



# OTIMIZAÇÃO DO TRANSPORTE DE PNEUS ENTRE OS PROCESSOS DE PINTURA E VULCANIZAÇÃO NA CONTINENTAL MABOR

ÁLVARO MIGUEL ARAÚJO DA SILVA  
junho de 2018

# OTIMIZAÇÃO DO TRANSPORTE DE PNEUS ENTRE OS PROCESSOS DE PINTURA E VULCANIZAÇÃO NA CONTINENTAL MABOR

Álvaro Miguel Araújo da Silva



Departamento de Engenharia Eletrotécnica

Instituto Superior de Engenharia do Porto

2018



Este relatório satisfaz, parcialmente, os requisitos que constam da Ficha de Unidade Curricular de Tese/Dissertação, do 2º ano, do Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores, ramo de Sistemas e Planeamento Industrial

Candidato: Álvaro Miguel Araújo da Silva, N° 1121149, 1121149@isep.ipp.pt

Orientação científica: Professor Doutor Luís Pinto Ferreira, lpf@isep.ipp.pt

Professora Doutora Maria Teresa Pereira, mtp@isep.ipp.pt

Empresa: Continental Mabor - Indústria de Pneus S.A

Orientador: Engenheiro Filipe Ferreira, filipe.ferreira@ conti.de



Departamento de Engenharia Eletrotécnica

Instituto Superior de Engenharia do Porto

23 de junho de 2018



## *Agradecimentos*

Gostaria de expressar os meus mais sinceros agradecimentos a todos aqueles que, de alguma forma, tornaram possível a realização desta dissertação no âmbito do Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e Computadores, no ramo de Sistemas e Planeamento Industrial.

À empresa Continental Mabor – Indústria de Pneus S.A, pela oportunidade de realização do estágio curricular, em especial ao Engenheiro Filipe Ferreira, pela supervisão, disponibilidade e confiança que depositou em mim.

Ao Professor Doutor Luís Pinto Ferreira e à Professora Doutora Maria Teresa Pereira, por terem aceite orientar o meu trabalho, pela disponibilidade e por terem sido incansáveis e me terem fornecido toda a ajuda de que necessitei.

Ao Professor Doutor Fábio Neves Moreira, pelo conhecimento científico que partilhou comigo, que foi essencial para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, à minha irmã e à minha avó, pela compreensão, apoio e motivação que demonstraram durante todo o meu percurso académico.

À minha namorada, Cátia Pereira, por conseguir colocar sempre um sorriso no meu rosto, por todo o amor, paciência e por me incentivar sempre a alcançar os meus objetivos.



## *Resumo*

Atualmente, as empresas da indústria automóvel enfrentam desafios em processos presentes no seu departamento logístico, nomeadamente em logística interna. Muitos desses desafios resultam da ausência de regras para abastecimento de clientes ou máquinas no transporte de mercadorias, tanto em rotas externas como em rotas internas. Estas dificuldades, geralmente, resultam em custos associados ao tempo perdido durante o transporte e custos associados à produção perdida durante esse período temporal.

Neste sentido, a presente dissertação foi realizada em contexto industrial na empresa Continental Mabor, mais propriamente no Departamento IV - Vulcanização. Como forma de melhorar a lógica de transporte atual, que se apresenta pouco eficiente no abastecimento das máquinas que compõem a vulcanização, foi desenvolvida uma ferramenta de apoio à decisão baseada num modelo matemático de programação inteira.

A ferramenta de apoio à decisão utilizou dados provenientes planos de produção, considerando quatro dias de dezembro de 2017 e um dia de 2018. Para esse período, foi possível otimizar a quantidade de veículos necessários e minimizar ou, para alguns casos eliminar, a paragem das máquinas por falta de pneus devido a atrasos no abastecimento. Foi ainda possível gerar automaticamente representações gráficas das rotas realizadas por cada veículo. De uma forma geral, a ferramenta de apoio à decisão provou ser eficiente e permitiu ainda apresentar algumas sugestões de melhoria relativas ao transporte de pneus.

O modelo matemático foi resolvido utilizando o *software* IBM ILOG CPLEX 12.0.8 e as rotas geradas foram gravadas em ficheiros de texto. Esses ficheiros foram posteriormente interpretados utilizando o *software* QTikZ.

### *Palavras-Chave*

logística, modelo, transporte, rotas, veículos, vulcanização



## *Abstract*

Nowadays, companies in the automotive industry face challenges in processes related to their logistics department, mainly in in-bound logistics. Those challenges are the result of the absence of rules for the transportation of goods to supply clients or machines, in external and internal routes. Normally, this challenges result in costs associated to the time lost during the transportation and costs associated with the loss of production during that time.

In this sense, this dissertation was elaborated in an industrial context at Continental Mabor, specifically in the Department IV – Vulcanization. To improve the in-bound logistics in the transportation, that's, currently, not very efficient, it was developed a decision support tool based on a mathematical model of integer programming.

The decision support tool used data from two production plans considering four days from 2017 and one day from 2018. For those days, it was possible to optimize the number of vehicles needed and to minimize, and for some cases eliminate, the stoppage of the machines due to lack of tires to consume caused delays in the transportation. It was also possible to automatically create a graphical representation of the routes travelled by each vehicle. In a general manner, the decision support tool proved to be efficient and allowed for the suggestion of improvements to the transportation of tires.

The mathematical model developed was resolved using the software IBM ILOG CPLEX 12.0.8 and the routes generated were saved in text files, to be interpreted using the software QTikZ.

### ***Keywords***

Logistics, model, transportation, routes, vehicles, vulcanization



# Índice

<b>AGRADECIMENTOS .....</b>	<b>I</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>III</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE .....</b>	<b>VII</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>IX</b>
<b>ÍNDICE DE TABELAS.....</b>	<b>XI</b>
<b>ACRÓNIMOS .....</b>	<b>XIII</b>
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO.....	1
1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO.....	1
1.3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO.....	2
1.4. APRESENTAÇÃO DA EMPRESA.....	3
1.5. CONTEÚDO E ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	4
<b>2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....</b>	<b>5</b>
2.1. VEHICLE ROUTING PROBLEM – VRP .....	6
2.2. MÉTODOS EXATOS .....	12
2.3. ABORDAGENS HEURÍSTICAS .....	17
2.4. META-HEURÍSTICAS .....	20
<b>3. DESCRIÇÃO E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....</b>	<b>29</b>
3.1. PROCESSO DE PINTURA .....	29
3.2. PROCESSO DE VULCANIZAÇÃO .....	30
3.3. SITUAÇÃO ATUAL DE TRANSPORTE .....	31
3.4. PROBLEMA PROPOSTO .....	33
3.5. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....	34
<b>4. IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS .....</b>	<b>39</b>
4.1. ABORDAGEM AO PROBLEMA.....	40
4.2. CRIAÇÃO DAS INSTÂNCIAS .....	41
4.3. RESULTADOS.....	46
<b>5. CONCLUSÃO .....</b>	<b>67</b>
5.1. CONTRIBUTOS CIENTÍFICOS .....	68
5.2. TRABALHO FUTURO .....	68

<b>REFERÊNCIAS DOCUMENTAIS .....</b>	<b>69</b>
<b>ANEXO A. TABELAS PARA A CRIAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE DIA 14 .....</b>	<b>74</b>
<b>ANEXO B. TABELAS PARA A CRIAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE DIA 15.....</b>	<b>78</b>
<b>ANEXO C. PAPER 82 NA CONFERÊNCIA HELIX 2018.....</b>	<b>82</b>
<b>ANEXO D. PLANTAS .....</b>	<b>88</b>

## *Índice de Figuras*

Figura 1	Vista aérea da Continental Mabor [2].....	3
Figura 2	Representação de um grafo completo. ....	8
Figura 3	Representação de um grafo incompleto. ....	8
Figura 4	Mapa de um TSP [10].....	9
Figura 5	Fluxograma de um Algoritmo Genético [39].....	22
Figura 6	Escolha probabilística de caminho .....	27
Figura 7	Esquema de um rebocador/veículo .....	31
Figura 8	<i>Layout</i> da fábrica com os depósitos a amarelo e as filas máquinas a azul.....	32
Figura 9	Rota de um rebocador/veículo .....	33
Figura 10	Esquema representativo das cavidades .....	35
Figura 11	Associação das máquinas aos depósitos .....	41
Figura 12	Fluxograma do procedimento de criação das instâncias .....	45
Figura 13	Comparação entre tempos de chegada e atrasos para INST_14_0_C .....	57
Figura 14	Representação das rotas para INST_14_0_C.....	58
Figura 15	Comparação entre tempos de chegada e atrasos para INST_14_1_A .....	59
Figura 16	Representação das rotas para INST_14_1_A.....	60
Figura 17	Comparação entre tempos de chegada e atrasos para INST_15_0_C .....	60
Figura 18	Representação das rotas para INST_15_0_C.....	61
Figura 19	Comparação entre tempos de chegada e atrasos para INST_15_1_A .....	62
Figura 20	Representação das rotas para INST_15_1_A.....	63



## *Índice de Tabelas*

Tabela 1	Variações do mTSP [11].....	10
Tabela 2	Variantes mais comuns de VRP [12] [13] .....	11
Tabela 3	Analogia entre a natureza e a computação [42] .....	21
Tabela 4	Parâmetros do modelo matemático .....	36
Tabela 5	Instâncias A e B do Depósito 0 do dia 13 de dezembro de 2017 .....	46
Tabela 6	Instância C do depósito 0 do dia 13 de dezembro de 2017 .....	47
Tabela 7	Instâncias A e B do Depósito 1 do dia 13 de dezembro de 2017 .....	47
Tabela 8	Instância C do Depósito 1 do dia 13 de dezembro de 2017 .....	48
Tabela 9	Instância D do depósito 1 do dia 13 de dezembro de 2017 .....	48
Tabela 10	Resultados para as instâncias de dia 13 de dezembro de 2017.....	49
Tabela 11	Quantidade de veículos utilizados nas instâncias de dia 13 de dezembro de 2017.....	49
Tabela 12	Resultados para as instâncias de dia 14 de dezembro de 2017.....	50
Tabela 13	Quantidade de veículos utilizados nas instâncias de dia 14 de dezembro de 2017.....	50
Tabela 14	Resultados para as instâncias de dia 15 de dezembro de 2017.....	50
Tabela 15	Quantidade de veículos utilizados nas instâncias de dia 15 de dezembro de 2017.....	51
Tabela 16	Resultados para as instâncias de dia 7 de maio de 2018 .....	51
Tabela 17	Quantidade de veículos utilizados nas instâncias de dia 7 de maio de 2018 .....	51
Tabela 18	Otimização da quantidade de veículos para o dia 13 de dezembro de 2017.....	52
Tabela 19	Otimização da quantidade de veículos para o dia 14 de dezembro de 2017.....	53
Tabela 20	Otimização da quantidade de veículos para o dia 15 de dezembro de 2017.....	54
Tabela 21	Otimização da quantidade de veículos para o dia 7 de maio de 2018 .....	55
Tabela 22	Quantidade de veículos e volume de produção.....	56
Tabela 23	Rotas para INST_14_0_C.....	58
Tabela 24	Rotas para INST_14_1_A .....	59
Tabela 25	Rotas para INST_15_0_C.....	61
Tabela 26	Rotas para INST_15_1_A .....	63



## *Acrónimos*

- CMIP – Continental Mabor Indústria de Pneus
- ConVRP – Consistent Vehicle Routing Problem
- CPU – Central Processing Unit
- CVRP – Capacitated Vehicle Routing Problem
- GA – Genetic Algorithm
- MVRPSD – Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Soft Deadlines
- NP – Non-Deterministic Polynomial Time
- OVRP – Open Vehicle Routing Problem
- SDVRP – Split Delivery Vehicle Routing Problem
- TSP – Travelling Salesman Problem
- TEDI – Tese/Dissertação
- VRP – Vehicle Routing Problem
- VRPB – Vehicle Routing Problem with Backhauls
- VRPD – Vehicle Routing Problem with Deadlines
- VRPPD – Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery
- VRPTW – Vehicle Routing Problem with Time Window



# 1. INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo é apresentada uma introdução ao tema do trabalho desenvolvido e é feita uma contextualização do mesmo. Todo o trabalho descrito nesta dissertação foi realizado em ambiente empresarial durante um estágio curricular na empresa Continental Mabor – Indústria de Pneu, S.A.

## 1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO

Na Continental Mabor existe um abastecimento subtil das máquinas que compõe o processo de vulcanização. Isto deve-se à atual lógica interna de transporte e abastecimento das máquinas, desde os depósitos até às mesmas, o que resulta em paragens devido a falta de pneus para consumir. Deste modo, a criação de novas regras para o abastecimento, ou a melhoria das regras atuais, resultaria numa vantagem competitiva para a empresa.

O presente relatório enquadra-se no âmbito da cadeira de TEDI do último ano do Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores, no ramo de Sistemas e Planeamento Industrial. Portanto, resulta do trabalho realizado durante o estágio curricular na empresa Continental Mabor – Indústria de Pneus S.A.. Durante o período compreendido entre novembro de 2017 e maio de 2018 foi desenvolvido e validado um modelo para a otimização do transporte de pneus entre os processos de Pintura e Vulcanização.

## 1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo principal desta dissertação passa por otimizar o transporte de pneus entre os processos de pintura e vulcanização da empresa. Deste modo, e dada a complexidade

inerente a este objetivo, foi necessária a subdivisão do mesmo em objetivos mais facilmente atingíveis, tais como:

- O desenvolvimento e validação de um modelo para a lógica interna de transporte;
- A criação de rotas internas para os rebocadores;
- A determinação do número de rebocadores para abastecer as máquinas na vulcanização;
- A redução do tempo de paragem das máquinas por falta de pneus;
- O aumento da eficiência da logística interna no abastecimento das referidas máquinas.

### **1.3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO**

No âmbito do estágio curricular que sustenta o trabalho desenvolvido na presente tese, foi utilizada uma metodologia composta por 5 fases:

- Fase I – Pesquisa bibliográfica sobre logística interna e transporte, nomeadamente sobre planeamento de rotas de veículos e métodos de resolução deste tipo de problemas.

Foi realizada uma revisão bibliográfica que incidiu sobre o planeamento de rotas de veículos, problemas mais comuns e métodos de resolução dos mesmos, visando a sua aplicação ao problema real presente na Continental Mabor – Industria de Pneus, S.A.

- Fase II – Recolha de informação;

Após a revisão bibliográfica da fase anterior, foi necessário recolher informação sobre, por exemplo, a quantidade de máquinas existente, o layout da fábrica ou o plano de produção utilizado.

- Fase III – Identificação da situação atual e principais problemas;

Esta fase incidiu na compreensão da lógica atual de transporte de pneus, bem como dos problemas que resultam da mesma. Foram também analisadas oportunidades de melhoria associadas ao processo de transporte.

- Fase IV – Definição da abordagem e desenvolvimento de um modelo matemático;

Nesta fase, foi desenvolvido um modelo matemático que descreve o comportamento do sistema real, tendo em conta todas as variáveis e parâmetros inerentes ao problema. Pretendeu-se que o modelo desenvolvido fosse o mais próximo possível do sistema real.

- Fase V – Validação e resolução do modelo;

Esta fase incidiu na validação e resolução do modelo desenvolvido, verificando a sua capacidade de imitar o sistema real utilizando instâncias provenientes do plano de produção. Nesta fase foi ainda implementado o modelo desenvolvido, tendo sido obtidos resultados e soluções para problemas identificados previamente.

#### **1.4. APRESENTAÇÃO DA EMPRESA**

A Continental Mabor – Indústria de Pneus S.A (CMIP) é uma empresa que foi fundada em 1989, em Lousado, Vila Nova de Famalicão (ver Figura 1) e resulta da união de duas empresas com notoriedade na manufatura de borracha, a Mabor e a Continental AG. É uma empresa focada nos clientes, cuja visão é ser líder tanto em termos de eficiência e inovação, como em termos de desenvolvimento sustentável [1].

A Continental Mabor dispõe de uma superfície empresarial de 148.000 metros quadrados, estando em expansão. No ano de 2016 a empresa contava com 1901 trabalhadores no quadro permanente [1][2].



**Figura 1 Vista aérea da Continental Mabor [2]**

Relativamente aos pneus produzidos, a CMIP possui uma produção bastante variada em termos de medidas, tipos de pneus ou marcas. Atualmente, a Continental Mabor produz pneus destinados a *Sport Utility Vehicles* (SUV), pneus de alta performance, pneus ContiSeal, pneus ContiSilent, entre outros. As dimensões das jantes dos pneus produzidos vão desde a jante 14” até à jante 22”, havendo uma produção média diária de aproximadamente 56 000 pneus. No entanto, mais de 98% da produção da CMIP é

essencialmente para exportação, sendo que parte da produção exportada é destinada a empresas influentes da indústria automóvel. Neste momento, estão também a ser produzidos pneus agrícolas (*LousAgro*), que chegaram ao mercado no ano de 2017 [1].

Para além da Continental Mabor, o Grupo Continental em Portugal é representado pelas empresas: Continental Pneus S.A; Indústria Têxtil do Ave, S.A; Continental Lemmerz, Componentes para Automóveis, Lda; e Continental Teves, Sistemas de Travagem, Lda [1].

## **1.5. CONTEÚDO E ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

O presente relatório é composto por um total de 5 capítulos principais, nomeadamente: Introdução, Enquadramento Teórico, Descrição e Formulação do Problema, Implementação e Resultados e Conclusão.

O Capítulo 1, designado por “Introdução”, é um capítulo introdutório onde são referidas as motivações para a realização do estágio que serve de base à presente dissertação, é apresentada a empresa, são definidos os objetivos e é descrita a metodologia utilizada. No Capítulo 2, denominado por “Enquadramento Teórico”, é feito um enquadramento teórico referente a problemas semelhante ao proposto e são descritas as metodologias de resolução mais utilizadas. Por sua vez, no Capítulo 3, intitulado de “Formulação do Problema”, é apresentada a situação atual na empresa, o problema proposto e o modelo desenvolvido para dar resposta ao problema. No Capítulo 4, designado por “Implementação e Resultados” é descrita a abordagem utilizada, em termos de implementação, e são apresentados os resultados. Por fim, o capítulo 5, intitulado por “Conclusão”, reúne as principais conclusões e perspetivas de desenvolvimento futuro.

## 2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo é realizado um enquadramento teórico com o propósito de apresentar os conhecimentos necessários para a realização do trabalho descrito no presente relatório. Desta forma, o enquadramento teórico encontra-se dividido em quatro subcapítulos.

O primeiro subcapítulo é referente a problemas de rotas de veículos, dentro dos quais se encontra o problema proposto para a presente tese, sendo este um caso específico constituído por várias vertentes desses problemas. Por sua vez, o segundo subcapítulo apresenta metodologias de cálculo para obtenção de soluções para problemas de otimização combinatória.

O terceiro subcapítulo diz respeito a métodos de cálculo para obtenção de soluções aproximadas e admissíveis para problemas de otimização com um elevado número de dados que não podem ser resolvidos com recurso a métodos exatos.

O quarto subcapítulo diz respeito a meta-heurísticas e à sua aplicação em problemas de otimização, apresentando alternativas de resolução que reduzem o tempo de resolução das instâncias do problema.

## 2.1. VEHICLE ROUTING PROBLEM – VRP

### 2.1.1. DESCRIÇÃO GERAL

Os problemas de rotas de veículos, também denominados por *vehicle routing problem* (VRP) apresentam-se atualmente como um dos problemas de otimização mais famosos e mais complexos, com aplicações em várias áreas distintas, como a área da logística, na área dos transportes ou até mesmo a área das telecomunicações. Neste sentido, o VRP é um dos problemas mais comuns, e no qual, de uma forma simplista, o objetivo é determinar um conjunto de rotas com custo mínimo que consigam satisfazer a procura de clientes em pontos geográficos específicos. Para satisfazer os pedidos, existe uma frota de veículos alocada a um ou mais depósitos, que são geralmente a origem e o destino de cada rota. Existem, no entanto, exceções em que, por exemplo, o depósito inicial não necessita obrigatoriamente de ser o destino da rota [3][4].

Na literatura da especialidade existem várias versões de VRP, sendo que o primeiro problema de planeamento de rotas foi apresentado por Dantzig e Ramser, no final da década de cinquenta, mais propriamente em 1959. Neste problema, denominado na altura por *truck dispatching problem*, os autores propuseram uma formulação matemática e um algoritmo para o abastecimento de bombas de gasolina com recurso a camiões [5]. Desde essa altura, tem surgido um especial interesse neste tipo de problemas, pela possibilidade de se utilizar um vasto número de restrições de forma a aproximar o mais possível um problema real, presente numa qualquer empresa. Estas restrições são necessárias, visto que, a maior parte dos problemas reais são bastante mais complexos do que o problema VRP clássico [4][5][6].

Quanto ao tipo de restrições, estas podem dizer respeito à ordem de visita dos clientes ou centros de procura, ao tipo e quantidade de veículos disponíveis ou à utilização de janelas temporais para delimitarem o período temporal no qual um veículo deve abastecer um determinado cliente [6][7], entre outros.

Desta forma, um VRP é utilizado para a obtenção de rotas consideradas ótimas, tendo em conta a formulação matemática realizada e as restrições definidas para o efeito. As rotas ótimas podem ser as que possuam menor custo, menor tempo de deslocamento ou menor distância. O conjunto de veículos pode ser ou não fixo e a procura dos clientes deve ser sempre conhecida [4][6].

Assim, é de elevada importância a criação de métodos ou técnicas de otimização de rotas pelo facto destas técnicas permitirem implementar melhorias a nível logístico, que se refletem, essencialmente, na redução ou aumento de custos, dependendo da medida de performance implementada [4].

### 2.1.2. REPRESENTAÇÃO

Toth e Vigo [8] apresentam um modelo para o VRP capacitado apto (CVRP) sob a forma de grafo. Os autores descrevem um grafo  $G = (V, A)$  onde  $A$  corresponde ao conjunto de arcos e onde  $V = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$  corresponde ao conjunto de vértices que integram o problema. O vértice 0 é o depósito inicial, definido com a origem da rota e os restantes vértices são os clientes. O depósito pode ter associado também o vértice  $n + 1$ , para problemas onde seja necessário definir restrições adicionais que digam respeito à eliminação de sub-percursos ou para problemas onde os veículos não tenham que retornar ao depósito inicial, como é o caso do *Open VRP* (OVRP).

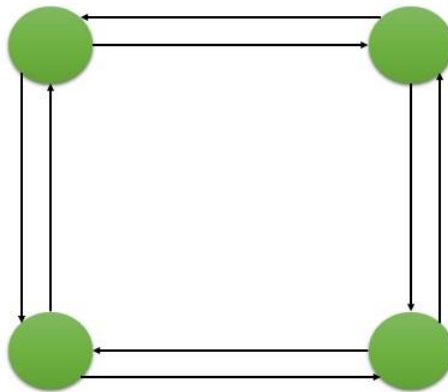
Neste modelo existe também um custo não negativo  $c_{ij}$  que representa o custo de deslocamento de um qualquer vértice  $i$  para um qualquer vértice  $j$ , e está associado um qualquer arco  $(i, j) \in A$ . Este movimento é ainda limitado sendo  $c_{ii} = +\infty$  para todo o  $i \in V$ , impedindo assim que exista um *loop* relativo a deslocamentos  $(i, i) \in A$ . Desta forma, e segundo o modelo apresentado, o intuito do VRP passa por encontrar um conjunto  $K$  de circuitos ou rotas simples que possuam o menor custo possível. Cada uma dessas rotas simples está associada ao movimento de um veículo e é composta pelo somatório dos custos dos arcos [8][9].

