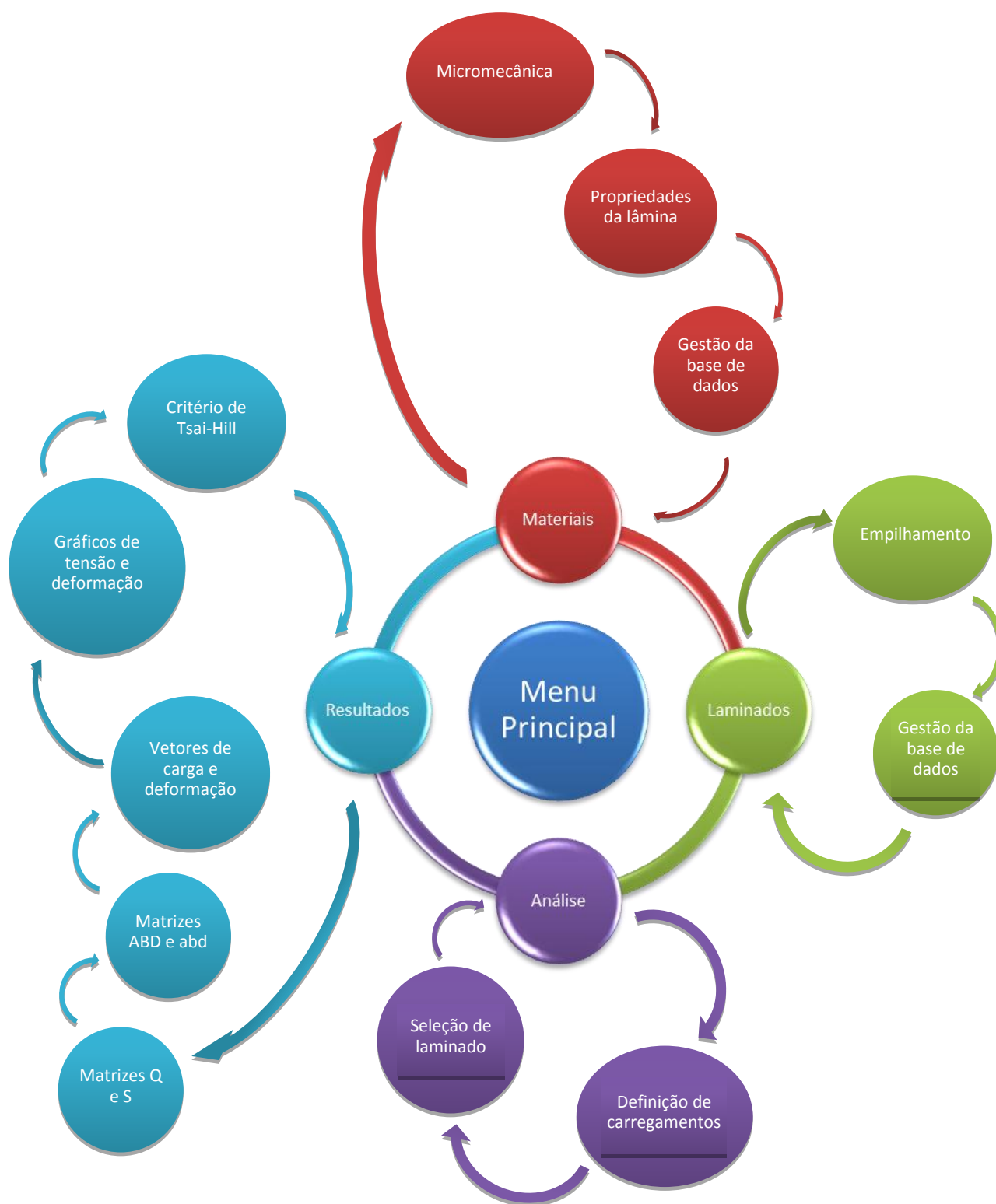


Figura 24 – Estrutura do software *CAFE*

7.2. Métodos de programação

Neste subcapítulo, pretende dar-se a conhecer alguns métodos de programação utilizados, de forma a: *i)* reduzir ao máximo a probabilidade de bloqueio do programa desenvolvido; *ii)* simplificar o código utilizado, para redução do esforço computacional e obter resultados no menor tempo possível.

A introdução de um grande volume de dados promove o aumento da probabilidade de erro na introdução dos mesmos. Assim, será de extrema importância, que se desenvolvam técnicas de programação de modo a que:

1. Em campos onde se espera um preenchimento numérico, não se permita a introdução de caracteres alfanuméricos ou alfabéticos, e vice-versa, sendo gerado um alerta de erro e limpos os dados introduzidos, de forma a receber informação correta;
2. Em campos onde se espera um preenchimento numérico, não permitir a introdução de valores fora de um intervalo expectável, sendo gerado um alerta de erro e limpos os dados introduzidos, de forma a receber informação correta;
3. Aquando da gravação de dados, deverá ser realizada uma verificação de todos os campos de preenchimento obrigatório e, caso se verifique o não preenchimento destes, deverá ser gerado um erro, notificando qual o campo com a informação em falta;
4. Menus, imagens ou botões se tornem visíveis apenas quando se procede a uma ação, que implica a visualização destes;
5. Seja possível guardar a informação de forma estruturada, recorrendo a subgrupos de dados e designações de ficheiros coerentes, de forma a permitir o seu fácil acesso;
6. Não seja permitido que janelas de informação de menus fiquem abertas, quando se passa para outros menus, sendo gerado um aviso para encerramento das mesmas ou fechadas automaticamente.

7.3. Bases de dados

Sendo este um programa de código aberto, este capítulo pretende dar a conhecer quais as bases de dados e matrizes geradas durante o funcionamento do *software*. Na Tabela 2 são apresentados os nomes dos ficheiros, qual o seu formato e qual a informação que contém.

Tabela 2 – Informação dos ficheiros gerados durante a utilização do *software* *CAFE*

| Designação | Formato | Informação contida |
|------------|-------------------|---|
| ABD | Matriz | Matriz ABD |
| abd_inv | Matriz | Matriz inversa de ABD |
| ced | Matriz | Tensão de rotura das camadas em análise nas diversas orientações |
| e0 | Vetor | Deformação do laminado |
| e0_k | Vetor | Deformação e encurvadura do laminado |
| e0_k_C | Vetor | Deformação e encurvadura do laminado devido à cura |
| e0_k_L | Vetor | Deformação e encurvadura do laminado devido à carga mecânica |
| e0_k_T | Vetor | Deformação e encurvadura do laminado devido à carga térmica |
| e12 | Vetor estruturado | Deformação superior e inferior de cada camada nos eixos 102 |
| e12_C | Vetor estruturado | Deformação de cada camada, devido à cura, nos eixos 102 |
| e12_L | Vetor estruturado | Deformação superior e inferior de cada camada, devido à carga mecânica, nos eixos 102 |
| e12_T | Vetor estruturado | Deformação superior e inferior de cada camada, devido à carga térmica, nos eixos 102 |
| ek | Vetor estruturado | Deformação de cada camada nos eixos $x0y$ |
| ek_C | Vetor estruturado | Deformação de cada camada, devido à cura, nos eixos $x0y$ |
| ek_L | Vetor estruturado | Deformação de cada camada, devido à carga mecânica, nos eixos $x0y$ |
| ek_T | Vetor estruturado | Deformação de cada camada, devido à carga térmica, nos eixos $x0y$ |
| Lay | Vetor de células | Informação apresentada na janela do critério de resistência de <i>Tsai-Hill</i> |
| Lay_up | Vetor de células | Informação relativa ao empilhamento |
| Load | Vetor | Vetor de esforços de membrana e momentos fletores |
| Matrix_Q | Vetor estruturado | Matrizes de rigidez de cada camada do laminado |
| Matrix_S | Vetor estruturado | Matrizes de flexibilidade de cada camada do laminado |
| Nc_t | Vetor | Esforço de membrana devido à cura |
| Nt_t | Vetor | Esforço de membrana devido à carga térmica |
| Ply_prop | Vetor estruturado | Propriedades mecânicas da camada |
| Temp_var | Variável | Variação de temperatura relativa à carga térmica |

| Designação | Formato | Informação contida |
|------------|-------------------|---|
| Tensao12 | Vetor estruturado | Tensão de cada camada, nos eixos $1O2$ |
| Tensao12_C | Vetor estruturado | Tensão de cada camada, devido à cura, nos eixos $1O2$ |
| Tensao12_L | Vetor estruturado | Tensão de cada camada, devido à carga mecânica, nos eixos $1O2$ |
| Tensao12_T | Vetor estruturado | Tensão de cada camada, devido à carga térmica, nos eixos $1O2$ |
| Tensaok | Vetor estruturado | Tensão superior e inferior de cada camada, nos eixos xOy |
| Tensaok_C | Vetor estruturado | Tensão de cada camada, devido à cura, nos eixos xOy |
| Tensaok_L | Vetor estruturado | Tensão de cada camada, devido à carga mecânica, nos eixos xOy |
| Tensaok_T | Vetor estruturado | Tensão de cada camada, devido à carga térmica, nos eixos xOy |
| TH | Vetor estruturado | Valores do critério de <i>Tsai-Hill</i> de cada camada |
| Vector_z | Vetor | Vetor de numeração de camadas |

8. Manual de utilização do *software CAFE*

O presente capítulo descreve o modo de funcionamento do *software CAFE* e é constituído por cinco subcapítulos, nos quais são abordados os seguintes temas: *i)* Arranque do software, *ii)* Introdução de materiais, *iii)* Introdução de empilhamentos, *iv)* Análise e *v)* Resultados finais.

O exemplo de funcionamento, dado neste capítulo, fará parte do *software* como base inicial para o utilizador poder testar o *software*. Assim, existirá na base de dados de materiais, um material denominado '*Example_ply*' e na base de dados de empilhamentos, um empilhamento denominado '*Example_lay_up*', os quais nunca poderão ser eliminados do programa. À exceção destes, o utilizador é livre de fazer a gestão dos seus materiais e respetivos empilhamentos. Será exibida uma mensagem de erro, sempre que o utilizador tente eliminar um material, que faz parte de um empilhamento, devendo assim eliminar primeiro o empilhamento que contém esse material e só depois eliminar o material.

De modo a evitar erros de introdução de dados, as caixas de introdução de valores numéricos estão programadas, de modo a recusarem a introdução de texto, valores negativos, outro tipo de caracteres, etc. Existem ainda caixas de introdução de valores numéricos, que estão limitadas a determinados parâmetros, como, por exemplo, a introdução do coeficiente de *Poisson*, sendo o valor máximo admitido de 0,5. Por limitações do MATLAB[®], sugere-se que em todas as caixas de introdução de texto, quando for necessário separar dois nomes, seja utilizado o carácter “_”, por exemplo, “vidro_epóxido”, em vez de “vidro epóxido” ou “vidro/epóxido”, visto o MATLAB[®] recusar tal entrada. De salientar que designações iniciadas com caracteres numéricos são igualmente rejeitadas por este programa.

O *software* pode ser obtido acedendo ao *website*: www.composite4engineers.com/download/, realizando-se o *download* de um ficheiro *zip*, denominado *CAFE*. A pasta *CAFE*, contida neste ficheiro, deve ser descompactada para um local, definido pelo utilizador, não devendo este alterar ou remover os ficheiros existentes nesta pasta, sobre o risco de não funcionamento do programa em questão.

8.1. Arranque do *software*

Para proceder ao arranque do *software*, deverão ser realizados os seguintes passos:

- 1) Iniciar o *software* MATLAB® e, junto à barra “*Current Folder*”, clicar no botão com reticências, assinalado a vermelho na Figura 25, localizando a pasta *CAFE*.

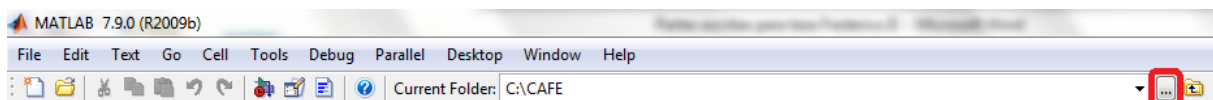


Figura 25 – Arranque do MATLAB® e seleção do *Current Folder*

- 2) Pesquisar na janela *Current Folder*, assinalada a vermelho na Figura 26, o ficheiro *Base.m*, e fazer duplo *click* sobre o mesmo.

