

ANAIS

**IV Congresso de Engenharia
Mecânica Norte-Nordeste
16 a 20 de junho de 1996 - Recife - Pe**

**Departamento de Engenharia Mecânica
Centro de Tecnologia e Geociências
Universidade Federal de Pernambuco**

VOLUME 2

**ABCM
Associação Brasileira de Ciências Mecânicas**

Simulação Dinâmica de Manipuladores Flexíveis

José Luiz Ferreira Martins
 Depto Eng. Mecânica
 UFF/CTC/TCE
 Rua Passo da Pátria, 156
 São Domingos - Niterói - RJ - Brasil
 E.Mail: temjlfm@vm.uff.br

José António Tenreiro Machado
 Depto Eng. Electrotécnica e Computadores
 Fac. Eng. da Universidade do Porto
 Rua dos Bragas
 4099 Porto Codex - Portugal
 E.Mail: jtm@garf.fe.up.pt

RESUMO

Neste trabalho mostra-se uma forma de abordagem da simulação dinâmica de um manipulador robótico com membros flexíveis. A estrutura mecânica deste manipulador é composta de membros constituídos de segmentos rígidos interligados por juntas rotacionais. Os segmentos são considerados activos ou passivos. Os segmentos passivos podem apresentar deformação, em flexão em um e/ou dois planos e/ou torção, que é compensada nas articulações fictícias dos mesmos. A partir desta concepção da estrutura elabora-se a dinâmica inversa utilizando-se uma formulação numérica recursiva de Newton-Euler, semelhante à utilizada para sistemas rígidos. Pela manipulação adequada de alguns vetores de entrada, na rotina de estruturação da dinâmica inversa, obtém-se a matriz de massa e os vetores relacionados com a ação da gravidade, de Coriolis e centrífuga. Dessa forma, obtém-se o sistema dinâmico direto da estrutura discretizada com ngl graus de liberdade. Com a avaliação da dinâmica direta faz-se a simulação, com discretização temporal, desse sistema utilizando alguns métodos explícitos de integração numérica de Runge-Kutta, especificamente, RK2, RK4 e RK10. São apresentadas comparações relativas a eficiência e precisão do sistema, assim como alguns resultados obtidos com os métodos de integração utilizados.

Palavras Chave: Robótica, Manipuladores Flexíveis, Simulação Dinâmica

1. INTRODUÇÃO

Um manipulador robótico pode ser considerado como um dispositivo electromecânico que tem por função posicionar e orientar um mecanismo existente na sua extremidade. Este mecanismo tem como objectivo fazer a fixação adequada de ferramentas definidas pelo tipo de tarefa a executar. As características cinemáticas do manipulador definem o seu volume de trabalho. Podem ser consideradas duas partes principais na estrutura do manipulador: A primeira parte é o braço constituído, no mínimo, por três graus de liberdade (gdl) utilizados para posicionamento do ponto de concentração dos referenciais de orientação. A segunda parte é o punho, normalmente, constituída por outros três gdl's rotacionais para orientação do referencial terminal. Não tomando em consideração a deformação nas juntas, pode-se considerar que os membros com gdl's responsáveis pela orientação podem ser considerados rígidos, pois, os respectivos referenciais são sobrepostos em um ponto comum.

Na elaboração do modelo matemático da estrutura mecânica considera-se que a deformação dos membros fica restringida a variações angulares nas juntas passivas, pelo que todos os segmentos podem ser considerados rígidos. Desta forma, é possível elaborar um modelo semelhante ao método recursivo de Newton-Euler (N-E)

utilizado para sistemas rígidos na resolução da dinâmica inversa [1]. A partir desse método, estabelece-se o sistema dinâmico da estrutura com um número qualquer de membros e segmentos. Assim, o modelo desenvolvido pode ser aplicado para vários níveis de precisão através da selecção do número adequado de segmentos por membro. É evidente que quanto maior essa relação maior será a complexidade do sistema, pelo que, para cada caso, o número de segmentos deverá ser "ajustado" para uma precisão adequada das variáveis a serem simuladas.

