Instituto Politécnico do Porto
Escola Superior de Estudos Industriais e de Gestão

Sérgio Miguel Pereira Salino

Metodologia das Opções Reais na Avaliação de Investimentos Produtivos: Aplicação de um Modelo de uma Variável Estocástica

Dissertação de Mestrado

Mestrado em Finanças Empresariais

Orientação: Prof. Doutor João Adelino Ribeiro

Prof. Doutor Armando Mendes Jorge Nogueira da Silva

(esta versão é provisória e anterior à apreciação do Júri)

Vila do Conde, janeiro de 2015

Instituto Politécnico do Porto
Escola Superior de Estudos Industriais e de Gestão

Sérgio Miguel Pereira Salino

Metodologia das Opções Reais na Avaliação de Investimentos Produtivos: Aplicação de um Modelo de uma Variável Estocástica

Dissertação de Mestrado

Mestrado em Finanças Empresariais

Orientação: Prof. Doutor João Adelino Ribeiro

Prof. Doutor Armando Mendes Jorge Nogueira da Silva

Vila do Conde, janeiro de 2015

Sérgio Miguel Pereira Salino

Metodologia das Opções Reais na Avaliação de Investimentos Produtivos: Aplicação de um Modelo de uma Variável Estocástica

Dissertação de Mestrado

Mestrado em Finanças Empresariais

Membros do Júri

Professora Doutora Maria da Conceição Castro Sousa Nunes
Escola Superior de Estudos Industriais e de Gestão – Instituto Politécnico do Porto

Professor Doutor João Adelino Ribeiro
Universidade Autónoma de Lisboa

Professor Doutor Joaquim Carlos da Costa Pinho
Universidade de Aveiro

Vila do Conde, Janeiro de 2015

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Começo por agradecer ao meu orientador, Doutor João Adelino Ribeiro por toda a sua ajuda, orientação e ensinamentos que me transmitiu ao longo deste trabalho e que, só assim, permitiram concluir esta dissertação com sucesso.

Agradeço também ao meu co-orientador, Doutor Armando Silva, não apenas pela orientação, correções e sugestões apresentadas ao longo da dissertação, como por todo o apoio e conhecimentos transmitidos ao longo dos últimos cinco anos.

Agradeço também a todos os professores que passaram pela minha vida académica, desde o ensino básico até ao ensino superior, pois parte do que sou hoje é resultado do árduo trabalho desempenhado por eles. De forma a evitar esquecer-me de algum nome, optei por não exercer a “opção” de escrever os mesmos, restando apenas garantir que por esse trabalho, de todos sem exceção, ficarei eternamente grato.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas, com particular destaque para os de longa data, os do Mestrado em Finanças Empresariais, os da *Junior ESEIG Consulting*, os que trabalham ou trabalharam comigo, assim como a todos os que, de alguma forma, fizeram e/ou continuam a fazer parte da minha história de vida e a contribuir para a minha aprendizagem enquanto pessoa e profissional.

Agradeço a toda a minha família e à família da Flávia por todo o apoio e amizade desde sempre, e por me acompanharem nesta caminhada.

Agradeço à Flávia por desempenhar diversos papéis na minha vida, tais como o de namorada, de amiga e de companheira, mas acima de tudo por ultrapassar, juntamente comigo, os obstáculos a que nos temos vindo a propor nos últimos cinco anos, apoiando-me nos bons e maus momentos.

Por fim, deixo aqui o meu mais profundo e impagável agradecimento para os meus pais. Agradeço-lhes por tudo o que fizeram, fazem e continuarão a fazer e a dar desde o carinho, o amor, os ensinamentos, as repreensões, os sacrifícios, as palavras… Ainda que todas as palavras fossem ditas, estas seriam insuficientes para representar a dimensão do meu agradecimento.

Resta-me agradecer a todos, uma vez mais, dedicando-lhes esta dissertação já que, para o produto final da mesma, todos tiveram o seu contributo.

RESUMO ANALÍTICO

Os critérios neoclássicos de investimento ignoram três características fundamentais, presentes na grande maioria dos projetos de investimento produtivos, sendo elas a Flexibilidade, a Incerteza e a Irreversibilidade. Face a essas características, a abordagem das Opções Reais parece ser a única abordagem competente quando comparada com critérios como *Payback,* Taxa Interna de Rendibilidade ou Valor Atual Líquido. Com vista a confirmar estas afirmações, aplica-se a uma situação simulada o modelo de uma variável estocástica, que segue um processo estocástico, mais concretamente um *Geometric Brownian Motion* com *drift*, apresentado por Dixit e Pindyck (1994), modelo este que a par dos modelos de duas variáveis estocásticas, como são exemplos os desenvolvidos por McDonald e Siegel (1986) e Adkins e Paxson (2011), constituem aquele que é, tanto quanto sabemos, o "estado da arte" da temática. Com base nesta aplicação recolhemos evidências de que, de facto, através da consideração de oportunidades de investimento perspetivadas em Opções Reais diminuímos a probabilidade de incorrer em decisões de investimento que não são, de acordo com este critério, ótimas para maximizar o valor do projeto em questão.

Palavras-chave: Opções Reais; Variáveis Estocásticas; Incerteza; Irreversibilidade; Flexibilidade.

ABSTRACT

Neoclassical investment criteria ignore three key features of the vast majority of productive investment projects, which are Flexibility, Uncertainty and Irreversibility. Considering this characteristics, the approach of Real Options appears to be the unique proficient approach when compared to criteria such as Payback, Internal Rate of Return or Net Present Value. To confirm these statements, we apply a model of one stochastic variable, that follows a Geometric Brownian Motion with Drift, presented by Dixit and Pindyck (1994), since it constitute, along with the models of two stochastic variables, as are examples the one developed by McDonald and Siegel (1986) and the one developed by Adkins and Paxson (2011), the "state of art" in Real Options, as far as we know. Based on this application we show that, in fact, by considering investment opportunities envisaged into Real Options we reduce the likelihood of incurring in investment decisions that are not, in accordance with this criterion, optimal to maximize the value of the project in particular.

Keywords: Real Options; Stochastic Variables; Uncertainty; Irreversibility; Flexibility.

SUMÁRIO

Lista de tabelas/ilustrações/siglas

INTRODUÇÃO

A temática da Avaliação de Investimentos desempenha, cada vez mais, um papel fulcral no mundo real, na medida em que assistimos duplamente a uma globalização da Economia e a uma necessidade crescente de eficiência face à escassez de recursos.

Nesse sentido, a correta utilização dos modelos de avaliação de investimento revela-se fundamental para a tomada de decisão de investir tendo em vista a avaliação mais próxima da realidade, de forma a obter avaliações o mais fiáveis possíveis. Esta avaliação não é, na grande maioria dos casos, possível de obter através da utilização dos métodos tradicionais já que estes ignoram três características fundamentais de grande parte dos projetos reais: Incerteza, Irreversibilidade e Flexibilidade.

Não obstante esta problemática é solucionada através da abordagem das Opções Reais na medida em que, fazendo o paralelismo com as opções financeiras, esta não ignora aquilo que Myers (1977) designou como “Oportunidades de Investimento” permitindo, como pretendemos demonstrar, obter respostas mais completas ao nível de uma avaliação mais adequada.

Assim sendo, esta dissertação terá como objetivo principal avaliar o impacto real na decisão de investimento, tendo por base uma simulação, recorrendo à avaliação através do critério do Valor Atual Líquido, num primeiro momento, e pela abordagem das Opções Reais, mais concretamente por intermédio de um modelo de uma variável estocástica apresentado por Dixit e Pindyck (1994). Com esta simulação tencionamos avaliar, por um lado, a flexibilidade de um determinado projeto de investimento nomeadamente no que concerne à determinação do momento ótimo de investir e, por outro, conjugando a aplicação prática com a revisão de literatura a realizar, enaltecer e distinguir os diferentes critérios em análise.

Tendo como foco os objetivos elencados no parágrafo anterior, dividiremos esta dissertação em quatro capítulos.

Primeiramente introduziremos a temática do investimento, passando por apresentar os primeiros contributos para a temática assim como os métodos tradicionais mais recentes e respetivas limitações dos mesmos, terminando com a metodologia das Opções Reais, nomeadamente no que concerne ao paralelismo entre estas e as opções financeiras assim como referenciar alguns dos artigos mais relevantes na área.

No Capítulo Dois, e tendo em conta que os Modelos de Opções Reais exigem a compreensão e aplicação de alguns conceitos matemáticos relativamente complexos, apresentaremos algumas definições, tais como a modelização em tempo discreto ou tempo contínuo ou mesmo os diferentes tipos de processos estocásticos, que, como veremos no Capítulo Três, se revelam fulcrais para a compreensão plena do tema.

De seguida apresentaremos, no capítulo seguinte, o modelo apresentado por Dixit e Pindyck (1994) que, como veremos, estará na génese da resolução do Caso Prático em concreto, nomeadamente no que se refere à explicação do modelo e respetivas fórmulas utilizadas assim como vantagens e críticas inerentes à utilização do mesmo.

No Capítulo Quatro desta dissertação, apresentaremos os resultados obtidos através da utilização do critério do Valor Atual Líquido e da Abordagem das Opções Reais, a um projeto específico, tecendo algumas considerações acerca da variável e pressupostos envolvidos no modelo, nomeadamente através da utilização de uma técnica de avaliação denominada de análise de sensibilidade aos parâmetros, apresentando, por fim, as conclusões obtidas com a elaboração deste trabalho.

Capítulo Um – Introdução ao Investimento

1. Revisão de Literatura relevante para a temática do Investimento

A literatura define investimento como o acto de incorrer num custo imediato, na expetativa de obtenção de retorno futuro (Dixit e Pindyck, 1994) ou, de acordo com Bodie, Zane e Marcus (2012), o comprometimento atual de dinheiro ou outros recursos na expetativa de colher benefícios, num momento posterior do tempo. Construir uma nova fábrica ou comprar novas máquinas de forma a aumentar a capacidade produtiva, comprar ações de forma a obter um dividendo ou realizar um ganho de capital, e comprar obrigações para obter um juro ou realizar mais-valias com a sua venda são alguns exemplos de investimentos. Todos os anteriores pressupõem a alocação de recursos, recursos esses que, por definição, são limitados e que deverão, por isso, ser avaliados de acordo com a relação entre o risco do investimento e a rendibilidade esperada (Brealey, Myers e Allen, 2007). Esta relação entre risco e retorno é, desde há muito, reconhecida na literatura e a sua interpretação é intuitiva: quanto maior (menor) for o risco suportado por um investidor, maior (menor) será a rendibilidade exigida (Campbell, 1996).

Como mencionado anteriormente, existem diversos investimentos possíveis de concretizar. Embora partilhem um objetivo comum – a obtenção de retorno futuro – os investimentos não comungam a mesma natureza estando, por isso, divididos em dois grandes tipos: Investimentos Financeiros e Investimentos Reais (Brealey, Myers e Allen, 2007). Os investimentos financeiros consistem em aquisições de ativos financeiros tais como títulos de dívida pública, papel comercial, depósitos à ordem, partes de capital, nomeadamente ações e quotas próprias sejam elas maioritárias ou minoritárias[1]. Em suma podem ser definidos como direitos vendidos sobre ativos reais e *cash flows* futuros gerados por esses mesmos ativos (Brealey, Myers e Allen, 2007). Por investimento real entende-se a obtenção de ativos

[1] A aquisição de partes de capital maioritárias que permitam o controlo da empresa adquirida por parte da empresa adquirente levantam um conjunto de questões de extrema relevância na teoria Financeira, agregados numa temática designada por Fusões e Aquisições. Esta não é, naturalmente, a temática que nos motiva pese embora enaltecemos a sua importância.

relacionados com o desenvolvimento da atividade da empresa[2]. Esses ativos reais podem ter caráter físico/tangível, como por exemplo construção de auto-estradas, aquisição de tratores agrícolas e expansão da capacidade produtiva de uma fábrica, ou caráter humano/intangível tal como criação de uma marca ou registo de uma patente resultante da propriedade intelectual dos recursos humanos da organização (Brealey, Myers e Allen, 2007).

Dentro de uma organização poderão existir os dois tipos e, admitindo a limitação dos recursos, várias decisões têm de ser tomadas para garantir a maximização dos recursos e do valor da empresa. Desde logo o gestor financeiro, ou outra figura com responsabilidades semelhantes, terá a seu cargo algumas escolhas de extrema importância tal como a Decisão de Investimento, que consiste na avaliação de projetos e escolha dos que geram mais valor aos investimentos realizados, e a Decisão de Financiamento, que se baseia na definição da estrutura mais adequada/favorável de financiamento desses mesmos investimentos[3] (Brealey, Myers e Allen, 2007). De realçar que estas duas questões são tratadas isoladamente, *i.e.*, primeiramente é avaliado se uma oportunidade de investimento é efetivamente favorável e, se a for, torna-se então necessário definir o modo como esse mesmo projeto será financiado.

[2] No caso das instituições financeiras monetárias a atividade principal consiste na aquisição ou cedência de ativos financeiros e não de ativos reais pelo que esta afirmação, nesses casos em concreto, não seria correta.

[3] A decisão de financiamento é um tema bastante complexo que está relacionado com o trabalho iniciado e desenvolvido por Modigliani e Miller (1958) para determinação da estrutura ótima de capitais. Acreditamos que este problema se desvia do nosso tema em concreto pelo facto de estar relacionado com o "lado direito" do Balanço (Capital Próprio e Passivo) pelo que não seremos extensivos, pese embora realcemos a sua importância.

1.1. Métodos de Avaliação de Investimentos

1.1.1. Evolução da Teoria do Investimento

Antes de apresentarmos a mais recente Teoria de Investimento, nomeadamente os critérios neoclássicos e a abordagem das Opções Reais, consideramos importante apresentar aquelas que podem ser consideradas as principais origens da Teoria propriamente dita.

Nesse sentido, podemos afirmar que a Teoria de Investimento deu um dos primeiros passos por intermédio do trabalho de Keynes (1936) que introduziu o conceito de Eficiência Marginal de Capital, conceito este que pode ser definido como a relação entre a taxa de retorno exigida pela manutenção de um ativo, atualizado a uma taxa de desconto (juro), e o seu custo de produção. De um modo geral, Keynes (1936) demonstra que o incentivo para investir está dependente da curva da procura e da taxa de juro, sendo que o investimento deveria ser realizado se a taxa de retorno exceder a taxa de juro.

Além deste importante e, diríamos, fundamental contributo inicial para a temática, podemos destacar alguns outros que se seguiram. Markowitz (1952) desenvolveu a famosa teoria de replicação de carteira enquanto que Modigliani e Miller (1958, 1961, 1963) determinaram a estrutura ótima de capitais, política de dividendos e benefícios fiscais. Quanto a Jorgenson (1963), podemos referir que o autor introduziu importantes características do custo de capital e, em simultâneo, efetuou uma comparação entre o valor marginal de um produto com os seus custos, custos esses que são calculados a partir do conjunto de variáveis como o preço de compra e taxas de juro, depreciação e impostos. Alguns anos mais tarde, Tobin (1969) faz uma abordagem similar à desenvolvida por Jorgenson (1963), comparando o valor do investimento marginal capitalizado com o custo desse mesmo investimento, concluindo que quando o rácio entre estas duas ordens de grandeza, representado por q, for superior a 1, o investimento deve ser realizado, rejeitando o mesmo se se verificar $q < 1$. Estes dois últimos são enaltecidos por Dixit e Pindyck (1994) que referem que estas duas abordagens lançaram os fundamentos para o desenvolvimento daqueles que são denominados de critérios neoclássicos do investimento.

1.1.2. Abordagem à Teoria Neoclássica do Investimento

Temos vindo a enfatizar a importância da decisão de investimento pelo facto de esta permitir, quando aplicada com ética e de forma correta[4], atingir aquele que é considerado como o principal objetivo das mesmas: maximização do valor da empresa (Brealey, Myers e Allen, 2007). No entanto não vimos, ainda, como são avaliados esses projetos de investimento de forma a permitir concluir o processo de decisão.

De acordo com a Teoria Neoclássica do Investimento destacam-se quatro métodos para avaliação de projetos de Investimento sendo eles o *Payback*, *Payback* Modificado, Taxa Interna de Rendibilidade (TIR) e Valor Atual Líquido (VAL).

1.1.2.1. *Payback* e *Payback* Modificado

O *Payback* e o *Payback* Modificado podem ser definidos como o período de recuperação do investimento realizado (Larson e Gray, 2008). Em ambos os casos, o cálculo é intuitivo e passa por comparar os *cash flows* acumulados com o investimento inicial de forma a prever quantos anos, e em alguns casos meses e dias, serão necessários para recuperar o investimento. Não obstante, no *Payback* Modificado os *cash flows* são atualizados, à data de avaliação, a uma taxa de atualização – custo de oportunidade de capital – que permite ter em conta o valor temporal do dinheiro, algo que não acontece no *Payback* “normal”. De acordo com Awomewe e Ogundele (2008) estes métodos são bastante utilizados para avaliar o risco de liquidez já que quanto menor for o período de recuperação esperado mais rapidamente o investimento será recuperado. Contudo, estes dois critérios são

[4] Os conflitos entre gestores e acionistas, através da temática dos custos de agência, são uma realidade que remete para as decisões de investimento e impacto nestas. Reforçamos a importância deste tema, embora não nos prendamos no mesmo.

bastante criticados na literatura pelas suas limitações (Brealey, Myers e Allen, 2007). A primeira limitação é o facto de ambos os métodos ignorarem os benefícios futuros gerados pelo projeto, visto que são apenas considerados os *cash flows* estritamente necessários à recuperação do investimento. Relativamente ao Payback podemos ainda referir que este método não tem em conta o valor temporal do dinheiro, pelo que trata de igual forma os *cash flows*, independentemente do momento do tempo em que forem gerados[5].

1.1.2.2. Taxa Interna de Rendibilidade (TIR)

Este critério pode ser definido como a taxa de rendibilidade que anula o VAL de um projeto, utilizando para o seu cálculo a fórmula do VAL igualada a 0:

$$VAL = 0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} CF^n}{(1+i)^n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} I^n}{(1+i)^n} \tag{1}$$

onde i é a TIR (Brealey, Myers e Allen, 2007). De acordo com este critério o investimento deve ser realizado sempre que a taxa de rendibilidade de um projeto for superior ao custo de oportunidade de capital. Estes dois conceitos são claramente distintos e merecem ser definidos. A taxa de rendibilidade é uma medida de rendibilidade interna, *i.e.*, está exclusivamente dependente das variáveis do projeto da empresa, nomeadamente maturidade e montante do mesmo (Brealey, Myers e Allen, 2007). Por outro lado, o custo de oportunidade de capital é um padrão de rendibilidade visto que é estabelecido no mercado de capitais, podendo ser definido como a taxa de rendibilidade oferecida por outros ativos com um risco equivalente ao do projeto em avaliação (Brealey, Myers e Allen, 2007).