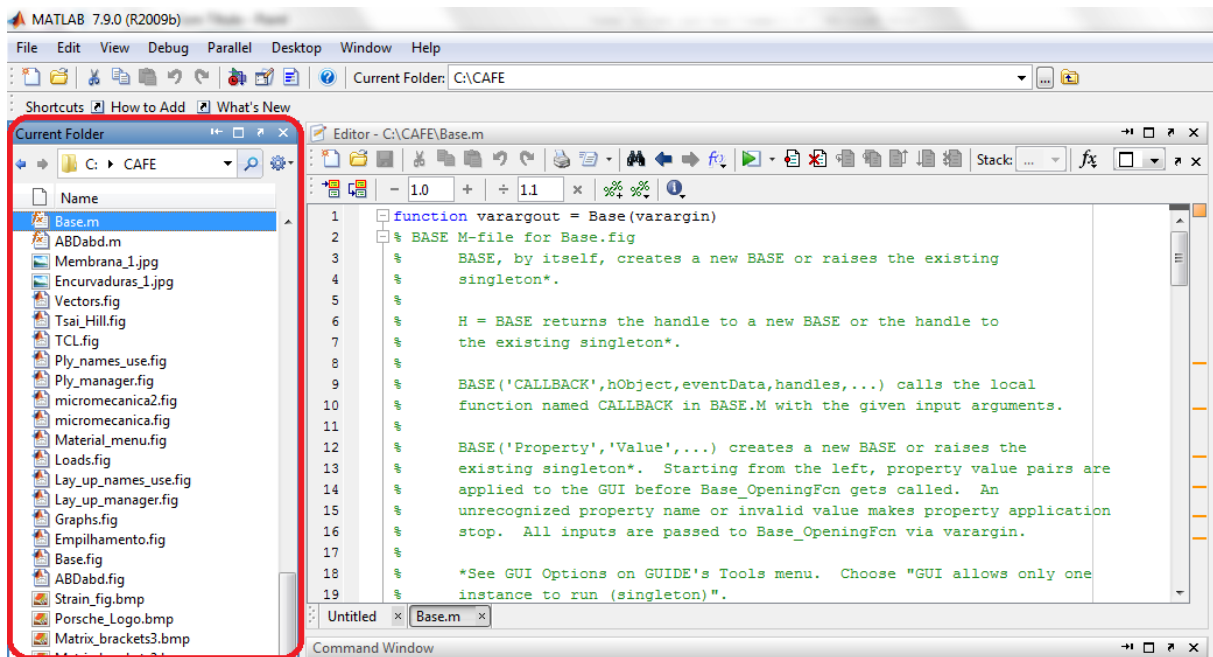


Figura 26 – Seleção do ficheiro de arranque do *CAFE*

- 3) De seguida premir o botão de *Run*, assinalado a vermelho na Figura 27.

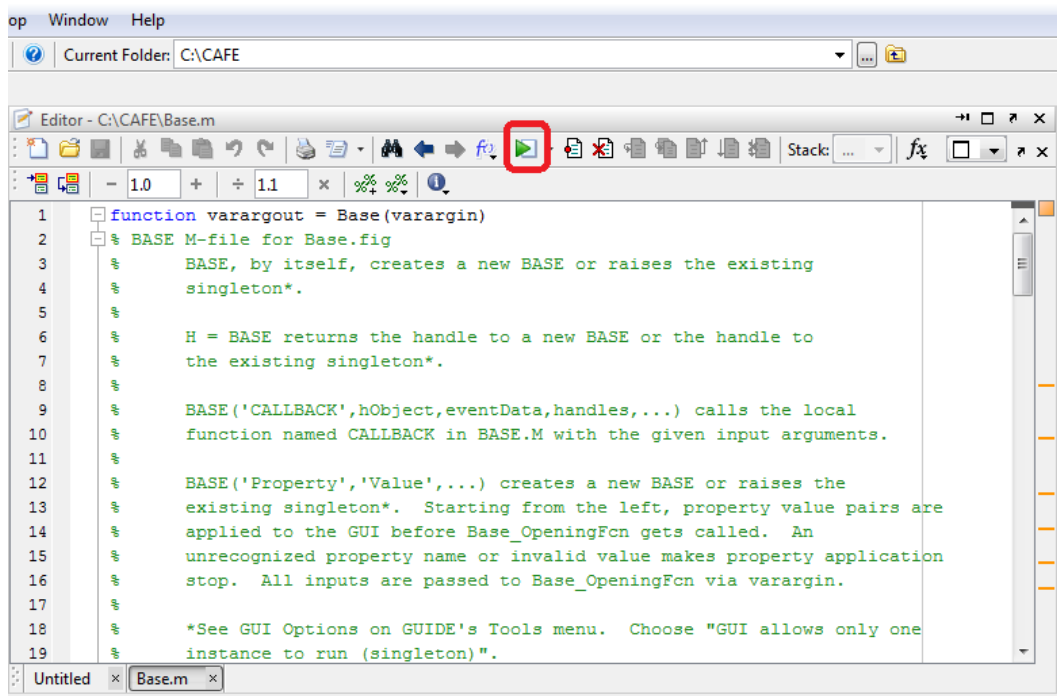


Figura 27 – Arranque do software CAFE

4) Após realização do ponto anterior, aparecerá a janela indicada na Figura 28. Como é possível verificar, existem cinco botões no menu principal: *i) Material* – permite o acesso ao cálculo/introdução das propriedades do compósito, bem como à gestão da base de dados de materiais já introduzidos; *ii) Lay-up* – permite aceder à definição de empilhamentos e à gestão da base de dados do mesmo; *iii) Analysis* – inicia a análise do compósito em estudo; *iv) Development* – apresenta o responsável de desenvolvimento do software; *v) Institution* – breve apresentação do ISEP.



Figura 28 – Menu principal do CAFE

8.2. Introdução de materiais

De seguida, será apresentado o processo para uma correta introdução dos materiais.

- 1) Premindo o botão *Material*, é aberta a janela apresentada na Figura 29. Como se pode verificar, existem quatro botões no menu de materiais: i) *Micromechanics* – permite a introdução das propriedades mecânicas da fibra e da matriz, de forma a obter as propriedades mecânicas do compósito; ii) *Ply Properties* – no caso de se conhecerem, de antemão, as propriedades de um compósito, por exemplo no caso de um material já fabricado, que foi sujeito a ensaios mecânicos, deve aceder-se a esta janela para introduzir tais propriedades; iii) *Manager* – acendendo a este menu é possível fazer a gestão da base de dados existente criada pelo utilizador; iv) *Main Menu* – permite voltar ao menu principal do *software*.

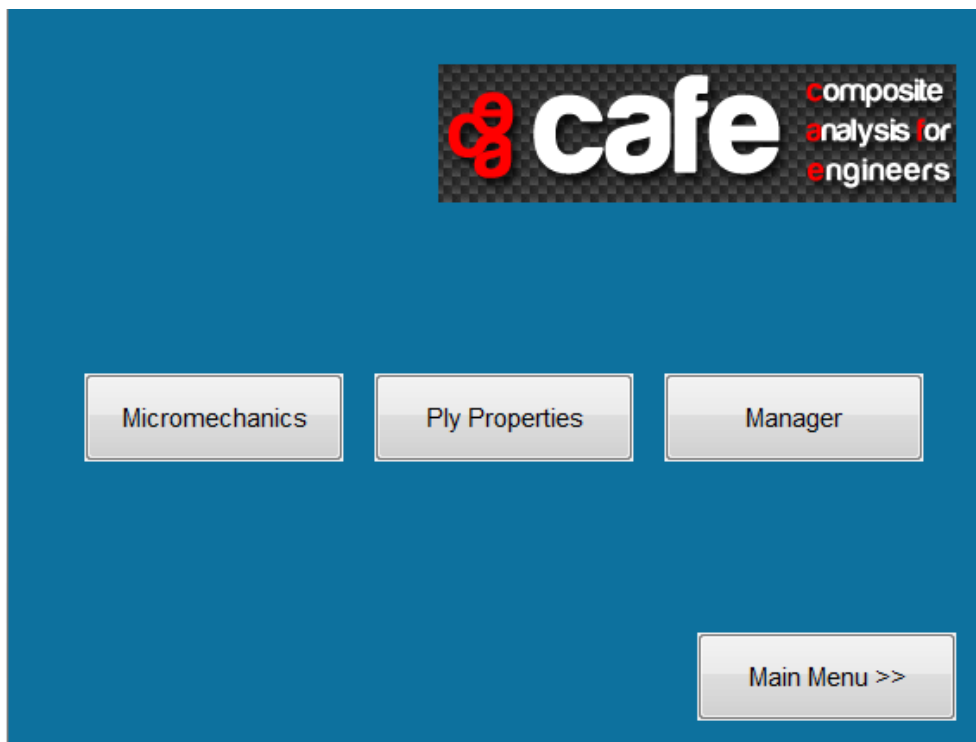


Figura 29 – Menu de materiais

- 2) Premindo o botão *Micromechanics*, é aberta a janela apresentada na Figura 30. Os botões com o símbolo “?”, à exceção do botão contido na área *Ply name*, que apresenta a lista de nomes já utilizados na base de dados, permitem saber quais as equações que estão a ser utilizadas em cada cálculo realizado. Ao premir os botões atrás referidos, surge uma janela de informação, que indicará o número da equação que está a ser usada naquele cálculo. Desta forma, é possível consultar diretamente o ficheiro onde estão

todas as equações utilizadas neste programa De seguida, são analisadas em detalhe as quatro áreas distintas, que pertencem a esta janela.

Figura 30 – Janela dedicada à micromecânica

- a) Os campos de introdução das propriedades mecânicas da fibra são apresentados em maior detalhe na Figura 31. O utilizador terá que preencher todos os campos aqui presentes e poderá variar as unidades em que insere esses valores, para maior comodidade. Relativamente às tensões, existem quatro opções para definição de unidades: Pa, kPa, MPa e GPa. Quanto ao peso específico, existem duas opções: kg/m^3 e g/cm^3 . Será importante referir a relevância do menu *Fiber form*, já que, é através deste, que é feita a seleção do tipo de reforço a usar nos cálculos da micromecânica de base. Como se pode constatar na Figura 32, a escolha da opção *Woven* (tecido) abre outro submenu, onde é possível escolher entre tecido balanceado ou não balanceado. No caso de se seleccionar a opção não balanceado, deverá introduzir-se o seu fator k , abordado na equação 45. A Figura 33 demonstra como é realizada a introdução dos dados da fibra de vidro do tipo E, que faz parte do material de exemplo apresentado – *Example_ply*.

Fiber Properties

Density g/cm³

Tensile Strength Pa

Poisson Coefficient

Modulus of Elasticity Pa

Shear Modulus Pa

Fiber form:

Unidirectional Woven Mats

Thermal expansion coefficient 1/°C

Figura 31 – Aspeto do menu principal dos campos para introdução das propriedades mecânicas da fibra

Fiber Properties

Density g/cm³

Tensile Strength Pa

Poisson Coefficient

Modulus of Elasticity Pa

Shear Modulus Pa

Fiber form:

Unidirectional Woven Mats

Woven ratio:

Balanced Other

Thermal expansion coefficient 1/°C

Figura 32 – Detalhe de menu que apenas se torna visível no caso da escolha de reforço na forma de tecido

Fiber Properties

Density Kg/m³

Tensile Strength MPa

Poisson Coefficient

Modulus of Elasticity GPa

Shear Modulus GPa

Fiber form:

Unidirectional Woven Mats

Thermal expansion coefficient 1/°C

Figura 33 – Introdução de dados relativos às propriedades da fibra utilizada no material de exemplo

b) Os campos de introdução das propriedades mecânicas da matriz são apresentados em maior detalhe na Figura 34. Relativamente à seleção de unidades, as opções disponíveis são idênticas às da fibra, apresentadas no ponto a). De salientar as possibilidades de cálculo automático ou de introdução manual do módulo de corte e da tensão de rotura da matriz nos menus *Select*. Neste cálculo automático, a escolha

de unidades, define qual a unidade apresentada no final do respetivo cálculo. A Figura 35 mostra a introdução das propriedades de uma resina temoendurecível de poliéster, que faz parte do material do exemplo *Example_ply*.

