



Projeto de encurvadura em secções tubulares

DIOGO ALEXANDRE MOREIRA DOS SANTOS

julho de 2024

Projeto de encurvadura em secções tubulares

Diogo Alexandre Moreira dos Santos, Número 1220135

**Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica, Área de Especialização em
Construções Mecânicas**

Orientador: Professora Doutora Elza Maria Morais Fonseca

Júri:

Presidente: Raul Duarte Salgueiral Gomes Campilho, Professor Adjunto, ISEP

Vogais:

Paulo Alexandre Gonçalves Piloto, Professor Coordenador Principal, Instituto Politécnico de Bragança – IPB

Elza Maria Morais Fonseca, Professor Coordenador, ISEP

Agradecimentos

Gostaria de expressar os meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que acompanharam o meu percurso académico.

À minha orientadora, Professora Doutora Elza Maria Morais Fonseca, pelo acompanhamento, apoio, disponibilidade e dedicação incansáveis. A sua clareza e sentido crítico na partilha de conhecimentos foram fundamentais para a aquisição das competências e ferramentas necessárias para a elaboração da presente dissertação.

Aos meus familiares, pelos valiosos conselhos transmitidos, pela motivação e suporte, que foram essenciais para que eu pudesse alcançar os meus objetivos.

Aos meus amigos, pelo constante apoio, suporte e incentivo que demonstraram ao longo deste percurso

À minha namorada, pelo incentivo, motivação, paciência, por estar ao meu lado nas minhas conquistas e adversidade, e o amor incondicional, que tornaram a realização dos meus objetivos mais fácil e gratificante.

Resumo

Esta dissertação apresenta um estudo sobre a estabilidade de colunas com secção tubular sujeitos a cargas de compressão, motivado pelo amplo uso destes perfis na indústria para diversas finalidades. Assim, é fundamental analisar este tipo de colunas para entender os efeitos de encurvadura, que podem comprometer a integridade estrutural se não foram devidamente considerados. Inicialmente, é realizada uma revisão bibliográfica, para identificar as aplicações dessas estruturas, as propriedades dos materiais e a geometria. Através do Eurocódigo 3 – Parte 1-1, são identificados quais os parâmetros necessários a utilizar na fase de projeto, e fazer um levantamento das equações necessárias. No desenvolvimento do estudo, são abordadas duas metodologias distintas, metodologia analítica, baseada nas equações do Eurocódigo 3 – Parte 1-1, e a metodologia computacional, que utiliza os métodos numéricos fundamentados no método de elementos finitos. No método analítico, é realizada uma análise para diferentes geometrias tubulares, nomeadamente circulares, quadradas e retangulares, apresentando todas as equações necessárias para efetuar o estudo de estabilidade em colunas com secção tubular. Ambos os métodos utilizam as mesmas condições de fronteira, para permitir uma comparação dos resultados obtidos. Para o modelo computacional, a análise foi realizada apenas para colunas de secção quadrada, este modelo utilizou um programa de elementos finitos para obter os valores da carga crítica de Euler, carga plástica e a resistência à encurvadura de projeto. Com a comparação dos resultados obtidos entre os dois modelos, conclui-se que a utilização do método de elementos finitos é uma metodologia viável e precisa para efetuar este tipo de análise. Posteriormente, foi idealizado um novo modelo de estudo, recorrendo ao método computacional, no qual a secção transversal da coluna não é uniforme, com furos ao longo da coluna. Assim foi possível entender a influência destes furos na estabilidade da coluna e comparar os resultados obtidos para as colunas de secção uniforme, uma vez que as equações de projeto presentes no Eurocódigo 3 – Parte 1-1, são limitadas à aplicação em colunas com secção uniforme.

Palavras-chave: Encurvadura, Eurocódigos, Estabilidade, Coluna à compressão, Secção tubular.

Abstract

This dissertation presents a study on the stability of tubular section columns subjected to compressive loads, motivated by the widespread use of these profiles in industry for various purposes. Therefore, it is essential to analyse this type of column to understand the effects of buckling, which can compromise structural integrity if not properly considered. Initially, a literature review is carried out to identify the applications of these structures, the properties of the materials and the geometry. Using Eurocode 3 – Part 1-1, the necessary parameters to be used in the design phase are identified, and the necessary equations are analysed. The study uses two different methodologies: an analytical methodology based on the Eurocode 3 – Part 1-1 equations, and a computational methodology using numerical methods based on the finite element method. In the analytical method, an analysis is carried out for different tubular geometries, namely circular, square and rectangular, presenting all the equations necessary to carry out the stability study on columns with tubular sections. Both methods use the same boundary conditions so that the results can be compared. For the computational model, the analysis was carried out only for square section columns. This model used a finite element program to obtain the values of the Euler critical load, plastic load and design buckling resistance. By comparing the results obtained between the two models, it was concluded that the use of the finite element method is a viable and accurate methodology for carrying out this type of analysis. Subsequently, a new study model was devised using the computational method, in which the cross-section of the column is not constant; holes were created along the column. In this way it was possible to understand the influence of these holes on the stability of the column and compare the results obtained for columns with a uniform cross-section, since the design equations in Eurocode 3 – Part 1-1 are limited to application in columns with a uniform cross-section.

KEYWORDS: Buckling, Eurocodes, Stability, Column under compression, Tubular cross-section.

Índice

Lista de Figuras.....	xii
Lista de Tabelas.....	xv
Acrónimos e Símbolos.....	xvi
1. Introdução.....	1
1.1. Contextualização.....	1
1.2. Objetivos de investigação.....	2
1.3. Opções metodológicas.....	2
1.4. Estrutura do trabalho.....	3
2. Revisão Bibliográfica.....	5
2.1. Utilização das secções tubulares na construção.....	5
2.1.1. Propriedades dos materiais em secções tubulares.....	7
2.1.2. Tipos de aço utilizados nas secções tubulares.....	9
2.1.3. A geometria das secções tubulares.....	10
2.1.4. Fatores que influenciam a escolha das secções tubulares.....	10
2.2. Ligações em colunas de secção tubular.....	13
2.2.1. Ligações aparafusadas.....	13
2.2.2. Ligações soldadas.....	15
2.3. Projeto de colunas de secção tubular.....	15
2.3.1. Classe das secções.....	16
2.3.2. Resistência das secções transversais.....	17
2.4. Instabilidade de colunas.....	21
2.4.1. Resistência à compressão.....	23
2.4.2. Resistência à flexão.....	26
2.5. Tipos de análise no estudo de colunas de secção tubular.....	28
3. Metodologia e Desenvolvimento.....	31
3.1. Modelo Analítico.....	32
3.1.1. Discussão de resultados analíticos.....	33
3.2. Modelo numérico.....	42
3.2.1. Método de Elementos Finitos.....	42
3.2.2. Modelo computacional.....	44
3.2.3. Discussão de resultados computacionais.....	49
3.3. Validação do modelo computacional.....	52
3.3.1. Discussão de resultados.....	52
4. Análise da estabilidade de colunas de secção não uniforme.....	57
4.1. Modelo de Estudo.....	58

4.2. Discussão de Resultados	59
5. Conclusão	63
5.1. Conclusões finais	63
5.2. Limitações e trabalhos futuros.....	64
Referências.....	65
Declaração de Integridade	68
Anexo A	70
Anexo B	71
Anexo C	72
Anexo D	73
Anexo E.....	74

Lista de Figuras

Figura 1 - Exemplos de aplicação: a) Aeroporto Sá Carneiro, [4]; b) Ponte, [5]; c) Barragem, [6]; d) Estrutura <i>Offshore</i> , [7]; e) Torre eólica, [8]; f) Plataforma elevatória tipo tesoura.	6
Figura 2 – Tipos de aço estruturais utilizados em secções tubulares, adaptada de [14].....	9
Figura 3 – Tipo de geometrias utilizadas em secções tubulares, adaptada de [14].	10
Figura 4 - Local típico de encurvadura, adaptado de [15].	11
Figura 5 – Fatores com maior influência no projeto de perfis de secção tubular, adaptada de [14].	12
Figura 6 – Fatores com maior desvantagem na escolha de secções tubulares, adaptada de [14].	12
Figura 7 - Ligação aparafusada parafuso-porca, [19].....	13
Figura 8 - Secção tubular roscada, [18].	13
Figura 9 - Sistema <i>Lindapter Hollo-Fast</i> , [18].	14
Figura 10 – Exemplos de ligações aparafusadas: a) Soldadura de pernos roscados,[18]; b) Fêmeas soldadas, [18].	14
Figura 11 - Ligações aparafusadas com chapa: a) topo, [18]; chapas concêntricas, [18].	14
Figura 12 - Tipos de soldadura: a) contornos arredondados, [19]; b) ângulo, [19]; c) topo, [19].	15
Figura 13 - Processo de formação de uma rótula plástica, [10].	15
Figura 14 - Comportamento de secções à flexão, adaptado de [10].	16
Figura 15 - Elemento de secção aberta em compressão, [10].	22
Figura 16 - Momento crítico numa viga-coluna, [10].	22
Figura 17 - Comprimentos de encurvadura, [10].	24
Figura 18 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção circulares. Condição de fronteira – Bi-encastado.	35
Figura 19 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção circulares. Condição de fronteira – Encastrado/Articulado.	35
Figura 20 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção circulares. Condição de fronteira – Bi-articulado.	35
Figura 21 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção circulares. Condição de fronteira – Livre/Encastrado. ..	36
Figura 22 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Bi-encastado.	37
Figura 23 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Encastrado/Articulado.	38
Figura 24 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Bi-articulado.	38
Figura 25 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Livre/Encastrado. ..	38

Figura 26 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção retangular. Condição de fronteira – Bi-encastado.	40
Figura 27 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção retangular. Condição de fronteira – Encastado/Articulado.	40
Figura 28 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção retangular. Condição de fronteira – Bi-articulado.	41
Figura 29 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção retangular. Condição de fronteira – Livre/Encastado. .	41
Figura 30 -Refinação de malha, [39].	43
Figura 31 - Elementos de casca, [39]	43
Figura 32 - Fluxograma das etapas de simulação	46
Figura 33 - Modos de encurvadura para as diferentes condições de fronteira, para uma coluna com 1500 mm de comprimento	47
Figura 34 - Tensões equivalentes para as diferentes condições de fronteira, para uma coluna com 1500 mm de comprimento	48
Figura 35 - Comportamento das colunas com imperfeições geométricas e com um comprimento de 1500 mm	49
Figura 36 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Bi-encastado - Resultados numéricos.	50
Figura 37 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Encastado/Articulado – Resultados numéricos.	51
Figura 38 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Bi-articulado - Resultados numéricos.	51
Figura 39 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Livre/Encastado – Resultados numéricos.	51
Figura 40 - Comparação de resultados entre o modelo numérico e analítico - Condição de fronteira Bi-encastado –	53
Figura 41 - Comparação de resultados entre o modelo numérico e analítico - Condição de fronteira B Encastado/Articulado.	54
Figura 42 - Comparação de resultados entre o modelo numérico e analítico - Condição de fronteira Encastado/Articulado.	54
Figura 43 - Comparação de resultados entre o modelo numérico e analítico - Condição de fronteira Livre/Encastado.	54
Figura 44 - Exemplo de aplicação de furação numa coluna de secção quadrada	57
Figura 45 - Coluna com secção quadrada 50x50 com comprimento de 500mm	58
Figura 46 - Coluna com secção quadrada 50x50 com comprimento de 1500mm	58
Figura 47 - Simulações efetuadas para L = 500 mm: a) Carga crítica; b) Resistência à encurvadura	59

Figura 48 - Simulações efetuadas para $L = 1500$ mm: a) Carga crítica; b) Resistência à encurvadura 60

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Valores nominais da tensão de cedência f_y e da tensão última à tração f_u para os aços estruturais laminados a quente, [9].....	8
Tabela 2 - Fator de imperfeição para as curvas de encurvadura, [9]	25
Tabela 3 - Curvas de encurvadura lateral recomendadas para secções transversais, [9].	28
Tabela 4 - Geometrias das secções de colunas em estudo.....	32
Tabela 5 - Resultados obtidos de acordo com o EC3-1-1, para colunas de secção circular.	33
Tabela 6 - Resultados obtidos de acordo com o EC3-1-1, para colunas de secção quadrada..	37
Tabela 7 - Resultados obtidos de acordo com o EC3-1-1, para colunas de secção retangular. 39	
Tabela 8 - Resultados obtidos através do programa ANSYS, para colunas de secção quadradas	50
Tabela 9 - Erro relativo entre os resultados obtidos analiticamente e numericamente	53
Tabela 10 - Resultados numéricos em pilares SHS com secção variável	61

Acrónimos e Símbolos

Lista de Acrónimos

CHS	Perfil tubular circular
EC	Eurocódigo
EC3 -1-1	Eurocódigo 3 – Projeto de Estruturas de aço – Parte 1-1
EC3-1-8	Eurocódigo 3 – Projeto de Estruturas de aço – Parte 1-8
MEF	Método dos Elementos Finitos
EN	<i>European Standard</i>

Lista de Símbolos

c	Comprimento útil de um componente de uma secção
e_N	Excentricidade
f_u	Tensão última
f_y	Tensão de cedência
i	Raio de giração
t	Espessura
A	Área da secção transversal
A_{eff}	Área efetiva de uma secção de classe 4
A_{net}	Área útil de uma secção transversal
E	Módulo de elasticidade
I	Momento de inércia
I_T	Constante de torção uniforme
G	Modulo de distorção ao corte
L	Comprimento de um elemento
L_e	Comprimento de encurvadura
M	Momento Fletor
$M_{c,Rd}$	Momento fletor resistente
M_{cr}	Momento crítico
M_{Ed}	Momento fletor atuante
M_{el}	Momento elástico de uma secção
M_{pl}	Momento plástico de uma secção
M_y	Momento fletor em torno de y
$M_{y,Ed}$	Momento fletor atuante em torno de y
$M_{y,Rd}$	Momento fletor resistente em torno de y

M_z	Momento fletor em torno de z
$M_{z,Ed}$	Momento fletor atuante em torno de z
$M_{z,Rd}$	Momento fletor resistente em torno de z
N	Esforço axial
$N_{b,Rd}$	Esforço axial resistente à encurvadura por flexão
$N_{c,Rd}$	Esforço axial de compressão resistente
N_{cr}	Carga crítica de Euler
N_{Ed}	Esforço axial atuante
$N_{net,Rd}$	Esforço axial de tração resistente da secção útil
N_{pl}	Esforço axial plástico
$N_{pl,Rd}$	Esforço axial plástico resistente
N_{Rd}	Esforço axial resistente
$N_{t,Rd}$	Esforço axial de tração resistente
N_u	Esforço axial último
$N_{u,Rd}$	Esforço axial resistente último
P	Carga
$W_{eff,min}$	Módulo de flexão efetivo mínimo
α	Coefficiente de dilatação térmica linear
χ	Fator de redução para a encurvadura por flexão
χ_{LT}	Fator de redução para a encurvadura lateral torsional
ϵ	Coefficiente dependente da tensão f_y
ϵ_u	Extensão última (correspondente à tensão última f_u)
γ_{Mi}	Coefficiente parcial de segurança
λ	Coefficiente de esbelteza relativo a encurvadura por flexão
$\bar{\lambda}$	Coefficiente de esbelteza normalizada
$\bar{\lambda}_{LT}$	Coefficiente de esbelteza normalizada relativo a encurvadura lateral torsional
ν	Coefficiente de Poisson
σ	Tensão normal
$\sigma_{x,Ed}$	Tensão normal longitudinal atuante
$\sigma_{z,Ed}$	Tensão normal transversal atuante
τ	Tensão tangencial
τ_{Ed}	Tensão tangencial atuante

1. Introdução

1.1. Contextualização

Na engenharia com a constante evolução tecnológica e a procura de novas soluções inovadoras é impulsionada a revisão e o aprimoramento contínuo de novos métodos de análise e de dimensionamento. No âmbito das estruturas metálicas, com ênfase na encurvadura em secções tubulares, é crucial compreender e enfrentar os desafios inerentes a essas configurações quando submetidas a cargas de compressão. Desta forma, é importante o foco em novas soluções e a incorporação dos Eurocódigos (EC) como referências normativas, já que se destacam como fatores fundamentais no desenvolvimento de estruturas mais eficientes e seguras.

A encurvadura representa um fenómeno complexo e crítico de instabilidade, o qual pode comprometer a integridade de uma estrutura se não for devidamente considerado. Para a análise deste fenómeno, é necessário entender os fatores que influenciam o seu comportamento. Assim, a sua configuração geométrica torna-se um fator importante, pois a relação entre a altura e o raio de giração da secção, expressa pela esbelteza, torna-se fundamental na análise da capacidade de a secção conseguir resistir às cargas atuantes sem deformação lateralmente. Dado que a natureza do material também pode influenciar significativamente o comportamento estrutural, existe a necessidade de obter abordagens mais sofisticadas e de acordo com padrões internacionais, o que tem impulsionado a novas reavaliações aos métodos de dimensionamento convencionais. O EC no que diz respeito ao fenómeno de encurvadura, tem em conta diretrizes específicas para a avaliação e o dimensionamento deste tipo de secções. Deste modo o EC, incorpora características geométricas das secções e também a influência de imperfeições geométricas iniciais, entre outros fatores que podem interferir na estabilidade global da estrutura.

Para além destas abordagens analíticas, ainda é necessário optar por outros métodos mais avançados como a aplicação de técnicas numéricas, no qual está incluída a análise pelo método dos elementos finitos (MEF). Estes procedimentos permitem uma compreensão mais profunda e uma simulação realista do comportamento estrutural em situações complexas. Através deste método prático, é imperativo a consideração de casos reais nestes estudos. Desde a construção de pontes e edifícios, até ao ambiente marítimo e offshores, a análise da encurvadura está presente em secções tubulares constituintes, pelo que influência diretamente o projeto e a segurança do mesmo. Contudo, através de novas soluções para minimizar a encurvadura em elementos com secções tubulares é refletido um avanço para a aplicação das mesmas. Para

essas novas soluções, é notório o crescimento da utilização de materiais de alta resistência com o intuito de melhorar a eficiência e o comportamento dos elementos estruturais a fenómenos de encurvadura.

1.2. Objetivos de investigação

O principal objetivo desta dissertação é efetuar um estudo sobre a análise do fenómeno de encurvadura em colunas de aço com secção recta tubular solicitadas à compressão. Com base num levantamento bibliográfico prévio, será possível, a implementação e o desenvolvimento de modelos distintos de análise. Serão utilizadas diferentes metodologias, nomeadamente, o MEF como metodologia numérica, e o recurso a equações de cálculo analítico na determinação da resistência à encurvadura. Ambos os métodos serão estendidos a um conjunto de diferentes modelos paramétricos aplicáveis ao projeto.

Na concretização do objetivo principal desta dissertação, serão concretizados diferentes objetivos específicos:

- Identificar o conjunto de regulamentos e especificações aplicáveis ao projeto de encurvadura em secções tubulares em aço;
- Identificar as propriedades características do aço, tendo como base o EC 3;
- Definir o fenómeno de encurvadura;
- Avaliar modelos de cálculo analítico disponíveis na bibliografia para a determinação da resistência à encurvadura;
- Identificar as ferramentas e os métodos adequados na implementação e no desenvolvimento posterior do trabalho;
- Implementar algoritmos numéricos para determinar a resistência à encurvadura de colunas com secções tubulares;
- Implementar o mesmo algoritmo numérico testado, para verificar a estabilidade em colunas tubulares com diferentes variações de secção ao longo do comprimento, e para as quais as equações de projeto são limitadas à aplicação em colunas com secção uniforme;
- Discussão de resultados.

1.3. Opções metodológicas

Para atingir os objetivos específicos propostos, numa fase inicial da elaboração do presente estudo, adotou-se a seguinte metodologia:

- Pesquisa bibliográfica sobre as aplicações, vantagens, tipos de secção reta de colunas aplicáveis no projeto e os respetivos materiais utilizados;
- Pesquisa bibliográfica relativamente às ligações utilizadas em secções tubulares;

- Análise das regras de cálculo impostas pelo EC3-1-1 ao projeto da encurvadura em elementos construtivos com secção reta tubular;
- Estudo do fenómeno de encurvadura e a instabilidade induzida nos elementos;
- Pesquisa bibliográfica de estudos já realizados na avaliação do comportamento de colunas a solicitações de compressão e/ou flexão, que foquem métodos analíticos, experimentais e/ou numéricos, para a verificação do incremento de soluções de projeto com vista à segurança.

1.4. Estrutura do trabalho

A presente dissertação tem a seguinte estruturação: introdução, revisão bibliográfica, metodologia e desenvolvimento, estudo computacional de colunas de secção não uniforme e, por último, conclusão.

No presente capítulo, realizou-se uma introdução ao tema através da sua contextualização, seguido dos objetivos e das metodologias para a concretização do estudo.

No segundo capítulo, referente à revisão bibliográfica, foram abordadas diversas temáticas com relevância para o desenvolvimento do estudo. Este capítulo foi dividido em subcapítulos. Inicialmente, abordaram-se a utilização das secções tubulares na construção, onde são caracterizadas as propriedades dos materiais, o tipo de ligações utilizadas em colunas de secção tubular, o projeto de colunas de secção tubular e a instabilidade de colunas. Por último são apresentados alguns estudos relacionados com o tema em estudo.

No terceiro capítulo, apresentam-se as metodologias e os desenvolvimentos efetuados nesta dissertação. No primeiro subcapítulo, modelo analítico, é apresentada uma análise detalhada dos cálculos realizados para determinar a capacidade de carga crítica das colunas de secção tubular, de acordo com o EC3-1-1. O segundo subcapítulo é focado no modelo computacional recorrendo ao MEF, para obter resultados para os diferentes modelos de colunas. Por fim, é efetuada a validação do modelo numérico com o modelo analítico.

No quarto capítulo é efetuado um estudo computacional em colunas de secção não uniforme ao longo do comprimento da coluna, com o propósito de identificar qual a influência deste tipo de secções variáveis, quando comparadas com secções uniformes de colunas à compressão.

No quinto e último capítulo, concretizou-se uma conclusão do trabalho desenvolvido nesta dissertação, onde foram destacados os aspetos mais relevantes alcançados com os resultados obtidos. São ainda abordadas as limitações encontradas na realização deste estudo e possíveis trabalhos futuros.

Introdução

2. Revisão Bibliográfica

A revisão bibliográfica está estruturada em cinco subcapítulos: utilização das secções tubulares na construção, ligações em colunas de secção tubular, projeto de colunas de secção tubular, instabilidade de colunas e apresentação de alguns estudos relacionados com o tema.

2.1. Utilização das secções tubulares na construção

Os perfis tubulares estruturais têm uma ampla gama de aplicações em diversos campos, conforme se pode observar na Figura 1. Em alguns casos, as secções tubulares são escolhidas pela sua estética, para transmitir uma sensação de leveza ou, em noutros casos as suas propriedades geométricas e mecânicas determinam a sua utilização, [1]. Neste sentido, enumeram-se alguns exemplos:

- Edifícios, Pavilhões

Na construção de edifícios ou pavilhões, os perfis com secção transversal tubular, podem ser utilizados como pilares, vigas, elementos em treliça, ou em outros elementos espaciais nas coberturas. Na arquitetura moderna, este tipo de secção, também é utilizada para outros fins estruturais ou arquitetónicos, como por exemplo em fachadas, [1].

- Pontes

A ponte em *Firth of Forth* é um excelente exemplo da utilização de secções tubulares. Entre outros exemplos, é utilizado um sistema híbrido aço-betão com secções tubulares e cabos em aço na criação do arco e no tabuleiro da ponte de betão, [1].

- Barragens

Em obras hidráulicas, como por exemplo as barragens, os perfis de secção tubular são cada vez mais utilizados. Uma das razões está relacionada com a durabilidade, devido às exigências ambientais e aos custos de manutenção associados. Outra razão é que as secções tubulares, nomeadamente as circulares, têm coeficientes de arrasto mais baixos, o que origina forças mais reduzidas pela carga exercida pelas ondas, [1].

- Estruturas *Offshore*

Nas estruturas *offshore* as secções tubulares circulares são bastante utilizadas, sendo que estas ficam expostas às ondas do mar. Além das forças das ondas, outros fatores

também influenciam a escolha deste tipo de secções para as torres de sustentação. As secções circulares tubulares têm vantagens em termos de resistência, durabilidade e estabilidade, [1].

- Torres e Mastros

As secções tubulares são as mais adequadas para as torres de transmissão elétrica, pois oferecem vantagens em termos de resistência ao vento, durabilidade e estética. No entanto, muitos países ainda utilizam secções angulares com ligações aparafusadas, que são menos eficientes e mais vulneráveis à corrosão. Atualmente, a preocupação com o impacto ambiental e o aspeto visual das torres exige uma maior atenção no projeto e na manutenção. Desta forma, as secções tubulares circulares são uma alternativa mais atraente e sustentável, [1]. Para além de torres de transmissão elétrica, também as torres eólicas utilizam perfis tubulares circulares, uma vez que as características geométricas permitem obter a mesma inércia em todas as direções, uma boa rigidez à torção, o baixo custo de manutenção e a facilidade de montagem. Este tipo de perfil é o mais utilizado na construção e para a instalação de turbinas eólicas comerciais, [2], [3].

- Plataformas Elevatórias

Em plataformas elevatórias, tipo tesoura, eram utilizadas chapas com uma espessura considerável para ser possível a resistência ao carregamento exigido, sem causar deformação. Este tipo de solução aumentava o custo da estrutura. Para além disso, estas plataformas manifestam instabilidade estrutural ao carregamento imposto. De modo a combater estes fatores, atualmente, são utilizadas secções tubulares nos elementos em tesoura. Com a solução atual, é notória a leveza do sistema, tornando a solução mais barata e mantendo a estabilidade necessária na estrutura.