De acordo com Brealey, Myers e Allen (2007) este critério é bastante utilizado por gestores financeiros devido à sua rápida aplicação, comparativamente

[5] De ressalvar que esta última limitação é excluída do critério do *Payback* Modificado, já que este é um método que tem em consideração o valor temporal do dinheiro e, por isso, os *cash flows* recebidos serão, de facto, influenciados pelo fator de atualização.

com o VAL, permitindo obter uma taxa comparável com o mercado. Não obstante, ao contrário do VAL, este critério não tem significado económico em todo o tipo de projetos, apresentando várias críticas na literatura (Brealey, Myers e Allen, 2007; Brigham e Houston, 2013). A primeira crítica a apresentar está relacionada com projetos perfeitamente simétricos nos quais o valor absoluto dos *cash flows* e do (Des)Investimento é o mesmo. Nestes casos, a crítica prende-se no facto de a TIR ser igual em ambos os casos quando, na verdade, deveria ser, também ela, simétrica, ou seja, projetos com VAL de x e $-x$ deveriam ter uma TIR correspondente de y e $-y$ para todos os casos. Para além desta, a alteração do custo de oportunidade de capital ao longo da vida do projeto é também um problema para este critério, fazendo com que seja apenas possível estabelecer indiretamente uma comparação através do cálculo da média ponderada dos vários fatores de atualização até à maturidade. Além disso em projetos não convencionais[6] são obtidas várias TIR, tantas quanto o número de zeros da equação anteriormente apresentada, sendo que em projetos mutuamente exclusivos[7] a TIR e o VAL podem dar respostas completamente opostas já que critérios com VAL simétricos correspondem a TIR iguais tal como vimos anteriormente (Brealey, Myers e Allen, 2007).

1.1.2.3. Valor Atual Líquido (VAL)

Tendo por base os métodos observados até agora, podemos afirmar que todos eles apresentam lacunas que são comumente debatidas. O critério do Valor Atual Líquido é, de todos estes, aquele que mais é valorizado à luz da teoria neoclássica do investimento (Ross, Westerfield e Jaffe, 2002; Brealey, Myers e

[6] Projetos que apresentam mudanças de sinal ao longo do projeto, *i.e.*, os *cash flows* acumulados são ora negativos ora positivos ao longo do projeto, não assumindo o crescimento “normal” da maior parte dos projetos em que existe um investimento inicial e depois começa a gerar *cash flows* positivos ao longo da maturidade do projeto.

[7] Neste tipo de projetos o objecto do investimento é exactamente o mesmo para ambos, mudando apenas o fornecedor ou características específicas do investimento. Dando um exemplo, uma empresa poderá optar por obter uma de duas máquinas ligadas à produção de peças de grande dimensão para a indústria aeronáutica, sendo que uma delas é uma delas é exclusivamente tecnológica enquanto que a outra tem a compontente manual.

Allen, 2007). Fazendo uma breve introdução ao conceito de valor atual e valor futuro, é de referir que ambos assentam em dois princípios financeiros básicos (Brealey, Myers e Allen, 2007):

- Um euro disponível hoje vale mais do que um euro disponível amanhã: a lógica deste princípio baseia-se na disponibilidade de liquidez na medida em que, tendo um euro disponível hoje, podemos imediatamente aplicar o mesmo na obtenção de retorno (Exemplo: Juros);

- Um euro certo, *i.e.*, sem risco, vale mais do que um euro com risco: visto que os projetos de investimento funcionam numa lógica futura, os *cash flows* e a rendibilidade são previsionais. Se a rendibilidade esperada for a mesma para um projeto com risco ou para um projeto sem risco, os investidores vão evitar, racionalmente, o risco.

O VAL pode ser apresentado como a diferença entre os *cash flows* previsionais do projeto, atualizados ao custo de oportunidade à data de realização do mesmo, e o(s) investimento(s) efetuados nesse mesmo projeto, também eles influenciados por esse mesmo fator de atualização (Dixit e Pindyck, 1994; Brealey, Myers e Allen, 2007). De acordo com este método, um projeto com um VAL positivo deverá ser aceite já que, dessa forma, estaremos a acrescentar valor ao interessado, seja ele uma empresa, organização ou um particular (Brigham e Houston, 2013). Todavia quando a restrição de recursos seja tal que não seja possível apoiar todos os projetos, a decisão deve ser feita tendo por base o melhor somatório de valor(es) atual(is) líquido(s) possível face aos recursos alocados (Brealey, Myers e Allen, 2007)

Comparado com os critérios anteriores, várias características merecem ser destacadas (Ross, Westerfield e Jaffe, 2002; Brealey, Myers e Allen, 2007). A primeira delas, e que temos vindo a enfatizar, é o valor temporal do dinheiro que, embora não seja exclusivo deste método, permite diferenciar os critérios “adequados” dos “não adequados”. Uma outra reside no facto de o VAL ser independente de fatores que não têm relação direta com o projeto, tais como o volume de negócios atual ou a rendibilidade de outros projetos autónomos. Além disso, o VAL possui a propriedade da aditividade de valor, propriedade essa que é exclusiva do VAL e que permite somar valores atuais líquidos de vários projetos, avaliando-os como um todo. Em suma o VAL é o critério mais enaltecido dos critérios neoclássicos. Todavia, tal como os outros métodos tradicionais, este critério apresenta algumas insuficiências face a determinadas condições e/ou propriedades dos projetos.

1.1.3. Problemática da Decisão de Investimento – Crítica aos métodos Tradicionais

Nos pontos anteriores, o VAL foi demarcado como o critério mais competente, face aos analisados, devido às vantagens que apresenta face aos seus “concorrentes tradicionais”. Não obstante, este critério do VAL apresenta algumas limitações que não permitem dar resposta a um leque de problemas que se colocam. Desde logo os métodos tradicionais, incluindo o VAL, tratam os projetos como caixas negras, *i.e.*, é assumido o não enviesamento dos *cash flows* previsionais (Brealey, Myers e Allen, 2007). Além disso, os projetos são vistos como sendo do tipo “agora ou nunca” querendo isto dizer que só existem duas hipóteses: implementar o projeto à data de avaliação/realização do mesmo, ignorando dessa forma os benefícios de adiar a decisão de investimento, ou não investir no mesmo (Brealey, Myers e Allen, 2007). Uma outra crítica relaciona-se com o facto de ser assumido que não existe qualquer ligação entre projetos atuais e projetos futuros (Brealey, Myers e Allen, 2007). Alguns autores (Dean, 1951; Hayes e Abernathy, 1980; Brennan e Schwartz, 1985; Myers, 1987; Ingersoll e Ross, 1992) reforçam as limitações do VAL dizendo que este subavalia oportunidades de investimento, pelas razões atrás referidas, originando más decisões que, por sua vez, geram graves consequências tais como perda de capacidade competitiva.

Em suma, a literatura parece apontar que os métodos tradicionais não têm em linha de conta, pelo menos de forma conveniente, três características fundamentais da grande maioria dos projetos de investimento – incerteza, irreversibilidade e flexibilidade (Dixit e Pindyck, 1994) – características essas que, pela sua importância, serão apresentadas mais à frente nesta dissertação aquando da abordagem às opções reais. Contudo, e usando uma expressão relativamente corrente, “há vida para além dos critérios tradicionais”. A metodologia das opções reais, metodologia essa que, para ser aplicada, necessita das três características anteriormente referidas, tem vindo a ser defendida e utilizada por vários autores ao longo dos tempos (Trigeorgis, 1993; Dixit e Pindyck, 1994; Trigeorgis, 1996; Paxson e Pinto, 2005; Pereira, Rodrigues e Armada, 2006; Adkins e Paxson, 2011; Ribeiro, Rodrigues e Brandão, 2013, etc.). Esta metodologia permite, de acordo com alguns autores, preencher algumas lacunas que os métodos tradicionais não conseguiram ainda solucionar (Dixit e Pindyck, 1994; Trigeorgis, 1996). No entanto, e para melhor compreendermos como a abordagem das opções reais se desenvolveu, é indispensável determo-nos na avaliação das opções financeiras.

1.2. As oportunidades de investimento perspetivadas numa Opção

1.2.1. Opções Financeiras

Uma opção financeira é um direito (e não uma obrigação) de compra ou venda sobre um determinado ativo, a um preço de exercício e maturidade fixada no contrato de opção, por troca de um prémio pago à cabeça (Black e Scholes, 1973; Brealey, Myers e Allen, 2007). Às opções que conferem o direito de comprar dá-se o nome de opções de compra (*call options*), enquanto que as opções que conferem o direito de venda denominam-se de opções de venda (*put options*) (Black e Scholes, 1973; Brealey, Myers e Allen, 2007). De realçar que a decisão de comprar ou vender é exercida pelo comprador da opção, caso seja do seu interesse, estando o vendedor do direito obrigado a efetuar a sua contraparte em caso de exercício[8]. Assim, o exercício da opção depende do seu *payoff*, *i.e.*, do valor da opção. No caso das opções de compra, o *payoff* é determinado pela seguinte função:

$$Max\ [S_T - X; 0] \tag{2}$$

em que S_T é o preço spot do ativo na maturidade e X é o preço de exercício da opção. Se o valor desta diferença for menor que zero, significaria que o detentor da opção estaria a exercer o direito de comprar um ativo a um preço de exercício superior aquele que poderia obter o mesmo ativo no mercado, pagando (ir)racionalmente mais (Black e Scholes, 1973; Brealey, Myers e Allen, 2007). No caso das opções de venda, a função é exatamente a inversa:

[8] Realçamos este ponto. Sempre que o detentor da opção exercer o seu direito de compra ou venda, o vendedor do contrato está obrigado a vender ou comprar, respetivamente, o ativo ao preço fixado em contrato, *i.e.*, ao preço de exercício.

$$Max\ [0;\ X - S_T] \tag{3}$$

já que o detentor exerce o seu direito se o preço de exercício lhe permitir obter um retorno maior do que aquele que conseguiria ao vender o ativo subjacente no mercado (Black e Scholes, 1973; Brealey, Myers e Allen, 2007).

Quanto à maturidade podemos identificar dois tipos de opções: opções europeias, cujo exercício da opção só pode ser exercido na maturidade, e opções americanas, em que o exercício deste direito pode ser exercido desde o momento em que passamos a deter o direito até à maturidade, inclusive (Black e Scholes, 1973).

O problema central das opções passa pela avaliação do valor esperado das mesmas, em especial no caso das opções europeias, tendo sido desenvolvidos alguns modelos de valorização resultantes do trabalho de alguns autores tais como Black e Scholes (1973), Merton (1973), Margrabe (1978) ou Cox, Ross e Rubinstein (1979). Black e Scholes (1973) lançaram os fundamentos para o que é atualmente conhecido como "*Option Pricing Theory*", criando um modelo que permite avaliar o valor de uma opção de compra sobre uma ação que paga dividendos através da seguinte fórmula:

$$C\ (S, X, r, \delta, \sigma, T) = Se^{-\delta T}N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2) \tag{4}$$

em que:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + (r - \delta + 0{,}5\ \sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

e

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

onde S representa o preço do ativo subjacente, X o preço de exercício da opção, r a taxa de juro isenta de risco, σ o desvio-padrão das rendibilidades do ativo subjacente, δ o *dividend yield* [9] e T o tempo para a maturidade da opção. O preço de exercício X e o preço do ativo subjacente S permite diferenciar e categorizar opções em três grandes tipos: *in-the-money*, *at-the-money* e *out-of-the-money* (Black e Scholes, 1973; Merton, 1973). Para uma opção ser considerada *in-the-money*, o preço de exercício tem de ser maior (no caso das opções de venda) ou menor (no caso das opções de compra) do que o preço corrente do ativo subjacente. No caso das opções *out-of-the-money* verifica-se exatamente o oposto, ou seja, o preço de exercício será inferior (no caso das opções de venda) ou superior (no caso das opções de compra) em relação ao preço *spot* do ativo subjacente. Sempre que o preço de exercício e o preço do ativo subjacente sejam, à data, iguais, a opção está *at-the-money*.

1.2.2. Opções Reais

As opções financeiras são, em tudo, muito similares às opções reais. Antes de abordarmos estas últimas torna-se necessário estabelecer uma comparação entre opções financeiras e opções reais através da tabela seguinte:

Opções Financeiras	Opções Reais
Preço da Ação (ativo subjacente)	Valor Atual dos *cash flows* (VACF) do projeto
Preço de Exercício	Valor Investimento
Tempo para a Maturidade	Tempo para a Maturidade da Opção
Volatilidade do Ativo Subjacente	Volatilidade do VACF
Taxa de Juro isenta de risco	Taxa de Juro isenta de risco
Dividend yield	Custo de Oportunidade de Adiamento

Tabela 1 – Relação entre Opções Financeiras e Opções Reais

Fonte: Adaptado de Brealey, Myers e Allen (2007)

[9] Rendibilidade do Dividendo de uma determinada ação. Ver Geske (1978) que utiliza a *Option Pricing Theory* em contexto de opções reais.

Como é possível notar, embora a denominação seja diferente, existe uma relação óbvia entre avaliação de opções financeiras e opções reais. Em 1977, Myers, referindo-se ao facto de que uma empresa não deve ser avaliada só em função do valor dos ativos respetivos mas também das suas oportunidades de crescimento, utilizou a expressão “Opções Reais” pela primeira vez. De acordo com este autor, as referidas oportunidades de crescimento mais não são do que direitos (e não obrigações) que a empresa dispõe de expandir os seus negócios no futuro. Myers (1977) lançou assim as bases para a discussão em torno do facto de muitos projetos de investimento poderem ser avaliados utilizando a referida “*Option Pricing Theory*”.

Tal como as opções financeiras, os projetos de investimento em ativos físicos e humanos possuem as características da incerteza, irreversibilidade e flexibilidade (Dixit e Pindyck, 1994; Trigeorgis, 1996):

- **Incerteza** – esta característica está diretamente ligada ao risco. Na realização de projetos de investimento existem sempre diversas variáveis, sejam elas internas ou externas, que são, pelo menos em parte, incertas. Dando um exemplo, os *cash flows* associados a um projeto de construção de uma portagem dependerão do número de veículos que por ela circulem e do preço de cada viagem. Como são variáveis que não são (normalmente) controladas, a menos que exista uma Rendibilidade Mínima Garantida (Huang e Chou, 2006), torna-se necessário incorporar essa incerteza no custo de oportunidade de capital. Assim sendo, e numa ótica de opções reais, quanto maior for a incerteza maior será o valor de uma opção;

- **Irreversibilidade** - A maioria dos projetos de investimento apresentam esta característica, ou seja, após o investimento ser realizado o valor residual do mesmo será inferior ao valor investido podendo, muitas vezes, ser mesmo nulo[10]. Esta irreversibilidade depende, sobretudo, da

[10] Existem projetos cujos respetivos inputs são específicos desse mesmo projeto, pelo que o seu valor alternativo/residual é zero

especificidade de um determinado investimento resultante do setor de atividade no qual determinada empresa opere. Ao efectivarmos o investimento está a ser exercida em simultâneo a opção de investimento, assumindo a irreversibilidade, mesmo que parcial, do custo do investimento (Dixit e Pindyck, 1994);

- **Flexibilidade -** A teoria neoclássica trata os projetos como sendo do tipo “agora ou nunca”, *i.e.*, existem apenas duas decisões: investir agora ou nunca mais investir (Brealey, Myers e Allen, 2007). Na realidade, na grande maioria dos casos, os gestores possuem alguma flexibilidade quanto ao “*timing*” de realização do investimento (Dixit e Pindyck, 1994). Independentemente do ambiente ser competitivo ou não competitivo (Exemplo: situações de monopólio), a liberdade quanto à decisão do momento de investimento é uma característica essencial que deve ser tomada em consideração (Dixit e Pindyck, 1994). A grande diferença entre estes dois ambientes é o facto de existir um custo de oportunidade maior quando a concorrência é mais forte, devido à possibilidade de investimento por parte de uma empresa rival ou mesmo entrada de novos competidores (Dixit e Pindyck, 1994). Este *trade-off* entre o benefício e o custo de exercício da opção de adiamento, é determinante para efeitos da tomada de decisão sobre o momento de implementação do investimento.

