



Uso de métodos sem malha para a previsão de resistência de juntas adesivas

RÚBEN FILIPE PINHO RESENDE

julho de 2020

USO DE MÉTODOS SEM MALHA PARA A PREVISÃO DE RESISTÊNCIA DE JUNTAS ADESIVAS

Rúben Filipe Pinho Resende

1150965

2020

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica

USO DE MÉTODOS SEM MALHA PARA A PREVISÃO DE RESISTÊNCIA DE JUNTAS ADESIVAS

Rúben Filipe Pinho Resende

1150965

Dissertação apresentada ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação do Doutor Raul Duarte Salgueiral Gomes Campilho e coorientação do Doutor Isidro de Jesús Sánchez Arce, do Doutor Jorge Américo Oliveira Pinto Belinha e do Mestre Luís Daniel Costa Ramalho.

2020

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica



JÚRI

Presidente

Doutora Elza Maria Morais Fonseca

Professor adjunto, ISEP

Orientador

Doutor Raul Duarte Salgueiral Gomes Campilho

Professor adjunto, ISEP

Coorientadores

Doutor Isidro de Jesús Sánchez Arce

Bolseiro de investigação, INEGI

Doutor Jorge Américo Oliveira Pinto Belinha

Professor adjunto, ISEP

Mestre Luís Daniel Costa Ramalho

Bolseiro de investigação, INEGI

Arguente

Doutora Ana Sofia Oliveira Queirós Ferreira Barbosa

Investigadora, INEGI

AGRADECIMENTOS

Um especial agradecimento ao Doutor Raul Duarte Salgueiral Gomes Campilho e ao Doutor Isidro de Jesús Sánchez Arce por todo conhecimento que me transmitiram. Foram duas pessoas que me deram todo o apoio necessário sendo indispensáveis para a realização com sucesso deste trabalho. Um agradecimento ao Doutor Jorge Américo Oliveira Pinto Belinha e ao Mestre Luís Daniel Costa Ramalho pelo apoio adicional prestado.

Quero ainda agradecer aos meus pais, ao meu irmão e aos meus amigos por todo apoio incondicional e incentivo que me deram durante este período de tempo, o qual foi fundamental para alcançar os meus objetivos.

PALAVRAS CHAVE

Adesivos, Juntas adesivas, Juntas de sobreposição simples, Análise elasto-plástica, Métodos sem malha, *von Mises*, *Drucker-Prager* exponencial, *Radial Point Interpolation Method*.

RESUMO

Devido ao crescente uso das ligações adesivas na indústria, houve a necessidade de criar métodos que consigam prever o comportamento da junta, o qual depende de diferentes variáveis. Entre estas variáveis, as principais são o tipo de adesivo, o material do substrato e a geometria da junta. Em relação à natureza dos adesivos, estes são caracterizados desde frágeis e rígidos, como o Araldite® AV138, a dúcteis e menos rígidos, como o Araldite® 2015. Ainda existem adesivos de alta resistência e ductilidade como o adesivo poliuretano Sikaforce® 7888.

Neste trabalho usou-se o *Radial Point Interpolation Method* (RPIM) de forma a prever a resistência de juntas de sobreposição simples (JSS) com diferentes comprimentos de sobreposição (L_o) para três adesivos. Para tal foram considerados dois critérios de cedência, o de *von Mises* e o de *Drucker-Prager* exponencial. Os critérios de rotura usados para prever a resistência das juntas têm como base a deformação sofrida pelo adesivo e não as tensões nele instaladas. A apresentação de resultados teve início com a comparação dos modos de rotura e a apresentação das curvas força-deslocamento (P - δ). Como apoio à discussão da resistência das juntas, e respetiva comparação entre os dados experimentais e numéricos, foi realizada uma análise de tensões de arrancamento e corte no instante da força máxima ($P_{máx}$). Ainda foram obtidos os gráficos de deformação plástica efetiva e os gráficos de linhas de contorno para o instante de $P_{máx}$.

Com este trabalho foi possível concluir que o RPIM é bastante fiável para obter as tensões de arrancamento e de corte ao longo da camada adesiva. No entanto, em relação à precisão dos valores de $P_{máx}$, esta difere em função das características mecânicas dos adesivos e do L_o . Para adesivos frágeis e rígidos, obtêm-se melhores resultados mas, à medida que se aumenta a ductilidade do adesivo, estes tendem a piorar.

KEYWORDS

Adhesives, Adhesive joints, Single-lap joints, Elastoplastic analysis, Meshless methods, von Mises, Exponential Drucker-Prager, Radial Point Interpolation Method.

ABSTRACT

Due to the increasing use of adhesive joints in the industry, there was a need to create methods that can predict the joint behaviour, which depend on different variables. Among these variables, the main ones are the type of adhesive, the substrate material and the joint geometry. Regarding the nature of the adhesives, they are characterized from brittle and stiff, such as the Araldite® AV138, to ductile and less stiff, such as the Araldite® 2015. There are still high-strength and ductile adhesives such as Sikaforce® 7888 polyurethane adhesive.

In this work, the Radial Point Interpolation Method (RPIM) was used to predict the strength of single-lap joints (SLJ) with different overlap lengths (L_o) for three adhesives. For this purpose, two yield criteria were considered, von Mises and exponential Drucker-Prager. The failure criteria used to predict the joint strength are based on the adhesive strain instead of the stresses. The presentation of results started with the failure mode comparison and the presentation of the load-displacement curves (P - δ). To support the discussion of joint strength, and the respective comparison between experimental and numerical data, a peel and shear stress analysis was performed at the instant of maximum load (P_{max}). The plots of effective plastic deformation and the contour plots were also obtained at P_{max} .

With this work it was possible to conclude that the RPIM is very reliable to obtain the peel and shear stresses along the adhesive layer. However, in relation to the precision of the P_{max} values, this differs depending on the mechanical characteristics of the adhesives and L_o . Better results are obtained for brittle and stiff adhesives but, as the adhesive's ductility increases, higher deviations are found.

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

| | |
|--------|--|
| 2D | Bidimensional |
| 3D | Tridimensional |
| CENF | <i>Cracked Edge Notch Flexure</i> |
| CTCM | Critério da tensão de corte máxima |
| CTNM | Critério da tensão normal máxima |
| DCB | <i>Double Cantilever Beam</i> |
| DEM | <i>Diffuse Element Method</i> |
| EFGM | <i>Element Free Galerkin Method</i> |
| FBR | Funções de base radial |
| GY | <i>Global Yielding</i> |
| JSS | Junta de Sobreposição Simples |
| MDC | Modelo de Dano Coesivo |
| MEF | Método de Elementos Finitos |
| MEFE | Método de Elementos Finitos Extendido |
| MFLE | Mecânica da fratura linear elástica |
| MLPG | <i>Meshless Local Petrov-Galerkin</i> |
| MLS | <i>Moving Least Square</i> |
| NNRPIM | <i>Natural Neighbour Radial Point Interpolation Method</i> |
| PIM | <i>Point Interpolation Method</i> |
| RKPM | <i>Reproducing Kernel Particle Method</i> |

| | |
|------|--|
| RPIM | <i>Radial Point Interpolation Method</i> |
| RVE | <i>Representative Volume Element</i> |
| SLJ | <i>Single-lap joint</i> |
| SPH | <i>Smooth Particle Hydrodynamics</i> |
| SSPH | <i>Symmetric Smooth Particle Hydrodynamics</i> |

Lista de Símbolos

| | |
|--|---|
| ξ, η | Coordenadas naturais dos nós da célula |
| ω_i, ω_j | Pesos de integração |
| μ | Sensibilidade à tensão hidrostática para <i>Drucker-Prager</i> linear |
| $a_i(\mathbf{x}_i), b_j(\mathbf{x}_i)$ | Coefficientes não constantes |
| A_{Sji} | Área da sub-célula de Voronoï |
| A_{Vi} | Área da célula de Voronoï |
| E | Módulo de Young |
| $E_n(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ | Distância entre os nós de coordenadas \mathbf{x}_i e \mathbf{x}_j |
| G | Módulo de elasticidade transversal |
| G_{IC} | Tenacidade à tração |
| G_{ICC} | Tenacidade ao corte |
| \mathbf{J} | Matriz jacobiana |
| L_o | Comprimento de sobreposição |
| L_T | Comprimento total do provete |
| m | Número das bases monomiais |
| M_{ji} | Ponto de médio da célula de Voronoï |

| | |
|-------------------------|--|
| N | Conjunto de nós |
| n | Número de nós |
| $N_i, \phi(\mathbf{x})$ | Funções de forma |
| P | Força |
| P_{ii} | Ponto de interseção entre células de Voronoï |
| $p_j(\mathbf{x}_i)$ | Função de base polinomial |
| P_m | Base polinomial |
| $P_{máx}$ | Força máxima |
| $R_i(\mathbf{x}_i)$ | Função de base real |
| r_{ii} | Distância entre nós vizinhos |
| S_{ii} | Sub-células de Voronoï |
| t_A | Espessura do adesivo |
| t_p | Espessura do substrato |
| V | Diagrama de Voronoï |
| V_i | Sub-regiões do nó i |
| V_i | Célula de Voronoï (NNRPIM) |
| x_i, y_i | Coordenadas cartesianas dos nós da célula |
| ϵ_f | Deformação à rotura à tração |
| ϵ_T^P | Deformação plástica à tração |
| λ | Sensibilidade à tensão hidrostática para <i>Drucker-Prager</i> exponencial |
| ν | Coefficiente de Poisson |
| σ_e | Tensão equivalente |