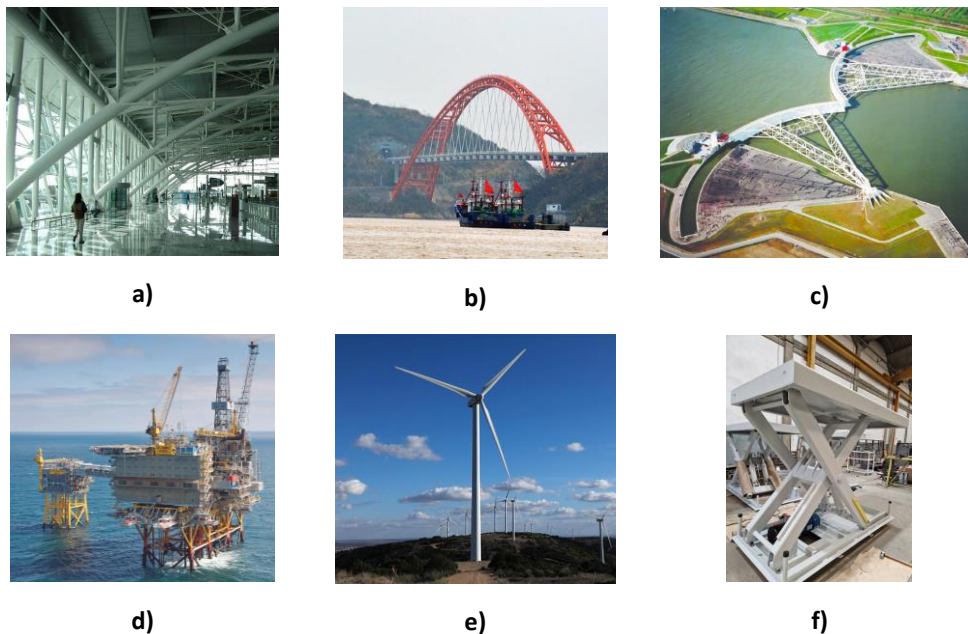


Figura 1 - Exemplos de aplicação: a) Aeroporto Sá Carneiro, [4]; b) Ponte, [5]; c) Barragem, [6]; d) Estrutura *Offshore*, [7]; e) Torre eólica, [8]; f) Plataforma elevatória tipo tesoura.

2.1.1. Propriedades dos materiais em secções tubulares

De acordo com o EC3-1-1 [9], as propriedades do aço estrutural são tomadas como valores característicos, para efeitos de cálculo, sendo a tensão de cedência, f_y , e a tensão última, f_u , obtidos da Tabela 1, [9]. Cada uma das normas indicadas na Tabela 1 é relativa a:

- EN 10025-1:2004 Aços estruturais laminados a quente;
- EN 10025-2:2004 Aços estruturais laminados a quente – Aços não-ligados;
- EN 10025-3:2004 Aços estruturais laminados a quente – Aços estruturais normalizados soldáveis de grão fino;
- EN 10025-4:2004 Aços estruturais laminados a quente - Aços estruturais termomecânicos soldáveis de grão fino;
- EN 10025-5:2004 Aços estruturais laminados a quente – Aços estruturais com resistência à corrosão;
- EN 10025-6:2004 Aços estruturais laminados a quente – Aços estruturais laminado e temperado com elevada tensão de cedência.

Os valores de ductilidade dos aços requerem um valor mínimo, em forma de intervalo, das seguintes grandezas, [9]:

- A relação f_u / f_y entre os valores mínimos específicos da tensão última à tração f_u e da tensão de cedência f_y ;
- A extensão após rotura determinada com base num comprimento inicial entre referências de $5,56\sqrt{A_0}$ (em que A_0 é a área inicial da secção transversal);
- A extensão última ϵ_u , correspondente à tensão última f_u .

De acordo com o EC3-1-1 [9], e para o caso de aços estruturais, as restantes propriedades a adotar são as seguintes:

- Módulo de elasticidade $E = 210000 \text{ N} / \text{mm}^2$
- Modulo de distorção ao corte $G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \approx 81000 \text{ N} / \text{mm}^2$
- Coeficiente de *Poisson* em regime elástico $\nu = 0,3$
- Coeficiente de dilatação térmica linear $\alpha = 12 \times 10^{-6} / \text{K}$ (para $T \leq 100 \text{ }^\circ\text{C}$)

Tabela 1 - Valores nominais da tensão de cedência f_y e da tensão última à tração f_u para os aços estruturais laminados a quente, [9].

Norma e classe de aço	Espessura nominal t do componente da secção (mm)			
	t ≤ 40mm		40 mm < t ≤ 80mm	
	f_y (N/mm ²)	f_u (N/mm ²)	f_y (N/mm ²)	f_u (N/mm ²)
EN 10025-2				
S 235	235	360	215	360
S 275	275	430	255	410
S 355	355	490	355	470
S 450	440	550	410	550
EN 10025-3				
S 275 N/NL	275	390	255	370
S 355 N/NL	355	490	335	470
S 420 N/NL	420	520	390	520
S 460 N/NL	460	540	430	540
EN 10025-4				
S 275 M/ML	275	370	255	360
S 355 M/ML	355	470	335	450
S 420 M/ML	420	520	390	500
S 460 M/ML	460	540	430	530
EN 10025-5				
S 235 W	275	360	215	340
S 355 W	355	490	335	490
EN 10025-6				
S 460 Q/QL/QL1	460	570	440	550
EN 10210-1				
S 235 H	235	360	215	340
S 275 H	275	430	255	410
S 355 H	355	510	335	490
S 275 NH/NLH	275	390	255	370
S 355 NH/NLH	355	490	335	470
S 420 NH/NLH	420	540	390	520
S 460 NH/NLH	460	560	430	550
EN 10219-1				
S 235 H	235	360		
S 275 H	275	430		
S 355 H	355	510		
S 275 NH/NLH	275	370		
S 355 NH/NLH	355	470		
S 460 NH/NLH	460	550		
S 275 MH/MLH	275	360		
S 355 MH/MLH	355	470		
S 420 MH/MLH	420	500		
S 460 MH/MLH	460	530		

2.1.2. Tipos de aço utilizados nas secções tubulares

O aço é uma liga metálica formada a partir de minérios de ferro, onde os principais componentes são essencialmente o ferro e o carbono. Para além do ferro e do carbono existem outros componentes, provenientes do processo produtivo, (tais como o manganês, o silício, o fósforo, o enxofre, entre outros), e outros adicionados em quantidades específicas, com o propósito de melhorar as suas propriedades, como a título de exemplo a resistência à corrosão. A designação de aço estrutural ou de construção é uma categoria de aço, com propriedades de resistência e composição química, adequada à utilização do projeto de construção em estruturas, [10], [11].

Os aços mais comuns, utilizados na indústria, são os aços laminados a quente, também conhecidos como aços macios, caracterizados pela baixa percentagem de carbono. Na preparação do aço, o processo de laminagem confere às propriedades mecânicas, a resistência à tração, ao limite elástico e ao alongamento do material. O aço laminado a quente tem alta resistência mecânica e à corrosão, devido às suas características mecânicas e composição química. É ainda indicado no uso geral em projetos estruturais, possibilitando uma grande variedade de formas e componentes, nomeadamente secções tubulares, [10]. Os aços utilizados em secções tubulares acabados a quente devem seguir a norma EN 10210, [12] para a sua produção. Os perfis tubulares soldados, enformados a frio, tem que cumprir os requisitos impostos pela norma EN 10219, [13].

De acordo com um estudo realizado por A.Taras et al [14], é possível observar os tipos de aço utilizados como material das secções tubulares, conforme se representa na Figura 2. Verifique que as secções tubulares são, por ordem crescente de utilização, nos seguintes tipos de material: S355; S235, S275, e as gamas superior ao aço S355 em menor percentagem de utilização.

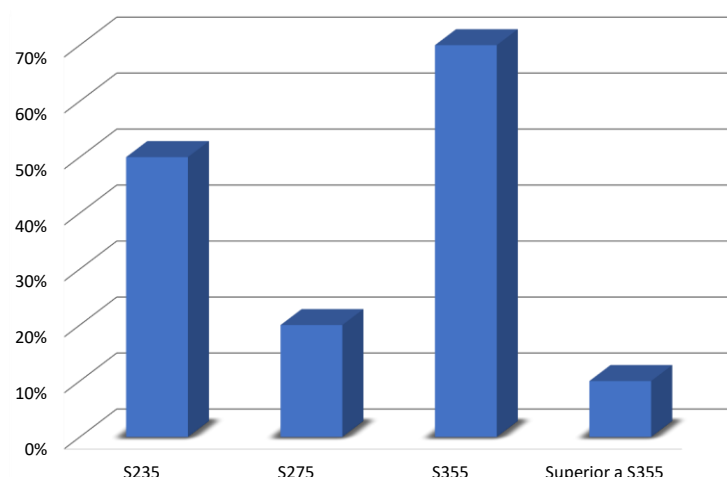


Figura 2 – Tipos de aço estruturais utilizados em secções tubulares, adaptada de [14].

2.1.3. A geometria das secções tubulares

As estruturas metálicas são compostas por perfis. Os perfis mais comuns, como elementos resistentes, são produzidos por laminagem a quente ou por soldadura de placas, especialmente quando se pretende criar secções não comerciais ou peças de secção variável. A configuração da secção dos perfis é determinada pela necessidade em absorver os esforços aplicados, a facilidade na montagem, os processos de ligação envolvidos, bem como na consideração de questões de ordem estética e de durabilidade, [10]. Tendo em conta os vários tipos de aplicações, as secções tubulares, podem ser de geometria circular, retangular, quadrada e elíptica. Na aplicação a estruturas, muitas vezes, a escolha da secção reta é definida pela geometria. Num estudo realizado por A.Taras et al [1], os autores analisaram o tipo de geometria de secções tubulares mais utilizadas em estruturas metálicas, conforme se apresenta na Figura 3. Da análise efetuada, mais de 35% das geometrias são do tipo retangular e quadrada. As secções do tipo elíptica são as que representam uma menor escolha para a utilização.

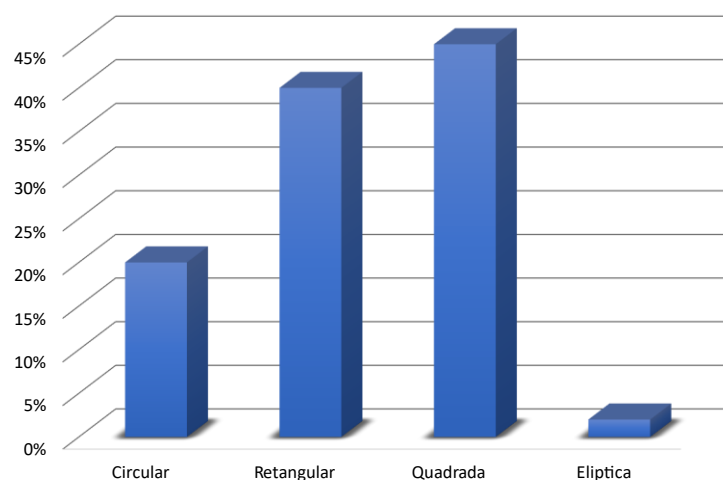


Figura 3 – Tipo de geometrias utilizadas em secções tubulares, adaptada de [14].

2.1.4. Fatores que influenciam a escolha das secções tubulares

Verifica-se que a indústria tem um papel fundamental no aumento da utilização de secções tubulares, nomeadamente na aplicação em diferentes projetos de estruturas. Esta tendência é motivada tanto pela estética atrativa desses elementos estruturais, bem como nas suas vantagens, especialmente devido às propriedades mecânicas dos materiais utilizados, destacando-se a resistência e rigidez inerentes. Com a utilização deste tipo de perfis tubulares é possível reduzir o peso, mediante a utilização de secções retas com espessuras finas e de tipos de aço de elevada resistência ($f_y \geq 460\text{MPa}$), [14].

A implementação deste tipo de aço de maior resistência é significativa para o setor siderúrgico europeu. Tal implementação não pretende apenas obter a otimização das propriedades

mecânicas dos materiais utilizados, mas também visa criar oportunidades no desenvolvimento de novos produtos, investigação e inovação no âmbito industrial, [14].

No contexto das tipologias de estruturas mais esbeltas, com secção tubular, emergem diversos desafios científicos e de engenharia. Destacam-se, entre eles, a necessidade em utilizar materiais mais resistentes, a combinação com diferentes leis constitutivas aplicáveis em elementos de espessuras finas, o que origina o aumento da importância dos fenómenos de instabilidade, especialmente dos fenómenos de encurvadura local e da sua interação com o modo de instabilidade “global” da encurvadura por flexão, [14].

Estudos preliminares demonstraram que a aplicação de alguns dos códigos de dimensionamento são ineficazes, antieconómicos ou até impossível de serem utilizados em fenómenos de instabilidade combinada em secções tubulares finas e de alta resistência, [14].

Em relação à resistência da secção, por definição, um incremento da tensão de cedência f_y resulta num aumento de esbelteza normalizada (local, “L”). Este aumento implica que mais secções retas sejam classificadas como classe 3 e 4, tornando-as mais sensíveis aos fenómenos de encurvadura local, [14].

Para além da secção transversal, os fenómenos de instabilidade tornam-se mais prevalentes também a nível global (“G”) (encurvadura por flexão) quando interagem com a resistência local (“L”), conduzindo a fenómenos de instabilidade (“L+G”), [14].

Estes fenómenos de instabilidade podem ser caracterizados como na Figura 4, no qual foram obtidos através de uma simulação num estudo desenvolvido pelos os autores Xin Meng, Leroy Gardner [15], [16].

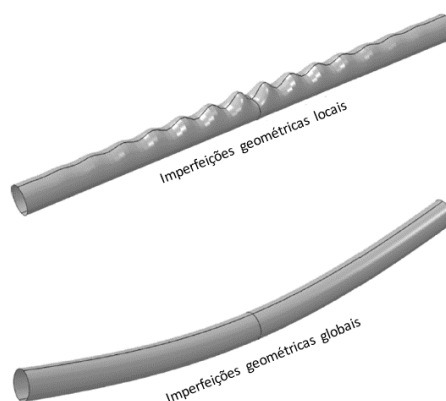


Figura 4 - Local típico de encurvadura, adaptado de [15].

Combinadas estas desvantagens, as mesmas representam um obstáculo ao desenvolvimento adicional e à introdução no mercado de componentes em secção tubular de espessura mais fina. Para superar essas desvantagens, devem ser introduzidos métodos de projeto inovadores, com base científica. As novas regras devem ser combinadas com ferramentas de programas de cálculo personalizadas, a fim de tornar os métodos simples e práticos, e serem utilizados por

engenheiros e projetistas em empresas de construção em aço. O desenvolvimento destas regras e ferramentas foi o propósito do Projeto RFCS HOLLOSSTAB, [14]. Desse estudo resultaram algumas conclusões que são resumidas nas figuras seguintes. Na Figura 5 encontram-se os fatores que maior influência tem no projeto de elementos de secções tubulares. A Figura 6 apresenta os fatores com maior desvantagem na utilização de secções tubulares. O fator com maior influência para a análise no projeto de seções tubulares relaciona-se com a estabilidade estrutural. O fator que apresenta a maior desvantagem na escolha destas secções são as ligações, pela dificuldade na montagem entre elementos de geometria circular.

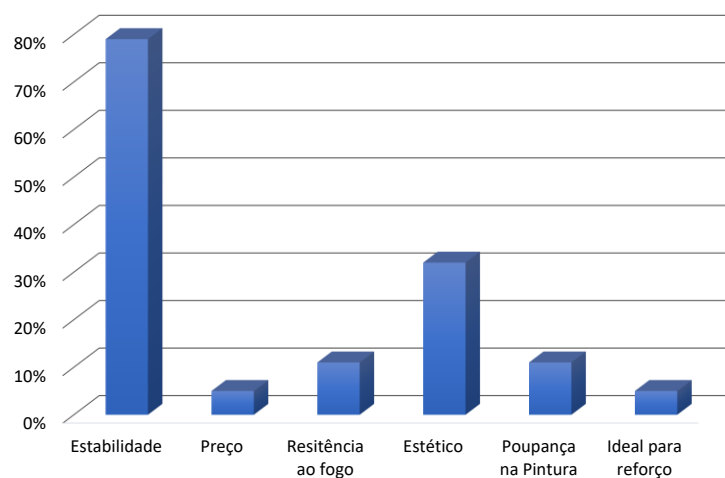


Figura 5 – Fatores com maior influência no projeto de perfis de secção tubular, adaptada de [14].

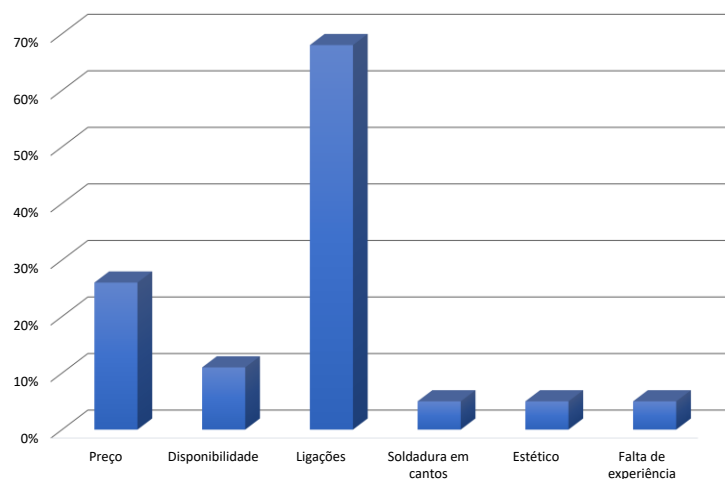


Figura 6 – Fatores com maior desvantagem na escolha de secções tubulares, adaptada de [14].

2.2. Ligações em colunas de secção tubular

Na indústria, as ligações mais utilizadas em estruturas metálicas são as aparafusadas e as soldadas. Este tipo de ligações desempenham um papel decisivo na transmissão de esforços entre os vários componentes, e também por possibilitarem a obtenção de novas dimensões entre componentes assemblados. Portanto, é essencial que esses elementos proporcionem à estrutura as características relativas à resistência, rigidez, capacidade de rotação e ductilidade, necessárias ao projeto, [17].

Quanto aos elementos mais significativos de uma ligação (parafusos e soldaduras), a escolha entre um sistema de ligação aparafusada e/ou soldada, pode significar uma maior economia em obra, uma montagem mais rápida e eficiente. Estes parâmetros devem ser definidos previamente devido às dificuldades que podem existir em obra, [17].

2.2.1. Ligações aparafusadas

As ligações aparafusadas representam, em geral, a solução predominante devido à sua facilidade de inspeção, reparação, fabricação e montagem simplificada em obra. Além disso, são mais económicas em comparação com as ligações soldadas, e apresentam um desempenho superior em termos de resistência à fadiga, [18].

No caso das secções tubulares retangulares/quadradas são necessários certos cuidados quando se utilizam ligações aparafusadas, uma vez que neste tipo de secções existe uma grande dificuldade em aplicar um parafuso e uma porca, como é possível ver na Figura 7. Como tal, é necessário utilizar outras técnicas, sendo possível utilizar o próprio perfil tubular para fazer de rosca, Figura 8. Ainda outro método como o utilizado na Figura 9, através do sistema *Lindapter Hollo-Fast* que permite fazer o aperto. Outra forma é soldar uma fêmea e/ou um perno roscado no perfil tubular de modo a ser possível efetuar a união, Figura 10.

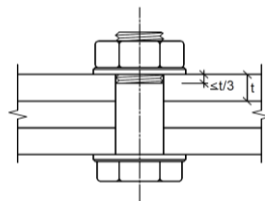


Figura 7 - Ligação aparafusada parafuso-porca, [19].

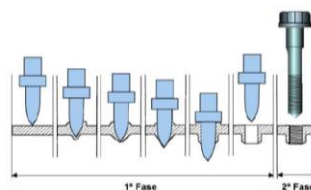


Figura 8 - Secção tubular rosca, [18].

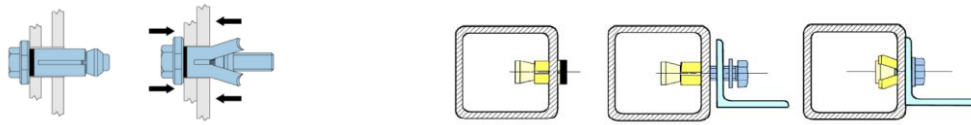


Figura 9 - Sistema *Lindapter Hollo-Fast*, [18].

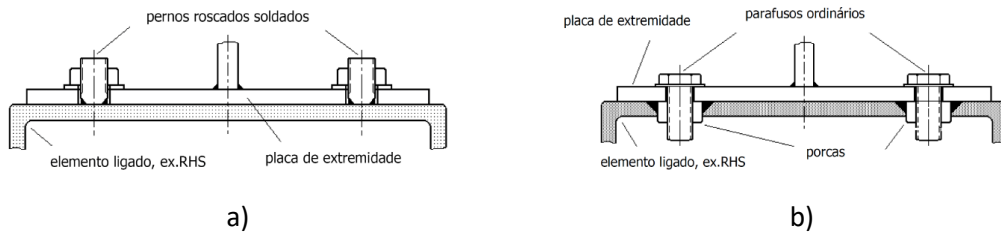


Figura 10 – Exemplos de ligações aparafusadas: a) Soldadura de pernos roscados,[18]; b) Fêmeas soldadas, [18].

No caso de secções tubulares circulares são utilizadas chapas no topo ou ligações de chapa concêntricas, devido à sua facilidade de montagem. Quando são utilizadas chapas circulares são soldadas no topo com um diâmetro superior à da secção tubular, de modo a ser possível realizar o aparafusamento entre os dois tubos, como mostra a Figura 11 a). Quando são utilizadas chapas laterais, estas são soldadas lateralmente à secção tubular para posteriormente ser possível o aparafusamento como ilustrado na Figura 11 b).

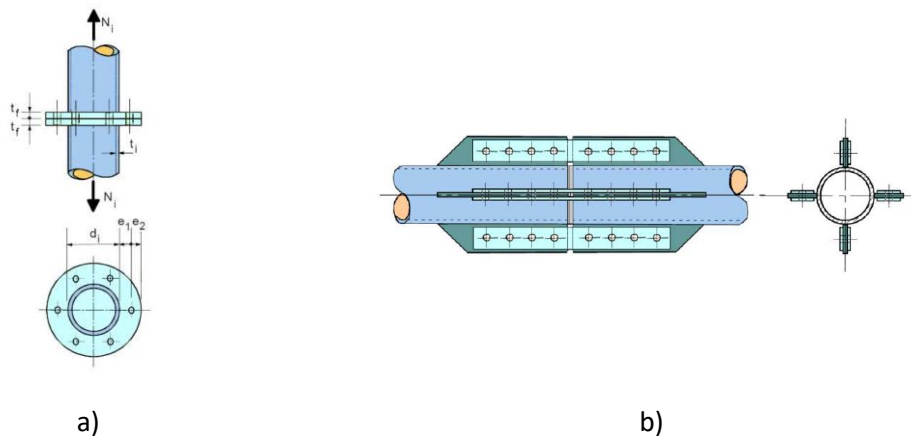


Figura 11 - Ligações aparafusadas com chapa: a) topo, [18]; chapas concêntricas, [18].

2.2.2. Ligações soldadas

As ligações soldadas necessitam de um controlo de qualidade mais rigoroso. Em contraste com as ligações aparafusadas, estes tipos de ligações são sempre efetuados em oficina. As ligações soldadas são uma operação dispendiosa, devido à necessidade de mão de obra qualificada e certificada. Posteriormente à operação de soldadura, é ainda sempre necessário efetuar uma inspeção, [19], [17], [20].

Os processos de soldadura mais utilizados são através de arco elétrico, em que os metais de adição a utilizar devem atender aos valores especificados para o material de base. As ligações soldadas apresentam diferentes tipos de cordões de soldadura, classificados de acordo com EC3-1-8, [19], conforme apresentados na Figura 12, [17], [20].

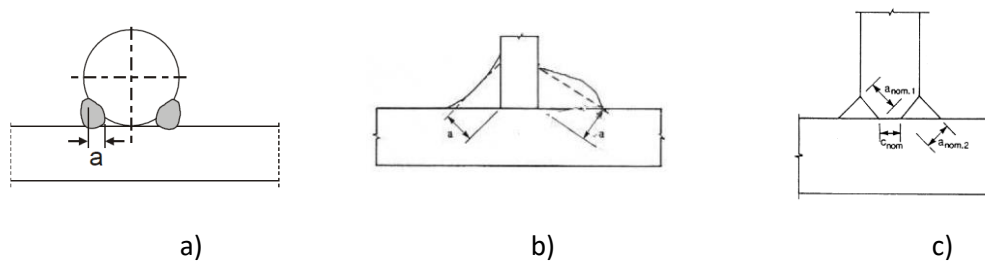


Figura 12 - Tipos de soldadura: a) contornos arredondados, [19]; b) ângulo, [19]; c) topo, [19].

2.3. Projeto de colunas de secção tubular

Um elemento submetido a uma carga de compressão pode atingir a ruína ou o colapso quando atinge a tensão de rotura ou a tensão de cedência do material, ou quando se torna instável através do fenómeno de deformação lateral por encurvadura ou varejamento.

O estado limite plástico é o estado em que a capacidade do elemento para resistir às cargas externas esgota-se pela cedência do material. A resistência oferecida pela estrutura no estado limite plástico é conseguida a partir da carga de colapso plástica, obtida a partir de um mecanismo baseado na teoria do deslocamento. Quando se verifica o estado limite plástico, pode ser assumido um comportamento plástico do elemento, em que as considerações de compatibilidade elástica podem ser negligenciadas, formando-se as rótulas plásticas, como representado na Figura 13, [10], [21].

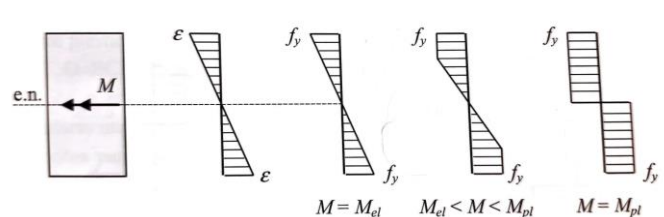


Figura 13 - Processo de formação de uma rótula plástica, [10].

2.3.1. Classe das secções

A classificação das secções transversais dos elementos estruturais por classe, permite compreender como a resistência e a capacidade de rotação, de uma secção de um perfil, podem ser afetadas por fenómenos de plasticidade ou encurvadura local. Em secções retas compactas, as áreas sob compressão podem plastificar integralmente, enquanto numa secção reta esbelta, isso pode já não ocorrer, devido à presença de fenómenos de encurvadura local, [10].

Segundo o EC3-1-1 [9], as quatro classes para as secções reta são classificadas com base na capacidade de rotação e na formação da rótula plástica, através da seguinte designação, [9]:

- Classe 1 – Secções em que se pode formar uma rótula plástica, com a capacidade de rotação necessária para a formação plástica, sem redução da sua resistência;
- Classe 2 – Secções que podem atingir o momento resistente plástico, mas cuja capacidade de rotação é limitada pela encurvadura local;
- Classe 3 – Secções em que as tensões nas fibras extremas, calculadas com base na distribuição elástica de tensões, podem atingir o valor da tensão de cedência, mas que a encurvadura local pode impedir que o momento resistente plástico seja atingido;
- Classe 4 – Secções em que a encurvadura local ocorra antes de se atingir a tensão de cedência numa ou mais partes da secção reta transversal.

A representação do comportamento à flexão das secções pertencentes às classes 1 a 4 está exemplificada na Figura 14, em que M_{el} e M_{pl} denotam, respetivamente, o momento elástico e o momento plástico da secção.