The screenshot shows the 'Matrix Properties' menu with the following fields and units:

- Density: [] g/cm³
- Tensile Strength: [] Pa
- Poisson Coefficient: []
- Modulus of Elasticity: [] Pa
- Shear Modulus: [] Pa
- Shear Strength: [] Pa
- Thermal expansion coefficient: [] 1/°C

There are two 'Select' sections, each with 'Input value' and 'Calculate' radio buttons. A '?' icon is present next to the Shear Modulus and Shear Strength fields.

Figura 34 – Aspeto do menu principal dos campos para introdução das propriedades mecânicas da matriz

The screenshot shows the 'Matrix Properties' menu with the following values entered:

- Density: 1100 Kg/m³
- Tensile Strength: 75 MPa
- Poisson Coefficient: 0.3
- Modulus of Elasticity: 3.8 GPa
- Shear Modulus: 1.46154 GPa
- Shear Strength: 37.5 MPa
- Thermal expansion coefficient: 8E-5 1/°C

The 'Calculate' radio button is selected in both 'Select' sections. The '?' icon is still present next to the Shear Modulus and Shear Strength fields.

Figura 35 – Introdução de dados alusivos às propriedades da matriz utilizada no material de exemplo

- c) Relativamente ao compósito, o utilizador terá apenas que definir no menu *Select*, que valor de entrada pretende fornecer: a fração volúmica de fibras ou a fração mássica de fibras. Após selecionar o valor de entrada, deve preencher-se o campo assinalado a vermelho (ver Figura 36) e premir o botão *Calculate*, de forma a obter os valores das propriedades mecânicas do compósito. Na Figura 37, apresentam-se os resultados obtidos para as propriedades mecânicas do compósito do

Example_ply. Note-se que os valores apresentados para a tensão de rotura do material, são utilizados indistintamente para esforços de tração e compressão, considerando-se assim a mesma resistência nos dois tipos de solitação.

The screenshot shows the 'Composite Properties' dialog box. At the top, there is a 'Select' section with two radio buttons: 'Fiber Volume Fraction' (selected) and 'Fiber Mass Fraction'. Below this, there is a 'Choose a entry' label. The main area contains a list of properties with corresponding input fields and units. The 'Volume Fraction of Fibers' field is highlighted with a red rectangle.

| Property | Unit |
|--|------|
| Volume Fraction of Fibers | % |
| Fiber Mass Fraction | % |
| Longitudinal Elastic modulus - E1 | GPa |
| Transverse Elastic modulus - E2 | GPa |
| Poisson Coefficient | |
| Shear Modulus | GPa |
| Tensile Strength in fibers direction - X | MPa |
| Tensile Strength perpendicular to fibers direction - Y | MPa |
| Shear Strength - S | MPa |
| Thermal Expansion Coefficient - L direction | 1/°C |
| Thermal Expansion Coefficient - T direction | 1/°C |

Figura 36 – Aspeto dos campos de visualização das propriedades mecânicas do material compósito

The screenshot shows the 'Composite Properties' dialog box with numerical values entered in the input fields. The 'Fiber Mass Fraction' radio button is now selected.

| Property | Value | Unit |
|--|--------------|------|
| Fiber Mass Fraction | 60 | % |
| Volume Fraction of Fibers | 39.1924 | % |
| Longitudinal Elastic modulus - E1 | 30.686 | GPa |
| Transverse Elastic modulus - E2 | 6.04473 | GPa |
| Poisson Coefficient | 0.260808 | |
| Shear Modulus | 2.33037 | GPa |
| Tensile Strength in fibers direction - X | 515.914 | MPa |
| Tensile Strength perpendicular to fibers direction - Y | 39.45 | MPa |
| Shear Strength - S | 29.1484 | MPa |
| Thermal Expansion Coefficient - L direction | 1.06476e-005 | 1/°C |
| Thermal Expansion Coefficient - T direction | 6.28145e-005 | 1/°C |

Figura 37 – Visualização dos resultados das propriedades mecânicas do material de exemplo

- d) Para guardar as propriedades do compósito é necessário, em primeiro lugar, introduzir o nome do mesmo (ver Figura 38). Caso o nome já esteja em uso, aparecerá uma janela de erro advertindo para esta situação. Será emitido um erro sempre que o utilizador tentar introduzir nomes com caracteres numéricos, visto que o programa apenas aceita nomes com caracteres alfabéticos ou alfanuméricos.

Para consultar os nomes já existentes, deve carregar-se no botão “?”, obtendo-se, então, a listagem dos mesmos. Após introdução de um nome válido, o botão de *Save* irá ficar visível, como se pode verificar na Figura 39. Ao premir o botão de *Save*, surgirá uma informação, que indica que o material se encontra gravado na base de dados do programa. Para retroceder ao menu de materiais pressionar *Back*.

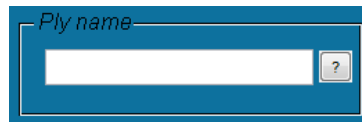


Figura 38 – Campo para introdução do nome do material compósito

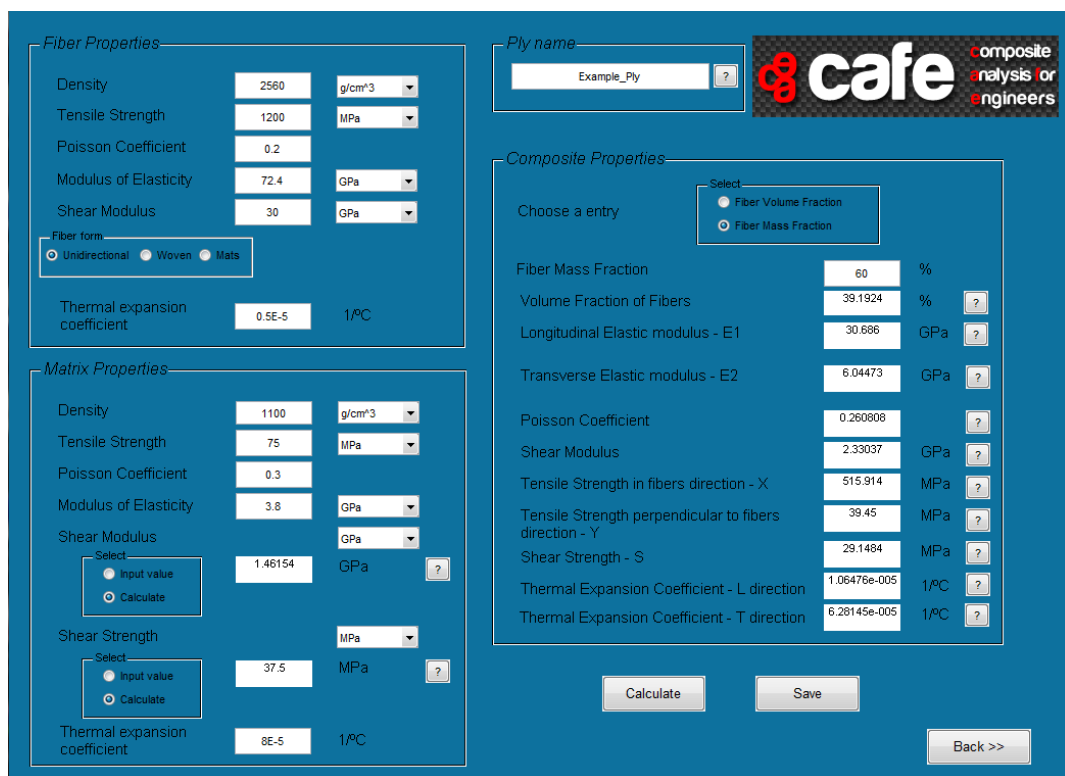


Figura 39 – Aspeto geral da janela de micromecânica preenchida

3) Ao premir o botão *Ply Properties*, surge a janela apresentada na Figura 40. Aqui, podem ser introduzidos, diretamente, valores conhecidos das propriedades mecânicas de um compósito. Para ter acesso à introdução da informação atrás referida, é necessário introduzir um nome para o material em questão. Tal como na janela abordada anteriormente, surge uma mensagem de erro, caso o nome em questão esteja a ser utilizado, e o botão “?” abre uma listagem com os nomes dos materiais em uso. Também aqui, os nomes apenas poderão ser caracteres alfabéticos ou alfanuméricos.



Figura 40 – Aspeto inicial da janela de introdução direta das propriedades mecânicas de um compósito

Na Figura 41, é possível visualizar os campos de introdução direta de valores das propriedades mecânicas de um material compósito. Além disso, tal como já referido anteriormente podem alterar-se as unidades de introdução de dados, estando disponíveis as seguintes: Pa, kPa, MPa e GPa. Estes dados são normalmente obtidos através de ensaios mecânicos, sendo de evidenciar, que, para esta situação, existe um campo para definição das tensões de rotura, quer à tração quer à compressão, para cada uma das direções. De salientar ainda a escolha de unidades pré-definidas distintas, de acordo com a grandeza típica de cada propriedade. Premindo o botão *Back*, é possível retomar-se ao menu *Materials*.

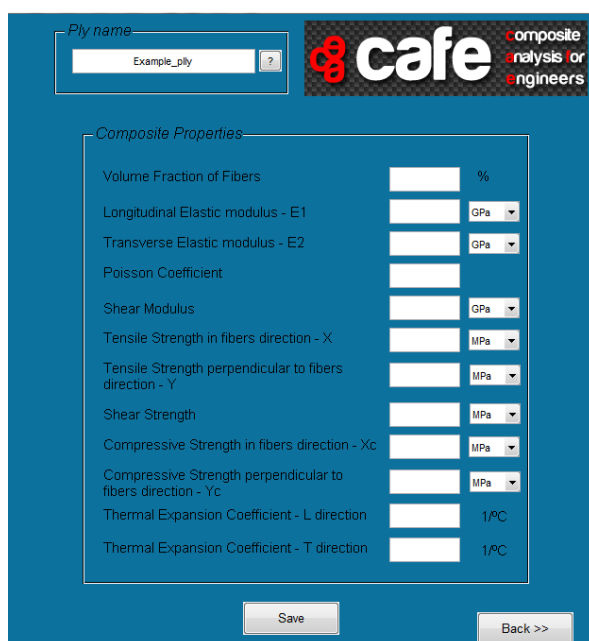


Figura 41 – Aspeto da janela de introdução direta das propriedades mecânicas de um compósito após preenchimento do nome do material

4) Premindo o botão *Manager*, é aberta a janela apresentada na Figura 42, onde se pode gerir a base de dados dos materiais introduzidos pelo utilizador. Acedendo ao menu de lista, apresentado na janela, é possível seleccionar o material da base de dados a consultar. Torna-se importante voltar a referir, que existe um material denominado *Example_ply*, o qual nunca poderá ser eliminado da base de dados do *software*, visto ser, tal como o nome indica, um material de exemplo.