Como referido anteriormente, estas características são parte integrante de uma grande parte dos projetos de investimento pelo que a influência destas afeta negativamente a utilização dos métodos tradicionais. Os primeiros artigos científicos que se debruçam sobre a aplicação da abordagem das opções reais são os trabalhos de Tourinho (1979), Kester (1984), Brennan e Schwartz (1985), Mcdonald e Siegel (1985, 1986), que utilizam diferentes modelos de Opções Reais desde Black e Scholes (1973) até aos modelos de duas variáveis estocásticas na presença de homogeneidade de grau um no respetivo sistema diferencial, modelo este que parece ser o mais utilizado nos últimos anos de forma a obter resposta às questões levantadas pela comunidade científica (Paxson e Pinto, 2005; Pereira, Rodrigues e

Armada, 2006; Adkins e Paxson, 2011; Armada, Pereira e Rodrigues, 2012; Ribeiro, Rodrigues e Brandão, 2013). Não obstante, essas questões variam consoante as diferentes opções a avaliar. À semelhança das opções financeiras que distinguem opções de compra e de venda, também as opções Reais apresentam vários tipos (Trigeorgis, 1996):

- **Opção de adiamento** – consiste na valorização da flexibilidade de investir, flexibilidade essa que é completamente esquecida nos métodos tradicionais devido à assunção de projetos do tipo “agora ou nunca”. Este tipo de opção dá flexibilidade aos gestores na tomada de decisão de investir visto que o adiamento da decisão pode traduzir-se numa diminuição do risco expectável, seja pelo aumento de informação ou mesmo pela melhoria das variáveis que afetam um projeto. Fazendo a correspondente ligação com as opções financeiras, uma opção de adiamento pode ser entendida como uma opção de compra americana na medida em que o direito será exercido quando os *cash flows* esperados forem maiores do que o investimento. Vários autores abordam esta opção (Tourinho, 1979; Mcdonald e Siegel, 1986; Dixit e Pindyck, 1994; Pereira, Rodrigues e Armada, 2006; Armada, Pereira e Rodrigues, 2012; Ribeiro, Rodrigues e Brandão, 2013);

- **Opção de abandono** – é exercida quando as condições são muito adversas, permitindo à empresa abandonar, permanentemente, uma área de negócio em concreto através da venda dos seus ativos. Pode ser entendida como uma opção de venda americana, em que o preço de exercício é o valor residual dos investimentos e o preço de mercado é o valor atual do projeto. Alguns exemplos de setores onde frequentemente existem opções de abandono são a indústria ferroviária ou aeronáutica, onde o valor do investimento é bastante elevado, assim como o risco associado. Esta opção é abordada por Myers e Majd (1983), Huang e Chou (2006) e Adkins e Paxson (2011);

- **Opções de alteração da escala da operação** – existem vários tipos de opção, dentro deste grupo, que dependem das condições de mercado. Se as condições forem melhores do que aquelas que a empresa previa, alterações podem ser realizadas, como por exemplo aumentar a capacidade instalada ou diminuir o tempo de produção, ao passo que em condições desfavoráveis a empresa pode optar por abrandar a produção ou mesmo terminar a mesma, reiniciando somente quando verificar melhorias. Alguns exemplos deste tipo de opções podem ser encontrados na indústria produtiva/extrativa ou no setor da construção. Alguns autores que abordam esta temática: (Mcdonald e Siegel, 1985; Brennan e Schwartz, 1985; Trigeorgis e Mason, 1987; Pindyck, 1988);

- **Opção de investimento por fases** – É um conjunto de hipóteses que segue a lógica das árvores de decisão, *i.e.*, a empresa pode tomar uma de várias decisões em cada fase, decisões essas que podem divergir na probabilidade de acontecimento e no impacto quanto ao valor acrescentado para o projeto. Dando um exemplo concreto, uma empresa de construção pode optar por construir um determinado edifício por módulos de forma a avaliar, no final de cada módulo, se deve investir no módulo seguinte ou abandonar o projeto. As indústrias de investigação e desenvolvimento, como é exemplo a farmacêutica, as indústrias de extração ou projetos de capital de risco são alguns exemplos de projetos onde poderão existir este tipo de opções. Trigeorgis (1993), Panayi e Trigeorgis (1998) e Alvarez e Stenbacka (2001), são alguns autores que estudam esta opção;

- **Opção de mudança de *inputs/outputs*** – flexibilidade que a empresa tem em modificar os seus *inputs* (por exemplo utilizar como fonte de energia electricidade, gás natural ou carvão) e/ou os seus *outputs* (por exemplo construir com o mesmo tipo de máquinas vários modelos de carros ou desenvolver diversos produtos farmacêuticos). É uma opção bastante valorizada nas indústrias produtoras tal como referida por Dixit e Pindyck (1994);

- **Opção de crescimento** – pressupõe um investimento inicial num determinado projeto ou ideia de forma a potenciar uma vantagem competitiva. São alguns exemplos o investimento em investigação e desenvolvimento, aquisição estratégica de uma empresa ou terreno, entre outros. Alguns exemplos de trabalhos que abordam esta opção são Kulatilaka e Perotti (1998) e Décamps e Villeneuve (2007);

- **Múltipla interação de opções** – a grande parte dos projetos pode conter um conjunto de vários tipos de opções que têm vindo a ser apresentados por Trigeorgis (1993, 1996) e Dixit e Pindyck (1994).

Depois de apresentados alguns dos mais importantes tipos de opções reais, tal como abordado por Trigeorgis (1996), e feita menção a alguns artigos científicos acerca dos mesmos, consideramos importante apresentar, também, alguns dos mais importantes artigos científicos acerca da temática.

1.2.3. Resenha Histórica à Literatura sobre Opções Reais

O primeiro artigo científico sobre Opções Reais pertence a Tourinho (1979) cujo tema se relaciona com a problemática da avaliação de uma reserva de um determinado recurso natural, não renovável, em presença de incerteza quanto ao preço futuro do mesmo. O objetivo do trabalho passa por avaliar uma opção de adiamento, cujo investimento concreto está relacionado com a exploração e consequente extração desse mesmo recurso, decisão essa que, segundo o autor, levanta duas questões fulcrais, ambas relacionadas com a decisão de investimento propriamente dita. Primeiramente, torna-se necessário determinar qual o montante de investimento a alocar à exploração e, posteriormente, determinar que reservas deveriam ser extraídas e em que momento do tempo. O autor considera que a extração envolve custos relacionados com a manutenção da reserva e com a armazenagem, custos esses que aumentariam com o tempo. Para a avaliação do valor da reserva e, consequentemente, determinação do momento ótimo de investimento, o autor utilizou o modelo de Black e Scholes (1973) já que este assume a neutralidade face ao risco, com a variável preço do recurso natural a seguir um processo estocástico específico, denominado de *Geometric Brownian Motion* (GBM), com *drift* e variância constantes ao longo do tempo.

Um outro artigo científico a realçar é o de Brennan e Schwartz (1985) que se centra na avaliação, através de opções reais, de um recurso natural renovável, trabalho este que apresenta algumas semelhanças ao realizado por Tourinho (1979). O objetivo dos autores passa por determinar o valor e política de produção/operação ótima de investimento nesse mesmo recurso natural, utilizando, para isso, um modelo contínuo de uma variável estocástica que seria, neste caso concreto, o preço de um recurso natural que segue um GBM. Importa referir que a política de produção/operação tem atenção à variação de preços, na medida em que essa mesma variação influencia a decisão de investir, adiar ou abandonar o projeto, e que este modelo correlaciona o valor do recurso natural no mercado real[11] e desse mesmo ativo no mercado de futuros. Além disso é assumida a neutralidade face ao risco assim como a não existência de arbitragem em ambos os mercados, considerando a existência de uma *convenience yield* [12] associada a esse ativo.

Nesse mesmo ano, Mcdonald e Siegel (1985) avaliam o valor de um projeto, também ele com incerteza em relação à variável preço que segue um processo estocástico contínuo, mais concretamente um GBM com *drift*, tendo em conta a presença de uma opção de abandono/suspensão. No artigo os autores chegam a conclusões distintas de outros autores quanto ao valor da opção de abandono, visto que, entre eles, são utilizadas diferentes abordagens ao problema no que concerne à temática da neutralidade face ao risco.

Mcdonald e Siegel (1986) estudam o momento ótimo de investimento num projeto irreversível onde os benefícios e custos, associados ao mesmo, seguem processos estocásticos em tempo contínuo. Neste artigo os autores utilizam um modelo de duas variáveis estocásticas com sistema diferencial homogéneo, *i.e.*, com equação diferencial parcial e correspondentes condições fronteira que lhes permite determinar uma fronteira ótima de investimento e, dessa forma, encontrar o respetivo *timing* ótimo.

---

[11] Também denominado de Mercado *Spot*.

[12] A *convenience yield* desempenha um papel fundamental na explicação das relações entre mercado *spot* e mercado de futuros, estando relacionada com aquilo que é o modelo *cost of carry*. Aconselhamos a leitura de Gibson e Schwartz (1990) para uma explicação mais aprofundada.

Relativamente a Adkins e Paxson (2011), estes procuraram determinar o momento ótimo de substituição e abandono de um determinado ativo, utilizando para isso um modelo semelhante a Mcdonald e Siegel (1986). A diferença entre ambos centra-se no facto de o modelo de Adkins e Paxson (2011) apresentar não homogeneidade, ou seja, não se verifica a presença de um parâmetro que seria função de uma ou várias variáveis.

Ainda que a literatura de opções reais seja relativamente recente, quando comparada com a restante literatura financeira, podemos afirmar que se têm verificado avanços significativos ao longo dos anos. A complexidade da temática assim como o facto de esta ser, tanto quanto sabemos, a abordagem que proporciona uma resposta mais adequada a uma grande parte das decisões de investimento, reforça a nossa motivação para contribuir para a literatura da mesma e alcançar o objetivo proposto. Não obstante, antes de passarmos para a apresentação dos modelos de opções reais que, tanto quanto sabemos, constituem o estado da arte da temática, torna-se necessário dar conta de alguns conceitos fundamentais que permitirão, por um lado, compreender esses mesmos modelos matemáticos assim como fortalecer as conclusões acerca desta dissertação.

Capítulo Dois – Conceitos Matemáticos

2. Introdução à Conceitos Matemáticos

Os mais recentes trabalhos, realizados no âmbito da temática das Opções Reais, têm sido suportados por modelos de variáveis estocásticas que permitem alcançar avaliações mais fidedignas. Não obstante, não existe um denominado “modelo apropriado” para qualquer projeto ou totalidade das variáveis, sendo certo que cada projeto ou variável terá características únicas que deverão ser tidas em linha de conta para a escolha dos diferentes modelos de avaliação (Dixit e Pindyck, 1994). Ao longo deste capítulo apresentaremos alguns conceitos fundamentais que permitirão compreender esta afirmação e, como veremos, desempenham um papel fulcral em Opções Reais.

2.1. Modelização em Tempo Discreto *vs* Modelização em Tempo Contínuo

Ao longo das décadas, vários autores foram usando diferentes modelos de avaliação de opções que podem ser distinguidos em dois tipos: Modelos em Tempo Discreto e Modelos em Tempo Contínuo.

Por tempo discreto compreende-se um conjunto temporal de valores finitos ou infinitos numeráveis que assumem, na grande maioria dos casos, valores inteiros. Dando um exemplo, avaliar mensalmente o valor de uma ação traduz-se numa avaliação em tempo discreto[13], na medida em que existe um intervalo de tempo entre cada movimentação de preço. Um exemplo de Modelo em Tempo Discreto é o Modelo Binomial de Cox, Ross e Rubinstein (1979).

Por outro lado, tempo contínuo abrange um conjunto temporal constituído por todos os valores de um intervalo real. Adaptando o exemplo anteriormente apresentado da avaliação do valor de uma ação, podemos dizer que a ação assume valores não apenas mensais, ao contrário do tempo discreto, mas sim um número infinito de valores compreendidos no intervalo temporal definido, na medida em que os intervalos de tempo entre cada movimentação de preço são próximos de zero.

A escolha entre estes dois tipos de modelização varia consoante a problemática a estudar. Não obstante, acreditamos que a modelização em tempo contínuo traduz um menor erro nas avaliações visto que, ao contrário da modelização em tempo discreto, não utiliza intervalos de tempo entre dados o que permite aumentar a convergência dos mesmos para o denominado valor real.

[13] Consideramos que é importante esclarecer claramente este exemplo. Ainda que o valor de uma ação seja uma variável contínua, a avaliação, neste caso concreto, é feita em tempo discreto. Em suma, a natureza da variável não é afetada por uma abordagem distinta ao nível da avaliação pelo que, reforçamos, a variável preço da ação é uma variável contínua.

2.1.1. Modelização em Tempo Contínuo: Definição Processos Estocásticos

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), um processo estocástico é uma função, com uma ou mais variáveis, que evolui ao longo do tempo de uma forma que é, pelo menos em parte, aleatória. A temperatura de uma determinada cidade é um exemplo de processo estocástico. A sua variação ao longo do tempo apresenta uma componente parcialmente determínistica, *i.e.*, não aleatória, visto que se verifica uma subida de temperatura durante o dia ou Verão e uma descida durante a noite ou Inverno, e uma componente que é, em parte, aleatória e imprevisível[14]. Um outro exemplo será o comportamento de uma ação. As ações flutuam aleatoriamente ao longo do tempo, existindo, no entanto, uma expetativa tendencial de crescimento no longo prazo, resultante da compensação exigida pelos acionistas para deterem a ação ao longo do tempo.

Ainda que ambos sejam processos estocásticos em tempo contínuo, é importante distingui-los quanto à sua estacionaridade. No caso da temperatura, podemos dizer que este é um processo estacionário, ou seja, as características do comportamento do processo são constantes ao longo do tempo, sendo que a variância da temperatura de hoje será igual, em termos esperados, à variância da temperatura do mesmo dia em período homólogo no futuro. Pelo contrário, o preço de uma ação é um processo não-estacionário, *i.e.*, o preço da ação pode assumir um comportamento completamente distinto em períodos homólogos, sendo que a variância do preço aumenta à medida que o tempo também aumenta (Dixit e Pindyck, 1994).

Embora existam diferentes tipos de processos estocásticos, procuraremos apresentar, de seguida, aqueles que consideramos os mais importantes para a temática.

---

[14] À semelhança de Dixit e Pindyck (1994), referimos que, com base no exemplo apresentado, alguns poderão dizer que a aleatoriedade resulta das limitações da Meteorologia e que, esse argumento, poderia ser eliminado se se construísse um modelo suficientemente completo e eficaz. Não obstante, de um ponto de vista operacional, concordamos com os autores que dizem que, deste ponto de vista, a temperatura daqui a um determinado período de tempo é, de facto, aleatória.

2.1.2. Tipos de Processos Estocásticos

2.1.2.1. Processo de Poisson

O Processo de Poisson é um processo estocástico que se caracteriza pela contagem de acontecimentos e respetivo momento do tempo onde os mesmos ocorreram, ao longo de um determinado intervalo de tempo contínuo (Dixit e Pindyck, 1994). Tem como características principais as seguintes:

- No momento zero (ou momento de início da contagem) o número de acontecimentos observados é também zero;
- Apresenta incrementos independentes, *i.e.*, a distribuição de probabilidade de variação do processo ao longo de um qualquer intervalo de tempo, é independente de qualquer outro intervalo de tempo (desde que não sobrepostos), ou seja a variável segue o chamado "passeio aleatório";
- Apresenta incrementos estacionários, *i.e.*, as características do comportamento dos incrementos são constantes ao longo do tempo;
- A distribuição de probabilidade do número de ocorrências é dado por uma Distribuição de Poisson;
- Não existem ocorrência de acontecimentos em simultâneo.

Como exemplo de um processo de Poisson podemos mencionar a contagem do número de carros que passam numa portagem durante um dia, que assumirá um qualquer número inteiro de carros durante o intervalo real definido. O processo de Poisson é, por isso, um processo em tempo contínuo na medida em que a variável tempo tem valores infinitos para um intervalo real (variável aleatória contínua), ainda que a outra variável seja, normalmente, uma variável aleatória contínua.

2.1.2.2. Processo de Reversão para a Média[15]

O Processo de Reversão para a Média é um processo estocástico que se caracteriza pela existência de tendência para a média, do conjunto de movimentações de uma variável, ao longo do tempo (Dixit e Pindyck, 1994). As suas características são as seguintes:

- É um processo de Markov, *i.e.*, a distribuição de probabilidade de todos os valores futuros do processo dependem apenas do valor presente, nunca sendo afetado por valores passados ou qualquer outra informação histórica[16];
- Não apresenta incrementos independentes, ou seja, a distribuição de probabilidade de variação do processo ao longo de um intervalo de tempo, apresenta uma relação com pelo menos outro intervalo de tempo [17];
- Pode apresentar incrementos estacionários e/ou não estacionários, sendo utilizados, para isso, diferentes processos.

Apresentando um exemplo concreto de um processo de Reversão para a Média, o preço do ouro pode variar aleatoriamente no curto prazo devido, por exemplo, a um aumento (diminuição) da procura ou da oferta. Não obstante, a longo prazo esse preço tenderá para o custo marginal de produção dessa mesma *commodity*.

---

[15] Em inglês *Mean Reverting Process*.

[16] O processo de Markov está relacionado com a Hipótese de Eficiência Fraca de Mercado de Fama (1970). Nesta hipótese o autor refere que toda a informação pública é imediatamente refletida no preço do ativo, não existindo, por isso, nenhuma informação histórica que permita prever o preço futuro.

[17] Utilizaremos o mais simples Processo de Reversão para a Média, também conhecido como Ornstein-Uhlenbeck *Process*, como exemplo. A sua fórmula é a seguinte: $dx = \eta\ (\bar{x} - x)dt + \sigma dz$, onde η é a velocidade da reversão. De notar que a variação esperada em x depende da diferença entre x e $\bar{x}$. Nesse sentido, se x é maior (menor) do que $\bar{x}$, é mais provável que se verifique uma descida (subida) no próximo intervalo de tempo.

2.1.2.3. Processo de Wiener (*Brownian Motion*)

À semelhança dos dois casos anteriores, um Processo de Wiener, também conhecido como *Brownian Motion*, é um processo estocástico em tempo contínuo. Este apresenta três propriedades fundamentais (Dixit e Pindyck, 1994):

- É um processo de Markov, *i.e.*, a distribuição de probabilidade de todos os valores futuros do processo dependem apenas do valor presente, nunca sendo afetado por valores passados ou qualquer outra informação histórica;
- Contém incrementos independentes, ou seja, a distribuição de probabilidade de variação do processo ao longo de um qualquer intervalo de tempo é independente de qualquer outro intervalo de tempo (desde que não sobrepostos), seguindo a variável o chamado "passeio aleatório";
- As variações do processo ao longo de qualquer intervalo de tempo finito seguem uma distribuição normal, com a variância das variáveis a aumentar linearmente com o intervalo de tempo, *i.e.*, quanto maior a dispersão temporal, maior será a variância[18].

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), existem poucas variáveis do "mundo real" que poderiam ser modeladas por um *Brownian Motion*, sem qualquer alteração. Alguns exemplos de limitações de um *Brownian Motion* "simples" seria o facto de, para determinadas variáveis como é exemplo o preço de uma ação, ainda que se verificasse um processo de Markov e a existência de incrementos independentes, as variações não poderiam seguir uma distribuição normal mas sim *lognormal* visto que o preço dessa mesma ação nunca poderia ser negativo. Nesse sentido surgiram generalizações mais complexas deste processo, também denominadas de Processos de Ito, como é o caso do *Geometric Brownian Motion* (GBM) tal como refere Dixit e Pindyck (1994).

[18] Além destas importantes propriedades, Dixit e Pindyck (1994) reforçam ainda que este é um processo que contém incrementos não estacionários já que, a longo prazo, a variância tende para infinito.