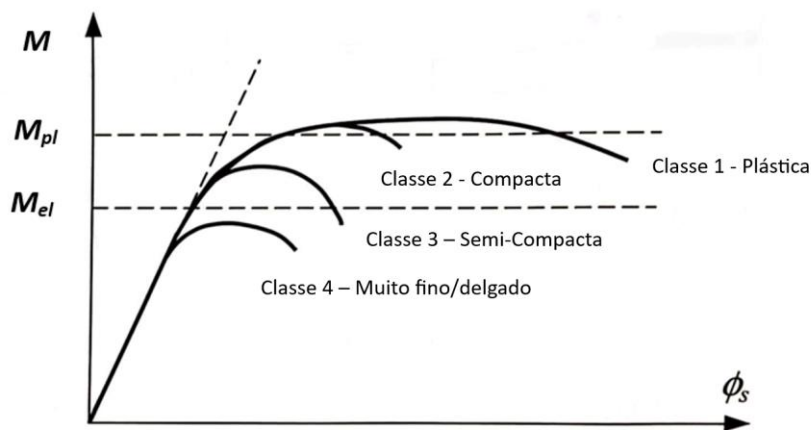


Figura 14 - Comportamento de secções à flexão, adaptado de [10].

A classificação das secções é determinada pela relação geométrica entre a altura da secção e a espessura da parede (c/t), em componentes que são totais ou parcialmente submetidos à compressão (como a alma e o banzo), pela consideração dos esforços atuantes (esforço axial e momento fletor) e ainda pelo tipo de aço, através do parâmetro $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$, sendo f_y a tensão de cedência, [10], [9].

Conforme o EC3-1-1 [9], a classe de uma secção é dada pela maior classe (mais desfavorável) dos componentes comprimidos que a constituem. Os limites das relações (c/t) destes componentes, para as secções existentes, estão indicados no Quadro 5.2 do EC3-1-1.

2.3.2. Resistência das secções transversais

A resistência das secções transversais está condicionada à sua classificação. Nas secções de classe 1 e classe 2, é admissível a utilização da resistência plástica, enquanto nas secções de classe 3, a abordagem apropriada é baseada na resistência elástica. As secções de classe 4, embora dimensionadas com base na capacidade elástica, requerem uma consideração especial, envolvendo a redução da secção efetiva reduzida para mitigar o risco associado à encurvadura local, [9], [10].

As secções transversais devem ser capazes de resistir aos efeitos de uma ou várias ações, atuando simultaneamente ou de forma combinada. O efeito combinado não pode exceder a resistência idêntica a essa combinação. Os efeitos de *shear lag* (atraso na distribuição de tensões de corte entre elementos) ou efeitos de encurvadura local necessitam que no projeto se considere a largura efetiva das secções retas para cálculo das relações da geometria de massas, EC3-1-3 [22] e EC3-1-5 [23], [9], [10].

No entanto, e de forma conservadora, todas as secções retas podem ser dimensionadas através da sua capacidade elástica, independentemente da sua classe. Na verificação das secções transversais de classe 4 é apenas necessário efetuar o cálculo com base na secção transversal efetiva. Assim, é possível utilizar o critério de cedência, baseado na lei de von Mises, para os pontos mais críticos das secções, [9], [10].

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right)^2 \leq 1,0 \quad (1)$$

em que, $\sigma_{x,Ed}$ valor de cálculo da tensão normal em x, atuante no ponto considerado; $\sigma_{z,Ed}$ valor de cálculo da tensão normal em z, atuante no ponto considerado; τ_{Ed} valor de cálculo da tensão tangencial atuante no ponto considerado.

Os valores dos coeficientes parciais de segurança γ_{Mi} utilizados nas verificações de resistência são os seguintes, [9], [10]:

Revisão Bibliográfica

$\gamma_{M0} = 1,00$ na resistência das secções;

$\gamma_{M1} = 1,00$ na estabilidade;

$\gamma_{M2} = 1,25$ nas ligações ou na resistência de secções tracionadas em zonas com furos.

Deste modo, a soma das relações esforço/resistência, pode ser utilizado como uma estimativa conservativa para todas as classes de secções transversais. Para o dimensionamento de secções de classe 1, 2, 3, sujeitas a uma combinação de esforços N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$ pode ser aplicado o seguinte método, [9]:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1,0 \quad (2)$$

onde N_{Rd} , $M_{y,Rd}$, $M_{z,Rd}$ são valores de cálculo de esforços resistentes, sendo dependentes do tipo de classe da secção transversal e que devem ter em conta reduções provenientes dos efeitos do esforço transversal, [9].

Para as secções transversais da classe 3, e quando não existir esforço transversal, a tensão longitudinal tem de cumprir o critério imposto pela Equação (3). Nas secções transversais da classe 4, com os mesmos critérios das secções de classe 3, a tensão longitudinal atuante máxima calculada inicialmente nas secções transversais efetivas, deve satisfazer o seguinte critério, [9]:

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3)$$

onde: $\sigma_{x,Ed}$ é o valor de cálculo da tensão longitudinal atuante devida ao momento fletor e ao esforço normal, tendo em conta, quando necessário, os furos das ligações.

Em alternativa ao critério anterior, poderá ser utilizado o seguinte critério simplificado:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{Ny}}{W_{eff,y,min} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{Nz}}{W_{eff,z,min} f_y / \gamma_{M0}} \leq 1,0 \quad (4)$$

em que, A_{eff} é a área efetiva da secção transversal, quando submetida a compressão uniforme; $W_{eff,min}$ é o módulo de flexão efetivo da secção transversal (referente à fibra da secção onde a tensão elástica é mais elevada), quando submetida apenas a um momento fletor em relação ao eixo considerado; e_N é o afastamento entre os centros de gravidade da área efetiva (A_{eff}) e da área bruta da secção transversal, quando se encontra submetida apenas à compressão.

2.3.2.1. Tração

Segundo o EC3-1-1, [9], o dimensionamento de um elemento metálico solicitado à tração deve verificar a segurança numa secção bruta, tendo em conta a seguinte condição:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1,0 \quad (5)$$

onde, N_{Ed} e $N_{t,Rd}$ representam os valores de cálculo do esforço normal atuante e resistente de tração, respetivamente.

$N_{t,Rd}$ deverá ser considerado igual ao menor dos seguintes valores:

- Valor de cálculo do esforço normal resistente plástico da secção bruta:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad (6)$$

onde, A é a área de secção total da secção transversal.

- Valor de cálculo do esforço normal resistente último da secção útil na zona com furos da ligação:

$$N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} \quad (7)$$

onde, A_{net} representa a área útil da secção transversal na zona dos furos e f_u a tensão última do aço.

Em casos que haja a necessidade de assegurar a capacidade de deformação plástica, o valor de cálculo do esforço normal resistente plástico, $N_{pl,Rd}$, deve ser inferior ao valor de cálculo do esforço normal resistente último da secção útil na zona de ligação, $N_{u,Rd}$.

Nas ligações de categoria C (ligação resistente ao escorregamento no estado limite último), sendo estes classificados pelo EC3-1-8, [19]), o valor de cálculo do esforço normal resistente de tração $N_{t,Rd}$, da respetiva secção útil na zona de furação das ligações, deve ser igual a $N_{net,Rd}$ que corresponde à seguinte equação:

$$N_{net,Rd} = \frac{A_{net} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (8)$$

2.3.2.2. Compressão

Segundo o EC3-1-1, [9], o dimensionamento de elementos submetidos à compressão devem verificar a segurança tendo em conta a seguinte condição:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (9)$$

O valor correspondente ao cálculo do esforço normal resistente à compressão uniforme $N_{c,Rd}$, deverá ser determinado através das expressões seguintes:

- Secções de classe 1, 2 ou 3:

$$N_{c,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad (10)$$

- Secção de classe 4:

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (11)$$

No caso de elementos comprimidos não é relevante considerar os furos das ligações nas secções de ligações, só no caso se estes forem ovalizados ou sobredimensionados.

2.3.2.3. Momento fletor

Segundo o EC3-1-1, [9], o dimensionamento do momento fletor atuante M_{Ed} , em cada secção transversal, deve verificar a segurança de acordo com a seguinte condição:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (12)$$

O valor correspondente ao momento fletor resistente de uma secção transversal em relação aos eixos principais é obtido através das seguintes equações:

- Secções de classe 1 ou 2:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (13)$$

- Secções de classe 3:

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,min} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (14)$$

- Secções de classe 4:

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{eff,min} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (15)$$

2.4. Instabilidade de colunas

A instabilidade elástica em estruturas manifesta-se quando as solicitações induzem em deformações ou deslocamentos elevados, que resultam num modo de falha no domínio elástico do material. Uma das formas mais comuns de instabilidade elástica é a encurvadura ou varejamento. Este fenómeno é possível observar-se em elementos que muito altos ou esbeltos, com momento de inércia da secção reta reduzido, e submetidos à compressão. Estes elementos esbeltos têm a capacidade de encurvar mesmo sob cargas muito inferiores àquelas que levariam à rutura em peças de menor esbelteza, mas com a mesma secção reta e material utilizado, [24].

A encurvadura, neste contexto, é um fenómeno de instabilidade caracterizado pela ocorrência de deformações transversais substanciais em elementos sujeitos a esforços de compressão. Em estruturas metálicas, a importância deste fenómeno é acentuada devido à elevada resistência do aço, o que origina em elementos estruturais apresentarem uma esbelteza elevada, [10].

Em estruturas metálicas, com o aumento da disponibilidade de aços com resistências cada vez mais elevadas, os mesmos têm impulsionado a conceção e a construção de estruturas cada vez mais esbeltas. Este tipo de estruturas está associado a benefícios como maior economia e/ou qualidade arquitetónica. No entanto, a palavra esbelteza também denota uma “susceptibilidade à ocorrência de fenómenos de instabilidade ou encurvadura”. A análise e o dimensionamento destas estruturas são condicionados pela necessidade de considerar tais fenómenos, cuja natureza é não linear, [25].

Deste modo, a encurvadura por bambeamento ou varejamento pode ser identificada através de um determinado valor de carga à compressão, que é ultrapassada e se manifesta numa perturbação estrutural da coluna. Observa-se desta forma, uma súbita deformação lateral conhecida por “bambeamento” ou “varejamento”, sendo a carga que a produz denominada de carga crítica de Euler. O colapso ocorre devido à perda de rigidez, mesmo quando a coluna ainda está em regime elástico, [10], [26]. Este fenómeno é caracterizado pela ocorrência de grandes deformações transversais em elementos submetidos a esforços de compressão, para qualquer secção restringida lateralmente, [27]. Caso a secção reta do elemento à compressão seja de parede fina e aberta, pode ocorrer, em simultâneo, a rotação da secção reta devido à torção, como ilustrado na Figura 15.

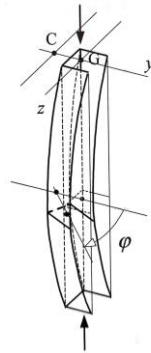


Figura 15 - Elemento de secção aberta em compressão, [10].

Outro fenómeno é ainda a designada encurvadura lateral torsional que pode ocorrer em vigas e/ou colunas não restringidas lateralmente, quando sujeitas à compressão/flexão, como ilustrado na Figura 16. Este fenómeno é caracterizado pela ocorrência simultânea de deslocamentos laterais e rotação em relação ao eixo do elemento, envolvendo fenómenos de flexão lateral e torção na secção transversal correspondente. Geralmente as secções retas destes elementos são abertas e de parede fina, sem travamentos laterais [27].

Num problema de encurvadura lateral torsional, se um determinado valor de carga é ultrapassado e ocorre a mínima perturbação na viga, acontece a flexão lateral e torsional, caracterizando assim o fenómeno de bifurcação, que resulta de um momento crítico instalado. Neste caso, o colapso resulta também da perda de rigidez da estrutura em regime elástico.

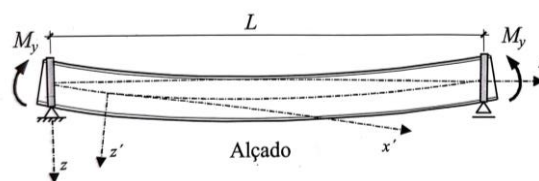


Figura 16 - Momento crítico numa viga-coluna, [10].

A determinação do momento crítico é fundamental para garantir que os fenómenos de instabilidade por encurvadura lateral torsional não ocorram. No entanto, as secções tubulares, quadradas, circulares e soldadas não são suscetíveis à ocorrência de encurvadura lateral torsional, pelas características geométricas que apresentam.

2.4.1. Resistência à compressão

2.4.1.1. Carga crítica de Euler

A carga crítica N_{cr} de uma coluna determina-se recorrendo à seguinte equação diferencial elástica de vigas. Para o caso de uma coluna à compressão bi-articulada a expressão utilizada é a seguinte, [9]:

$$\frac{d^2z}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (16)$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{Pz}{EI} = 0 \quad (17)$$

A partir da seguinte equação é possível calcular a carga crítica de Euler.

$$P = N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} \quad (18)$$

Para se calcular a tensão correspondente à carga crítica de Euler, a tensão crítica σ_{cr} , é necessário considerar a área da secção transversal do elemento, A , [9]:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{E \pi^2}{\lambda^2} \quad (19)$$

onde λ representa a esbelteza da coluna, que pode ser calculada da seguinte forma:

$$\lambda = \frac{L_e}{i} \quad (20)$$

em que L_e corresponde ao comprimento de encurvadura.

O comprimento de encurvadura é determinado tendo em conta as condições de apoio dos elementos. Na Figura 17 estão representados os comprimentos de encurvadura em função do comprimento real da coluna, [9].

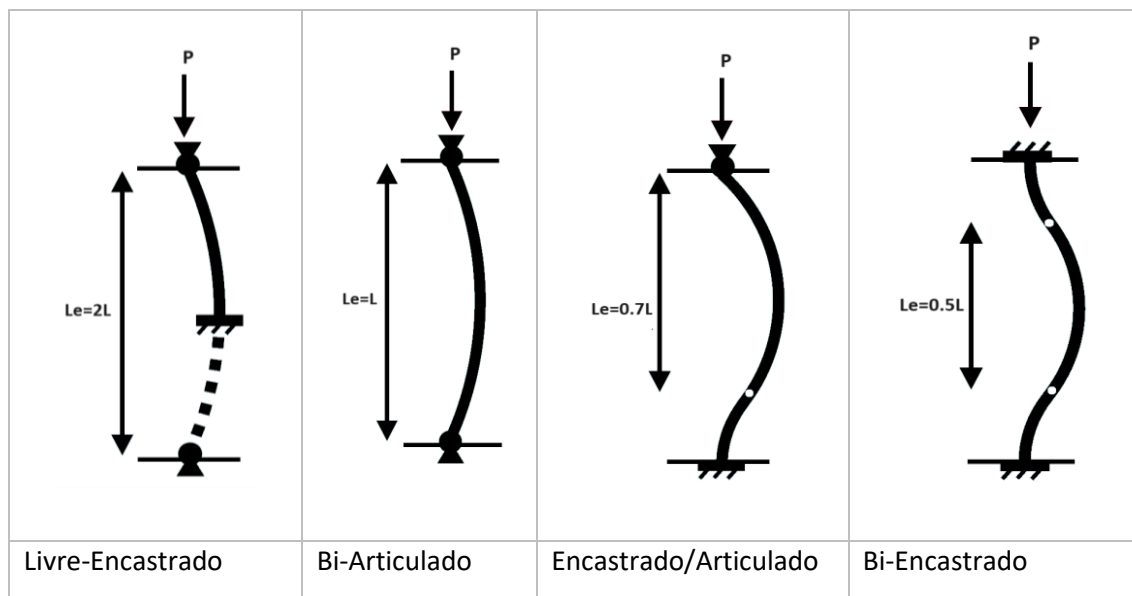


Figura 17 - Comprimentos de encurvadura, [10].

2.4.1.2. Encurvadura à compressão

A resistência à encurvadura de um elemento sujeito à compressão deve ser verificada através da seguinte condição, [9]:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (21)$$

em que: N_{Ed} é o valor de cálculo atuante do esforço axial de compressão; $N_{b,Rd}$ é o valor de cálculo da resistência à encurvadura do elemento comprimido.

O valor de cálculo da resistência à encurvadura de um elemento comprimido, tendo em conta as classes dos tipos de secções transversais, deve ser obtido através de, [9]:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Classes 1, 2 e 3} \quad (22)$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Classes 4} \quad (23)$$

onde: χ é o coeficiente de redução para o modo de encurvadura relevante.

Para elementos comprimidos, o valor de χ corresponde à adequada esbelteza normalizada do elemento $\bar{\lambda}$ e deverá ser determinado a partir da curva de encurvadura relevante, através de:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{mas } \chi \leq 1,0 \quad (24)$$

que:

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad (25)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} \quad \text{Classes 1, 2 e 3} \quad (26)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff}f_y}{N_{cr}}} \quad \text{Classes 4} \quad (27)$$

Onde: α é o fator de imperfeição, N_{cr} é o valor crítico do esforço normal associado ao modo de encurvadura elástica relevante.

O fator de imperfeição corresponde à curva de encurvadura apropriada, o qual deve ser obtido através da Tabela 2.

Tabela 2 - Fator de imperfeição para as curvas de encurvadura, [9]

Curva de encurvadura	a ₀	a	b	c	d
Fator de imperfeição α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Nos casos em que se verifica que $\lambda \leq 0,2$ ou $\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,04$, os efeitos de encurvadura podem ser desprezados e apenas são efetuadas as verificações de segurança das secções transversais, [9].

No caso de elementos sujeitos a encurvadura por flexão, a esbelteza normalizada $\bar{\lambda}$, é obtida por:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} \quad \text{Classes 1, 2 e 3} \quad (28)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff}f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \sqrt{\frac{A_{eff}}{A}} \frac{1}{\lambda_1} \quad \text{Classe 4} \quad (29)$$

em que: L_{cr} é o comprimento de encurvadura no plano de encurvadura considerado e i é o raio de giração em relação ao eixo apropriado.

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9\varepsilon \quad (30)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (31)$$

2.4.2. Resistência à flexão

2.4.2.1. Momento crítico

No contexto da análise da encurvadura lateral e torsional de elementos estruturais, a determinação do momento crítico M_{cr} é essencial, pois estabelece o valor máximo suportado pela viga. No caso de uma viga simplesmente apoiada com uma secção reta simétrica (considerado como caso padrão) submetida a um momento fletor uniforme M_y , o cálculo de M_{cr} segundo o EC3-1-1 é calculado por:

$$M_{cr}^E = \frac{\pi}{L} \sqrt{G I_T E I_z \left(1 + \frac{\pi^2 E I_w}{L^2 G I_T} \right)} \quad (32)$$

Onde, I_z o momento de inércia da secção em relação ao eixo z (eixo de menor inércia), I_T a constante de torção uniforme, I_w a constante de empenamento, L o comprimento entre secções contraventadas da viga, E e G os módulos de elasticidade longitudinal e transversal, respetivamente.

De acordo com Trahair, [26], o momento crítico calculado entre secções contraventadas lateralmente, pode ser estimado multiplicando o momento crítico anterior para uma situação de momento fletor constante, por um fator de α_m conforme o Anexo A através da seguinte equação:

$$M_{cr} = \alpha_m M_{cr}^E \quad (33)$$

Com base na equação (32), e para outras condições de apoio, é possível obter ainda o cálculo do momento crítico de forma mais aproximada, [28]:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)} - C_2 z_g \right] \quad (34)$$

Onde C_1 pode ser obtido de acordo com o tipo de carregamento e condições de apoio, através do Anexo B, [29].

2.4.1.2. Encurvadura à flexão

Um elemento solicitado à flexão em relação ao eixo de menor inércia deve verificar a sua segurança à encurvadura lateral através da seguinte relação:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (35)$$

onde: M_{Ed} é o valor de cálculo do momento fletor atuante; $M_{b,Rd}$ é o valor de cálculo do momento fletor resistente à encurvadura.

O valor de cálculo do momento fletor resistente à encurvadura, $M_{b,Rd}$, deve ser considerado igual a:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (36)$$

em que: χ_{LT} é o coeficiente de redução para a resistência à encurvadura lateral; W_y é o módulo de flexão adequado considerado do seguinte modo: $W_y = W_{pl,y}$ para classes 1 e 2, $W_y = W_{el,y}$ para classe 3 e $W_y = W_{eff,y}$ para a classe 4.

No caso de secções laminadas ou de secções soldadas equivalentes sujeitos à flexão, os valores de χ_{LT} correspondente à esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_{LT}$ deve ser determinado a partir de:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \lambda_{LT}^2}} \quad \text{mas} \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\lambda_{LT}^2} \end{cases} \quad (37)$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (38)$$

O valor de $\bar{\lambda}_{LT}$ pode ir até um valor máximo de 0,4, e o valor β pode ter um valor máximo de 0,75.

As recomendações para as curvas de encurvadura são indicadas na Tabela 3, [9].

Tabela 3 - Curvas de encurvadura lateral recomendadas para secções transversais, [9].

Secção transversal	Limites	Curva de encurvadura
Secções em I laminadas	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c
Secções em I soldadas	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d

2.5. Tipos de análise no estudo de colunas de secção tubular

Em 2022, Meng e Gardner [15], realizaram um estudo com diferentes objetivos tais como, obter dados de ensaios de encurvadura para vigas-colunas CHS em aço de alta resistência, investigar a influência do aumento da tensão de cedência e ainda melhorar as regras de projeto para vigas-colunas CHS em aços de alta resistência. Com a maior utilização dos CHC em aço estrutural de alta resistência, levou ao estudo do efeito do aumento da tensão de cedência no comportamento estrutural. Através de estudos realizados pelos autores [30], [31], concluíram que o aumento do limite de elasticidade na resistência à encurvadura de elementos tubulares de aço de alta resistência não é devidamente alcançada pelo EC3. Assim, este estudo surge a partir de uma investigação efetuada anteriormente sobre pilares-viga CHS em aço estrutural, que tinha revelado escassez de dados de ensaio. As vigas-colunas de CHS conformadas a quente foram ensaiadas por Linzell et al. [32], Nseir [33], Pournara et al. [34], Hayeck et al. [35]. Para as vigas-colunas CHS conformadas a frio, os ensaios foram efetuados por Wagner [36], Meng e Gardner [37]. No entanto existe a necessidade de criar estudos experimentais em vigas-colunas CHS, para melhorar os métodos de projetos.

No mesmo estudo [15], são apresentados ensaios em provetes com perfis de alta resistência conformados a frio, sujeitos a uma variedade de combinações de esforços de compressão-flexão. Após os modelos de elementos finitos serem validados, estes são utilizados para produzir resultados numéricos suplementares numa gama mais vasta de qualidade de aços, tamanhos de secções, comprimentos e casos de carga. Através dos ensaios realizados sob compressão excêntrica com condições de apoio fixas, com recurso a uma correlação de imagem digital para monitorizar deslocamentos e deformações, os autores obtiveram mais de 7000 registos numéricos. Através dos resultados obtidos, revelou-se que as resistências previstas pelo EC3 para os aços de alta resistência conformados a quente eram ligeiramente inseguros, no entanto para os aços conformados a frio eram conservadoras. Este resultado deve-se ao facto de que o método de cálculo imposto pelo EC3 não tem capacidade de verificar o efeito benéfico do aumento da tensão de cedência na estabilidade dos elementos. No caso das secções de classe 3, houve uma dispersão adicional nas previsões da resistência à flexão, devido à esbelteza considerada pelo EC3 para a CHS à flexão.

Com este estudo, Meng e Gardner [15], sugerem uma modificação no projeto de viga-pilar no EC3. A modificação inclui a implementação de um fator de imperfeição, dependente da tensão de cedência, e um comprimento do pilar reduzido. Neste sentido a resistência à encurvadura

mostra-se segura para os aços conformados a frio em secções de classe 1 e 2 e para os aços conformados a quente existiram melhorias. No entanto, os autores consideram necessário haver mais trabalhos para ajustar os limites de esbelteza do EC3.

Revisão Bibliográfica

3. Metodologia e Desenvolvimento

O objetivo deste capítulo é efetuar uma análise sobre o fenômeno de encurvadura em colunas de secção tubular quando estas estão sujeitas a cargas de compressão. A encurvadura é um dos modos de falha mais críticos em elementos estruturais esbeltos, como colunas. Compreender este fenômeno é essencial para garantir a segurança e a eficiência das estruturas. Esta análise é conduzida em três subcapítulos.

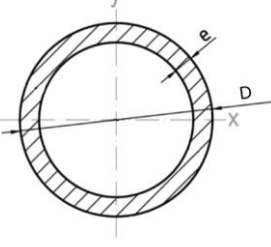
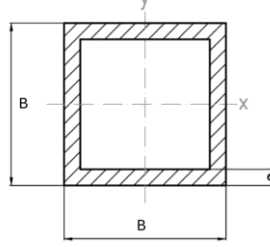
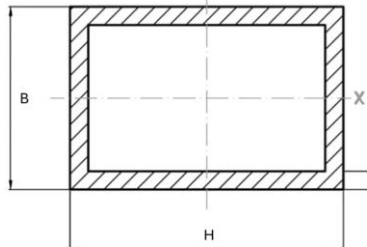
O primeiro subcapítulo concentra-se na aplicação das equações analíticas presente no EC3-1-1 para determinar a capacidade de carga crítica das colunas. Esta abordagem analítica tem como base, a encurvadura de Euler e as modificações introduzidas pelo EC3-1-1 para considerar fatores como imperfeições geométricas e efeitos de esbelteza. A aplicação das equações analíticas do EC3-1-1 proporciona uma compreensão fundamental do fenômeno de encurvadura e serve como base teórica a comparações posteriores com outras metodologias.

O segundo subcapítulo destina-se à simulação numérica com a utilização do programa ANSYS Student. Este programa de cálculo utiliza o método de elementos finitos (MEF) para análise do comportamento estrutural das colunas sob compressão. A análise numérica permite considerar efeitos complexos que são difíceis de aplicar analiticamente, como não linearidades materiais e geométricas. Neste subcapítulo é detalhado todo o processo de simulação numérica utilizado no ANSYS Student, incluindo a definição das propriedades do material, a criação da geometria, a criação da malha de elementos finitos, a aplicação das condições de fronteira, cargas aplicadas e a execução da solução. Os resultados das simulações numéricas serão apresentados e discutidos, comparando-os com os resultados obtidos analiticamente, de modo a validar o modelo numérico.

Por fim, o terceiro subcapítulo foca-se na validação do modelo computacional desenvolvido no programa ANSYS Student, em relação ao modelo analítico. Esta comparação é crucial para avaliar a precisão das simulações numéricas em relação às soluções teóricas. Serão identificadas as discrepâncias e analisadas as possíveis causas, como as limitações inerentes a cada abordagem.