| | |
|------------|--|
| σ_f | Resistência à tração |
| σ_m | Tensão média |
| σ_p | Tensão normal a determinado valor de deformação plástica |
| σ_s | Tensão de cedência ao corte |
| σ_T | Tensão de cedência à tração |
| σ_y | Tensão de cedência à tração |
| τ_f | Tensão de rotura ao corte |
| τ_p | Tensão de corte a determinado valor de deformação plástica |
| τ_y | Tensão de cedência ao corte |
| δ | Deslocamento |
| γ | Deformação angular plástica |
| γ_f | Deformação de rotura ao corte |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 - Elementos coesivos para simular uma espessura nula de material – a) aproximação local e b) aproximação contínua [13] | 10 |
| Figura 2 - a) Domínio do problema com os limites essenciais e naturais aplicados, b) discretização nodal regular e c) discretização nodal irregular [46] | 15 |
| Figura 3 - (a) Domínio de influência com tamanho fixo e (b) domínio de influência com tamanho variável [49]..... | 17 |
| Figura 4 - a) Malha de fundo quadrangular, b) malha de fundo triangular e c) malha de fundo maior que o domínio do problema [60] | 17 |
| Figura 5 - a) Possíveis nós vizinhos, b) célula contendo apenas os nós vizinhos, c) célula de Voronoï e d) diagrama de Voronoï [63] | 20 |
| Figura 6 – Representação das células de influência [73]..... | 21 |
| Figura 7 - Para uma malha irregular a) célula de Voronoï e os respectivos pontos de interseção P_{ii} , b) pontos médios M_{ii} e o respectivo quadrilátero gerado e c) quadrilátero gerado [63] | 22 |
| Figura 8 - Pontos de integração inseridos numa célula triangular e quadrilátera [60] | 23 |
| Figura 9 - Sub-células triangular e quadrilátera com vários pontos de integração [60]..... | 23 |
| Figura 10 - Curvas σ - ϵ de provetes maciços do adesivo Araldite® AV138 [95] | 35 |
| Figura 11 - Curvas σ - ϵ de provetes maciços do adesivo Araldite® 2015 [95]..... | 35 |
| Figura 12 - Curvas σ - ϵ de provetes maciços do adesivo Sikaforce® 7888 [96]..... | 36 |
| Figura 13 - Configuração da geometria dos provetes | 36 |
| Figura 14 - Fixação de um provete na máquina de ensaios [92] | 37 |
| Figura 15 - Curvas P - δ obtidas experimentalmente para a) Araldite® AV138 com $L_0=25$ mm, b) Araldite® 2015 com $L_0=37,5$ mm e c) Sikaforce® 7888 com $L_0=50$ mm [92] | 38 |
| Figura 16 - Superfícies de rotura de JSS ensaiadas com o adesivo Araldite® AV138 para os valores de L_0 de: a) 12,5 mm, b) 25 mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [92] | 39 |
| Figura 17 - Superfícies de rotura de JSS ensaiadas com o adesivo Araldite® 2015 para os valores de L_0 de: a) 12,5 mm, b) 25 mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [92] | 40 |
| Figura 18 - Superfícies de rotura de JSS ensaiadas com o adesivo Sikaforce® 7888 para os valores de L_0 de: a) 12,5 mm, b) 25 mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [92] | 40 |
| Figura 19 - Valores médios de $P_{m\acute{a}x}$ e desvio padrão em função de L_0 para os diferentes adesivos [92] ... | 41 |

| | |
|--|----|
| Figura 20 - Parâmetros considerados no módulo "MATER-Structure" | 43 |
| Figura 21 - Propriedades definidas para o adesivo no módulo "MATER-Material" | 44 |
| Figura 22 - Malha utilizada na análise RPIM para um $L_0=12,5$ mm | 46 |
| Figura 23 - Distribuição nodal utilizada na análise RPIM para um $L_0=12,5$ mm | 46 |
| Figura 24 - Zona de encastramento..... | 47 |
| Figura 25 - Deslocamento imposto..... | 47 |
| Figura 26 - Variação da tensão de cedência com deformação plástica obtida a partir de ensaios de tração, corte e compressão uniaxial. A taxa de deformação plástica efetiva para cada curva é de $0,002\text{ s}^{-1}$ [99]..... | 48 |
| Figura 27 - Traçado das tensões de cedência da Figura 26 para uma deformação plástica real de 0,03 em eixos de σ_e vs σ_m [99] | 49 |
| Figura 28 - Comparações da deformação medida numa junta de topo solicitada à tração com os resultados previstos usando os diferentes modelos [99] | 50 |
| Figura 29 – Comparação dos resultados obtidos por Chai com resultados do <i>napkin ring test</i> . Os círculos preenchidos correspondem a deslocamento e os círculos não preenchidos a deformação [105] .. | 54 |
| Figura 30 – Comparação de valores da resistência entre valores experimentais e teóricos [3] | 54 |
| Figura 31 - Comparação dos valores de P_{max} em função de L_0 : resultados experimentais contra previsões do MEFE [102]..... | 55 |
| Figura 32 - Distribuição ao longo da junta de a) tensões de corte e b) tensões de arrancamento para o adesivo Araldite® AV138 com um $L_0=12,5$ mm usando o critério de cedência de <i>von Mises</i> | 56 |
| Figura 33 - Curvas $P-\delta$ para o adesivo Sikaforce® 7888 usando a) critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 57 |
| Figura 34 - Curvas $P-\delta$ para o adesivo Araldite® 2015 usando a) critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 58 |
| Figura 35 - Curvas $P-\delta$ para o adesivo Araldite® AV138 usando a) critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 59 |
| Figura 36 - Tensões de arrancamento normalizadas do adesivo Araldite® AV138 usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 60 |
| Figura 37 - Tensões de arrancamento normalizadas do adesivo Araldite® 2015 usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 60 |
| Figura 38 - Tensões de arrancamento normalizadas do adesivo Sikaforce® 7888 usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 61 |
| Figura 39 - Tensões de corte normalizadas do adesivo Araldite® AV138 usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 61 |

| | |
|---|----|
| Figura 40 - Tensões de corte normalizadas do adesivo Araldite® 2015 usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 62 |
| Figura 41 - Tensões de corte normalizadas do adesivo Sikaforce® 7888 usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 62 |
| Figura 42 - Gráfico de comparação de $P_{máx}$ em função de L_o para o adesivo Araldite® AV138..... | 64 |
| Figura 43 - Gráfico de comparação de $P_{máx}$ em função de L_o para o adesivo Araldite® 2015 | 64 |
| Figura 44 - Gráfico de comparação de $P_{máx}$ em função de L_o para o adesivo Sikaforce® 7888 | 65 |
| Figura 45 - Deformação plástica efetiva do adesivo Araldite® AV138 para o instante de $P_{máx}$ usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 67 |
| Figura 46 - Deformação plástica efetiva do adesivo Araldite® 2015 a $P_{máx}$ usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 67 |
| Figura 47 – Deformação plástica efetiva do adesivo Sikaforce® 7888 a $P_{máx}$ usando a) o critério de cedência de <i>von Mises</i> e b) o critério de cedência de <i>Drucker-Prager</i> | 68 |
| Figura 48 - Tensões normalizadas de arrancamento e de corte para o adesivo Araldite® AV138 com um a) $L_o=12,5$ mm e b) $L_o=25$ mm | 69 |
| Figura 49 - Tensões normalizadas de arrancamento e de corte para o adesivo Araldite® 2015 com um a) $L_o=25$ mm e b) $L_o=37,5$ mm | 69 |
| Figura 50 -Tensões normalizadas de arrancamento e de corte para o adesivo Sikaforce® 7888 com um a) $L_o=25$ mm e b) $L_o=37,5$ mm..... | 70 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 - Critérios de rotura testados por da Silva et al. [28] | 13 |
| Tabela 2 - Estudos em juntas adesivas com recurso a métodos sem malha | 26 |
| Tabela 3 - Propriedades mecânicas à tração da liga de alumínio Al6082-T651 [93] | 33 |
| Tabela 4 - Propriedades do adesivo Araldite® AV138 [94], Araldite® 2015 [95] e Sikaforce® 7888 [96] ... | 34 |
| Tabela 5 - Valores médios de $P_{máx}$ [N] para os diferentes adesivos [92] | 39 |
| Tabela 6 - $P_{máx}$ e aumento percentual de $P_{máx}$ em função de L_0 para os três adesivos | 42 |
| Tabela 7 - Divisões dos substratos e adesivos para a distribuição nodal | 45 |
| Tabela 8 - <i>Bias ratio</i> dos substratos e adesivo para a distribuição nodal | 45 |
| Tabela 9 - Deslocamento imposto na extremidade livre em [mm] | 47 |
| Tabela 10 - Resultados obtidos de $P_{máx}$ numericamente e experimentalmente | 63 |
| Tabela 11 - Tensões de pico normalizadas ao longo da junta | 71 |