2. ESTRUTURA MECÂNICA

A estrutura do manipulador com membros flexíveis proposto consiste, basicamente, num mecanismo em cadeia aberta composto de n membros conectados por juntas rotacionais, que correspondem aos gdl's activos onde estão presentes os actuadores, e $nseg$ juntas rotacionais que correspondem a $(nseg - 1)$ segmentos por cada membro. Em cada segmento consideram-se de um a três gdl's passivos. Os membros constituintes da estrutura têm a forma apresentada na Figura 1, onde se mostram os eixos dos referenciais locais da junta activa $(X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0})$ e das juntas passivas $(X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j})$,

onde $j = 1, \dots, nseg - 1$. A origem do referencial constituído pelos eixos $(X_{i,nseg}, Y_{i,nseg}, Z_{i,nseg})$ é coincidente com a origem do referencial da junta activa do membro $i+1$. O eixo Z do referencial inercial tem direcção coincidentes com o eixo da acção da gravidade. A junta do primeiro membro, é uma junta activa e está posicionada na base do manipulador. Considera-se que o eixo Z do referencial desse membro é coincidente com o eixo dos Z do referencial inercial e esse membro não sofre qualquer tipo de deformação. O segundo membro é considerado flexível e é constituído por uma junta activa no eixo $Z_{2,0}$ do referencial do membro. A partir desse referencial, estabelecem-se os referenciais das juntas passivas desse membro, designadas por $Z_{2,j}$, onde $j = 1, \dots, nseg - 1$. Para os membros seguintes adopta-se a mesma convenção.

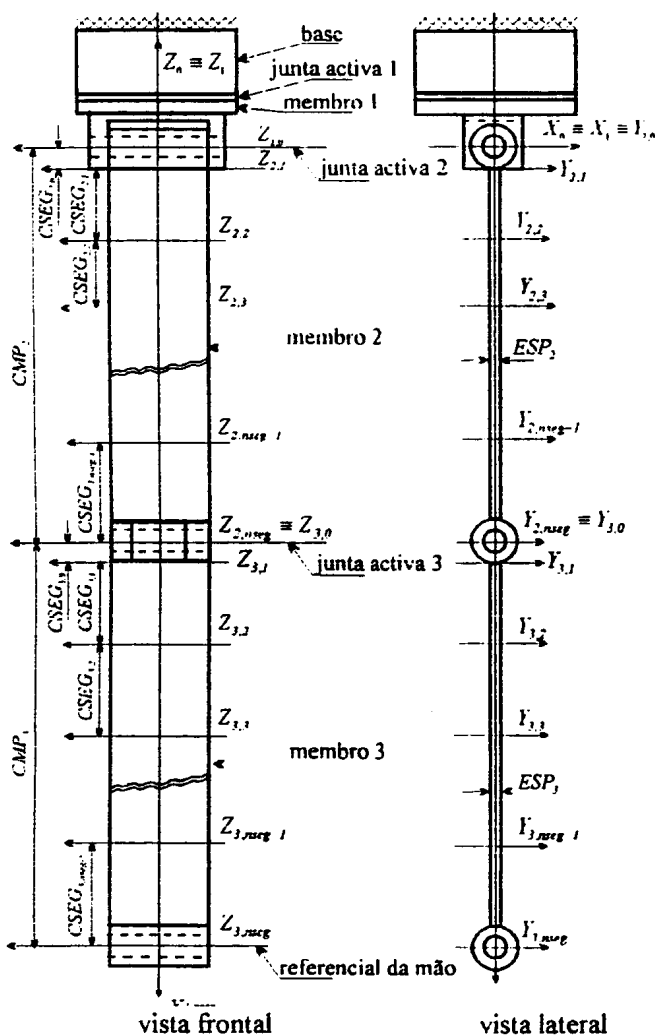


Figura 1 - Estrutura mecânica de um manipulador com 2 membros flexíveis e 3 juntas activas

Note-se na Figura 1 que os gdl's activos têm seus eixos posicionados nos eixos dos Z dos referenciais locais e os membros deslocam-se no plano XY desses mesmos referenciais. Nos referenciais passivos dos membros flexíveis, a rotação em X significa uma torção do

segmento e as rotações em Y e Z significam flexão nos planos XZ e XY do referencial do segmento considerado.

Para analisar as deformações faz-se a aproximação de cada membro flexível por uma série de pequenos segmentos rígidos interligados por juntas fictícias [1,2], nas quais são concentradas as deformações devido à flexão e/ou torção de cada segmento. Não se considera o efeito de deformação longitudinal dos segmentos da estrutura. Os segmentos activos dos membros possuem apenas um gdl no eixo Z do seu respectivo referencial. Nos segmentos passivos dos membros assume-se que os gdl's correspondentes dependem do tipo de análise. Considera-se o tipo T1 para o caso em que os segmentos passivos de cada membro, da estrutura articulada são deformáveis em Z (flexão), $tip=1$. Para o tipo T2, deformação nos eixos Y e Z (flexão em dois planos), $tip=2$. No tipo T3, deformação nos três eixos de cada segmento (flexão em dois planos e torção), $tip=3$. Desta forma, os gdl's são definidos por:

$$ngl = n [tip (nseg - 1) + 1] - tip (nseg - 1) \quad (1)$$

Esta avaliação do número total de graus de liberdade deve-se ao facto de se trabalhar na elaboração da dinâmica da estrutura com dois campos vectoriais internamente; nas subrotinas de avaliação do vector que envolve os momentos das forças (giroscópica, centrípeta e de gravidade, de deformação e de fricção) e dos vectores para o cálculo da matriz inercial do sistema tem-se a definição dos vectores das variáveis independentes com três dimensões. Essas dimensões referem-se ao membro, ao segmento do membro e ao eixo considerados. Externamente a essas subrotinas é mais conveniente trabalhar-se com os elementos desses vectores unidimensionalmente; ou seja, orienta-los sequencialmente, para a elaboração e resolução do sistema dinâmico. Desta forma, desenvolveu-se um conjunto de subrotinas com a finalidade de identificar as passagens de um campo vectorial para outro e vice-versa.

Na Figura 2 mostram-se as variáveis independentes consideradas nos tipos de análise da estrutura, onde $\theta_{i,0,0}$ é o ângulo activo do membro i medido sobre o eixo $Z_{i,0}$ entre os eixos $X_{i-1,nseg-1}$ e $X_{i,0}$. $\theta_{i,j,k}$ corresponde ao ângulo passivo do segmento j , do membro i medido entre os eixos k dos segmentos $j-1$ e j . Considera-se que $i = 1, \dots, n$, $j = 0, \dots, nseg - 1$. No caso de $k = 1, 2, 3$, faz-se a avaliação do sistema com análise do tipo T3, ou seja, tem-se rotação nos três eixos. Para $k = 2, 3$ faz-se a análise do tipo T2, assim, considera-se rotação nos eixos dos Y e Z . finalmente, para $k = 3$ faz-se a análise do tipo T1, com rotação no eixo dos Z . Note-se que o número de segmentos deve ser, sempre, maior ou igual a dois, pois, estabeleceu-se que cada membro é definido por um segmento rígido, seguido dos respectivos segmentos flexíveis.

Esta metodologia foi concebida a partir da possibilidade de uma verificação da importância de se considerar a rotação em todos os eixos dos referenciais passivos como do tipo T3. Entretanto, se os vectores envolvidos, nesse caso, não forem significativos, há a possibilidade de uma simplificação do modelo, para os tipos T2 ou T1. Desta forma, pode-se avaliar com maior segurança as simplificações possíveis, tendo em vista as características do manipulador robótico e das tarefas a serem realizadas no ambiente de trabalho.

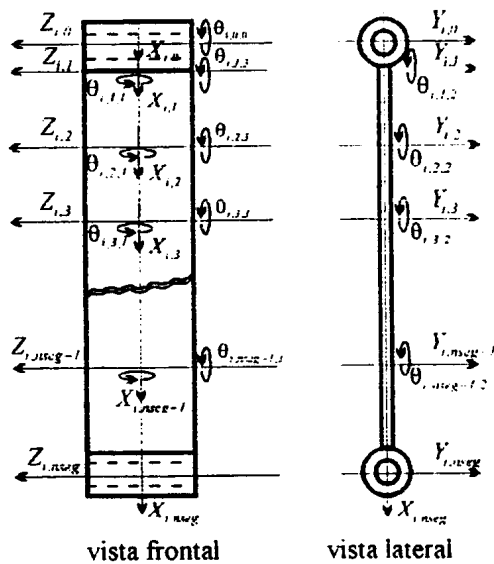


Figura 2 - Convenções das variáveis independentes.

Na análise da cinemática da estrutura do manipulador leva-se em consideração a metodologia apresentada em [3, 4], onde são considerados os vectores de posição e as matrizes de orientação locais, em que essas grandezas cinemáticas são obtidas através de um modelo matemático recursivo da base para o topo. Opcionalmente, a cinemática é obtida utilizando-se as convenções estabelecidas por Denavit *et al* [5] para definir as matrizes de transformação homogêneas. Os referenciais locais e inerciais com os respectivos vectores são apresentados na Figura 3, onde os $vloc_{i,j}$ são vectores dos referenciais locais e os $vin_{i,j}$ são vectores inerciais.