Para a realização deste estudo foi essencial definir as geometrias em estudo. A Tabela 4, apresenta a geometria das secções das colunas em estudo, selecionadas para esta investigação. Estas geometrias foram escolhidas com base na sua relevância prática e na representatividade dos diferentes tipos de colunas tubulares presentes na indústria.

Tabela 4 - Geometrias das secções de colunas em estudo.

Circular CHS		Quadrada RHS		Rectangular				
								
t	1,5	t	1,5	t	1,5	B		
D	50	D	50	H	50	20	30	40
	60		60		60	20	30	40
	80		80		80	20	30	40
L	500	L	500	L	500			
	1000		1000		1000			
	1500		1500		1500			

Neste tipo de estudo, as condições de fronteira impostas às colunas são essenciais para a análise. Através da Figura 17, que está localizada no subcapítulo 2.4.1.1 apresenta as quatro condições consideradas neste estudo.

Nos modelos em estudo, o material das colunas é aço S235, caracterizado pelo módulo de Young $E=210000$ MPa, coeficiente de Poisson $\nu=0,3$ e tensão de cedência $f_y=235$ MPa.

3.1. Modelo Analítico

Neste subcapítulo, é apresentada uma análise detalhada dos cálculos realizados para determinar a capacidade de carga crítica das colunas de secção tubular, de acordo com o EC3-1-1. Para esta análise, foi utilizada uma folha de cálculo Excel para desenvolver os modelos de cálculo específicos para este fim.

O modelo de cálculo criado no Excel considera todas as secções e variações geométricas previamente definidas, tendo em conta as diferentes condições de fronteira impostas. Estas condições incluem, colunas livres encastradas, bi-articuladas, encastradas/articuladas e bi-encastradas, diferindo assim no cálculo do comprimento de encurvadura, influenciando os resultados obtidos.

Os parâmetros relevantes, como as propriedades do material, as dimensões da secção transversal e as condições de carregamento, foram cuidadosamente inseridos nas equações presentes no EC3-1-1.

Para cada configuração de secção transversal e condição de fronteira, foram calculados os valores críticos:

1. Carga crítica de Euler (N_{cr}): carga máxima que a coluna pode suportar antes de ocorrer o fenómeno de encurvadura;
2. Carga plástica (N_{pl}): capacidade da carga última plástica na coluna;
3. Resistência à encurvadura ($N_{b,Rd}$): capacidade da coluna resistir à encurvadura, tendo em conta os fatores de imperfeição e outros coeficientes de segurança definidos no EC3-1-1

Cada secção transversal foi analisada em detalhe, garantindo que as variações geométricas e as condições de fronteira fossem adequadamente incorporadas nos modelos de cálculo.

Este trabalho serve como base para comparações posteriores em simulações numéricas e validações experimentais, permitindo uma compreensão profunda do comportamento estrutural das colunas sob compressão.

3.1.1. Discussão de resultados analíticos

Nesta discussão, foram analisadas as influências das condições de fronteira em colunas de diferentes secções, incluindo secções circulares, quadradas e retangulares. A análise foi realizada considerando várias dimensões de secção e diferentes comprimentos de colunas, com o objetivo de compreender como estas variáveis afetam a estabilidade estrutural e a capacidade de carga das colunas sobre compressão.

3.1.1.1. Colunas com secção circular

Nesta secção são analisados os resultados obtidos para colunas com secção circular sujeitas a cargas de compressão. A Tabela 5, apresenta um resumo dos valores de carga crítica obtidos, verificando-se a influência das condições de fronteira e o efeito do aumento do comprimento da coluna.

Tabela 5 - Resultados obtidos de acordo com o EC3-1-1, para colunas de secção circular.

	L mm	N_{pl} kN	Livre/Encastrado		Bi-articulado		Encastrado/articulado		Bi-encastrado	
			N_{cr}	$N_{b,Rd}$	N_{cr}	$N_{b,Rd}$	N_{cr}	$N_{b,Rd}$	N_{cr}	$N_{b,Rd}$
			kN		kN		kN		kN	
D50	500	53,71	139,42	47,37	557,66	52,37	1138,08	53,51	2230,65	54,23
D=50 mm	1000		34,85	27,09	139,42	47,37	284,52	50,67	557,66	52,37
t=1,5mm	1500		15,49	13,65	61,96	38,31	126,45	46,69	247,85	50,20
D60	500	64,78	244,58	59,58	978,33	63,96	1996,58	65,06	3913,30	65,79
D=60 mm	1000		61,15	41,79	244,58	59,58	499,15	62,38	978,33	63,96
t=1,5mm	1500		27,18	22,96	108,70	52,56	221,84	59,03	434,81	61,96
D80	500	86,93	590,80	83,20	2363,18	87,09	4822,83	88,17	9452,74	88,89
D=80 mm	1000		147,70	70,75	590,80	83,20	1205,71	85,61	2363,18	87,09
t=1,5mm	1500		65,64	48,84	262,58	78,16	535,87	82,76	1050,30	85,22

Metodologia e Desenvolvimento

Os resultados mostram que as condições de fronteira aplicadas às colunas têm um impacto significativo na sua capacidade em suportar cargas até ocorrer o fenómeno de encurvadura. Em particular, a condição de fronteira bi-encastada permite que a coluna suporte uma carga de 2230,65 kN, muito superior em comparação com a condição livre/encastada que atinge uma carga de 139,42 kN, ambos os valores para a coluna menos esbelta.

Para a carga resistente à encurvadura, a diferença de valores já não é tão significativa, a condição de fronteira bi-encastada atinge um valor de 54,23 kN e para a condição livre/encastado 47,37 kN. A resistência à encurvadura de projeto apresenta sempre valores inferiores à carga crítica da coluna, pois neste caso as impressões geométricas já são consideradas.

Os resultados também indicam que o aumento do comprimento da coluna (de 500 mm, 1000mm e 1500 mm), leva a uma diminuição na carga crítica e na resistência à encurvadura das colunas. Este comportamento é esperado, uma vez que colunas mais longas são mais suscetíveis a instabilidade por compressão.

Por outro lado, o aumento da dimensão da secção transversal da coluna (de 50 mm, 60 mm e 80 mm), resulta num aumento, tanto na carga crítica, quanto na resistência à encurvadura. Isto ocorre, porque uma secção transversal maior proporciona uma maior resistência e capacidade de suporte de carga.

No caso da carga plástica, a diferença de comprimento não tem influência nos resultados. Os valores obtidos para a mesma geometria permanecem constantes, independentemente do comprimento da coluna. No entanto, com o aumento da dimensão da secção, verifica-se um aumento dos valores da carga plástica.

No Anexo C, são apresentadas em detalhe todas as etapas de resolução das equações presentes no EC3-1-1. Neste Anexo, encontram-se também todos os parâmetros necessários para a realização destes cálculos, incluindo as propriedades dos materiais, a classe das secções, as geometrias de massa das respetivas secções e por fim os resultados obtidos, a partir dessas equações.

Na Figura 18 a Figura 21, apresentam-se todos os resultados do método analítico em forma de gráfico, para colunas de secção circular. Cada figura corresponde a uma condição de fronteira aplicada à coluna. Os resultados obtidos incluem a variação analítica de N_{cr} , e $N_{b,Rd}$.

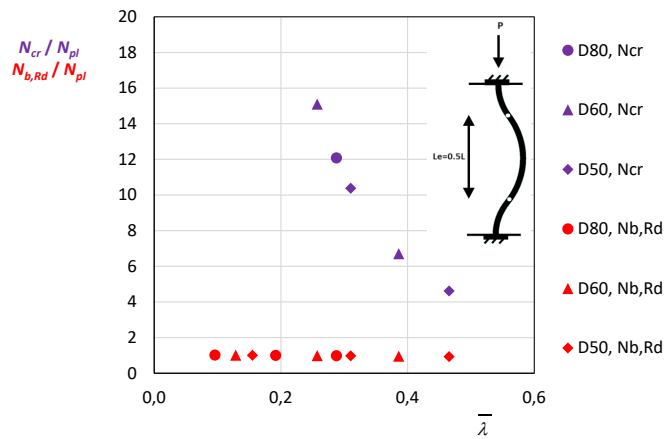


Figura 18 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção circulares. Condição de fronteira – Bi-encastado.

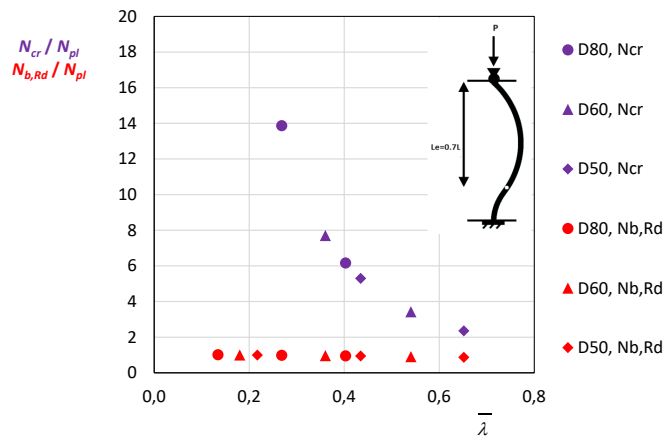


Figura 19 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção circulares. Condição de fronteira – Encastrado/Articulado.

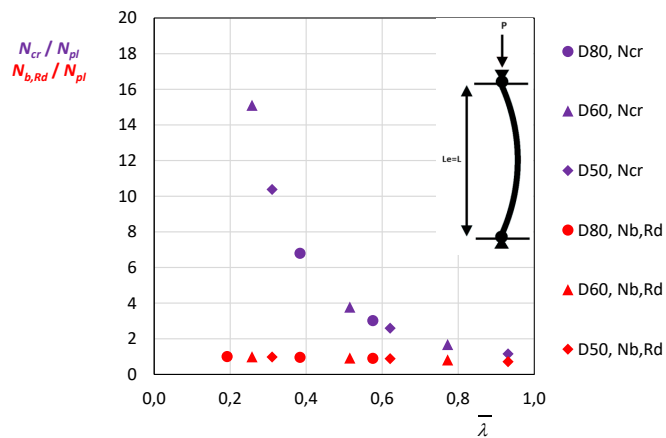


Figura 20 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção circulares. Condição de fronteira – Bi-articulado.

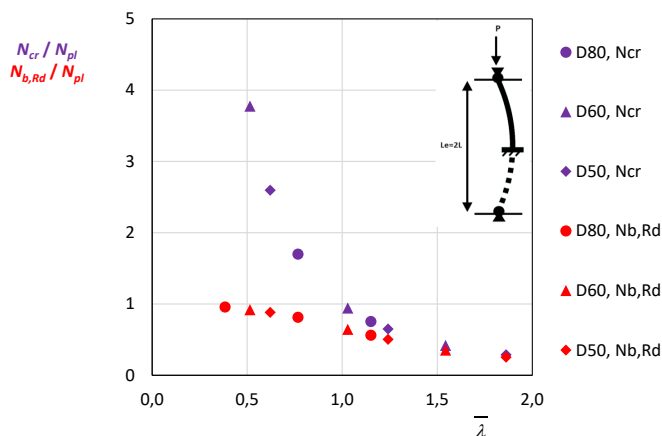


Figura 21 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de seção circular. Condição de fronteira – Livre/Encastrado.

Com a análise dos resultados obtidos nas figuras anteriores, é possível concluir que a carga crítica de Euler varia com o comprimento das colunas estudadas. Observa-se que, para as diferentes condições de fronteira, os valores da esbelteza normalizada também variam.

Particularmente, para as seções circulares, o caso mais crítico ocorre na condição livre/encastrado, Figura 21, na qual o valor máximo de esbelteza é de 1,86. Nesta condição, quando o valor de esbelteza atinge o valor de 1,0, existe uma aproximação entre os valores da resistência à encurvadura de projeto e a carga crítica, à medida que a esbelteza normalizada aumenta. Isso ocorre porque se trata de colunas muito esbeltas, sendo necessário garantir a segurança no projeto para evitar a instabilidade imediata do modelo.

No entanto, quando o valor da esbelteza normalizada passa o valor de 0,2 existe a possibilidade de as colunas falharem devido ao efeito de encurvadura. Esse risco não se aplica às colunas menos esbeltas, que podem atingir valores mais elevados sem instabilizar.

Os resultados apresentados indicam também que as resistências à encurvadura de projeto variam com o comprimento das colunas estudadas, apresentando uma grande diferença quando a coluna é curta.

3.1.1.2. Colunas com seção quadrada

Analisando os resultados obtidos para as colunas de seção quadrada, é possível observar que as conclusões são, em grande parte, semelhantes às retiradas para as colunas com seção circular. A Tabela 6, apresenta um resumo dos resultados obtidos para as colunas de seção quadradas.

Tabela 6 - Resultados obtidos de acordo com o EC3-1-1, para colunas de secção quadrada.

	L mm	N _{pl} kN	Livre/Encastrado		Bi-articulado		Encastrado/articulado		Bi-encastrado	
			N _{cr}	N _{b,Rd}	N _{cr}	N _{b,Rd}	N _{cr}	N _{b,Rd}	N _{cr}	N _{b,Rd}
			kN		kN		kN		kN	
B50	500	68,39	236,68	62,38	946,72	67,34	1932,07	68,56	3786,86	69,36
B=50 mm	1000		59,17	41,93	236,68	62,38	483,02	65,58	946,72	67,34
t=1,5mm	1500		26,30	22,48	105,19	54,17	214,67	61,75	420,76	65,10
B60	500	82,49	415,21	77,56	1660,86	82,07	3389,50	83,27	6643,43	84,07
B=60 mm	1000		103,80	61,00	415,21	77,56	847,38	80,40	1660,86	82,07
t=1,5mm	1500		46,13	37,12	184,54	71,10	376,61	77,03	738,16	79,96
B80	500	110,69	1002,97	107,35	4011,87	111,50	8187,48	112,69	16047,47	113,49
B=80 mm	1000		250,74	95,61	1002,97	107,35	2046,87	109,89	4011,87	111,50
t=1,5mm	1500		111,44	73,93	445,76	102,36	909,72	106,90	1783,05	109,48

Tal como nas colunas circulares, as condições de fronteira têm um impacto significativo na capacidade de carga das colunas quadradas. A condição bi-encastrada continua a apresentar a maior capacidade de carga de carga crítica.

O aumento do comprimento das colunas (500 mm, 1000 mm e 1500mm) demonstra uma tendência na diminuição da carga crítica e de resistência à encurvadura.

A análise das colunas quadradas revela que o aumento das dimensões da secção (de 50mm para 60mm e 80mm) resulta em maiores cargas críticas e resistências à encurvadura.

Comparando com os resultados obtidos para as colunas de secção circular, observa-se que as colunas de secção quadrada apresentam valores de carga superiores. Esta diferença pode ser atribuída à maior inércia geométrica das secções quadradas em comparação com as circulares.

Os resultados das cargas plásticas mostram que o comprimento da coluna não influencia os valores obtidos para a mesma geometria. No entanto, o aumento da dimensão da secção transversal resulta num aumento do valor da carga plástica. No Anexo D, são apresentadas em detalhe as etapas de resolução das equações presentes no EC3-1-1.

Nas figuras Figura 22 à Figura 25, apresentam-se os resultados obtidos para o método analítico, para colunas de secção quadrada em que cada figura corresponde à condição de fronteira aplicada à coluna.

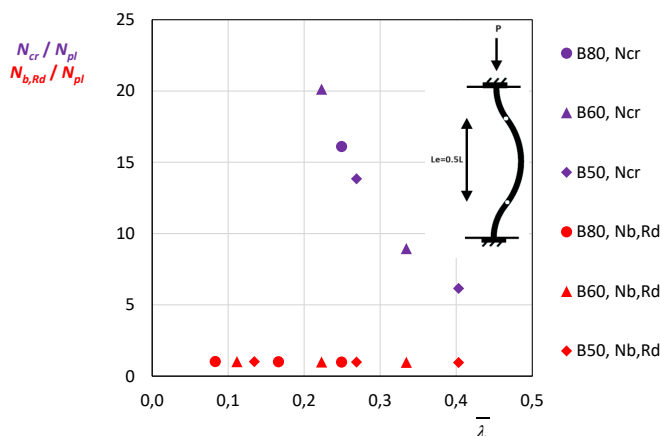


Figura 22 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Bi-encastrado.

Metodologia e Desenvolvimento

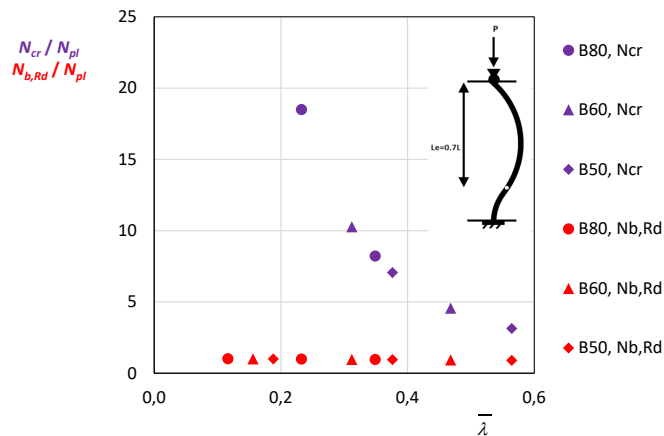


Figura 23 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Encastrado/Articulado.

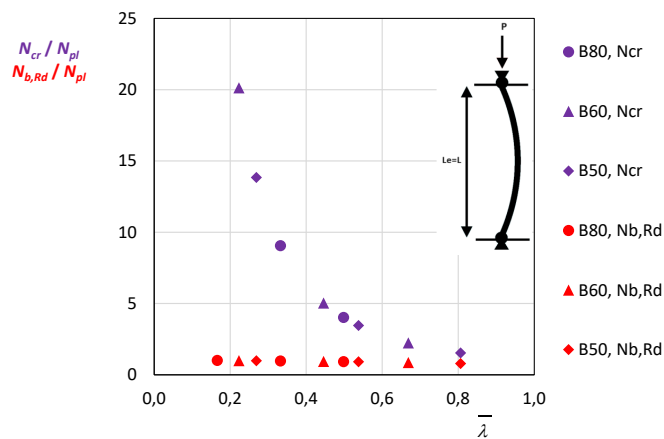


Figura 24 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Bi-articulado.

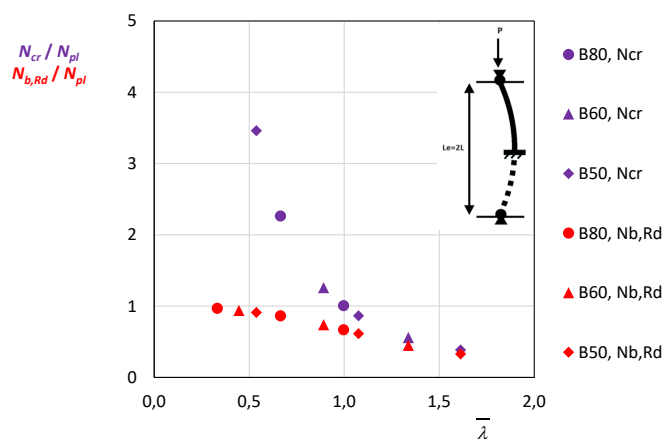


Figura 25 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Livre/Encastrado.

Analisando os resultados obtidos para esta secção, é de destacar o valor de capacidade de carga obtido para a primeira condição de fronteira, Figura 22, em que a relação de N_{cr} e N_{pl} , deu um valor de 144,98, para uma coluna menos esbelta. É possível verificar também que, com o aumento da esbelteza o valor da carga crítica diminui.

O valor mais crítico de esbelteza foi obtido para a condição de fronteira livre/encastrado, presente na Figura 25, em que o maior valor de esbelteza foi de 1,61. De salientar que, apenas nesta condição as colunas mais esbeltas podem ter tendência em instabilizar por efeito de encurvadura, isto deve-se ao facto de o valor de esbelteza ter excedido o valor de esbelteza de 1,0, e ainda ao facto da aproximação das curvas da curva crítica Euler e a curva da resistência à encurvadura de projeto.

Através dos resultados obtidos é também possível verificar que a resistência à encurvadura de projeto varia consoante o comprimento das colunas em estudo.

3.1.1.3. Colunas com secção retangulares

Os resultados obtidos para as colunas com secção retangular encontram-se na Tabela 7, através de um resumo dos valores das diferentes cargas.

Tabela 7 - Resultados obtidos de acordo com o EC3-1-1, para colunas de secção retangular.

		L mm	N_{pl} kN	Livre/Encastrado		Bi-articulado		Encastrado/articulado		Bi-encastrado	
				N_{cr}	$N_{b,Rd}$	N_{cr}	$N_{b,Rd}$	N_{cr}	$N_{b,Rd}$	N_{cr}	$N_{b,Rd}$
				kN		kN		kN		kN	
B20 =20 mm	H50B20	500	47,24	29,20	22,98	116,82	41,37	238,41	44,42	467,28	45,97
	H=50 mm	1000		7,30	6,71	29,20	22,98	59,60	34,97	116,82	41,37
	t=1,5mm	1500		3,24	3,07	12,98	11,48	26,49	21,30	51,92	32,95
	H60B20	500	54,29	34,54	26,98	138,15	47,74	281,93	51,15	552,58	52,89
	H=60 mm	1000		8,63	7,92	34,54	26,98	70,48	40,63	138,15	47,74
	t=1,5mm	1500		3,84	3,63	15,35	13,55	31,33	25,04	61,40	66,49
	H80B20	500	68,39	45,20	34,97	180,80	60,47	368,98	64,59	723,20	66,73
	H=80 mm	1000		11,30	10,34	45,20	34,97	92,25	51,91	180,80	60,47
	t=1,5mm	1500		5,02	4,75	20,09	17,67	41,00	32,49	80,36	49,17

A influência das condições de fronteira nas colunas de secção retangular é semelhante à observada nos estudos anteriores. A condição bi-encastrado, permite que a coluna suporte uma carga significativamente maior em comparação com a condição livre/encastrada.

O aumento do comprimento da coluna, resulta numa diminuição na carga crítica e na resistência à encurvadura. Esta análise confirma que o comprimento da coluna é um fator determinante na capacidade de carga. Colunas mais longas apresentam maior suscetibilidade à instabilidade sob compressão.

Para as secções retangulares, é evidente a grande diferença de valores obtidos quando comparados com os resultados obtidos nas colunas de secção quadrada e circulares. Esta diferença é atribuída à geometria da secção, que foram projetadas com valores menores em relação às anteriores secções analisadas. Conclui-se que a secção com valores mais baixos de largura diminui a resistência consideravelmente da coluna, resultando em valores de cargas muito inferiores. No anexo E, são apresentadas em detalhe as etapas de resolução das equações presentes no EC3-1-1.

Metodologia e Desenvolvimento

As seguintes figuras, apresentam os resultados obtidos para o método analítico, cada gráfico corresponde à condição de fronteira aplicada à coluna. Nestes resultados estão implícitos as variações analíticas de N_{cr} , $N_{b,Rd}$.

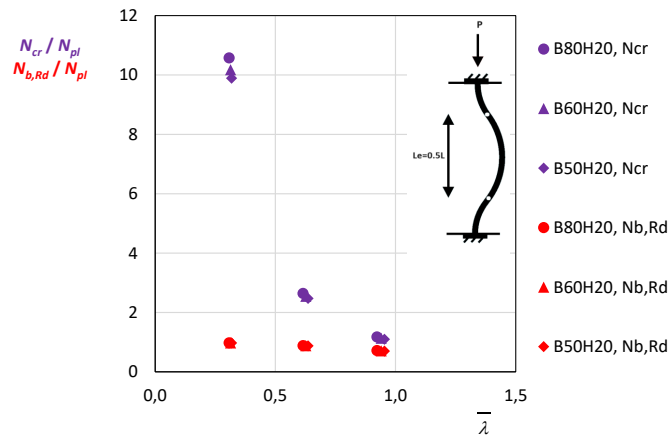


Figura 26 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção retangular. Condição de fronteira – Bi-encastreado.

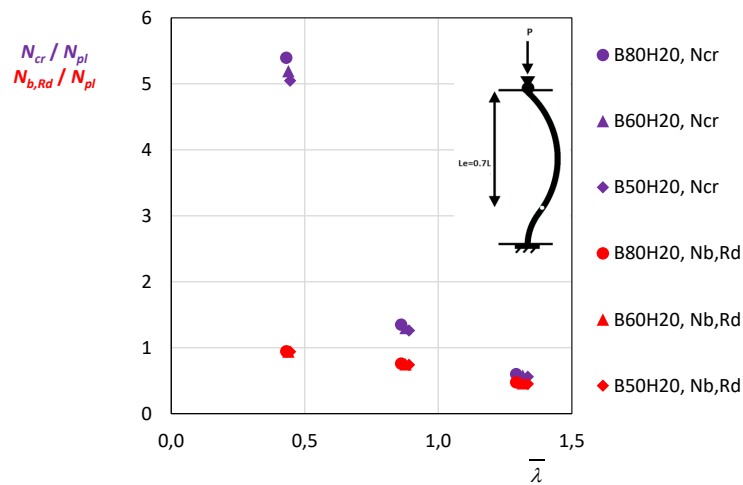


Figura 27 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção retangular. Condição de fronteira – Encastreado/Articulado.

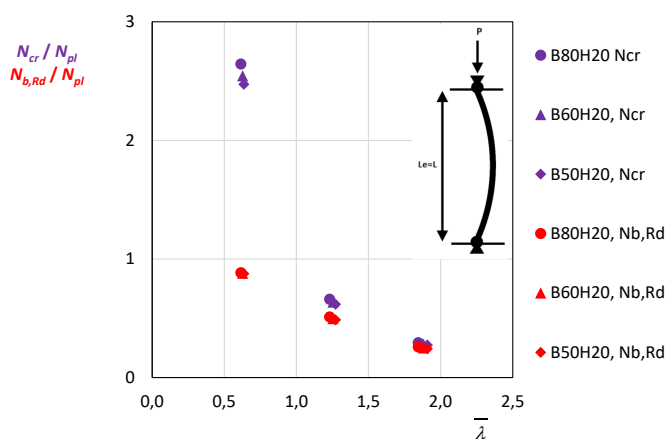


Figura 28 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção retangular. Condição de fronteira – Bi-articulado.

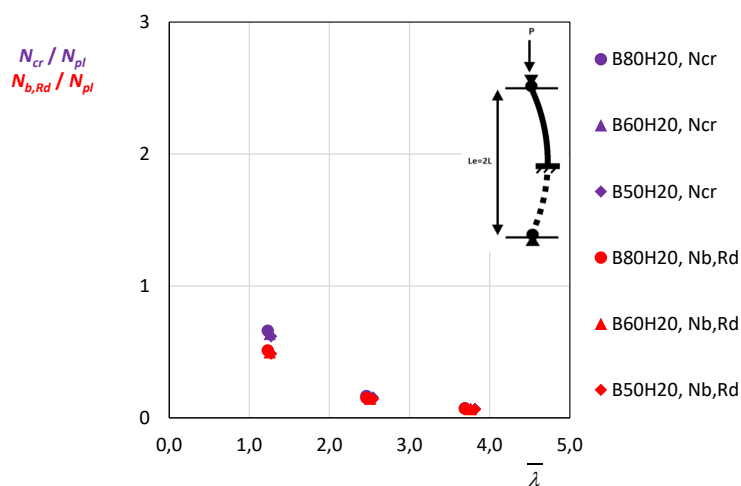


Figura 29 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção retangular. Condição de fronteira – Livre/Encastrado.