ÍNDICE

| | | |
|---------|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 3 |
| 1.1 | CONTEXTUALIZAÇÃO..... | 3 |
| 1.2 | OBJETIVOS..... | 3 |
| 1.3 | ORGANIZAÇÃO DO RELATÓRIO | 4 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA..... | 7 |
| 2.1 | PREVISÃO DE RESISTÊNCIA DE JUNTAS ADESIVAS | 7 |
| 2.1.1 | Modelos analíticos | 8 |
| 2.1.2 | Métodos numéricos | 8 |
| 2.1.2.1 | Mecânica dos meios contínuos..... | 8 |
| 2.1.2.2 | Mecânica da fratura..... | 9 |
| 2.1.2.3 | Modelos de dano coesivo | 10 |
| 2.1.2.4 | Mecânica do dano..... | 11 |
| 2.1.2.5 | Método de Elementos Finitos Extendido..... | 11 |
| 2.1.3 | Critérios de resistência | 12 |
| 2.2 | FORMULAÇÃO DOS MÉTODOS SEM MALHA | 14 |
| 2.2.1 | Procedimento genérico dos métodos sem malha | 14 |
| 2.2.2 | Formulação RPIM | 15 |
| 2.2.2.1 | Domínios de influência e conectividade nodal..... | 16 |
| 2.2.2.2 | Integração numérica | 17 |
| 2.2.3 | Formulação NRPIM | 19 |
| 2.2.3.1 | Vizinhos naturais..... | 19 |
| 2.2.3.2 | Células de influência e conectividade nodal..... | 21 |
| 2.2.3.3 | Integração numérica | 22 |
| 2.2.4 | Funções de forma..... | 23 |

| | | |
|-----------|--|----|
| 2.3 | ESTADO ATUAL DA ARTE | 26 |
| 3 | DESENVOLVIMENTO | 33 |
| 3.1 | TRABALHO EXPERIMENTAL | 33 |
| 3.1.1 | Materiais utilizados | 33 |
| 3.1.1.1 | Aderentes..... | 33 |
| 3.1.1.2 | Adesivos..... | 34 |
| 3.1.1.2.1 | Araldite® AV138 | 34 |
| 3.1.1.2.2 | Araldite® 2015..... | 35 |
| 3.1.1.2.3 | Sikaforce® 7888..... | 36 |
| 3.1.2 | Geometria das juntas | 36 |
| 3.1.3 | Processo de fabrico | 37 |
| 3.1.4 | Ensaio das juntas | 37 |
| 3.1.5 | Resultados obtidos | 38 |
| 3.1.5.1 | Curvas P- δ | 38 |
| 3.1.5.2 | Modos de rotura..... | 39 |
| 3.1.5.3 | Resistência das juntas..... | 41 |
| 3.2 | PREVISÃO DE RESISTÊNCIA..... | 43 |
| 3.2.1 | Condições da análise numérica | 43 |
| 3.2.2 | Critérios de cedência | 48 |
| 3.2.2.1 | Critério de cedência de von Mises..... | 48 |
| 3.2.2.2 | Critério de cedência de Drucker-Prager exponencial | 49 |
| 3.2.3 | Critérios de rotura | 51 |
| 3.2.3.1 | Tensão de corte máxima..... | 51 |
| 3.2.3.2 | Tensão de arrancamento máxima | 52 |
| 3.2.3.3 | Máxima deformação ao corte/arrancamento | 53 |
| 3.2.3.4 | Critério de deformação principal máxima | 54 |
| 3.2.4 | Resultados | 56 |
| 3.2.4.1 | Modos de rotura..... | 56 |
| 3.2.4.2 | Curvas P- δ | 56 |

| | | |
|---------|---|----|
| 3.2.4.3 | Análise de tensões | 59 |
| 3.2.4.4 | Resistência das juntas | 62 |
| 3.2.4.5 | Deformação plástica efetiva | 66 |
| 3.2.4.6 | Gráficos de linhas de contorno | 68 |
| 4 | CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS | 75 |
| 5 | REFERÊNCIAS..... | 79 |

INTRODUÇÃO

- 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO
- 1.2 OBJETIVOS
- 1.3 ORGANIZAÇÃO DO RELATÓRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Devido às características que apresentam, as juntas adesivas têm apresentado um crescimento significativo na indústria. A possibilidade de unir diferentes tipos de materiais, baixo peso, elevada resistência, rapidez na produção e distribuição mais uniforme de tensões são apenas algumas das vantagens das juntas adesivas em relação aos métodos de ligação mais tradicionais. No entanto, é de salientar que estas também apresentam desvantagens, tais como a necessidade de elevadas temperaturas de cura em alguns casos e a típica irreversibilidade da ligação. É necessário ter em conta que o comportamento das juntas adesivas varia entre si pois depende muito do tipo de adesivo, do tipo de substrato e das dimensões de colagem.

O estudo de juntas adesivas remete há algumas décadas através do uso de análises analíticas e numéricas de forma a prever a resistência das mesmas. Com o decorrer dos anos, novos métodos e aperfeiçoamentos de métodos já existentes foram surgindo, mas cada vez mais são necessários melhores resultados com mais facilidade. Assim, vários autores começaram a estudar a resistência deste tipo de juntas introduzindo os métodos numéricos, incluindo os métodos sem malha.

A aplicação dos métodos sem malha em juntas adesivas é relativamente recente, como é possível de comprovar através da quantidade reduzida de trabalhos existentes, mas já demonstrou ser promissor apresentando resultados semelhantes a resultados obtidos usando métodos que já existiam. Desta forma, é necessário efetuar uma validação exaustiva destes métodos, sob condições materiais e geométricas distintas, para que estes métodos possam ser usados com segurança no projeto de estruturas adesivas.

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é a validação do método *Radial Point Interpolation Method* (RPIM) para previsão de resistência de juntas adesivas. Para tal foram usados três adesivos diferentes com diferentes comportamentos e ainda diferentes geometrias de junta. Foram apenas testadas juntas de sobreposição simples (JSS).

De forma a validar os resultados obtidos, foi feita uma comparação dos resultados experimentais com os resultados obtidos numericamente com recurso ao *software* FEMAS. Foram usados dois critérios de cedência distintos na obtenção de resultados, o

de *von Mises* e o de *Drucker-Prager* exponencial. Na grande maioria da literatura referente a juntas adesivas apenas é utilizado o de *von Mises*, mas este não tem em conta a componente hidrostática da tensão presente no momento de cedência dos adesivos, daí ter sido considerado também o critério de *Drucker-Prager* exponencial. Para os diferentes adesivos, foram considerados diferentes critérios de rotura com base nas propriedades do mesmo. Para o Araldite® AV138 usou-se o critério de tensão de corte máxima, para o Araldite® 2015 o de deformação de corte máxima e para o Sikaforce® 7888 o critério de deformação principal máxima.

Em termos de resultados obtiveram-se as tensões de arrancamento e corte normalizadas instaladas no centro da camada de adesivo ao longo do comprimento de sobreposição (L_o) e ainda a distribuição das mesmas tensões através dos gráficos de linhas de contorno. Obtiveram-se as curvas força-deslocamento ($P-\delta$) e os respetivos valores de força máxima ($P_{máx}$) para os diferentes adesivos com diferentes valores de L_o . Por último, também foram obtidas as deformações plásticas efetivas no centro da camada de adesivo ao longo do L_o para os diferentes adesivos estudados.

1.3 Organização do relatório

Para facilitar a análise e interpretação dos resultados obtidos nesta dissertação, esta encontra-se dividida em quatro capítulos:

No 1º capítulo é realizada a contextualização do trabalho, apresentados os objetivos do mesmo e descrito o modo de organização do trabalho.

No 2º capítulo é feita uma revisão bibliográfica sobre conteúdos relevantes. São apresentados diversos métodos de previsão de resistência de juntas e é dada especial importância aos métodos sem malha, nomeadamente o *Natural Neighbour Radial Point Interpolation Method* (NNRPIM) e o RPIM.

O 3º capítulo aborda o trabalho experimental realizado. Ainda neste capítulo são abordados os métodos por modelos numéricos sem malha, de forma a ser possível comparar os resultados obtidos por estes métodos aos resultados experimentais. De salientar o uso do *software* FEMAS para obter os resultados pelos métodos sem malha. Desta forma, foram necessários definir os dois critérios de cedência usados, estabelecer as propriedades dos materiais (adesivos e substratos), criar a malha para os diferentes adesivos com diferentes valores de L_o e implementar o deslocamento obtido nos resultados práticos para os diferentes adesivos na extremidade livre da junta.

No 4º capítulo são apresentadas as conclusões obtidas ao longo do trabalho e sugeridos possíveis trabalhos futuros.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

- 2.1 PREVISÃO DE RESISTÊNCIA DE JUNTAS ADESIVAS
- 2.2 FORMULAÇÃO DOS MÉTODOS SEM MALHA
- 2.3 ESTADO ATUAL DA ARTE

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Previsão de resistência de juntas adesivas

No início do estudo de juntas adesivas, a inexistência de modelos de plasticidade precisos e de critérios de rotura adequados levou a um sobredimensionamento da ligação adesiva, originando assim estruturas mais pesadas e de elevado custo. Devido à necessidade de melhores técnicas de análise, juntamente com o avanço da tecnologia, surgiram novos métodos de previsão (analíticos e numéricos), o que resultou num aumento da eficiência das ligações adesivas. O primeiro modelo de estudo de juntas adesivas apareceu em 1938, tendo sido realizado por Volkersen [1]. Neste modelo, os materiais eram tidos como totalmente elásticos e as deformações do adesivo ocorriam apenas ao corte. Contudo, a formulação analítica de juntas adesivas é mais complexa se o adesivo também se deforma em regime plástico, se forem usados substratos de compósito ou se forem utilizados substratos de materiais diferentes. O método de elementos finitos (MEF) é a técnica mais utilizada na análise de juntas adesivas. Adams e um conjunto de investigadores foram os pioneiros nos estudos envolvendo este método [2]. Harris e Adams [3] estudaram a rotação da junta, a plasticidade dos substratos e adesivos, e ainda a influência do filete de adesivo. Inicialmente foi considerada a abordagem da mecânica contínua para a previsão de resistência de juntas adesivas, requerendo esta a distribuição de tensões no adesivo e um critério de rotura apropriado. O MEF pode ser utilizado, combinado com critérios da mecânica da fratura, para a previsão da resistência. A combinação do MEF com estes critérios pode ser feita quer por métodos energéticos ou pelo fator de intensidade de tensão, como a técnica de fecho da fenda virtual. Porém, com estas técnicas de modelação, o crescimento da fenda torna-se um problema devido à necessidade de voltar a criar a malha sempre que há propagação da fenda, o que por sua vez leva a uma maior necessidade de capacidade computacional [4]. A modelação numérica de juntas adesivas teve grandes desenvolvimentos ao longo do tempo sendo que os maiores aconteceram nas últimas décadas. Parte desta evolução resulta da modelação de dano por combinação do MEF com modelos de dano coesivo (MDC). Esta prática consiste na combinação do MEF convencional para as regiões em que não há dano e com uma abordagem da mecânica da fratura, através da utilização de elementos coesivos, para promover a propagação do dano. Mais recentemente surgiu o Método de Elementos Finitos Extendido (MEFE) como alternativa para modelar a propagação de fendas nos materiais usando funções de forma para representar um campo de deslocamentos descontínuos.