2.1.2.4. *Geometric Brownian Motion*

Um *Geometric Brownian Motion* (GBM) é uma derivação não-negativa de um *Brownian Motion*, *i.e.*, enquanto que um *Brownian Motion* pode assumir valores negativos, um GBM apresenta somente valores positivos (Dixit e Pindyck, 1994). Existem diversas variações do GBM que permitem solucionar um grande número de problemas reais. Não obstante, iremos abordar apenas dois tipos de GBM: com *drift* e com *jumps*.

Um GBM com *drift* é dado pela seguinte equação:

$$dV = \alpha\, V\, dt + \sigma\, V\, dz \tag{5}$$

onde dz é o incremento de um Processo de Wiener, dt é o intervalo (infinitesimal) de tempo e α e σ são duas constantes, sendo α o *drift* e σ o desvio-padrão. De um modo geral podemos dizer que o *drift* é uma constante que traduz uma tendência (positiva ou negativa) de uma determinada variável. Como exemplo, se pensarmos num preço num índice bolsista, é expectável que este apresente uma taxa de crescimento anual positiva, o que seria o mesmo que dizer que o *drift* desse ativo seria essa mesma taxa. Nesse sentido, é possível dizer que o GBM é constituído por uma parte determinística que traduz a tendência ($\alpha\, V\, dt$) e por uma parte incerta que simboliza o Processo de Wiener ($\sigma\, V\, dz$) (Dixit e Pindyck, 1994).

Relativamente ao GBM com *jumps*, podemos dizer que este se relaciona, em parte, com o Processo de Poisson que vimos anteriormente, na medida em que se verificam variações discretas no preço da variável, denominada de eventos ou “saltos” (*jumps*) cuja probabilidade de ocorrência segue uma distribuição de Poisson (Dixit e Pindyck, 1994). De acordo com os autores, determinados acontecimentos originam variações repentinas no valor de uma determinada variável, como por exemplo entrada de um novo concorrente num mercado monopolista ou duopolista ou mesmo o início de uma revolução ou guerra num determinado país. A equação que traduz um GBM com *jumps* é a seguinte:

$$dV = \alpha\, V\, dt + \sigma\, V\, dz + V(1-\gamma)\, dq \tag{6}$$

em que dq é o incremento de um Processo de Poisson, podendo este ser 0 (zero) com probabilidade $1-\lambda dt$ ou γ com probabilidade λdt, representando γ a dimensão do *jump*.

Estes serão, provavelmente, os mais importantes tipos de processos existentes e que mais utilizados são na temática que apresentamos. Apresentadas e compreendidas as diferenças e respetiva aplicação prática de cada um deles, torna-se agora possível avançar para o Capítulo Três onde abordaremos a problemática da determinação do momento (*timing*) ótimo de investimento assim como os respetivos modelos de opções reais que permitirão dar resposta ao mesmo.

Capítulo Três – Modelos de variáveis estocásticas: Metodologia das Opções Reais

3. Opção de Adiamento e determinação do *Timing* Ótimo de Investimento

Tal como referido anteriormente, uma grande parte dos projetos de investimento partilham das características da flexibilidade, irreversibilidade e incerteza (Dixit e Pindyck, 1994). Quando o investimento é irreversível e a incerteza se manifesta sobre o futuro das variáveis que afetam o projeto, a implementação de um projeto coincide com o exercício da opção de investir gerando a consequente perda da flexibilidade implícita nesta opção (Pindyck, 1988). Com esta decisão a opção extingue-se assim como a possibilidade de aguardar por nova informação que permita valorizar o projeto e/ou determinar o melhor momento de atuação (Pindyck, 1988). Assim, a empresa incorre num custo de oportunidade ao investir já, em detrimento de adiar a decisão de investimento para o *timing* ótimo, custo de oportunidade este que é tanto maior quanto maior for a incerteza económica (Dixit e Pindyck, 1994; Trigeorgis, 1996).

Esta questão central tem sido objeto de estudo por parte de vários investigadores ao longo dos anos (Brennan e Schwartz, 1985; Mcdonald e Siegel, 1986; Majd e Pindyck, 1987; Dixit e Pindyck, 1994; Pereira, Rodrigues e Armada, 2006; Adkins e Paxson, 2011; Armada, Pereira e Rodrigues, 2012; Ribeiro, Rodrigues e Brandão, 2013). Dando alguns exemplos, Mcdonald e Siegel (1986) utilizam um modelo de duas variáveis estocásticas para avaliar o *timing* ótimo em presença de uma opção de diferimento, enquanto que Majd e Pindyck (1987) abordam o momento ótimo de investimento em projetos de implementação sequencial. Dixit e Pindyck (1994) apresentam um modelo de uma variável estocástica para determinação do momento ótimo de investimento e respetivo valor da opção de investimento, modelo este que utilizaremos no nosso caso prático, enquanto que Adkins e Paxson (2011) utilizam um modelo de duas variáveis estocásticas, com algumas diferenças em relação ao modelo de Mcdonald e Siegel (1986), para determinar uma fronteira ótima de abandono.

Estes últimos modelos de duas variáveis estocásticas parecem ser, tanto quanto sabemos, os mais modernos e avançados modelos de opções reais. Não obstante, e tendo em conta aqueles que são os nossos objetivos, dissecaremos somente o modelo de uma variável estocástica de Dixit e Pindyck (1994) já que, tal como temos vindo a referir, será objeto de aplicação no capítulo seguinte.

3.1. Modelo de uma variável estocástica (Dixit e Pindyck, 1994)

Assumindo estar em presença de um projeto que comunga das três características fundamentais para a aplicação de opções reais – Flexibilidade, Incerteza e Irreversibilidade – podemos abordar o problema tal como Dixit e Pindyck (1994), ou seja, a questão a estudar passa por determinar em que momento do tempo se torna ótimo investir um valor I que é, pelo menos em parte, irreversível de forma a obter um retorno V que maximiza o valor do projeto (Dixit e Pindyck, 1994). Neste modelo, o valor V segue um processo estocástico, denominado de GBM (com *drift*) que é dado pela seguinte equação[19]:

$$dV = \mu \, V \, dt + \sigma \, V \, dz \tag{7}$$

onde, tal como vimos anteriormente, dz é o incremento de um Processo de Wiener, dt é o intervalo (infinitesimal) de tempo e μ e σ são duas constantes, sendo μ o *drift* e σ o desvio-padrão. Importante referir que, tal como Dixit e Pindyck (1994) referem, $\mu = \alpha + \delta$, traduzindo α o retorno esperado de V e δ a taxa de dividendo associado a esse mesmo ativo subjacente, assumindo-se que $\alpha < \mu$ e $\delta > 0$ [20].

O objetivo deste modelo passa por determinar o valor crítico V^*, também denominado de valor ótimo ou *trigger*, a partir do qual é ótimo investir, assumindo-se que, por um lado, I é constante e $F(V)$ designa o valor da oportunidade de investimento, podendo ser representado de uma forma geral pela seguinte equação (Dixit e Pindyck, 1994):

---

[19] Ainda que, neste exemplo concreto, a variável V siga este processo estocástico, enfatisamos que tal não é uma realidade absoluta já que, tal como vimos anteriormente, existem variáveis que, pela sua natureza, seguem processos estocásticos diferentes tal como um GBM com *Jumps* ou *Mean Reverting Process*. Nesse sentido, fica feita a chamada de atenção para a correta avaliação dos diferentes problemas em causa.

[20] Este pressuposto resulta do facto de, tal como Dixit e Pindyck (1994) referem, não existir um custo de oportunidade no caso de não existir qualquer custo de oportunidade de adiamento, ou seja, um investidor nunca exerceria a opção de compra antes da maturidade porque a opção de adiamento nunca teria qualquer valor.

$$F(V) = \max\ \varepsilon\,[(V_T - I)e^{-\rho T}] \quad (8)$$

onde ε traduz o valor esperado, T é o período (indefinido) de tempo para realizar o investimento, ρ designa uma taxa de desconto, e a maximização está sujeita à equação (7) para V. Além disso, é assumido que $\alpha < \rho$ [21], já que com $T_{\rightarrow\infty}$ seria sempre melhor esperar na medida em que o valor de V seria sempre maior ao longo do tempo deixando, por isso, de existir um valor ótimo (Dixit e Pindyck, 1994). Em suma, o objetivo a atingir passa por maximizar a função (8), existindo duas formas distintas de determinar este valor ótimo (V^*): Programação Dinâmica ou *Contingent Claims Analysis* (Dixit e Pindyck, 1994).

Programação dinâmica pode ser definida como uma técnica algorítmica, bastante usada em problemas de otimização, que se baseia na utilização de indução retroativa dos diversos resultados possíveis, utilizando uma taxa de desconto arbitrária que reflete o custo de oportunidade de capital de um ativo com risco similar (Insley e Wirjanto, 2010). De acordo com Dixit e Pindyck (1994), a metodologia divide a sequência de decisões em dois, a decisão imediata e o conjunto de todas as decisões subsequentes, determinando através de métodos numéricos a solução ótima.

Quanto à *Contingent Claims Analysis*, podemos dizer que esta se baseia na teoria económica na medida em que assenta no pressuposto da existência de um mercado suficientemente diversificado, de tal forma que é possível replicar um portefólio de ativos com um risco similar ao projeto em questão (Dixit e Pindyck, 1994). A partir deste portefólio, e assumindo a não existência de arbitragem, é possível utilizar a gestão de risco para construir uma carteira de investimentos, cuja taxa de retorno será a taxa de juro sem risco, taxa esta que será utilizada na determinação do valor ótimo de investimento através deste método (Dixit e Pindyck, 1994).

---

[21] De referir que a letra ρ é utilizada quando a solução é apresentada através de Programação Dinâmica sendo que, como iremos ver, através da *Contingent Claims Analysis*, ainda que se mantenha o pressuposto, a taxa de desconto é simbolizada por r que é a taxa de juro sem risco.

.

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), existem bastantes semelhanças entre ambas as metodologias, nomeadamente quanto às suas equações diferenciais parciais e respetivas condições fronteira. Não obstante, existem algumas diferenças estando a principal relacionada com a taxa de desconto a utilizar, fazendo com que a grande maioria dos autores da área das Finanças opte pela utilização da *Contingent Claims Analysis* (Mcdonald e Siegel, 1986; Adkins e Paxson, 2011; Ribeiro, Rodrigues e Brandão, 2013) já que esta parece ser a que melhor trata a incerteza do projeto, utilizando para isso a taxa de juro sem risco em detrimento de uma taxa de desconto arbitrária.

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), no modelo de uma variável estocástica, $F(V)$ tem de satisfazer a seguinte equação diferencial ordinária (ODE):

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 F(V)}{\partial V^2} + (r-\delta)V\frac{\partial F(V)}{\partial V} - rF(V) = 0 \tag{9}$$

onde δ traduz o custo de oportunidade de manter viva a opção em detrimento da realização do investimento, podendo ser equiparada, por analogia com as ações, ao custo de oportunidade em deter uma ação para obter dividendos em detrimento de vender a mesma ação. Adicionalmente, a solução genérica encontrada para $F(V)$ é a seguinte:

$$F(V) = AV^{\beta} \tag{10}$$

em que A é uma constante a determinar [22] e β é uma constante conhecida cujo valor depende dos parâmetros σ, r e δ da equação diferencial ordinária (9). β é a solução da equação fundamental quadrática:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \beta(\beta-1) + (r-\delta)\beta - r = 0 \tag{11}$$

[22] Através da função: $A = \frac{(V^*-I)}{(V^*)^{\beta}} = \frac{(\beta_1-1)^{\beta_1-1}}{[(\beta_1)^{\beta_1}\, I^{\beta_1-1}]}$

É importante referir que esta equação tem duas raízes:

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1 \tag{12}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0 \tag{13}$$

Com isto, a solução genérica (10) pode ser escrita como:

$$F(V) = A_1 V^{\beta_1} + A_2 V^{\beta_2} \tag{14}$$

onde A_1 e A_2 são constantes a ser determinadas. Não obstante, tal como refere Dixit e Pindyck (1994), em termos económicos β_2 é rejeitado, no problema em concreto, por apresentar valores negativos[23]. Esta nova solução está sujeita a três condições fronteira, sendo elas:

$$F(0) = 0 \tag{15}$$

A opção de investir não tem qualquer valor se o Valor Atual dos *cash flows* for zero[24].

$$F(V^*) = V^* - I \tag{16}$$

Conhecida como *value-matching condition* esta fronteira indica que o valor ótimo do investimento é dado quando o *trigger* para os *cash flows* é atingido, sendo o *payoff* dado por $V^* - I$.

---

[23] Pelo facto de estarmos perante uma equação quadrática, apenas uma das raízes será positiva e, por esse facto, apenas essa raíz terá significado económico tal como vimos anteriormente. Para uma explicação mais extensa, remetemos para o capítulo 4 e 5 de Dixit e Pindyck (1994)

[24] Tal como refere Dixit e Pindyck (1994), esta afirmação deriva do facto de V seguir um GBM dado pela equação $dV = \alpha\, V\, dt + \sigma\, V\, dz$

$$F'(V^*) = 1 \tag{17}$$

Conhecida por *smooth-pasting condition* demonstra que a derivada da função $F(V)$, no *trigger* V^*, tem de ser igual a 1 pois se esta condição não se verificasse seria sempre melhor adiar a decisão de investimento já que V^* seria sempre maior com o tempo, como vimos anteriormente.

Com base nisto é demonstrado que:

$$F(V) = \begin{cases} (V^* - I)\left(\frac{V}{V^*}\right)^{\beta} & para\, V < V^* \\ V - I & para\, V \geq V^* \end{cases}$$

onde V^* é o *trigger* e é dado pela função:

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I \tag{18}$$

Com base no que temos vindo a referir, podemos afirmar que, de acordo com o modelo de uma variável estocástica, a empresa deve adiar o investimento enquanto o Valor Atual dos *cash flows* V não atingir o *trigger* V^* já que, dessa forma, a opção de adiamento tem valor, representado pela equação seguinte:

$$(V^* - I)\left(\frac{V}{V^*}\right)^{\beta} - (V - I) \tag{19}$$

Além disso, importa referir que quando $V \geq V^*$, a opção de adiamento vale zero, sendo que o valor do projeto é igual ao VAL.

Tendo por base este modelo, podemos chegar a algumas conclusões.

Relativamente às duas raízes (12) e (13), quando complementadas com a equação (18), podemos referir que:

- Quanto maior for a volatilidade representada por σ, menor será o valor de β e, consequentemente, maior será o valor de $\frac{\beta}{\beta-1}$, significando que quanto maiores forem os níveis de incerteza, maior será o *trigger* e, por isso, é expectável que seja ótimo investir cada vez mais tarde no tempo;
- Quanto maior for o custo de oportunidade representado por δ, maior será o valor de β e, consequentemente, menor será o valor de $\frac{\beta}{\beta-1}$, significando que quanto maior for o custo de oportunidade, menor será o *trigger* e, por isso, é expectável que seja ótimo investir mais cedo.

Assim, e tendo em conta que o valor do Investimento é uma constante, alterando-se somente V, conclui-se, através do factor $\frac{\beta}{\beta-1}$, que para valores para β próximos de 1, é "cavado um fosso"[25] entre o *trigger* do VAL e o *trigger* deste modelo. Importante referir que, ao contrário dos modelos de duas variáveis estocásticas, a determinação do *timing* ótimo de investimento não inclui, explicitamente, a variável tempo, *i.e.*, não é possível determinar, concretamente, quando é ótimo investir, sendo apenas possível afirmar que, quanto maior for V^*, mais tarde o investimento será realizado, em termos esperados. Esta é uma limitação do modelo de uma variável estocástica, quando comparado com modelos como Mcdonald e Siegel (1986) ou Adkins e Paxson (2011). De facto, o modelo de Adkins e Paxson (2011) parece ser, tanto quanto sabemos, o mais recente estado da arte da temática, permitindo determinar não apenas um "*single point threshold*"[26], *i.e.*, um ponto único de investimento mas sim um conjunto de pares de *triggers* que discriminam a região de adiamento da decisão de investimento[27].

Não obstante, e tal como iremos ver no capítulo seguinte, admitimos que o projeto apresenta incerteza em apenas uma variável, sendo necessário aplicar o modelo de uma variável estocástica. Nesse sentido, remetemos para o capítulo

[25] Em inglês *"drives a wedge"*.

[26] Esta é, precisamente, a expressão apresentada por Adkins e Paxson (2011) no seu artigo, decidindo, por isso, ser fiel à utilização da mesma.

[27] Ainda que este não seja o modelo que utilizaremos neste trabalho, enaltecemos a sua importância, destacando o trabalho de alguns autores tal como Adkins e Paxson (2011) e Ribeiro, Pereira e Brandão (2013).

seguinte onde, tal como temos vindo a referir, será aplicado o modelo de uma variável estocástica de Dixit e Pindyck (1994).

Capítulo Quatro – Avaliação de um Investimento Produtivo: Aplicação do critério neoclássico do Valor Atual Líquido e da Abordagem das Opções Reais através do Modelo de Dixit e Pindyck (1994)

4. Introdução ao Projeto de Investimento

Tal como temos vindo a enfatizar, o nosso objetivo principal passa por avaliar o impacto real na decisão de investimento de um projeto na sequência da aplicação diferenciada de duas metodologias de avaliação, mais concretamente através do critério neoclássico do Valor Atual Líquido e da metodologia das Opções Reais, mais concretamente aplicando, para esta última, um modelo de uma variável estocástica apresentado por Dixit e Pindyck (1994). Tal como referimos, esta aplicação prática permitirá comprovar a existência das três características fundamentais da grande maioria dos projetos, com particular destaque para a flexibilidade devido ao objetivo de determinar o momento ótimo de investimento, através da valorização de uma opção de adiamento.

Posto isto, e antes de passarmos para a aplicação dos critérios propriamente ditos, torna-se fundamental esclarecer que o projeto, a seguir apresentado, não representa um caso real, sendo que nos limitamos a criar um exemplo relativamente abrangente que permita, em simultâneo, a compreensão do mesmo e respetiva aplicação prática de ambos os critérios.

4.1. Pressupostos e Metodologia

Passaremos a apresentar alguns pressupostos e dados concretos referentes ao projeto propriamente dito:

1. Consideramos que, para efeitos de aplicação do VAL, os *cash flows* são perpétuos, sendo que o projeto não tem uma maturidade finita;
2. A variável estocástica V segue um processo estocástico denominado de GBM com *drift*, à semelhança da abordagem apresentada por Dixit e Pindyck (1994), sendo que o valor do investimento I se mantém constante;
3. Consideramos, inicialmente, valores para desvio-padrão (σ), taxa de juro sem risco (r), retorno esperado (α), Custo de oportunidade de adiamento (δ), investimento (I) e *cash flows* (CF), de forma a efetuarmos a avaliação do projeto, sendo que iremos fazer variar esses mesmos pressupostos aquando da realização da análise de sensibilidade.