Assim, segundo Toth e Vigo [8] neste tipo de VRP devem ser garantidas as seguintes condições relativas à solução:

- Cada circuito inclui uma visita ao vértice 0 (depósito inicial) [8][9].
- Cada vértice é visitado exatamente uma vez e apenas pode fazer parte de uma rota [8][9].
- Numa rota, o somatório das procura dos vértices não pode exceder a capacidade máxima do veículo [8][9].

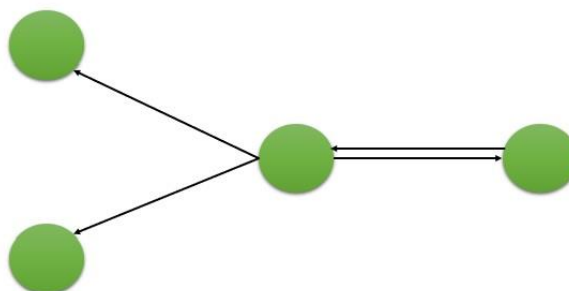
Dependo da natureza do grafo, o problema VRP pode ser simétrico ou assimétrico. O VRP simétrico é definido quando existe um grafo direto, ou seja, quando existem arcos de ligação diretos entre todos os vértices do mesmo grafo, e se verifica a condição  $c_{ij} = c_{ji} \forall (i, j) \in V$ . No grafo direto é comum serem utilizados *edges* em vez de arcos [8][9].

Por oposição, o grafo é considerado assimétrico quando não se verifica a condição anterior. Ou seja, o grafo é assimétrico quando o custo entre o vértice  $i$  e o vértice  $j$  é diferente do custo de deslocamento do vértice  $j$  para o vértice  $i$  [8][9].



**Figura 2** Representação de um grafo completo.

Os grafos podem ainda ser completos, caso existam ligações entre todos os vértices (ver Figura 2) ou incompletos, caso um ou mais vértices não possuam ligação aos restantes (ver Figura 3).



**Figura 3** Representação de um grafo incompleto.

### 2.1.3. TRAVELLING SALESMAN PROBLEM

O problema VRP, de uma forma mais simplista, pode ser descrito como a composição de vários *travelling salesman problems* (TSP). Ou seja, um TSP para cada veículo.

O TSP, denominado em português por “Problema do Caixeiro Viajante”, é um problema de otimização combinatória. Sendo um problema fácil de descrever, mas difícil de resolver, integra, assim como o VRP, a classe de problemas *NP-Hard*. Por essa razão, é muitas vezes utilizado para testar algoritmos de otimização [10].

Na sua vertente mais comum, dado um conjunto de cidades com arcos entre as mesmas que possuem custos, distâncias ou tempos associados a cada arco, pretende-se que a rota descrita pelo caixeiro seja a mínima, de entre todas as rotas possíveis. Isto é, tenciona-se que, partindo de um depósito, o caixeiro visite todos os locais uma única vez e regresse ao depósito de onde partiu, tendo como solução a ordem pela qual deve visitar as cidades. Desta forma, tomando com exemplo o mapa da Figura 4, o caminho ótimo para o caixeiro, partindo da cidade A e percorrendo todas as cidades seria: A>B>C>E>D>A [10].

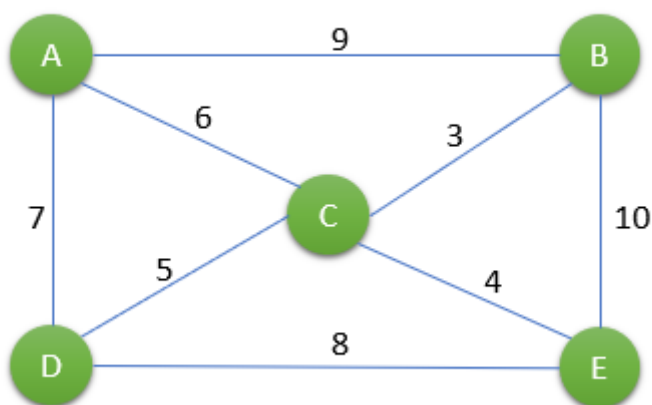


Figura 4 Mapa de um TSP [10]

Como referido anteriormente, o TSP com múltiplos caixeiros viajantes (mTSP) pode ser visto como um relaxamento de um VRP. No mTSP, as restrições relativas à capacidade de veículos não são tomadas em consideração, ou são removidas. No entanto, para Bektas [11]

o mTSP continua a ser um problema de otimização com relevância e comporta algumas variações presentes na Tabela 2.

**Tabela 1** Variações do mTSP [11]

<b>Variante</b>	<b>Descrição</b>
Múltiplos depósitos	Aloca-se um conjunto de agentes a cada depósito. Assim, cada caixeiro pode retornar ao depósito de onde partiu ou retornar a qualquer um dos depósitos, desde que o número de caixeiro em cada depósito se mantenha.
Número de caixeiros viajantes	O número de caixeiros viajantes do problema pode ser variável ou fixo.
Custos fixos	Existe um custo associado para cada caixeiro, caso seja utilizado na solução. É utilizado apenas quando o número de caixeiros não é fixo.
Janela Temporal	Quando a visita a certos nós necessita de ser realizada dentro de períodos temporais específicos.

Berk [11] defende que, para além das variações referidas na Tabela 1 podem ainda ser adicionadas variações do mTSP que contenham restrições adicionais, por exemplo, para limitar a quantidade de nós a serem visitadas por cada caixeiro ou para limitar as distâncias máximas.

#### **2.1.4. VARIAÇÕES DO VRP CLÁSSICO**

O VRP clássico é um problema extensivamente estudado na comunidade científica, e a partir do qual, tendo por base componentes comuns a todos os VRP, como veículos ou depósitos, é possível obter diferentes variantes com a adição de vários tipos de restrições e definição de objetivos específicos para cada problema. Para os autores, Vigo e Toth [12] e Farahani *et al.*[13] os tipos mais comuns de VRP são os representados na Tabela 2.

Para além das variantes apresentadas na tabela anterior, existe ainda um caso particular do VRP com janela temporal, denominado VRP com deadlines (VRPD). Nesta vertente, em vez de uma janela temporal, cada cliente deve ser abastecido antes do prazo de entrega que lhe

foi alocado. Neste sentido, qualquer algoritmo que resolva um VRPTW também resolve um VRPD, com as devidas alterações [12][13].

**Tabela 2 Variantes mais comuns de VRP [12] [13]**

<b>Variante</b>	<b>Descrição</b>
VRP (CVRP)	Versão mais simples do VRP, onde a capacidade de cada veículo é limitada.
VRP capacitado e limitado em distância (DCCVRP)	Versão do VRP onde, para além das limitações de capacidade, é limitada a distância máxima de cada rota.
VRP com janela temporal (VRPTW)	Versão do VRP semelhante ao mTSP com janela temporal. Nesta versão, os clientes devem ser visitados dentro de um período temporal definido e o veículo tem que permanecer no cliente até ao fim do serviço.
VRP com <i>Backhauls</i> (VRPB)	Versão do CVRP onde os clientes, podem ou ser abastecidos ou retornar produtos. Existe uma divisão entre os dois tipos de cliente e as entregas são sempre realizadas antes do retorno de produtos por parte dos clientes.
VRP com entrega e recolha (VRPPD)	Versão do VRP semelhante ao VRPB, mas com utilização de veículos heterogéneos para entrega e recolha de produtos.
VRP aberto (OVRP)	Versão do VRP, referido no subcapítulo 2.1.2, onde os veículos não têm obrigatoriamente que voltar ao depósito de onde partiram quando iniciaram a rota.
VRP com múltiplos depósitos (MDVRP)	Versão do VRP onde existe mais do que um depósito. Cada depósito possui um conjunto de veículos associado. Os clientes são visitados apenas por um desses veículos com origem em qualquer que seja o depósito.
VRP com frota mista (MFVRP)	Versão do VRP onde a frota é composta por veículos heterogéneos. Isto é, os veículos não possuem todos a mesma capacidade. Para além da diferença em termos de capacidade, os veículos possuem diferentes custos (fixos e variáveis) associados.
VRP com entrega dividida (SDVRP)	Versão do VRP onde, ao contrário do problema clássico, os produtos a serem entregues podem ser divididos por vários veículos. Utilizado para redução de custos associados ao transporte.

Além disso, os autores Farahni *et al.* [13] referem ainda três variantes do problema VRP que não constam na tabela anterior e que são: o VRP periódico, o VRP estocástico e o *fuzzy* VRP. No entanto, os autores não fazem referência ao VRP consistente (ConVRP) e apenas se focam nos VRP *off-line*, excluindo também o *On-line* VRP.

Segundo Kovacs *et al.* [14], o VRP consistente é uma variação do problema clássico, presente em empresas que pretendam que os clientes sejam sempre visitados pelo mesmo condutor na mesma rota, podendo obter assim uma vantagem competitiva. Deste modo, no ConVRP a ordem de visita aos clientes é estática, os mesmos veículos percorrem as mesmas rotas e os clientes são abastecidos nos mesmo períodos horários, independentemente dos dias [14].

No que diz respeito ao *On-line* VRP, segundo Lipmann [15], esta variante é utilizada quando a informação sobre os pedidos não é estática e conhecida desde o início. Isto é, o estado do sistema é atualizado constantemente, em tempo real, e os pedidos são servidos, implicando que o sistema consegue apenas servir um pedido de cada vez, sem saber ao certo quando pedidos vão existir. Como tal, as rotas são calculadas para um intervalo temporal definido, sabendo que as ações executadas no sistema não podem ser anuladas. Devido à natureza dos pedidos, o *On-line* VRP é também uma variante do VRP bastante comum em empresas [15].

## **2.2. MÉTODOS EXATOS**

O VRP, assim como o TSP, integra a classe de problemas, denominada de *Non-Deterministic Polynomial Time – hard (NP-hard)*. Ou seja, integra uma classe de problemas cuja resolução possui uma ordem de complexidade que aumenta de forma mais do que polinomial com o aumento da dimensão. Assim, este tipo de problemas, quando composto por um grande conjunto de dados não podem ser resolvidos de forma determinística em tempo polinomial [16] [17].

No entanto, mesmo para problemas de pequenas dimensões, em que existam poucos dados na instância ou exista uma quantidade reduzida de veículos, continua a ser possível obter a solução ótima ou soluções ótimas. Neste sentido, existem alguns métodos de cálculo que são utilizados para a resolução de problemas NP-hard, como é o caso dos métodos exatos ou dos métodos heurísticos. Os primeiros, como o próprio nome indica, são utilizados para obtenção

de uma solução exata ou ótima, enquanto que os métodos heurísticos são utilizados para obtenção de soluções que, apesar de não serem ótimas, são admissíveis ao problema [18].

Não obstante, os métodos heurísticos têm sido impulsionados com a utilização de computação evolucionária para a resolução de problemas complexos de otimização. Prevê-se, portanto, uma vantagem na utilização de métodos heurísticos que, segundo Pereira e Tavares [4], são métodos mais confiáveis e eficientes para resolução de VRP.

### 2.2.1. CATEGORIAS DOS MÉTODOS EXATOS

Segundo os autores Laporte e Norbert [18] os métodos exatos de cálculo podem ser divididos em três categorias, nomeadamente: métodos de pesquisa direta em árvores, programação dinâmica (PD) e programação inteira (PI). Este último método pode ainda ser dividido em: formulações de particionamento de conjuntos, formulações de fluxo de veículos e formulações de fluxo de comodidade.

Começando pelo método de procura direta em árvore, Laporte e Norbert [18] definem este método como a utilização de uma árvore de *Branch & Bound* para construir, sequencialmente, as rotas de veículos. Este método, possui duas variantes, nomeadamente *branching on arcs* e *branching on routes*.

A primeira variante foi descrita inicialmente por Christofides e Eilon [19], em 1969 através da aplicação a um problema TSP, onde os ramos da árvore eram criados através da inclusão ou exclusão de um arco na solução. Os autores apenas testaram e resolveram dois problemas, com um número de clientes bastante reduzido. Por sua vez, a segunda variante, *branching on routes*, define cada nível da árvore com uma nova rota de um veículo. Isto é, cada nó da árvore corresponde a um conjunto de rotas de veículos sendo que a quantidade de níveis existentes na árvore, é dada pela quantidade de veículos no problema [20].

Christofides *et al.* [20] no ano de 1981, desenvolveram melhorias para os métodos de pesquisa direta em árvore e resolveram dez problemas, com até 25 clientes, obtendo sempre uma solução ótima. Contudo, os autores afirmam que uma solução ótima foi obtida devido à quantidade reduzida de clientes e restrições utilizadas no problema.

Relativamente a programação dinâmica, Bellman [21] que introduziu o conceito, define-o como um método para resolução de problemas complexos que se baseia na divisão de um problema, em subproblemas de menores dimensões e mais facilmente resolúveis.

Assim, procede-se à resolução desses subproblemas encontrando uma solução ótima. Aumentando gradualmente as dimensões destes, encontra-se a solução ótima atual com base na solução do problema anterior. Procede-se desta forma até que uma solução ótima para o problema original tenha sido encontrada, o que implica que o problema original é resolvido na sua totalidade [22].

Laporte e Norbert [18] referem utilizações de programação dinâmica para a resolução de problemas CVRP, TSP com janela temporal e problemas *dial-a-ride*, entre outros. Este último tipo de problemas pode ser definido, de uma forma geral, como  $n$  grupos de clientes que necessitam de “boleia” do sítio onde se encontram, para outro local. Para isso é necessário utilizar rotas ótimas, tendo em conta restrições específicas que sejam definidas, sabendo que a origem e o destino são locais distintos [18].

Por fim, a programação linear é descrita pelos autores Bazarra, Jarvis e Sherali [23] como uma forma de resolução de problemas que consiste na minimização ou maximização de uma função linear, que é condicionada por restrições lineares que podem forçar igualdades e/ou desigualdades. Assim, a programação linear inteira ou programação inteira é um caso de programação linear em que as variáveis de decisão presentes no problema, apenas tomam valores inteiros e superiores a zero. Para grande parte dos problemas VRP, existe uma formulação matemática cuja função linear, denominada por função objetivo, tem o objetivo de minimizar custos, distâncias ou tempos e está sujeita a restrições de igualdade utilizadas para representar características do problema real.

Desta forma, tendo em conta o problema seguinte, retirado de [23], descrito como:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_j, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (3)$$

Segundo os mesmos autores, no seu livro em [23], este problema pode ser descrito sob a forma de matrizes, considerando:  $x$  como um vetor coluna com valor de  $x_1$  até  $x_n$ ,  $b$  como

um vetor coluna de  $b_1$  até  $b_n$  e  $A$  uma matriz com valores em  $(i, j)$ , de  $a_{11}$  até  $a_{mn}$ . Assim, a forma geral de representação deste tipo de problemas seria:

$$\text{Minimizar} \quad Cx \quad (4)$$

$$\text{sujeito a:} \quad Ax = b \quad (5)$$

$$x \geq 0 \quad (6)$$

Para modelos de programação linear inteira, um dos métodos utilizados é o método *Simplex*, que se apresenta como um método matricial para a resolução destes modelos, quando se encontram na forma normal. No entanto, como o VRP é um problema NP-hard, de forma a ser possível obter soluções utilizando métodos exatos, é necessário recorrer a métodos como *Branch and Bound*, *Branch and Price*, *Branch and Cut*, entre outros [22] [23].

### 2.2.2. ALGORITMOS MAIS UTILIZADOS

Um dos métodos exatos mais comuns para resolução de problemas NP-hard, como o VRP, é o método de *Branch-and-Bound*.

Para Clausen [24] o método de *Branch-and-Bound* (B&B) é um algoritmo que encontra a solução ótima através de uma procura no espaço total de soluções. Este espaço de soluções é dividido em subespaços, que podem ser vistos como nós. A cada iteração, para estes subespaços, são calculados limites inferiores para o custo das soluções, também denominados por *lower bounds*, e é utilizado o valor atual da solução para excluir os ramos que possuam custos inferiores a esses limites. Este método é iterativo e realiza-se até que a solução ótima seja encontrada ou até que o valor do custo encontrado não seja melhor que os limites inferiores para cada subespaço. Cada iteração é, portanto, composta por três componentes que não possuem ordem fixa e que são: seleção dos nós, cálculo dos limites inferiores e ramificação (“subdivisão do espaço de solução de um nó em vários subespaços para serem explorados na próxima iteração”) [24].

Dastghaibifard *et al.* [25] propõem um novo algoritmo *Branch-and-Bound* para resolver o VRP apresentado por Dantzig e Ramser em [5]. Os autores focaram-se também na capacidade de paralelismo oferecida pela utilização de vários computadores, em comparação

com a utilização de múltiplos processadores, com o intuito de reduzir o tempo de execução do algoritmo. Assim, os autores testaram 14 instâncias presentes na literatura para o CVRP e conseguiram obter soluções ótimas com um tempo máximo de execução do algoritmo de 30 minutos [25].

Segundo Mitchells [26], o algoritmo de *Branch-and-Bound* pode também ser utilizado em simultâneo com o método de planos de corte, formando assim um algoritmo denominado por *Branch-and-Cut*. Neste sentido, o autor defende que a utilização de planos de corte é vantajosa uma vez que permite “melhorar a relaxação do problema para melhor aproximar o problema de programação inteira” [26].

Iori, Gonzalez e Vigo [27] propuseram uma aproximação utilizando um algoritmo de *Branch- and-Cut* aplicado a um problema do CRVP simétrico com restrições de carga bidimensionais, com o intuito de minimizar o custo total das rotas. Numa segunda fase é utilizada uma heurística para melhorar a performance do algoritmo. Os autores testaram o algoritmo desenvolvido utilizando várias instancias, presentes na literatura, referentes a CVRP com até 35 clientes e até um máximo de 100 produtos. Desta forma, afirmam que para instancias com, no máximo 25 clientes, foram encontradas soluções em menos de uma hora de tempo computacional. As restantes instâncias, com exceção de 5 casos, foram todas obtidas num período de 24 horas [27].

De acordo com Barnhart *et al.* [28], se em vez de serem geradas linhas denominadas por planos de corte, existentes no algoritmo de *Branch-and-Cut*, forem geradas colunas, obtém-se um novo algoritmo denominado por *Branch-and-Price*. No entanto, os autores defendem que os procedimentos de *pricing* e *cutting* são complementares, pelo que podem existir em simultâneo, tornando mais forte a relaxação linear. Os algoritmos que combinam ambos os procedimentos são denominados por algoritmos de *Branch-and-Cut-and-Price* [28].

Ozbaygin *et al.* [29] formularam um problema de VRP com localizações móveis como um problema de particionamento de conjuntos e desenvolveram um algoritmo *Branch-and-Price* para o resolver. O objetivo do VRP neste estudo foi encontrar a solução ótima para as rotas que minimizassem o custo de cada veículo, tendo em conta dois tipos de destinos. Os autores testaram o algoritmo com várias instâncias, com um limite temporal de execução do algoritmo de duas horas para até 60 clientes e até seis horas para 120 clientes e concluíram

que o algoritmo implementado obtinha reduções de custos na ordem dos 20%, face a outros métodos [29].

Assim, os melhores algoritmos com métodos exatos para a resolução de problemas VRP, são, segundo Fukusawa *et al.* [30], aqueles que utilizam *Branch-and-Cut* ou aqueles que utilizam geração de colunas (*Branch-and-Price*). Por essa razão, os autores propõem um algoritmo que junta ambos os métodos, formando um algoritmo de *Branch-and-Cut-and-Price* para um problema CVRP. O algoritmo proposto resolveu instâncias da literatura com, até um total de, 135 vértices, até à otimalidade [30].

Por sua vez, os autores Longo, Poggi de Aragão e Uchoa [31] propuseram um algoritmo de *Branch-and-Cut-and-Price* para transformar o *Capacitated Arc Routing Problem* (CARP) num problema CVRP, facilitando assim a sua resolução. Os autores afirmam que a transformação proposta possui melhorias relativamente à proposta por Assad, Pearn e Golden [32] para o *chinese postman problem* (CPP). Quanto a resultados obtidos, os autores declaram que para as instâncias testadas, foram obtidas melhorias relativamente a limites inferiores e tempos de execução reduzidos para o algoritmo. No entanto, propõem como um desenvolvimento posterior a utilização de planos de corte que tenham em consideração a estrutura do CARP [31].

### **2.3. ABORDAGENS HEURÍSTICAS**

As heurísticas são uma abordagem que não garante que a solução encontrada corresponda a uma solução ótima do problema, mas sim que permite obter uma solução admissível ou que esteja entre as melhores soluções. De uma forma geral, as heurísticas podem ser agregadas em dois tipos: heurísticas construtivas, quando são utilizadas para gerar uma solução admissível, e heurísticas de melhoramento, quando é necessário melhorar uma solução inicial já existente. Para problemas específicos pode ser necessário utilizar ambos os tipos de heurísticas simultaneamente, havendo uma fase para construção e uma fase para melhoramento [33][34].

Por vezes, a solução dos algoritmos com heurísticas construtivas ou das heurísticas de pesquisa local têm em conta a utilização de estratégias para a redução do número de veículos. Neste casos, associando cada rota a um veículo, a minimização da quantidade de rotas necessárias corresponde à minimização do número de veículos utilizados [33] [34].

### 2.3.1. HEURÍSTICAS CONSTRUTIVAS

As heurísticas construtivas baseiam-se na seleção de genes, com o intuito de minimizar custos, até que seja encontrada uma solução admissível. O método de seleção pode ser realizado de forma sequencial ou de forma paralela. Se for realizado de forma sequencial, a seleção é feita para cada rota enquanto que, se for selecionada de forma paralela, a seleção é realizada para várias rotas simultaneamente [33] [34].

Uma das heurísticas mais conhecidas para o VRP é a heurística de Clarke e Wright [35]. Neste estudo os autores propõem uma heurística econômica, que comporta uma versão sequencial e uma versão paralela, para o cálculo de rotas ótimas de uma frota de caminhões. Relativamente a resultados apresentados, os autores não referem se os resultados correspondem à versão sequencial da heurística ou à versão paralela [34] [35].

Nas duas décadas seguintes, surgiram várias propostas de melhoria para o algoritmo de Clarke e Wright [35] que insidiam na redução do tempo de execução do algoritmo e na redução da memória utilizada para o cálculo. No entanto, para Laporte *et al.* [34], as melhorias apresentadas relativas à diminuição do tempo de computação, são cada vez menos justificadas, tendo em conta a capacidade computacional que existe atualmente.