3. SISTEMA DINÂMICO

Para estabelecer a dinâmica da estrutura do manipulador, faz-se uso de um conjunto de equações dinâmicas que, simbolicamente, podem ser escritas da seguinte forma:

$$M \ddot{q} + T_{IN} = T_{EX} \quad (2)$$

em que

$$T_{IN} = T_{GC} + T_{FL} + T_{FR} \quad (3)$$

Nas equações dinâmicas do sistema proposto em (2) assume-se que M representa a matriz de inércia do

manipulador, a qual depende do vector posição q , é uma matriz não singular, simétrica, positiva definida e com dimensão $ngl \times ngl$. O vector \ddot{q} representa a aceleração das juntas ativas e passivas, com dimensional $ngl \times 1$. O vector T_{IN} é composto pelos vectores: T_{GC} que é um vector dependente dos vectores posição q e velocidade \dot{q} , representando os efeitos das forças centrífugas, de Coriolis e de gravidade, com dimensão $ngl \times 1$, T_{FL} é um vector dependente do vector posição q , e quantifica a rigidez dos segmentos passivos dos membros da estrutura, com dimensão $ngl \times 1$ e T_{FR} é um vector dependente do vector velocidade \dot{q} , e representa as perdas por fricção nas juntas ativas e passivas, com dimensão $ngl \times 1$. Finalmente, o vector T_{EX} é o vector dos binários solicitados aos atuadores, com dimensão $ngl \times 1$.

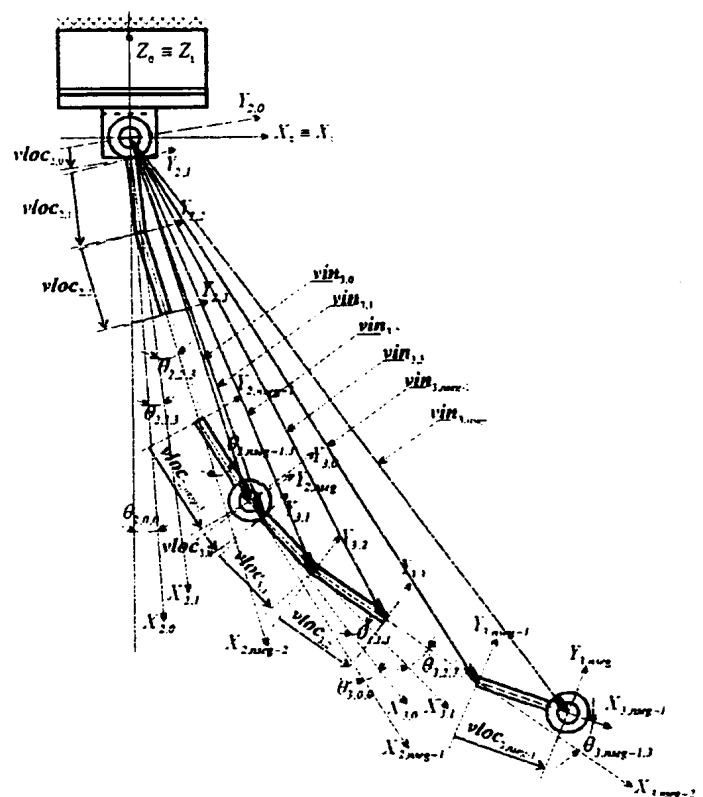


Figura 3 - Vectores locais e inerciais na cinemática directa

O vector \ddot{q} é representado por:

$$\ddot{q} = \left\{ \begin{matrix} \ddot{\theta}_{1,0,0} & \ddot{q}_{1,1}^T & \ddot{q}_{1,2}^T & \dots & \ddot{q}_{1,nseg-1}^T & \dots \\ \dots & \ddot{\theta}_{n,0,0} & \ddot{q}_{n,1}^T & \ddot{q}_{n,2}^T & \dots & \ddot{q}_{n,nseg-1}^T \end{matrix} \right\}^T \quad (4)$$

sendo que $\ddot{q}_{i,j}$ depende do tipo de análise, ou seja, para os tipos T1, T2 ou T3, $\ddot{q}_{i,j} = \{\theta_{i,j,3}\}$, $\ddot{q}_{i,j} = \{\theta_{i,j,2} \ \theta_{i,j,3}\}^T$ e $\ddot{q}_{i,j} = \{\theta_{i,j,1} \ \theta_{i,j,2} \ \theta_{i,j,3}\}^T$, respectivamente.