Neste sentido, apresentamos infra uma tabela resumo com os pressupostos referenciados e respetivos valores para cada um dos pressupostos que, como fomos vendo, serão necessários para a aplicação dos critérios anteriormente mencionados:

Pressupostos	
σ	25,00%
σ^2	6,25%
r	4,50%
α	2,00%
δ	2,50%
I	150.000 u.m
$CF_{constante}$	9.000

Tabela 2 – Pressupostos do Caso Prático

Fonte: Elaboração Própria

Estes são os pressupostos que consideramos fundamentais para a aplicação do caso em questão, sendo agora possível passar à resolução, através da aplicação da ferramenta do *Microsoft Office* (*Excel*), e respetiva apresentação dos resultados para cada um dos critérios anteriormente referidos. De referir apenas que, para efeitos de apresentação de resultados utilizaremos sempre resultados arredondados à unidade, à excepção dos valores de β e A que serão apresentados com quatro casas decimais.

4.2. Aplicação do critério do Valor Atual Líquido

Tal como vimos no primeiro capítulo, a aplicação do VAL é dado pela fórmula seguinte:

$$VAL = \frac{\sum_{i=1}^{n} CF^n}{(1+i)^n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} I^n}{(1+i)^n} \tag{20}$$

Não obstante, é importante referir que, tal como frisamos no ponto anterior, estamos perante um projeto com *cash flows* perpétuos. Assim sendo, a fórmula a aplicar para calcular o VAL deverá ser distinta, tal como refere Brealey, Myers e Allen (2007), podendo esta ser apresentada da seguinte forma:

$$VAL = \frac{CF_{constante}}{r - \alpha} - \frac{\sum_{i=1}^{n} I^n}{(1+i)^n} \tag{21}$$

Com base no apresentado, e fazendo a substituição direta na fórmula acima apresentada, obtemos o seguinte valor para o VAL:

$$VAL = \frac{9.000}{0{,}045 - 0{,}020} - 150.000 = 360.000 - 150.000 = 210.000\, u.m.$$

Face ao apresentado, podemos dizer que o VAL deste projeto é de 210.000 unidades monetárias (u.m.) e que, de acordo com este critério, deveríamos investir já que estaríamos a criar valor com a implementação do mesmo.

Não obstante, enaltecemos no primeiro capítulo algumas limitações do VAL, nomeadamente o facto de ignorar a flexibilidade em adiar a decisão de investimento anulando, dessa forma, oportunidades de investimento futuras, ou seja, opções reais (Dixit e Pindyck, 1994).

4.3. Aplicação do modelo de uma variável estocástica de Dixit e Pindyck (1994)

Tal como vimos anteriormente, ignorando a existência de Opções Reais através da exclusiva utilização do critério do VAL, implementaríamos, de imediato, o projeto em questão.

Não obstante, e tal como reforçamos ao longo da dissertação, o VAL ignora três características fundamentais que estão presentes na grande parte dos projetos, sendo elas a Flexibilidade, a Incerteza e a Irreversibilidade.

Assim sendo, procedemos à avaliação do projeto anteriormente mencionado, através da aplicação do Modelo de Uma Variável Estocástica de Dixit e Pindyck (1994) apresentado no Capítulo Três.

4.3.1. Avaliação tendo por base os pressupostos iniciais

Começamos, então, por determinar β através da aplicação da fórmula (12):

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{r-\delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1 \tag{22}$$

Por substituição na respetiva fórmula, obtemos um β aproximado de $1{,}3934$, que corresponde à raíz positiva da função quadrática.

Após calculado β, procedemos ao cálculo de A, através da substituição na equação (22). O valor obtido é de aproximadamente $0{,}0040$ o que corresponde a um valor relativamente baixo que permite concluir, através da mesma equação, que (i) o valor do *trigger* está relativamente próximo do valor do Investimento e/ou (ii) β é elevado.

$$A = \frac{(V^* - I)}{(V^*)^{\beta}} = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{[(\beta_1)^{\beta_1}\, I^{\beta_1 - 1}]} \tag{233}$$

Posto isto, determinamos o *trigger* V^* do projeto utilizando a fórmula (18):

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I \tag{1824}$$

O resultado obtido para V^* foi de $531.267\, u.m.$

Posto isto, podemos proceder ao apuramento de $F(V)$. Tal como vimos:

$$F(V) = \begin{cases} (V^* - I)\left(\frac{V}{V^*}\right)^{\beta} & para\, V < V^* \\ V - I & para\, V \geq V^* \end{cases}$$

Comparando $V^* = 531.267\,u.m.$ com $V = 360.000\,u.m.$, concluímos que $V < V^*$. Logo, $F(V)$ é dado por $(V^* - I)\left(\frac{V}{V^*}\right)^{\beta}$.

Procedendo à substituição na fórmula supra, obtemos um $F(V) = 221.680$, significando isto que, de acordo com o modelo de opções reais utilizado, o valor do projeto é de $221.680\,u.m.$, e não de apenas $210.000\,u.m.$ (através critério do VAL). Posto isto pode-se simultaneamente dizer que, de acordo com a aplicação do Modelo de Dixit e Pindyck (1994), o VAL subvaloriza o projeto em $11.680\,u.m.$, valor este que corresponde ao valor da opção de adiamento do projeto já que $Valor\ de\ Mercado\ do\ Projecto = VAL + Valor\ Opção$.

Assim sendo, e com base nos resultados obtidos, podemos afirmar que é preferível adiar a decisão de investimento em detrimento de investir no primeiro momento de avaliação já que, ao fazê-lo, estaríamos a incorrer num custo de oportunidade.

Apresentamos infra um resumo dos resultados obtidos:

Aplicação modelo D&P (1994)	
β	1,3934
A	0,0040
V^*	531.267 u.m.
AV^{β}	221.680 u.m.
$V - I$	210.000 u.m.
$F(V)$	221.680 u.m.
Opção de Adiamento	11.680 u.m.
Decisão Investimento	**Adiar**

Tabela 3 – Resumo aplicação do modelo de Dixit e Pindyck (1994)

Fonte: Elaboração Própria

Passaremos de seguida a avaliar qual o impacto na decisão de investimentos fazendo variar, primeiramente, um de três pressupostos (α, σ, r) e, posteriormente, fazendo variar dois dos três pressupostos.

4.3.2. Análise de Sensibilidade aos Parâmetros – Variação de um pressuposto

4.3.2.1. Variação de *α*

Começaremos por manter constantes os parâmetros r e σ, fazendo variar apenas α. Aplicando as fórmulas apresentadas no capítulo anterior, obtemos os seguintes valores:

	Variação de α													
Constantes	1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
σ	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	**25,00%**	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%
r	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	**4,50%**	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%
I	150.000	150.000	150.000	150.000	**150.000**	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000
V	257.143	276.923	300.000	327.273	**360.000**	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
Resultado														
β	1,5872	1,5369	1,4878	1,4400	**1,3934**	1,3042	1,2202	1,1415	1,0681	-	-	-	-	-
A	0,0003	0,0006	0,0012	0,0022	**0,0040**	0,0131	0,0408	0,1207	0,3445	-	-	-	-	-
V*	405.434	429.365	457.476	490.909	**531.267**	643.162	831.302	1.210.078	2.351.380	-	-	-	-	-
AV^{β}	123.996	142.376	164.123	190.137	**221.680**	309.531	457.673	756.091	1.654.768	-	-	-	-	-
V - I	107.143	126.923	150.000	177.273	**210.000**	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
F(V)	123.996	142.376	164.123	190.137	**221.680**	309.531	457.673	756.091	1.654.768	-	-	-	-	-
Decisão	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	**Adiar**	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-

Tabela 4 – Análise de Sensibilidade: Variação de $\boldsymbol{\alpha}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação aos resultados obtidos, realçamos que quando $\alpha = 2{,}00\%$ estamos perante os resultados obtidos no ponto anterior, tal como podemos verificar na Tabela 2. Em relação a esse valor podemos efetuar algumas comparações.

De um modo geral verificamos que à medida que α se aproxima de 0, a diferença entre $(V^* - I)(\frac{V}{V^*})^{\beta}$ e o VAL $(V - I)$ aumenta, sendo que a decisão "ótima" a tomar passa pelo adiamento do investimento, evitando assim incorrer num custo de oportunidade.

Pelo contrário, analisando $\alpha > 2{,}00\%$, verificamos uma diminuição do valor da opção de adiamento até que, quando $\alpha = 4{,}50\%$, o custo de oportunidade de adiamento seria nulo, já que aplicando a fórmula do VAL verificamos que para $\alpha = r$, obtemos um denominador igual a 0, fazendo com que o VAL tenda para $+\infty$. Ainda em relação a este ponto, e analisando agora o *trigger* V^*, verificamos que este é igual a 0 já que, $\beta = 1$ e, por isso, $A = 0$.

4.3.2.2. Variação de *r*

Variando a taxa de juro sem risco (r), e mantendo tudo o resto constante, obtemos os seguintes valores:

	Variação de r													
Constantes	0,00%	1,00%	2,00%	3,00%	3,50%	4,00%	**4,50%**	5,50%	6,00%	6,50%	7,00%	7,50%	8,00%	10,00%
σ	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	**25,00%**	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%
r	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	**2,00%**	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%
I	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	**150.000**	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000
V	-	-	-	900.000	600.000	450.000	**360.000**	257.143	225.000	200.000	180.000	163.636	150.000	112.500
Resultado														
β	-	-	-	1,1762	1,2535	1,3256	**1,3934**	1,5188	1,5773	1,6334	1,6874	1,7396	1,7901	1,9779
A	-	-	-	0,0745	0,0259	0,0099	**0,0040**	0,0008	0,0004	0,0002	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
V*	-	-	-	1.001.340	741.718	610.688	**531.267**	439.126	409.838	386.814	368.198	352.808	339.851	303.392
AV^{β}	-	-	-	750.930	453.611	307.343	**221.680**	128.261	100.909	80.627	65.219	53.290	43.911	21.559
V - I	-	-	-	750.000	450.000	300.000	**210.000**	107.143	75.000	50.000	30.000	13.636	0	-37.500
F(V)	-	-	-	750.930	453.611	307.343	**221.680**	128.261	100.909	80.627	65.219	53.290	43.911	21.559
Decisão	-	-	-	Adiar	Adiar	Adiar	**Adiar**	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar

Tabela 5 – Análise de Sensibilidade: Variação de $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Seguindo o raciocínio apresentado no ponto anterior, começamos por dizer que o ponto de referência é $r = 4{,}50\%$ tal como podemos verificar na Tabela 2.

Quando a taxa de juro sem risco é inferior ou igual a $2{,}00\%$, os resultados são rejeitados já que não têm significado económico de acordo com os pressupostos do modelo utilizado.

À medida que r aumenta, assistimos a um aumento cada vez mais significativo na diferença entre V^* e V, fazendo com que a opção de adiamento aumente de valor. Ainda a referir que, no seguimento do apresentado, podemos dizer que quando $r = 8{,}00\%$ o Valor da Opção de Adiamento é igual a $F(V)$ já que o projeto apresenta um valor nulo através do critério do VAL.

Por fim, resta frisar que para $r > 8{,}00\%$, teríamos decisões distintas utilizando os dois critérios. Por um lado, através do VAL, rejeitaríamos sempre o investimento já que $I > V$ logo $VAL < 0$. Por outro lado, através da abordagem das opções reais, verificamos que a opção de adiamento apresenta valor e, por isso, a decisão a tomar não passaria por rejeitar o projeto mas sim adiar a implementação do mesmo.

4.3.2.3. Variação de σ

Por fim, variando o desvio-padrão do projeto, *ceteris paribus*, obtemos os seguintes resultados:

	Variação de σ													
Constantes	5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
σ	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	**4,50%**	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%	4,50%
r	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	**2,00%**	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%
I	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	**150.000**	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000
V	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000	**360.000**	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000
Resultado														
β	2,1047	1,8541	1,6486	1,5680	1,5000	1,4424	**1,3934**	1,3156	1,2576	1,2135	1,1793	1,1524	1,1309	1,0873
A	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0021	**0,0040**	0,0113	0,0245	0,0446	0,0714	0,1037	0,1402	0,2607
V*	285.785	325.623	381.278	414.064	450.000	489.064	**531.267**	625.223	732.186	852.492	986.443	1.134.295	1.296.256	1.868.323
AV^{β}	220.736	211.542	210.388	212.045	214.663	217.948	**221.680**	229.877	238.399	246.781	254.778	262.268	269.205	286.765
V - I	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000	**210.000**	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000
F(V)	210.000	210.000	210.388	212.045	214.663	217.948	**221.680**	229.877	238.399	246.781	254.778	262.268	269.205	286.765
Decisão	Investir	Investir	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	**Adiar**	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar

Tabela 6 – Análise de Sensibilidade: Variação de $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação aos resultados obtidos, podemos tecer algumas conclusões.

Desde logo começamos por referir que para $\sigma < 13{,}23\%$[28], a decisão de investimento ótima passa por investir desde já, visto que $V > V^*$ e, por isso, $F(V) = V - I$.

Além disso, à medida que o desvio-padrão aumenta, o valor da opção de adiamento segue a mesma trajetória de crescimento devido ao efeito de diminuição, verificado através da aplicação da equação (12), podendo afirmar que a incerteza aumenta o custo de oportunidade de investir em detrimento de adiar essa mesma decisão.

Por fim, referir apenas que, tal como podemos observar na parte de cima da Tabela 6, o VAL não é afetado pelo desvio-padrão, corroborando assim as críticas apresentadas a este critério.

[28] Na tabela apresentada este valor não está representado. Não obstante, este resulta da aplicação da ferramenta "*solver*" do *Microsoft Office Excel*, sendo que o valor indicado resulta de um arredondamento a duas casas decimais.

4.3.2.4. Impacto na Decisão de Investimento: Variação de um pressuposto

Realizada a análise, procedemos agora a uma síntese dos resultados obtidos e respetiva apresentação do impacto na Decisão de Investimento:

- Mantendo tudo o resto constante, podemos referir que quando o retorno esperado (α) está entre 0 e a taxa de juro sem risco (r), é ótimo adiar o investimento, sendo que a opção de adiamento é cada vez maior quanto mais perto estiver α de r. Por outro lado, quando $\alpha \geq r$, os resultados não têm qualquer significado em termos económicos já que, tal como referido, deixaria de haver um custo de oportunidade de adiamento e, por isso, seria sempre ótimo adiar para mais tarde o investimento;

- Mantendo tudo o resto constante, e à semelhança do ponto anterior, importa referir que quando $r > \alpha$, a opção de adiamento é positiva sendo o seu valor maximizado à medida que a taxa de juro sem risco aumenta;

- Mantendo tudo o resto constante, começamos por destacar o facto de a incerteza, representada pelo desvio-padrão (σ), não ter qualquer impacto no VAL, mantendo-se este constante para qualquer valor assumido para este parâmetro. Além disso, demonstra-se que é ótimo investir imediatamente quando $\sigma < 13{,}23\%$, sendo este limite o valor que torna o VAL nulo. Por fim, resta referir que à medida que a incerteza aumenta, aumenta também o tempo de adiamento do projeto, em termos esperados, já que a incerteza faz aumentar o *trigger* V^*.

4.3.3. Análise de Sensibilidade – Variação de dois pressupostos

De seguida passamos a efetuar uma análise de sensibilidade fazendo variar dois pressupostos, mantendo apenas um constante. Essa análise permitirá, de uma forma mais abrangente, verificar o comportamento da variável e respetivos pressupostos envolvidos no modelo e, dessa forma, obter conclusões acerca da aplicação do mesmo.

4.3.3.1. Variação dos parâmetros "*α*" e "*r*"

Iniciamos esta análise de sensibilidade fazendo variar, em simultâneo, o retorno esperado (α) e a taxa de juro sem risco (r).

Relativamente ao efeito em β, apresentamos os seguintes resultados:

β		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	1,2093	1,1544	1,1012	1,0497	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	1,3771	1,3247	1,2737	1,2242	1,1762	1,0849	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	1,4516	1,4000	1,3498	1,3009	1,2535	1,1630	1,0785	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	1,5214	1,4705	1,4209	1,3726	1,3256	1,2358	1,1515	1,0730	-	-	-	-	-	-
	4,50%	1,5872	1,5369	1,4878	1,4400	**1,3934**	1,3042	1,2202	1,1415	1,0681	-	-	-	-	-
	5,50%	1,7095	1,6601	1,6119	1,5648	1,5188	1,4304	1,3468	1,2680	1,1940	1,1248	1,0601	-	-	-
	6,00%	1,7667	1,7177	1,6698	1,6230	1,5773	1,4892	1,4058	1,3269	1,2527	1,1830	1,1177	1,0568	-	-
	6,50%	1,8218	1,7731	1,7255	1,6789	1,6334	1,5457	1,4624	1,3835	1,3090	1,2389	1,1731	1,1114	1,0538	-
	7,00%	1,8748	1,8264	1,7791	1,7327	1,6874	1,6000	1,5168	1,4379	1,3632	1,2927	1,2264	1,1642	1,1058	-
	7,50%	1,9261	1,8780	1,8309	1,7847	1,7396	1,6524	1,5693	1,4904	1,4155	1,3447	1,2780	1,2151	1,1560	-
	8,00%	1,9757	1,9279	1,8810	1,8351	1,7901	1,7031	1,6201	1,5411	1,4661	1,3951	1,3279	1,2645	1,2048	-
	10,00%	2,1609	2,1138	2,0677	2,0223	1,9779	1,8916	1,8090	1,7299	1,6543	1,5823	1,5138	1,4488	1,3871	1,1715

Tabela 7 – Efeito em $\boldsymbol{\beta}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação à tabela apresentada, podemos verificar que à medida que a taxa de juro sem risco aumenta, mantendo fixo α, o valor de β aumenta. Pelo contrário, invertendo os "papéis", *i.e.*, verificando o comportamento de β fazendo variar α enquanto que r se mantêm fixo, observa-se exactamente o oposto, ou seja, quanto maior for α menor será o valor de β. Assim sendo, podemos concluir que os maiores valores para β resultam de taxas de juro sem risco elevadas quando combinadas com taxas de retorno esperadas próximas de 0, tal como podemos observar na equação (12). Além disso de referir que quando $\alpha \geq r$, os resultados não têm significado económico.