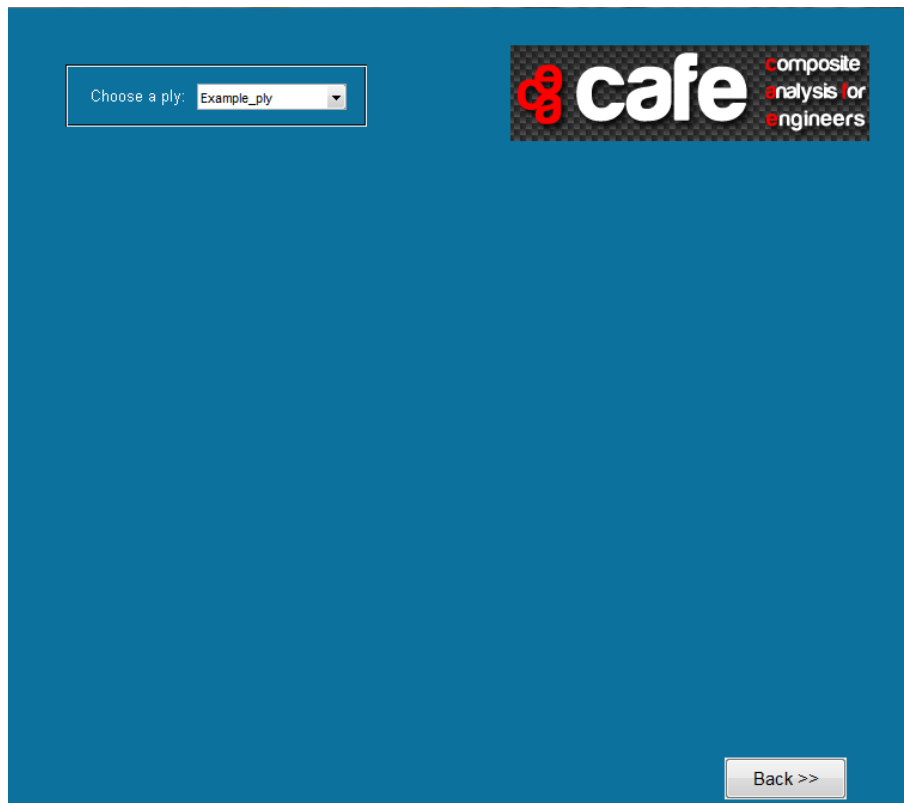


Figura 42 – Aspeto inicial da janela de gestão da base de dados de materiais

Seleccionando o material desejado, são carregadas as informações apresentadas na Figura 43. Caso o material tenha sido inserido através da janela *Micromechanics*, é apenas possível remover o mesmo, visto as propriedades obtidas derivarem do cálculo de dois materiais distintos. Por outro lado, caso as propriedades tenham sido inseridas recorrendo à janela *Ply Properties*, existe possibilidade de eliminar e, também, de editar os valores anteriormente introduzidos. Quando se procede à alteração de valores, o botão para remoção do material deixa de estar visível, dando lugar ao botão de atualização de dados, como se pode constatar pela Figura 44. Após premir o botão *Update*, é enviada uma mensagem a informar o utilizador, de que as propriedades do material foram atualizadas. Seleccionando o botão *Back* pode retomar-se o menu *Materials*.



Figura 43 – Demonstração de gestão de um material introduzido pela micromecânica



Figura 44 – Demonstração de gestão de um material introduzido pelas propriedades diretas do compósito após modificação de uma propriedade

8.3. Definição de empilhamentos

A janela para definição de empilhamentos (Figura 45) surge quando selecionado o botão *Lay-up* da Figura 28.

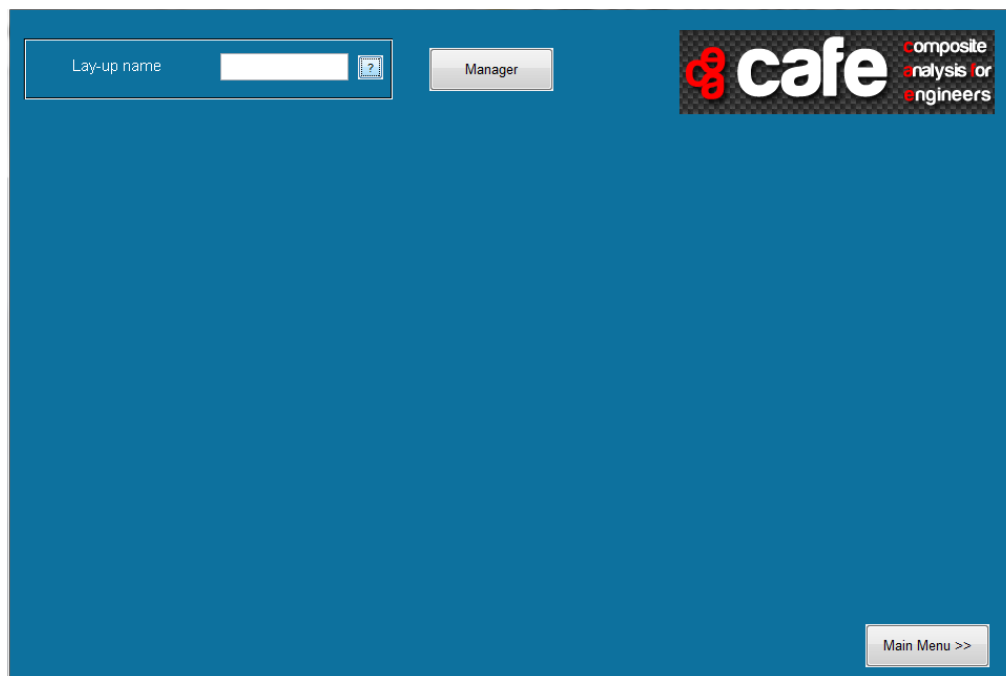


Figura 45 – Aspeto inicial da janela de definição de empilhamentos

A definição de materiais é feita da seguinte forma:

- 1) Introdução de um nome na caixa *Lay-up name*. O nome poderá conter caracteres alfabéticos ou alfanuméricos, mas nunca poderá ser um nome apenas com caracteres numérico. É importante referir, que aspetos relacionados com espaçamentos entre nomes são abordados no início deste capítulo. Caso seja introduzido um nome de empilhamento já utilizado, será apresentada uma mensagem de erro que pedirá a escolha de outro nome, sendo a caixa de texto automaticamente limpa. De modo a ter acesso aos nomes já utilizados, basta premir o botão “?”, onde é apresentada uma lista com os mesmos.
- 2) Após introdução do nome, clicar fora da caixa de texto ou premir a tecla *Enter*, de forma a que o nome introduzido seja considerado. A janela de empilhamentos passa a ter o aspeto apresentado na Figura 46.



Figura 46 – Apresentação de menus após introdução do nome de empilhamento

3) Para definição do empilhamento, podem ser ativadas até dez entradas, como é possível verificar na Figura 47. Para tal, ativar a camada seguinte se necessário. Existem três colunas onde se pode colocar a informação relativa a cada camada: *i) Material* – onde é fornecida a lista de materiais existentes na base de dados, permitindo seleccionar qual o material da camada; *ii) Angle* – onde é introduzido o ângulo, em graus, entre o sistema de eixos de análise e a direção principal das fibras; *iii) Thickness* – onde é introduzida a espessura da camada, em milímetros.



Figura 47 – Campos para definição de material, ângulo e espessura

- 4) De forma a simplificar a definição do empilhamento, existe um menu, denominado *Type*, apresentado na Figura 48, que permite escolher uma entre as três opções seguintes: i) *As defined* – o empilhamento é considerado tal como definido no ponto 3; ii) *Symmetric* – neste caso, o empilhamento considerado será simétrico em relação à última camada, no caso *Symmetric Simple*, e, simétrico em relação ao plano médio da última camada, no caso *Symmetric Last ply midplane*; iii) *Repeat sequence* – permite repetir o número de vezes desejadas, o empilhamento definido no ponto 3, bastando para isso introduzir o número de vezes que se pretende a repetição, numa caixa de introdução de dados, que se torna visível quando esta opção é selecionada.

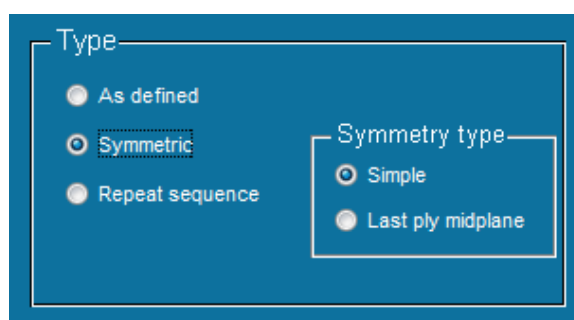


Figura 48 – Menu de definição do tipo de empilhamento desejado

- 5) Nesta janela, pode ainda entrar-se em linha de conta com a variação de temperatura existente durante o período de cura, como se pode constatar na Figura 49. Para tal, deve introduzir-se a temperatura de pico de cura e a temperatura ambiente da zona de fabrico. Torna-se importante voltar a referir, que o estudo do efeito de cura não é um assunto de destaque para o desenvolvimento da presente dissertação.

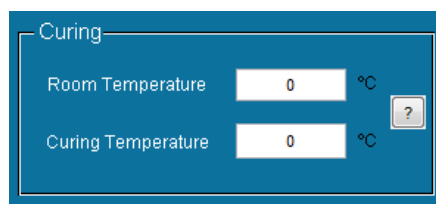


Figura 49 – Menu de definição da temperatura de cura

- 6) Para guardar o empilhamento, basta premir o botão *Save*, sendo, a posteriori, dada a indicação de que o empilhamento se encontra guardado ou a indicação de falta de dados, se tal se verificar.
- 7) O empilhamento de exemplo existente no programa, denominado *Example_ply_up*, é definido tal como apresentado na Figura 50.

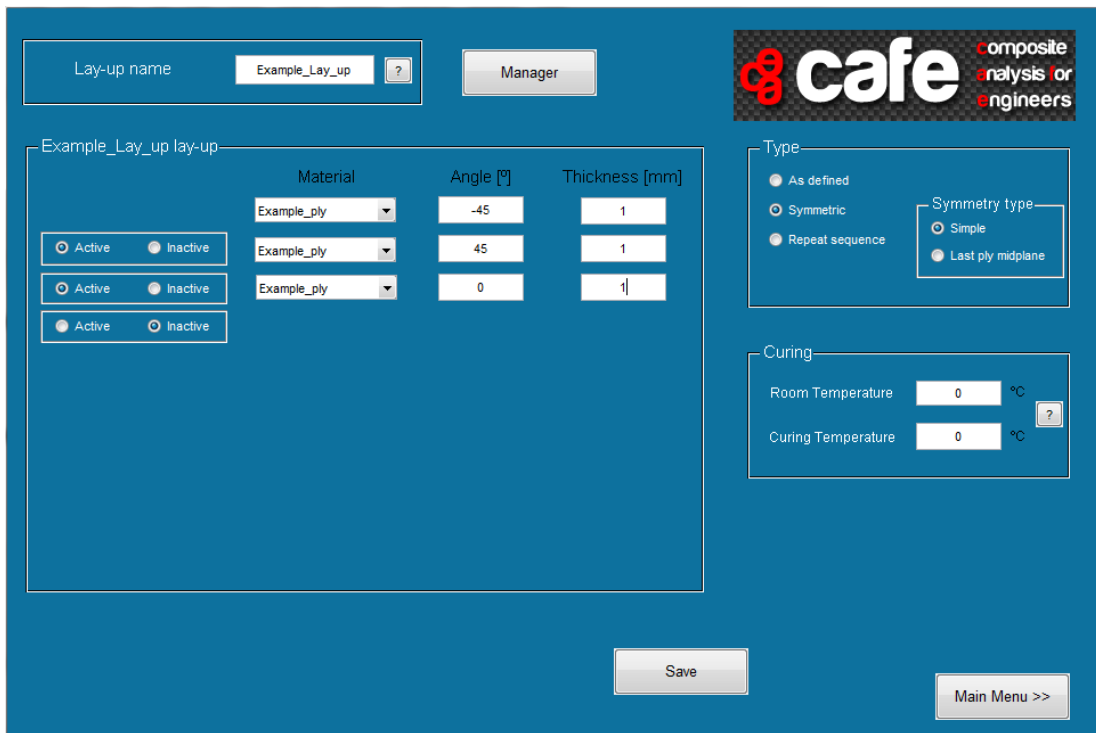


Figura 50 – Janela de definição do laminado, preenchida com o empilhamento de exemplo

- 8) A gestão dos empilhamentos, guardados na base de dados, é feita premindo o botão *Manager*, da Figura 50, onde é iniciada a janela apresentada na Figura 51.