Para além da redução do tempo de cálculo dos algoritmos, é também importante otimizar a convergência das rotas calculadas. Como tal, Wark e Holt [36] propuseram uma forma de melhorar a convergência no cálculo das rotas com recurso a uma nova heurística de combinação repetida. Os autores afirmaram que testaram a heurística desenvolvida para 14 instâncias de referência na literatura e obtiveram os melhores resultados para 7 desses problemas, sendo que a heurística apresentada não conseguiu igualar ou melhorar o resultado, apenas para três das 14 instâncias testadas. A heurística desenvolvida requer, no entanto, bastante tempo computacional, que pode ser reduzido caso o cálculo das rotas passe a ser realizado de forma paralela, apesar de poder perde a solução[36].

Neste sentido, existem várias heurísticas construtivas para a resolução de CVRP, como é o caso de heurística de Gillett e Miller [37], introduzida em 1974 e denominada por *sweep algorithm*. Segundo os autores, o algoritmo utiliza as coordenadas retangulares das localizações para obtenção de um ângulo polar, formando assim vários *clusters* (conjuntos de clientes adjacentes) com centro no depósito. De seguida, para cada *cluster*, é obtida uma

rota através da resolução de um TSP. Pode ainda existir uma fase de pós-otimização de rotas, que resulta da troca de vértices entre clusters adjacentes [34] [37].

O algoritmo é, assim, composto por duas partes que funcionam como descrito anteriormente e que são denominadas por: *forward sweep* e *backward sweep*, respetivamente. A *backward sweep* funciona de semelhante à *forward sweep*, com a particularidade de formar as rotas pela ordem inversa. Segundo os autores, o algoritmo desenvolvido obtém resultados computacionais superiores aos obtidos por Christofides e Eilon em [19] apesar de não ser tão eficiente como o algoritmo destes [37].

### **2.3.2. HEURÍSTICAS DE MELHORIA**

As heurísticas de melhoramento têm por base a melhoria de uma solução, com recurso ao conceito de vizinhança. Assim, a alteração de atributos de uma solução, como arcos de ligação entre nós, permite criar uma solução vizinha que é, posteriormente, comparada com a solução atual. Se a solução vizinha for, de alguma forma, melhor do que a solução existente, a solução vizinha passa a ser a nova solução atual e a procura continua. É comum existirem critérios que restringem a criação de vizinhos, que podem estar dependentes do facto de os vizinhos obtidos apresentarem reduções no valor da função objetivo, como é o caso dos métodos de *local search* ou pesquisa local. Estes métodos podem obter mínimos locais que se distanciam da solução ótima global [33] [38].

Shaw [38] propôs um método de pesquisa local aplicado a vários problemas VRP, incluindo o CVRP, que denominou por *Large Neighbourhood Search* (LNS). Segundo a autor, o método LNS baseia-se num processo de relaxação e otimização contínua. Assim, o método explora uma grande vizinhança na solução, selecionando um conjunto de visitas a clientes para remover do plano de rotas, reinserindo essas visitas com recurso a uma pesquisa em árvore. A pesquisa em árvore utilizada é baseada em restrições, pelo que o método LNS combina a utilização de programação com restrições ou *constraint programming* (CP) com a técnica de pesquisa local [38]. Para o problema CVRP, o método LNS foi testado para 18 instancias, contento 3 instancias correspondentes a problemas reais. Neste sentido, Shaw afirma que para os 18 casos testados: a solução encontrada foi igual à melhor solução publicada em 8 dos casos, foi melhorada em 3 dos casos e não obtida em 7, por exceder o limite temporal definido [38].

Thompson e Psaraftis [39] propuseram a aplicação de uma nova classe de algoritmos de pesquisa em vizinhança, denominados por *cyclic transfers* ou transferências cíclicas, para VRP com múltiplos veículos. Desta forma, é utilizado um esquema “*b-cyclic, k-transfer*”, no qual  $b$  rotas são rearranjadas de forma cíclica e  $k$  clientes de cada rota são deslocados para a rota seguinte na permutação cíclica [34] [39]. Assim, a aplicação de sequências específicas, que variem o parâmetro  $b$  ou que alterem o parâmetro  $k$  entre 1 e 2, possui influência nos resultados obtidos. Contudo, segundo os autores, os métodos de transferência cíclica obtiveram resultados similares ou superiores aos obtidos para outros algoritmos heurísticos como a heurística económica de Clarke e Wright [35] ou o algoritmo *sweep* de Gillet e Miller [37] [39].

Van Breedam [40] define e classifica quatro operações de melhoria de soluções baseadas em trocas com 2 ciclos, que denomina por: “string cross”, “string exchange”, “string relocation” e “string mix”, respetivamente. Estas operações são utilizadas para obter soluções vizinhas, partindo de uma solução existente. Por conseguinte, foram analisados resultados para um conjunto de testes reduzido, de apenas 15 instâncias. Segundo o autor, a utilização de um conjunto reduzido de instâncias justifica-se devido à complexidade em relacionar o comportamento dos parâmetros com as características da instância, bem como devido ao elevado tempo computacional requerido por cada heurística de melhoramento testada [34] [40].

## **2.4. META-HEURÍSTICAS**

Meta-heurísticas são algoritmos, geralmente inspirados na natureza, que combinam heurísticas para obtenção de uma solução próxima da solução ótima. São especialmente utilizadas em problemas de otimização complexos, como o problema VRP, porque exploram o espaço de soluções admissíveis e o espaço de soluções potencialmente boas para a resolução do problema. Por essa razão, são também bastante utilizadas para a resolução de problemas de otimização que incluam informação estocástica, incompleta ou imperfeita [41].

Estes métodos iterativos, surgem como alternativas às abordagens clássicas pelo facto de permitirem obter soluções boas e próximas da solução ótima, para problemas reais com um considerável quantidade de dados, num tempo computacional reduzido [41]. No entanto,

como necessitam de um operador de pesquisa local, estão condicionadas pela forma como a vizinhança esta estruturada, bem como pelo método heurístico utilizado [33][41].

Assim sendo, as meta-heurísticas partem de duas classes: pesquisa local e pesquisa global. Na primeira classe de meta-heurísticas estão englobadas: *Tabu Search* (TS), *Simulated Annealing* (SA), *Greedy Randomized Adaptative Search Procedures* (GRASP) e *Variable Neighborhood Search* (VNS), entre outras [41].

Para a classe de pesquisa global, existem meta-heurísticas baseadas no conceito de população, tal como: Algoritmos Genéticos (GA), Colônia de Formigas (ACO) e Enxame de Partículas (PSO)[41], etc.

#### 2.4.1. CONCEITOS DE COMPUTAÇÃO EVOLUCIONÁRIA

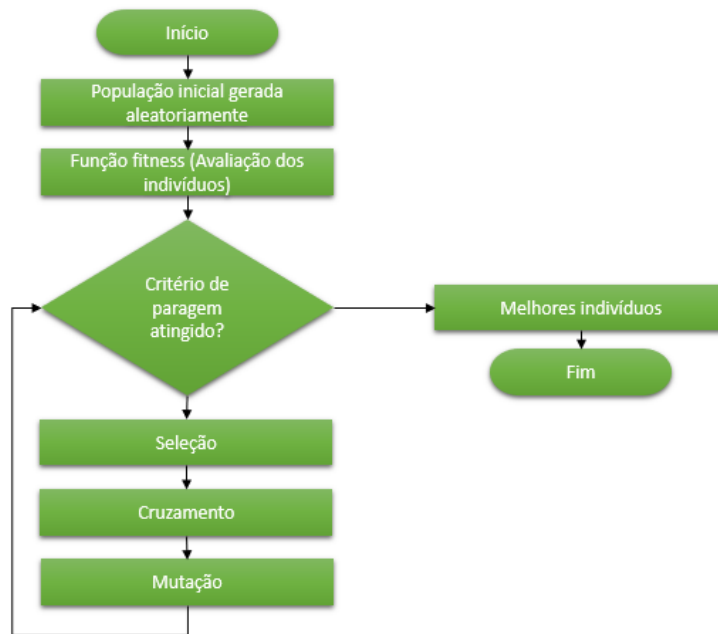
As meta-heurísticas inspiradas em conceitos da natureza fazem parte de um ramo da inteligência computacional, mais propriamente da computação evolucionária, que comporta algoritmos e métodos heurísticos de otimização que têm por base a teoria evolutiva de Darwin. Assim, os algoritmos evolucionários utilizam conceitos semelhantes aos conceitos de sobrevivência do mais apto através da transmissão de características presentes no código genético do cromossoma e conceitos de evolução de populações, como representado na Tabela 4 [41] [42].

**Tabela 3 Analogia entre a natureza e a computação [42]**

Natureza	Computação
Cromossoma	Matriz de dados
Indivíduo	Solução
Geração	Iteração ou ciclo
População	Conjunto de soluções

De uma forma geral, o paradigma de algoritmos genéticos (GAs) descreve de maneira simplista o funcionamento das meta-heurísticas. Os algoritmos genéticos, desenvolvidos por John Holland na década de 1960, são um método que utiliza o conceito de “seleção natural” para gerar soluções próxima da solução ótima, quando aplicados a problemas de otimização [42] [43].

O funcionamento dos GAs pode ser descrito de acordo com o fluxograma da Figura 5, adaptado do pseudocódigo de Reeves [43].



**Figura 5 Fluxograma de um Algoritmo Genético [39]**

O funcionamento dos GAs é sequencial e iterativo. Assim, partindo do fluxograma anterior, define-se o espaço de pesquisa de um algoritmo genético como a população inicial, composta por soluções primárias, que podem ser geradas de forma aleatória. É comum os genes, que constituem as soluções, serem representadas por sequências binárias de *bits* [43].

De seguida, utiliza-se uma função de aptidão, também denominada por função *fitness*, para avaliar a aptidão de cada solução ao problema que se pretende otimizar. Se o critério de paragem ainda não estiver satisfeito, selecionam-se os indivíduos com melhores valores *fitness* para serem pais. Utilizam-se, então, os operadores genéticos de cruzamento e mutação para gerar as novas soluções, que são os indivíduos da geração seguinte. O cruzamento, analogamente ao processo natural, corresponde a trocar genes de um individuo pai com os genes de outro individuo pai, de forma a gerar um descendente. Pode ser realizado utilizando um ponto de cruzamento (*single-point crossover*) ou dois pontos de cruzamento (*double-point crossover*) e, em GA, consiste na troca de bits entre *strings* de soluções que tenham sido selecionadas. Para o operador de mutação, é alterado o valor de um alelo presente no gene. Ou seja, neste caso corresponde à mudança do valor de um *bit* de 0 para 1, ou de 1 para 0, dependendo da situação [42] [43].

Cada geração corresponde a uma iteração do algoritmo. Com isto, se a solução ainda não tiver atingido o critério de paragem, realiza-se uma nova iteração [42] [43].

#### **2.4.2. PESQUISA TABU (TS)**

Glover [44] introduziu a TS como uma técnica melhorada de pesquisa local, que pode ser utilizada conjuntamente com outros métodos, de forma a permitir que estes não fiquem presos numa solução ótima local. Para isso, é utilizada uma lista *tabu* para guardar solução já visitadas. Assim, esta técnica mantém memória relativamente a soluções visitadas e à ordem dessas visitas, o que permite restringir a movimentação entre soluções vizinhas. Segundo Glover, a pesquisa *tabu* funciona iterativamente e explora o espaço de soluções presentes em vizinhanças de tamanho variável. A cada iteração a vizinhança é ajustado de forma a eliminar soluções que permitam movimentos proibidos [44] [45].

Xu e Kelly [46] aplicaram a pesquisa *tabu* ao problema VRP, utilizando um modelo baseado em fluxo de rede e um procedimento de troca de vértices entre rotas. Neste sentido, os autores consideraram uma estrutura de vizinhanças capaz de conduzir à solução ótima e o reposicionamento de alguns vértices em rotas diferentes, tendo em conta as restrições de capacidade dos veículos. Neste estudo, a pesquisa *tabu* foi utilizada para melhorar um processo de trocas *3-opt*, devido à utilização de memória para reiniciar a pesquisa periodicamente com novos parâmetros, impedindo que o algoritmo ficasse preso no ótimo local. Os autores testaram o algoritmo em várias instancias de referência, obtendo soluções semelhantes às melhores soluções conhecidas. [46].

#### **2.4.3. ARREFECIMENTO SIMULADO (SA)**

Kirkpatrick *et al.* [47] propuseram um algoritmo baseado na analogia entre a procura por estados físicos com energia mínima para o arrefecimento de sólidos e a procura por custos mínimos em problemas de otimização combinatória. Surgiu assim a meta-heurística de arrefecimento simulado (SA), que os autores aplicaram a um problema TSP [47].

Neste algoritmo, que surge como uma vertente da pesquisa local, é utilizada uma solução inicial aleatória, é realizada uma escolha aleatória de vizinhos e a aceitação das soluções está dependente de uma determinada probabilidade, caso estas soluções possuam um custo superior ao custo atual [47].

Para além da solução inicial gerada aleatoriamente ou não, é também necessário definir uma temperatura inicial, de forma a que a pesquisa realizada no espaço de soluções seja orientada para a solução ótima. De seguida, em cada iteração é selecionada a solução que se encontra na vizinhança da atual solução, que é aceite ou não, dependendo do seu custo ser minimamente melhor do que o custo da solução atual, ou dependendo de uma probabilidade que tenha em conta o esquema de arrefecimento definido. Quanto ao critério de paragem, este pode ter em conta duas vertentes: uma quantidade de soluções sem que exista diminuição na temperatura ou até que as soluções sejam menores que um determinado limite inferior [33] [47].

Van Breedam [48], no ano de 1995, desenvolveu um método baseado em SA, aplicado ao problema VRP de forma a comparar a sua eficiência face a outras heurísticas e meta-heurísticas. O foco deste estudo eram os métodos de melhoria presentes no algoritmo de SA que permitem explorar a vizinhança e, partindo de uma solução inicial, realocar ou rearranjar clientes entre rotas. O autor concluiu que o método desenvolvido baseado em SA conseguiu igualar as melhores soluções publicadas para vários problemas, apesar do elevado tempo computacional requerido pelo mesmo [48].

#### **2.4.4. GREEDY RANDOMIZED ADAPTATIVE SEARCH PROCEDURES (GRASP)**

Por sua vez, a meta-heurística GRASP foi introduzida por Feo e Resende [49] para ser utilizada em processamento paralelo, aumentando a eficiência do mesmo. É uma meta-heurística que utiliza pesquisa gulosa. Ou seja, utiliza um tipo de pesquisa que procura encontrar os ótimos locais em cada iteração. Assim, o GRASP funciona de forma iterativa, aleatória e é de implementação simples, uma vez que possui uma quantidade reduzida de parâmetros. Além disso, cada iteração do método é composta por duas fases, que correspondem a uma fase construtiva e uma fase de pesquisa local em vizinhanças [49].

Na fase construtiva do GRASP é contruída uma solução inicial, elemento a elemento, com recurso a uma função gulosa e aleatória. Esta função é utilizada para selecionar aleatoriamente um dos melhores elementos, ordenado sob a forma uma lista tendo em conta os seus benefícios. Estes benefícios são atualizados em cada iteração e os elementos que apresentem melhores benefícios são guardados na lista denominada por *restricted candidate list* (RCL) [49]. Na segunda fase é utilizada pesquisa local para melhorar as soluções da fase

anterior, uma vez que os elementos escolhidos não possuem garantias de estarem presentes em soluções ótimas locais [49].

Marinakakis [50] propôs uma variação do método GRASP aplicada ao CVRP. Nesta variação, é incorporada no método GRASP uma estratégia de expansão da pesquisa em vizinhanças. Assim, o autor afirma que o método desenvolvido possui diferenças face ao método GRASP em termos de construção de RCL, seleção de elementos para a rota, possibilidade de utilização de várias heurísticas construtivas em simultâneo para obtenção da solução inicial e a possibilidade de alternar entre heurísticas e métodos de pesquisa durante a execução do algoritmo. Neste sentido, o autor aplicou o método desenvolvido a dois conjuntos de instâncias de referência presentes na literatura e defende que os resultados obtidos foram bastante satisfatórios para ambos os conjuntos [50]

#### **2.4.5. PESQUISA EM VIZINHANÇA VARIÁVEL (VNS)**

A VNS é uma meta-heurística proposta por Mladenovic e Hansen [51] em 1997, com o intuito de ser aplicada a problemas de otimização combinatória, e cujo princípio de funcionamento se baseia na exploração sistemática de vizinhanças distantes da solução atual, movendo-se para a nova solução apenas se existir uma melhoria na qualidade da solução encontrada. Assim, a VNS, ao contrário dos métodos de pesquisa local, não possui uma trajetória de pesquisa definida e é composta por duas fases: uma fase para encontrar o ótimo local e uma fase para sair desse valor [51] [52].

Uma variação da VNS, utilizada para problema em que nem toda a informação é determinística é denominada por *Stochastic Variable Neighborhood Search* (S-VNS). Semelhante à VNS clássica, a S-VNS diverge apenas na forma de avaliação de soluções. Assim, a avaliação é realizada através da comparação de informação estocástica numa amostra de cenários para as procuras de clientes que não tenham sido servidos [52][53].

Sarasola *et al.* [53] propuseram quatro abordagens baseadas em VNS e S-VNS para cenários de problemas VRP com procura estocástica e/ou pedidos dinâmicos. Os autores apresentaram uma comparação entre VNS e S-VNS e concluíram que, para grandes valores de desvios padrão, a S-VNS obtém resultados inferiores à VNS. Apresentaram ainda uma comparação entre o algoritmo S-VNS desenvolvido e a heurística publicada que obteve

melhores resultados para o *Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand* (VRPSD), conseguindo igual 32 das 40 melhores soluções publicadas [53]

#### **2.4.6. OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS (PSO)**

A otimização por enxame de partículas (PSO) é uma meta-heurística populacional, introduzida por Kennedy e Eberhart [54] em 1995, utilizada para a resolução de problemas de otimização combinatória. A PSO, como meta-heurística populacional, é inspirada no comportamento de cardumes de peixe e bandos de pássaros, sendo assim uma técnica pertencente à computação evolucionária [54] [55]

Neste sentido, partilha semelhanças com a técnica de GA, no sentido de gerar uma população aleatória, utilizar uma função de aptidão e utilizar pesquisa no espaço de soluções com recurso a múltiplas gerações. Contudo, diverge da técnica anterior no sentido de não utilizar operadores genéticos, mas sim partículas que correspondem a soluções potenciais. Estas partículas viajam no espaço de soluções, seguindo as partículas que correspondem a soluções ótimas [54] [55].

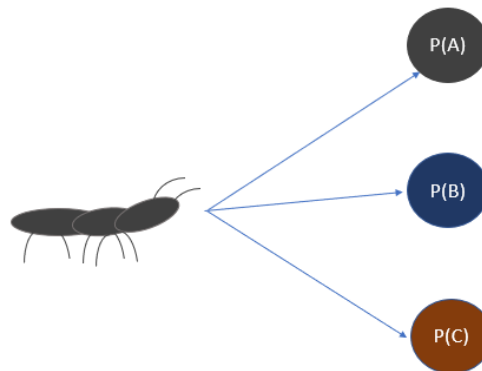
De uma forma geral, o algoritmo funciona através de uma população inicial de partículas, gerada aleatoriamente, que possui uma velocidade e uma posição iniciais. Os valores da posição e da velocidade são atualizados para cada partícula aleatória, pelo que as partículas, registam, individualmente, dois valores: as coordenadas e a sua localização atual, associada ao seu melhor valor, e o melhor valor das partículas na vizinhança. De seguida, cada partícula é acelerada no sentido da sua melhor localização pessoal e global, sendo esta aceleração controlada a cada iteração ou geração. O processo é repetido iterativamente até ser encontrado um critério de paragem [54].

TaoTao e Sheng [56] apresentaram um algoritmo PSO, com múltiplos enxames e evolução de partículas, para a resolução de um problema VRP. Os autores aplicaram o algoritmo PSO desenvolvido a um VRP com apenas um depósito e 7 cidades a percorrer, com recurso a 3 veículos. Segundo os mesmos, o algoritmo desenvolvido apresentou vantagens em termo de velocidade de convergência e precisão para a resolução do VRP desse exemplo [56].

#### 2.4.7. OTIMIZAÇÃO POR COLÓNIA DE FORMIGAS (ACO)

A otimização por colónia de formigas (ACO), assim como a PSO, para além de pertencer à computação evolucionária, pertence a uma classe de métodos populacionais denominados por Inteligência de Enxames. Como o próprio nome indica, esta meta-heurística é baseada no comportamento das formigas na procura de alimento, entre a sua colónia e a respetiva fonte de comida. No sistema natural, as formigas depositam feromonas como forma de definirem os caminhos a serem percorridos por outras formigas. Neste sentido, o caminho que possuir uma maior intensidade de feromonas é o caminho mais favorável [57].

De forma análoga, a meta-heurística introduzida por Dorigo funciona iterativamente utilizando formigas artificiais em cada iteração, que percorrem vértices do problema, criando um caminho que constituem soluções potenciais. A cada passo da construção da solução, as formigas selecionam o próximo vértice do problema de forma probabilística tendo em conta a intensidade de feromonas depositadas, geralmente, em cada vértice. O esquema da Figura 6 representa a seleção de vértices por uma qualquer formiga [57].



**Figura 6 Escolha probabilística de caminho**

No final de cada iteração, e tendo em conta a qualidade das soluções obtidas, os valores das feromonas são atualizados. Desta forma, as soluções obtidas nas iterações seguintes vão tender a ser semelhantes as melhores soluções previamente encontradas [57]. Por essa razão, e tendo em conta a sua estrutura, esta meta-heurística é comumente utilizada para resolver problemas TSP.

Por possuir uma elevada aplicabilidade a problemas de otimização, alguns autores como Bin *et al.* [58] desenvolveram métodos para resolver problemas VRP utilizando ACO. No artigo em [58] os autores propõem uma melhoria ao método ACO utilizando o operador genético

de mutação e uma nova estratégia de atualização de feromonas para resolução de um VRP. Segundo os mesmos, o algoritmo ACO melhorado (IACO) foi comparado com outras cinco meta-heurísticas para a resolução de 14 instâncias de referencia na literatura e provou ser eficiente e eficaz, superando as referidas meta-heurísticas [58].

# 3. DESCRIÇÃO E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo é feita uma descrição do problema, são descritos de forma sumária os processos de pintura e vulcanização na CMIP, é contextualizada a situação atual, e é apresentado o problema proposto. É também apresentado o modelo matemático desenvolvido para a lógica de abastecimento das máquinas.

## **3.1. PROCESSO DE PINTURA**

Na Continental Mabor, a produção dos pneus pode ser descrita, de uma forma simplista, com recurso a 5 fases, nomeadamente: Misturação, Preparação, Construção, Vulcanização e Inspeção final. Estas fases encontram-se divididas em departamentos, sendo que cada departamento é responsável por uma das fases. Para efeitos deste relatório, que foi realizado no Departamento IV (referente à Vulcanização) e cujo foco principal é o transporte de pneus entre os processos de pintura e vulcanização, vão apenas ser descritas as fases referentes ao final da produção, que diz respeito à pintura, e fase referente à vulcanização.