A		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	0,0473	0,1008	0,2135	0,4527	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	0,0050	0,0100	0,0197	0,0386	0,0745	0,2700	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	0,0019	0,0037	0,0071	0,0137	0,0259	0,0894	0,2962	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	0,0008	0,0015	0,0028	0,0053	0,0099	0,0330	0,1049	0,3211	-	-	-	-	-	-
	4,50%	0,0003	0,0006	0,0012	0,0022	**0,0040**	0,0131	0,0408	0,1207	0,3445	-	-	-	-	-
	5,50%	0,0001	0,0001	0,0002	0,0004	0,0008	0,0025	0,0074	0,0213	0,0583	0,1527	0,3876	-	-	-
	6,00%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0004	0,0011	0,0034	0,0097	0,0262	0,0678	0,1687	0,4073	-	-
	6,50%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0005	0,0016	0,0046	0,0123	0,0316	0,0778	0,1845	0,4258	-
	7,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0008	0,0022	0,0060	0,0153	0,0374	0,0880	0,2000	-
	7,50%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0011	0,0030	0,0076	0,0186	0,0437	0,0985	-
	8,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0015	0,0039	0,0096	0,0223	0,0503	-
	10,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0019	0,0044	0,0795

Tabela 8 – Efeito em $\boldsymbol{A}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Ainda em relação à constante A, podemos referir que quando $\beta_{\rightarrow 0}$, o valor desta constante é cada vez maior, tal como podemos confirmar aplicando a equação (22).

Em relação ao *trigger* (V^*), obtivemos os seguintes resultados:

V*		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	866.837	1.121.500	1.632.365	3.168.185	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	547.760	611.972	698.033	819.072	1.001.340	1.917.080	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	482.170	525.000	578.852	648.462	741.718	1.070.163	2.061.084	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	437.712	468.830	506.412	552.617	610.688	786.182	1.139.788	2.205.901	-	-	-	-	-	-
	4,50%	405.434	429.365	457.476	490.909	**531.267**	643.162	831.302	1.210.078	2.351.380	-	-	-	-	-
	5,50%	361.409	377.222	395.143	415.596	439.126	498.502	582.525	709.689	923.130	1.352.235	2.643.888	-	-	-
	6,00%	345.632	358.988	373.940	390.772	409.838	456.595	519.654	608.801	743.600	969.686	1.423.943	2.790.752	-	-
	6,50%	332.536	344.026	356.763	370.944	386.814	424.885	474.423	541.167	635.437	777.868	1.016.591	1.495.989	2.937.940	-
	7,00%	321.468	331.503	342.535	354.709	368.198	400.000	440.250	492.571	562.999	662.390	812.445	1.063.797	1.568.324	-
	7,50%	311.976	320.848	330.536	341.147	352.808	379.914	413.471	455.901	511.005	585.115	689.620	847.293	1.111.264	-
	8,00%	303.732	311.658	320.264	329.629	339.851	363.334	391.887	427.200	471.810	529.695	607.482	717.095	882.378	-
	10,00%	279.212	284.670	290.495	296.723	303.392	318.228	335.422	355.519	379.244	407.585	441.922	484.247	537.545	1.024.573

Tabela 9 – Efeito em $\boldsymbol{V}^*$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação aos dados obtidos, importa realçar que, tal como vimos anteriormente, quanto mais próximo estiver α de r, maior será o *trigger* V^* assim como quando $\beta_{\rightarrow 1}$, como podemos perceber através da aplicação da equação (18).

Quanto ao efeito em V, podemos dizer que, em tudo, se assemelha às explicações apresentadas no ponto anterior, tal como podemos observar nos seguintes dados:

V		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	900.000	1.200.000	1.800.000	3.600.000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	450.000	514.286	600.000	720.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	360.000	400.000	450.000	514.286	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	300.000	327.273	360.000	400.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-	-
	4,50%	257.143	276.923	300.000	327.273	**360.000**	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
	5,50%	200.000	211.765	225.000	240.000	257.143	300.000	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-
	6,00%	180.000	189.474	200.000	211.765	225.000	257.143	300.000	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-
	6,50%	163.636	171.429	180.000	189.474	200.000	225.000	257.143	300.000	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-
	7,00%	150.000	156.522	163.636	171.429	180.000	200.000	225.000	257.143	300.000	360.000	450.000	600.000	900.000	-
	7,50%	138.462	144.000	150.000	156.522	163.636	180.000	200.000	225.000	257.143	300.000	360.000	450.000	600.000	-
	8,00%	128.571	133.333	138.462	144.000	150.000	163.636	180.000	200.000	225.000	257.143	300.000	360.000	450.000	-
	10,00%	100.000	102.857	105.882	109.091	112.500	120.000	128.571	138.462	150.000	163.636	180.000	200.000	225.000	450.000

Tabela 10 – Efeito em $\boldsymbol{V}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Em linha de conta com esta explicação, apresentamos de seguida os valores obtidos para o VAL, após variação dos dois parâmetros em discussão.

V-I		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	750.000	1.050.000	1.650.000	3.450.000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	300.000	364.286	450.000	570.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	210.000	250.000	300.000	364.286	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	150.000	177.273	210.000	250.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-	-
	4,50%	107.143	126.923	150.000	177.273	**210.000**	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
	5,50%	50.000	61.765	75.000	90.000	107.143	150.000	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-
	6,00%	30.000	39.474	50.000	61.765	75.000	107.143	150.000	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-
	6,50%	13.636	21.429	30.000	39.474	50.000	75.000	107.143	150.000	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-
	7,00%	0	6.522	13.636	21.429	30.000	50.000	75.000	107.143	150.000	210.000	300.000	450.000	750.000	-
	7,50%	-11.538	-6.000	0	6.522	13.636	30.000	50.000	75.000	107.143	150.000	210.000	300.000	450.000	-
	8,00%	-21.429	-16.667	-11.538	-6.000	0	13.636	30.000	50.000	75.000	107.143	150.000	210.000	300.000	-
	10,00%	-50.000	-47.143	-44.118	-40.909	-37.500	-30.000	-21.429	-11.538	0	13.636	30.000	50.000	75.000	300.000

Tabela 11 – Efeito em $(\boldsymbol{V} - \boldsymbol{I})$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação à Tabela 11, importa desde logo referir que, através deste critério, rejeitamos o investimento quando $r - \alpha \geq 6{,}00\%$ já que substituindo os respetivos dados na equação (21) obtemos: $VAL = \frac{9.000}{6{,}00\%} - 150.000 = 0$.

Em relação à abordagem das opções reais, obtivemos os seguintes dados:

AV^{β}		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	750.131	1.050.416	1.650.845	3.451.403	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	303.422	366.915	451.952	571.388	750.930	1.650.309	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	217.350	256.267	305.283	368.684	453.611	752.311	1.651.352	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	161.940	187.936	219.472	258.365	307.343	455.549	754.075	1.652.895	-	-	-	-	-	-
	4,50%	123.996	142.376	164.123	190.137	**221.680**	309.531	457.673	756.091	1.654.768	-	-	-	-	-
	5,50%	76.883	87.132	98.900	112.483	128.261	168.552	226.211	314.098	462.209	760.536	1.659.066	-	-	-
	6,00%	61.780	69.726	78.763	89.079	100.909	130.380	170.760	228.482	316.408	464.533	762.850	1.661.350	-	-
	6,50%	50.156	56.427	63.507	71.523	80.627	102.898	132.476	172.943	230.734	318.705	466.855	765.177	1.663.663	-
	7,00%	41.071	46.092	51.729	58.070	65.219	82.469	104.858	134.539	175.093	232.952	320.974	469.156	767.492	-
	7,50%	33.881	37.948	42.496	47.585	53.290	66.911	84.284	106.784	136.564	177.202	235.129	323.203	471.421	-
	8,00%	28.128	31.457	35.165	39.298	43.911	54.835	68.579	86.067	108.673	138.546	179.265	237.259	325.385	-
	10,00%	14.051	15.658	17.433	19.394	21.559	26.588	32.721	40.218	49.419	60.783	74.948	92.830	115.796	333.564

Tabela 12 – Efeito em $\boldsymbol{AV^{\beta}}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação à tabela supra apresentada, reforçamos, uma vez mais que alguns valores não apresentam significado económico, mais concretamente quando $\alpha \geq r$. Além disso, e em linha de conta com as conclusões para V e β, podemos referir quando $\alpha_{\rightarrow r}$, e desde que não se verifique $\alpha \geq r$, AV^{β} aumenta.

Neste sentido, procedemos à apresentação dos valores obtidos para $F(V)$, sendo eles:

F(V)		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	750.000	1.050.000	1.650.000	3.450.000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	303.422	366.915	451.952	571.388	750.930	1.650.309	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	217.350	256.267	305.283	368.684	453.611	752.311	1.651.352	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	161.940	187.936	219.472	258.365	307.343	455.549	754.075	1.652.895	-	-	-	-	-	-
	4,50%	123.996	142.376	164.123	190.137	**221.680**	309.531	457.673	756.091	1.654.768	-	-	-	-	-
	5,50%	76.883	87.132	98.900	112.483	128.261	168.552	226.211	314.098	462.209	760.536	1.659.066	-	-	-
	6,00%	61.780	69.726	78.763	89.079	100.909	130.380	170.760	228.482	316.408	464.533	762.850	1.661.350	-	-
	6,50%	50.156	56.427	63.507	71.523	80.627	102.898	132.476	172.943	230.734	318.705	466.855	765.177	1.663.663	-
	7,00%	41.071	46.092	51.729	58.070	65.219	82.469	104.858	134.539	175.093	232.952	320.974	469.156	767.492	-
	7,50%	33.881	37.948	42.496	47.585	53.290	66.911	84.284	106.784	136.564	177.202	235.129	323.203	471.421	-
	8,00%	28.128	31.457	35.165	39.298	43.911	54.835	68.579	86.067	108.673	138.546	179.265	237.259	325.385	-
	10,00%	14.051	15.658	17.433	19.394	21.559	26.588	32.721	40.218	49.419	60.783	74.948	92.830	115.796	333.564

Tabela 13 – Efeito em $\boldsymbol{F(V)}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Posto isto, é possível avaliar qual o impacto na decisão de investimento e respetivo valor opção de adiamento, resultante da análise de sensibilidade realizada.

Decisão		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	Investir	Investir	Investir	Investir	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-	-
	4,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	**Adiar**	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	5,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-
	6,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-
	6,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-
	7,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-
	7,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-
	8,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-
	10,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar

Tabela 14 – Efeito na Decisão de Investimento, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Opção Adiamento		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	3.422	2.629	1.952	1.388	930	309	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,50%	7.350	6.267	5.283	4.399	3.611	2.311	1.352	-	-	-	-	-	-	-
	4,00%	11.940	10.664	9.472	8.365	7.343	5.549	4.075	2.895	-	-	-	-	-	-
	4,50%	16.854	15.453	14.123	12.865	**11.680**	9.531	7.673	6.091	4.768	-	-	-	-	-
	5,50%	26.883	25.368	23.900	22.483	21.118	18.552	16.211	14.098	12.209	10.536	9.066	-	-	-
	6,00%	31.780	30.252	28.763	27.314	25.909	23.237	20.760	18.482	16.408	14.533	12.850	11.350	-	-
	6,50%	36.520	34.998	33.507	32.049	30.627	27.898	25.333	22.943	20.734	18.705	16.855	15.177	13.663	-
	7,00%	41.071	39.570	38.093	36.642	35.219	32.469	29.858	27.397	25.093	22.952	20.974	19.156	17.492	-
	7,50%	45.419	43.948	42.496	41.063	39.654	36.911	34.284	31.784	29.422	27.202	25.129	23.203	21.421	-
	8,00%	49.556	48.123	46.703	45.298	43.911	41.198	38.579	36.067	33.673	31.404	29.265	27.259	25.385	-
	10,00%	64.051	62.801	61.551	60.303	59.059	56.588	54.149	51.756	49.419	47.147	44.948	42.830	40.796	33.564

Tabela 15 – Avaliação Opção de Adiamento, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Importa referir que, tal como vimos no capítulo três, quando $V > V^*$, e desde que VAL> 0, o critério do VAL traduz uma resposta adequada pelo facto de não existir um custo de oportunidade, traduzindo um valor nulo para a opção em questão.

Além disso, através da conjugação de ambas as tabelas, podemos concluir que, com base nos dados do projeto e respetiva análise de sensibilidade realizada, a grande maioria dos resultados demonstra respostas distintas entre VAL e Abordagem das Opções Reais. De referir que, tal como podemos verificar na tabela 14 e tendo por base a análise realizada, o VAL subavalia o projeto em grande parte dos casos pois ignora, neste caso em concreto, a característica da flexibilidade.

Nos pontos seguintes, procedemos com a apresentação das restantes análises de cenários realizadas.

4.3.3.2. Variação dos parâmetros "*α*" e "*σ*"

Neste ponto em concreto, fazemos variar, em simultâneo, o retorno esperado (α) e o desvio-padrão (σ) do projeto, mantendo constante a taxa de juro sem risco (r).

Seguindo a ordem apresentada no ponto anterior, começamos por analisar o efeito em β apresentando, para isso, a tabela seguinte:

β		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de σ	5,00%	3,4462	3,0000	2,6394	2,3459	2,1047	1,7361	1,4711	1,2733	1,1208	-	-	-	-	-
	10,00%	2,5414	2,3423	2,1623	2,0000	1,8541	1,6056	1,4051	1,2426	1,1098	-	-	-	-	-
	15,00%	2,0563	1,9452	1,8403	1,7414	1,6486	1,4802	1,3333	1,2059	1,0956	-	-	-	-	-
	17,50%	1,8965	1,8086	1,7245	1,6443	1,5680	1,4269	1,3005	1,1880	1,0882	-	-	-	-	-
	20,00%	1,7707	1,6992	1,6302	1,5638	1,5000	1,3802	1,2707	1,1712	1,0811	-	-	-	-	-
	22,50%	1,6697	1,6102	1,5525	1,4966	1,4424	1,3395	1,2440	1,1556	1,0744	-	-	-	-	-
	25,00%	1,5872	1,5369	1,4878	1,4400	**1,3934**	1,3042	1,2202	1,1415	1,0681	-	-	-	-	-
	30,00%	1,4618	1,4243	1,3874	1,3512	1,3156	1,2466	1,1805	1,1173	1,0571	-	-	-	-	-
	35,00%	1,3722	1,3430	1,3142	1,2857	1,2576	1,2027	1,1494	1,0978	1,0480	-	-	-	-	-
	40,00%	1,3058	1,2824	1,2592	1,2363	1,2135	1,1688	1,1250	1,0823	1,0406	-	-	-	-	-
	45,00%	1,2553	1,2361	1,2170	1,1981	1,1793	1,1422	1,1057	1,0698	1,0345	-	-	-	-	-
	50,00%	1,2160	1,2000	1,1840	1,1682	1,1524	1,1211	1,0902	1,0597	1,0296	-	-	-	-	-
	55,00%	1,1850	1,1714	1,1578	1,1443	1,1309	1,1042	1,0777	1,0515	1,0256	-	-	-	-	-
	70,00%	1,1228	1,1139	1,1050	1,0961	1,0873	1,0697	1,0521	1,0347	1,0173	-	-	-	-	-

Tabela 16 – Efeito em $\boldsymbol{\beta}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação aos dados obtidos para β, podemos referir que se observam comportamentos distintos. Por um lado, podemos afirmar que quando $\alpha < r$, sendo que $r = 4{,}50\%$, observa-se um aumento dos valores para β quando o desvio-padrão apresenta dados mais próximos de 0. Além disso, para $\alpha > r$, $\delta \leq 0$, logo o investimento nunca seria realizado, não tendo qualquer significado económico.

Quanto aos valores de A, apresentamos os seguintes:

A		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de σ	5,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0014	0,0199	0,1616	-	-	-	-	-
	10,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0034	0,0300	0,1889	-	-	-	-	-
	15,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0013	0,0089	0,0495	0,2315	-	-	-	-	-
	17,50%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0026	0,0138	0,0633	0,2572	-	-	-	-	-
	20,00%	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0010	0,0048	0,0206	0,0799	0,2850	-	-	-	-	-
	22,50%	0,0001	0,0002	0,0005	0,0010	0,0021	0,0082	0,0295	0,0991	0,3143	-	-	-	-	-
	25,00%	0,0003	0,0006	0,0012	0,0022	**0,0040**	0,0131	0,0408	0,1207	0,3445	-	-	-	-	-
	30,00%	0,0016	0,0027	0,0043	0,0070	0,0113	0,0285	0,0703	0,1699	0,4055	-	-	-	-	-
	35,00%	0,0053	0,0078	0,0115	0,0168	0,0245	0,0517	0,1081	0,2241	0,4645	-	-	-	-	-
	40,00%	0,0128	0,0176	0,0240	0,0328	0,0446	0,0826	0,1522	0,2805	0,5195	-	-	-	-	-
	45,00%	0,0253	0,0328	0,0425	0,0551	0,0714	0,1196	0,2003	0,3364	0,5694	-	-	-	-	-
	50,00%	0,0431	0,0537	0,0669	0,0833	0,1037	0,1609	0,2500	0,3901	0,6141	-	-	-	-	-
	55,00%	0,0660	0,0797	0,0962	0,1161	0,1402	0,2046	0,2995	0,4405	0,6536	-	-	-	-	-
	70,00%	0,1571	0,1782	0,2022	0,2296	0,2607	0,3369	0,4366	0,5684	0,7456	-	-	-	-	-

Tabela 17 – Efeito em $\boldsymbol{A}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação aos dados obtidos, podemos perceber que quanto maior for o desvio-padrão, maior o valor de A através da aplicação da equação (22). Ainda em relação a este ponto resta referir que quando $\alpha \geq r$, $A \leq 0$, deixando de ter qualquer significado económico[29].

Posto isto, podemos proceder à apresentação, através da tabela seguinte, dos resultados para V^*.