Figura 51 – Aspeto geral da janela de gestão de empilhamentos

9) Após selecionar o empilhamento desejado, a janela toma a forma apresentada na Figura 52. Aqui, o utilizador pode apagar o empilhamento em questão ou alterar a orientação e espessura de cada camada, bem como a variação da temperatura de cura, sendo de seguida possível guardar estas alterações, pois ficará visível o botão *Update*. Por limitações do Matlab®, não é possível aceder à base de dados de materiais a partir das células da coluna referentes aos mesmos, razão pela qual não existe viabilidade em permitir a edição do material de cada camada.

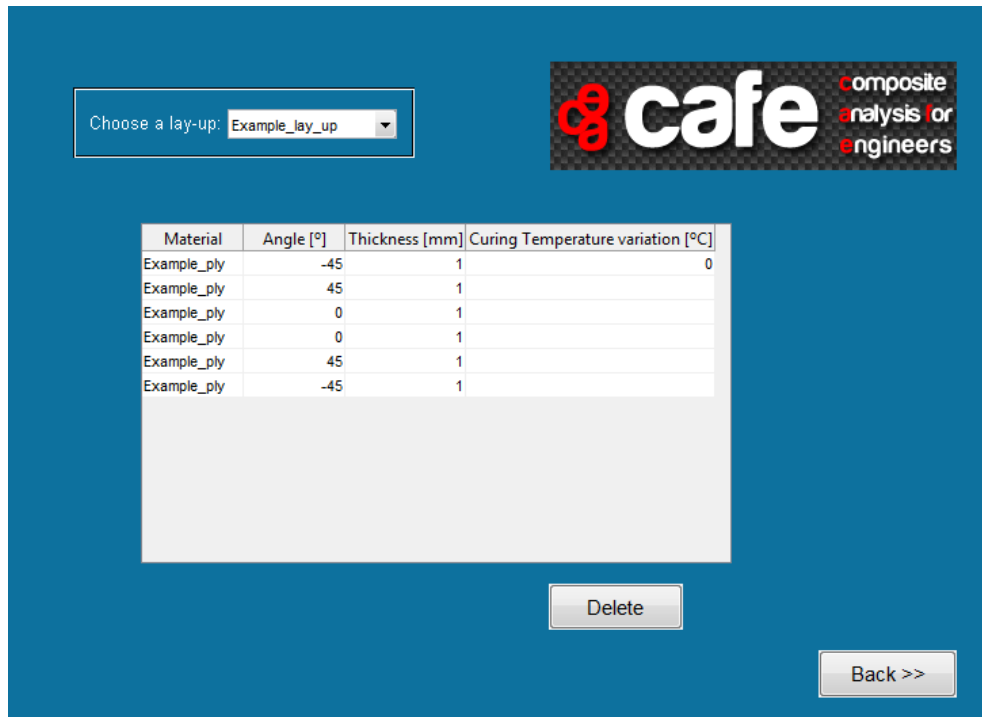


Figura 52 – Laminado de exemplo apresentado na janela de gestão de base de dados

8.4. Análise do laminado

Para se dar início à análise do laminado, deve ser premido o botão *Analysis* da Figura 28. Numa primeira fase, é apresentada a janela da Figura 53.



Figura 53 – Visão inicial da janela de definição de carregamentos

Posteriormente, devem ser seguidos os passos seguintes:

- 1) No menu presente no canto superior esquerdo, devem ser indicados os tipos de carregamentos que se pretende considerar, podendo-se escolher entre: *i) Traction or compression* – para inserir os esforços de membrana; *ii) Moment* – para inserir esforços de flexão; *iii) Temperature variation* – caso se pretenda sujeitar o laminado a uma variação de temperatura. Salienta-se que, como os laminados em questão são de espessura fina, esta variação de temperatura considera que todo o laminado se encontra à mesma temperatura, não existindo perfil de temperatura variável ao longo da espessura.
- 2) Se forem selecionados todos os tipos de carregamentos atrás descritos a janela terá o aspeto apresentando na Figura 54. No caso dos esforços de membrana e de flexão, o utilizador introduz o esforço segundo a direção pretendida, podendo ainda escolher as unidades dos referidos esforços. Caso se pretenda introduzir uma carga no sentido oposto ao indicado pela figura, deverá ser introduzido o valor com sinal negativo. Estão disponíveis duas unidades para o esforço de membrana, N/mm e kN/mm, e duas unidades para os esforços de flexão, N e kN. Torna-se importante voltar a referir que, na análise deste tipo de materiais, os esforços aplicados são distribuídos pelas faces onde atuam, razão pela qual possuem tal formato. Relativamente à variação de temperatura, esta deve ser introduzida na caixa de texto, que se torna visível em frente a *Temperature variation*. De salientar ainda, que a referida variação introduzida, deverá ser calculada seguindo a equação 93.

$$\Delta_{Temp} = T_{final} - T_{inicial} \quad (93)$$

Para se dar continuidade à análise, deverá ser premido o botão *Continue*. O programa só avançará com a seleção de pelo menos um tipo de esforço e com a introdução de pelo menos uma carga nesse tipo de esforço.

Para análise do presente exemplo, foi considerado um esforço de membrana, na direção x , de 15 N/mm.

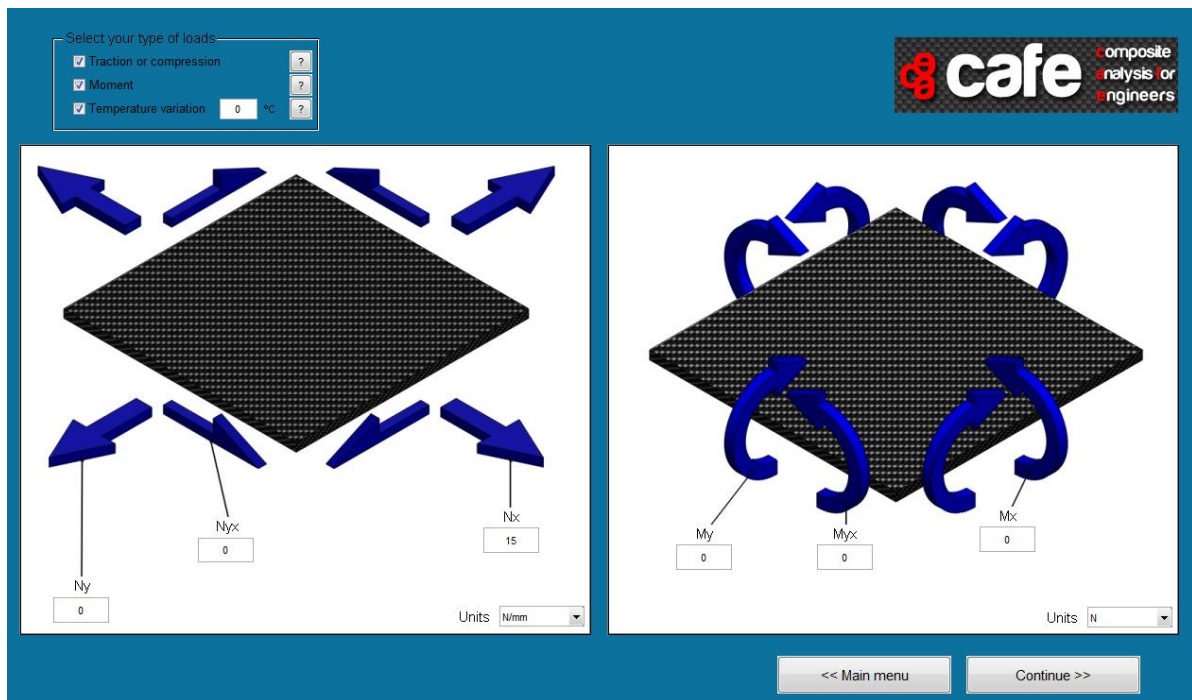


Figura 54 – Menus para introdução de esforços seleccionados

3) Após a realização do ponto anterior, é apresentada a janela da Figura 55. No menu em lista, do canto superior esquerdo, encontram-se todos os empilhamentos que constam na base de dados. O utilizador selecciona o empilhamento que pretende analisar e prime o botão *Analyse*, de modo a gerar os resultados da análise do empilhamento em questão.

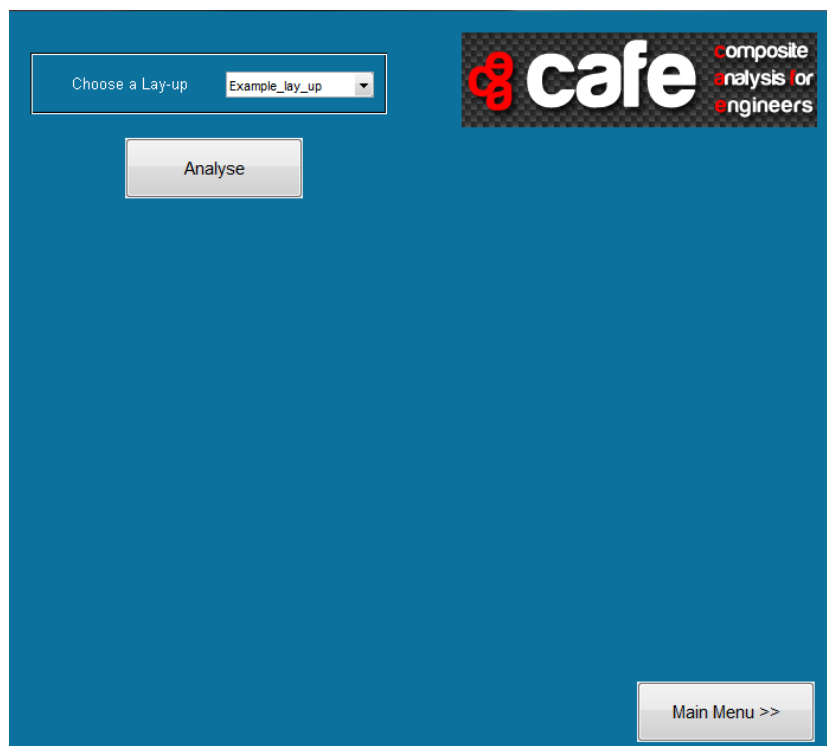


Figura 55 – Definição do laminado em estudo

4) Concluído o ponto anterior, surge a janela apresentada na Figura 56. A partir deste momento, encontram-se disponíveis todos os resultados gerados pelo presente programa. Os mesmos serão apresentados no subcapítulo seguinte.



Figura 56 – Vista da janela de resultados

8.5. Resultados

Neste capítulo é abordada a visualização dos resultados gerados pela análise do programa. As janelas, apresentadas de seguida, são subsequentes à janela da Figura 56. Contudo, apenas se pode visualizar uma janela de resultados de cada vez. Caso o utilizador prima o botão de outra janela de resultados, que não a que está aberta, é enviado um erro pedindo para que a corrente janela de resultados seja fechada. Deste modo, a visualização é feita da seguinte forma:

- 1) Premindo o botão *Q/S Matrix*, é apresentada a janela da Figura 57. No canto superior esquerdo, são visíveis dois menus em lista, onde o utilizador pode seleccionar: *i*) a visualização da matriz de rigidez (**Q**) ou a visualização da matriz de flexibilidade (**S**); *ii*) qual das camadas do laminado pretende a referida matriz. O acesso a este tipo de resultados é extremamente importante, pois é possível por parte do utilizador verificar, desde o início do seu cálculo manual, se não possui qualquer erro na sua análise. O botão *Back* permite voltar ao menu de resultados.



Figura 57 – Janela de resultados das matrizes **Q** e **S**

2) Premindo o botão *ABD Matrix*, é apresentada a janela da Figura 58. No menu em lista, do canto superior esquerdo, o utilizador pode seleccionar entre a visualização da matriz **ABD** ou da matriz **abd**. Como se pode constatar, sendo o empilhamento em estudo simétrico e com número de camadas pares, a matriz **B** é nula, pela razão já referida no capítulo 5. O botão *Back* permite voltar ao menu de resultados.