Analisando os resultados obtidos para as colunas de secção retangular, seguem a mesma lógica das anteriores secções, em que, com o aumento do comprimento, o valor da carga crítica diminui. Tendo em conta as condições de fronteira, para esta secção retangular as colunas são muito esbeltas.

Neste caso, o caso mais crítico é também na condição livre/encastrado, Figura 29, em que o valor máximo de esbelteza obtido foi de 3,82. Para esta condição, verifica-se que existe mesmo coincidência das curvas da carga crítica, com a curva da resistência à encurvadura de projeto, também se verifica que para as duas últimas condições de fronteira, Figura 28 e Figura 29, estão mais próximas em comparação com as duas primeiras, Figura 26 e Figura 27. O que quer dizer que para estas duas últimas condições, dado as suas esbeltezas a tendência destas colunas instabilizarem por encurvadura é grande, sendo que os valores de esbelteza ultrapassam o valor de 1,0.

Comparando os resultados obtidos do modelo analítico para as secções circulares, quadradas e retangulares, é evidente que a secção quadrada, devido à sua geometria, apresenta os menores

valores de esbelteza normalizado. Este fator contribui para que a secção quadrada tenha a maior capacidade de carga. No entanto, os valores obtidos entre a secção quadrada e circular foram muito semelhantes, tanto para os valores de esbelteza normalizado quanto para as relações de N_{cr} , $N_{b,Rd}$, obtendo assim nas secções circulares valores ligeiramente inferiores.

Nas secções retangulares, sendo que foi utilizada uma secção de 50x20 mm, os valores foram mais reduzidos para às relações de N_{cr} , $N_{b,Rd}$, pois os valores de esbelteza normalizada foram maiores. Ainda nesta secção, os valores não deram tão uniformes ao longo das curvas quer da carga crítica, quer da resistência à encurvadura de projeto, isto deve-se ao facto de a secção apenas variar em um eixo, mantendo a largura fixa em 20 mm.

3.2. Modelo numérico

Neste subcapítulo, está descrito todo o processo para a realização do modelo numérico. Para este modelo é utilizado o MEF como alternativa viável ao método analítico. Este método possibilita a resolução de problemas simples aos mais complexos, cujos resultados, exatos ou aproximados, formam uma solução global, [38]. Deste modo, é efetuada inicialmente uma introdução ao MEF e de seguida são efetuados os estudos de acordo com este método.

3.2.1. Método de Elementos Finitos

O aumento da complexidade das estruturas e da capacidade dos computadores favoreceu o surgimento de novos métodos de análise, entre os quais se destaca o MEF. Este método visa a obtenção de uma formulação que permite a análise automática de sistemas complexos e/ou irregulares por meio de programas computacionais.

Para atingir esse objetivo, o MEF considera um sistema global como um agrupamento de elementos finitos, em que cada elemento é uma estrutura contínua mais simples. Ao impor que, em certos pontos comuns a vários elementos, chamados de nós, os deslocamentos sejam compatíveis e as forças internas estejam em equilíbrio, o sistema global, resultante do agrupamento, reage como uma única entidade, [39].

Uma das etapas de maior relevância na análise pelo MEF é a refinação da malha, que deve ser ajustada de acordo com o tipo de estrutura a ser analisada. A utilização de uma malha mais refinada permite uma representação detalhada da geometria, o que significa uma maior precisão de resultados. A refinação da malha consiste em subdividir os elementos finitos em partes menores, o que melhora a capacidade de o modelo captar variações locais na estrutura, como é o exemplo de regiões de alta concentração de tensões, [39].

Na Figura 30, está representado um exemplo da refinação de malha num sólido.

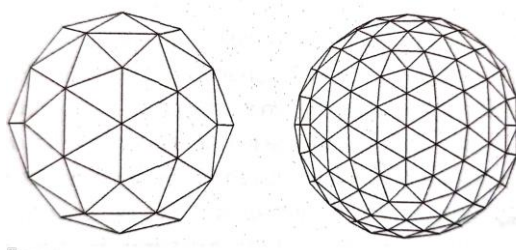


Figura 30 -Refinação de malha, [39].

Na análise estrutural, o principal objetivo é calcular tensões e deformações que estão em equilíbrio sob a ação de um sistema de forças. Para realizar essas análises, é utilizado o método de deslocamentos, é uma das técnicas mais utilizadas na resolução de problemas, [40].

Durante o pré-processamento, é necessário identificar o sistema equivalente constituído por elementos finitos. A determinação do número de elementos e a variação de tamanho, são pontos que requerem atenção especial.

A seleção de tipo de elementos para a análise pelo MEF de um determinado componente também é crucial, uma vez que depende da disposição física do componente a ser modelado e do grau de precisão pretendido. Existem vários tipos de elementos, incluindo elementos unidimensionais, bidimensionais, tridimensionais, axi-simétricos, de placa e por fim o elemento que vai ser utilizado para o estudo desta dissertação o elemento de casca, [40].

Os elementos de casca são utilizados para modelar corpos de espessura fina, com a capacidade de suportar principalmente esforços de membrana, esforços de flexão e esforços transversais. Estes elementos em termos de geometria, podem apresentar curvaturas em um ou em ambos eixos, [40]. Na Figura 31, estão representados os elementos de casca.

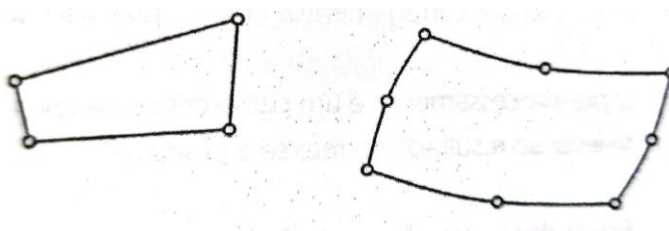


Figura 31 - Elementos de casca, [39]

Para realizar análises estruturais utilizando o MEF, é necessário classificar a estrutura de acordo com a geometria, o material dos componentes e as ações aplicadas a essa estrutura. A formulação e aplicação do MEF varia conforme o tipo de problema a ser resolvido.

O MEF permite realizar inúmeras análises, desde térmicas, fadiga, estudos dinâmicos, análises estáticas e não lineares. Nesta dissertação são efetuadas análises estruturais lineares e não lineares. O método é empregue para avaliar a resistência de uma estrutura sob cargas próximas da rutura, considerando a linearidade do material e não linearidade, após a saída do domínio elástico, e/ou grandes deformações (não linearidade geométrica), [39].

3.2.2. Modelo computacional

Os modelos numéricos desenvolvidos para as colunas em estudo, foram realizados no ANSYS Student. Este programa, baseado no MEF, é indicado para a realização de vários tipos de análises, nomeadamente, estruturais.

No presente estudo computacional, optou-se exclusivamente pela análise de colunas com secções transversais quadradas. As secções quadradas apresentam propriedades geométricas uniformes, o que facilita a modelação e a análise, quando comparadas com as de secção circular. Em comparação com as secções retangulares, as secções quadradas oferecem um compromisso equilibrado entre a rigidez e resistência. Enquanto as secções retangulares podem proporcionar maior resistência numa direção específica, as secções quadradas oferecem uma resistência à inércia igual em todas as direções, tornando-as uma escolha prática e eficiente na análise de encurvadura sob compressão. Pretende-se ainda, desenvolver um modelo computacional, que possa ser utilizado em colunas de secção quadrada, cuja secção reta varie no comprimento da coluna pela introdução de pequenos orifícios ou rasgos, e para as quais não há solução analítica de cálculo.

No desenvolvimento do modelo computacional, foi necessário escolher o tipo de elemento finito, optando-se pelo elemento Shell 281, que possui 8 nós e 6 graus de liberdade por nó (3 translações e 3 rotações). Este elemento é adequado para a análise de elementos de casca de espessura fina ou moderadamente espessa, utilizado para aplicações lineares e não lineares.

Numa primeira fase do processo, foi efetuado um estudo inicial da malha de elementos finitos. Foram efetuados alguns estudos prévios com dimensão de malhas distintas, para atingir o tamanho de malha ideal, através da obtenção de resultados convergentes para a solução analítica. Nos casos estudados, o tamanho final de malha considerada foi utilizar elementos finitos com 10 mm de dimensão.

De seguida, foi necessário identificar o tipo de problema a estudar, sendo que o estudo foi dividido em três análises.

Primeiramente foi realizada uma análise linear elástica (N_{cr}). Neste tipo de análise foi utilizada uma geometria considerada perfeita, onde não são consideradas as imperfeições geométricas, em que se utiliza um material linear elástico (módulo de Elasticidade e o coeficiente de Poisson). A aplicação da carga é unitária, distribuída igualmente pelo número de nós da secção reta. A coluna é restringida com as condições de fronteira presentes na Figura 17. Esta primeira análise computacional, tem como objetivo obter o modo de instabilidade na encurvadura linear elástica e a carga crítica de Euler.

Para o segundo desenvolvimento computacional foi realizada uma análise não linear plástica (N_{pl}), considerando a geometria da coluna sem imperfeições geométricas. Neste caso vai ser utilizado um material não linear com características elasto-plásticas (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, tensão de cedência e módulo tangente da curva plástica). Em relação ao carregamento é aplicada uma carga incremental na coluna e incluídas as devidas condições de fronteira. Esta análise possibilita obter os valores da carga crítica plástica.

Por fim, o terceiro desenvolvimento computacional permite obter os resultados relativos à carga resistente que a coluna suporta ($N_{b,Rd}$). Nesta análise é necessário efetuar a atualização da geometria, após o modo de deformação elástico à encurvadura previamente obtido no primeiro desenvolvimento computacional, para se considerar a geometria com imperfeições. A análise é não linear elástica e imposição de carga incremental, cujo procedimento é idêntico ao desenvolvimento computacional anterior. Nesta análise foi efetuada utilizando uma carga incremental de 100 e com um valor mínimo de 10, e com um critério de convergência de malha baseado na força e no momento.

Para compreensão dos três desenvolvimentos computacionais, apresenta-se um fluxograma na Figura 32, com as etapas necessárias à realização das diferentes simulações numéricas.

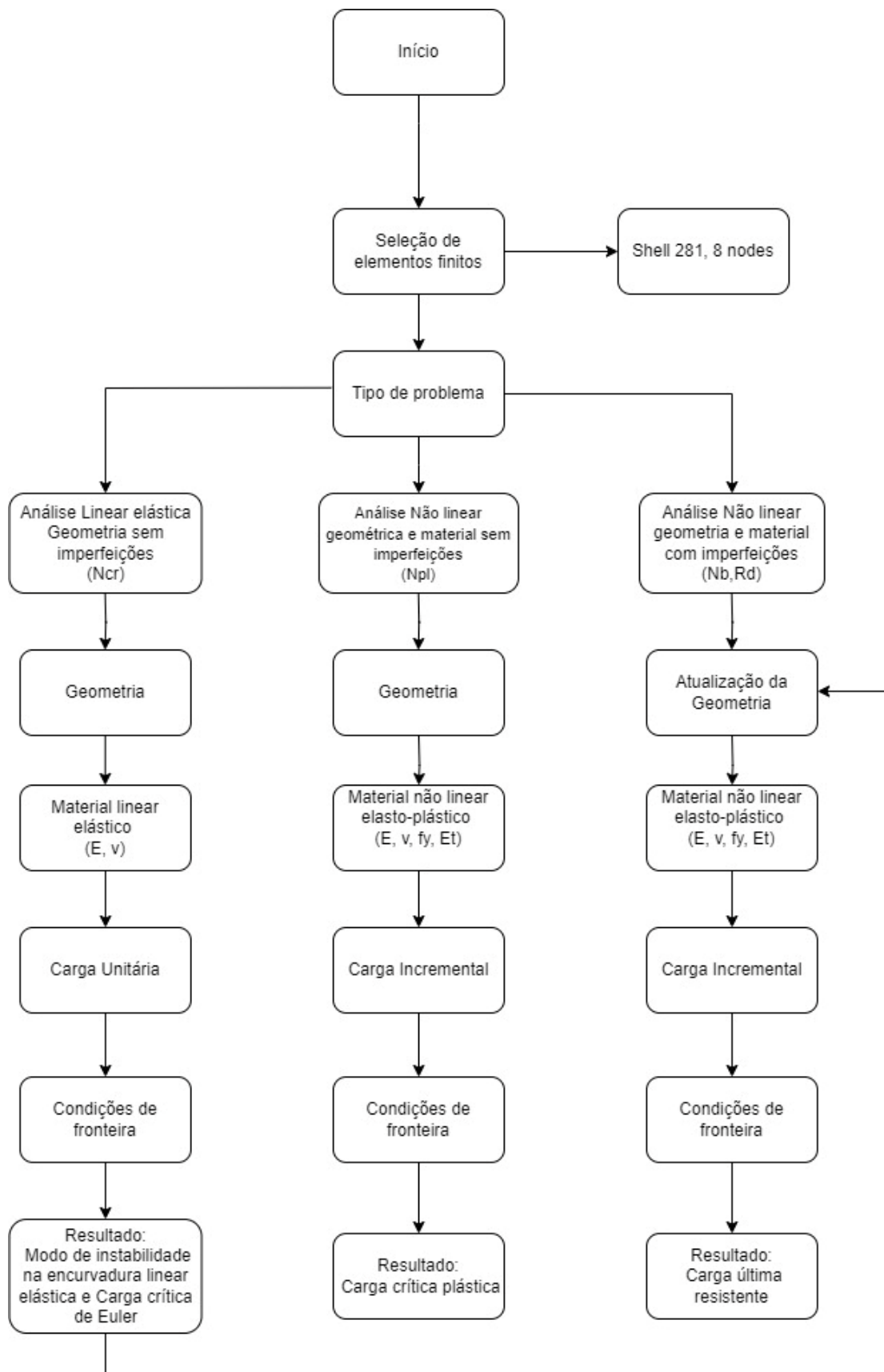


Figura 32 - Fluxograma das etapas de simulação

3.2.2.1. Análise de estabilidade linear elástica

Para obter os resultados da carga crítica de Euler, utiliza-se o efeito de pré tensão no comportamento de encurvadura elástica linear das colunas utilizando o ANSYS. Os efeitos de pré-tensão garantem o cálculo da matriz tensão-rigidez. Este processo envolve, inicialmente, a realização de uma análise estrutural numa estrutura idealmente carregada. A partir dessa análise, calcula-se o campo de tensões, que serve de base para continuar uma análise modal. Esta análise modal resulta na determinação dos modos de encurvadura da coluna, como demonstrado na Figura 33.

Para o estudo em questão foi aplicado uma carga unitária na coluna com o objetivo de determinar a carga de crítica de encurvadura da coluna. Este método permite a validação de modelos numéricos através da comparação com os modelos analíticos.

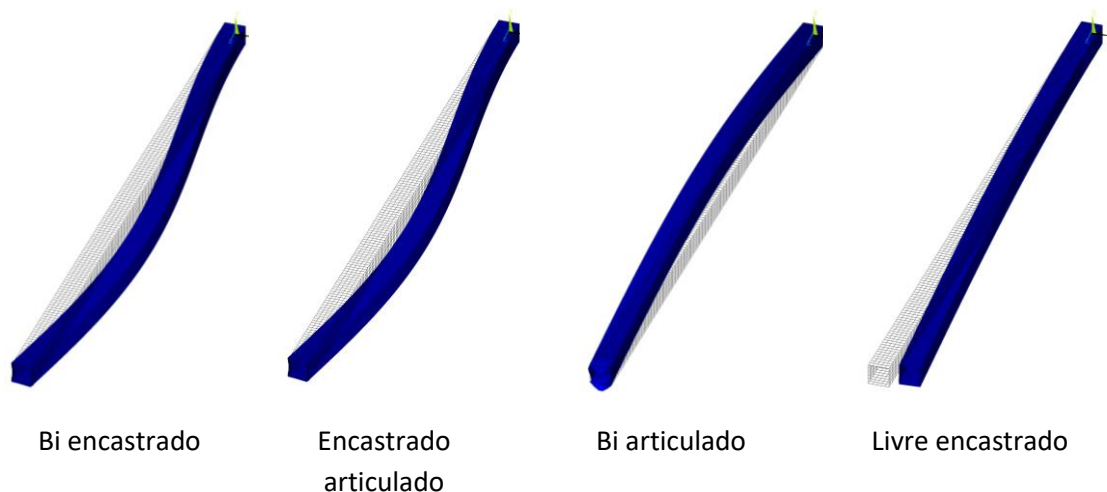


Figura 33 - Modos de encurvadura para as diferentes condições de fronteira, para uma coluna com 1500 mm de comprimento

3.2.2.2. Análise de estabilidade não linear plástica

Para determinar o valor da carga plástica, foi realizado uma análise de estabilidade não linear plástica processo envolve a resolução iterativa de equações não lineares, onde a carga aplicada é dividida em pequenos incrementos, deste modo é possível obter resultados mais precisos.

A carga incremental máxima aplicada provoca o colapso plástico da coluna, na ausência de quaisquer imperfeições. Este colapso é baseado na transição do comportamento elástico para o regime plástico do material.

Na Figura 34, estão representadas as tensões equivalentes obtidas com a carga máxima aplicada. Essas tensões evidenciam as zonas críticas, que estão sujeitas ao colapso plástico.

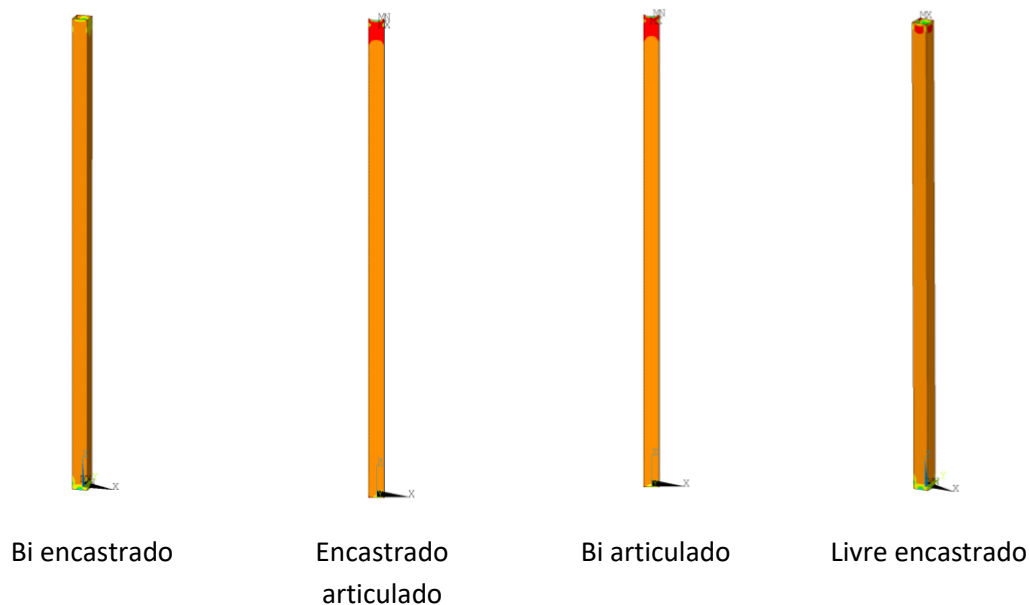


Figura 34 - Tensões equivalentes para as diferentes condições de fronteira, para uma coluna com 1500 mm de comprimento

3.2.2.3. Análise de estabilidade não linear plástica com imperfeições geométricas

Com o intuito de obter a resistência à encurvadura, foi realizada uma análise de estabilidade não linear plástica, que incorporou tanto as imperfeições geométricas quanto as propriedades não lineares do material. A forma das imperfeições globais pode ser obtida, a partir da análise estrutural elástica prévia à encurvadura do pilar. A curvatura longitudinal que os pilares normalmente apresentam são imperfeições provenientes dos processos de fabrico, manuseamento e transporte. Essas imperfeições desempenham um papel crucial na resistência à encurvadura e na estabilidade geral da estrutura.

De acordo com alguns autores, estas imperfeições podem ser caracterizadas como uma função harmónica, que descreve a deformação inicial da coluna, [41], [42]. A caracterização através de uma equação sinusoidal permite obter uma variação lateral ao campo de deslocamentos da coluna.

$$u(x) = \left(\frac{L}{1000}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (39)$$

Em que $L/1000$ é a amplitude máxima medida da imperfeição geométrica do pilar. Para o comprimento médio do pilar $x=L/2$ ocorre o valor máximo da função harmónica.

Para atualizar a geometria e considerar as imperfeições geométricas foi utilizado o comando UPGEOM do ANSYS. Este comando adiciona às coordenadas de uma geometria ideal, deslocamentos laterais para a atualização a uma configuração deformada. Para a sua implementação, é necessário calcular um fator FACT, obtido com o deslocamento lateral $u(x)$ da encurvadura elástica linear prévia, que multiplicará o efeito às novas coordenadas da geometria.

$$FACT = \left(\frac{L}{1000} \right) / u(x) \quad (40)$$

Além de incluir as imperfeições geométricas, este modelo computacional também considera a introdução do comportamento não linear do material. Para o aço, isso envolve a transição do comportamento elástico para o comportamento plástico. Nesta análise é utilizada a aplicação de uma carga incremental, e resolução iterativa de equações não lineares, para simular o comportamento da coluna até atingir o início da encurvadura, como ilustrado na Figura 35.

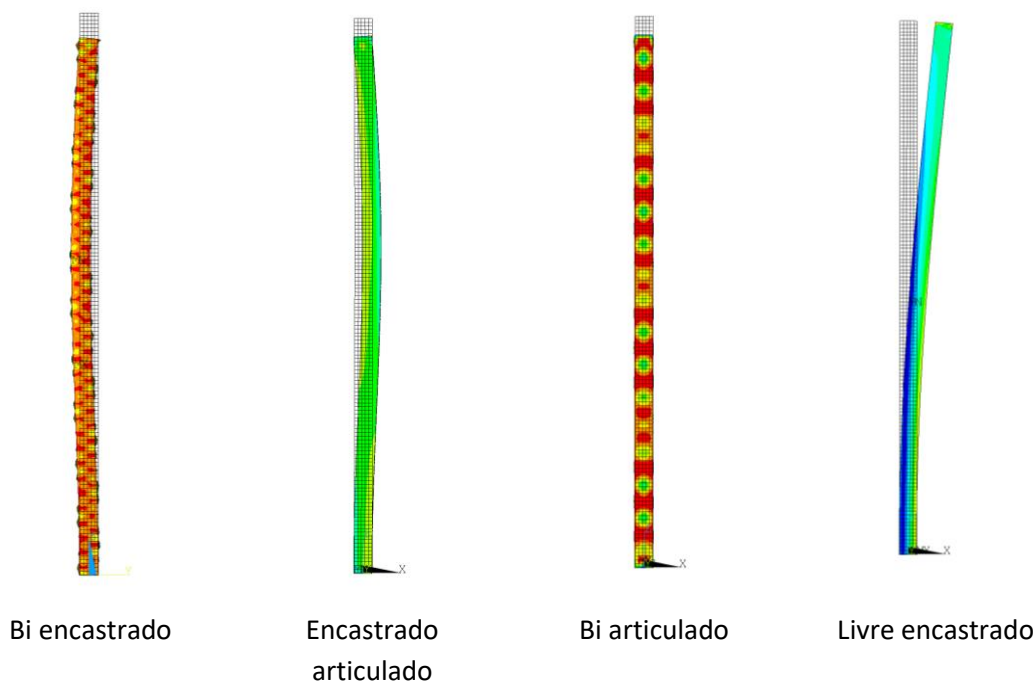


Figura 35 - Comportamento das colunas com imperfeições geométricas e com um comprimento de 1500 mm

3.2.3. Discussão de resultados computacionais

Os resultados obtidos através da simulação no programa ANSYS Student são apresentados na Tabela 8. São registados todos os valores obtidos para as diferentes cargas críticas, para cada condição de fronteira e diferente comprimento de coluna. Os resultados demonstram a influência das condições de fronteira na capacidade última de carga da coluna. Com o aumento do comprimento das colunas menor será o valor da carga crítica suportada.

Tabela 8 - Resultados obtidos através do programa ANSYS, para colunas de secção quadradas

	L mm	Livre/Encastrado			Bi-articulado			Encastrado/articulado			Bi-encastrado		
		N_{cr_A}	N_{pl_A}	N_{b,Rd_A}	N_{cr_A}	N_{pl_A}	N_{b,Rd_A}	N_{cr_A}	N_{pl_A}	N_{b,Rd_A}	N_{cr_A}	N_{pl_A}	N_{b,Rd_A}
		kN			kN			kN			kN		
B50 B=50 mm t=1,5mm	500	235,31	65,80	65,80	949,71	68,40	67,20	1938,35	68,40	68,00	3774,78	61,68	68,00
	1000	61,67	65,80	50,00	235,88	68,40	50,10	486,06	68,40	58,50	941,70	61,60	65,80
	1500	28,09	65,80	25,80	98,48	61,92	67,40	211,39	61,60	63,00	423,19	67,40	55,54
B60 B=60 mm t=1,5mm	500	415,26	80,16	80,16	1659,43	82,08	78,72	3402,00	82,08	82,08	6646,87	82,08	82,08
	1000	105,891	79,68	71,28	418,13	82,08	70,32	846,28	76,56	77,76	1661,34	82,56	74,16
	1500	47,97	79,68	40,08	184,21	82,08	78,12	375,21	82,08	82,08	737,38	82,08	52,80
B80 B=80 mm t=1,5mm	500	1016,31	106,88	91,84	4012,27	110,08	106,88	8179,05	110,08	110,08	16025,30	110,08	109,44
	1000	250,16	106,88	100,80	1001,58	110,08	103,68	2044,11	110,08	101,66	4015,02	110,08	110,08
	1500	112,73	112,90	88,00	445,97	110,08	101,12	909,80	110,08	90,24	1783,40	110,08	80,96

Os resultados do modelo numérico permitem verificar que o valor da carga plástica apresenta uma ligeira variação. No entanto, para cada secção reta diferente, o valor é quase constante. Os valores da carga de resistência à encurvadura também seguem o mesmo padrão uniforme, em que o aumento do comprimento resulte na diminuição da carga suportada. Notou-se que, em alguns casos, os valores obtidos para o L=1500 mm são superiores aos valores obtidos para o L=1000 mm. Esta diferença de valores pode estar relacionada com ajustes numéricos efetuados para a solução do modelo. Algumas alterações pontuais envolveram a restrição das rotações na base da coluna para a colocação da carga incremental. Deste modo, e devido à necessidade de encontrar a melhor combinação de restrições para proporcionar os melhores resultados, foi possível observar ligeiras discrepâncias.