Assim sendo, a previsão da resistência das juntas pode ser tradicionalmente feita com recurso às seguintes técnicas:

- Mecânica dos meios contínuos;
- Mecânica da fratura;
- Mecânica do dano;
- Modelos de dano coesivo;
- Método dos Elementos Finitos Extendido.

2.1.1 Modelos analíticos

Retornando ao início do estudo de ligações adesivas, o método de previsão da resistência destas ligações consistia em modelos analíticos, tendo sido Volkersen [1], Goland e Reissner [4] os pioneiros em diversos estudos teóricos. Tais estudos apresentavam enorme vantagem na obtenção de estados de tensão em estruturas adesivas com recurso à aplicação de hipóteses simplificadoras em termos da geometria de junta, carregamento e condições fronteira. Através destas simplificações, era possível obter uma solução analítica para o comportamento das juntas em domínio elástico. Assim, apesar dos vários pressupostos considerados, as estruturas adesivas podiam ser analisadas rapidamente [5]. Com estes modelos, as tensões e deformações eram facilmente calculadas, juntamente com a distribuição do momento fletor ao longo da ligação. A previsão da resistência era realizada com base em critérios de tensão ou deformação. Ao longo dos anos, estes modelos foram sendo progressivamente substituídos por análises numéricas. Apesar da evolução, os métodos analíticos continuaram a ser alvo de estudos, conduzindo a um aperfeiçoamento da capacidade de modelação, com a consideração da não linearidade geométrica dos adesivos [6] ou da não linearidade da geometria das juntas [7].

2.1.2 Métodos numéricos

Neste capítulo será feita uma breve introdução a diferentes métodos numéricos para o cálculo e previsão de resistência de uma junta adesiva.

2.1.2.1 Mecânica dos meios contínuos

Pela mecânica dos meios contínuos é possível estimar a resistência das juntas utilizando um critério de rotura, previsto pela análise de MEF, com base nos valores máximos de tensão, deformação ou energia de deformação. Tal só é viável quando os valores previstos de tensão ou deformação, conseguidos por métodos baseados em tensões ou deformações, como o critério da tensão normal máxima (CTNM) ou o critério da tensão de corte máxima (CTCM), alcançam os valores limites dos materiais constituintes da estrutura. Esta abordagem foi rapidamente aceite e aplicada nas juntas em aplicações estruturais após a introdução e disponibilização do MEF e do cálculo computacional [3].

Uma das grandes vantagens desta técnica inclui a análise de estruturas ligadas, com ou sem dano inicial (pré-fenda), sob uma carga arbitrária. Contudo, esta técnica apresenta uma limitação intrínseca, uma vez que as estruturas adesivas são propensas a tensões na extremidade da zona de sobreposição provocadas pelas arestas vivas. Assim sendo, na análise de estruturas adesivas pelo MEF, a tensão nestas zonas aumenta progressivamente com o refinamento da malha, não havendo assim convergência de valores, o que torna a previsão da resistência da junta dependente do refinamento da malha [5]. Com o tempo foram introduzidas melhorias à técnica em questão, tais como a definição de critérios de rotura mais complexos com base na tensão ou deformação, para diferentes materiais e mecanismos de fratura, ou ainda a combinação com modelos de meios contínuos mais realistas. Apesar da introdução destas melhorias, a técnica continua com o problema da dependência da malha.

2.1.2.2 *Mecânica da fratura*

A mecânica da fratura acabou por surgir de forma a colmatar a incapacidade da mecânica dos meios contínuos em apresentar soluções viáveis para alguns problemas existentes em certas estruturas, tais como pontos de descontinuidade de tensões, que resultam em singularidades de tensões e deformações. Na realidade, a mecânica dos meios contínuos considera que a estrutura e os seus componentes são contínuos e que as tensões previstas são singulares (infinitas) na extremidade da fenda. Assim sendo, a teoria da mecânica da fratura foi desenvolvida com vista a solucionar os casos em que surge o defeito mais comum em estruturas, as fendas. As teorias atuais defendem que quando o ângulo da fenda é menor que 180° existe sempre singularidade de tensão. Este resultado foi descoberto em 1959 por Williams [8] durante o estudo de singularidades de tensão. A mesma teoria é aplicada para casos de singularidade de tensão entre dois materiais colados entre si com um canto reentrante. Assim sendo, a mecânica da fratura tem sido aplicada, com sucesso, em diversos problemas nos últimos anos. Múltiplos estudos realizados por diversos autores, tais como Fernlund e Spelt [9], no campo das ligações adesivas, utilizam a taxa de libertação de energia de deformação (G) e o respetivo valor crítico ou de tenacidade à fratura (GC) em vez de fatores de intensidade de tensão, pois estes são difíceis de determinar quando a fenda se propaga perto ou numa interface entre dois substratos. Porém, a fratura em juntas adesivas acontece, normalmente, em modo misto devido às variações das propriedades entre os diferentes materiais e do campo de tensões complexo. Neste tipo de fratura, os critérios de rotura podem tomar uma forma semelhante aos critérios clássicos de rotura, apesar de ser necessário introduzir o conceito de superfície ou envelope de fratura de forma a lidar com a mixicidade do carregamento.

2.1.2.3 Modelos de dano coesivo

A implementação computacional das técnicas baseadas na Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) conduziu a um elevado sucesso há algumas décadas, mas, apesar de tudo, estas apresentam limitações pois só consideram comportamentos elásticos na extremidade da fenda. É preciso ter noção que o local de início do dano e o comportamento do mesmo em diversas aplicações não é claro. O MDC surgiu durante a transição entre as décadas de 50 e 60 e foi desenvolvido por Barenblatt [10]. O modelo descreve o dano sob o efeito de cargas estáticas, na zona de processo coesiva e permite modelar o início e a propagação de fendas. Este método foi testado em situações de rotura coesiva, interfacial ou delaminação de compósitos. A sua implementação consiste fundamentalmente na combinação de elementos sólidos com elementos coesivos [11]. Tais elementos são facilmente integrados em softwares de análise de MEF de forma a modelar o comportamento da rotura em vários materiais [12]. Os MDC têm como princípio base que uma ou mais interfaces de rotura podem ser introduzidas artificialmente na estrutura, onde o crescimento de dano é admitido através da introdução de uma possível descontinuidade no campo de deslocamentos. Assim sendo, como mostra a Figura 1, é possível modelar interfaces ou regiões finitas através da definição de leis de tração-separação.

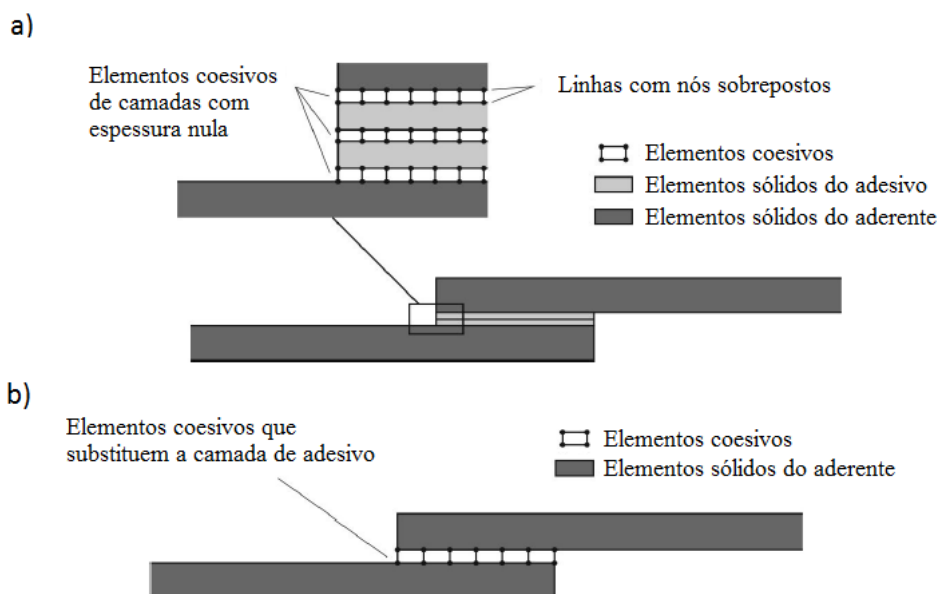


Figura 1 - Elementos coesivos para simular uma espessura nula de material – a) aproximação local e b) aproximação contínua [13]

As leis dos MDC são aplicadas entre nós homólogos de elementos coesivos, e estas conectam nós sobrepostos que representam diferentes materiais ou camadas de compósitos. Podem ainda ser aplicadas diretamente entre dois materiais que não se encontram em contacto para simular uma camada fina. O modelo proporciona uma propagação do dano definido pela resposta das leis de tração-separação entre os nós ao

longo da fenda. A propagação das fendas é proporcionada pelas energias de rotura. O amaciamento e evolução da resistência é modelado até à rotura, permitindo ter em conta a degradação gradual das propriedades do material. As leis tração-separação são caracteristicamente contruídas por relações lineares durante as distintas fases de carregamento [14], embora possam ser definidas uma ou mais fases de forma diferente para uma representação mais precisa do comportamento dos materiais.

2.1.2.4 *Mecânica do dano*

Na mecânica de dano é estabelecido um parâmetro de dano, de forma a modificar a resposta constitutiva dos materiais através de uma redução de rigidez ou da resistência, como por exemplo em ligações adesivas [15], delaminações ou rotura da matriz de compósitos [16]. Esta alteração de variável é utilizada numa lei de dano de forma a representar a gravidade do dano antes da iniciação da fenda e durante a propagação da mesma. Segundo Voyiadjis e Kattan [17], estas variáveis de dano podem ser classificadas em dois grupos:

- a) Variáveis que introduzem dano pela redefinição das propriedades constitutivas dos materiais, embora não estejam diretamente relacionadas com o mecanismo de dano;
- b) Variáveis relacionadas com a definição física de um género de dano específico (exemplo: as porosidades ou a área relativa de micro cavidades).