Atualmente, a empresa produz pneus que diferem uns dos outros com base nas características presentes em cada tipo de pneu, sendo algumas dessas características: o peso, as dimensões externas ou velocidade máxima que suportam. Assim, é sabido que existem 190 tipos diferentes de pneus, pelo que cada tipo de pneu é denominado por “artigo”.

Neste sentido, após a produção, os pneus em “verde” são lubrificados, são “pintados” com riscas que identificam e diferenciam os artigos e são paletizados. Por pneus em “verde” entenda-se pneus acabados de produzir, ainda não vulcanizados.

O processo de pintura ocorre em dois espaços distintos da fábrica, que correspondem a centros de oferta, denominados por: “Pinturas 1, 2 e 3” e “Pinturas 4 e 5”, respetivamente. A paletização dos pneus é realizada tendo em conta as dimensões externas dos mesmos, podendo ser agrupados em carros de 12 ou 20 unidades. Existe ainda uma limitação que obriga a que cada carro, independentemente se é de 12 ou 20 unidades, possua apenas um “artigo”. Ou seja, cada carro, independentemente do número de unidades, contem o mesmo tipo de pneu.

### **3.2. PROCESSO DE VULCANIZAÇÃO**

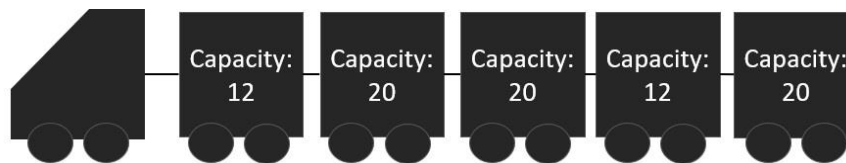
A vulcanização é um processo cuja descoberta é atribuída aos investigadores Charles Goodyear, Thomas Hancock e Nathaniel Hayward, e resultou da necessidade de eliminar a viscosidade e a deformação permanente que ocorria aquando da utilização da borracha no século XVIII. O processo de vulcanização é um processo químico que permite alterar o comportamento deste material, passando de um comportamento plástico para apresentar um comportamento elástico. Por outras palavras, este processo consiste em converter a borracha, fazendo com que não se deforme permanentemente, tornando-a mais dura e mais resistente. É um processo cujo nome deriva da mitologia romana, mais propriamente do deus Vulcano, significando a utilização de componentes existentes em vulcões, neste caso, o enxofre e o calor [59].

Na Continental Mabor, assim como em outras empresas da indústria de pneus, para além da borracha pura, podem ser também utilizados polímeros ou borracha sintética, de modo a aumentar o tempo de vida útil de cada pneu. É comum ainda, serem utilizados catalisadores que permitem acelerar os tempos dos ciclos de vulcanização. As máquinas onde se realiza este processo, são compostas por prensas, que para além das cavidades onde são inseridos os pneus, possuem moldes que são aquecidos, possibilitando que no final do ciclo de

vulcanização, os pneus em “verde” adquiram a forma desejada. Isto acontece, com as máquinas fechadas, e é devido a um diafragma, que existe dentro da máquina, que vai empurrando o pneu contra o molde. Durante este processo, são mantidas tanto as elevadas temperaturas (do diafragma e do molde) como a pressão imposta pela prensa. Na empresa em questão, as pressões e temperaturas de vulcanização variam, estando dependentes do tipo de pneus que cada cavidade esta a consumir. Podem variar entre 150 e 190 graus Celcius e entre 10 e 25 bar de pressão.

### 3.3. SITUAÇÃO ATUAL DE TRANSPORTE

Partindo das Pinturas, efetua-se o transporte dos pneus que é realizado com recurso a rebocadores. Estes rebocadores transportam no máximo 5 carros, procedendo como um comboio logístico, de 12 unidade, 20 unidades ou ambas (i.e., pode transportar alguns carros de 12 unidades e outros de 20 unidades, nunca ultrapassando o limite de 5 carros por rebocador). Assim, um rebocador pode ser representado com na Figura 7.



**Figura 7** Esquema de um rebocador/veículo

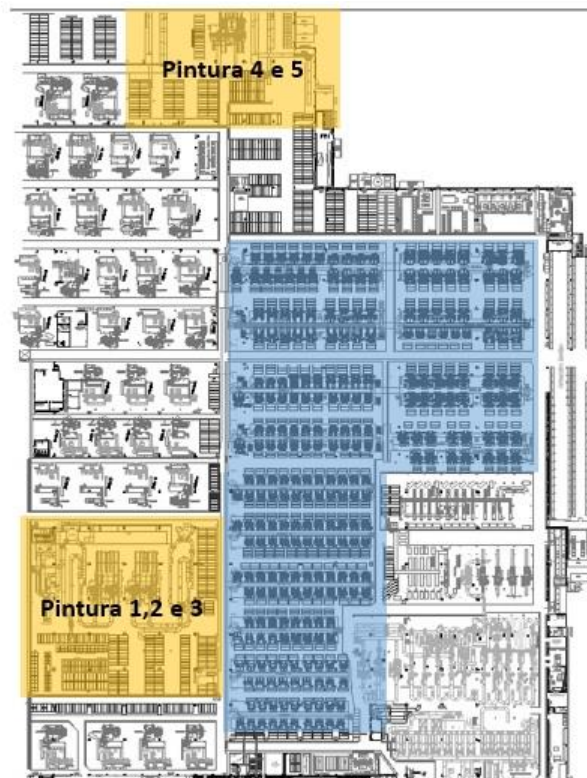
O destino do transporte, está dependente do stock existente, bem como do plano de produção (também denominado por sequenciamento), e poderá ser para uma área de armazenamento intermédia ou para a cavidade que o está a consumir. A menção de um armazenamento intermédio, diz apenas respeito a um conjunto de 2 (no máximo 3) carros que se encontra parado em frente a cada máquina, para facilitar a vulcanização dos pneus.

Existem, atualmente, 538 cavidades, agrupadas duas a duas, o que perfaz um total de 269 máquinas ativas. Por sua vez, os consumos de cada cavidade estão dependentes do ciclo de vulcanização e podem oscilar entre 48 e 140 pneus/dia. Todavia, não é obrigatório que cada cavidade esteja a consumir o mesmo tipo de pneu, podendo uma máquina estar a consumir dois artigos diferentes.

As máquinas encontram-se agrupadas por filas (ver Figura 8), desde a fila A até à fila T. Contudo, desde a fila “M” inclusive e até à fila “T”, existe uma duplicação da quantidade de

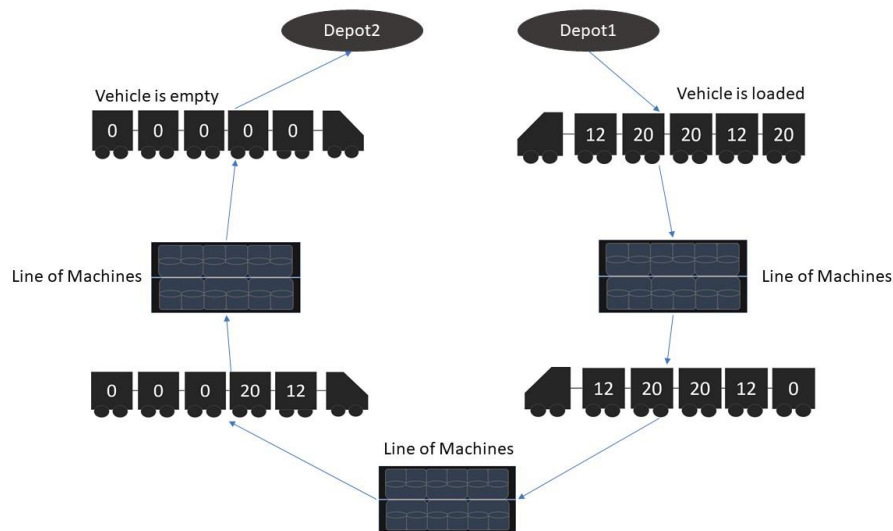
máquinas por fila. Isto acontece devido à existência de mais uma fila em série com a fila respectiva, com denominações desde “M2” até “T2”, respetivamente.

Por fim, a cada rebocador são atribuídas, em média, 30 máquinas para abastecer. Ou seja, definem-se 60 cavidades para estarem associadas a cada um deles, existindo atualmente apenas 9 rebocadores para abastecer as 538 cavidades supracitadas.



**Figura 8** *Layout da fábrica com os depósitos a amarelo e as filas máquinas a azul*

A lógica de abastecimento de cada cavidade está dependente do critério individual de cada rebocador, tendo os mesmos apenas que se organizar na sua distribuição de forma a impedir que alguma máquina, a que estejam associados, pare. Assim sendo, uma rota de um veículo pode ser descrita pela representação da Figura 9.



**Figura 9 Rota de um rebocador/veículo**

Além disso, os rebocadores podem ter que ir recolher carros à Pintura que se encontra mais distante da máquina que pretendem abastecer, uma vez que tanto a Pintura 1,2 e 3 como a Pintura 4 e 5 podem produzir todos os tipos de pneus. As Pinturas possuem uma capacidade de stock máxima entre 2940 e 4900 pneus para a Pintura 1,2,3 e entre 5208 e 8680 pneus para a Pintura 4,5, respetivamente.

A lógica de transporte atual tem provado ser pouco eficiente, uma vez que obriga os rebocadores a percorrer grandes distâncias para abastecer máquinas que estariam a uma distância relativamente curta, se os pneus pretendidos para essas máquinas fossem produzidos na outra Pintura. Além do mais, quanto maiores são as distancias a percorrer pelos mesmos, maiores são também os tempos que demoram até conseguirem abastecer as máquinas, o que causa, inevitavelmente, que algumas máquinas parem por falta de pneus.

### **3.4. PROBLEMA PROPOSTO**

Atualmente, o método existente de roteamento de veículos para as rotas internas da frota de rebocadores é bastante rudimentar e não segue nenhuma lógica definida. Assim, e sendo o cálculo de rotas uma tarefa de elevada complexidade, que requer bastante tempo e conhecimento, surge a necessidade de criar um método de cálculo e otimização de rotas com recurso a uma ferramenta informática, motivo que sustenta a realização do estágio que resulta na presente dissertação de mestrado.

Pretende-se então, desenvolver um modelo, que sirva como ferramenta de apoio à decisão e que permita otimizar os recursos alocados ao transporte, permitindo obter um maior controlo sobre o transporte dos pneus. Ou seja, pretende-se desenvolver um algoritmo, para posterior utilização na empresa, que permita fazer *input* do plano de produção diário, nomeadamente: dos consumos/dia, da quantidade de pneus a transportar por carro, das taxas de consumo e do stock existente. Face a estes *inputs*, pretende-se que o algoritmo calcule a quantidade ótima de rebocadores e de percursos necessários, tendo em conta, tanto os recursos disponíveis com as limitações referidas anteriormente, tais como: a quantidade de pneus por veículo ou o limite mínimo da quantidade de pneus que têm que ser produzidos por dia.

### **3.5. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA**

O presente problema encaixa-se na categoria de problemas de rotas de veículos, também dominados por VRP. Os clientes, neste caso, correspondem aos centros de procura que são as máquinas existentes em cada fila. Estes clientes, serão agrupados, de forma a ser possível formular e resolver o problema em questão, estando cada fila composta por vários nós. Cada nó é uma cavidade de uma máquina que compõe a fila. Existem no total 538 nós, excluindo os depósitos, sendo possível que cada veículo passe duas vezes entre filas, abastecendo apenas o nó na fila que pretender. Como tal, tomando com exemplo as filas B e C, se um veículo, na sua rota, abastecer cavidades da fila A e seguir para uma dessas filas, pode abastecer, por exemplo, apenas cavidades na fila B e retornar ao depósito, estando garantido que existem nós para o abastecimento da fila C por outro veículo, em outra rota.

A Figura 10 apresenta um esquema da organização das cavidades, por máquina e por fila. Observando o esquema referido anteriormente, é visível que existe possibilidade de utilizar o mesmo corredor, neste caso o corredor entre as Filas B e C, mais do que uma vez, para abastecer cavidades diferentes.

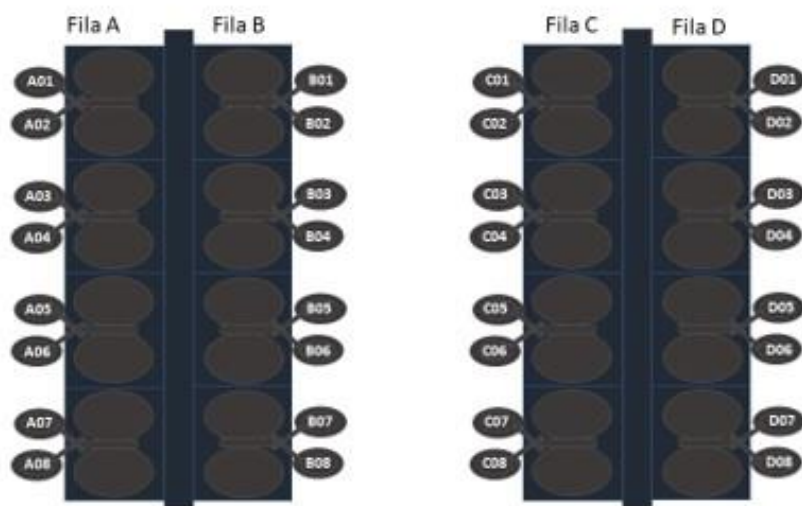


Figura 10 Esquema representativo das cavidades

Para a formulação matemática, de um modo geral, o problema pode ser definido como um grafo  $G = (N, A)$  onde  $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  corresponde ao conjunto de nós no problema e  $A = \{(i, j) \mid i, j \in N \text{ e } i \neq j\}$  corresponde ao conjunto de arcos de ligação entre nós. Além disso, são considerados os seguintes conjuntos:  $K = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  o conjunto de veículos,  $T$  o conjunto dos tipos de cavidades existentes e  $O$  o conjunto de depósitos.

Relativamente às variáveis de decisão utilizadas, estas podem ser definidas da seguinte forma:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{se o arco de origem no nó } i \text{ e destino no nó } j \text{ é percorrido pelo veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_i^k = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } i \text{ é visitado pelo veículo } k \\ 0, & \text{se o nó } i \text{ não é visitado pelo veículo } k \end{cases}$$

$$r_i^k = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ inicia a sua rota no depósito } i \\ 0, & \text{se o veículo } k \text{ não inicia a sua rota no depósito } i \end{cases}$$

$$y_h^k = \text{Número de carros do tipo } h \text{ no veículo } k$$

$$w_{ki} = \text{Tempo de chegada do veículo } k \text{ ao nó } i$$

$$\phi_i = \text{Atraso na chegada à cavidade no nó } i$$

$$q_{ki} = \text{Quantidade de pneus a ser entregue pelo veículo } k \text{ no nó } i$$

Por sua vez, definem-se os parâmetros utilizados e presentes na Tabela 4:

**Tabela 4 Parâmetros do modelo matemático**

<b>Parâmetro</b>	<b>Descrição</b>
$c_{ij}$	Distância, em metros, a percorrer no arco com origem no nó de índice $i$ e destino no nó de índice $j$
$t_{ij}$	Tempo de percurso do arco com origem no nó de índice $i$ e destino no nó de índice $j$
$p_i$	Penalização na cavidade no nó $i$
$f_i$	Taxa de consumo na cavidade no nó $i$
$s_i$	Stock inicial de pneus para consumo na cavidade no nó $i$
$d_i$	Deadline para chegar à cavidade no nó $i$
$v_i$	Tipo de carro consumido na cavidade no nó $i$ . Determina se os pneus consumidos são de carros com capacidade 12 ou 20.
$cap_i$	Capacidade da cavidade no nó $i$
$st_i$	Tempo de serviço na cavidade no nó $i$
$l_h$	Capacidade do carro do tipo $h$
$b$	Quantidade máxima de carros permitidos por veículo
$M$	Constante de valor elevado que garante a veracidade das restrições

Para os parâmetros apresentados, os valores dos índices  $i$  e  $j$  deverão ser sempre diferentes, de forma a existir movimentação entre nós.

Desta forma, o objetivo do modelo é a redução do tempo de paragem das máquinas por falta de pneus para consumir. Com isto, pretende-se também otimizar o número de veículos necessário ao abastecimento.

Tendo em conta o pretendido, define-se a função objetivo e as restrições para o modelo matemático desenvolvido, que pode ser visto como um *Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Soft Deadlines* (MDVRPSD).

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij}^k + \sum_{i \in N} p_i \phi_i \quad (7)$$

**sujeito a:**

$$z_i^k \leq \sum_{j \in N \setminus \{0\} \cup \{i\}} x_{ij}^k, \quad \forall k, \forall i \in N \setminus 0 \quad (8)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k = \sum_{j \in N} x_{ji}^k, \quad \forall i \in N, k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{i \in 0} x_{ij}^k \leq 1, \quad \forall i \in N, k \in K \quad (10)$$

$$w_{ki} + t_{ij} + st_i \leq w_{kj} + M \cdot (1 - x_{ij}^k), \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (11)$$

$$w_{ki} + t_{ij} + st_i \geq w_{kj} - M \cdot (1 - x_{ij}^k), \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (12)$$

$$\phi_i \leq f_i \cdot w_{ki} - s_i, \quad \forall i \in N \setminus 0, k \in K \quad (13)$$

$$q_{ki} \leq z_i^k, \quad \forall k, i \in N \setminus 0 \quad (14)$$

$$q_{ki} \leq l_{vi} \cdot y_k^h, \quad \forall h \in T, k \in K, i \in N \setminus 0: l = v_i \quad (15)$$

$$\sum_{h \in T} y_k^h \leq b, \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$x_{ij}^k, z_i^k, r_i^k \in \{0, 1\}; y_k^h \in \mathbb{N}^+; w_{ki}, q_{ki}, \phi_i \in \mathbb{R}^+ \quad (17)$$

A função objetivo (7) minimiza a distância total percorrida e a penalização total por atrasos no abastecimento, respetivamente. A conservação do fluxo de veículos em cada corredor, entre filas de máquinas, é garantida pelas restrições (8) e (9). As restrição (10) é utilizada para permitir que os veículos iniciem e terminem as rotas nos depósitos.

Por sua vez, os tempos de chegada dos veículos são monitorizados pelas restrições (11) e (12), que servem também para eliminar subpercurso. A restrição (13) é utilizada para calcular o tempo de atraso no abastecimento de cada cavidade, sendo que esse atraso é penalizado na função objetivo. Esta restrição poderia ter sido também utilizada para calcular unidades em falta. É também utilizada para definir as quantidades de pneus a serem entregues em cada cavidade. Neste sentido, foi assumido que cada cavidade é totalmente abastecida.

A restrição (14) limita as quantidades de pneus a serem entregues em cada cavidade. A restrição (15) define a quantidade de carros, de cada tipo, a serem transportados em cada veículo. A restrição (16) limita o número total de carros em cada veículo a um máximo de  $b$  por veículo. Finalmente, a restrição (17) define o domínio de cada variável.



## 4. IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS

Neste capítulo é realizada, numa primeira parte, uma descrição da abordagem utilizada para a resolução do problema, tendo em conta os múltiplos depósitos. É também realizada uma descrição detalhada de como foram geradas as instâncias que contêm os valores dos parâmetros, oriundos do plano de produção.

Numa segunda parte, são apresentados os resultados obtidos para as várias instâncias consideradas. Em termos de resultados, é feita uma resolução da quantidade total de instâncias para serem, posteriormente, resolvidas as mais críticas, variando a quantidade de veículos utilizada.

Para dois dias dos planos de produção, para as instâncias mais críticas, são ainda apresentados gráficos comparativos que permitem identificar a quantidade de paragens de máquinas devido a abastecimento ineficiente. Para essas mesmas instâncias, são também apresentadas as rotas geradas automaticamente pela resolução do modelo.

#### **4.1. ABORDAGEM AO PROBLEMA**

Como referido no capítulo anterior, o problema VRP proposto é constituído por dois depósitos. Neste sentido, pode ser realizada uma divisão, de forma a que cada depósito possa ser visto como um VRP independente. Assim, a abordagem utilizada passa por:

- Identificar quais as máquinas/filas de máquinas que se encontram mais próximas do depósito Pintura 1,2,3 e quais máquinas se encontram mais próximas do depósito Pintura 4,5;
- Associar essas filas ao depósito mais próximo;
- Associar uma frota de veículos a cada depósito;
- Resolver um VRP para cada depósito.

Desta forma, a frota de veículos disponíveis é dividida em duas frotas, cada uma associada a um depósito. Cada veículo inicia e termina a sua rota no depósito que lhe foi associado, visitando apenas os clientes que foram definidos para esse depósito. O número de veículos associado a cada frota toma um valor que, podendo não ser o valor ótimo, será posteriormente otimizado.

Para o problema em questão, por conveniência, identificaram-se todas as máquinas até à fila M (inclusive) como pertencentes ao depósito Pintura 1,2,3. As restantes máquinas, da fila N até à fila T pertencem ao depósito Pintura 4,5. A associação das filas aos depósitos encontra-se representada na Figura 11.

Relativamente à frota de veículos, na empresa, existem em permanência um total de 9 veículos. Contudo, como é pretendido otimizar o número de veículos necessários para os dois depósitos, para efeitos de modelo, foram associados 5 veículos a cada depósito. Essa associação está presente em todas as instâncias geradas.

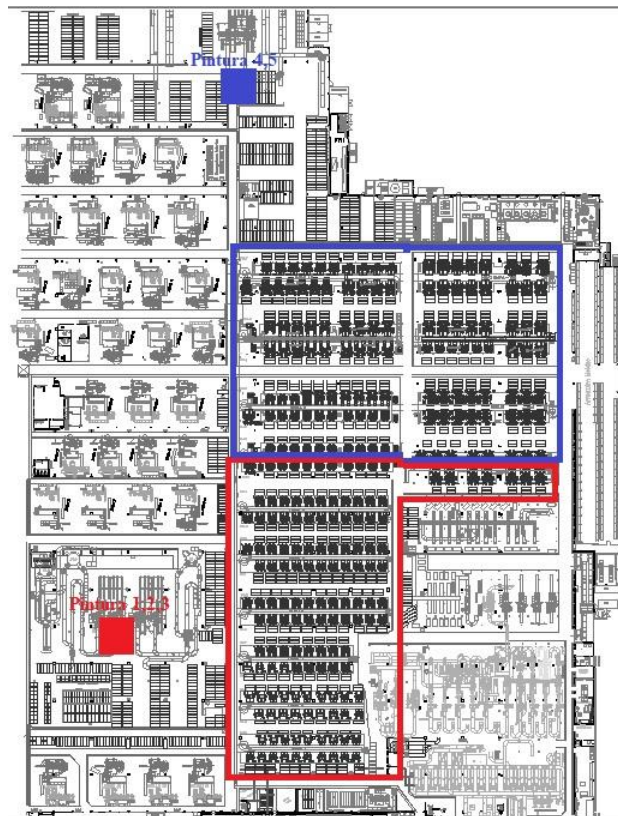


Figura 11 Associação das máquinas aos depósitos

#### 4.2. CRIAÇÃO DAS INSTÂNCIAS

As instâncias criadas foram geradas a partir dos planos de produção fornecidos e são utilizadas para importar dados para o modelo desenvolvido, de forma a testar a sua aplicabilidade ao problema real. Dos planos de produção são fornecidos dados sobre as cavidades ativas, o tipo de carro consumido em cada cavidade ativa, a taxa de consumo e o stock existente para cada tipo de pneu consumido.