As seguintes figuras apresentam todos os resultados do método numérico, com cada gráfico correspondente a uma condição de fronteira aplicada à coluna. Os resultados obtidos incluem a variação numérica de N_{cr_A} , N_{b,Rd_A} , obtidos com o ANSYS.

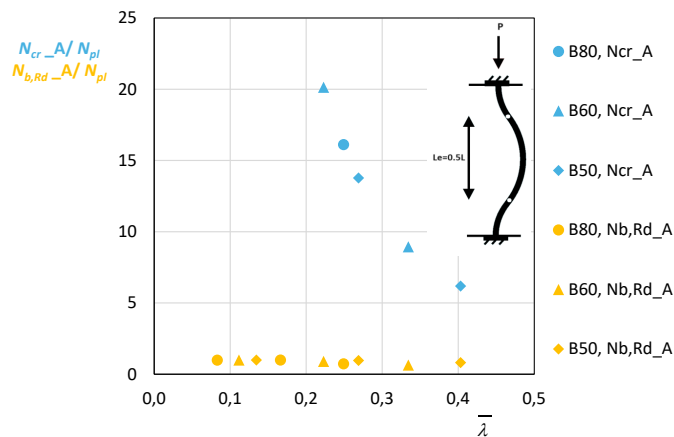


Figura 36 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Bi-encastrado - Resultados numéricos

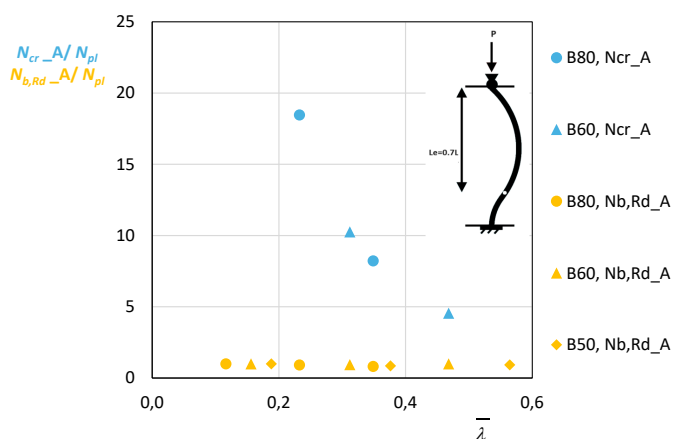


Figura 37 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Encastrado/Articulado – Resultados numéricos

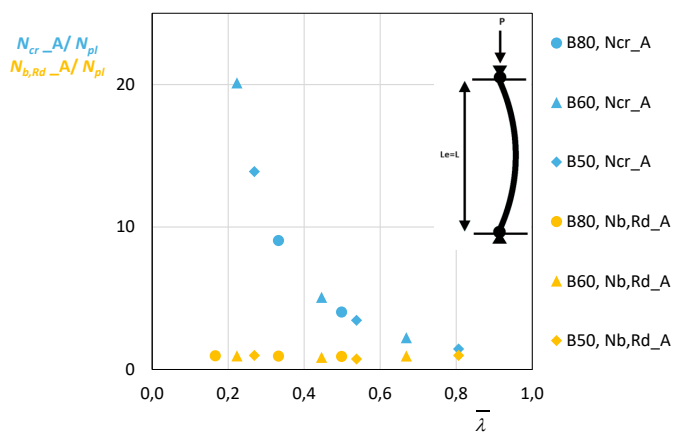


Figura 38 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Bi-articulado - Resultados numéricos

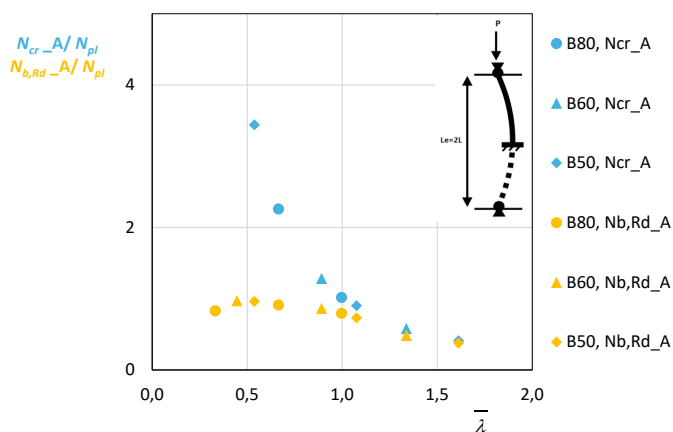


Figura 39 - Carga crítica e resistência à encurvadura de projeto em função da carga de resistência, em colunas de secção quadrada. Condição de fronteira – Livre/Encastrado – Resultados numéricos

Analisando os resultados obtidos para o método numérico, é possível verificar que os valores das relações da carga crítica e da resistência à encurvadura de projeto, apresentam valores constantes. Permitindo assim, concluir que com o aumento da esbelteza da coluna o valor da carga crítica diminui.

No valor mais crítico, este foi obtido também, para a condição de fronteira livre/encastado, presente na Figura 39, em que o valor foi de 1,61. Dado a que, os valores de esbelteza passem os valores de 1,0 e exista coincidência das curvas entre a carga crítica e a resistência de encurvadura de projeto, as colunas estão sujeitas a instabilizar por encurvadura.

Através dos resultados obtidos é também possível verificar que a resistência à encurvadura de projeto varia consoante o comprimento das colunas em estudo.

3.3. Validação do modelo computacional

Após a simulação dos modelos numéricos desenvolvidos torna-se imprescindível analisar os resultados de modo a validar as condições admitidas e a parametrização utilizada no programa ANSYS Student. Deste modo este subcapítulo dedica-se à comparação dos resultados obtidos através do modelo analítico com o modelo numérico. Para esta validação, foi estabelecida a diferença até 20% entre os resultados numéricos e analíticos, como aceitável. O valor para este critério permite uma margem para considerar as inevitáveis discrepâncias decorrentes das simplificações numéricas e das condições de fronteira aplicadas.

3.3.1. Discussão de resultados

Com os resultados obtidos nos dois subcapítulos anteriores, foi possível calcular o erro relativo na comparação dos valores numéricos com os analíticos. Para esta validação, foram utilizadas três equações, a equação (41) calcula o erro relativo de acordo com a carga crítica de Euler (E_{cr}), a equação (42) o erro relativo de acordo com a carga plástica (E_{pl}), e a equação (43) o erro relativo de acordo com a resistência à encurvadura de projeto ($E_{b,Rd}$).

$$E_{cr} = \left(\frac{N_{cr} - N_{cr,A}}{N_{cr}} \right) \times 100\% \quad (41)$$

$$E_{pl} = \left(\frac{N_{pl} - N_{pl,A}}{N_{pl}} \right) \times 100\% \quad (42)$$

$$E_{b,Rd} = \left(\frac{N_{b,Rd} - N_{b,Rd,A}}{N_{b,Rd}} \right) \times 100\% \quad (43)$$

A Tabela 9, apresenta os valores de erro obtidos para todas as condições de fronteira, tamanhos de secção e comprimentos de colunas.

Tabela 9 - Erro relativo entre os resultados obtidos analiticamente e numericamente

	L mm	Livre/Encastrado			Bi-articulado			Encastrado/articulado			Bi-encastrado		
		E_{cr}	E_{pl}	$E_{b,Rd}$	E_{cr}	E_{pl}	$E_{b,Rd}$	E_{cr}	E_{pl}	$E_{b,Rd}$	E_{cr}	E_{pl}	$E_{b,Rd}$
		%			%			%			%		
B50	500	0,58	3,78	5,48	0,32	0,02	0,21	0,32	0,02	0,82	0,32	9,80	1,96
B=50 mm	1000	4,23	3,78	19,24	0,34	0,02	19,69	0,63	0,02	10,79	0,53	9,92	2,28
t=1,5mm	1500	6,82	3,78	14,78	6,38	9,45	24,43	1,53	9,92	2,02	0,58	1,44	14,69
B60	500	0,01	2,82	3,35	0,09	0,49	4,08	0,37	0,49	1,43	0,05	0,49	2,37
B=60 mm	1000	2,01	3,40	16,85	0,70	0,49	9,34	0,13	7,18	3,28	0,03	0,09	9,64
t=1,5mm	1500	3,97	3,40	7,97	0,18	0,49	9,87	0,37	0,49	6,55	0,11	0,49	33,96
B80	500	1,33	3,44	14,45	0,01	0,55	4,14	0,10	0,55	2,32	0,14	0,55	3,57
B=80 mm	1000	0,23	3,44	5,42	0,14	0,55	3,42	0,13	0,55	7,49	0,08	0,55	1,27
t=1,5mm	1500	1,15	2,01	19,02	0,05	0,55	1,21	0,01	0,55	15,58	0,02	0,55	26,05

Analisando os valores de erros obtidos para a carga crítica, é possível concluir que os resultados em geral se aproximaram dos valores analíticos dos casos em estudo. No entanto, para um comprimento de L=1500 mm, observou-se o maior valor percentual de erro. Especificamente, na condição livre/encastrado, para a secção de 50 mm e para um comprimento de 1500 mm, o erro foi de 6,82%.

Para a carga plástica, os valores obtidos resultaram em pequenas oscilações de erro. Da análise dos resultados de todas as cargas, a plástica apresentou os valores de erro mais constantes. Os maiores valores de erro foram encontrados nas condições de encastrado/articulado e bi-encastrado, secção de 50 mm, comprimento de 1000 mm e 1500mm, com valores na ordem dos 9%.

Os valores de erro para a carga de resistência de encurvadura de projeto foram os mais elevados. Neste caso, três valores ultrapassaram o limite considerado de 20%. Para a condição bi-encastrado, secção de 60 mm e comprimento de 1500 mm, o valor obtido foi 33,96%. Na condição bi-encastrado, para uma secção de 80mm e um comprimento de 1500mm, com um valor de 26,05%. E o último valor que ultrapassou o valor considerado aceitável foi a condição bi-articulado, secção de 50 mm e comprimento de 1500 mm, o valor obtido de erro foi 24,43%.

Nos seguintes gráficos, apresenta-se a comparação de todos os resultados entre os métodos numérico e analítico, cada gráfico corresponde à condição de fronteira aplicada à coluna.

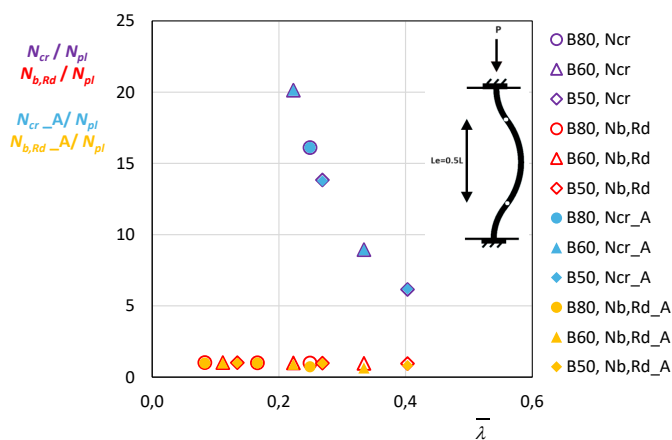


Figura 40 - Comparação de resultados entre o modelo numérico e analítico - Condição de fronteira Bi-encastrado –

Metodologia e Desenvolvimento

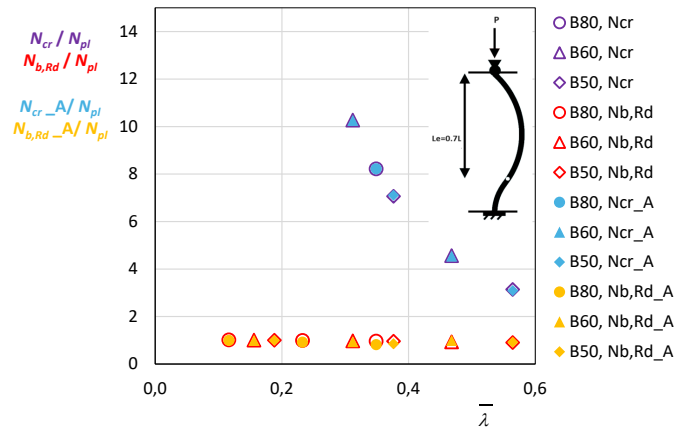


Figura 41 - Comparação de resultados entre o modelo numérico e analítico - Condição de fronteira B Encastrado/Articulado

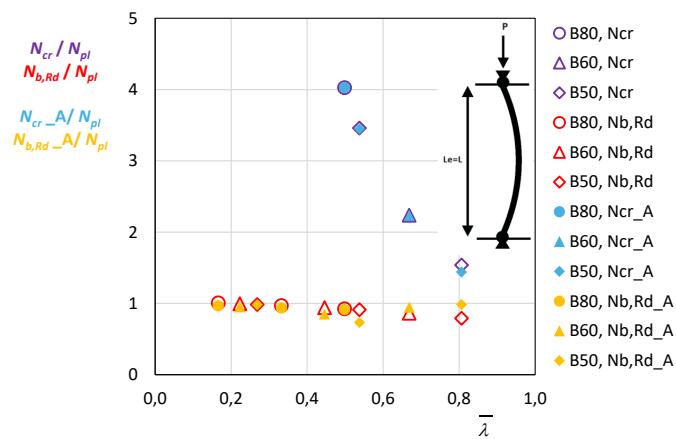


Figura 42 - Comparação de resultados entre o modelo numérico e analítico - Condição de fronteira B Encastrado/Articulado

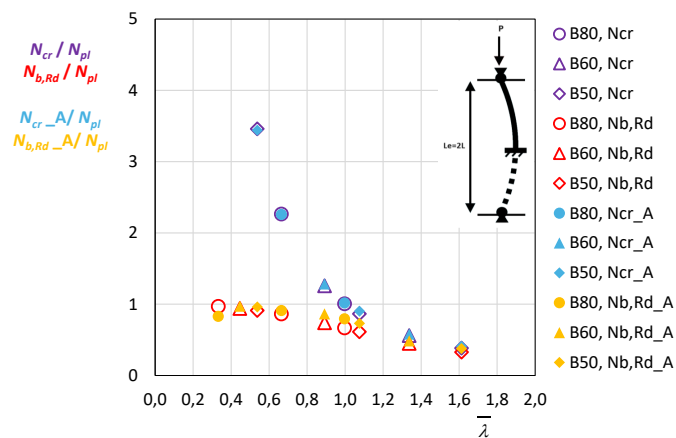


Figura 43 - Comparação de resultados entre o modelo numérico e analítico - Condição de fronteira Livre/Encastrado

Os resultados obtidos incluem a variação analítica de N_{cr} , $N_{b,Rd}$, bem como os resultados numéricos $N_{cr,A}$, $N_{b,Rd,A}$, obtidos com o ANSYS. Os dados apresentados indicam que a carga crítica de Euler varia com o comprimento das colunas estudadas. A relação entre a carga crítica e a carga de cedência corresponde à maior secção, de B80. Além disso, colunas com menores comprimentos atingem cargas mais elevadas. As grandes colunas no estudo apresentam efeitos de encurvadura, devido à sua esbelteza.

Os resultados numéricos concordam com os resultados analíticos utilizando as equações simplificadas. A resistência à encurvadura de projeto, relacionada com a resistência à cedência das colunas, é menor em comparação com a carga crítica de Euler relacionadas com a resistência à cedência, nomeadamente até a esbelteza de 1,0. Isto quer dizer que as colunas não falharão até este valor.

Os resultados apresentados indicam também que as resistências à encurvadura de projeto variam com o comprimento das colunas estudadas, apresentando uma grande diferença quando a coluna é curta. Em todos os pilares estudados, quando o comprimento de encurvadura da coluna diminui, significa que a estabilidade à encurvadura aumenta.

A partir da análise das figuras anteriores, é possível concluir que os valores obtidos numericamente apresentam pequenas variações em alguns casos específicos. Notavelmente, as duas últimas condições de fronteira mostram uma variação significativa nos valores obtidos. No entanto, dado que os valores obtidos apresentem uma concordância, em geral, na análise de resultados, o modelo numérico mostra-se como uma ferramenta eficaz para este tipo de problema, obtendo assim resultados de forma alternativa e confiáveis.

Além disso, é importante destacar que o modelo numérico permite a simulação de diferentes cenários e condições de fronteira, proporcionando uma visão detalhada e abrangente do comportamento do sistema em estudo. A capacidade de ajustar e testar múltiplas variáveis de maneira eficiente torna este método especialmente valioso em campos onde a análise analítica pode ser limitada.

A utilização de modelos numéricos também facilita a identificação de padrões e tendências que podem não ser imediatamente evidentes através de métodos analíticos. Deste modo, com este método é possível entender e identificar visualmente fenómenos subjacentes, por exemplo como é o caso de encurvaduras locais ao longo da coluna. Portanto, ao considerar estas pequenas variações observadas e a precisão global dos resultados, podemos afirmar que os modelos numéricos são uma escolha fiável a ter em conta na fase de projeto estrutural.

4. Análise da estabilidade de colunas de secção não uniforme

Na indústria é comum haver colunas estruturais sujeitas à compressão, mas que apresentam furações/rasgos ao longo seu comprimento. Estas colunas são frequentemente encontradas em diversos setores da indústria, desde a construção civil até a engenharia eletrotécnica, devido às vantagens que oferecem, pelas diversas questões funcionais. Um dos principais motivos para a furação de colunas é a passagem de cabos elétricos. Em muitas instalações, é preferível que os cabos passem pelo interior das colunas, em vez de serem fixadas externamente, o que proporciona uma série de benefícios. Nomeadamente, a passagem interna de cabos melhora a estética da estrutura, resultando num visual mais limpo e organizado. Além disso, a proteção dos cabos no interior das colunas minimiza o risco de danos mecânicos e vandalismo, aumentando a segurança e a durabilidade do sistema elétrico. Em outros casos, estas furações podem ser utilizadas para reduzir peso à estrutura. Como exemplo, na Figura 44, é possível ver a utilização de furações para a passagem de cabos elétricos. No caso em específico, trata-se de uma plataforma elevatória do tipo tesoura.



Figura 44 - Exemplo de aplicação de furação numa coluna de secção quadrada

Dado que o EC3-1-1, não inclui especificações para colunas tubulares de secção recta não uniforme, torna-se necessário efetuar um estudo para entender qual a influência de furações na estabilidade de uma coluna. E dessa forma, tornar possível verificar como as furações afetam a capacidade de carga das colunas, em comparação com colunas sem furações.

Este capítulo tem como objetivo principal analisar a estabilidade de colunas, com secção variável ao longo do comprimento. Será quantificada a redução na estabilidade estrutural, que essas furações podem impor na resistência das colunas tubulares. Para alcançar este objetivo, serão realizadas simulações computacionais no programa ANSYS Student, com base no modelo numérico desenvolvido e validado pelas equações de cálculo analíticas.

4.1. Modelo de Estudo

Neste modelo de estudo, serão analisadas colunas com secção quadrada de 50x50 mm com comprimentos de 500 mm e 1500 mm, representando as colunas mais críticas obtidas anteriormente. As condições de fronteira utilizadas neste novo modelo de coluna será o livre-encastado, por ser a condição mais critica também nos casos estudados anteriormente.

As colunas neste estudo apresentam duas furações, uma em cada extremidade, com as seguintes dimensões e posicionamento. São furações de diâmetro 25 mm, com uma distância de 100 mm em relação às extremidades do tubo, e a 25 mm das laterais do tubo. Deste modo para a coluna com 500 mm de comprimento as furações apresentam uma distância entre furos de 300 mm, Figura 45. Na coluna com 1500 mm de comprimento, as furações apresentam uma distância entre furos de 1300 mm, como ilustrado na Figura 46.

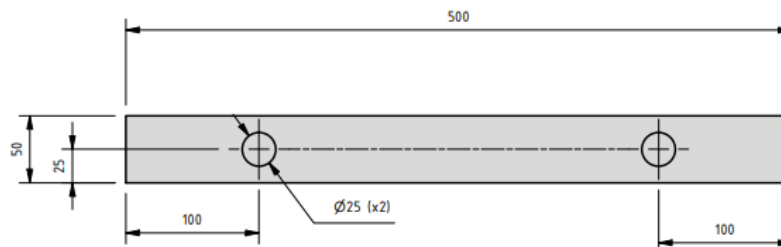


Figura 45 - Coluna com secção quadrada 50x50 com comprimento de 500mm

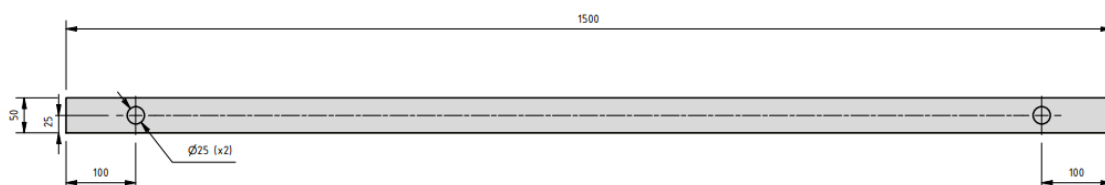


Figura 46 - Coluna com secção quadrada 50x50 com comprimento de 1500mm

Os valores da carga plástica (N_{pl}) não foram considerados nesta análise, uma vez que o objetivo é calcular a carga crítica de Euler (N_{cr}) e a resistência à encurvadura de projeto ($N_{b,Rd}$). Assim sendo, vai ser efetuada a análise linear plástica sem imperfeições geométricas (N_{cr}) e a análise não linear plástica com imperfeições geométricas ($N_{b,Rd}$).

4.2. Discussão de Resultados

Analisando as simulações efetuadas para o comprimento $L = 500$ mm, conforme a Figura 47, observa-se que há a ocorrência de encurvaduras locais ao longo da coluna. Neste caso específico, a coluna é curta e a distância entre furos também é pequena. Esta configuração resulta em valores de carga mais baixos, pois a proximidade entre furos e as extremidades da coluna favorece a formação da encurvadura local. Uma possível solução para mitigar este efeito seria a utilização de placas nas extremidades das colunas. Essas placas ajudariam a distribuir a carga de maneira mais uniforme ao longo da secção.

Para a resistência à encurvadura observa-se que os valores máximos de resistência ocorrem ao redor das furações. Em colunas de secção uniforme, a resistência máxima tende a ser uniforme ao longo de toda a coluna, exceto nas proximidades da extremidade fixa, onde os valores de resistência são mais elevados.

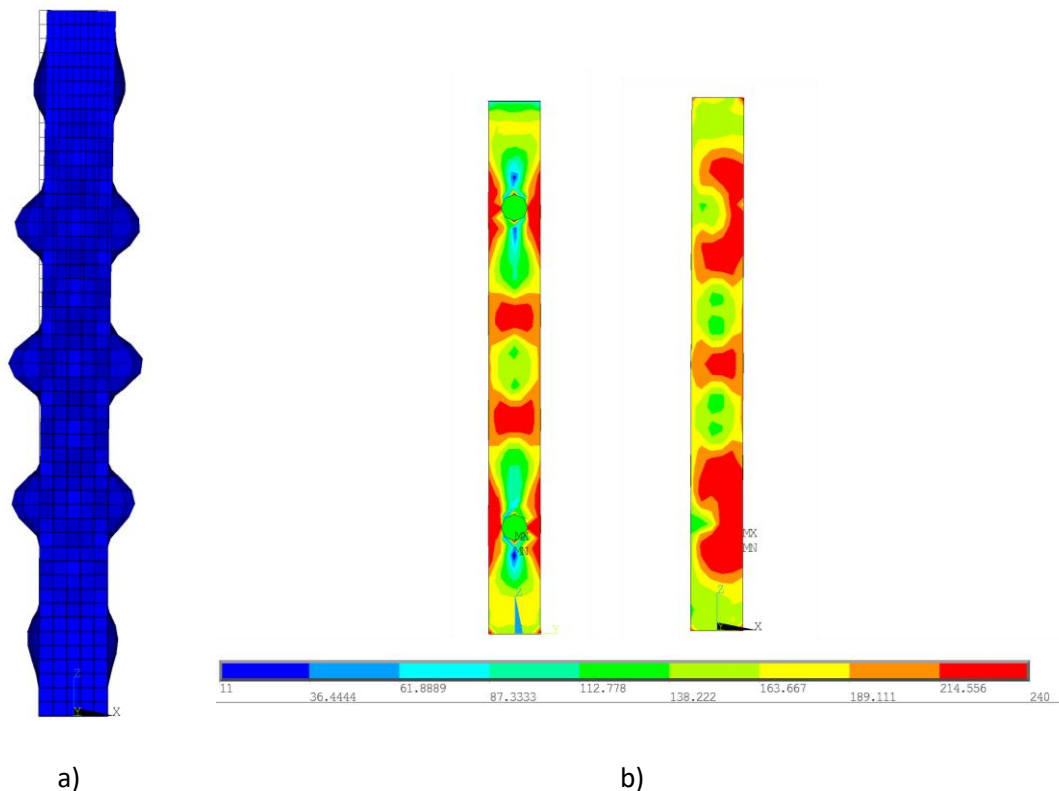


Figura 47 - Simulações efetuadas para $L = 500$ mm: a) Carga crítica; b) Resistência à encurvadura

Analisando as simulações para o comprimento de $L = 1500$ mm, apresentadas na Figura 48, observa-se uma diferença significativa, em relação à coluna de 500 mm. Para a coluna longa o fenómeno de encurvadura local não acontece. Na resistência à encurvadura, os valores de resistência máxima são mais uniformes ao longo da coluna. Nota-se que a resistência máxima ocorre na furação próxima à extremidade fixa da coluna, onde começa a encurvar a partir dessa furação. Para colunas mais esbeltas, a furação utilizada tem pouco efeito sobre a capacidade de carga que pode suportar.