Segundo a mecânica do dano, o crescimento das fendas é definido de duas formas distintas, em função da carga para simulações estáticas ou em função do número de ciclos para problemas de fadiga. A mecânica do dano, em problemas de fadiga, não apresenta uma diferenciação clara entre o início de fadiga e as fases que advêm da propagação da mesma, apesar de fornecer um apoio para a sua previsão [15]. Embora exista esta falta de distinção, é possível simular a evolução do dano antes de ocorrer a macro fissuração [18].

2.1.2.5 *Método de Elementos Finitos Extendido*

Com o objetivo de modelar o crescimento de dano em estruturas foi desenvolvido o MEFE, que tem como base o MEF. Em vez de usar valores de resistência coesiva à tração/corte (t_n^0/t_s^0) ou valores de deslocamento referentes à resistência coesiva à tração/corte (δ_n^0/δ_s^0), utilizados nos MDC, o MEFE recorre a leis de dano sustentadas na resistência dos materiais em maciço para a previsão da iniciação de dano e deformações para promover a propagação do dano (G_c). O MEFE tem a vantagem em relação aos MDC de a fenda não precisar de seguir um caminho pré-definido. Assim, as fendas podem crescer livremente no interior do material, não sendo necessário que a malha coincida com a geometria das discontinuidades ou que haja necessidade de refazer a malha na zona da fenda à medida que esta se propaga [19]. Este método é uma extensão à modelação convencional do MEF, sendo que as suas características

fundamentais foram apresentadas pelos investigadores Belytschko e Black [20] no final dos anos 90. O MEF tem como conceito base a partição de unidade e pode ser implementado no MEF tradicional através da introdução de funções locais de enriquecimento para os deslocamentos dos nós perto da fenda, de forma a permitir o seu crescimento e a separação entre as faces da fenda [21]. A posição e orientação da extremidade da fenda encontra-se em constante alteração, dependendo das condições de carregamento e da geometria da junta e dos substratos.

2.1.3 Critérios de resistência

De forma a prever a resistência de juntas adesivas, é possível usar vários critérios de resistência. Os critérios diferem de autor para autor, mas todos apresentam como base os diferentes modelos analíticos. Os critérios de rotura são usados em conjunto com técnicas analíticas e numéricas através da mecânica dos meios contínuos.

Segundo o modelo de Volkersen [1], o adesivo deforma apenas ao corte, sendo assim normal usar a tensão máxima ao corte como critério de rotura. Greenwood [22] usa a mesma abordagem e, utilizando a formulação de Golland e Reissner [4], descobriu que a tensão máxima ao corte ocorre, aproximadamente, a 45° ao longo da camada do adesivo [23]. Hart-Smith [6] afirma que a deformação máxima ao corte pode ser utilizada como critério de rotura, caso se esteja na presença de deformação plástica [24]. Adams e Mallick [25] chegaram à conclusão que os esforços de corte e arrancamento contribuem para a existência de deformação plástica no adesivo. Já Lee e Lee [26] usaram a deformação máxima ao corte em juntas tubulares e Crocombe e Adams [27] em juntas T-Peel.

da Silva et al. [28] testaram, em vários modelos analíticos, diferentes critérios de rotura para JSS. A conclusão deste estudo está presente na Tabela 1, cuja nomenclatura usada é a seguinte:

GY – *Global yielding*;

τ – *Shear stress*;

τ_r – *Shear strength*;

σ – *Peel stress*;

σ_r – *Tensile strength*;

γ – *Shear strain*;

γ_p – *Plastic shear failure strain*;

ϵ_e – *Equivalent strain (von Mises)*;

ϵ_r – *Tensile failure strain*.

Tabela 1 - Critérios de rotura testados por da Silva et al. [28]

| Modelos | Tipo de Análise | Critério de Rotura |
|--------------------------------|------------------------------------|--|
| Volkersen [1] | Análise elástica | $\tau > \tau_r$ |
| Goland e Reissner [4] | Análise elástica | $\tau > \tau_r$ OU $\sigma > \sigma_r$ |
| Hart-Smith [6] | Análise linear | $\tau > \tau_r$ OU $\sigma > \sigma_r$ |
| | Análise não linear | $\gamma > \gamma_p$ OU GY |
| Bigwood e Crocombe [29] | Análise linear | $\tau > \tau_r$ OU $\sigma > \sigma_r$ |
| | Análise não linear | $\epsilon_e > \epsilon_r$ OU GY |
| Frostig et al.[30] | Análise linear | $\tau > \tau_r$ OU $\sigma > \sigma_r$ |
| Adams and Mallick [25] | Análise linear | $\tau > \tau_r$ OU $\sigma > \sigma_r$ |
| | Análise não linear | $\epsilon_e > \epsilon_r$ OU GY |
| | Módulo efetivo | $\epsilon_e > \epsilon_r$ |
| | Rotura transversal do compósito | $\sigma_{comp} > \sigma_{r\ comp}$ |
| Wang et al. [31] | Análise não linear total | $\epsilon_e > \epsilon_r$ OU GY |
| Adams et al. [32] | Aderente elástico e adesivo dúctil | GY |
| | Aderente elasto-plástico | Cedência do aderente |

Os critérios de rotura assentados na mecânica dos meios contínuos e aplicados aos modelos analíticos são intuitivos e podem apresentar resultados satisfatórios [28]. Contudo, estes podem-se tornar bastante complexos sem que os resultados obtidos sejam realistas, pois não consideram as concentrações de tensões existentes em entalhes e a existência de defeitos no adesivo. da Silva et al. [28], através dum estudo, concluíram que as análises não lineares não têm solução usando modelos analíticos e que o tempo de implementação e resolução não apresenta vantagens significativas sobre os métodos numéricos.

2.2 Formulação dos métodos sem malha

Através do MEF é possível simplificar problemas complexos, dividindo o domínio destes em pequenas partes. Estas pequenas partes denominam-se de elementos, e ao conjunto de elementos dá-se o nome de malha. Esta não contém só os elementos, mas também as relações de conexão entre eles [33]. Porém, devido à dependência da malha, o MEF apresenta algumas limitações na análise de problemas com grandes deformações devido à distorção dos elementos.

Os métodos sem malha surgiram de forma a eliminar os problemas associados ao MEF. Estes apareceram pela primeira vez em 1977 através do princípio do método *Smooth Particle Hydrodynamics* (SPH) [34]. Este método foi originalmente desenvolvido para resolver problemas astrofísicos. Apenas em 1990 é que este método foi alargado à mecânica dos sólidos [35]. Com o decorrer dos anos os métodos sem malha foram evoluindo com o surgimento de diversos métodos:

- *Element Free Galerkin Method* (EFGM) [36];
- *Diffuse Element Method* (DEM) [37];
- *Moving Least Square* (MLS) [38];
- *Reproducing Kernel Particle Method* (RKPM) [39];
- *Meshless Local Petrov-Galerkin* (MLPG) [40].

Os métodos referidos anteriormente apenas usam funções de forma de aproximação, não possuindo a função delta de Kronecker, o que leva a que seja difícil a imposição de condições fronteira essenciais e naturais.

Assim, de forma a apresentar resposta às limitações dos métodos referenciados, em 2001 surgiu o *Point Interpolation Method* (PIM) [41, 42]. A fim de facilitar a construção das funções de forma, em 2002 apareceu o RPIM [43, 44]. O NNRPIM [45] apareceu no seguimento do RPIM usando o conceito geométrico de vizinhos naturais.

2.2.1 Procedimento genérico dos métodos sem malha

Em geral, a grande maioria dos métodos sem malha usa o mesmo procedimento. Este consiste, primeiramente, no contorno do problema. Após esta fase, como se consegue ver na Figura 2 a), torna-se possível impor as condições fronteira essenciais e naturais. Assim, usando um conjunto nodal, é possível discretizar o problema do domínio.

A discretização nodal pode ser feita de forma regular ou irregular, como é possível ver da Figura 2 b) e na Figura 2 c) respetivamente. O tipo de discretização influencia diretamente o resultado da análise numérica, sendo que a discretização irregular normalmente apresenta menor precisão. Em contrapartida, locais onde existe maior concentração de tensões, como por exemplo uma fenda, devem ter maior densidade nodal, como mostrado na Figura 2 c). Portanto, no caso de ser necessário usar uma

malha regular, é possível adicionar nós extra nos locais onde são previstas maiores concentrações de tensão, mantendo uma malha regular no resto do domínio. A conectividade nodal é assegurada através da sobreposição de domínios de influência, quando se utiliza o RPIM, ou células de influência no NNRPIM.