Para o cálculo da matriz de inércia $M(q)$ são utilizados métodos semelhantes aos apresentados por

Para o cálculo da matriz de inércia $M(\mathbf{q})$ são utilizados métodos semelhantes aos apresentados por Walker *et al* [2], para manipuladores rígidos. Desta forma, os elementos de $M(\mathbf{q})$ são calculados utilizando-se o algoritmo da dinâmica inversa de Newton-Euler (DINE), em que não são considerados os efeitos da gravidade, das velocidades, das forças elásticas e forças externas. Considera-se o vector $\ddot{\mathbf{q}}$ com seus elementos iguais a zero com exceção do elemento $\ddot{\theta}_{i,j,k} = 1$. Assim, os $n \times n$ elementos dessa matriz são obtidos calculando-se os vectores de cada coluna, como no primeiro método; os elementos da diagonal principal para baixo, a partir do seu ultimo elemento, como no segundo método, ou da diagonal principal para cima, a partir do ultimo elemento, como no terceiro método. O vector $\mathbf{T}_{IN}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, é obtido considerando-se todos os elementos do vector $\ddot{\mathbf{q}}$ iguais a zero. Assim sendo, neste vector são considerados os efeitos da gravidade, das velocidades, das forças elásticas e forças externas aplicadas no referencial da mão. Esse vector representa a soma dos vectores: \mathbf{T}_{GC} é obtido utilizando-se o algoritmo recursivo da DINE, sendo que os elementos do vector aceleração $\ddot{\mathbf{q}}$ são considerados iguais a zero. Note-se que na subrotina elaborada para o cálculo de $\mathbf{T}_{GC}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, pode-se avaliar os efeitos da gravidade, independentemente, fazendo-se $\dot{\mathbf{q}}(t) = 0$; \mathbf{T}_{FL} é obtido fazendo-se a ação da gravidade igual a zero em $\mathbf{T}_{GC}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$; o vector $\mathbf{T}_{FR}(\dot{\mathbf{q}})$ leva em consideração a influência do atrito viscoso e de Coulomb [12]. As subrotinas da DINE elaboradas para o cálculo dos elementos de $M(\mathbf{q})$ e $\mathbf{T}_{GC}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ foram otimizadas, sem perda de generalidade, tendo em vista a eliminação de operações redundantes, tais como, produtos por zero e pela unidade e de somas com zero. O vector \mathbf{T}_{EX} é dependente do estado do sistema, onde o vector \mathbf{u} é obtido a partir de uma lei de controle. Apresenta-se na Figura 4 um Fluxograma Evolutivo da simulação do sistema. Note-se que utilizando a decomposição LU de $M(\mathbf{q})$ para resolução do sistema, não há necessidade de inverter essa matriz para a obtenção de $\ddot{\mathbf{q}}$ [11], economizando-se o tempo de processamento correspondente.

Para integrar o vector aceleração obtido a partir da resolução do sistema (2) e assim obter os vectores de velocidade e de deslocamento do passo seguinte, dadas as condições iniciais, entre os vários métodos disponíveis, foram utilizados três métodos numéricos. Assim, pode fazer-se a comparação entre a precisão e o esforço computacional a fim de concluir sobre a metodologia mais apropriada para as análises do presente trabalho.

Um procedimento simples de integração, p.ex. [10, 12], consiste no método de segunda ordem de Runge-Kutta (RK2). Outro procedimento bastante eficiente e muito utilizado [13] é o método de quarta ordem da

formulação de Runge-Kutta (RK4), em que é necessária a avaliação de quatro vectores de funções paramétricas. Um método ainda mais preciso, é o método Runge-Kutta de décima ordem (RK10), onde, como demonstrado e otimizado por HAIRER[14], necessita de dezessete vectores de funções paramétricas.

A forma geral para os métodos de Runge-Kutta com incremento de tempo fixo, para equações diferenciais de segunda ordem, pode ser escrita na forma:

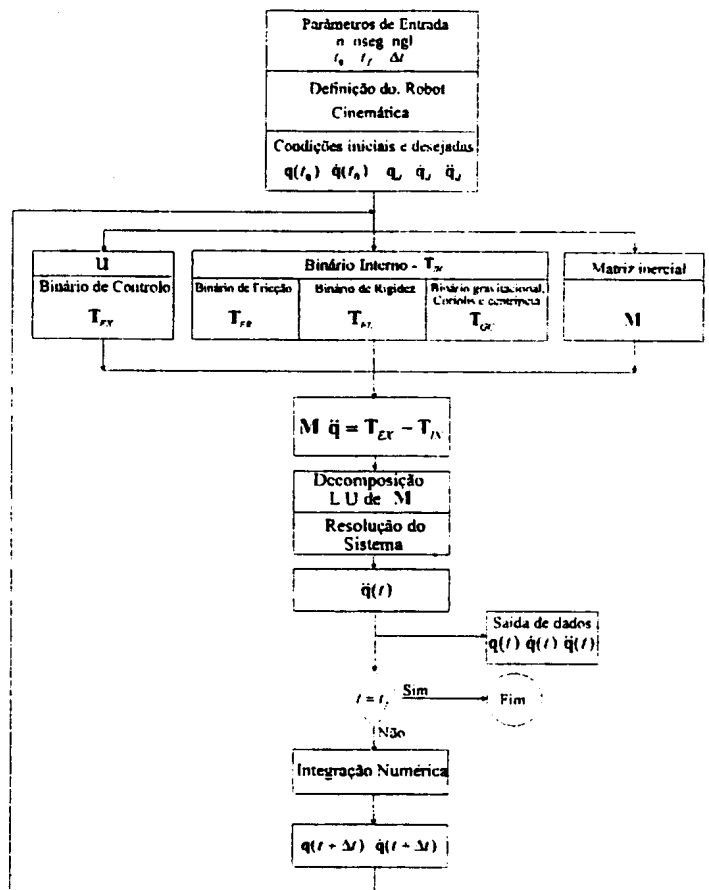


Figura 4 - Fluxograma de simulação do sistema.

α - Conhecida a aceleração no instante t , pode-se estabelecer o primeiro estágio de cálculo dos vectores paramétricos do método na forma:

$$\mathbf{K}_1 = \Delta t * \ddot{\mathbf{q}}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{L}_1 = \Delta t * \dot{\mathbf{q}}(t) \quad (6)$$

Neste caso, escrevendo os vectores auxiliares \mathbf{q}_{aux} e $\dot{\mathbf{q}}_{aux}$, de cada passo, iguais a:

$$\dot{\mathbf{q}}_{aux}(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) + \sum_{j=2}^l a_{j-1} \mathbf{K}_{j-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{q}_{aux}(t) = \mathbf{q}(t) + \sum_{j=2}^l a_{j-1} \mathbf{L}_{j-1} \quad (8)$$

b - Há a necessidade de recalculiar o sistema para as condições de \mathbf{q}_{aux} e $\dot{\mathbf{q}}_{aux}$ em cada passo. Assim, deve-se reavaliar $\mathbf{M}(\mathbf{q}_{aux})$ e $\mathbf{T}_{IN}(\mathbf{q}_{aux}, \dot{\mathbf{q}}_{aux})$ para obter o vector aceleração $\ddot{\mathbf{q}}_{aux}(t)$ nessas condições. Dessa forma, pode-se calcular os vectores paramétricos \mathbf{K}_{i+1} e \mathbf{L}_{i+1} da seguinte forma:

$$\mathbf{K}_{i+1} = \Delta t * \ddot{\mathbf{q}}_{aux}(t) \quad (9)$$

$$\mathbf{L}_{i+1} = \Delta t * \dot{\mathbf{q}}_{aux}(t) \quad (10)$$

c - Possuindo-se, então, todos os vectores paramétricos, o valor aproximado dos vectores $\dot{\mathbf{q}}(t + \Delta t)$ e $\mathbf{q}(t + \Delta t)$, são estabelecidos da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{q}}(t + \Delta t) = \dot{\mathbf{q}}(t) + \sum_{i=1}^s b_i \mathbf{K}_i \quad (11)$$

$$\mathbf{q}(t + \Delta t) = \mathbf{q}(t) + \sum_{i=1}^s b_i \mathbf{L}_i \quad (12)$$

em que i varia de acordo com a ordem do método de Runge-Kutta utilizado (RKs).

Os coeficientes a_j e b_i , são apresentados por Hairer[14].

Para um estabelecimento coerente de Δt nos métodos acima referidos estabelece-se heurísticamente, um valor inicial e verifica-se a convergência nos resultados obtidos. Deve-se tomar em consideração que o valor inicial deve ser, por um lado, suficientemente grande para um cálculo rápido e, por outro lado, suficientemente pequeno para haver uma convergência da simulação. No compromisso entre esses dois fatores deve, também, considerar-se a acumulação de erros de arredondamento por iteração.

4. CONCLUSÃO

Na elaboração do modelo matemático da estrutura mecânica genérica foi considerado que a deformação dos membros fica restrita as variações angulares nas juntas passivas, pelo que os segmentos podem ser considerados rígidos. Dessa forma, foi possível elaborar um modelo semelhante ao método recursivo de Newton-Euler utilizado para sistemas rígidos na resolução da dinâmica inversa. A partir de adaptações desse método, estabelece-se o sistema dinâmico da estrutura com um número qualquer de membros e segmentos. Assim, o modelo desenvolvido pode ser aplicado para vários níveis de precisão selecionando-se um número adequado de segmentos/membro.