Análise da estabilidade de colunas de secção não uniforme

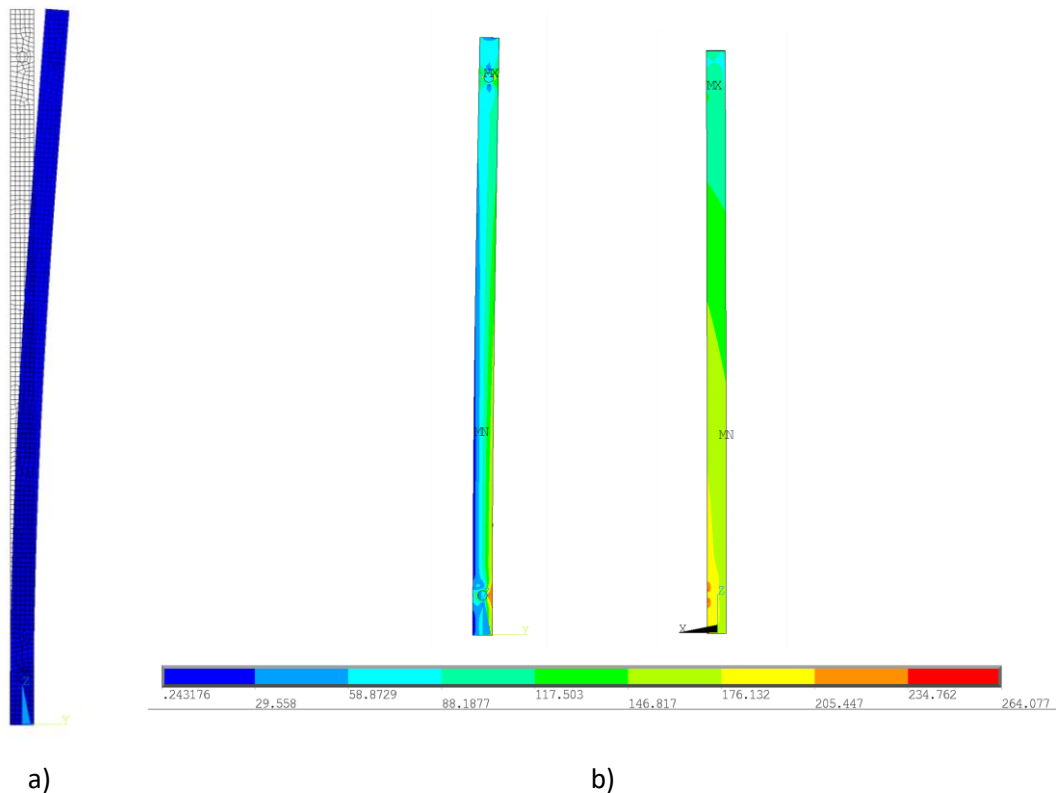


Figura 48 - Simulações efetuadas para $L = 1500$ mm: a) Carga crítica; b) Resistência à encurvadura

Neste estudo sobre a carga crítica, observa-se uma diferença significativa nos valores obtidos entre os dois comprimentos analisados. Para o comprimento de 500 mm, há uma maior discrepância nos valores, o que pode ser atribuído à localização das furações, que influenciam consideravelmente a instabilidade da coluna.

A equação (44), permite obter a redução da carga crítica, entre a secção uniforme e a secção não uniforme.

$$R_{cr} = \left(\frac{N_{cr_A} - N_{cr_A^*}}{N_{cr_A}} \right) \times 100\% \quad (44)$$

Por outro lado, para o comprimento de 1500 mm, os valores obtidos são bastante similares, indicando que, neste caso, a furação tem um efeito mínimo na instabilidade da coluna. Consequentemente, os valores são muito próximos daqueles obtidos em colunas testadas sem furações.

A equação (45), permite obter uma relação para verificar a redução da resistência de encurvadura de projeto, entre a secção uniforme e a secção não uniforme.

$$R_{b,Rd} = \left(\frac{N_{b,Rd_A} - N_{b,Rd_A^*}}{N_{b,Rd_A}} \right) \times 100\% \quad (45)$$

A Tabela 10, apresenta as duas colunas que foram utilizadas para fazer este estudo com secção variável no comprimento da coluna. Os valores foram obtidos numericamente através do programa ANSYS Student, em que a carga crítica e a resistência à encurvadura de projeto com secção uniforme são nomeadamente, $N_{cr,A}$ e $N_{b,Rd,A}$. Para a carga crítica e a resistência à encurvadura de projeto com secção variável no comprimento são nomeadamente, N_{cr,A^*} e N_{b,Rd,A^*} .

Tabela 10 - Resultados numéricos em pilares SHS com secção variável

	L	$N_{cr,A}$	N_{cr,A^*}	R_{cr}	$N_{b,Rd,A}$	N_{b,Rd,A^*}	$R_{b,Rd,A}$
	mm	kN		%	kN		%
B50	500	235,31	208,085	11,57	65,80	47	28,57
	1500	28,09	26,213	6,68	25,80	24	6,98

Os resultados obtidos, mostram diferenças significativas entre as colunas de 500 mm e 1500 mm de comprimento em comparação às colunas de secção uniforme.

Para a coluna com 500 mm de comprimento, verificou-se uma redução de 11,57 % na carga crítica em relação à coluna de secção uniforme. A resistência à encurvadura de projeto apresentou uma maior redução, 28,57%.

Para a coluna mais esbelta com comprimento de 1500 mm, os resultados obtidos foram mais próximos aos valores obtidos para as secções uniformes. A carga crítica mostrou uma redução de 6,68%, e para a resistência de encurvadura de projeto foi de 6,98%.

Em suma, a influência das furações utilizadas afeta os valores da carga crítica e a resistência à encurvadura de projeto. Observa-se que, para um comprimento de 500 mm, os valores não são uniformes. Isto deve-se à ocorrência de encurvaduras locais presentes ao longo do comprimento da coluna e à posição das furações, que têm mais impacto na coluna mais curta devido à distância reduzida entre furos. Para as colunas mais esbeltas, os valores obtidos foram mais constantes, a rondar os 7%. Neste caso, como a distância entre furos é maior, as furações não causam uma redução muito significativa. Assim, é possível concluir que para as furações utilizadas, à medida que a esbelteza da coluna aumenta, a redução de carga diminui. Além disso, os valores da resistência de encurvadura de projeto serão sempre superiores em comparação com o da carga crítica de Euler.

Análise da estabilidade de colunas de secção não uniforme

5. Conclusão

5.1. Conclusões finais

O estudo sobre encurvadura em colunas tubulares é um tema que continua a ser investigado por diversos autores. Há aspetos adicionais que devem ser considerados na utilização destas estruturas, especialmente na aplicação dos regulamentos e dos Eurocódigos.

A utilização de colunas tubulares é regulamentada por normas específicas que garantem a segurança e a eficácia no seu uso. Este estudo focou-se em aprofundar a análise de encurvadura neste tipo de estruturas, atendendo a situações mais específicas que possam surgir, nomeadamente na utilização de colunas com secção reta variável ao longo do comprimento, não regulamentadas.

Inicialmente foi desenvolvido um modelo analítico, para efetuar todos os cálculos necessários para o projeto de uma coluna tubular de acordo com o EC3-1-1. Com estes cálculos foi possível obter os valores da carga crítica de Euler, os valores de carga plástica e por fim os valores da resistência de encurvadura de projeto, para as diferentes secções, comprimentos e condições de fronteira.

Posteriormente, utilizou-se o MEF para realizar diferentes análises que pudessem ser comparadas com os resultados analíticos. Este método avançado de cálculo permitiu obter uma melhor compreensão mais detalhada do comportamento das colunas tubulares sob diferentes condições de fronteira e de carga.

Com os resultados obtidos, e feita a comparação de resultados entre os valores obtidos analiticamente, verificou-se que os valores numéricos foram muito idênticos aos obtidos analiticamente. No entanto, para a condição de fronteira livre/encastada, é necessário um cuidado adicional, pois em alguns casos os valores de erro ultrapassaram os valores aceitáveis.

Por fim, foi idealizado um modelo de estudo com o objetivo de abordar uma lacuna presente no EC3-1-1. O EC3-1-1 foca-se apenas no estudo de colunas com secção uniforme, mas, em muitos casos, as colunas possuem furações para diversas aplicações e finalidades. Para analisar a relação entre a redução de carga, foi idealizada uma coluna com secção variável. No estudo, constatou-se que as colunas curtas apresentaram a maior redução de carga devido às furações, enquanto, nas colunas mais esbeltas, os valores de redução de carga foram mais baixos e constantes. Esta abordagem permite uma melhor compreensão dos impactos das furações nas colunas.

5.2. Limitações e trabalhos futuros

Na presente dissertação, de acordo com os aspetos abordados, a principal limitação do estudo foi a dificuldade em manter os parâmetros de restrição para todos os tipos de ensaio. Esta inconsistência ocorreu porque os valores obtidos não correspondiam exatamente aos resultados esperados. Portanto, houve a necessidade de reajustar as restrições para obter os melhores resultados possíveis quando os valores iniciais não eram apropriados.

Para trabalhos futuros, especialmente no estudo de secções variáveis, há uma necessidade de aprofundar essa investigação. Inicialmente, é crucial aumentar a quantidade de resultados obtidos para uma melhor compreensão do tema. Além disso, seria benéfico realizar as furações em diferentes posições, como por exemplo a meio vão, para validar o efeito dessas furações nos fatores de redução de carga. Outro ponto importante para futuros estudos é a consideração de diferentes tipos de aço.

Por último, integrar métodos experimentais para validar os modelos numéricos, a combinação destas duas simulações pode oferecer uma visão mais abrangente e precisa sobre o comportamento das colunas com secção variável.

Referências

- [1] J. Wardenier, "Hollow sections in structural applications," *Cidect*, p. 199, 2000.
- [2] H. J. M. Dumby, "Aspectos de dimensionamento de torres eólicas tubulares em aço," 2014.
- [3] M. Hassanzadeh, "Cracks in onshore wind power foundations-Causes and consequences," no. January, p. 68, 2011.
- [4] D. Nacional, "Aeroporto Francisco Sá Carneiro.," 2023
- [5] H. F. S. E. Company, "AASHTO Tubular de Aço Pré-fabricada Trus Arch Ponte Metade Através de Concreto Preenchida."
- [6] C. Katsman, W. Hazeleger, A. Sterl, and J. Beersma, "Exploring high-end climate change scenarios for flood protection of The Netherlands," *IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci.*, vol. 6, no. 35, p. 352004, 2009, doi: 10.1088/1755-1307/6/35/352004.
- [7] Wartsila, "Encyclopedia of Marine and Energy Technology.," 2023.
- [8] Iberdrola, "Os 10 termos mais relevantes da energia eólica 'onshore.'", 2023
- [9] N. Portuguesa, "Projecto de estruturas de aço Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifício," vol. NP EN 1993, 2010.
- [10] R. A. D. Simões, *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas*, CMM-Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista, 2005
- [11] R. Bjorhovde, "Development and use of high performance steel," *J. Constr. Steel Res.*, vol. 60, no. 3–5, pp. 393–400, 2004, doi: 10.1016/S0143-974X(03)00118-4.
- [12] NPEN10210-1, "Perfis ocas estruturais acabados a quente de aços não ligados e de grão fino," 2008.
- [13] NPEN10219-1, "Perfis ocas estruturais soldados e conformados a frio de aços não ligados e de grão fino," *Library (Lond).*, vol. 2001, pp. 1–71, 2005.
- [14] A. Taras *et al.*, "Design Guidelines for INNOVATIVE BUCKLING DESIGN RULES," 2019.
- [15] X. Meng and L. Gardner, "Stability and design of normal and high strength steel CHS beam-columns," *Eng. Struct.*, vol. 251, no. PA, p. 113361, 2022, doi: 10.1016/j.engstruct.2021.113361.
- [16] X. Meng, L. Gardner, A. J. Sadowski, and J. M. Rotter, "Elasto-plastic behaviour and design of semi-compact circular hollow sections," *Thin-Walled Struct.*, vol. 148, p. 106486, Mar. 2020, doi: 10.1016/J.TWS.2019.106486.
- [17] Â. Vieito, "Análise e Dimensionamento de Ligações Viga-Pilar com Placa de Extremidade," 2015.

Referências

- [18] J. Carolina, S. Pedrosa, S. Filomena, and S. Jordão, “Análise Numérica de Ligações de Emenda Aparafusadas Inovadoras entre Perfis de Secção Tubular,” 2016.
- [19] Np En 1993-1-8, “Norma Portuguesa - Eurocódigo 3 - Projeto de estruturas de aço,” *Inst. Port. da Qual.*, p. 146, 2010.
- [20] E. L. Simões and A. Santiago, *Manual de Ligações Metálicas*, 2003
- [21] M. R. Corrêa, “Introdução ao Comportamento Não Linear de Estruturas,” *Apostila Resist. dos Mater. II*, p. 78, 2016.
- [22] N. E. 1991-1-3, “Eurocódigo 3 - Acções em estruturas Parte 1-3 :Acções gerais Acções da neve,” *Inst. Port. da Qual.*, pp. 1–57, 2009.
- [23] CEN, “Np En 1991-1-5,” *Acções em estruturas - Parte 1-5 Acções gerais - Acções térmicas*, p. European Committee for Standardization. Brussels., 2009.
- [24] A. Williams, *Steel structures design*. 2011.
- [25] R. D. Ziemian and J. Wiley, *Guide To Stability Design Criteria for Metal*. 2010.
- [26] N. S. Theahair, “Flexural-Torsional Buckling of Structures,” 1993.
- [27] J. G. Martins, *Estruturas Metálicas*, vol. IV. 2011.
- [28] M. Brettle, “Lateral torsional buckling and slenderness,” *Ncs*, vol. 14, no. 9, pp. 30–34, 2006.
- [29] A. Bureau, “NCCI : Elastic critical moment for lateral torsional buckling,” *Ncci*, pp. 1–13, 2008.
- [30] X. Meng and L. Gardner, “Behavior and Design of Normal- and High-Strength Steel SHS and RHS Columns,” *J. Struct. Eng.*, vol. 146, no. 11, 2020, doi: 10.1061/(asce)st.1943-541x.0002728.
- [31] X. Meng and L. Gardner, “Testing, modelling and design of normal and high strength steel tubular beam-columns,” *J. Constr. Steel Res.*, vol. 183, p. 106735, Aug. 2021, doi: 10.1016/J.JCSR.2021.106735.
- [32] D. G. Linzell, A. Zureick, and R. T. Leon, “Comparison of measured and predicted response of manufactured circular steel tubular members under concentric and eccentric compressive and tensile loads,” *Eng. Struct.*, vol. 25, no. 8, pp. 1019–1031, Jul. 2003, doi: 10.1016/S0141-0296(03)00046-4.
- [33] J. Nseir, “Development of a New Design Method for the Cross-Section Capacity of Steel Hollow Sections,” 2015.
- [34] A. E. Pournara, S. A. Karamanos, E. Mecozzi, and A. Lucci, “Structural resistance of high-strength steel CHS members,” *J. Constr. Steel Res.*, vol. 128, pp. 152–165, Jan. 2017, doi: 10.1016/J.JCSR.2016.08.003.
- [35] M. Hayeck, J. Nseir, E. Saloumi, and N. Boissonnade, “Experimental characterization of steel tubular beam-columns resistance by means of the Overall Interaction Concept,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 128, pp. 92–107, Jul. 2018, doi: 10.1016/J.TWS.2017.05.019.
- [36] A. L. Wagner, “A Numerical Solution For The Ultimate Strength of Tubular Beam-Columns,” 1976. doi: 10.15760/etd.2436.
- [37] X. Meng and L. Gardner, “Cross-sectional behaviour of cold-formed high strength steel circular hollow sections,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 156, p. 106822, Nov. 2020, doi:

Referências

10.1016/J.TWS.2020.106822.

- [38] F. Teixeira, “Método dos Elementos Finitos Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia”, ETEP-Edições Técnicas e Profissionais, 2018
- [39] R. Campilho, “*Método de Elementos Finitos*”, Publindústria, Edição Técnicas, 2012
- [40] H. L. G. Pina, “O Metodo Dos Elementos Finitos.,” *Tec.*, vol. 51, no. 437, pp. 241–248, 1976.
- [41] António Reis and Dinar Camotim, *Estabilidade estrutural*, ORION, 2001.
- [42] P. Piloto, M. V. Real, and J. Francessen, “Numerical and experimental evaluation of torsional buckling of beams at elevated temperatures, Experimental Methods and Experimental Measurements,” 2022.

Declaração de Integridade

Declaro ter conduzido este trabalho académico com integridade. Não plagiei ou apliquei qualquer forma de uso indevido de informações ou falsificação de resultados ao longo do processo que levou à sua elaboração.

Declaro que o trabalho apresentado neste documento é original e de minha autoria, não tendo sido utilizado anteriormente para nenhum outro fim.

Declaro ainda que tenho pleno conhecimento do Código de Conduta Ética do P.PORTO.

NOME: Diogo Alexandre Moreira dos Santos

ISEP, Porto, 14 de Junho de 2024

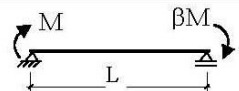
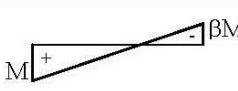
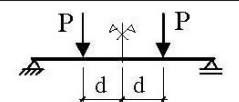
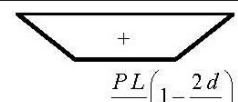
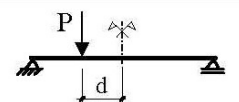
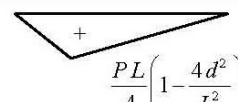
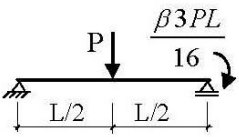
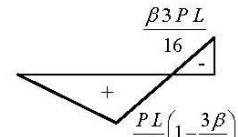
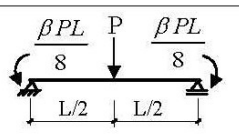
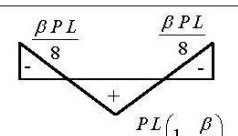
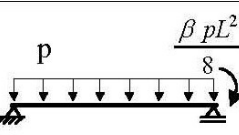
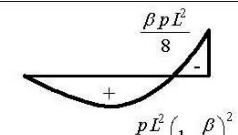
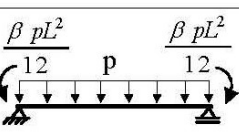
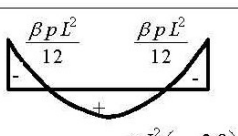
Declaração de Integridade

Anexo A

$$M_{cr} = 6 \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \left[1 + \frac{1.5(\varepsilon - 0.1)}{\sqrt{1 + 2.25(\varepsilon - 0.1)^2}} \right] + 1.5(K - 2) \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \left[1 + \frac{3(\varepsilon - 0.3)}{\sqrt{1 + 9(\varepsilon - 0.3)^2}} \right] \quad (A.5)$$

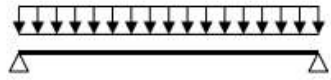

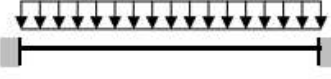

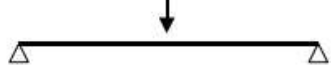

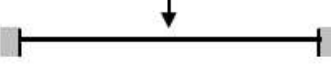

$$M_{cr} = 15 \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \left[1 + \frac{1.8(\varepsilon - 0.3)}{\sqrt{1 + 3.24(\varepsilon - 0.3)^2}} \right] + 4(K - 2) \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \left[1 + \frac{2.8(\varepsilon - 0.4)}{\sqrt{1 + 7.84(\varepsilon - 0.4)^2}} \right] \quad (A.6)$$

Quadro A1.1 - Factores para o cálculo do momento crítico em tramos de vigas com comprimento L e secção duplamente simétrica (Simões, 2005)

Elemento	Momentos	α_m	Validade
		$1.75 + 1.05\beta$ $+ 0.3\beta^2 \leq 2.5$	$-1 \leq \beta \leq 1$
	 $\frac{PL}{2} \left(1 - \frac{2d}{L} \right)$	$1.0 + 0.35 \left(1 - 2d/L \right)^2$	$0 \leq \frac{2d}{L} \leq 1$
	 $\frac{PL}{4} \left(1 - \frac{4d^2}{L^2} \right)$	$1.35 + 0.4 \left(2d/L \right)^2$	$0 \leq \frac{2d}{L} \leq 1$
	 $\frac{\beta 3PL}{4} \left(1 - \frac{3\beta}{8} \right)$	$1.35 + 0.15\beta$	$0 \leq \beta \leq 0.89$
		$-1.2 + 3\beta$	$0.89 \leq \beta \leq 1$
	 $\frac{PL}{4} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right)$	$1.35 + 0.36\beta$	$0 \leq \beta \leq 1$
	 $\frac{pL^2}{8} \left(1 - \frac{\beta}{4} \right)^2$	$1.13 + 0.10\beta$	$0 \leq \beta \leq 0.7$
		$-1.25 + 3.5\beta$	$0.7 \leq \beta \leq 1$
	 $\frac{pL^2}{8} \left(1 - \frac{2\beta}{3} \right)$	$1.13 + 0.12\beta$	$0 \leq \beta \leq 0.75$
		$-2.38 + 4.8\beta$	$0.75 \leq \beta \leq 1$

Anexo B

Table 3.2 Values of factors C_1 and C_2 for cases with transverse loading (for $k = 1$)

Loading and support conditions	Bending moment diagram	C_1	C_2
		1,127	0,454
		2,578	1,554
		1,348	0,630
		1,683	1,645

Note : the critical moment M_{cr} is calculated for the section with the maximal moment along the member

Anexo C

D = 50	CHS																								
	Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
	Apoios		t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ε	50ε ²	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}
			mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN
			1,50	500	1000	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	58,29	139,42	53,71	0,62	0,21	0,74	0,88	47,37
	Livre/Encastrado		1,50	500	500	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	29,15	557,66	53,71	0,31	0,21	0,56	0,98	52,37
	Bi-articulado		1,50	500	350	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	20,40	1138,08	53,71	0,22	0,21	0,53	1,00	53,51
	Encastrado/articulado		1,50	500	250	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	14,57	2230,65	53,71	0,16	0,21	0,51	1,01	54,23
	Bi-encastrado																								
	CHS																								
	Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
	Apoios		t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ε	50ε ²	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}
			mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN
			1,50	1000	2000	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	116,58	34,85	53,71	1,24	0,21	1,38	0,50	27,09
	Livre/Encastrado		1,50	1000	1000	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	58,29	139,42	53,71	0,62	0,21	0,74	0,88	47,37
Bi-articulado		1,50	1000	700	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	40,80	284,52	53,71	0,43	0,21	0,62	0,94	50,67	
Encastrado/articulado		1,50	1000	500	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	29,15	557,66	53,71	0,31	0,21	0,56	0,98	52,37	
Bi-encastrado																									
CHS																									
Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1						
Apoios		t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ε	50ε ²	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}	
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN	
		1,50	1500	3000	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	174,87	15,49	53,71	1,86	0,21	2,41	0,25	13,65	
Livre/Encastrado		1,50	1500	1500	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	87,44	61,96	53,71	0,93	0,21	1,01	0,71	38,31	
Bi-articulado		1,50	1500	1050	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	61,20	126,45	53,71	0,65	0,21	0,76	0,87	46,69	
Encastrado/articulado		1,50	1500	750	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	228,55	67265,38	17,16	43,72	247,85	53,71	0,47	0,21	0,64	0,93	50,20	
Bi-encastrado																									

Gráficos_Analítico		
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
0,62	2,60	0,88
0,31	10,38	0,98
0,22	21,19	1,00
0,16	41,53	1,01

Gráficos_Analítico		
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
1,24	0,65	0,50
0,62	2,60	0,88
0,43	5,30	0,94
0,31	10,38	0,98

Gráficos_Analítico		
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
1,86	0,29	0,25
0,93	1,15	0,71
0,65	2,35	0,87
0,47	4,61	0,93

D = 60	CHS																								
	Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
	Apoios		t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ε	50ε ²	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}
			mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN
			1,50	500	1000	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	48,33	244,58	64,78	0,51	0,21	0,67	0,92	59,58
	Livre/Encastrado		1,50	500	500	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	24,17	978,33	64,78	0,26	0,21	0,54	0,99	63,96
	Bi-articulado		1,50	500	350	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	16,92	1996,58	64,78	0,18	0,21	0,51	1,00	65,06
	Encastrado/articulado		1,50	500	250	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	12,08	3913,30	64,78	0,13	0,21	0,50	1,02	65,79
	Bi-encastrado																								
	CHS																								
	Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
	Apoios		t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ε	50ε ²	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}
			mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN
			1,50	1000	2000	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	96,67	61,15	64,78	1,03	0,21	1,12	0,65	41,79
	Livre/Encastrado		1,50	1000	1000	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	48,33	244,58	64,78	0,51	0,21	0,67	0,92	59,58
Bi-articulado		1,50	1000	700	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	33,83	499,15	64,78	0,36	0,21	0,58	0,96	62,38	
Encastrado/articulado		1,50	1000	500	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	24,17	978,33	64,78	0,26	0,21	0,54	0,99	63,96	
Bi-encastrado																									
CHS																									
Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1						
Apoios		t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ε	50ε ²	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}	
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN	
		1,50	1500	3000	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	145,00	27,18	64,78	1,54	0,21	1,83	0,35	22,96	
Livre/Encastrado		1,50	1500	1500	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	72,50	108,70	64,78	0,77	0,21	0,86	0,81	52,56	
Bi-articulado		1,50	1500	1050	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	50,75	221,84	64,78	0,54	0,21	0,68	0,91	59,03	
Encastrado/articulado		1,50	1500	750	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	275,67	118006,02	20,69	36,25	434,81	64,78	0,39	0,21	0,59	0,96	61,96	
Bi-encastrado																									

Gráficos_Analítico		
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
0,51	3,78	0,92
0,26	15,10	0,99
0,18	30,82	1,00
0,13	60,41	1,02

Gráficos_Analítico		
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
1,03	0,94	0,65
0,51	3,78	0,92
0,36	7,70	0,96
0,26	15,10	0,99

Gráficos_Analítico		
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
1,54	0,42	0,35
0,77	1,68	0,81
0,54	3,42	0,91
0,39	6,71	0,96

D = 80	CHS																							
	Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				
	Apoios	t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ϵ	$70\epsilon^2$	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	$\bar{\lambda}$	α	Φ	χ	Nb,Rd
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN
	Livre/Encastrado	1,50	500	1000	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	2	369,92	285048,43	27,76	36,02	590,80	86,93	0,38	0,21	0,59	0,96	83,20
	Bi-articulado	1,50	500	500	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	18,01	2363,18	86,93	0,19	0,21	0,52	1,00	87,09
	Encastrado/articulado	1,50	500	350	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	12,61	4822,83	86,93	0,13	0,21	0,50	1,01	88,17
	Bi-encastrado	1,50	500	250	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	9,01	9452,74	86,93	0,10	0,21	0,49	1,02	88,89
	CHS																							
	Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				
	Apoios	t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ϵ	$50\epsilon^2$	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	$\bar{\lambda}$	α	Φ	χ	Nb,Rd
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN
	Livre/Encastrado	1,50	1000	2000	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	72,05	147,70	86,93	0,77	0,21	0,85	0,81	70,75
	Bi-articulado	1,50	1000	1000	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	36,02	590,80	86,93	0,38	0,21	0,59	0,96	83,20
	Encastrado/articulado	1,50	1000	700	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	25,22	1205,71	86,93	0,27	0,21	0,54	0,98	85,61
Bi-encastrado	1,50	1000	500	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	18,01	2363,18	86,93	0,19	0,21	0,52	1,00	87,09	
CHS																								
Geometria							Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	De	Di	Dmed	E	fy	d/t	ϵ	$50\epsilon^2$	Classe	A	I	i	λ	Ncr	Npl	$\bar{\lambda}$	α	Φ	χ	Nb,Rd	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	-	kN	kN					kN	
Livre/Encastrado	1,50	1500	3000	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	108,07	65,64	86,93	1,15	0,21	1,26	0,56	48,84	
Bi-articulado	1,50	1500	1500	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	54,04	262,58	86,93	0,58	0,21	0,70	0,90	78,16	
Encastrado/articulado	1,50	1500	1050	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	37,83	535,87	86,93	0,40	0,21	0,60	0,95	82,76	
Bi-encastrado	1,50	1500	750	80	77,00	78,50	210000	235	52,33	1	70	1	369,92	285048,43	27,76	27,02	1050,30	86,93	0,29	0,21	0,55	0,98	85,22	