Assim, cada instância é um ficheiro *Excel* constituído por quatro folhas que possuem tabelas com os parâmetros a utilizar no modelo. As folhas utilizadas são denominadas como: *Vehicles*, *ODMatrix*, *CAVtype* e *Nodes*.

Na folha *Vehicles* estão presentes os parâmetros relativos aos veículos utilizados. Os parâmetros definidos para os veículos são colunas com o nome: ID, depósito, máximo de carros e velocidade. O ID serve para identificar, no modelo, qual o veículo que realiza uma determinada rota. A coluna depósito identifica qual o nó associado ao mesmo. Por uma questão de simplicidade, o depósito é sempre considerado como o nó 0. As colunas restantes

definem um valor para o máximo de carros que cada veículo pode transportar, que neste caso será sempre 5, e uma velocidade para o deslocamento de cada veículo, respetivamente.

Quanto à folha *ODMatrix*, esta é utilizada para definir os movimentos possíveis entre os nós que compõem as instâncias. Note-se, que os nós são as cavidades das máquinas. A distância entre os nós poderia também ser calculada utilizando uma distância Euclidiana com recurso à equação (21).

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (21)$$

A equação (21) permite calcular a distância mais curta, em linha reta, entre dois pontos. No entanto, no presente problema, existem deslocações que são proibidas, como é o caso de deslocamentos diagonais através de filas entre as quais não exista corredor. Desta forma, e como os veículos só podem realizar deslocamentos em linhas retas, é utilizada uma matriz de distâncias. Esta matriz de distâncias permite limitar os movimentos entre os nós e está presente na folha *ODMatrix*. A matriz de distâncias utilizada é composta por quatro colunas que tomam valores de: Origem, Destino, Distância e Tempo de deslocamento.

As colunas de Origem e Destino são preenchidas com o ID do nó de origem e do nó de destino. Os nós de origem e de destino podem ser o ID de cavidades ou o ID do depósito. Assim, só existem ligações entre nós que estejam definidos na matriz. Qualquer ligação que não esteja definida na matriz é vista, pelo modelo, como inexistente porque só existem ligações diretas.

As colunas de Distância e Tempo de deslocamento dizem respeito à distância entre os id de Origem e Destino e o tempo de deslocamento entre os mesmos, respetivamente. Todas as distâncias utilizadas nas instâncias foram medidas com recurso à plana fornecida em ficheiro CAD. O tempo de deslocamento foi calculado, para cada veículo, utilizando a fórmula da velocidade da equação (22).

$$v = \frac{d}{\Delta t} \quad (22)$$

Por sua vez, a folha *CAVType* é constituída por uma tabela com duas colunas, que dizem respeito ao ID e aos carros consumidos. São utilizadas para definir que apenas sejam utilizados carros de 12 ou de 20.

Por fim, a folha *Nodes* é constituída por uma tabela com todos os nós que compõem a instância, ou seja, as cavidades e o depósito. Assim, a tabela presente nesta folha é composta por colunas com informação, para cada nó, sobre: o ID, as coordenadas, a taxa de consumo, o *stock* inicial, a *deadline*, os produtos consumidos, o tipo de nó e o tempo de serviço.

As coordenadas são valores de *X* e *Y* medidos com recurso ao mesmo ficheiro fornecido para a medição das distâncias na folha *ODMatrix*. Os valores são obtidos através de uma medição realizada assumindo um referencial com centro no canto inferior esquerdo do desenho, de forma a que todos os valores de coordenadas sejam positivos.

A taxa de consumo, o *stock* inicial e os produtos consumidos são valores dados pelo plano de produção. A informação sobre os produtos consumidos toma valores de 12 ou 20, uma vez que diz respeito ao tipo de carro em que são transportados os pneus que estão a ser consumidos pela cavidade. O tipo de nó é um caracter que identifica se o nó em questão é uma cavidade ou o depósito, sendo “c” utilizado para cavidades e “d” para depósito. Por sua vez, o tempo de serviço diz apenas respeito ao tempo que o rebocador (veículo) demora a deixar um carro de pneus em frente às cavidades que o vão consumir.

A *deadline* é utilizada para saber qual o período máximo até ao qual a cavidade deve ser abastecida de forma a que continue a produzir. Caso a *deadline* seja ultrapassada, a cavidade para por falta de pneus para consumir. Assim, as *deadlines* são calculadas tendo em conta a equação (23).

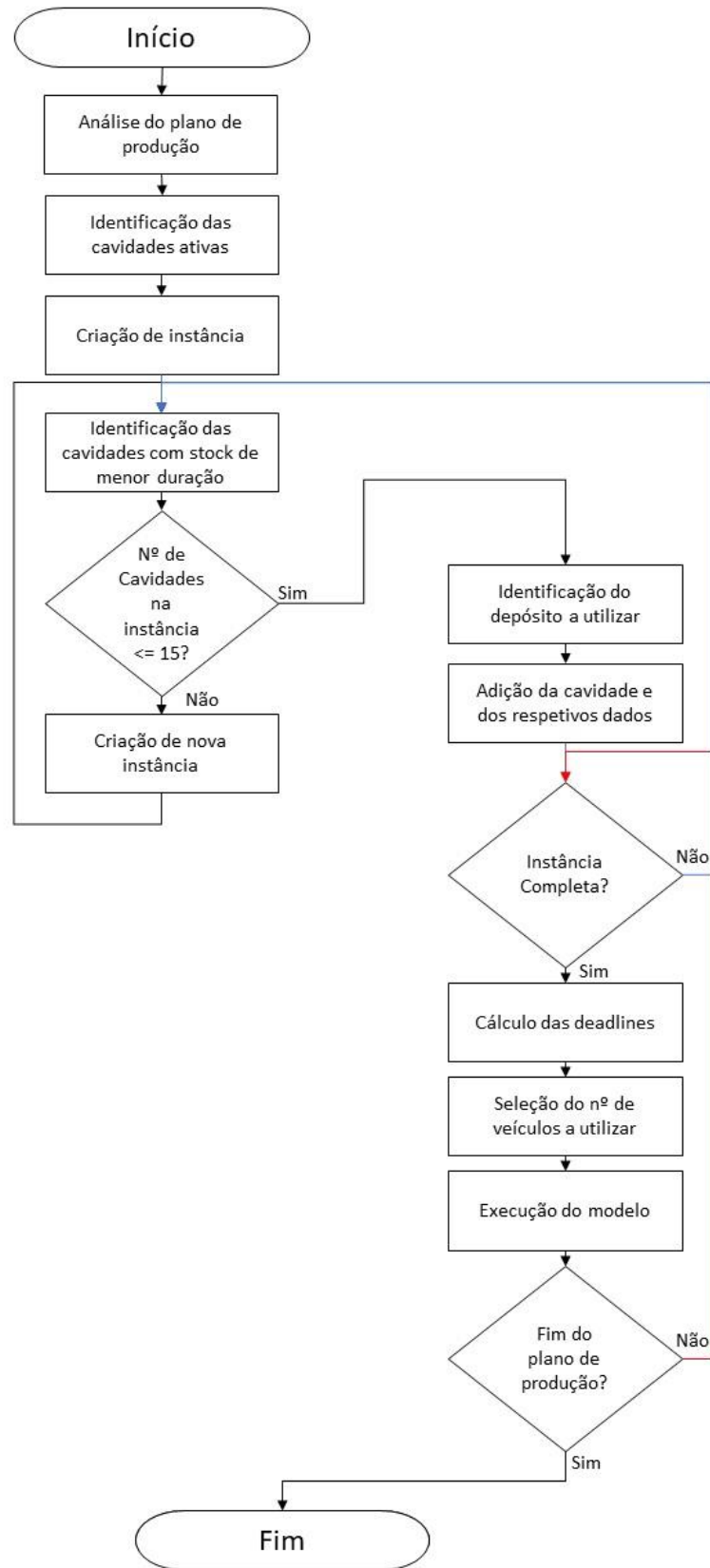
$$deadline = \frac{stock\ na\ cavidade}{taxa\ de\ consumo} \quad (23)$$

O *stock* na cavidade é o *stock* que corresponde a dois ou três carros de pneus que se encontram em frente às máquinas. A equação (23) é também utilizada para definir e priorizar quais as cavidades que são mais críticas para serem servidas. Isto é feito, substituindo o *stock* na cavidade pelo *stock* inicial disponível.

Esse cálculo fornece o valor da duração do *stock* total. Desta forma, as *N* cavidades que tiverem uma duração de *stock* inferior são as que devem ser priorizadas na adição à instância para serem resolvidas.

As instâncias geradas têm um número reduzido de nós, geralmente 10 ou 15 nós, de forma a facilitar a execução do algoritmo, não requerer muito tempo computacional, e a facilitar a representação gráfica das rotas calculadas. A representação gráfica das rotas é gerada

automaticamente após a execução do modelo, sendo guardada num ficheiro de texto que é posteriormente importado e interpretado por um *software* com interpretador para código em LaTeX. De uma forma geral, o procedimento utilizado para a geração das instâncias pode ser representado pelo fluxograma da Figura 12.



**Figura 12 Fluxograma do procedimento de criação das instâncias**

### 4.3. RESULTADOS

As instâncias utilizadas são constituídas por dados provenientes de dois planos de produção fornecidos, referentes a quatro dias. Nomeadamente os dias 13,14 e 15 de dezembro de 2017 e o dia 7 de maio de 2018. Para os quatro dias referidos, tendo em conta cada depósito, foram obtidas várias instâncias para cada dia, perfazendo um total de 24 instâncias.

Como já foi referido, a priorização das instâncias, por depósito, foi realizada tendo em conta o tempo de *stock*, sendo que as cavidades com o mesmo depósito, com o menor tempo de stock foram adicionadas à instância. De referir ainda que, para os quatro dias, os ID das cavidades selecionadas não é o mesmo, uma vez que, dependendo do dia, as mesmas cavidades podem não estar a ser utilizadas ou podem existir mais ou menos cavidades em funcionamento.

Para as tabelas com os resultados obtidos, por uma questão de simplicidade, o depósito Pintura 1,2,3 será referido com 0, enquanto que o depósito Pintura 4,5 será referido com 1. As Tabelas 5, 6, 7, 8 e 9 dizem respeito à organização das cavidades que comportam as instâncias para o dia 13 de dezembro de 2017. As Tabelas referentes aos restantes dias encontram-se no ANEXO A e no ANEXO B, respetivamente.

**Tabela 5 Instâncias A e B do Depósito 0 do dia 13 de dezembro de 2017**

Pintura 1,2,3							
A				B			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)	ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-	0	Depósito	-	-
9	J09	7,4	4,8	13	K03	28,2	4,8
17	K13	13,0	4,8	14	K04	28,2	4,8
18	K14	13,0	4,8	10	J14	28,4	4,8
19	K23	15,1	1,5	11	J17	28,6	4,8
30	K27	15,4	8	12	J18	28,6	4,8
22	L06	15,6	4,8	31	M35	28,8	8
25	M02	16,8	4	15	K11	29,8	4,8
32	M36	28,8	8	16	K12	29,8	4,8
20	L03	20,2	4	6	H21	31,6	4,8
21	L04	20,2	4	7	H22	31,6	4,8

**Tabela 6 Instância C do depósito 0 do dia 13 de dezembro de 2017**

<b>Pintura 1,2,3</b>			
<b>C</b>			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-
8	I21	32	7,2
26	M03	33,8	8
27	M04	33,8	8
23	L15	53,8	4,8
24	L16	53,8	4,8
28	M11	53,8	4,8
29	M12	53,8	4,8
2	H09	89	4,8
3	H10	89	4,8
4	H13	89	4,8

**Tabela 7 Instâncias A e B do Depósito 1 do dia 13 de dezembro de 2017**

<b>Pintura 4,5</b>							
<b>A</b>				<b>B</b>			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)	ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-	0	Depósito	-	-
64	S06	3,5	6,7	41	Q25	13,0	4
40	Q16	4,25	6	42	Q26	13,0	4
52	R08	4,6	12	43	Q31	13,2	8
60	R28	5,2	7,2	47	Q35	13,5	6
69	S23	5,8	8	56	R16	16,2	12
76	T06	5,8	4,8	73	S33	16,2	4,8
53	R09	6	60	71	S26	17,0	4
45	Q33	7,67	6,7	74	S34	17,7	6,7
37	P36	11,4	12	67	S12	17,8	8
38	Q01	12	4	58	S26	18,6	4,8

**Tabela 8 Instância C do Depósito 1 do dia 13 de dezembro de 2017**

<b>Pintura 4,5</b>			
<b>C</b>			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-
36	P35	20,0	7,2
63	S05	20,6	4,8
46	Q34	20,8	6,7
65	S07	21,0	8
75	T05	21,0	6
66	S08	22,0	4
61	S01	23,4	8
44	Q32	23,8	8
68	S15	24,8	10
51	R07	26,3	20

**Tabela 9 Instância D do depósito 1 do dia 13 de dezembro de 2017**

<b>Pintura 4,5</b>							
<b>D</b>							
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)	ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-	62	S02	34,0	10
35	P17	26,8	12	57	R23	37,8	15
50	R06	27,0	12	72	S27	37,8	10
70	S24	28,6	8	48	R01	66,5	30
33	P07	30,6	12	49	R03	66,5	30
34	P08	30,6	12				
54	R13	32,2	12				
55	R14	32,2	12				
77	T27	33,2	8				
78	T28	33,2	8				
59	R27	33,6	7,2				

Todos os resultados apresentados foram obtidos numa máquina com sistema operativo *Windows 10 64 bit*, com um processador *Intel Core i7-4710HQ* de 3.5Ghz e com acesso a 12Gb de RAM. O algoritmo foi desenvolvido e executado com recurso ao *software IBM ILOG CPLEX Optimization Studio12.8.0.0*.

As Tabelas 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 e 17 apresentam os resultados obtidos para os quatro dias considerados, tanto a nível de valor da função objetivo, como de quantidade de veículos utilizados. Em termos de função objetivo, as instâncias foram resolvidas utilizando métodos exatos, tendo sido encontrada uma solução ótima para todas as instâncias consideradas.

**Tabela 10 Resultados para as instâncias de dia 13 de dezembro de 2017**

Instância	Nº de nós	Depósito	F.O	Distância total (m)	Penalizações
INST_13_0_A	10	0	193 769	3509,7	190 265
INST_13_0_B	10	0	199 068	4408,8	194 665
INST_13_0_C	10	0	213 667	3387,5	210 280
INST_13_1_A	10	1	248 374	2707,7	245 670
INST_13_1_B	10	1	261 074	5311,0	255 760
INST_13_1_C	10	1	270 548	1848,8	268 700
INST_13_1_D	15	1	358 014	5474,1	352 540

**Tabela 11 Quantidade de veículos utilizados nas instâncias de dia 13 de dezembro de 2017**

Instância	Depósito	Veículos Utilizados	Veículos no Depósito
INST_13_0_A	0	4	1
INST_13_0_B	0	3	2
INST_13_0_C	0	2	3
INST_13_1_A	1	4	1
INST_13_1_B	1	3	2
INST_13_1_C	1	4	1
INST_13_1_D	1	4	1

As instâncias estão organizadas, para cada depósito, com nomes de A até D. Esta organização pretende significar que, apesar de cada instância ter de ser resolvida de forma sequencial no modelo, as instâncias para o mesmo dia, com o mesmo nome, mas depósitos diferentes (ex: INST\_13\_0 \_A e INST\_13\_1\_A), no sistema real acontecem simultaneamente.

**Tabela 12 Resultados para as instâncias de dia 14 de dezembro de 2017**

<b>Instância</b>	<b>Nº de nós</b>	<b>Depósito</b>	<b>F.O</b>	<b>Distância total (m)</b>	<b>Penalizações</b>
INST_14_0_A	15	0	225 079	3442,5	221 640
INST_14_0_B	15	0	252 983	4387,7	248 600
INST_14_0_C	15	0	262 464	3530,6	258 930
INST_14_0_D	7	0	130 298	5218,5	125 080
INST_14_1_A	15	1	609 670	4910,1	604 460
INST_14_1_B	15	1	606 991	3972,0	603 020
INST_14_1_C	15	1	580 169	4660,5	575 510

**Tabela 13 Quantidade de veículos utilizados nas instâncias de dia 14 de dezembro de 2017**

<b>Instância</b>	<b>Depósito</b>	<b>Veículos Utilizados</b>	<b>Veículos no Depósito</b>
INST_14_0_A	0	5	0
INST_14_0_B	0	5	0
INST_14_0_C	0	5	0
INST_14_0_D	0	3	2
INST_14_1_A	1	5	0
INST_14_1_B	1	5	0
INST_14_1_C	1	4	1

Como observados nos resultados das Tabelas 10, 12, 14 e 16, a quantidade de veículos utilizados nas instâncias, muitas vezes diverge da quantidade de veículos necessários para que seja encontrada a melhor solução ao problema.

**Tabela 14 Resultados para as instâncias de dia 15 de dezembro de 2017**

<b>Instância</b>	<b>Nº de nós</b>	<b>Depósito</b>	<b>F.O</b>	<b>Distância total (m)</b>	<b>Penalizações</b>
INST_15_0_A	15	0	222 631	4391,1	218 240
INST_15_0_B	15	0	267 792	4452,6	261 340
INST_15_0_C	15	0	267 215	5415,2	261 800
INST_15_1_A	15	1	507 232	4826,4	502 405
INST_15_1_B	15	1	350 957	4677,7	346 280
INST_15_1_C	15	1	444 223	4855,0	439 368

**Tabela 15 Quantidade de veículos utilizados nas instâncias de dia 15 de dezembro de 2017**

<b>Instância</b>	<b>Depósito</b>	<b>Veículos Utilizados</b>	<b>Veículos no Depósito</b>
INST_15_0_A	0	5	0
INST_15_0_B	0	4	1
INST_15_0_C	0	5	0
INST_15_1_A	1	5	0
INST_15_1_B	1	5	0
INST_15_1_C	1	5	0

Neste sentido, a melhor solução será aquela que apresente um menor valor de penalizações, mas permitindo apenas rotas que sejam possíveis e nas quais os veículos abasteçam sempre a quantidade máxima de nós permitida por rota. Isto é, rotas em que não esteja a ser utilizado apenas um nó ou rotas em que a restrição da capacidade de cada veículo não seja relaxada, podendo apenas serem utilizados 5 nós em cada rota.

**Tabela 16 Resultados para as instâncias de dia 7 de maio de 2018**

<b>Instância</b>	<b>Nº de nós</b>	<b>Depósito</b>	<b>F.O</b>	<b>Distância total (m)</b>	<b>Penalizações</b>
INST_7_0_A	15	0	227 801	3676,8	224 120
INST_7_0_B	15	0	187 415	2539,8	184 880
INST_7_1_A	15	1	166 041	5247,7	160 790
INST_7_1_B	15	1	335 551	4484,8	331 070

**Tabela 17 Quantidade de veículos utilizados nas instâncias de dia 7 de maio de 2018**

<b>Instância</b>	<b>Depósito</b>	<b>Veículos Utilizados</b>	<b>Veículos no Depósito</b>
INST_7_0_A	0	5	0
INST_7_0_B	0	5	0
INST_7_1_A	1	5	0
INST_7_1_B	1	5	0

Tendo em conta o referido anteriormente, para cada dia dos quatro dias presentes nos planos de produção foi encontrado o número de veículos ótimo, sendo para isso utilizadas as duas instâncias de cada depósito que apresentavam o maior valor de penalizações. Os resultados da otimização da quantidade de veículos a utilizar podem ser observados nas Tabelas 18, 19, 20 e 21.

**Tabela 18 Otimização da quantidade de veículos para o dia 13 de dezembro de 2017**

<b>Instância</b>	<b>Veículos Testados</b>	<b>Função Objetivo (F.O)</b>	<b>Veículos Utilizados</b>	<b>Rotas Impossíveis</b>
INST_13_1_D	7	360 062	4	Não
	6	359 013	4	Não
	5	358 014	4	Não
	4	357 015	4	Não
	3	398 835	3	Sim
INST_13_1_C	7	272 546	4	Sim
	6	271 547	4	Sim
	5	270 548	4	Sim
	4	268 700	4	Não
	3	269 549	3	Sim
INST_13_0_B	7	201 066	3	Não
	6	200 067	3	Não
	5	199 068	3	Não
	4	198 069	3	Não
	3	197 070	3	Não
INST_13_0_C	7	215 665	2	Sim
	6	214 667	2	Sim
	5	213 667	2	Sim
	4	210 280	2	Sim
	3	211 669	2	Sim

Para o dia 13 de dezembro de 2017, a frota ótima de veículos para o depósito 1, correspondente à pintura 4,5, é de 4 veículos. Por sua vez, para as instâncias testadas para o depósito correspondente à pintura 1,2,3, não existe informação suficiente para determinar um número ótimo de veículos, uma vez que a instância INST\_13\_0\_C apresenta rotas impossíveis. Neste caso, a rota impossível diz respeito a uma rotas com 6 nós.

**Tabela 19 Otimização da quantidade de veículos para o dia 14 de dezembro de 2017**

<b>Instância</b>	<b>Veículos Testados</b>	<b>Função Objetivo (F.O)</b>	<b>Veículos Utilizados</b>	<b>Rotas Impossíveis</b>
INST_14_1_A	7	611 368	5	Sim
	6	610 369	5	Sim
	5	609 670	5	Sim
	4	637 576	4	Não
	3	671 099	3	Não
INST_14_1_B	7	602 826	6	Sim
	6	601 827	6	Sim
	5	606 991	5	Sim
	4	626 588	4	Não
	3	688 028	3	Não
INST_14_0_B	7	254 991	5	Sim
	6	253 982	5	Sim
	5	252 983	5	Sim
	4	255 969	4	Não
	3	267 010	3	Não
INST_14_0_C	7	264 462	5	Sim
	6	263 463	5	Sim
	5	262 464	5	Sim
	4	264 667	4	Não
	3	316 031	3	Não

Por sua vez, para o dia 14 de dezembro de 2017, a frota ótima de veículos para o depósito correspondente à Pintura 1,2,3 e a frota ótima de veículos para o depósito correspondente à Pintura 4,5 são ambas de 4 veículos. Assim sendo, a quantidade ótima de veículos para o dia 14 foi de 8 veículos, face aos 9 veículos que foram utilizados em permanência na empresa.

Para o dia 15 de dezembro de 2017, para o depósito correspondente à pintura 4,5, a quantidade ótima de veículos varia entre 4 e 5 veículos. Na instância INST\_15\_1\_A o valor escolhido para o número de veículos foi 4 e não 5 porque, apesar de para 5 veículos o valor das penalizações ser inferior e não existirem rotas impossíveis, a solução obtida não foi ótima. A otimalidade verificou-se apenas a partir da utilização de 4 veículos.