O modelo dinâmico resultante é altamente não linear e complexo, pois, há que se considerar a variação da inércia efetiva do sistema devido as constantes alterações da configuração do manipulador robótico para as tarefas a serem realizadas no ambiente de trabalho. Foram propostos

três tipos de análise da estrutura para avaliar a necessidade da inclusão dos efeitos de deformação elástica por torção e flexão.

Com relação aos métodos de integração, os resultados apresentados nessas simulações mostraram, como era de se esperar, que os métodos de RK4 e RK10 tem uma eficiência muito superior ao RK2. Pelas simplificações impostas aos sistemas analisados não se justificou a utilização do método de RK10. O método de RK4 mostrou-se eficiente para todos os casos analisados.

Realizaram-se várias simulações com a estrutura com um e dois membros variando-se o número de segmentos/membro. O exemplo de simulação mostrado nas figuras 5 representa a resposta temporal dos deslocamentos angulares, em graus, de um sistema simplificado em que considera-se que o gdl do primeiro membro é fixo, os vectores de controle das juntas ativas, das perdas por fricção e das ações de forças e/ou momentos externos aplicados no referencial terminal da estrutura são considerados nulos, ou seja, $\mathbf{T}_{EX} = \{0\}$, $\mathbf{T}_{FR} = \{0\}$, $\mathbf{F}_{tot}_{n+1,0} = \{0\}$ e $\mathbf{M}_{tot}_{n+1,0} = \{0\}$, respectivamente. Assim, analisa-se o sistema com comportamento pendular em que a estrutura oscila livremente em cada junta ativa dos seus membros. Mostra-se o comportamento do deslocamento nas juntas ativas dos membros e os deslocamentos das juntas passivas dos segmentos. Esse comportamento refere-se a uma estrutura com dois membros e quatro segmentos/membro com análise do tipo T1, ou seja, uma simulação com quatro modos de vibração por membro (i.e. quatro segmentos com um modo de vibração em cada). Esses modos estão nos planos XY dos segmentos (rotação nos eixos Z), com condições iniciais: $\mathbf{q}(0) = [-80^\circ \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -10^\circ \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ e $\dot{\mathbf{q}}(0) = \{0\}$.

5. REFERÊNCIAS

- [1] Y. HUANG e C. S. G. LEE; "Generalization of Newton-Euler Formulation of Dynamic Equations to Nonrigid Manipulators". ASME JDSMeas. and Control; 1988. pp 308-315.
- [2] V. FELIU *et al*; "Modelling and Control of Single-Link Flexible Arms with Lumped Masses". Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, MARCH 1992, vol 114, pp 59-69.
- [3] ZAMPIERI D.E *et al*; "Projecto e Modelagem de Um Manipulador". Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, Natal, Rio Grande do Norte, 1991, pp 9-16.
- [4] MARTINS J.L.F. *et al*; "Concepção, Análise Cinemática e Controle de Um Manipulador". Publicação Interna - UNICAMP - FEM - Depto de Mecânica Computacional, 1991.
- [5] J DENAVIT e R S HARTENBERG; "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices". ASME - J.of Applied Mechanics, vol. 22, JUNE 1955, pp 215-221.

- [6] R. JUDD, e D. FALKENBURG; "Dynamics of Nonrigid Articulated Robot Linkages"; IEEE Transactions on Automatic Control, vol AC-30 N° 5, 1985, pp 499-502.
- [7] J. O. KING *et al*; "Lagrangian Dynamics of Flexible Manipulators Using Angular Velocities Instead of Transformation Matrices". IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol SMC-17 N°11, 1987; pp 1059-1068.
- [8] J.J.MURRAY e C.P.NEUMAN, "Linearization and Sensitivity Models on the Newton Euler Robot Model". ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, vol 108, September 1986, pp 272-276.
- [9] M.W.WALKER e D.E ORIN, "Efficient Dynamic Simulation of Robot Mechanisms", ASME J. of Dynamic

- Systems Measurement and Control, 104, pp 205-211. (1982).
- [10] J. J. CRAIG; " Introduction to Robotics: Mechanics and Control ". Addison-Wesley Pub. Company, 1989.
- [11] W H PRESS *et al*, "Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing". Cambridge University Press, 1988.
- [12] T. YOSHIKAWA; " Foundations of Robotics: Analysis and Control ". MIT Press Cambridge, 1990.
- [13] J. A. T. MACHADO e A. M. S. F. GALHANO; " Customised Direct Dynamics of Robot Manipulators". IEEE Int. Conference on Systems, Man, and Cybernetics, França, 1993.
- [14] E. HAIRER; " A Runge-Kutta Method of Order 10"; J. Inst: Maths Applies 21, pp 47-59. (1978)