Graficos_Analitico		
$\bar{\lambda}$	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
0,38	6,80	0,96
0,19	27,18	1,00
0,13	55,48	1,01
0,10	108,74	1,02

Graficos_Analitico		
$\bar{\lambda}$	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
0,77	1,70	0,81
0,38	6,80	0,96
0,27	13,87	0,98
0,19	27,18	1,00

Graficos_Analitico		
$\bar{\lambda}$	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl
-	-	-
1,15	0,76	0,56
0,58	3,02	0,90
0,40	6,16	0,95
0,29	12,08	0,98

Anexo D

H	B = 50	RHS (qua)																										Gráficos_Analitico		Gráficos_Ansys												
		Geometria						Material (S235)		Classe		Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				Resultados Anys_SHELL281						λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt									
		t	L	Le	Be	Bl	Bmed	E	fy	d/t	ε	50r ²	Classe	A	I	I	λ	Ncr	Npt	λ	rr	Φ	χ	N _{Ed}	Ncr (Time)	erro relativo	Npt							erro relativo	N _{Ed}	erro relativo						
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm ⁴	-	kN	kN					kN	kN	%	kN	%	kN	%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		1,50	500	1000	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	50,48	236,68	68,39	0,54	0,21	0,68	0,91	62,38	235,31	0,58	65,8	3,78	65,8	5,48	0,54	3,46	0,91	0,54	3,44	0,96	0,54	3,44	0,96	0,54	3,44	0,96
		1,50	500	500	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	25,24	946,72	68,39	0,27	0,21	0,54	0,98	67,34	949,708	0,32	68,4	0,02	67,2	0,21	0,27	13,84	0,98	0,27	13,89	0,98	0,27	13,89	0,98	0,27	13,89	0,98
		1,50	500	350	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	17,67	1022,07	68,39	0,19	0,21	0,52	1,00	68,36	1022,07	0,32	68,4	0,02	68	0,02	0,19	28,25	1,00	0,19	28,24	0,99	0,19	28,24	0,99	0,19	28,24	0,99
		1,50	500	250	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	12,62	3706,86	68,39	0,13	0,21	0,50	1,01	69,36	3774,78	0,32	61,68	9,80	68	1,96	0,13	55,38	1,01	0,13	55,20	0,99	0,13	55,20	0,99	0,13	55,20	0,99

H	B = 50	RHS (qua)																										Gráficos_Analitico		Gráficos_Ansys												
		Geometria						Material (S235)		Classe		Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				Resultados Anys						λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt									
		t	L	Le	Be	Bl	Bmed	E	fy	d/t	ε	50r ²	Classe	A	I	I	λ	Ncr	Npt	λ	rr	Φ	χ	N _{Ed}	Ncr (Time)	erro relativo	Npt							erro relativo	N _{Ed}	erro relativo						
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm ⁴	-	kN	kN					kN	kN	%	kN	%	kN	%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		1,50	1000	2000	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	100,96	59,17	68,39	1,08	0,21	1,17	0,61	41,93	61,673	4,23	65,8	3,78	50	19,24	1,08	0,87	0,61	1,08	0,90	0,73	1,08	0,90	0,73	1,08	0,90	0,73
		1,50	1000	1000	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	50,48	236,68	68,39	0,54	0,21	0,68	0,91	62,38	235,881	0,34	68,4	0,02	50,1	19,69	0,54	3,46	0,91	0,54	3,45	0,73	0,54	3,45	0,73	0,54	3,45	0,73
		1,50	1000	700	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	35,34	483,02	68,39	0,38	0,21	0,59	0,96	65,38	486,057	0,53	68,4	0,02	58,5	10,79	0,38	7,08	0,96	0,38	7,11	0,85	0,38	7,11	0,85	0,38	7,11	0,85
		1,50	1000	500	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	25,24	946,72	68,39	0,27	0,21	0,54	0,98	67,34	941,695	0,53	61,6	9,92	65,8	2,25	0,27	13,84	0,98	0,27	13,77	0,96	0,27	13,77	0,96	0,27	13,77	0,96

H	B = 50	RHS (qua)																										Gráficos_Analitico		Gráficos_Ansys												
		Geometria						Material (S235)		Classe		Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				Resultados Anys						λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt									
		t	L	Le	Be	Bl	Bmed	E	fy	d/t	ε	50r ²	Classe	A	I	I	λ	Ncr	Npt	λ	rr	Φ	χ	N _{Ed}	Ncr (Time)	erro relativo	Npt							erro relativo	N _{Ed}	erro relativo						
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm ⁴	-	kN	kN					kN	kN	%	kN	%	kN	%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		1,50	1500	3000	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	151,44	26,30	68,39	1,61	0,21	1,95	0,33	22,48	28,09	6,82	65,8	3,78	25,8	14,78	1,61	0,38	0,33	1,61	0,41	0,38	1,61	0,41	0,38	1,61	0,41	0,38
		1,50	1500	1500	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	75,72	105,19	68,39	0,81	0,21	0,89	0,79	54,17	98,483	6,38	61,62	9,45	67,4	24,43	0,81	1,54	0,79	0,81	1,44	0,99	0,81	1,44	0,99	0,81	1,44	0,99
		1,50	1500	1050	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	53,00	214,67	68,39	0,56	0,21	0,70	0,90	61,75	211,387	1,53	61,62	9,92	63	2,02	0,56	3,14	0,90	0,56	3,09	0,92	0,56	3,09	0,92	0,56	3,09	0,92
		1,50	1500	750	50	47,00	48,50	210000	235	32,33	1	50	1	291,00	114193,3	19,81	37,86	420,76	68,39	0,40	0,21	0,60	0,95	65,10	423,188	0,58	67,4	1,44	55,532	14,69	0,40	6,15	0,95	0,40	6,19	0,81	0,40	6,19	0,81	0,40	6,19	0,81

H	B = 60	RHS (qua)																										Gráficos_Analitico		Gráficos_Ansys												
		Geometria						Material (S235)		Classe		Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				Resultados Anys						λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt									
		t	L	Le	Be	Bl	Bmed	E	fy	d/t	ε	50r ²	Classe	A	I	I	λ	Ncr	Npt	λ	rr	Φ	χ	N _{Ed}	Ncr (Time)	erro relativo	Npt							erro relativo	N _{Ed}	erro relativo						
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm ⁴	-	kN	kN					kN	kN	%	kN	%	kN	%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		1,50	500	1000	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	351,00	200333,3	23,89	41,86	415,21	82,49	0,45	0,21	0,63	0,94	77,56	415,256	0,01	80,16	2,82	80,16	3,35	0,45	5,03	0,94	0,45	5,03	0,97	0,45	5,03	0,97	0,45	5,03	0,97
		1,50	500	500	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	351,00	200333,3	23,89	20,93	1650,98	82,49	0,22	0,21	0,53	0,99	82,07	1650,43	0,09	82,08	0,49	78,72	4,08	0,22	20,14	0,99	0,22	20,12	0,95	0,22	20,12	0,95	0,22	20,12	0,95
		1,50	500	350	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	351,00	200333,3	23,89	14,65	3389,50	82,49	0,16	0,21	0,51	1,01	83,27	3402	0,37	82,08	0,49	82,08	1,45	0,16	41,09	1,01	0,16	41,24	1,00	0,16	41,24	1,00	0,16	41,24	1,00
		1,50	500	250	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	351,00	200333,3	23,89	10,46	6843,43	82,49	0,11	0,21	0,50	1,02	84,07	6846,87	0,05	82,08	0,49	82,08	2,37	0,11	80,54	1,02	0,11	80,58	1,00	0,11	80,58	1,00	0,11	80,58	1,00

H	B = 60	RHS (qua)																										Gráficos_Analitico		Gráficos_Ansys												
		Geometria						Material (S235)		Classe		Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				Resultados Anys						λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt									
		t	L	Le	Be	Bl	Bmed	E	fy	d/t	ε	50r ²	Classe	A	I	I	λ	Ncr	Npt	λ	rr	Φ	χ	N _{Ed}	Ncr (Time)	erro relativo	Npt							erro relativo	N _{Ed}	erro relativo						
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm ⁴	-	kN	kN					kN	kN	%	kN	%	kN	%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		1,50	1000	2000	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	351,00	200333,3	23,89	83,72	103,80	82,49	0,89	0,21	0,97	0,74	61,00	105,891	2,01	79,68	3,40	71,28	16,85	0,89	1,26	0,74	0,89	1,28	0,86	0,89	1,28	0,86	0,89	1,28	0,86
		1,50	1000	1000	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	351,00	200333,3	23,89	41,86	415,21	82,49	0,45	0,21	0,63	0,94	77,56	418,133	0,70	82,08	0,49	78,72	9,34	0,45	5,03	0,94	0,45	5,07	0,85	0,45	5,07	0,85	0,45	5,07	0,85
		1,50	1000	700	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	351,00	200333,3	23,89	29,30	847,38	82,49	0,31	0,21	0,56	0,97	80,40	846,278	0,13	78,56	7,18	77,76	3,28	0,31	10,27	0,97	0,31	10,28	0,84	0,31	10,28	0,84	0,31	10,28	0,84
		1,50	1000	500	60	57,00	58,50	210000	235	39,00	1	50	1	351,00	200333,3	23,89	20,93	1650,98	82,49	0,22	0,21	0,53	0,99	82,07	1651,34	0,03	82,56	0,09	74,16	9,54	0,22	20,14	0,99	0,22	20,14	0,99	0,22	20,14	0,99	0,22	20,14	0,99

H	B = 60	RHS (qua)																										Gráficos_Analitico		Gráficos_Ansys			
		Geometria						Material (S235)		Classe		Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				Resultados Anys						λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	λ	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt
		t	L	Le	Be	Bl	Bmed	E	fy	d/t	ε	50r ²	Classe	A	I	I	λ	Ncr	Npt	λ	rr	Φ	χ	N _{Ed}	Ncr (Time)	erro relativo	Npt						
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²																			

Anexo E

B = 50
II

RHS (rect)		Geometria									Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npt	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm			kN	kN					kN	
Libre/Encastrado	1,50	500	1000	50	47,00	48,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	31,33	1	50	1	201,00	14090,75	8,37	119,43		29,20	47,24	1,27	0,21	1,42	0,49	22,98	
Bi-articulado	1,50	500	500	50	47,00	48,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	31,33	1	50	1	201,00	14090,75	8,37	59,72		116,82	47,24	0,64	0,21	0,75	0,88	41,37	
Encastrado/articulado	1,50	500	350	50	47,00	48,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	31,33	1	50	1	201,00	14090,75	8,37	41,80		238,41	47,24	0,45	0,21	0,62	0,94	44,42	
Bi-encastrado	1,50	500	250	50	47,00	48,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	31,33	1	50	1	201,00	14090,75	8,37	29,86		467,28	47,24	0,32	0,21	0,56	0,97	45,97	

Graficos_Analitico		
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt
-	-	-
1,27	0,62	0,49
0,64	2,47	0,88
0,45	5,05	0,94
0,32	9,89	0,97

RHS (rect)		Geometria									Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npt	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm			kN	kN					kN	
Libre/Encastrado	1,50	500	1000	50	47,00	48,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	31,33	1	50	1	231,00	35408,25	12,38	80,77		73,39	54,29	0,86	0,21	0,94	0,76	41,24	
Bi-articulado	1,50	500	500	50	47,00	48,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	31,33	1	50	1	231,00	35408,25	12,38	40,39		293,55	54,29	0,43	0,21	0,62	0,94	51,28	
Encastrado/articulado	1,50	500	350	50	47,00	48,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	31,33	1	50	1	231,00	35408,25	12,38	28,27		599,08	54,29	0,30	0,21	0,56	0,98	53,05	
Bi-encastrado	1,50	500	250	50	47,00	48,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	31,33	1	50	1	231,00	35408,25	12,38	20,19		1174,20	54,29	0,22	0,21	0,52	1,00	54,11	

Graficos_Analitico		
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt
-	-	-
0,86	1,35	0,76
0,43	5,41	0,94
0,30	11,04	0,98
0,22	21,63	1,00

RHS (rect)		Geometria									Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npt	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm			kN	kN					kN	
Libre/Encastrado	1,50	500	1000	50	47,00	48,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	31,33	1	50	1	261,00	68275,75	16,17	61,83		141,51	61,34	0,66	0,21	0,76	0,87	53,14	
Bi-articulado	1,50	500	500	50	47,00	48,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	31,33	1	50	1	261,00	68275,75	16,17	30,91		566,04	61,34	0,33	0,21	0,57	0,97	59,53	
Encastrado/articulado	1,50	500	350	50	47,00	48,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	31,33	1	50	1	261,00	68275,75	16,17	21,64		1155,18	61,34	0,23	0,21	0,53	0,99	60,92	
Bi-encastrado	1,50	500	250	50	47,00	48,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	31,33	1	50	1	261,00	68275,75	16,17	15,46		2264,15	61,34	0,16	0,21	0,51	1,01	61,81	

Graficos_Analitico		
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt
-	-	-
0,66	2,31	0,87
0,33	9,23	0,97
0,23	18,83	0,99
0,16	36,91	1,01

RHS (rect)		Geometria									Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npt	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm			kN	kN					kN	
Libre/Encastrado	1,50	1000	2000	50	47,00	48,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	31,33	1	50	1	201,00	14090,75	8,37	238,87		7,30	47,24	2,54	0,21	3,98	0,14	6,71	
Bi-articulado	1,50	1000	1000	50	47,00	48,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	31,33	1	50	1	201,00	14090,75	8,37	119,43		29,20	47,24	1,27	0,21	1,42	0,49	22,98	
Encastrado/articulado	1,50	1000	700	50	47,00	48,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	31,33	1	50	1	201,00	14090,75	8,37	83,60		59,60	47,24	0,89	0,21	0,97	0,74	34,97	
Bi-encastrado	1,50	1000	500	50	47,00	48,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	31,33	1	50	1	201,00	14090,75	8,37	59,72		116,82	47,24	0,64	0,21	0,75	0,88	41,37	

Graficos_Analitico		
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt
-	-	-
2,54	0,15	0,14
1,27	0,62	0,49
0,89	1,26	0,74
0,64	2,47	0,88

RHS (rect)		Geometria									Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npt	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm			kN	kN					kN	
Libre/Encastrado	1,50	1000	2000	50	47,00	48,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	31,33	1	50	1	231,00	35408,25	12,38	161,54		18,35	54,29	1,72	0,21	2,14	0,29	15,92	
Bi-articulado	1,50	1000	1000	50	47,00	48,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	31,33	1	50	1	231,00	35408,25	12,38	80,77		73,39	54,29	0,86	0,21	0,94	0,76	41,24	
Encastrado/articulado	1,50	1000	700	50	47,00	48,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	31,33	1	50	1	231,00	35408,25	12,38	56,54		149,77	54,29	0,60	0,21	0,72	0,89	48,27	
Bi-encastrado	1,50	1000	500	50	47,00	48,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	31,33	1	50	1	231,00	35408,25	12,38	40,39		293,55	54,29	0,43	0,21	0,62	0,94	51,28	

Graficos_Analitico		
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt
-	-	-
1,72	0,34	0,29
0,86	1,35	0,76
0,60	2,76	0,89
0,43	5,41	0,94

RHS (rect)		Geometria									Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npt	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm			kN	kN					kN	
Libre/Encastrado	1,50	1000	2000	50	47,00	48,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	31,33	1	50	1	261,00	68275,75	16,17	123,66		35,38	61,34	1,32	0,21	1,48	0,46	28,28	
Bi-articulado	1,50	1000	1000	50	47,00	48,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	31,33	1	50	1	261,00	68275,75	16,17	61,83		141,51	61,34	0,66	0,21	0,76	0,87	53,14	
Encastrado/articulado	1,50	1000	700	50	47,00	48,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	31,33	1	50	1	261,00	68275,75	16,17	43,28		288,79	61,34	0,46	0,21	0,63	0,94	57,41	
Bi-encastrado	1,50	1000	500	50	47,00	48,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	31,33	1	50	1	261,00	68275,75	16,17	30,91		566,04	61,34	0,33	0,21	0,57	0,97	59,53	

Graficos_Analitico		
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt
-	-	-
1,32	0,58	0,46
0,66	2,31	0,87
0,46	4,71	0,94
0,33	9,23	0,97

RHS (rect)		Geometria									Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					

B = 60

RHS (rect)		Geometria									Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruina (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1				
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npt	λ̄	α	Φ	χ	N _{b,Rd}
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm			kN	kN					kN
Libre/Encastrado	1,50	500	1000	60	57,00	58,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	38,00	1	50	1	231,00	16663,25	8,49	117,74	-	34,54	54,29	1,25	0,21	1,40	0,50	26,98
Bi-articulado	1,50	500	500	60	57,00	58,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	38,00	1	50	1	231,00	16663,25	8,49	58,87	-	138,15	54,29	0,63	0,21	0,74	0,88	47,74
Encastrado/articulado	1,50	500	350	60	57,00	58,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	38,00	1	50	1	231,00	16663,25	8,49	41,21	-	281,93	54,29	0,44	0,21	0,62	0,94	51,15
Bi-encastrado	1,50	500	250	60	57,00	58,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	38,00	1	50	1	231,00	16663,25	8,49	29,44	-	552,58	54,29	0,31	0,21	0,56	0,97	52,89

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
1,25	0,64	0,50	
0,63	2,54	0,88	
0,44	5,19	0,94	
0,31	10,18	0,97	

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
0,84	1,40	0,77	
0,42	5,61	0,95	
0,30	11,45	0,98	
0,21	22,44	1,00	

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
0,64	2,41	0,87	
0,32	9,63	0,97	
0,23	19,64	0,99	
0,16	38,50	1,01	

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
2,51	0,16	0,15	
1,25	0,64	0,50	
0,88	1,30	0,75	
0,63	2,54	0,88	

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
1,69	0,35	0,30	
0,84	1,40	0,77	
0,59	2,86	0,89	
0,42	5,61	0,95	

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
1,29	0,60	0,48	
0,64	2,41	0,87	
0,45	4,91	0,94	
0,32	9,63	0,97	

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
3,76	0,07	0,07	
1,88	0,28	0,25	
1,32	0,58	0,46	
0,94	1,13	0,71	

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
2,53	0,16	0,14	
1,27	0,62	0,49	
0,89	1,27	0,74	
0,63	2,49	0,88	

Graficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npt	Nb,Rd/Npt	
-	-	-	-
1,93	0,27	0,24	
0,97	1,07	0,69	
0,68	2,18	0,86	
0,48	4,28	0,93	

B = 80

RHS (rect)		Geometria								Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npl	λ̄	εr	Φ	χ	N _{b,Rd}
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	mm	-	kN	kN					kN
Libre/Encastrado	1,50	500	1000	80	77,00	78,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	51,33	1	50	1	291,00	21808,25	8,66	115,51	45,20	68,39	1,23	0,21	1,36	0,51	34,97	
Bi-articulado	1,50	500	500	80	77,00	78,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	51,33	1	50	1	291,00	21808,25	8,66	57,76	180,80	68,39	0,62	0,21	0,73	0,88	60,47	
Encastrado/articulado	1,50	500	350	80	77,00	78,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	51,33	1	50	1	291,00	21808,25	8,66	40,43	368,98	68,39	0,43	0,21	0,62	0,94	64,59	
Bi-encastrado	1,50	500	250	80	77,00	78,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	51,33	1	50	1	291,00	21808,25	8,66	28,88	723,20	68,39	0,31	0,21	0,56	0,98	66,73	

Gráficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl	
-	-	-	-
1,23	0,66	0,51	
0,62	2,64	0,88	
0,43	5,40	0,94	
0,31	10,58	0,98	

RHS (rect)		Geometria								Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npl	λ̄	εr	Φ	χ	N _{b,Rd}
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	mm	-	kN	kN					kN
Libre/Encastrado	1,50	500	1000	80	77,00	78,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	51,33	1	50	1	321,00	53700,75	12,93	77,31	111,30	75,44	0,82	0,21	0,90	0,78	59,00	
Bi-articulado	1,50	500	500	80	77,00	78,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	51,33	1	50	1	321,00	53700,75	12,93	38,66	445,20	75,44	0,41	0,21	0,61	0,95	71,64	
Encastrado/articulado	1,50	500	350	80	77,00	78,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	51,33	1	50	1	321,00	53700,75	12,93	27,06	908,58	75,44	0,29	0,21	0,55	0,98	73,95	
Bi-encastrado	1,50	500	250	80	77,00	78,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	51,33	1	50	1	321,00	53700,75	12,93	19,33	1780,82	75,44	0,21	0,21	0,52	1,00	75,34	

Gráficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl	
-	-	-	-
0,82	1,48	0,78	
0,41	5,90	0,95	
0,29	12,04	0,98	
0,21	23,61	1,00	

RHS (rect)		Geometria								Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npl	λ̄	εr	Φ	χ	N _{b,Rd}
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	mm	-	kN	kN					kN
Libre/Encastrado	1,50	500	1000	80	77,00	78,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	51,33	1	50	1	351,00	101643,25	17,02	58,78	210,67	82,49	0,63	0,21	0,74	0,88	72,58	
Bi-articulado	1,50	500	500	80	77,00	78,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	51,33	1	50	1	351,00	101643,25	17,02	29,38	842,67	82,49	0,31	0,21	0,56	0,97	80,36	
Encastrado/articulado	1,50	500	350	80	77,00	78,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	51,33	1	50	1	351,00	101643,25	17,02	20,57	1719,73	82,49	0,22	0,21	0,53	1,00	82,14	
Bi-encastrado	1,50	500	250	80	77,00	78,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	51,33	1	50	1	351,00	101643,25	17,02	14,69	3370,68	82,49	0,16	0,21	0,51	1,01	83,27	

Gráficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl	
-	-	-	-
0,63	2,55	0,88	
0,31	10,22	0,97	
0,22	20,85	1,00	
0,16	40,86	1,01	

RHS (rect)		Geometria								Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npl	λ̄	εr	Φ	χ	N _{b,Rd}
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	mm	-	kN	kN					kN
Libre/Encastrado	1,50	1000	2000	80	77,00	78,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	51,33	1	50	1	291,00	21808,25	8,66	231,03	11,30	68,39	2,46	0,21	3,76	0,15	10,34	
Bi-articulado	1,50	1000	1000	80	77,00	78,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	51,33	1	50	1	291,00	21808,25	8,66	115,51	45,20	68,39	1,23	0,21	1,36	0,51	34,97	
Encastrado/articulado	1,50	1000	700	80	77,00	78,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	51,33	1	50	1	291,00	21808,25	8,66	80,86	92,25	68,39	0,86	0,21	0,94	0,76	51,91	
Bi-encastrado	1,50	1000	500	80	77,00	78,50	20,00	17,00	18,50	210000	235	51,33	1	50	1	291,00	21808,25	8,66	57,76	180,80	68,39	0,62	0,21	0,73	0,88	60,47	

Gráficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl	
-	-	-	-
2,46	0,17	0,15	
1,23	0,66	0,51	
0,86	1,35	0,76	
0,62	2,64	0,88	

RHS (rect)		Geometria								Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npl	λ̄	εr	Φ	χ	N _{b,Rd}
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	mm	-	kN	kN					kN
Libre/Encastrado	1,50	1000	2000	80	77,00	78,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	51,33	1	50	1	321,00	53700,75	12,93	154,63	27,83	75,44	1,65	0,21	2,01	0,32	23,90	
Bi-articulado	1,50	1000	1000	80	77,00	78,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	51,33	1	50	1	321,00	53700,75	12,93	77,31	111,30	75,44	0,82	0,21	0,90	0,78	59,00	
Encastrado/articulado	1,50	1000	700	80	77,00	78,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	51,33	1	50	1	321,00	53700,75	12,93	54,12	227,15	75,44	0,58	0,21	0,71	0,90	67,80	
Bi-encastrado	1,50	1000	500	80	77,00	78,50	30,00	27,00	28,50	210000	235	51,33	1	50	1	321,00	53700,75	12,93	38,66	445,20	75,44	0,41	0,21	0,61	0,95	71,64	

Gráficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl	
-	-	-	-
1,65	0,37	0,32	
0,82	1,48	0,78	
0,58	3,01	0,90	
0,41	5,90	0,95	

RHS (rect)		Geometria								Material (S235)		Classe				Geometria de massas				Modos de ruína (Nr)		Carga a suportar em segurança, EC3-1-1					
Apoios	t	L	Le	Be	Bi	Bmed	He	Hi	Hmed	E	fy	c/t	ε	50ε ²	Classe	A	Iy	Iy	Iy	λ	Ncr	Npl	λ̄	εr	Φ	χ	N _{b,Rd}
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	MPa	MPa					mm ²	mm ⁴	mm	mm	-	kN	kN					kN
Libre/Encastrado	1,50	1000	2000	80	77,00	78,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	51,33	1	50	1	351,00	101643,25	17,02	117,53	52,67	82,49	1,25	0,21	1,39	0,50	41,11	
Bi-articulado	1,50	1000	1000	80	77,00	78,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	51,33	1	50	1	351,00	101643,25	17,02	58,78	210,67	82,49	0,63	0,21	0,74	0,88	72,58	
Encastrado/articulado	1,50	1000	700	80	77,00	78,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	51,33	1	50	1	351,00	101643,25	17,02	41,14	429,93	82,49	0,44	0,21	0,62	0,94	77,74	
Bi-encastrado	1,50	1000	500	80	77,00	78,50	40,00	37,00	38,50	210000	235	51,33	1	50	1	351,00	101643,25	17,02	29,38	842,67	82,49	0,31	0,21	0,56	0,97	80,36	

Gráficos_Analitico			
λ̄	Ncr/Npl	Nb,Rd/Npl	
-	-	-	-
1,25	0,64	0,50	
0,63	2,55	0,88	
0,44	5,21	0,94	
0,31	10,22	0,97	

RHS (rect)	
------------	--