**Tabela 20 Otimização da quantidade de veículos para o dia 15 de dezembro de 2017**

<b>Instância</b>	<b>Veículos Testados</b>	<b>Função Objetivo (F.O)</b>	<b>Veículos Utilizados</b>	<b>Rotas Impossíveis</b>
INST_15_1_A	7	475 668	6	Sim
	6	474 689	6	Sim
	5	483 619	5	Não
	4	507 232	4	Não
	3	581 810	3	Sim
INST_15_1_C	7	427 430	6	Sim
	6	219 184	6	Sim
	5	444 223	5	Não
	4	453 110	4	Não
	3	297 098	3	Sim
INST_15_0_B	7	267 790	4	Sim
	6	266 791	4	Sim
	5	265 792	4	Sim
	4	264 793	4	Não
	3	269 479	3	Sim
INST_15_0_C	7	269 213	5	Não
	6	268 214	5	Não
	5	267 215	5	Sim
	4	266 214	4	Não
	3	333 317	3	Sim

De uma forma geral, pode-se então concluir que o número de veículos que apresentou maior número de ocorrências, para o ano de 2017, para o depósito Pintura 1,2,3 foi 4 veículos. Por sua vez, para o depósito 4,5, utilizando as instâncias do mesmo ano, o número de veículos que apresentou maior número de ocorrências foi também de 4 veículos. Para as instâncias deste ano, para além da influência da posição das cavidades a abastecer, os valores de volume de produção e diferentes tipos de artigos produzidos foram bastante próximos para os dois dias, pelo que faz sentido que a frota ótima de veículos possua o mesmo valor para ambos os dias (ver Tabela 22).

**Tabela 21 Otimização da quantidade de veículos para o dia 7 de maio de 2018**

<b>Instância</b>	<b>Veículos Testados</b>	<b>Função Objetivo (F.O)</b>	<b>Veículos Utilizados</b>	<b>Rotas Impossíveis</b>
INST_7_1_A	7	168 039	5	Não
	6	167 040	5	Não
	5	166 041	5	Não
	4	165 042	4	Não
	3	226 354	3	Sim
INST_7_1_B	7	333 314	6	Sim
	6	332 315	6	Sim
	5	335 551	5	Sim
	4	370 763	4	Não
	3	413 260	3	Sim
INST_7_0_A	7	210 182	7	Sim
	6	210 182	6	Sim
	5	227 801	5	Não
	4	276 380	4	Não
	3	403 683	3	Não
INST_7_0_B	7	187 374	6	Sim
	6	186 374	6	Sim
	5	187 415	5	Não
	4	244 807	4	Sim
	3	255 644	3	Sim

Para a instância de 2018, a quantidade ótima de veículos foi de 4 para o depósito 1 e 5 veículos para o depósito 0. Verifica-se assim que a posição das cavidades, tem influência na quantidade de veículos a utilizar. Mais uma vez, o volume de produção diário e a quantidade de artigos diferente a produzir permitem explicar a diferença entre os valores das otimizações obtidas para os dois anos considerados. Estes valores foram fornecidos e estão presentes na Tabela 22.

**Tabela 22 Quantidade de veículos e volume de produção**

<b>Dia</b>	<b>Quantidade ótima de veículos</b>	<b>Volume de Produção</b>	<b>Artigos Produzidos</b>
13 de dezembro de 2017	8	41 319	167
14 de dezembro de 2017	8	41 733	164
15 de dezembro de 2017	8	41 472	163
7 de maio de 2018	9	58 172	187

Para os três primeiros dias considerados, a quantidade ótima de veículos seria de 8 veículos em permanência, face aos 9 veículos que estão a ser atualmente utilizados, para valores de produção constantes entre 41 000 e 42 000 pneus por dia, como apresentado na Tabela 22. No entanto, caso o volume de produção e a quantidade de artigos a produzir aumentem, passa a ser necessário incrementar em uma unidade a frota de veículos, como forma de responder às encomendas. Desta forma, o volume de produção e o número de artigos a produzir possui influência no número ótimo de veículos a utilizar.

Verifica-se, portanto, uma vantagem na utilização do modelo desenvolvido, uma vez que permite realizar o abastecimento das máquinas com menos um veículo, ou sem ser necessário incrementar ainda mais a frota, dependendo das cavidades a abastecer e do volume de produção, o que pode ser refletido em poupanças ou reduções de custos.

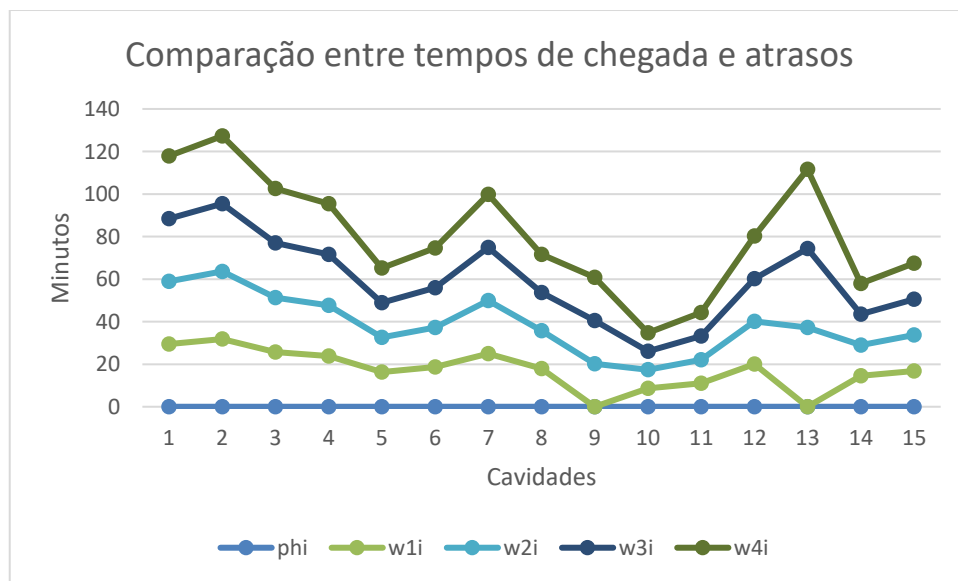
No entanto, é importante referir que os resultados apresentados para o modelo são referentes a uma execução de cada instância, sendo que não estão a ser considerados os turnos de 8h existentes nem as paragens realizadas pelos funcionários que conduzem os rebocadores.

Tomando como exemplo as instâncias dos dias 14 e 15 de dezembro de 2017, e com o número de veículos otimizado, foi possível obter resultados relativamente à minimização da paragem das máquinas. Isto foi possível tendo em conta informação relativa ao tempo de chegada às cavidades, aos tempos de atrasos na chegada às cavidades e às deadlines.

Neste sentido, segundo a formulação desenvolvida, para que as máquinas não parem por falta de pneus para consumir, o tempo de chegada à cavidade deve ser inferior à soma da deadline para a referida cavidade com o tempo de atraso na chegada à mesma. Por conseguinte, para que a cavidade não pare, a deadline tem de ser sempre superior ao tempo de chegada menos o tempo de atraso.

Isto implica que, existirá um valor de tempo de atraso na chegada a uma determinada cavidade, se e só se o tempo de chegada a essa cavidade for superior à deadline definida para a mesma. Caso contrário, não haverá atraso na chegada. No entanto, caso o valor do tempo de chegada seja pouco superior a zero, pode-se verificar uma paragem potencial. Ou seja, a cavidade onde isto se verifique, pode ou não parar, dependendo se se encontra ou não na rota desse veículo.

Para os dias 14 e 15 de dezembro de 2017, foram utilizadas as instâncias com maior valor de penalizações, uma vez que são as instâncias que podem apresentar um maior número de paragens potenciais. Assim, foram selecionadas as instâncias: INST\_14\_0\_C, INST\_14\_1\_A, INST\_15\_0\_C, e INST\_15\_1\_A, respetivamente. A comparação entre os tempos de chegada e os tempos de atraso pode ser observada nas Figuras 13, 15, 17 e 19. Foram também obtidas as rotas de cada veículo, representadas graficamente devido à utilização do *software* QTikZ a partir do ficheiro de texto gerado pela execução do modelo.



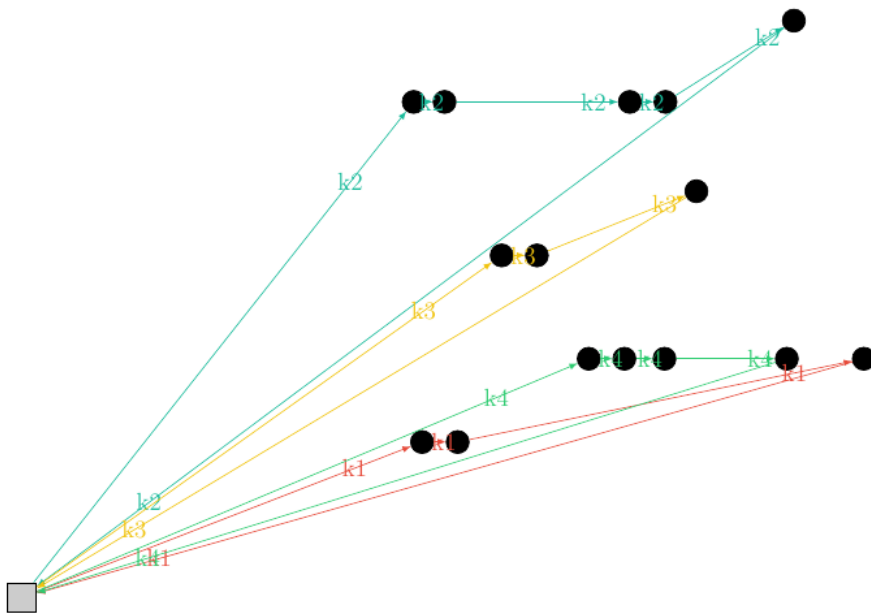
**Figura 13** Comparação entre tempos de chegada e atrasos para INST\_14\_0\_C

Observando a Figura 13, é perceptível que existem duas cavidades em que o valor dos atrasos é bastante próximo do valor do tempo de chegada do veículo 1 a essas mesmas cavidades. O tempo de chegada para essas cavidades é inferior a 1 minuto. Isto indica que existem duas potências paragens, ou seja, caso as cavidades cujo ID toma os valores 9 e 13 estivessem na rota do veículo 1, iriam parar. No entanto, isso não acontece, estando essas cavidades na rota do veículo 2 (ver Tabela 23).

**Tabela 23 Rotas para INST\_14\_0\_C**

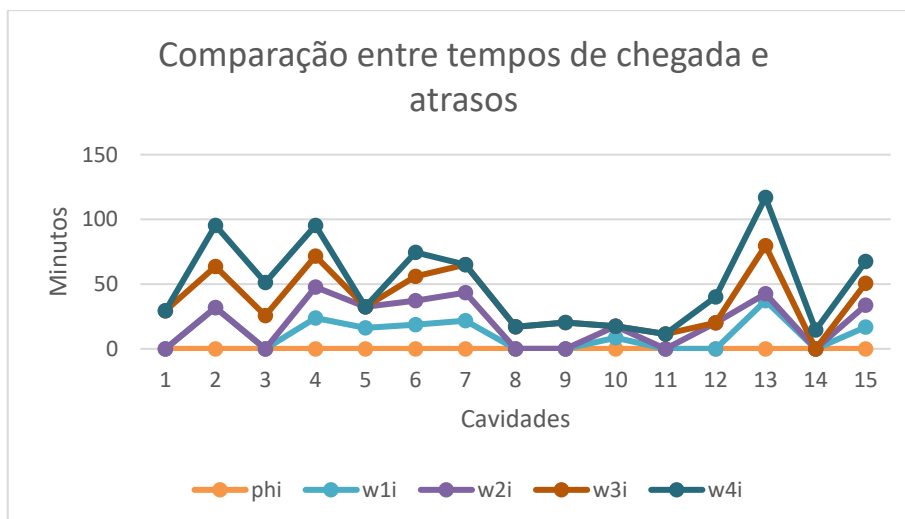
Veículo	Rotas
1	0 - 10 - 11 - 4 - 0
2	0 - 8 - 9 - 1 - 2 - 13 - 0
3	0 - 5 - 6 - 7 - 0
4	0 - 14 - 15 - 12 - 3 - 0

Ou seja, para a INST\_14\_0\_C, todas as cavidades foram abastecidas sem que fossem registadas paragens. A representação gráfica das rotas para a instância anterior pode ser vista na Figura 14.



**Figura 14 Representação das rotas para INST\_14\_0\_C**

A Figura 14 demonstra que existem 4 veículos que partem e que retornam ao depósito, neste caso, à Pintura 1,2,3. Nas rotas utilizadas, os veículos visitam um máximo de 5 cavidades cada. As cavidades associadas à instância, por ordem crescente, podem ser encontradas nas tabelas do ANEXO A e são: 1 – L13; 2 – L14; 3 – I19; 4 – I20; 5 – J07; 6 – J08; 7 – K15; 8 – L01; 9 – L02; 10 – H03; 11 – H04; 12 – I13; 13 – M24; 14 – I11; 15 – I12.



**Figura 15** Comparação entre tempos de chegada e atrasos para INST\_14\_1\_A

Observando a Figura 15, é identificável que três dos quatro veículos utilizados para este depósito possuem tempos de chegada a cavidades ligeiramente superiores aos tempos de atraso (que são nulos). Para o veículo 1, cujas cavidades com tempo de chegada inferior a 1 minuto são 1, 3, 8,9 11,12 e 14, existe uma paragem verificada, que ocorre para a cavidade 3, presente na rota deste veículo. Por sua vez, para o veículo 2, cujas cavidades com valor de tempo de chegada próximo de zero são as mesmas para o veículo 1, existe uma paragem para a cavidade 8. Para o veículo 3, verifica-se também apenas uma paragem, desta vez, para a cavidade 14. O veículo 4 não regista qualquer paragem. As rotas para esta instância estão presentes na Tabela 24.

**Tabela 24** Rotas para INST\_14\_1\_A

Veículo	Rotas
1	0 - 4 - 5 - 3 - 15 - 0
2	0 - 7 - 8 - 6 - 0
3	0 - 9 - 10 - 14 - 2 - 0
4	0 - 11 - 12 - 13 - 1 - 0

A representação gráfica para a instância INST\_14\_1\_A está presente na Figura 16.

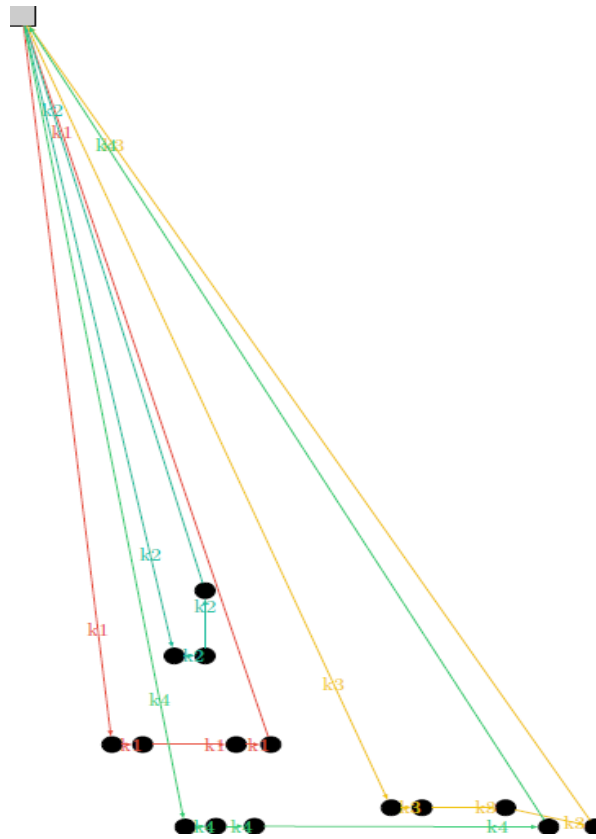


Figura 16 Representação das rotas para INST\_14\_1\_A

As cavidades associadas à instância INST\_14\_1\_A, por ordem crescente, podem ser encontradas nas tabelas do ANEXO B e são: 1 – N29; 2 – N30; 3 – P11; 4 – P01; 5 – P02; 6 – R20; 7 – Q21; 8 – Q22; 9 – O25; 10 – O26; 11 – N05; 12 – N06; 13 – N11; 14 – O30; 15 – P15.

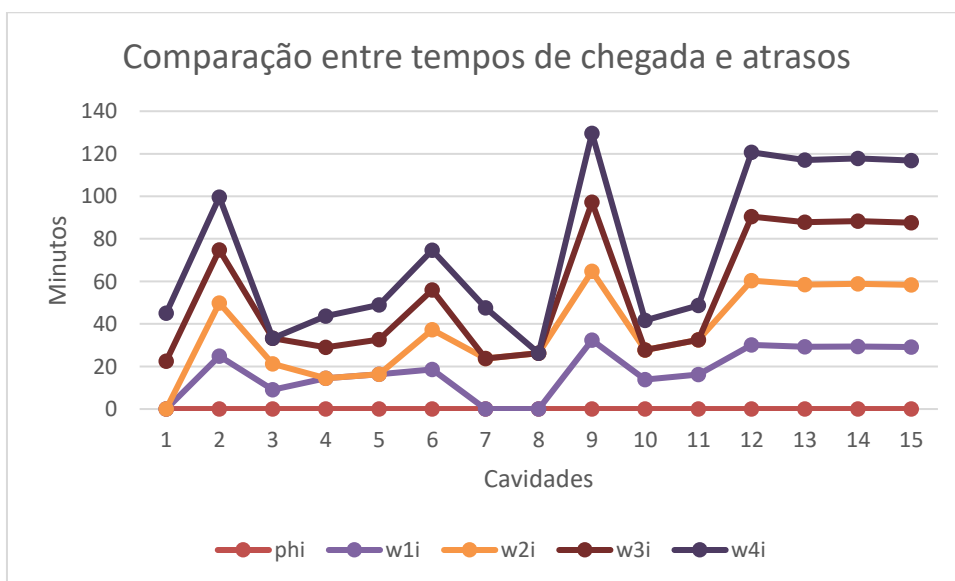


Figura 17 Comparação entre tempos de chegada e atrasos para INST\_15\_0\_C

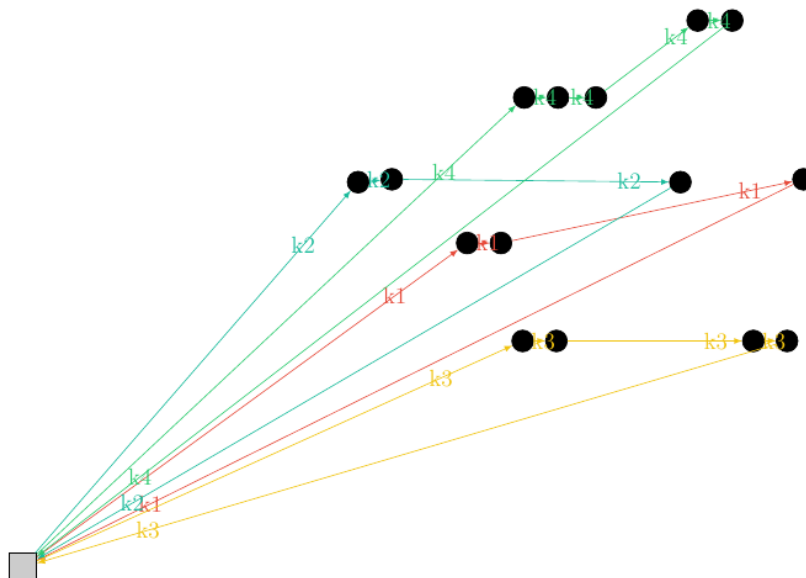
Por observação da Figura 17, é possível identificar que existem três paragens potenciais, que ocorrem para as cavidades 1, 7 e 8, para os veículos 1 e 2. Assim, o veículo 1 apresenta tempos de chegada bastante baixos para as cavidades 1, 7 e 8. No entanto, esses tempos não são refletidos em paragens de máquinas, uma vez que essas cavidades não se encontram na rota do mesmo. Para o veículo 2, a paragem potencial é identificada para a cavidade 1. Mais uma vez, essa paragem não se verifica uma vez que a cavidade 1 está presente na rota do veículo 3 e não do veículo 2. Os veículos 3 e 4 não apresentam nenhuma paragem potencial.

As rotas que comprovam o referido anteriormente, para a instância INST\_15\_0\_C, estão presentes na Tabela 25.

**Tabela 25 Rotas para INST\_15\_0\_C**

Veículo	Rotas
1	0 - 10 - 11 - 13 - 0
2	0 - 5 - 6 - 13 - 0
3	0 - 3 - 4 - 1 - 2 - 0
4	0 - 7 - 8 - 14 - 9 - 15 - 0

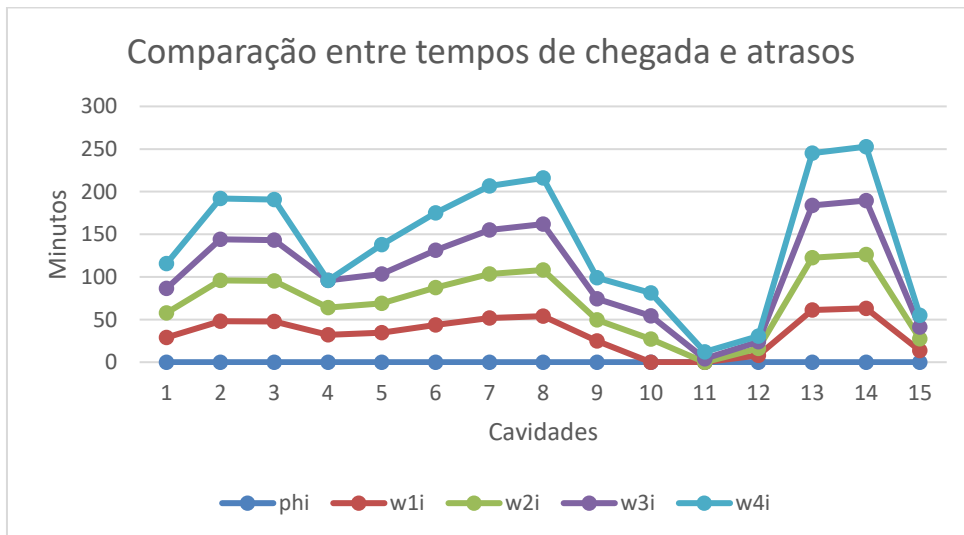
A representação gráfica para a instância anterior está presente na Figura 18.



**Figura 18 Representação das rotas para INST\_15\_0\_C**

As cavidades associadas à instância INST\_15\_0\_C, por ordem crescente, podem ser encontradas nas tabelas do ANEXO B e são: 1 – I17; 2 – I18; 3 – I05; 4 – I06; 5 – K05; 6 – K06; 7 – L09; 8 – L10; 9 – M23; 10 – J03; 11 – J04; 12 – K21; 13 – K22; 14 – L11; 15 – M21.