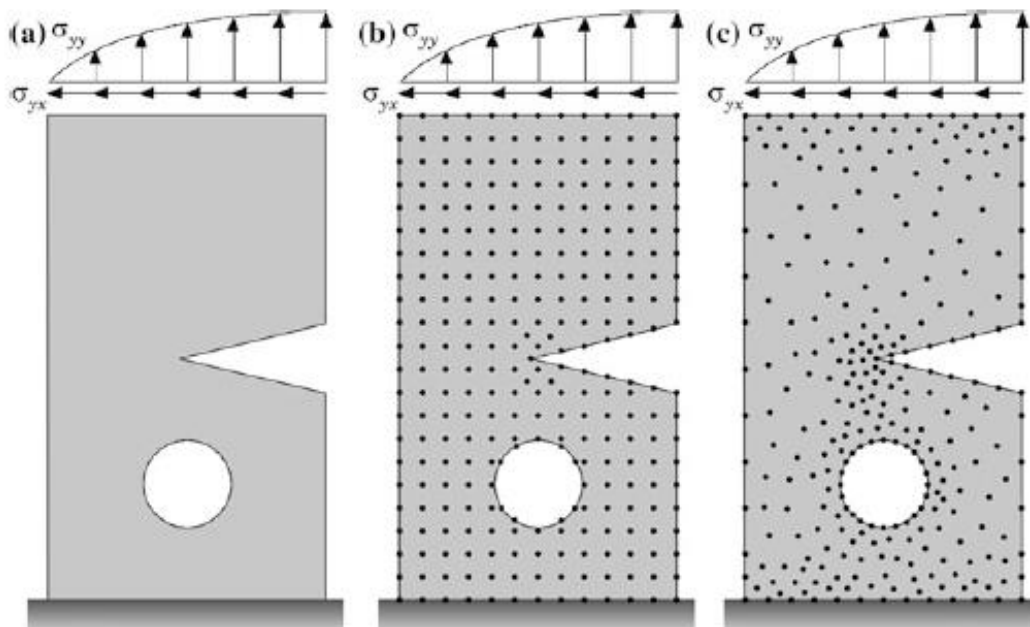


Figura 2 - a) Domínio do problema com os limites essenciais e naturais aplicados, b) discretização nodal regular e c) discretização nodal irregular [46]

Assegurada a conectividade nodal, é possível a construção de uma malha de integração. Esta pode ser dependente da malha nodal ou independente, sendo que a independente apresenta maior exatidão nos resultados. Nas malhas nodais dependentes, de forma a obter resultados precisos, é necessário proceder à implementação de um método de estabilização, o que leva a um aumento do custo computacional [47, 48]. Contudo, isto significa que a localização no espaço é a única informação exigida pelos métodos que utilizam este esquema de integração, provando assim que estes são realmente métodos sem malha. Após a integração numérica, usando funções de forma de aproximação ou interpolação, é possível obter as variáveis de campo em estudo. Ambos os métodos RPIM e o NNRPIM usam funções de forma de interpolação tendo como base a combinação de funções de base radial (FBR) com funções de base polinomial.

2.2.2 Formulação RPIM

Sabendo que tanto o EFGM como o MLPG utilizam a aproximação MLS para a construção das funções de forma, ocorrem, por vezes, problemas relacionados com a imposição das condições essenciais e naturais. Estas limitações foram superadas com o surgimento dos métodos sem malha interpolares [41, 42].

Com o propósito de estabelecer a conectividade nodal, o PIM usa o conceito de domínio de influência em vez do domínio global do problema, o que resulta numa melhor conectividade nodal. Além disso, as funções de forma possuem ainda a propriedade delta de Kronecker, o que significa que estas passam em cada nó, tornando-se funções de forma de interpolação, o que permite corrigir a questão anteriormente mencionada sobre a imposição de condições de fronteira essenciais e naturais. Outra grande vantagem deste método é a simplicidade e facilidade de obtenção das funções de forma, comparativamente ao método MLS, levando assim a um aumento significativo na eficiência computacional. Apesar das vantagens introduzidas pelo PIM, este também apresenta algumas restrições, pois o PIM usa exclusivamente polinómios como funções de base. Um exemplo destas restrições é o alinhamento perfeito dos nós, o que leva ao surgimento de soluções singulares no processo de construção das funções de forma [43, 44].

Em 2002, através da evolução do PIM, foi proposto um novo método designado por RPIM [43, 44]. Como já foi referido, o método usa uma combinação de FBR com funções de base polinomial. Através da adição das FBR, são eliminadas as possíveis singularidades associadas aos métodos sem malha baseados em funções de base polinomiais. Este método ainda é muito utilizado atualmente [49] e já serviu como base para diversos estudos:

- Análises inelásticas em sólidos bidimensionais (2D) [50];
- Problemas de contacto tridimensionais (3D) [51];
- Modelação de crescimento do dano em sólidos elásticos [52];
- Modelo de dano constitutivo não local [53];
- *The analysis for multi-group neutron-diffusion equation* [54];
- Análise estática de placas e cascas de compósitos [34, 55];
- Análise dinâmica de placas e cascas de compósitos [56-58];
- Análise de um modelo compósito *Representative Volume Element* (RVE) [59].

2.2.2.1 Domínios de influência e conectividade nodal

Como já foi referido anteriormente, após a discretização nodal do domínio do problema, é necessário assegurar a conectividade nodal entre os nós. Para tal, dependendo do problema em si, é necessário definir áreas (problemas 2D) ou volumes (problemas 3D).

O domínio de influência de um nó pode ser de tamanho fixo ou variável. É preferível usar um domínio de influência de tamanho variável, pois assim é possível garantir a igualdade na quantidade de nós dentro do domínio de influência de cada nó (Figura 3) permitindo assim construir funções de forma com o mesmo grau de complexidade. Segundo a literatura [46] é recomendado usar um número de nós entre 9 e 16 para problemas 2D [43] e entre 27 e 70 nós para problemas 3D [36, 40, 41, 43].

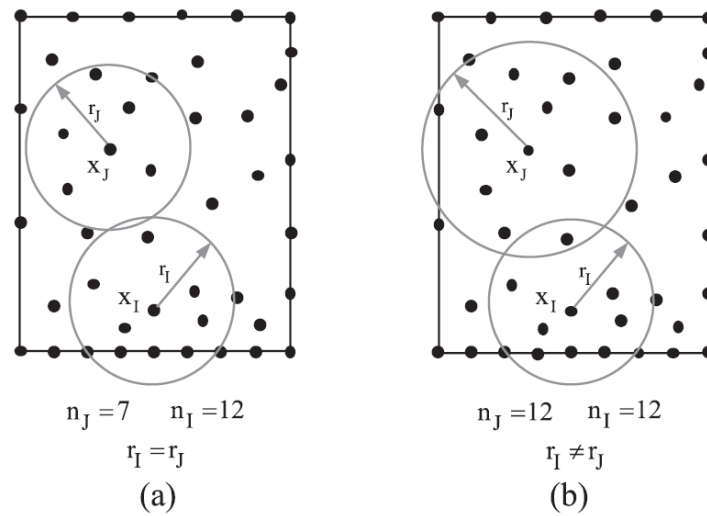


Figura 3 - (a) Domínio de influência com tamanho fixo e (b) domínio de influência com tamanho variável [49]

2.2.2.2 Integração numérica

No RPIM, as equações diferenciais da forma fraca de Galerkin são integradas usando o esquema Gauss-Legendre. Para obter as equações, primeiro é necessário criar uma malha de integração de fundo. A malha de integração vai ser composta por células criadas através da conexão dos nós que discretizam o domínio do problema, dando origem a células, ou criando uma malha maior do que o domínio do problema (Figura 4). Neste último exemplo, os pontos de integração que se encontrarem fora do domínio do problema são descartados para o cálculo. As células da malha de integração podem ser quadrangulares ou triangulares. No interior de cada uma é possível distribuir pontos de integração.

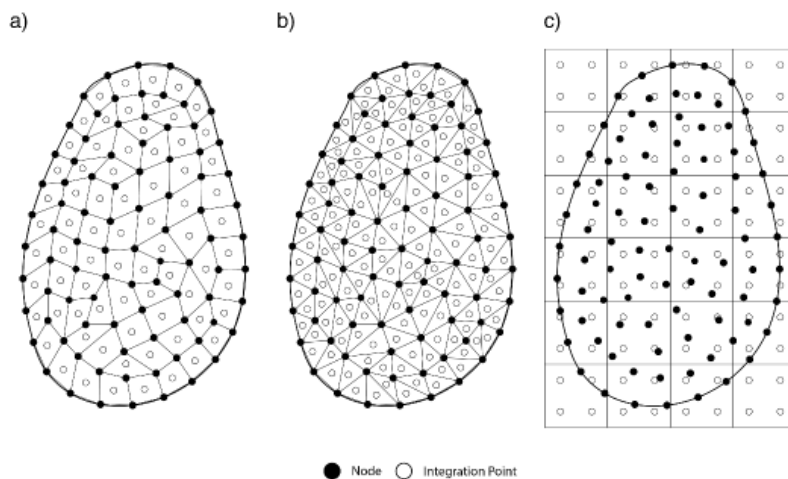


Figura 4 - a) Malha de fundo quadrangular, b) malha de fundo triangular e c) malha de fundo maior que o domínio do problema [60]

Tendo a distribuição dos pontos de integração na forma isoparamétrica, as coordenadas cartesianas dos pontos são obtidas com recurso a funções de interpolação isoparamétricas

$$x = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) \cdot x_i \quad (1)$$

$$y = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) \cdot y_i \quad (2)$$

em que m é o número de nós que definem o elemento, ξ e η são as coordenadas naturais, N_i a função de forma e x_i e y_i são as coordenadas cartesianas dos nós da célula. Para quadriláteros obtém-se as seguintes funções de forma

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4} \times (1 - \xi)(1 - \eta) \quad (3)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4} \times (1 - \xi)(1 + \eta) \quad (4)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4} \times (1 + \xi)(1 + \eta) \quad (5)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4} \times (1 + \xi)(1 - \eta) \quad (6)$$

Para triângulos tem-se

$$N_1(\xi, \eta) = 1 - \xi - \eta \quad (7)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \eta \quad (8)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \xi \quad (9)$$

O peso do ponto de integração (ω_i e ω_j) é obtido através da multiplicação do peso isoparamétrico do ponto com o inverso do determinante da matriz Jacobiana (\mathbf{J}) da respetiva célula

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (10)$$

A equação diferencial de integração é então

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x) dx dy = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j f(x) \quad (11)$$

A integração também pode ser feita em 3 dimensões, na qual são usados sólidos tetraédricos.

2.2.3 Formulação NNRPIM

O NNRPIM é um método que surgiu recentemente, combinando o conceito de vizinhos naturais ao método RPIM. Assim, o conceito de domínio de influência do método RPIM é substituído pelo conceito de células de influência. De forma a construir as células de influência, são usados conceitos matemáticos tais como o diagrama de Voronoï [61] e a triangulação de Delaunay [62].