V*		**Variação de α**													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de σ	5,00%	211.319	225.000	241.496	261.449	285.785	353.776	468.389	698.874	1.392.029	-	-	-	-	-
	10,00%	247.315	261.746	279.057	300.000	325.623	397.708	520.256	768.198	1.516.466	-	-	-	-	-
	15,00%	292.001	308.694	328.515	352.314	381.278	462.389	600.000	878.496	1.719.750	-	-	-	-	-
	17,50%	317.316	335.510	357.034	382.795	414.064	501.371	649.142	947.869	1.849.910	-	-	-	-	-
	20,00%	344.631	364.539	388.020	416.051	450.000	544.530	704.138	1.026.349	1.998.683	-	-	-	-	-
	22,50%	373.988	395.810	421.489	452.081	489.064	591.800	764.875	1.113.781	2.165.879	-	-	-	-	-
	25,00%	405.434	429.365	457.476	490.909	**531.267**	643.162	831.302	1.210.078	2.351.380	-	-	-	-	-
	30,00%	474.784	503.511	537.171	577.112	625.223	758.233	981.207	1.429.154	2.777.082	-	-	-	-	-
	35,00%	553.050	587.343	627.462	675.000	732.186	889.992	1.154.008	1.683.611	3.275.681	-	-	-	-	-
	40,00%	640.552	681.189	728.684	784.911	852.492	1.038.764	1.350.000	1.973.700	3.847.367	-	-	-	-	-
	45,00%	737.564	785.330	841.125	907.140	986.443	1.204.858	1.569.492	2.299.723	4.492.424	-	-	-	-	-
	50,00%	844.308	900.000	965.027	1.041.936	1.134.295	1.388.541	1.812.764	2.661.964	5.211.141	-	-	-	-	-
	55,00%	960.968	1.025.387	1.100.584	1.189.502	1.296.256	1.590.036	2.080.049	3.060.669	6.003.771	-	-	-	-	-
	70,00%	1.371.769	1.467.228	1.578.621	1.710.291	1.868.323	2.303.018	3.027.706	4.477.386	8.827.059	-	-	-	-	-

Tabela 18 – Efeito em $\boldsymbol{V}^*$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Como podemos observar, os valores de V^* aumentam com a incerteza, *i.e.*, com valores cada vez mais elevados para σ assim com a diminuição do custo de oportunidade de adiamento.

Avaliando agora o impacto no somatório dos *cash flows*, representados na tabela 19, verificamos que o desvio-padrão que traduz a incerteza, não tem qualquer impacto neste corroborando, uma vez mais, a teoria do não tratamento adequado da variável incerteza, sendo o VAL constante para qualquer desvio padrão, mantendo o custo de oportunidade constante.

[29] Esta afirmação deve-se ao facto de a opção de adiamento deixar de ter qualquer valor já que quando $A < 0$, $V^* < I$, tal como podemos verificar através da fórmula (22).

V	Variação de α													
Variação de σ	1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
5,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
10,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
15,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
17,50%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
20,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
22,50%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
25,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	**360.000**	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
30,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
35,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
40,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
45,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
50,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
55,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-
70,00%	257.143	276.923	300.000	327.273	360.000	450.000	600.000	900.000	1.800.000	-	-	-	-	-

Tabela 19 – Efeito em $\boldsymbol{V}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

V-I	Variação de α													
Variação de σ	1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
5,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
10,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
15,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
17,50%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
20,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
22,50%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
25,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	**210.000**	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
30,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
35,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
40,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
45,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
50,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
55,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
70,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-

Tabela 20 – Efeito em $(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{I})$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Continuando com a abordagem das opções reais, obtemos os seguintes resultados para AV^{β}:

AV^{β}	Variação de α													
Variação de σ	1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
5,00%	120.597	139.827	162.205	188.736	220.736	309.420	458.320	757.417	1.656.673	-	-	-	-	-
10,00%	107.446	127.518	150.917	178.512	211.542	302.047	452.405	752.633	1.652.761	-	-	-	-	-
15,00%	109.336	128.471	151.045	177.937	210.388	300.080	450.000	750.054	1.650.176	-	-	-	-	-
17,50%	112.293	131.108	153.352	179.914	212.045	301.146	450.569	750.230	1.650.060	-	-	-	-	-
20,00%	115.882	134.478	156.483	182.793	214.663	303.240	452.165	751.379	1.650.827	-	-	-	-	-
22,50%	119.838	138.296	160.140	186.272	217.948	306.107	454.596	753.383	1.652.430	-	-	-	-	-
25,00%	123.996	142.376	164.123	190.137	**221.680**	309.531	457.673	756.091	1.654.768	-	-	-	-	-
30,00%	132.518	150.862	172.543	198.461	229.877	317.394	465.106	763.019	1.661.135	-	-	-	-	-
35,00%	140.926	159.329	181.048	206.985	238.399	325.850	473.414	771.103	1.668.925	-	-	-	-	-
40,00%	148.971	167.476	189.287	215.301	246.781	334.323	481.921	779.586	1.677.328	-	-	-	-	-
45,00%	156.532	175.157	197.079	223.200	254.778	342.491	490.225	787.989	1.685.789	-	-	-	-	-
50,00%	163.560	182.306	204.346	230.581	262.268	350.186	498.106	796.032	1.693.970	-	-	-	-	-
55,00%	170.048	188.909	211.063	237.409	269.205	357.336	505.457	803.572	1.701.683	-	-	-	-	-
70,00%	186.472	205.618	228.056	254.686	286.765	375.458	524.134	822.794	1.721.439	-	-	-	-	-

Tabela 21 – Efeito em $\boldsymbol{AV^{\beta}}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Observando os dados apresentados na Tabela 21 podemos perceber que AV^{β} apresenta dois comportamentos distintos. Por um lado, é possível perceber que

AV^{β} apresenta uma variação negativa quando $\sigma^2 \leq \alpha$, sendo que esta tendência se inverte, ou seja, passa de negativa a positiva quando $\sigma^2 > \alpha$.

Posto isto, podemos finalmente determinar a relação entre V e V^* e, com base nessa relação, calcular $F(V)$.

F(V)		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de σ	5,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
	10,00%	107.143	126.923	150.000	177.273	210.000	300.000	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
	15,00%	109.336	128.471	151.045	177.937	210.388	300.080	450.000	750.000	1.650.000	-	-	-	-	-
	17,50%	112.293	131.108	153.352	179.914	212.045	301.146	450.569	750.230	1.650.060	-	-	-	-	-
	20,00%	115.882	134.478	156.483	182.793	214.663	303.240	452.165	751.379	1.650.827	-	-	-	-	-
	22,50%	119.838	138.296	160.140	186.272	217.948	306.107	454.596	753.383	1.652.430	-	-	-	-	-
	25,00%	123.996	142.376	164.123	190.137	**221.680**	309.531	457.673	756.091	1.654.768	-	-	-	-	-
	30,00%	132.518	150.862	172.543	198.461	229.877	317.394	465.106	763.019	1.661.135	-	-	-	-	-
	35,00%	140.926	159.329	181.048	206.985	238.399	325.850	473.414	771.103	1.668.925	-	-	-	-	-
	40,00%	148.971	167.476	189.287	215.301	246.781	334.323	481.921	779.586	1.677.328	-	-	-	-	-
	45,00%	156.532	175.157	197.079	223.200	254.778	342.491	490.225	787.989	1.685.789	-	-	-	-	-
	50,00%	163.560	182.306	204.346	230.581	262.268	350.186	498.106	796.032	1.693.970	-	-	-	-	-
	55,00%	170.048	188.909	211.063	237.409	269.205	357.336	505.457	803.572	1.701.683	-	-	-	-	-
	70,00%	186.472	205.618	228.056	254.686	286.765	375.458	524.134	822.794	1.721.439	-	-	-	-	-

Tabela 22 – Efeito em $\boldsymbol{F(V)}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Após calculado $F(V)$ para o conjunto de pressupostos (α, σ) existem agora condições para determinar a decisão ótima e determinar o valor da opção para cada um dos cenários apresentados.

Decisão		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de σ	5,00%	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	-	-	-	-	-
	10,00%	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	-	-	-	-	-
	15,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Investir	Investir	Investir	-	-	-	-	-
	17,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	20,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	22,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	25,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	**Adiar**	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	30,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	35,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	40,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	45,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	50,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	55,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-
	70,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	-	-	-	-	-

Tabela 23 – Efeito na Decisão de Investimento, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Opção Adiamento		Variação de α													
		1,00%	1,25%	1,50%	1,75%	**2,00%**	2,50%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	5,50%	6,00%	8,00%
Variação de σ	5,00%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-
	10,00%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-
	15,00%	2.193	1.548	1.045	664	388	80	0	0	0	-	-	-	-	-
	17,50%	5.150	4.185	3.352	2.641	2.045	1.146	569	230	60	-	-	-	-	-
	20,00%	8.739	7.555	6.483	5.520	4.663	3.240	2.165	1.379	827	-	-	-	-	-
	22,50%	12.696	11.373	10.140	8.999	7.948	6.107	4.596	3.383	2.430	-	-	-	-	-
	25,00%	16.854	15.453	14.123	12.865	**11.680**	9.531	7.673	6.091	4.768	-	-	-	-	-
	30,00%	25.375	23.939	22.543	21.188	19.877	17.394	15.106	13.019	11.135	-	-	-	-	-
	35,00%	33.783	32.406	31.048	29.712	28.399	25.850	23.414	21.103	18.925	-	-	-	-	-
	40,00%	41.828	40.553	39.287	38.029	36.781	34.323	31.921	29.586	27.328	-	-	-	-	-
	45,00%	49.389	48.234	47.079	45.927	44.778	42.491	40.225	37.989	35.789	-	-	-	-	-
	50,00%	56.417	55.383	54.346	53.308	52.268	50.186	48.106	46.032	43.970	-	-	-	-	-
	55,00%	62.905	61.986	61.063	60.136	59.205	57.336	55.457	53.572	51.683	-	-	-	-	-
	70,00%	79.329	78.695	78.056	77.413	76.765	75.458	74.134	72.794	71.439	-	-	-	-	-

Tabela 24 – Avaliação Opção de Adiamento, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

Fonte: Elaboração Própria

Com base nas tabelas apresentadas, podemos concluir, através da conjugação das duas últimas tabelas apresentadas, quanto maior for a incerteza, traduzida para valores maiores de σ, a opção de adiamento aumenta de valor. Da mesma forma, quanto menor for o retorno esperado α maior será opção de adiamento, traduzindo o aumento do custo de oportunidade já que o custo de oportunidade de adiamento (δ) aumenta, *ceteris paribus*. Além disso, uma vez mais se verifica que o VAL subavalia os projetos de investimento afetando, dessa forma, as decisões.

4.3.3.3. Variação dos parâmetros "$\boldsymbol{\sigma}$" e "$\boldsymbol{r}$"

Por fim, falta determinar o comportamento das variáveis e pressupostos quando são feitas alterações à incerteza do projeto e taxa de juro sem risco.

Nesse sentido, começamos por determinar, uma vez mais, β.

β		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	1,4582	1,3723	1,2898	1,2550	1,2247	1,1986	1,1762	1,1402	1,1134	1,0931	1,0775	1,0653	1,0557	1,0365
	3,50%	1,6788	1,5414	1,4173	1,3665	1,3229	1,2855	1,2535	1,2024	1,1643	1,1353	1,1130	1,0956	1,0817	1,0539
	4,00%	1,8941	1,7016	1,5364	1,4704	1,4142	1,3664	1,3256	1,2607	1,2122	1,1754	1,1469	1,1246	1,1067	1,0708
	4,50%	2,1047	1,8541	1,6486	1,5680	1,5000	1,4424	**1,3934**	1,3156	1,2576	1,2135	1,1793	1,1524	1,1309	1,0873
	5,50%	2,5125	2,1401	1,8561	1,7483	1,6583	1,5827	1,5188	1,4177	1,3424	1,2850	1,2404	1,2051	1,1768	1,1190
	6,00%	2,7103	2,2749	1,9530	1,8323	1,7321	1,6481	1,5773	1,4654	1,3822	1,3187	1,2693	1,2302	1,1987	1,1343
	6,50%	2,9043	2,4051	2,0461	1,9129	1,8028	1,7108	1,6334	1,5113	1,4205	1,3513	1,2973	1,2545	1,2200	1,1492
	7,00%	3,0948	2,5311	2,1357	1,9905	1,8708	1,7712	1,6874	1,5556	1,4576	1,3828	1,3245	1,2781	1,2408	1,1639
	7,50%	3,2819	2,6533	2,2222	2,0654	1,9365	1,8295	1,7396	1,5983	1,4934	1,4133	1,3508	1,3011	1,2610	1,1782
	8,00%	3,4659	2,7720	2,3060	2,1378	2,0000	1,8858	1,7901	1,6397	1,5282	1,4430	1,3765	1,3235	1,2807	1,1922
	10,00%	4,1726	3,2170	2,6178	2,4070	2,2361	2,0953	1,9779	1,7941	1,6581	1,5542	1,4730	1,4081	1,3555	1,2460

Tabela 25 – Efeito em $\boldsymbol{\beta}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

De um modo geral, podemos referir que quanto maior for a taxa de juro sem risco, conjugado com σ mais baixos e α constante, maior será o valor de β. Além disso, importa uma vez realçar que para $\alpha \geq r$, deixa de existir significado económico.

Após calculado β, procedemos à determinação de A.

A		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	0,0017	0,0053	0,0159	0,0254	0,0383	0,0547	0,0745	0,1229	0,1795	0,2399	0,3007	0,3593	0,4142	0,5526
	3,50%	0,0001	0,0006	0,0029	0,0057	0,0102	0,0168	0,0259	0,0520	0,0879	0,1316	0,1803	0,2314	0,2827	0,4251
	4,00%	0,0000	0,0001	0,0006	0,0015	0,0031	0,0057	0,0099	0,0235	0,0454	0,0753	0,1119	0,1532	0,1973	0,3312
	4,50%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0021	**0,0040**	0,0113	0,0245	0,0446	0,0714	0,1037	0,1402	0,2607
	5,50%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0008	0,0029	0,0079	0,0170	0,0310	0,0501	0,0739	0,1658
	6,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0016	0,0047	0,0108	0,0209	0,0356	0,0547	0,1336
	6,50%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0009	0,0028	0,0070	0,0144	0,0256	0,0408	0,1084
	7,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0017	0,0046	0,0100	0,0186	0,0308	0,0884
	7,50%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0011	0,0031	0,0070	0,0137	0,0234	0,0725
	8,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0007	0,0021	0,0050	0,0101	0,0180	0,0597
	10,00%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0014	0,0033	0,0066	0,0287

Tabela 26 – Efeito em $\boldsymbol{A}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Com base na tabela supra, chegamos a conclusões similares às obtidas quando fixamos os pressupostos α e σ.

É possível referir que quanto maior for a incerteza, dada por σ, e/ou quanto mais próximo esteja a taxa de juro sem risco de α, maiores serão os valores para A.

Posto isto, determinamos o *trigger* V^*, tal como apresentado na Tabela 27:

V*		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	477.342	552.921	667.649	738.256	817.423	905.111	1.001.340	1.219.657	1.472.923	1.761.684	2.086.398	2.447.420	2.845.024	4.259.152
	3,50%	370.985	427.069	509.447	559.249	614.575	675.392	741.718	891.083	1.063.117	1.258.276	1.476.954	1.719.467	1.986.066	2.932.095
	4,00%	317.758	363.809	429.635	468.868	512.132	559.400	610.688	725.471	856.858	1.005.234	1.170.944	1.354.272	1.555.444	2.267.656
	4,50%	285.785	325.623	381.278	414.064	450.000	489.064	**531.267**	625.223	732.186	852.492	986.443	1.134.295	1.296.256	1.868.323
	5,50%	249.174	281.573	325.206	350.448	377.855	407.412	439.126	509.124	588.093	676.290	773.959	881.310	998.519	1.410.650
	6,00%	237.704	267.655	307.393	330.216	354.904	381.442	409.838	472.290	542.472	620.619	706.947	801.649	904.890	1.267.115
	6,50%	228.768	256.752	293.394	314.306	336.852	361.019	386.814	443.363	506.692	577.008	654.511	739.377	831.760	1.155.200
	7,00%	221.606	247.967	282.079	301.439	322.250	344.501	368.198	420.000	477.826	541.868	612.305	689.302	773.000	1.065.435
	7,50%	215.734	240.727	272.727	290.798	310.172	330.841	352.808	400.703	454.012	512.908	577.559	648.114	724.709	991.792
	8,00%	210.831	234.650	264.856	281.837	300.000	319.336	339.851	384.471	434.001	488.600	548.423	613.609	684.284	930.251
	10,00%	197.280	217.659	242.719	256.608	271.353	286.946	303.392	338.881	377.924	420.637	467.137	517.530	571.917	759.862

Tabela 27 – Efeito em $\boldsymbol{V^*}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Em relação aos resultados obtidos, observa-se que, à semelhança das conclusões para a constante A, V^{*} aumenta quando $r_{\rightarrow\alpha}$ e $\sigma_{\rightarrow+\infty}$.

V		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000	900.000
	3,50%	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000	600.000
	4,00%	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000
	4,50%	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000	**360.000**	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000	360.000
	5,50%	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143	257.143
	6,00%	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000	225.000
	6,50%	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000
	7,00%	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000
	7,50%	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636	163.636
	8,00%	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000
	10,00%	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500	112.500

Tabela 28 – Efeito em $\boldsymbol{V}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

No que diz respeito ao valor dos *cash flows*, verificamos, uma vez mais, que estes não se alteram com variação da incerteza, diminuindo somente à medida que a taxa de juro sem risco aumenta.

V-I		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000
	3,50%	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000	450.000
	4,00%	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000
	4,50%	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000	**210.000**	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000
	5,50%	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143	107.143
	6,00%	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000	75.000
	6,50%	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000
	7,00%	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000
	7,50%	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636
	8,00%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10,00%	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500	-37.500

Tabela 29 – Efeito em $(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{I})$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

No mesmo sentido, a tabela 29 reflete que à semelhança do comportamento de V, quando $r > \alpha$, o VAL apresenta uma tendência negativa, atingindo o ponto crítico, *i.e.*, valor nulo quando $r = 8{,}00\%$ [30], tornando-se negativo acima desse limiar.