Por fim, para a instância INST\_15\_1\_A, o gráfico comparativo entre os tempos de chegada e os atrasos corresponde à Figura 19.



**Figura 19** Comparação entre tempos de chegada e atrasos para INST\_15\_1\_A

Tendo em conta os dados da Figura 19, verifica-se que existem paragens potências para as cavidades 10 e 11, para a utilização dos veículos 1, 2 e 3. Para o veículo 1, as paragens potências verificam-se para as cavidades 10 e 11, o que indica que, a cavidade 11 regista efetivamente uma paragem, pois pertence à rota deste veículo.

Por sua vez, o veículo 2 não apresenta paragens na sua rota, uma vez que, a única paragem possível seria a cavidade 11, que já se encontra na rota do veículo 1. O mesmo acontece para o veículo 3, que apresenta uma paragem potencial para a cavidade 11, mas que não se verifica por não estar na rota deste veículo.

De referir que, para esta instância, a rota do veículo 3 pode parecer impraticável. Contudo, é possível porque existem corredores entre as linhas de máquinas que possibilitam as deslocações. Assim, as rotas para a instância INST\_15\_1\_A estão representadas na Tabela 26.

Tabela 26 Rotas para INST\_15\_1\_A

Veículos	Rotas
1	0 - 11 - 12 - 1 - 2 - 0
2	0 - 8 - 4 - 5 - 3 - 0
3	0 - 6 - 14 - 10 - 13 - 0
4	0 - 9 - 15 - 7 - 0

O nó 6, cavidade T36, é pertencente à fila que se encontra em série com a fila T, e como tal, existem um caminho através de percursos retilíneos que possibilita a deslocação dessa cavidade para a cavidade S37, que se encontra na segunda fila S, e vice-versa.

Por sua vez, a deslocação entre o nó 14, cavidade S37, e o nó 10, cavidade R19, é possível devida a existência de um corredor entre as respectivas filas.

A representação gráfica das rotas para a instância INST\_15\_1\_A é visível com recurso à Figura 20.

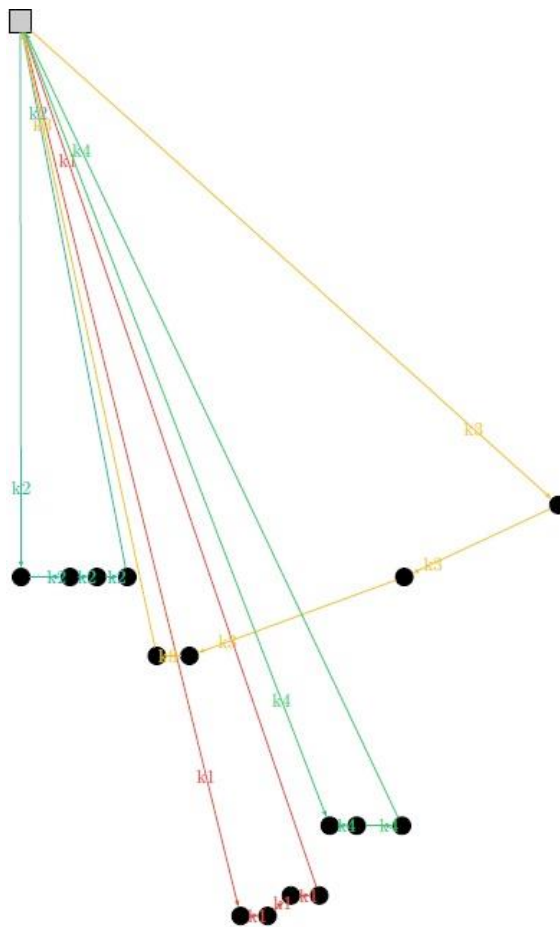


Figura 20 Representação das rotas para INST\_15\_1\_A

As cavidades associadas à instância INST\_15\_1\_A, por ordem crescente, podem ser encontradas nas tabelas do ANEXO B e são: 1 – O23; 2 – O24; 3 – S21; 4 – S17; 5 – S18; 6 – T36; 7 – P26; 8 – S04; 9 – P18; 10 – R19; 11 – N13; 12 – N14; 13 – R10; 14 – S37; 15 – P21.

Sobre as representações gráficas obtidas importa referir que, para as instâncias utilizadas, estas apresentam nós muito próximos, uma vez que correspondem a filas que se encontram próximas uma das outras. Além disso, a entrada nas filas, quando os veículos saem dos depósitos e a saída das filas quando os veículos retornam aos mesmos, são representadas como o caminho mais curto em linha reta entre esses dois pontos. No entanto, isso é apenas referente à representação gráfica, uma vez que todas as distâncias e rotas estão a ser calculadas tendo em conta a matriz de distâncias descrita no capítulo anterior.

Quanto aos resultados obtidos para a quantidade de paragens de cavidades por falta de pneus, verificou-se para duas das instâncias mais críticas, a INST\_14\_0\_C e a INST\_15\_0\_C, não existiram paragens de máquinas para nenhum dos veículos utilizados. Isto demonstra que o modelo permitiu, para estas instâncias, eliminar a paragem das máquinas, existindo uma melhoria significativa face ao sistema real, uma vez que na empresa se verifica uma quantidade elevada de paragens, podendo haver 2 ou 3 paragens por cada rota de cada veículo. O valor real das paragens, na empresa, não é constante e depende dos dias, das cavidades que precisam de abastecimento, do volume de produção, do tipo de artigos a produzir e do depósito em que estejam a ser produzidos os pneus para cada cavidade.

Para as duas instâncias restantes, a INST\_15\_1\_A apresentou apenas uma paragem para todas rotas dos veículos nessa instância. Apesar de não ser uma quantidade nula de paragens, continua a ser um resultado positivo, visto continuar a ser uma redução na quantidade de paragens. Por sua vez, a INST\_14\_1\_A apresentou uma paragem para as rotas de três dos quatro veículos considerados, o que acaba por ser algo significativo. No entanto, a melhoria deste resultado, eliminando as paragens, é possível aumentando o número de veículos associados ao depósito.

A abordagem utilizada durante a modelação também demonstrou ser eficiente, permitindo a obtenção de resultados satisfatórios a nível da otimização do transporte, tanto a nível do número de veículos, como a nível da diminuição das paragens. Neste sentido, a associação de veículos a cada depósito, é uma possibilidade de melhoria à situação atual da empresa,

onde cada veículo tem de sair e voltar a qualquer um dos depósitos, dependendo das cavidades que tem que visitar.

Outra possibilidade de melhoria passa pela associação de filas de máquinas a cada depósito, como foi proposto neste trabalho para o modelo desenvolvido. Esta associação, tendo em conta que cada depósito apenas produziria o tipo de pneu necessário às cavidades das máquinas a que lhe estão associadas, permitiria que não existissem perdas de tempo em o abastecimento pelo facto dos veículos estarem a abastecer uma cavidade de uma fila que poderia mais facilmente ser abastecida por outro veículo que estivesse associado ao depósito mais próximo dessa cavidade.

As melhorias sugeridas teriam de ter em conta também a lógica não formal que existe entre os rebocadores, que têm impacto no tempo de deslocação de cada veículo. Isto é visível, por exemplo, no levantamento de carros vazios em cavidades no início de filas próximas do depósito. Nestas situações, os rebocadores não percorrem a fila até ao final com o carro vazio, mas “levantam” o mesmo antes de entrarem na fila, diminuindo assim a distância no retorno ao depósito.

Assim, de uma forma geral, é possível afirmar que o modelo desenvolvido permite reduzir e até eliminar, para alguns casos, as paragens das máquinas. O facto de terem sido testadas as paragens para as instâncias mais críticas, permite também obter conclusões relativamente às restantes instâncias, uma vez que, se não existe paragens para uma instância em que o valor das penalizações é elevado, do mesmo modo, para uma instância em que esse valor de penalizações seja inferior ou nulo, também não se irão verificar paragens. O número de veículos a utilizar foi também otimizado.



## 5. CONCLUSÃO

Ao longo deste trabalho foi descrita a ferramenta de apoio à decisão, criada tendo por base o modelo matemático desenvolvido, sendo sustentadas as opções de desenvolvimento efetuadas. Assim, são enumeradas as principais conclusões, as dificuldades sentidas e são apresentadas sugestões de desenvolvimento futuro.

O método desenvolvido apresentou melhorias face à lógica de abastecimento atual, permitindo reduzir em um veículo, a quantidade de veículos necessários na frota para realização do abastecimento das máquinas. No entanto, como a quantidade de veículos a utilizar depende fortemente do volume de produção esperado, é importante mencionar que esta redução foi possível para um volume de produção constante e entre 41 319 e 41 733 pneus. Para valores de volume de produção superiores, próximos de 60 000 pneus, perspectiva-se que a frota necessária tenha que utilizar todos os veículos disponíveis atualmente, passando a utilizar 9 veículos, como forma de dar resposta às encomendas recebidas. Pode também ser necessário aumentar a frota, caso se verifique que tanto a quantidade máxima de carros por veículos, como a quantidade pneus nos mesmos, não seja suficiente para satisfazer a procura. No entanto, isto não foi testado, uma vez que testar ambos os fatores estavam fora do âmbito desta dissertação.

As melhorias obtidas pela ferramenta de apoio à decisão devem-se também à abordagem utilizada, que surge como uma possível sugestão a aplicar ao sistema real. Com isto, pretende-se dizer que: a associação de um conjunto de veículos a cada depósito, o abastecimento das filas de máquinas ser realizado apenas pelo depósito mais próximo e o retorno dos veículos apenas ao depósito de onde iniciaram a rota, são possibilidades de

melhoria que, caso fossem aplicadas, permitiriam reduzir ou eliminar as paragens das máquinas e reduzir custos associados a essas paragens.

Durante a realização deste trabalho as principais dificuldades sentidas prenderam-se: pela complexidade do problema, que sendo um VRP, requereu bastante conhecimento específico e experiência na área; e pela existência de pouco conhecimento técnico especializado na área dos VRP, uma vez que se trata de um nicho da área de investigação operacional.

## **5.1. CONTRIBUTOS CIENTÍFICOS**

Durante a realização da presente dissertação, o trabalho realizado permitiu a produção de dois artigos científicos. O primeiro artigo, intitulado “*A Model For the Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Soft Deadlines*”, foi aceite na conferência Helix 2018 e será apresentado nessa conferência no dia 27 de junho de 2018 (ver ANEXO C). O segundo artigo, denominado por “*A Mathematical Formulation for Inbound Routing Operations with Soft Deadlines*” foi enviado para uma revista científica e aguarda aceitação [60].

## **5.2. TRABALHO FUTURO**

Em termos de desenvolvimentos futuros perspetiva-se a utilização de simulação em conjunto com a ferramenta desenvolvida, passando o problema a ser visto como um *Online VRP*. Desta forma seria possível atualizar os *stocks* de hora a hora e simular o cálculo de rotas para os três turnos de 8h existente na empresa, tendo em conta horários, pausas dos colaboradores e volume de produção esperado. Seria também importante encontrar a quantidade ótima de carros por veículo e a quantidade ótima de pneus por carro.

Outro desenvolvimento futuro passaria pela utilização de uma heurística para automatização do procedimento de geração das instâncias, utilizando a linguagem de programação *Python*. Isto permitiria que, até ao final do plano de produção importado para o programa, as cavidades fossem adicionadas às instâncias por depósito e tempo de *stock* total, fosse calculada a matriz de distâncias e as *deadlines* e, posteriormente, fosse resolvido o modelo, tudo de forma autónoma.

## Referências Documentais

- [1] Continental. Intranet Continental Mabor. Lousado, Portugal. 2018.
- [2] Popular Empresas – *Continental fabrica pneus agrícolas inovadores*. 2016.  
Disponível em: <http://www.popularempresas.pt/continental-fabrica-pneus-agricolas-inovadores-em-famalicao/>
- [3] CHANG, Yaw; CHEN, LIN – *Solve the vehicle routing problem with time windows via a genetic algorithm*, Mathematics and Statistics, University of North Caroline at Wilmington, USA, 2007. pp 1-3
- [4] PEREIRA, Francisco; TAVARES, Jorge – *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*, Springer, Studies in Computational Intelligence, Volume 161, 2009. pp 5 -15
- [5] DANTZIG, G.B.; RAMSER, J.H. - *The Truck Dispatching Problem*, Management Science 6, 1959. pp 80–91
- [6] KUMAR, S. N; PANNEERSELVAM, R. - *A survey on the vehicle routing problem and its variants*, Intelligent Information Management, 2012. pp 66
- [7] ADULYASAK, Y.; JAILLET, P. – *Models and algorithms for stochastic and robust vehicle routing with deadlines*, Transportation Science manuscript
- [8] TOTH, P.; VIGO, D. - *The vehicle routing problem*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2002. pp 1-4
- [9] EKSHIOGLU, B.; VURAL, A.V.; REISMAN, A. – *The vehicle routing problem: a taxonomic review*. Computers & Industrial Engineering, 57, 2009. pp 1472-1483
- [10] BONYADI, M. R.; AZGHADI, M.R.; SHAH-HOSSEINI, H – *Population-Based Optimization Algorithms for Solving the Travelling Salesman Problem*, Teheran, Iran.
- [11] BELKTAS, T. – *The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures*, Omega 34, 2006. pp 209-219
- [12] TOTH, P.; VIGO, D. - *The vehicle routing problem*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2002. pp 5-11
- [13] FARAHANI, R. Z.; REZAPOUR, S.; KARDAR, L. – *Logistics Operations and Management: concepts and models*, Elsevier, 2011. pp 127-141
- [14] KOVACS, A.A; PARRAGH, S.N.; HARTL, R.F.- *The Multi-objective generalized consistent vehicle routing problem*. European Journal of Operational Research, 247, 2015. pp 441-458
- [15] LIPMANN, M.- *On-line Routing*. PhD Thesis, Technical University of Eindhoven, Eindhoven, 2013.

- [16] NEMIROVSKII, A. – *Several NP-hard Problems Arising in Robust Stability Analysis*, Mathematic of Control Signals Systems, N° 6, 1993. pp 99-105
- [17] CASQUILHO, M.A.S – *Travelling Salesman Problem*, Technical University of Lisbon, Lisbon, Portugal, 2012.
- [18] LAPORTE, G., NOBERT, Y. – *Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem*, Annals of Discrete Mathematics 31, 147-184, 1987. pp 158-165
- [19] CHRISTOFIDES, N., EILON, S. – *An Algorithm for the Vehicle dispatching problem*. Operational Research Quarterly, Vol.20, N°3, 1969. pp 1-10
- [20] CHRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A., TOTH, P. – *Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem, based on spanning tree and shortest path relaxations*, Mathematical Programming 20, 1981. pp 255-282
- [21] BELLMAN, R. – *The theory of dynamic programming*, The Rand Corporation, July, 1994. pp 1-23
- [22] VIANA, A. – *Metodologias de Apoio à Decisão*. Instituto Superior de Engenharia do Porto, Porto, 2007. Disponível em:  
<https://moodle.isep.ipp.pt/mod/folder/view.php?id=57016>
- [23] BAZARAA, M.S; JARVIS, J.J.; SHERALI, H.D. – *Linear Programming and Network Flows*. WILEY, 4<sup>th</sup> edition, 2010. pp 1-10
- [24] CLAUSEN, J. – *Branch and Bound Algorithms: principles and examples*. University of Copenhagen, Department of Computer Science, March, 1999.
- [25] DASTGHAIBIFARD, G. H.; ANSARI, E.; SHEYKHALISHAHI, S.M.; BAVANDPOURI, A; ASHOOR, A. – *A Parallel Branch and Bound Algorithm for Vehicle Routing Problem*. Proceedings go the International Multiconference of Engineers and Computer Scientists, Vol. II, 2008.
- [26] MITCHELLS, J.E. – *Branch-and-Cut Algorithms for Combinatorial Optimization Problems*. Handbook of Applied Optimization, Oxford University Press, 2000.
- [27] IORI, M.; GONZÁLEZ, J.J.S.; VIGO, D – *An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints*. July, 2005.
- [28] BARNHART, C.; JOHNSON, E. L.; NEMHAUSER, G. L; SAVELSBERGH, M.W.P; VANCE, P. H – *Branch and Price: Column Generation for solving huge integer programs*. Operations Research, Vol.46, No.3, 1998.
- [29] OZBAYGIN, G.; KARASAN, O.; SAVELSBERGHT, M.; YAMAN, H. – *A Branch-and-Price Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Roaming Delivery Locations*. Optimization Online, Turkey.
- [30] FUKUSAWA, R.; LONGO, H.; LYSGAARD, J.; POGGI DE ARAGÃO, M; REIS, M.; UCHOA, E.; WERNECK, R. F. – *Robust Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem*. Springer-Verlag, 2005.
- [31] LONGO, H.; POGGI DE ARAGÃO, M; UCHOA, E. – *Solving Capacitated Arc Routing problems using a transformation to the CVRP*. ELSEVIER, Computer and Operations Research 33, 2006. pp 1823-1837

- [32] ASSAD, A. A.; PEARN, W.; GOLDEN, B. L. – *The capacitated Chinese postman problem: lower bounds and solvable cases*, American Journal of Mathematical and Management Sciences, Vol.7, 1987.
- [33] PINTO DE MOURA, A. M. – *Abordagens Heurísticas para o Planeamento de Rotas e Carregamento de Veículos*. Dissertação de Doutoramento em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores orientada pelo Professor Doutor José Oliveira e apresentada na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2005.
- [34] LAPORTE, G.; GENDREAU, M.; POTVIN, J. Y.; SEMET, F. - *Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem*. International transactions in operational research, 2000. pp 4-5
- [35] CLARK, G.; WRIGHT, J.W. – *Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points*. Operations Research, Vol.12, N°4, 1964. pp 568-581
- [36] WARK, P.; HOLT, J. – *A Repeated Matching Heuristic for the Vehicle Routeing Problem*. Operational Research, Vol.45, N° 10, 1994. pp 1156-1167
- [37] GILLETT, B.E.; MILLER, L. R. – *A Heuristic Algorithm for the Vehicle-Dispatch Problem*. Operations Research, 22(2), 1974. pp 340-349
- [38] SHAW, P. – *Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems*. Principles and Practice of Constraint Programming – CP98, Lecture Notes in Computer Science. Springer, 1998. pp 417-431
- [39] THOMPSON, P.M.; PSARAFTIS, H. N. – *Cyclic Transfer Algorithm for Multivehicle Routing and Scheduling Problems*. Operations Research, 41(5), 1993. pp 935-946
- [40] VAN BREEDAM, A. – *An Analysis of the Behaviour of Heuristics for the Vehicle Routing Problem for a selection of problems with Vehicle-related, Customer-related and Time-related Constraints*. Ph.D. dissertation, University of Antwerp, 1994.
- [41] BIANCHI, L.; DORIGO, M.; GAMBARDELLA, L. M – *A survey on metaheuristics for stochastic combinatorial optimization*. Springer, 2008. pp 239-287
- [42] DE JONG; K – *Evolutionary Computation: A unified approach*. The MIT Press, England, London, 2006. pp 23-40
- [43] REEVES, C. R. – *Genetic Algorithms*. In: The Handbook of Metaheuristics, International Series in Operations Research and Management Science 146, Second Edition, 2010. pp 109-140
- [44] GLOVER, F. – *Tabu Search: A tutorial*. INTERFACES 20, 1990. pp 74-94
- [45] GLOVER, F. – *Tabu Search – Part I*. ORSA Journal on Computing, Vol.1, No.3, 1989.
- [46] XU, J.; KELLY, J.P. – *A Network Flow-Based Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem*. Transportation Science 30 (4), 1996. pp 379-393
- [47] KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.D; VECCHI, M. P – *Optimization by Simulated Annealing*. SCIENCE, Vol. 220, N° 4598, 1983. pp 671-680

- [48] VAN BREEDAM, A. – *Improvement heuristics for the Vehicle Routing Problem based on Simulated Annealing*. European Journal of Operational Research 86, 1995. pp 480-490
- [49] FEO, T. A.; RESENDE, M.G.C. – *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*. Journal of Global Optimization, N°6, 1995. pp 109-134
- [50] MARINAKIS, Y. – *Multiple Phase Neighborhood Search-GRASP for the Capacitated Vehicle Routing Problem*. Expert Systems with applications 39, 2012. pp 6807-6815
- [51] MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. – *Variable Neighborhood Search*. Computers Operational Research, Vol.24, No.11, 1997. pp 1097-1100
- [52] HANSEN.P; MLADENOVIC, N.; BRIMBERG, J.; PÉREZ. J. A. – *Variable Neighborhood Search*. In: The Handbook of Metaheuristics, International Series in Operations Research and Management Science 146, Second Edition, Chapter 3, 2010. pp 109-140
- [53] SARASOLA, B.; DOERNER, K.F.; SCHMIDT, V.; ALBA, H. – *Variable neighbourhood search for the stochastic and dynamic vehicle routing problem*. Ann. of Operational Research, Springer, 2015.
- [54] KENNEDY, J.; EBERHART, R. – *Particle Swarm Optimization*. Proceedings, IEEE International Conference of Neural Networks, 1995.
- [55] KENNEDY, J; EBERHART, R. – *A New Optimizer Using Particle Swarm Theory*. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, 1995.
- [56] TAOTAO, D.; SHENG; L. – *The Multi-Swarm Optimization Algorithms for the Vehicle Routing Problem*. International Journal of Business and Social Science, Vol. 5, No.8, July, 2004.
- [57] DORIGO, M.; BIRATTARI, M.; STUTZLE, T. – *Ant Colony Optimization: Artificial Ants as a Computational Intelligence Technique*. IEEE Computational Intelligence Magazine, November, 2006.
- [58] BIN, Y.; ZHONG-ZEN, Y.; BAOZHEN, Y. – *An improved ant colony optimization for the vehicle routing problem*. European Journal of Operational Research 196, Elsevier, 2009. pp 171-176
- [59] PINHEIRO, E.G. – *Modelos Numéricos Aplicados à Vulcanização de Pneus*. Dissertação de Mestrado. São Paulo, 2001.
- [60] SILVA, Á.; PEREIRA, T.; NEVES-MOREIRA, F.; FERREIRA, L. P. - *A Model for the Multi-depot Online Vehicle Routing Problem with Soft Deadlines*. In: J. Machado et al. (Eds.): HELIX 2018, LNEE 505. Innovation, Engineering and Entrepreneurship (pp. 1-7). Springer International Publishing AG: part of Springer Nature 2019. DOI:10.1007/978-3-319-91334-6\_112, 2018.