As funções de forma do NNRPIM, aplicadas à forma fraca de Galerkin, são construídas através dum processo semelhante às do RPIM, apresentando algumas diferenças que alteram o desempenho do método. Sabendo como é aplicada a conectividade nodal, normalmente os campos de deslocamento e de tensão obtidos são mais precisos comparativamente a resultados obtidos por outros métodos. Além disso, este método pode ser considerado verdadeiramente como um método sem malha pois apenas necessita da localização dos nós no espaço, de forma a obter a discretização completa do domínio do problema. Este método é relativamente recente, mas já foi utilizado para o estudo de diversos problemas em diferentes áreas, tais como:

- Análise estática de problemas 3D [63];
- Análise estática de problemas isotrópicos e ortotrópicos [64];
- Análise de placas funcionalmente graduadas [65];
- Abordagem 3D de problemas para placas laminadas e cascas [66, 67];
- Análise dinâmica de distintos problemas de mecânica dos sólidos [68-71];
- Análise de materiais não lineares [72];
- Análise de placas de elevada espessura [55];
- Análise de grandes deformações [73];
- Aplicação da remodelação de tecido ósseo [46, 74-80];
- Análise axissimétrica de placas circulares [81];
- Previsão de formação de fenda [82].

2.2.3.1 Vizinhos naturais

O conceito de vizinho natural foi introduzido pela primeira vez em 1980 por Sibson [83]. Este conceito foi usado de forma a obter células de influência, que funcionam como estruturas elementares da conectividade nodal no método NNRPIM. Considerando as relações geométricas e espaciais entre as células de Voronoï, as células de influência são

obtidas a partir do diagrama de Voronoï da distribuição nodal. Assim, estas são denominadas por células de influência e não domínios de influência.

Apesar de o conceito de diagrama de Voronoï ser passível de ser aplicado a todo espaço d-dimensional, apenas se apresenta o procedimento 2D para efeitos de simplificação da apresentação conceitual.

Na Figura 5 está representado um esquema de Voronoï ilustrando o procedimento até se obter o diagrama de Voronoï.

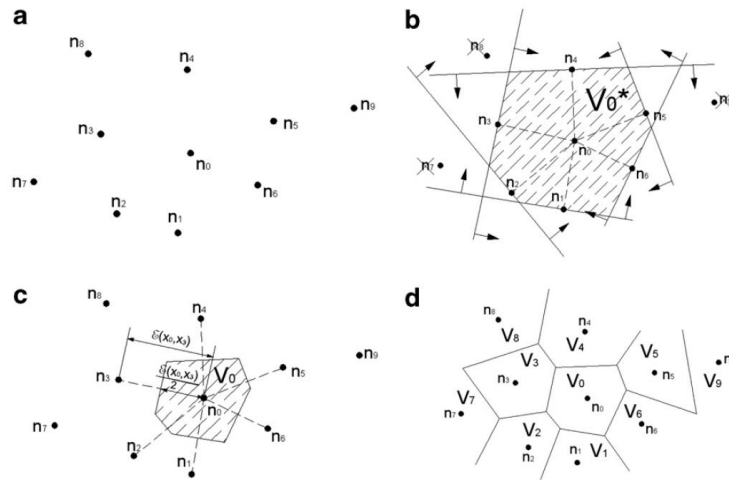


Figura 5 - a) Possíveis nós vizinhos, b) célula contendo apenas os nós vizinhos, c) célula de Voronoï e d) diagrama de Voronoï [63]

Considerando um conjunto \mathbf{N} de n nós distintos

$$\mathbf{N} = \{n_0, n_1, \dots, n_n\} \in \mathbb{R}^2, \quad (12)$$

o diagrama de Voronoï do conjunto \mathbf{N} é o conjunto de i sub-regiões V_i , onde cada sub-região está associada ao nó i . Assim, qualquer ponto que se encontre no interior de V_i está mais próximo de n_i do que n_j .

$$V_i = \{x \in \mathbb{R}^2 : E_n(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) < E_n(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j), \forall j \neq i\}, \quad (13)$$

sendo $E_n(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ a distância entre os nós de coordenadas \mathbf{x}_i e \mathbf{x}_j . Assim o diagrama de Voronoï é definido por

$$V = \{V_0, V_1, \dots, V_n\} \quad (14)$$

Por exemplo, considerando o nó n_0 é possível obter uma célula provisória de Voronoï que abrange todos os nós vizinho deste (Figura 5 b)). Através da escolha de um potencial vizinho, por exemplo n_1 , e pelo cálculo do vetor normal u_{10} , é possível descartar todos os nós que não se encontram dentro do domínio da célula provisória de Voronoï.

$$u_{10} = \frac{(x_0 - x_1)}{\|x_0 - x_1\|}, \quad (15)$$

sendo $u_{10} = [u_{10}, v_{10}, w_{10}]$. Assim, todos os nós que não respeitarem a equação (16) são descartados

$$(u_{10}x + v_{10}y + w_{10}z) \geq (u_{10}x_1 + v_{10}y_1 + w_{10}z_1) \quad (16)$$

Após a obtenção da célula provisória para o nó n_0 , é possível obter a célula Voronoi V_0 . Segundo a norma Euclidiana, e conforme é mostrado na Figura 5 c), a distância entre o nó n_0 e a fronteira da célula de Voronoi é exatamente metade da distância do nó n_0 e do vizinho em questão. Através da fórmula (17) é possível calcular esta distância,

$$d_{n_0, n_1} = \frac{E(x_0, x_1)}{2} \quad (17)$$

Repetindo o mesmo procedimento para todos os nós que discretizam o domínio do problema, é possível obter o diagrama de Voronoi, conforme ilustrado na Figura 5 d).

2.2.3.2 Células de influência e conectividade nodal

A conectividade nodal no método NRPIM é obtida da mesma forma que no método RPIM, através da sobreposição de células de influência em cada nó.

Através do seu nível de conectividade nodal, as células de influência podem ser divididas em duas categorias:

- Células de influência de primeiro grau: contêm os vizinhos naturais de primeiro grau de um certo ponto de interesse;
- Células de influência de segundo grau: para além de conterem os vizinhos naturais de primeiro grau, também contêm os vizinhos naturais de todos os nós que fazem parte das células de influência de primeiro grau.

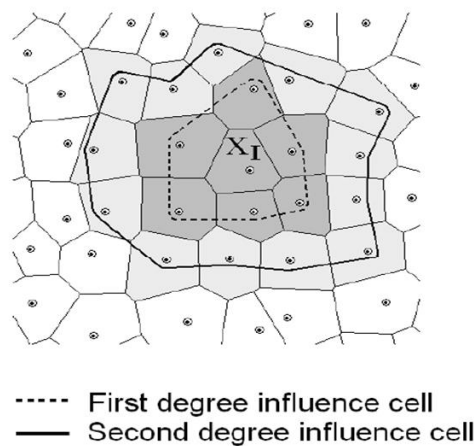


Figura 6 – Representação das células de influência [73]

A Figura 6 mostra um exemplo de diagrama de Voronoï, onde se pode observar a distinção entre células de influência de primeiro grau e células de influência de segundo grau.

2.2.3.3 Integração numérica

A integração das equações diferenciais que regem o problema é uma das maiores vantagens do NNRPIM. Após a construção do diagrama de Voronoï, e tendo em conta a informação espacial da distribuição nodal, é possível obter uma malha de integração dependente. Para tal, através do diagrama de Voronoï obtido (Figura 7), é necessário dividir cada célula em células mais pequenas. Estas zonas podem ser triangulares ou quadrangulares dependendo da regularidade ou irregularidade da malha, respetivamente.

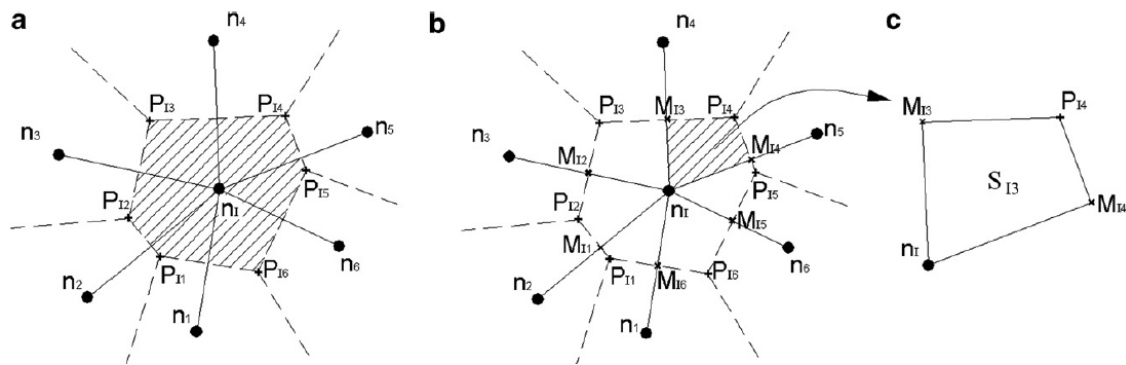


Figura 7 - Para uma malha irregular a) célula de Voronoï e os respetivos pontos de interseção P_{ij} , b) pontos médios M_{ij} e o respetivo quadrilátero gerado e c) quadrilátero gerado [63]

Através da construção duma célula de Voronoï (V_i) é possível determinar os pontos de interseção (P_{ij}) da célula com a fronteira das células vizinhas. De seguida consegue-se determinar os pontos médios, M_{ij} , unindo o nó da célula aos nós vizinhos. Os pontos médios coincidem com a interseção da união referida com a fronteira da célula. Assim, a divisão duma célula de Voronoï resulta em n sub-células (S_{ij}) em que n corresponde ao número de vizinhos naturais. A área da célula de Voronoï (V_i) corresponde ao somatório das áreas das sub-células

$$A_{V_i} = \sum_{i=1}^n A_{S_{ij}}, \forall A_{S_{ij}} \geq 0, \quad (18)$$

onde A_{V_i} é a área da célula de Voronoï e $A_{S_{ij}}$ é a área da sub-célula.