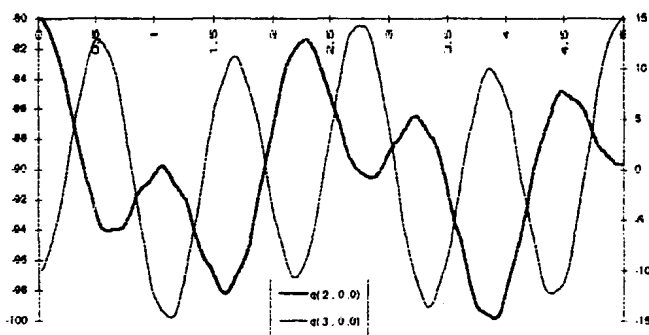


Figura 5a Deslocamentos angulares das juntas ativas.

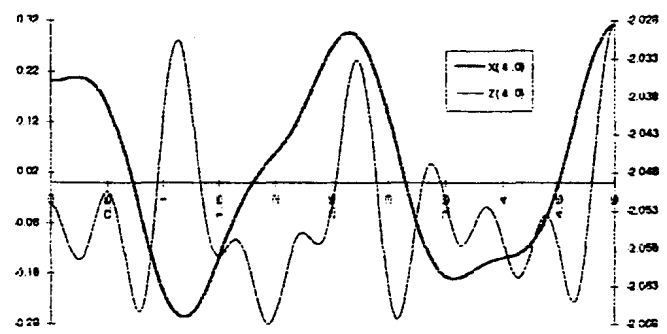


Figura 5d - Coordenadas cartesianas inerciais do referencial da mão.

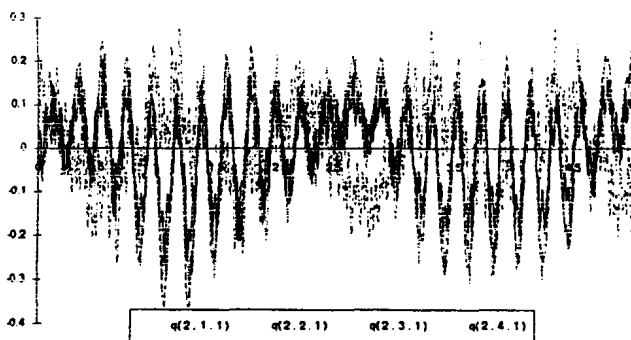


Figura 5b: Deslocamentos angulares das juntas passivas do 2º membro.

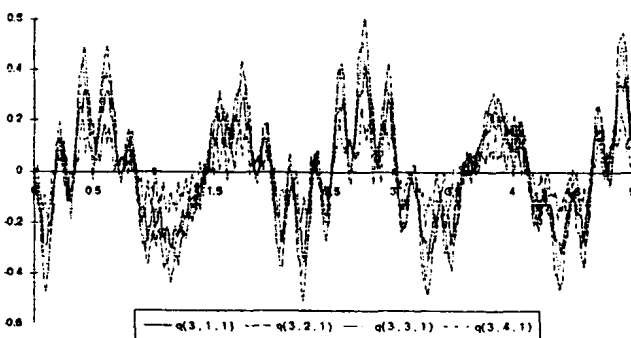


Figura 5c: Deslocamentos angulares das juntas passivas do 3º membro.

ABSTRACT

This paper deals with the dynamic simulation of a flexible link robot manipulator. Its mechanical structure is composed by rigid links. Each member of the structure is composed of rigid segments which are connected by rotational joints. These segments are considered active or passive. In the passive segments, deflection in one or/and two planes, as well as torsion may be present. These deformations are compensated in the passive joints. The present conception permits to build the inverse dynamic system with a Newton-Euler recursive numerical formulation, similar to rigid systems. With the adequate manipulation of some input vectors, it's possible to obtain the mass matrix and the vectors that consider the gravity, Coriolis and centripetal effects. In this way, it's possible to obtain the direct dynamic system with ngl degrees of freedom. It allows the evaluation of temporal next step mass matrix and vectors, using some Runge-Kutta numerical integration algorithms. For this propose, the RK2, RK4 and RK10 methods have been used. Thus, it's possible to evaluate the system efficiency and precision. Some numerical results are presented and compared.