

ALGORITMO DE LANCZOS NA VARIEDADE DE GRASSMANN

Ana Paula Lopes¹, Ana Júlia Viamonte² e António José Pascoal³

¹ ISCAP - IPP
Porto - Portugal
aplopes@iscap.ipp.pt

² Universidade Portucalense
Porto - Portugal
ajs@upt.pt

³ Universidade Portucalense
Porto - Portugal
ajfp@upt.pt

Palavras Chave: *Método de Lanczos, Variedade de Grassmann, Variedade de Stiefel, Subespaços Invariantes, Valores Próprios e Vectores Próprios.*

RESUMO

O problema do cálculo de valores próprios, vectores próprios e subespaços invariantes está presente em áreas tão diversas como Engenharia, Física, Ciências de Computação e Matemática. Considerando a importância deste problema em tantas aplicações práticas, não é de surpreender que tenha sido e continue a ser objecto de intensa investigação, dando corpo a uma literatura muito vasta.

Desenvolvemos um novo algoritmo de Lanczos na variedade de Grassmann. Este trabalho surgiu na sequência de um artigo de A. Edelman, T. A. Arias and S. T. Smith, *The geometry of algorithms with orthogonality constraints*, onde apresentam um novo algoritmo do gradiente conjugado na variedade de Grassmann. Desenvolveram um enquadramento geométrico o que ofereceu uma nova aproximação aos algoritmos numéricos envolvendo restrições de ortogonalidade. Ora, estando o método de Lanczos e o método dos gradientes conjugados intimamente relacionados, e sendo um dos principais problemas do método de Lanczos a perda de ortogonalidade, surgiu a ideia de tentar verificar se algum dos algoritmos de Lanczos seria uma iteração na variedade de Grassmann.

BIBLIOGRAFIA

- [1] P.-A Absil, R. Sepulchre, P. Van Dooren and R. Mahony, *Cubically convergent iterations for invariant subspace computation*, SIAM J. Matrix Analysis, vol **26**, **1**, 70-96, 2004.
- [2] W. M. Boothby, *An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry*, Academic Press, 1975.
- [3] J. Baglama, D. Calvetti and L. Reichel, *IRBL: An Implicitly Restarted Block Lanczos Method for Large-Scale Hermitian Eigenproblems*, SIAM J. Sci. Comput., **24**, **5**, 1650-1677, 2003.
- [4] Jane K. Cullum and Ralph A. Willoughby, *Lanczos Algorithms for Large Symmetric Eigenvalue Computations; Vol.I Theory*, Birkhauser, 1985.
- [5] Jane K. Cullum and Ralph A. Willoughby, *Lanczos Algorithms for Large Symmetric Eigenvalue Computations; Vol.II Programs*, Birkhauser, 1985.
- [6] J.W. Demmel, *Three Methods for finding estimates of invariant subspaces Computing*. **38**, 43-57, 1987.
- [7] A. Edelman, T. A. Arias and S. T. Smith, *The geometry of algorithms with orthogonality constraints*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. **20**, **2**, 303-353, 1998.
- [8] A.P. Lopes, *O método de Lanczos na Variedade de Grassmann*, PhD theses, Universidade Portucalense, 2006.
- [9] B. N. Parlett, *The symmetric eigenvalue problem*, Prentice Hall series in Computational Mathematics, 1998.