Figura 58 – Janela de resultados da matriz **ABD**

3) Premindo o botão *Vectors*, é apresentada a janela da Figura 59. Aqui são apresentados os valores de carga e deformação relativos à cura, à variação térmica, à carga mecânica e ao total das três solicitações. Torna-se importante referir que, para o caso em análise,

seria espectável que as curvaturas fossem iguais a zero, visto o empilhamento ser simétrico e não existirem momentos fletores a atuar. O botão *Back* permite voltar ao menu de resultados.

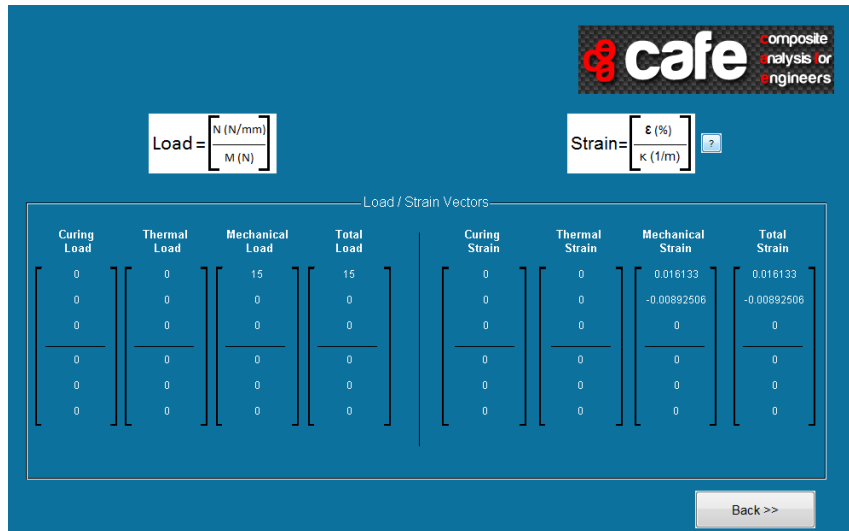


Figura 59 – Janela dos vetores de carregamento e deformação

- 4) Premindo o botão *Graphs*, é apresentada a janela da Figura 60. Aqui, o utilizador pode visualizar graficamente os resultados de tensão ou de deformação, segundo os eixos IO_2 ou xOy , podendo considerar apenas a carga de cura, térmica e mecânica ou o somatório destas. Seleccionadas as condições pretendidas nos três menus para o efeito, basta clicar no botão *Update*, para que o gráfico seja desenhado ou atualizado. O botão *Back* permite voltar ao menu de resultados.

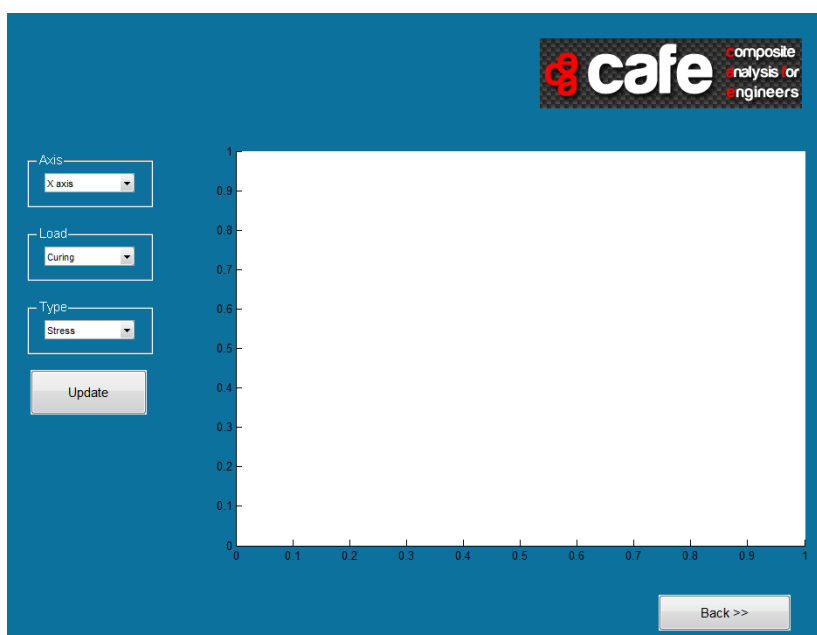


Figura 60 – Janela de resultados sobre a forma gráfica

A Figura 61 apresenta os valores de tensão, segundo a direção x , considerando-se o total das cargas impostas, para o exemplo que tem vindo a ser seguido. O menu *Precise value* permite obter os valores exatos na parte superior e inferior de cada uma das camadas que constituem o laminado. Para tal, basta o utilizador seleccionar a camada que pretende analisar, que os valores são imediatamente exibidos nas duas caixas de texto que se encontram abaixo deste botão.

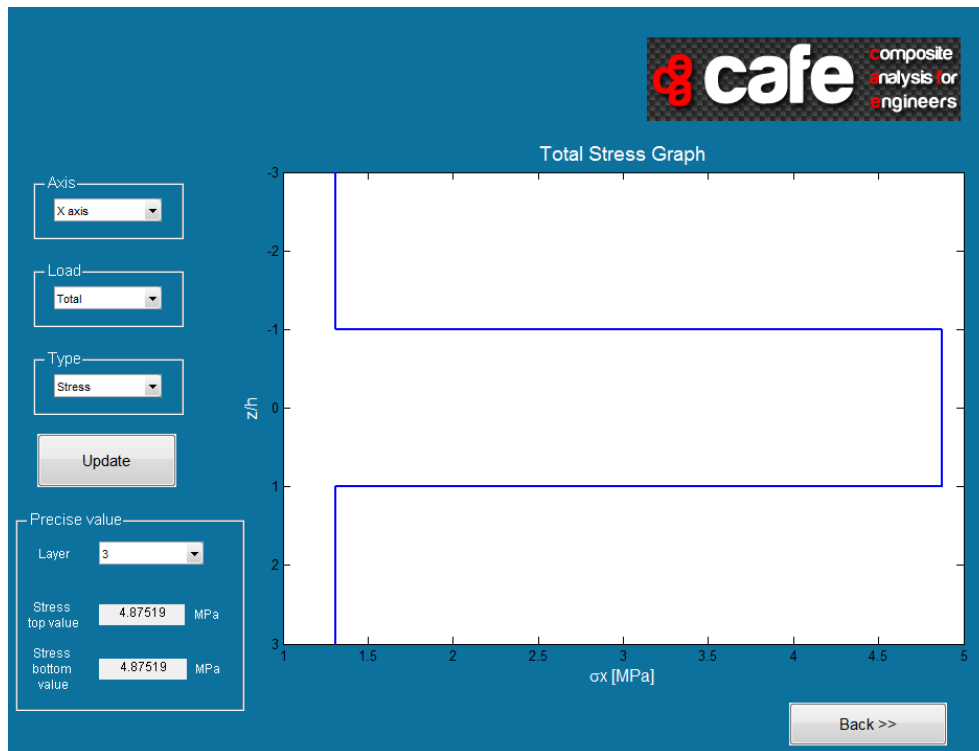


Figura 61 – Exemplo de gráfico de tensões ao longo da espessura do laminado

- 5) Premindo o botão *Tsai-Hill*, é apresentada a janela da Figura 62. Aqui, o utilizador pode visualizar, sobre a forma de tabela, os resultados de resistência das camadas do laminado, obtidos pelo critério de *Tsai-Hill*. No menu em lista, do canto inferior esquerdo, o utilizador pode definir qual a ordem segundo a qual pretende visualizar os resultados. No primeiro menu, pode seleccionar a ordem segundo o empilhamento definido, sendo este o estilo pré-definido da tabela, ou ordenar pelos valores de resistência na parte superior ou inferior de cada camada. No caso de ser seleccionada uma destas duas últimas opções, é possível ainda definir a ordem (ascendente ou descendente) dos resultados, como é possível verificar na Figura 63. Esta facilidade em ordenar os resultados, permite ao utilizador uma verificação simplificada dos mesmos, sendo também expedita a verificação da camada ou camadas que se encontram mais próximas da situação de colapso.

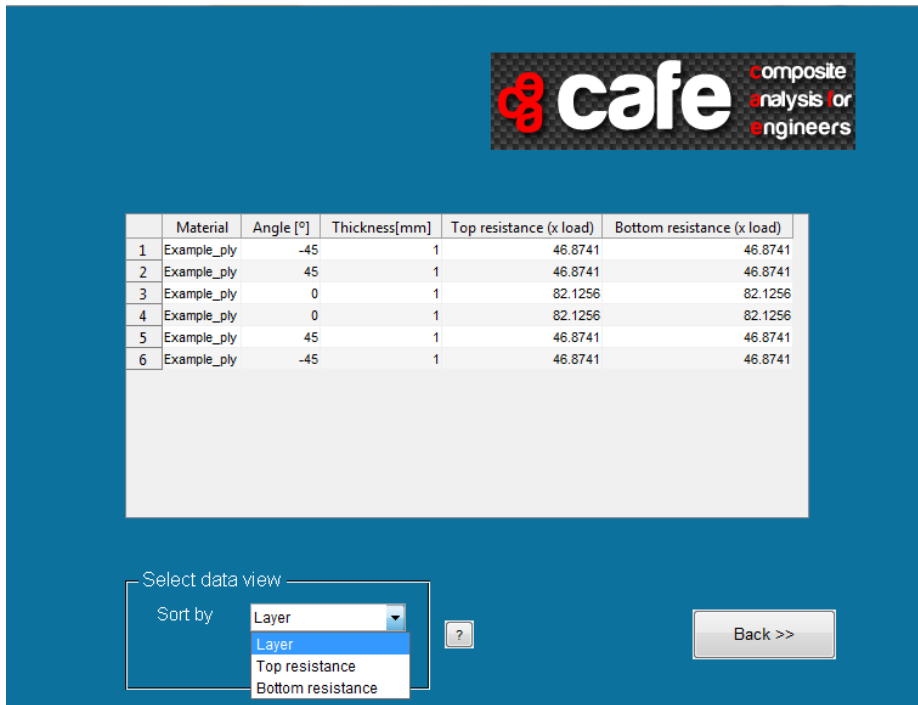


Figura 62 – Aspeto inicial da janela de resultados do critério de *Tsai-Hill*

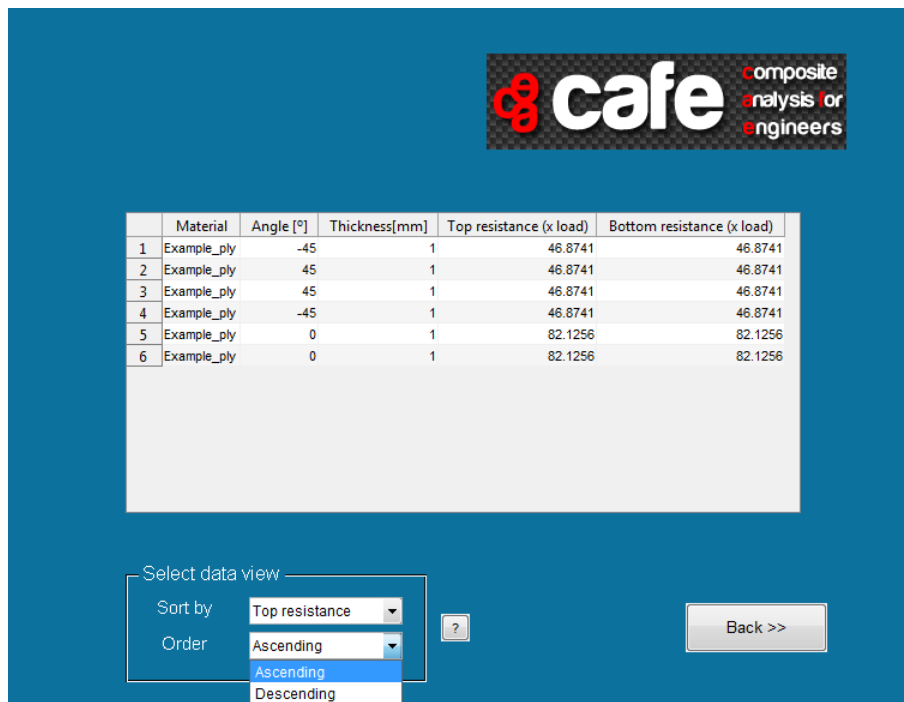


Figura 63 – Flexibilidade de apresentação dos valores do critério de *Tsai-Hill*

9. Validação de *software*

Neste capítulo, será apresentado o estudo de um laminado, solicitado com diferentes tipos de cargas, sendo feita uma comparação entre os resultados obtidos pelo *software* CAFE e o programa *LAP*, atualmente utilizado na disciplina de Materiais Compósitos, do ISEP.