Estas mesmas conclusões encontram-se reflectidas em AV^{β}, como podemos ver na tabela seguinte:

[30] Efectuando as devidas substituições na equação (21): $VAL = \frac{9.000}{0{,}08-0{,}02} - 150.000 = 150.000 - 150.000 = 0\ u.m.$

AV^{β}		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	825.313	786.260	760.872	754.293	750.914	750.003	750.930	756.379	764.433	773.477	782.625	791.421	799.648	820.405
	3,50%	495.317	467.927	453.250	450.536	450.056	451.235	453.611	460.610	469.123	478.072	486.874	495.233	503.010	522.631
	4,00%	324.279	307.006	300.257	300.180	301.600	304.096	307.343	315.177	323.804	332.514	340.924	348.844	356.192	374.749
	4,50%	220.736	211.542	210.388	212.045	214.663	217.948	**221.680**	229.877	238.399	246.781	254.778	262.268	269.205	286.765
	5,50%	107.337	108.346	113.306	116.665	120.357	124.253	128.261	136.361	144.305	151.905	159.064	165.738	171.919	187.668
	6,00%	75.573	79.268	85.571	89.227	93.053	96.966	100.909	108.728	116.290	123.476	130.227	136.520	142.354	157.280
	6,50%	53.314	58.541	65.467	69.199	73.002	76.823	80.627	88.085	95.237	102.010	108.367	114.298	119.806	133.959
	7,00%	37.624	43.546	50.602	54.264	57.941	61.601	65.219	72.270	79.003	85.371	91.352	96.940	102.140	115.567
	7,50%	26.536	32.578	39.441	42.939	46.428	49.884	53.290	59.911	66.227	72.204	77.826	83.090	88.000	100.745
	8,00%	18.695	24.488	30.957	34.236	37.500	40.729	43.911	50.097	56.005	61.607	66.888	71.846	76.484	88.587
	10,00%	4.538	8.096	12.387	14.648	16.944	19.253	21.559	26.120	30.564	34.849	38.951	42.856	46.557	56.443

Tabela 30 – Efeito em $\boldsymbol{AV^{\beta}}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Assim sendo, e tendo como base os valores anteriormente apresentados, procedemos à determinação de $F(V)$.

F(V)		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	750.000	750.000	750.000	750.000	750.000	750.003	750.930	756.379	764.433	773.477	782.625	791.421	799.648	820.405
	3,50%	450.000	450.000	450.000	450.000	450.056	451.235	453.611	460.610	469.123	478.072	486.874	495.233	503.010	522.631
	4,00%	300.000	300.000	300.000	300.180	301.600	304.096	307.343	315.177	323.804	332.514	340.924	348.844	356.192	374.749
	4,50%	210.000	210.000	210.388	212.045	214.663	217.948	**221.680**	229.877	238.399	246.781	254.778	262.268	269.205	286.765
	5,50%	107.143	108.346	113.306	116.665	120.357	124.253	128.261	136.361	144.305	151.905	159.064	165.738	171.919	187.668
	6,00%	75.573	79.268	85.571	89.227	93.053	96.966	100.909	108.728	116.290	123.476	130.227	136.520	142.354	157.280
	6,50%	53.314	58.541	65.467	69.199	73.002	76.823	80.627	88.085	95.237	102.010	108.367	114.298	119.806	133.959
	7,00%	37.624	43.546	50.602	54.264	57.941	61.601	65.219	72.270	79.003	85.371	91.352	96.940	102.140	115.567
	7,50%	26.536	32.578	39.441	42.939	46.428	49.884	53.290	59.911	66.227	72.204	77.826	83.090	88.000	100.745
	8,00%	18.695	24.488	30.957	34.236	37.500	40.729	43.911	50.097	56.005	61.607	66.888	71.846	76.484	88.587
	10,00%	4.538	8.096	12.387	14.648	16.944	19.253	21.559	26.120	30.564	34.849	38.951	42.856	46.557	56.443

Tabela 31 – Efeito em $\boldsymbol{F(V)}$, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Da Tabela 31 importa realçar alguns pontos específicos. Desde logo referir que, em linha de conta com o que vimos anteriormente, para $r \leq \alpha$, seria sempre óptimo adiar a decisão de investimento através da abordagem das opções reais pelo que não são considerados valores nesses casos.

Determinado $F(V)$, estão cumpridas as condições necessárias para determinar, de acordo com o modelo utilizado, quais as decisões ótimas a tomar e, caso se aplique, qual o valor da opção de adiamento para cada um dos valores para o conjunto (σ, r) através das duas tabelas seguintes, respetivamente.

Decisão		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	3,50%	Investir	Investir	Investir	Investir	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	4,00%	Investir	Investir	Investir	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	4,50%	Investir	Investir	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	**Adiar**	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	5,50%	Investir	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	6,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	6,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	7,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	7,50%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	8,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar
	10,00%	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar	Adiar

Tabela 32 – Efeito na Decisão de Investimento, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Opção Adiamento		Variação de σ													
		5,00%	10,00%	15,00%	17,50%	20,00%	22,50%	**25,00%**	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	70,00%
Variação de r	0,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2,00%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3,00%	0	0	0	0	0	3	930	6.379	14.433	23.477	32.625	41.421	49.648	70.405
	3,50%	0	0	0	0	56	1.235	3.611	10.610	19.123	28.072	36.874	45.233	53.010	72.631
	4,00%	0	0	0	180	1.600	4.096	7.343	15.177	23.804	32.514	40.924	48.844	56.192	74.749
	4,50%	0	0	388	2.045	4.663	7.948	**11.680**	19.877	28.399	36.781	44.778	52.268	59.205	76.765
	5,50%	0	1.203	6.163	9.522	13.214	17.110	21.118	29.218	37.163	44.762	51.921	58.595	64.777	80.525
	6,00%	573	4.268	10.571	14.227	18.053	21.966	25.909	33.728	41.290	48.476	55.227	61.520	67.354	82.280
	6,50%	3.314	8.541	15.467	19.199	23.002	26.823	30.627	38.085	45.237	52.010	58.367	64.298	69.806	83.959
	7,00%	7.624	13.546	20.602	24.264	27.941	31.601	35.219	42.270	49.003	55.371	61.352	66.940	72.140	85.567
	7,50%	12.899	18.941	25.804	29.303	32.792	36.247	39.654	46.274	52.590	58.567	64.190	69.453	74.364	87.108
	8,00%	18.695	24.488	30.957	34.236	37.500	40.729	43.911	50.097	56.005	61.607	66.888	71.846	76.484	88.587
	10,00%	42.038	45.596	49.887	52.148	54.444	56.753	59.059	63.620	68.064	72.349	76.451	80.356	84.057	93.943

Tabela 33 – Avaliação Opção de Adiamento, após variação dos parâmetros $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{r}$

Fonte: Elaboração Própria

Analisando os resultados, concluímos que quanto maior for a incerteza e a taxa de juro sem risco, maior o valor da opção de adiamento. Não obstante, em termos esperados, o investimento é realizado mais tarde quando o *trigger* for maior, ou seja, quanto maior for a incerteza e menor for o custo de oportunidade de adiamento.

4.3.3.4. Impacto na Decisão de Investimento: Variação de dois pressupostos

Finalizada a análise, procedemos agora à apresentação de um resumo dos resultados obtidos e respetivo impacto na Decisão de Investimento:

- Mantendo σ constante, quando $r \leq \alpha$ o problema não apresenta significado económico. Além disso, podemos destacar que o valor da opção de investimento aumenta à medida que a taxa de juro sem risco aumenta e/ou o retorno esperado diminuiu, ou seja, quanto maior for o custo de oportunidade de adiamento (δ) o investimento é realizado mais cedo, em termos esperados;

- Mantendo r constante, observa-se que rejeitamos o projeto para $\alpha > r$. Com base nos dados é possível referir que o aumento da incerteza aumenta o valor do *trigger* e, consequentemente, o investimento é realizado mais tarde em termos esperados;

- Mantendo α constante, de notar que tanto a diminuição da taxa de juro sem risco como o aumento da incerteza adia para mais tarde, em termos esperados, o momento de investimento já que V^* assume maiores valores para ambos. Verifica-se igualmente que o investimento é realizado imediatamente para valores mais baixos para σ já que, como vimos, a incerteza não influencia o VAL fazendo com que a avaliação através deste critério dê respostas "adequadas" para valores mais baixos para a incerteza e taxa de juro sem risco.

CONCLUSÃO

Os critérios neoclássicos de avaliação de investimentos ignoram três características presentes na grande maioria dos projetos de investimento: incerteza, irreversibilidade e flexibilidade. Não obstante, a abordagem das opções reais permite tratar devidamente estas características, não ignorando as denominadas oportunidades de crescimento.

Aplicando o modelo de uma variável estocástica de Dixit e Pindyck (1994) a um projeto cuja variável segue um GBM com *drift*, concluímos que, na grande maioria dos cenários, o critério do Valor Atual Líquido subavalia o valor do projeto e, consequentemente, a decisão de investimento, levando a incorrer em custos de oportunidade. Através desta abordagem, juntamente com a técnica da análise de sensibilidade, conseguimos determinar o momento ótimo para investir identificando que o investimento é realizado mais tarde, em termos esperados, para valores mais altos para a incerteza e valores mais baixos para o custo de oportunidade de adiamento pois aumentam o valor da opção de investimento.

Não obstante, e tal como enaltecemos, o modelo de uma variável estocástica apresenta algumas limitações quando comparado com os modelos de duas variáveis estocásticas quer de Mcdonald e Siegel (1994) quer de Adkins e Paxson (2011), sendo que este último é, tanto quanto sabemos, o mais recente estado da arte da temática. Nesse sentido, e tendo em atenção a investigação futura, sugerimos a aplicação deste para a determinação do *timing* ótimo de investimento.

Com este trabalho reforçamos as críticas aos critérios de avaliação de investimentos neotradicionais, demonstrando que a abordagem das opções reais permite obter resultados mais fidedignos e ajustados à realidade e que, por isso, fornecem uma maior credibilidade à tomada de decisão de investimento. Não obstante, é de realçar que o paradigma atual continua, ainda, a ser marcado pela quase inexistente utilização da abordagem das opções reais na vida real, distorcendo assim o valor real dos projetos, com o consequente impacto negativo de que daí advém para a decisão de investimento e para as Finanças e Economia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADKINS, Roger; PAXSON, Dean – Renewing Assets with Uncertain Revenues and Operating Costs. **Journal of Financial and Quantitative Analysis***,* Vol. 46, nº 3 (2011), p. 785-813.

ALVAREZ, Luis H.; STENBACKA, Rune – Adoption of uncertain multi-stage technology projects: a real options approach. **Journal of Mathematical Economics***,* Vol. 35, nº1 (2001), p. 71-97.

ARMADA, Manuel J. Rocha; PEREIRA, Paulo J.; RODRIGUES, Artur – Optimal Subsidies and Guarantees in Public-Private Partnerships. **The European Journal of Finance***,* Vol. 18, nº 5 (2012), p. 469-495.

AWOMEWE, Alaba F.; OGUNDELE, Oludele O. – **The Importance of the Payback method in Capital Budgeting Decision***.* School of Management Blekinge Institute of Technology, 2008. Dissertação para Mestrado em Gestão de Empresas.

BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron – The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy***,* Vol. 81, nº 3 (1973), p. 637-654.

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan – **Essentials of Investments***.* 9ª Edição. Boston: McGraw-Hill Higher Education, 2012. ISBN 9780077502294.

BREALEY, Richard A.; MYERS, Stewart C.; ALLEN, Franklin – **Principles of Corporate Finance***.* 9ª Edição. Boston: The McGraw-Hill Companies, Inc., 2007. ISBN 9780073405100.

BRENNAN, Michael; SCHWARTZ, Eduardo – Evaluating Natural Resources Investments. **Journal of Business**, Vol. 58, nº 2 (1985), p. 135-157.

BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. – **Fundamentals of Financial Management**. 13ª Edição. Mason: Cengage Learning, 2013. ISBN 9780538482127.

CAMPBELL, John – Understanding Risk and Return. **Journal of Political Economy**, Vol. 104, nº 2 (1996), p. 298-345.

COX, John C.; ROSS, Stephen A.; RUBINSTEIN, Mark – Option Pricing: A Simplified Approach. **Journal of Financial Economics**, Vol. 7, nº 3 (1979), p. 229-263.

DEAN, John – Capital Budgeting: Top-management Policy on Plant. **Southern Economic Journal**, Vol. 19, nº 1 (1952), p. 109-111.

DÉCAMPS, Jean-Paul; VILLENEUVE, Stéphane – Optimal Dividend Policy and Growth Option. **Finance and Stochastics**, Vol. 11, nº 1 (2007), p. 3-27.

DIXIT, Avinash K.; PINDYCK, Robert S. – **Investment Under Uncertainty**. 1ª Edição. New Jersey: Princeton University Press, 1994. ISBN 9780691034102

FAMA, Eugene – Efficient Capital Markets - A Review of Theory and Empirical Work. **The Journal of Finance**, Vol. 25, nº 2 (1970), p. 383-417.

GESKE, Robert – The Pricing of Options with Stochastic Dividend Yield. **The Journal of Finance**, Vol. 33, nº 2 (1978), p. 617-625.

GIBSON, Rajna; SCHWARTZ, Eduardo – Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims. **The Journal of Finance**, Vol. 45, nº 3 (1990), p. 959–976.

HAYES, Robert; ABERNATHY, William – Managing our way to economic decline. **Harvard Business Review**, Vol. 58, nº 4 (1980), p. 66-77.

HUANG, Yu-Lin; CHOU, Shih-Pei – Valuation of the Minimum Revenue Guarantee and the Option to Abandon in BOT Infrastructure Projects. **Construction Management and Economics**, Vol. 24, nº 4 (2006), p. 379-389.

INGERSOLL, Jonathan; ROSS, Stephen – Waiting to Invest: Investment and Uncertainty. **Journal of Business**, Vol. 65, nº 1 (1992), p. 1-29.

INSLEY, Margaret; WIRJANTO, Tony – Contrasting two approaches in real options valuation: contingent claims versus dynamic programming. **Journal of Forest Economics**, Vol. 16, nº 2 (2010), p. 157-176.

JORGENSON, Dale W. – Capital Theory and Investment Behavior. **American Economic Review**, Vol. 53, nº 2 (1963), p. 247-259.

KESTER, W. – Today's Options for Tomorrow's Growth. **Harvard Business Review**, (1984), p. 153-160.

KEYNES, John Maynard – **The General Theory of Employment, Interest and Money**. 1ª Edição. Cambridge: Macmillan Cambridge University Press, 1936. ISBN 9781607960645 (Reimpressão 2009).

KULATILAKA, Nalin; PEROTTI, Enrico (1998) – Strategic Growth Options. **Management Science**, Vol. 44, nº 8, p. 1021-1031.

LARSON, Erik; GRAY, Clifford – **Project Management: The Managerial Process**. 5ª Edição. Boston: McGraw-Hill, 2008. ISBN 9780073403342

MAJD, Saman; PINDYCK, Robert – Time to Build, Option Value, and Investment Decisions. **Journal of Financial Economics**, Vol. 18, nº 1 (1987), p. 7-27.

MARGRABE, William – The Value of an Option to Exchange One Asset for Another. **The Journal of Finance**, Vol. 33, nº 4 (1978), p. 177-186.

MARKOWITZ, Harry – Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, Vol. 7, nº 1 (1952), p. 77-91.

MCDONALD, Robert; SIEGEL, Daniel – Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down. **International Economic Review**, Vol. 26, nº 2 (1985), p. 331-349.

MCDONALD, Robert; SIEGEL, Daniel – The Value of Waiting to Invest. **The Quarterly Journal of Economics**, Vol. 101, nº 4 (1986), p. 707-728.

MERTON, Robert – Theory of Rational Option Pricing. **The Bell Journal of Economics and Management**, Vol. 4, nº 1 (1973), p. 141-183.

MODIGLIANI, Franco; MILLER, Merton – The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. **The American Economic Review**, Vol. 48, nº 3 (1958), p. 261-297.

MODIGLIANI, Franco; MILLER, Merton – Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares. **Journal of Business**, Vol. 34, nº 4 (1961), p. 411-433.

MODIGLIANI, Franco; MILLER, Merton – Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction. **The American Economic Review**, Vol. 53, nº 3 (1963), p. 433-443.

MYERS, Stewart– Determinants of Corporate Borrowing. **Journal of Financial Economics**, Vol. 5, nº 2 (1977), p. 147-175.

MYERS, Stewart – Finance Theory and Financial Strategy. **Midland Corporate Finance Journal**, Vol. 14, nº 1 (1987), p. 6-13.

MYERS, Stewart; MAJD, Saman – **Calculating Abandonment Value Using Option Pricing Theory**. Working Paper - Sloan School of Management, (1983), p. 35-38.

PANAYI, Sylvia; TRIGEORGIS, Lenos – Multi-stage real options: The cases of information technology infrastructure and international bank expansion. **The Quarterly Journal of Economics**, Vol. 38, nº 3 (1998), p. 675-692.

PAXSON, Dean, e PINTO, Helena – Rivalry under Price and Quantity Uncertainty. **Review of Financial Economics**, Vol. 14, nº 3-4 (2005), p. 209-224.

PEREIRA, Paulo J.; RODRIGUES, Artur; ARMADA, Manuel J. Rocha – **The Optimal Timing for the Construction of an International Airport: a Real Options Approach with Multiple Stochastic Factors**. 10ª Conferência de Opções Reais, 2006, p. 1-20.

PINDYCK, Robert S. – Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of The Firm. **American Economic Review**, Vol. 78, nº 5 (1988), p. 969-985.

RIBEIRO, João A.; PEREIRA, Paulo J.; BRANDÃO, Elísio – **Reaching an Optimal Mark-Up Bid through the Valuation of the Option to Sign the Contract by the Selected Bidder**. Disponível em SSRN: http://ssrn.com/abstract=2265862, 2013.

ROSS, Stephen; WESTERFIELD, Randolph; JAFFE, Jeffrey – **Corporate Finance**. 6ª Edição. Nova Iorque: McGraw-Hill Companies, 2002. ISBN 9780072831931.

TOBIN, James – A General Equilibrium Approach to Monetary Theory. **Journal of Money, Credit and Banking**, Vol. 1, nº 1 (1969), p. 15-29.

TOURINHO, Octávio – **The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach**. Berkeley: Universidade da California, 1979. Tese de Doutoramento.

TRIGEORGIS, Lenos – The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Vol. 28, nº 1 (1993), p. 1-20.

TRIGEORGIS, Lenos – **Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation***.* Boston: MIT Press, 1996. ISBN 9780262201025

TRIGEORGIS, Lenos; MASON, Scott – Valuing Managerial Flexibility. **Midland Corporate Finance Journal**, Vol. 5 , nº 1 (1987), p. 14-21.