## Anexo A. Tabelas para a criação das instâncias de dia 14

Pintura 1,2,3							
A				B			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)	ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-	0	Depósito	-	-
43	M07	5,2	8	47	M17	20,6	8
44	M08	5,2	8	48	M18	20,6	8
27	K01	9,3	4	54	M33	20,6	8
28	K02	9,3	4	55	M34	20,6	8
2	F05	10,8	4	6	H01	21,6	4,8
3	F06	10,8	4	7	H02	21,6	4,8
4	F07	10,8	4	23	J11	22,5	4
5	F08	10,8	4	24	J12	22,5	4
52	M25	12,1	4	12	I03	23,8	7,2
53	M26	12,1	4	13	I04	23,8	7,2
10	H05	12,8	4,8	31	K17	23,8	4,8
11	H06	12,8	4,8	32	K18	23,8	4,8
36	L05	15,9	2,4	33	K19	23,8	4,8
49	M19	17,8	6,7	41	M05	27,3	2,2
50	M20	17,8	6,7	42	M06	27,3	2,2

Pintura 1,2,3							
C				D			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)	ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-	0	Depósito	-	-
37	L013	30,0	4,8	19	J05	49,4	19
38	L014	30,0	4,8	20	J06	49,4	20
17	I19	32,2	2,6	29	K07	49,4	29
18	I20	32,2	2,6	25	J15	59,7	25
21	J07	32,2	1,7	26	J16	59,7	26
22	J08	32,2	1,7	45	M13	59,7	45
30	K15	32,2	1,7	46	M14	59,7	46
34	L01	34,6	4,8	-	-	-	-
35	L02	34,6	4,8	-	-	-	-
8	H03	41,1	2,4	-	-	-	-
9	H04	41,1	2,4	-	-	-	-
16	I13	41,1	3,6	-	-	-	-
51	M24	47,0	10	-	-	-	-
14	I11	49,4	3,6	-	-	-	-
15	I12	49,4	3,6	-	-	-	-

Pintura 4,5							
A				B			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)	ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-	0	Depósito	-	-
65	N29	2,2	8	89	P16	13,2	12
66	N30	2,2	8	95	S19	14,6	8
84	P11	5,8	12	96	S20	14,6	8
81	P01	6,4	7,2	69	N35	15,2	8
82	P02	6,4	7,2	70	N36	15,2	8
94	R20	8,4	12	99	T06	15,2	8
91	Q21	8,8	4,8	100	T17	15,2	8
92	Q22	8,8	4,8	93	R09	17,0	15
76	O25	11,0	4,8	67	N33	17,8	6,7
77	O26	11,0	4,8	68	N34	17,8	6,7
58	N05	12,1	4	75	O13	17,8	6,7
59	N06	12,1	4	63	N19	20,6	8
62	N11	12,1	4	64	N20	20,6	8
78	O30	13,0	8	56	N03	21,6	4,8
88	P15	13,2	12	57	N04	21,6	4,8

<b>Pintura 4,5</b>			
<b>C</b>			
<b>ID</b>	<b>Nome</b>	<b>T.stock (h)</b>	<b>Deadline (h)</b>
0	Depósito	-	-
79	O33	22,5	4
80	O34	22,5	4
73	O11	24,0	4,8
74	O12	24,0	4,8
86	P13	25,2	12
87	P14	25,2	12
90	P25	25,2	12
60	N07	27,3	2,2
61	N08	27,3	2,2
83	P05	27,3	3,3
71	O07	30,0	4,8
72	O08	30,0	4,8
98	S32	47,0	10
102	T29	49,2	6,7
103	T30	49,2	6,7

## Anexo B. Tabelas para a criação das instâncias de dia 15

Pintura 1,2,3							
A				B			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)	ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-	0	Depósito	-	-
4	F03	0,3	4	28	I15	14,8	7,2
5	F04	0,3	4	29	I16	14,8	7,2
49	L17	8,2	4	24	I07	21,6	7,2
50	L18	8,2	4	25	I08	21,6	7,2
37	J23	8,2	4,8	14	H17	22,2	4,8
38	J24	8,2	4,8	15	H18	22,2	4,8
51	M15	9,2	8	16	H19	23	4,8
52	M16	9,2	8	17	H20	23	4,8
12	H15	10,0	4	18	H23	24,4	4,8
13	H16	10,0	4	19	H24	24,4	4,8
20	I01	10,5	6	35	J19	24,4	4,8
21	I02	10,5	6	36	J20	24,4	4,8
34	J13	11,6	4,8	56	M28	25,4	8
10	H11	14,2	4,8	26	I09	28	7,2
11	H12	14,2	4,8	27	I10	28	7,2

<b>Pintura 1,2,3</b>			
<b>C</b>			
<b>ID</b>	<b>Nome</b>	<b>T.stock (h)</b>	<b>Deadline (h)</b>
0	Depósito	-	-
30	I17	28,2	7,2
31	I18	28,2	7,2
22	I05	30	7,2
23	I06	30	7,2
39	K05	30	4,8
40	K06	30	4,8
46	L09	32,6	4,8
47	L10	32,6	4,8
55	M23	35,8	8
32	J03	39,3	2,4
33	J04	39,3	2,4
41	K21	39,3	2,4
42	K22	39,3	2,4
48	L11	39,3	2,4
53	M21	40	10

Pintura 4,5							
A				B			
ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)	ID	Nome	T.stock (h)	Deadline (h)
0	Depósito	-	-	0	Depósito	-	-
84	O23	0,4	8	127	R24	4,8	12
85	O24	0,4	8	120	R12	5,4	12
144	S21	0,6	8	134	S03	7,75	6
142	S17	0,8	8	74	O03	8,6	8
143	S18	0,8	8	75	O04	8,6	8
165	T36	0,83	6,7	76	O05	8,6	8
102	P26	2,6	7,2	77	O06	8,6	8
135	S04	2,8	4,8	130	R29	8,6	12
97	P18	3	12	141	S16	9	10
124	R19	3	9	101	P22	9,2	7,2
60	N13	4,2	8	148	T01	9,5	4
61	N14	4,2	8	149	T02	9,5	4
119	R10	4,2	12	121	R15	10,2	12
147	S37	4,2	12	88	O29	10,6	8
100	P21	4,4	8	131	R30	10,75	15

<b>Pintura 4,5</b>			
<b>C</b>			
<b>ID</b>	<b>Nome</b>	<b>T.stock (h)</b>	<b>Deadline (h)</b>
0	Depósito	-	-
138	S11	11	8
59	N10	11,6	4,8
106	P32	11,6	7,2
139	S13	12,4	8
140	S14	12,4	8
117	Q36	12,6	8
82	O21	13	8
83	O22	13	8
162	T25	13,4	8
163	T26	13,4	8
150	T03	13,6	8
151	T04	13,6	8
66	N25	14	8
67	N26	14	8
154	T11	14	8

# Anexo C. Paper 82 na Conferência Helix 2018

## A Model for the Multi-Depot Online Vehicle Routing Problem with Soft Deadlines

Álvaro Silva<sup>1</sup>, Luís Pinto Ferreira<sup>1</sup>, Maria Teresa Pereira<sup>2</sup>, Fábio Neves-Moreira<sup>3</sup>

<sup>1</sup>School of Engineering, Polytechnic of Porto, 4200-072 Porto, Portugal

<sup>2</sup>Research Center of Mechanical Engineering (CIDEM), School of Engineering, Polytechnic of Porto, 4200-072 Porto, Portugal

<sup>3</sup>Faculty of Engineering, University of Porto, 4200-465 Porto, Portugal

**Abstract.** In many companies in the automotive industry there are challenges in some key processes in their logistic departments, mainly in internal logistics. These challenges happen due to poorly defined rules for the transportation of goods, resulting in a great cost associated with the time lost in the process. Also, the optimization of these processes, incrementing the efficiency of internal logistics can bring competitive advantages to the companies. For that matter, this study was developed at a major tire manufacturing company and proposes a model for the optimization of in-bound logistics, viewed as an online vehicle routing problem with soft deadlines (OVRPSD), using multiple depots. The main goal of this study is the increase of efficiency in logistic, optimizing the number of vehicles to supply the machines in order to reduce the stopping time of machines due to the lack of tires to consume.

**Keywords:** vehicle, routing, deadlines, logistic.

### 1 Introduction

Nowadays, one of the most important operation decisions faced by industrial companies is the transportation of goods to a set of customers, using a set of vehicles that travel routes with the minimum distance or time possible. This is the most basic definition of a capacitated vehicle routing problem (CVRP) and can be applied to real world problems in logistic systems or supply chains, with some modifications for each specific problem [1]. Therefore, and since this kind of problems require advanced planning methods to increase the efficiency in logistics, the proposed mathematical model has as an objective: the reduction of the stopping time of machines due to lack of tires to consume, satisfying the demands of the machines, without violating any restriction, for example regarding to the capacity of the vehicles. It should also be possible to optimize the number of vehicles needed to supply the machines.

This paper is divided into five sections: the first section is an introductory chapter; the second section presents a literature review on the vehicle routing problem (VRP) and its variant; the third section presents a description of the real problem for this study; The forth section present the mathematical model developed in this study for the real-world problem; the fifth section describes some considerations about future work and the approaches that will be used to solve the problem.

### 2 Literature Review

The vehicle routing problem can be described as the determination of a set of routes for the transportation of goods to a set of costumers, using a fleet of vehicles. Usually, the main goal is to find the routes with the minimal distance or minimal time, to reduce operational costs. The classic VRP is also a generalization of the Travelling Salesman Problem (TSP) considering the use of more than one salesman. Therefore, the VRP can also be seen as a multiple TSP (mTSP) [2].

The VRP is a very known class of combinatorial optimization problems, and was introduced, for the first time, in the last year of 1950's by Dantzig and Ramser [3]. In this work, the authors proposed a mathematical formulation for their truck dispatch problem which described a real-world application for the delivery of gasoline to a set of costumers (service stations) [3,4].

Since 1959, the VRP has been extensively studied in the optimization literature. Many papers, have been published on the VRP, like the ones by Toth and Vigo [5], Lacombe, Prins and Radame [6], Pearn [7], Longo, Poggi de Aragão and Uchoa [8] Assad, Golden and Pearn [9], Chabot, Lahyani, Coelho and Renaud [10], Chabot, Coelho, Renaud and Côté [11], between others.

According to Farahni, Rezapour and Kardar [12] the most common variations of the classic VRP are: The Distance-Constrained and Capacitated VRP(DCVRP), the VRP with Time Windows(VRPTW), the VRP with Backhauls(VRPB), the VRP with Pickup and Delivery (VRPPD), the Open VRP (OVRP), the Multiple Depot VRP (MDVRP), the Mixed Fleet VRP (MFVRP), the Split Delivery VRP (SDVRP) and the Periodic VRP (PVRP) [10]. However, there is no mention of the Consistent vehicle routing problem (ConVRP) and the authors only focused on the off-line VRP, also excluding the On-line vehicle routing problem.

The Consistent VRP is an off-line variation of the classic VRP, present in companies that want the customers to be always visited by the same driver in the same route. This can be seen as an advantage, since consistency is granted. So, in this variation, the order to visit the customers (route) is static, the same vehicles travel the same routes and serve customers at the same time period each day [11].

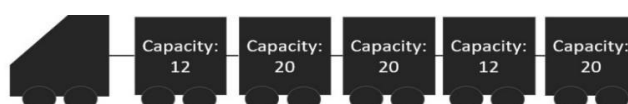
Kovacs, Parragh and Hartl [13] applied the consistent VRP using various objective functions to attain several objectives including: improving driver consistency or minimizing the cost of the routes. The authors solved instance with up to 199 customers and a schedule of 5 days using multi direction large neighborhood search and concluded that an increase in the cost of the travels improves the consistency by 70 percent and that arrival consistency and driver consistency could be improved at the same time [13].

The on-line VRP approach, according to Lipmann [14] is used when the information about the requests is not know from the start but is known over time. In this sense, the routes are calculated for a specific time interval and actions executed cannot be revoked. The status of the system is being updated constantly, in real-time, and the requests are server depending on the arrival order, meaning that the system can only complete one request at a time and has no information on how many requests will exist. The author considered the on-line routing for a TSP and for a dial-a-ride problem [14].

### 3 Problem Description

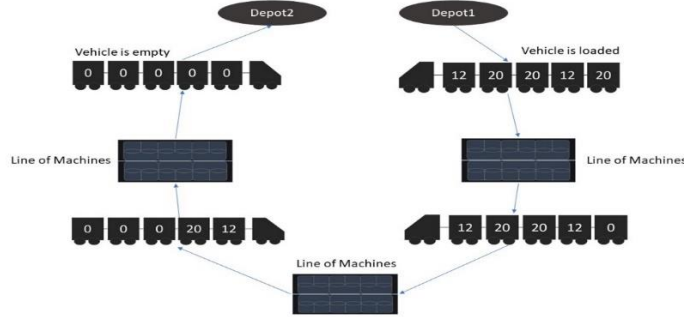
The challenge present in the mentioned company has two depots and the clients in this model correspond to the machines, which are grouped in lines, from line A till line T. However, from line M till line T, the number of machines per line are doubled, due to an extra line in series with each respective line. One line of machines can contain from 8 to 12 machines. Each machine has two cavities that consume tires at a known rate. The company has a total of 538 cavities, which means that there is a total of 269 machines.

In this challenge, the vehicles correspond to logistic trains, that can transport a maximum amount of 5 cars per vehicle, like the one represented in Figure 1.



**Fig. 1.** Vehicle used for the transportation of tires

These cars have capacity of 12 or 20, depending on the size of the tires to transport, and with each car having only tires of the same type. Also, it is known that each vehicle must supply, approximately 30 machines, which can be translated as 3 lines of machines. In this sense, the route of a vehicle is similar to the one presented in Figure 2.



**Fig. 2.** Route of a Vehicle

As described in Figure 2, the vehicle departs from the depot, with all 5 cars loaded with tires, having some cars of capacity 12 and other of capacity 20. Next, the vehicle travels to the line of machines with the cavities he must supply. If the cavities are busy, the car with the type of tires that is being consumed is left near the machines and the vehicle proceeds to the next line, picking up empty cars to bring to the depot. This process is done until the vehicle is empty, which means the cars it carries are, also, empty. When this happens, the vehicle returns to the depot where it started from. The route ends there and starts again, the same way as described. This is done for all the nine vehicles used for the transportation of tires to the cavities in the machines.

#### 4 Mathematical Formulation

The problem was modeled on a graph  $G=(N, A)$  where  $N = \{1, 2, 3 \dots, n\}$  is the set of nodes in the problem and  $A \{(i, j) | i, j \in N \text{ and } i \neq j\}$  is the set of arcs. The nodes are the cavities. Also, let there be:  $K = \{1, 2, 3 \dots, 9\}$  the set of vehicles,  $T$  the set of types of cavities and  $O$  the set of depots.

In turn, the parameters used in the problem are the following:

- $c_{ij}$  - Distance, in meters, to travel the arc with origin in  $i$  and destination in  $j$
- $t_{ij}$  - Time to travel the arc with origin in  $i$  and destination in  $j$
- $p_i$  - Penalization at the cavity in node  $i$
- $f_i$  - Consumption rate of the cavity in node  $i$
- $s_i$  - Initial Stock for consumption at the cavity in node  $i$
- $d_i$  - Deadline to arrive at the cavity in node  $i$
- $v_i$  - Type of car consumed at the cavity in node  $i$
- $cap_i$  - Capacity of the cavity in node  $i$
- $st_i$  - Service time at node  $i$
- $l_h$  - Capacity of the car of type  $h$
- $b$  - Maximum number of cars allowed per vehicle
- $M$  - Constant of high value that assures that the restrictions are respected

For the parameters presented, the indexes  $i$  and  $j$  must be different at all times, in order to exist a path between nodes. As for the decision variables in this model, they are defined as:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{if the arc that start in } i \text{ and ends in } j \text{ is traveled by the vehicle } k \\ 0, & \text{if the arc that start in } i \text{ and ends in } j \text{ is not traveled by the vehicle } k \end{cases}$$

$$z_i^k = \begin{cases} 1, & \text{if node } i \text{ is visited by vehicle } k \\ 0, & \text{if node } i \text{ is not visited by vehicle } k \end{cases}$$

$$r_i^k = \begin{cases} 1, & \text{if vehicle } k \text{ starts at depot } i \\ 0, & \text{if vehicle } k \text{ doesn't start at depot } i \end{cases}$$

$$y_h^k = \text{Number of cars of type } h \text{ in vehicle } k$$

$$w_{ki} = \text{Arrival time of vehicle } k \text{ to the cavity in node } i$$

$$\phi_i = \text{Delay time in the arrival to the cavity in node } i$$

$$q_{ki} = \text{Amount of tires to be delivered by vehicle } k \text{ in the cavity of node } i$$

$$u_i = \text{Lost production at the cavity in node } i$$

The objective of this model, which is classified as an OVRPSD, is to optimize the number of vehicles needed and to reduce the stopping of the machines caused by lack of tires to consume.

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij}^k + \sum_{i \in N} p_i \phi_i + \sum_{i \in N} u_i \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k = z_i^k, \quad \forall i \in N, k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ji}^k = z_i^k, \quad \forall i \in N, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k = \sum_{j \in N} x_{ji}^k, \quad \forall i \in N, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k \leq r_i^k, \quad \forall i \in O, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{j \in O} x_{ij}^k = 1, \quad \forall i \in N, k \in K \quad (6)$$

$$w_{ki} + t_{ij} + st_i \leq w_{kj} + M \cdot (1 - x_{ij}^k), \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (7)$$

$$w_{ki} + t_{ij} + st_i \geq w_{kj} - M \cdot (1 - x_{ij}^k), \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (8)$$

$$w_{ki} \leq d_i + \phi_i, \quad \forall i \in N, k \in K, \quad (9)$$

$$q_{ki} = f_i \cdot w_{ki} + u_i + cap_i - s_i, \quad \forall i \in N, k \in K \quad (10)$$

$$q_{ki} \leq z_i^k \cdot cap_i, \quad \forall i \in N, k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{i \in N: l=v_i} q_{ki} \leq l_h \cdot y_k^h, \quad \forall h \in T, k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{h \in T} y_h^k \leq b, \quad \forall k \in K \quad (13)$$

$$x_{ij}^k, z_i^k, r_i^k \in \{0,1\}; y_h^k \in \mathbb{N}^+; w_{ki}, q_{ki}, \phi_i \in \mathbb{R}^+ \quad (14)$$

The objective function (1) minimizes the total travelled distance, the total penalty for delayed replenishments and the lost production, respectively. The vehicle flow conservation in each isle entrance is ensured by constraints (2), (3) and (4). Constraints (5) and (6) are used to allow the vehicles to depart and return to the depots in the start and end of the routes, respectively. Constraints (7) and (8) are used for tracking the arrival times of each vehicle and for the elimination of subtours. Constraints (9) compute the delay of each replenishment. This delay is to be penalized in the objective function. The quantities to be delivered to each cavity is defined in constraints (10). We assume that each cavity is totally fulfilled in replenishment. Additionally, the model captures the lost production incurred after a machine stops production. Constraints

(11) limit the quantity delivered to each cavity. Constraints (12) define the number of cars of each type to be pulled by each vehicle. Constraints (13) limit the number of cars to the maximum of  $b$  per vehicle. Finally, constraints (14) define the domain of each variable.

## 5 Conclusion and Future Work

The model presented in this study is still in its early stages of development and is intended to represent the real-world problem that exists currently in the tire company mentioned before. For that matter, it is important that the objective function and the restrictions used in the model can define the main goal and limit the problem with a certain degree of reliability, allowing for the mimicking of the behavior of the system. This study contributed for the comprehension of the vehicle routing problem, proposing a new approach for the OVRPSD, showing that it is a common problem in most companies and that modeling the behavior of the system is the first step for solving it, which can improve efficiency in the transportation of goods, allowing also, for a transportation cost reduction.

The planned future work involves programming the model in Python 2.8 along with the software IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8, solving it using exact methods, for the clients defined. We will consider two different approaches that consist in comparing the gains obtained viewing the problem as a consistent VRP or viewing it as an Online VRP. On one hand, the expected main advantage of the on-line approach will be the definition of different routes for different times of the day, allowing for some versatility in the service of the machines, satisfying the demands in real-time. Nevertheless, this approach faces operational challenges because, in the company mentioned, there is no way of knowing in real-time the number of tires in stock. On the other hand, the consistent approach will allow for the creation of static routes and allocation of those routes to the same vehicles. This will be useful since the type of tires consumed by the machines doesn't change during a week. For that matter, the creation of routes would be defined at the start of the week and would only be done one every week. However, there would be no guarantee that the consistent routes created would be the ones with minimum cost or that the number of vehicles would be the optimum amount to satisfy machine demand. Also, this approach would not allow for much control on reducing the lost production due to machine stoppage. Further along, depending on the due date for the project, since it is being developed in the context of a master thesis, it may be possible to create an algorithm that returns the best routes for each individual available vehicle, taking into consideration which one of the two depots is the starting depot for those vehicles.

### 1.1.1 Acknowledgements

We acknowledge the financial support of CIDEM – Research Center of Mechanical Engineering. COMPETE: POCI-01-0145-FEDER-007073 and FTC – Portuguese Foundation for the Development of Science and Technology, Ministry of Science, Technology and Higher Education, under the Project UID/EMS/0615/2016.

## References

1. Amberg, A., Voss, S.: A Hierarchical relaxations lower bound for the capacitated arc routing problem. In: 35th Hawaii International Conference on System Sciences, Hawaii (2002).
2. Baldacci, R., Mingozzi, A., Roberti, R.: Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints, *European Journal of Operational Research* 2018 (2012) 1-6 (2012).
3. Dantzig, G.B., Ramser, J.H: The Truck Dispatching Problem. In: *Management Science*, Vol.6, No. 1, October. pp 80-91 (1959).

4. Toth, P., Vigo, D.: The vehicle routing problem. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia pp 1-4 (2002).
5. Toth, P., Vigo, D.: The vehicle routing problem. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, pp 5-8 (2002).
6. Lacomme, P., Prins, C., Randame, W.: Competitive Memetic Algorithms for Arc Routing Problems. *Annals of Operations Research* 131, 159-185 (2004).
7. Pearn, W.L.: Augment-insert algorithms for the capacitated arc routing problem. *Computer Ops Res.* Vol 18, No.2 (1991).
8. Longo, H., Poggi de Aragão, M., Uchoa, E.: Solving capacitated arc routing problems using a transformation to the CVRP. *Computer & Operations Research* 33(2006) 1823-1837, pp 1-15, (2006).
9. Assad, A., Golden B.L., Pearn W.: The capacitated Chinese postman problem: lower bounds and solvable cases. *American Journal of Mathematics and Management Science*, 1987, 7(1,2) (1987).
10. Chabot, T., Lahyani, R., Coelho, L., Renaud, J.: Order Picking Problems under Weight, Fragility and Category Constraints. *CIRRELT-2015-49*, September (2015).
11. Chabot, T., Coelho, L., Renaud, J., Côté, J.: Mathematical Models, Heuristic and Exact Method for Order Picking in 3D-Narrow Aisles. *CIRRELT-2015-49*, June (2015).
12. Farahani, R. Z., Rezapour. S., Kardan. L: *Logistics Operations and Management: concepts and models*. In: ELSEVIER, First edition (2001).
13. Kovacs, A.A, Parragh, S.N., Hartl, R. F.: The multi-objective generalized consistent vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 247, 441-458 (2015).
14. Lipmann, M.: *On-line Routing*. PhD Thesis, Technical University of Eindhoven (2003).

Anexo D. Plantas