O laminado em análise é o *Example_lay_up*, anteriormente apresentado no Capítulo 8, constituído por uma sequência de empilhamento $[-45/45/0]_s$, apresentada na Figura 50. O efeito de cura não foi considerado, visto não ser alvo de estudo da presente dissertação. Todas as camadas, que constituem o referido empilhamento, são do material *Example_ply*, sendo possível consultar as suas propriedades mecânicas na Figura 39. Na Figura 64 é possível visualizar a introdução das propriedades da camada no *LAP*, designando-se o material por “teste”, enquanto na Figura 65 é introduzida a sequência de empilhamento, denominando-se o mesmo por “Lay_teste”.

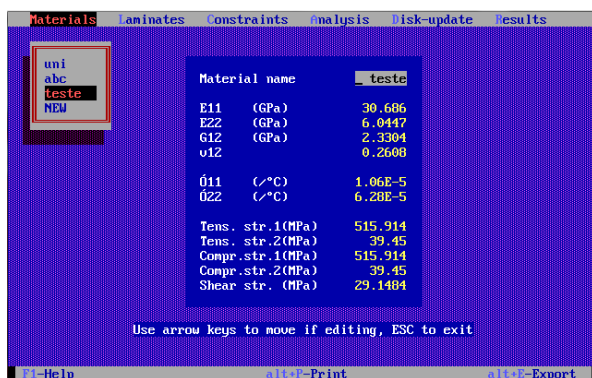


Figura 64 – Introdução das propriedades da camada no *software* *LAP*

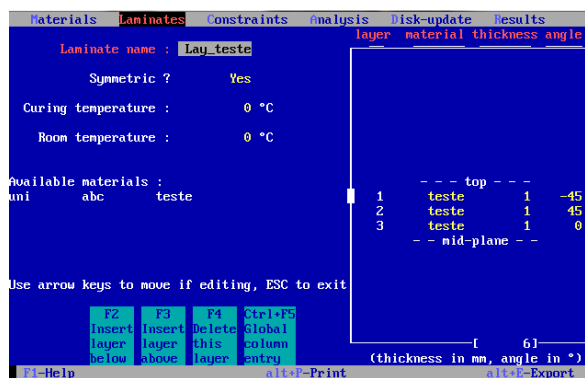


Figura 65 – Definição da sequência de empilhamento e efeito térmico de cura

Relativamente aos esforços aplicados ao laminado, serão considerados os seguintes esforços: *i*) $N_x=15 \text{ N/mm}$; *ii*) $M_y=5 \text{ N}$; *iii*) Variação de temperatura = 30°C . A Figura 66

e Figura 67 demonstram a introdução dos carregamentos, em cada um dos programas em questão.

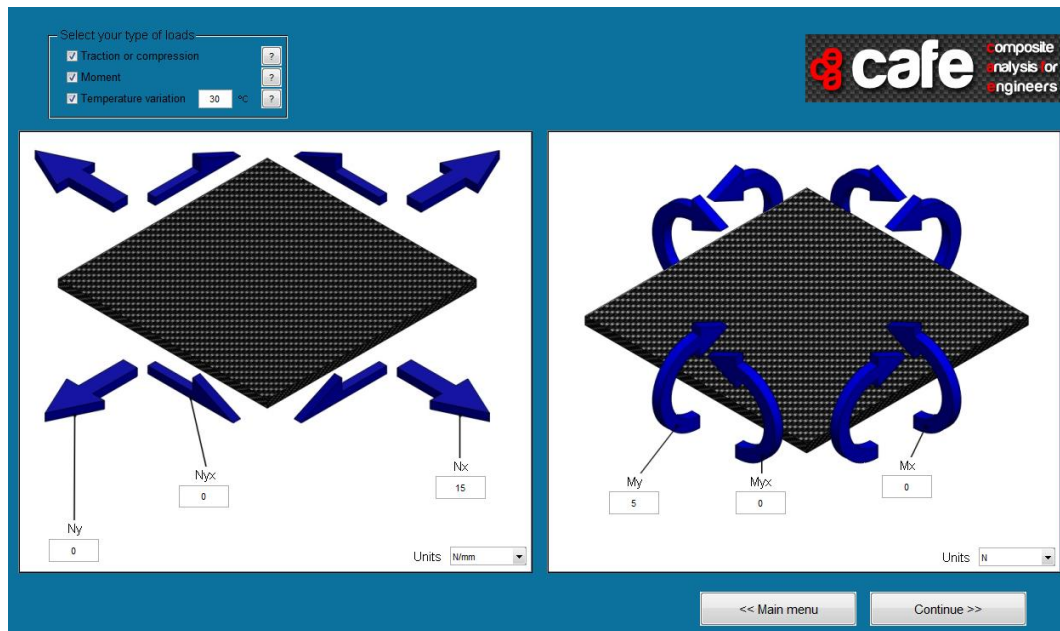


Figura 66 – Introdução dos carregamentos ao laminado no CAFE

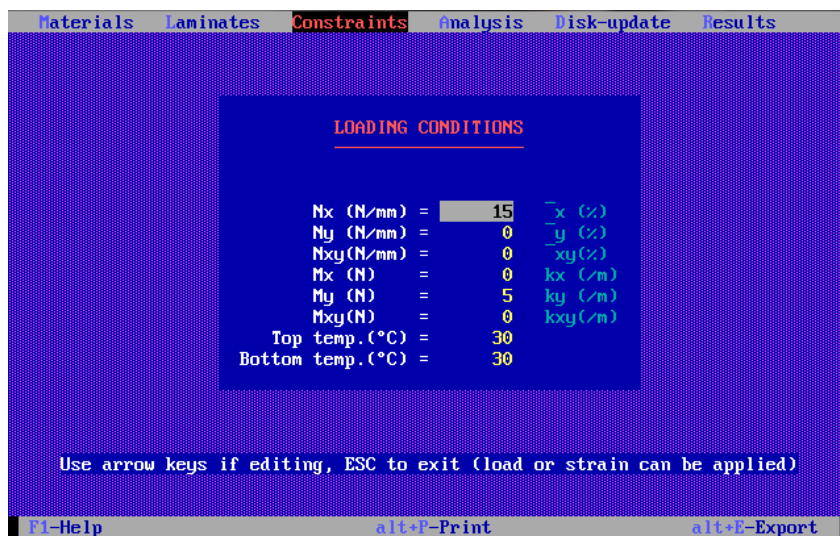


Figura 67 – Introdução dos carregamentos ao laminado no LAP

De acordo com a Figura 68 e a Figura 69, pode constatar-se que, o resultado relativo à matriz **ABD**, obtido pelo CAFE, é muito semelhante em relação ao obtido pelo LAP.

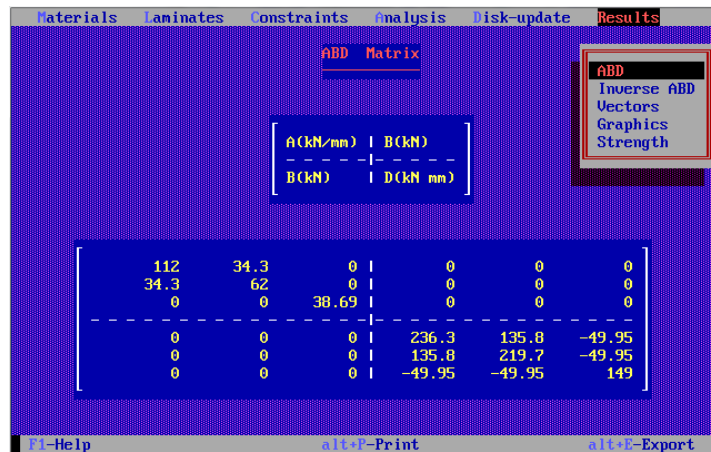


Figura 68 – Matriz ABD obtida pelo LAP



Figura 69 – Matriz ABD obtida pelo CAFE

Os vetores de carga e deformação de ambos os programas são demonstrados na Figura 70 e Figura 71, verificando-se assim coerência nos resultados obtidos pelo CAFE.

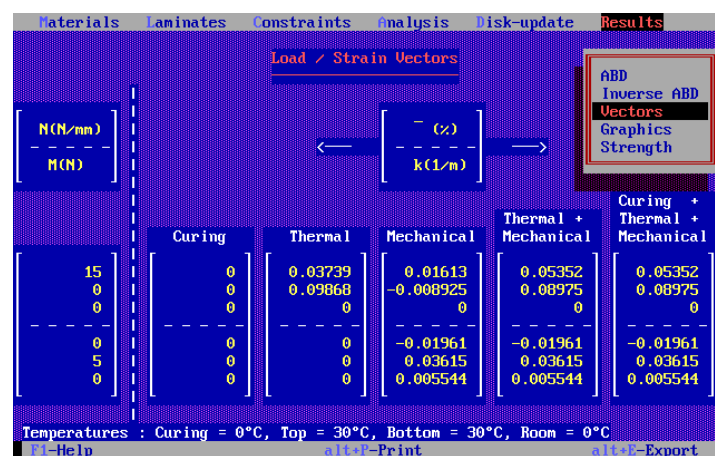


Figura 70 – Vetores de carga e deformação LAP

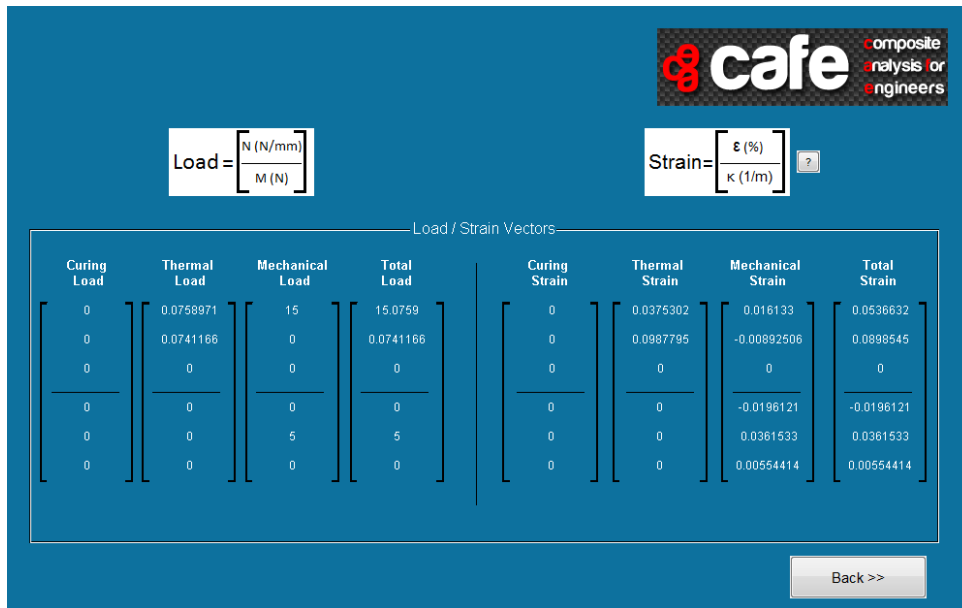


Figura 71 – Vetores de carga e deformação CAFE

A Figura 72 e a Figura 73 apresentam um dos vários gráficos possíveis de se gerar nestes programas. Neste caso, são demonstradas as tensões, nas várias camadas, na direção x , quando atuam todos os esforços. Constata-se assim, que o gráfico traçado pelo CAFE é idêntico ao do LAP.

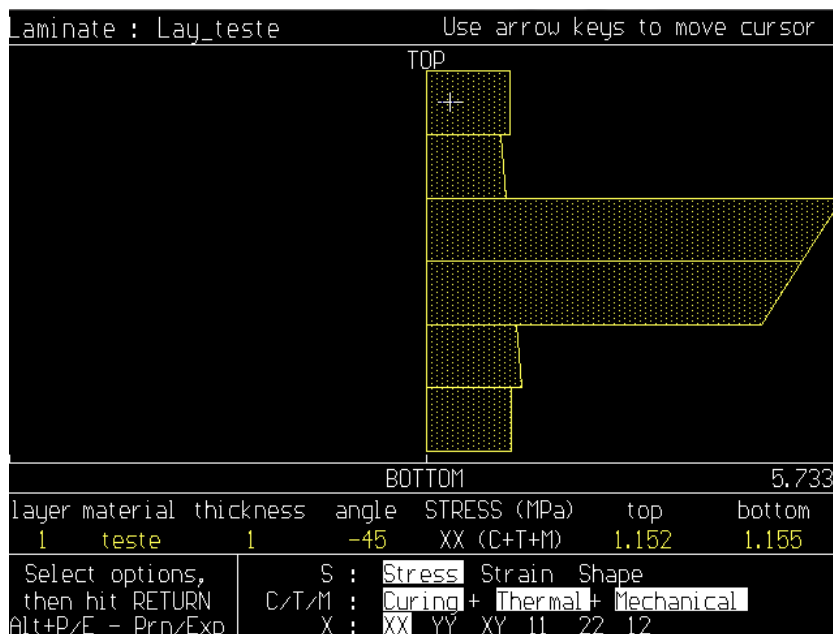


Figura 72 – Gráfico de tensões (LAP) das várias camadas na direção x quando atuam todos os esforços

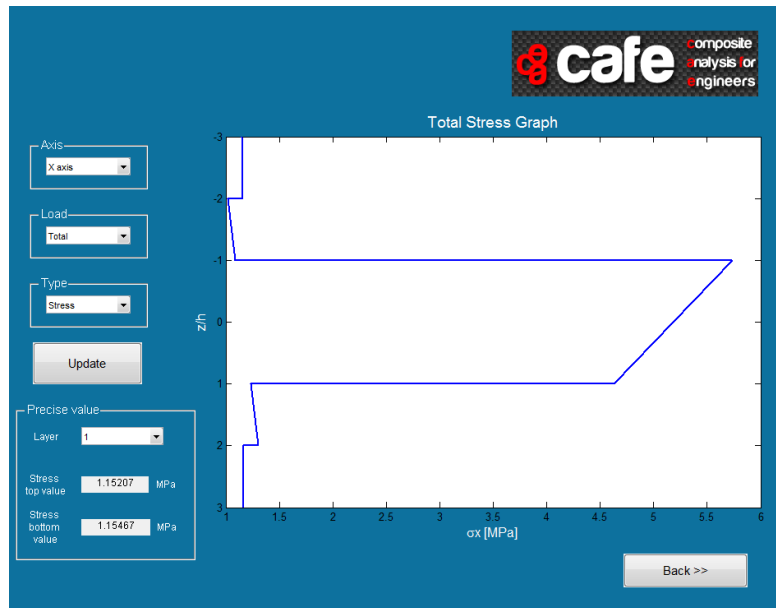


Figura 73 – Gráfico de tensões (CAFE) das várias camadas na direção x quando atuam todos os esforços

No que concerne ao critério de resistência de *Tsai-Hill*, é possível verificar que os valores obtidos são bastante próximos (Figura 74 e Figura 75).

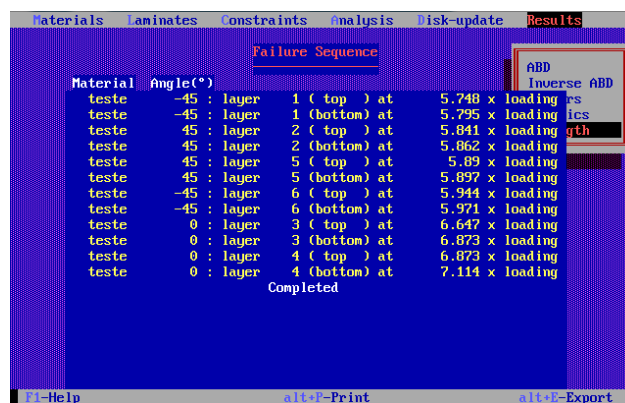


Figura 74 – Valores do critério de resistência de *Tsai-Hill* (LAP)

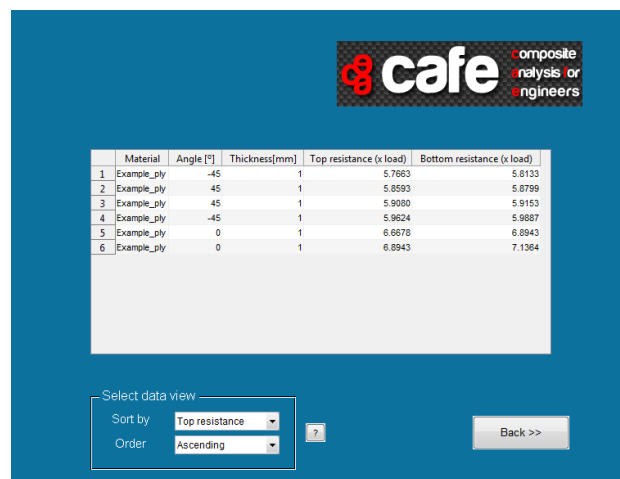


Figura 75 – Valores do critério de resistência de *Tsai-Hill* (CAFE)

Dada a coerência de resultados demonstrada pelo *CAFE*, verificada neste exemplo e em inúmeros outros que se realizaram, pode afirmar-se que o mesmo se encontra validado, estando apto a ser utilizado, com confiança, por parte de qualquer utilizador.

10. Conclusões

No presente capítulo, apresentam-se as conclusões relativas ao trabalho desenvolvido nesta dissertação.

Como tal, pode concluir-se que:

- A área dos materiais compósitos apresentava lacunas quanto à existência de *softwares* simples para o cálculo de estruturas compósitas, de ambiente gráfico atrativo, com acesso a todos os cálculos intermédios e sem custos para fins educacionais;
- O programa MATLAB[®] GUI é uma ferramenta extremamente poderosa, na medida em que permitiu a criação de todo um aspeto gráfico apelativo, associado a ferramentas de programação bastante potentes;
- O *software CAFE* vai de encontro aos objetivos estabelecidos, possuindo um módulo alusivo à micromecânica, a possibilidade de definição de empilhamentos de forma expedita, gestão das bases de dados de materiais e empilhamentos, facilidade de definição de carregamentos impostos ao laminado e um menu de resultados de leitura simplificada;
- O *software* desenvolvido possui elevada estabilidade devido a uma programação que visa uma constante deteção de erro de introdução de dados por parte do utilizador;
- A robustez de cálculo do *software* foi aferida tendo sido testados vários cenários de cálculo e comparados os resultados com outros programas fiáveis;

- O livre acesso ao código de programação permite futuros desenvolvimentos, por parte de qualquer interessado, de acordo com necessidades que se venham a sentir de futuro.

Para futuros desenvolvimentos ao trabalho realizado, fazem-se as seguintes sugestões:

- Possibilidade de impressão, para formato *pdf*, das propriedades mecânicas dos materiais constituintes do laminado em análise, da informação alusiva à estrutura do laminado e dos resultados obtidos;
- Possibilidade de análise de painéis *sandwich* constituídos por peles de material compósito e um núcleo leve, geralmente constituído por uma espuma;
- Importação de propriedades do compósito, através de dados fornecidos por equipamentos de ensaios mecânicos, com cálculo automático das constantes de engenharia;
- Otimização de um dado empilhamento, por sugestão de camadas a retirar/incluir, de modo a minimizar o peso de um dado laminado e maximizar o seu desempenho mecânico;
- Criação de imagens das placas deformadas de acordo com os esforços impostos, onde sejam visíveis as deformações obtidas;
- Utilização de critérios de rotura mais recentes e menos conservadores;
- Criação de uma base de dados, que permita ao utilizador dispor das propriedades mecânicas dos materiais compósitos estruturais existentes no mercado;
- Criação das condições para que este *software* possa fazer parte de um livro dedicado ao cálculo de materiais compósitos.

Referências Documentais

- [1] DANIEL, Isaac M.; ISHAI, Ori — *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Oxford University Press. New York, Oxford. 1994.
- [2] CAMPILHO, Raul — *Modelação da Execução de Reparações em Materiais Compósitos*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica — orientada pelo Doutor Marcelo Moura e apresentada na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, na especialidade de Construções Mecânicas em 2005.
- [3] CADEIRA EM FIBRA DE CARBONO;
<http://www.houseinteriorhome.com/wp-content/uploads/2010/10/carbon-fibre-chrome-chair.jpg> ; 3 de Maio de 2012.
- [4] BARCO EM FIBRA DE VIDRO;
<http://www.portafiberglass.com/Restoration.jpg>; 3 de Maio de 2012.
- [5] TURBINA EÓLICA;
http://3.bp.blogspot.com/_13ZYVqq0GUk/TRz0pBpINjI/AAAAAAAAABME/mtz3E0OLwTU/s1600/eolica.jpg; 3 de Maio de 2012.
- [6] MONOCOQUE CARRERA GT;
http://i.auto-bild.de/ir_img/1/6/0/7/1/c6987408adb4dec5.jpg; 3 de Maio de 2012.
- [7] CNN TRAVEL;
http://articles.cnn.com/2011-10-25/travel/travel_dreamliner-features_1_dreamliner-passenger-planes-new-plane?_s=PM:TRAVEL; 3 de Maio de 2012.
- [8] ESA COMP;
<http://www.esacomp.com/>; 1 de Maio de 2012.
- [9] ABD MATRIX 2.0;
<http://www.abdmatrix.com/>; 1 de Maio de 2012.
- [10] ESP COMPOSITES - eLaminate;
<http://www.espcomposites.com/software/eLaminate.html>; 1 de Maio de 2012.
- [11] THE LAMINATOR;
<http://www.thelaminator.net/>; 1 de Maio de 2012.
- [12] LAP – LAMINATE ANALYSIS PROGRAM;
<http://www.anaglyph.co.uk/LAP.htm>; 1 de Maio de 2012.
- [13] MOURA, Marcelo F. S. F. de; MORAIS, Alfredo B. de; MAGALHÃES, António G. de — *Materiais Compósitos – Materiais, Fabrico e Comportamento Mecânico*. Publindústria, Produção de Comunicação, Lda. Porto. Portugal. 2005.
- [14] SILVA, João Francisco — *Pré-impregnados de Matriz Termoplástica: Fabrico e Transformação por Compressão a Quente e Enrolamento Filamentar*. Dissertação de Doutoramento em Engenharia Mecânica — orientada pelo Doutor António

Torres Marques e apresentada na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, na especialidade de Engenharia Mecânica em 2005.

- [15] JONES, Robert M. – *Mechanics of Composite Materials – Second Edition*. Taylor & Francis. Philadelphia. United States of America. 1999.
- [16] GAY, Daniel; HOA, Suong V. — *Composite Materials – Design and Applications*. 2ª Edição. CRC Press. Estados Unidos da América. 2007.
- [17] BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith. — *Shigley's Mechanical Engineering Design*. 8ª Edição. McGraw-Hill. Estados Unidos da América.
- [18] BHAVIKATTI, S. S. — *Finite Element Analysis*. New Age International Publishers. 2005.
- [19] LOGAN, Daryl L. — *A First Course in the Finite Element Method*. Thomsom. University of Wisconsin – Platteville. 2007.
- [20] HUTTON, David V. — *Fundamentals of Finite Element Analysis*. 1ª Edição. McGraw-Hill. Estados Unidos da América. 2004.
- [21] MATLAB GUI; Versão R2009b;
<http://www.mathworks.com>; 5 de Março de 2012.