Tendo em conta a integração numérica de Gauss-Legendre, os pontos de integração são inseridos no centro de cada sub-célula como se mostra na Figura 8.

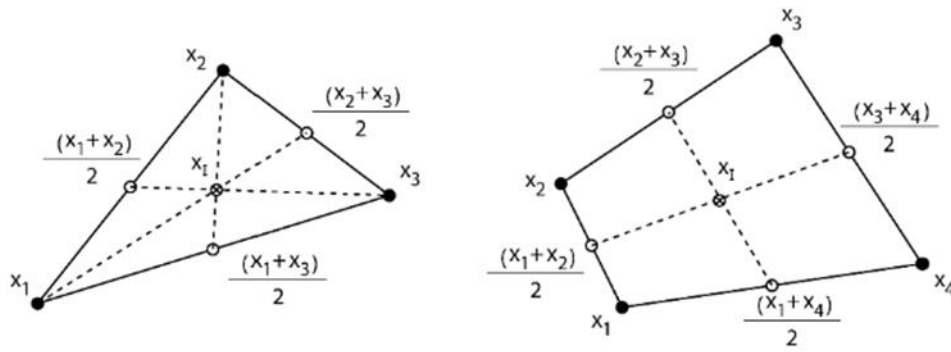


Figura 8 - Pontos de integração inseridos numa célula triangular e quadrilátera [60]

Na Figura 8 é apresentado apenas um ponto de integração em cada sub-célula. Para adicionar mais pontos de integração, a sub-célula tem de ser dividida novamente em sub-células quadrangulares menores (Figura 9).

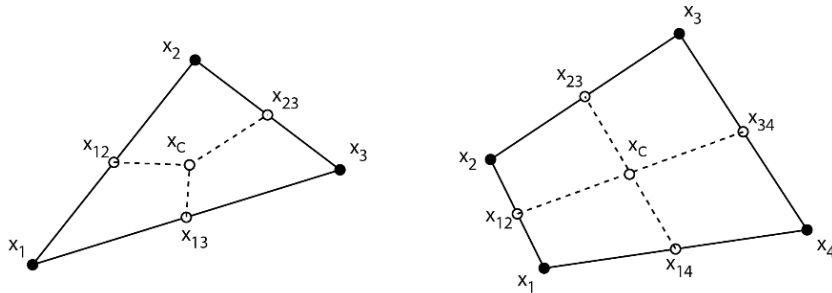


Figura 9 - Sub-células triangular e quadrilátera com vários pontos de integração [60]

É importante ter noção que o aumento de pontos de integração não corresponde a um aumento significativo na precisão da solução e conduz a um maior custo computacional [46]. Ao repetir o processo descrito para todas as células do diagrama de Voronoï, obtém-se o domínio de integração da malha.

2.2.4 Funções de forma

Em ambos os métodos, RPIM e NNRPIM, as funções de forma resultam da combinação das funções de base radial e funções polinomiais.

Considerando uma função $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ definida num certo domínio, discretizada por um conjunto distinto de nós N e assumindo que apenas os nós que se encontram dentro de uma certa célula de influência têm efeito na função $\mathbf{u}(\mathbf{x}_I)$ é possível obter o valor da função num certo ponto x_I através de

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_I) = \sum_{i=1}^n R_i(\mathbf{x}_I) a_i(\mathbf{x}_I) + \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{x}_I) b_j(\mathbf{x}_I) = \left\{ \mathbf{R}^T(\mathbf{x}_I), \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_I) \right\} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix}, \quad (19)$$

onde $R_i(\mathbf{x}_I)$ é a FBR e n é o número de nós dentro da célula de influência do ponto \mathbf{x}_I . Os coeficientes $a_i(\mathbf{x}_I)$ e $b_j(\mathbf{x}_I)$ são coeficientes não constantes de $R_i(\mathbf{x}_I)$ e $p_j(\mathbf{x}_I)$, respetivamente. O $p_j(\mathbf{x}_I)$ é a função de base polinomial e m é o número de monómios da base polinomial.

Os vetores da equação (19) são

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{x}_I) = \{R_1(\mathbf{x}_I), R_2(\mathbf{x}_I), \dots, R_n(\mathbf{x}_I)\} \quad (20)$$

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}_I) = \{p_1(\mathbf{x}_I), p_2(\mathbf{x}_I), \dots, p_m(\mathbf{x}_I)\} \quad (21)$$

$$\mathbf{a}^T(\mathbf{x}_I) = \{a_1(\mathbf{x}_I), a_2(\mathbf{x}_I), \dots, a_n(\mathbf{x}_I)\} \quad (22)$$

$$\mathbf{b}^T(\mathbf{x}_I) = \{b_1(\mathbf{x}_I), b_2(\mathbf{x}_I), \dots, b_m(\mathbf{x}_I)\} \quad (23)$$

Nas funções de base radial, a variável r_{ii} é dada pela distância entre o nó x_i e o nó vizinho x_I sendo calculada da seguinte forma

$$r_{ii} = \sqrt{(x_i - x_I)^2 + (y_i - y_I)^2 + (z_i - z_I)^2}. \quad (24)$$

A FBR multiquadrática proposta por Hardy [84] é dada por

$$R_{ii} = (r_{ii}^2 + c^2)^p. \quad (25)$$

em que c e p são parâmetros de forma. Estes parâmetros afetam diretamente os resultados da FBR e, como tal, precisam de ser otimizados com recurso a testes numéricos [63]. Tendo em conta que a análise ao longo do trabalho vai ser feita num modelo 2D, estas bases serão:

- Base nula

$$\mathbf{x}^T = \{x, y\}; \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = \{0\}; m = 0, \quad (26)$$

- Base constante

$$\mathbf{x}^T = \{x, y\}; \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = \{1\}; m = 1, \quad (27)$$

- Base linear

$$\mathbf{x}^T = \{x, y\}; \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = \{1, x, y\}; m = 3, \quad (28)$$

- Base quadrática

$$\mathbf{x}^T = \{x, y\}; \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = \{1, x, y, x^2, xy, y^2\}; m = 6. \quad (29)$$

De modo a obter uma solução única, a base polinomial tem de satisfazer o seguinte requerimento

$$\sum_{i=1}^n p_j(\mathbf{x}_i) a_i(\mathbf{x}_i) = 0, \quad j=1,2,\dots,m. \quad (30)$$

Assim, uma nova equação matricial pode ser escrita

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_Q & \mathbf{P}_m \\ \mathbf{P}_m^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} = \mathbf{G} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix}, \quad (31)$$

onde

$$\mathbf{u}_s = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}^T, \quad (32)$$

$$\mathbf{R}_Q = \begin{bmatrix} R(r_{11}) & R(r_{12}) & \dots & R(r_{1n}) \\ R(r_{21}) & R(r_{22}) & \dots & R(r_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(r_{n1}) & R(r_{n2}) & \dots & R(r_{nn}) \end{bmatrix}. \quad (33)$$

A base polinomial constante é definida por

$$\mathbf{P}_m = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T, \quad (34)$$

sendo que para um problema 2D, a base polinomial linear é

$$\mathbf{P}_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_m \\ y_1 & y_2 & \dots & y_m \end{bmatrix}^T. \quad (35)$$

Tendo em conta que a geometria da matriz \mathbf{G} é simétrica, pois a distância é independente da direção, e resolvendo a equação (31)

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (36)$$

substituindo na equação (19) obtêm-se

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_l) = \{\mathbf{R}^T(\mathbf{x}_l), \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_l)\} \mathbf{G}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ 0 \end{Bmatrix} = \varphi(\mathbf{x}_l) \mathbf{u}_s, \quad (37)$$

onde $\varphi(\mathbf{x})$ é a função de forma definida por

$$\varphi(\mathbf{x}_l) = \{\mathbf{R}^T(\mathbf{x}_l), \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_l)\} \mathbf{G}^{-1} = \{\varphi_1(\mathbf{x}_l), \varphi_2(\mathbf{x}_l), \dots, \varphi_n(\mathbf{x}_l)\}. \quad (38)$$

A derivada parcial de $\varphi(\mathbf{x})$ em ordem à variável ξ é dada por

$$\varphi_{,\xi}(\mathbf{x}_l) = \{\mathbf{R}_{,\xi}^T(\mathbf{x}_l), \mathbf{p}_{,\xi}^T(\mathbf{x}_l)\} \mathbf{G}^{-1}. \quad (39)$$

As derivadas parciais da FBR multiquadrática em ordem a x e y são

$$\mathbf{R}_{,x}(r_{ij}) = 2p(r_{ij}^2 + c^2)^{p-1} (x_j - x_i) \quad (40)$$

$$\mathbf{R}_{,y}(r_{ij}) = 2P(r_{ij}^2 + c^2)^{p-1}(y_j - y_i). \quad (41)$$

Os primeiros trabalhos envolvendo o método RPIM [43, 44] confirmam que as funções de forma possuem a propriedade delta de Kronecker

$$\varphi_i(\mathbf{x}_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1(i = j) \\ 0(i \neq j) \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (42)$$

e que a partição de unidade é satisfeita através da seguinte expressão

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i(\mathbf{x}_i) = 1. \quad (43)$$

2.3 Estado atual da arte

Na Tabela 2 são apresentados, de forma breve, os estudos usando métodos sem malha aplicados a juntas adesivas. Apesar de já existirem alguns estudos usando estes métodos, os mesmos constituem uma novidade no campo das juntas adesivas devido ao baixo número de trabalhos nesta área.

Tabela 2 - Estudos em juntas adesivas com recurso a métodos sem malha

| Referências Bibliográficas | Descrição do Trabalho |
|---|---|
| Analysis of cohesive failure in adhesively bonded joints with the SSPH meshless method [85] | Neste trabalho é usada uma abordagem numérica de forma a simular o início e a propagação de uma fenda usando o <i>Symmetric Smoothed Particle Hydrodynamics</i> (SSPH). O trabalho foi realizado considerando provetes <i>double cantilever beam</i> (DCB) de alumínio, que foram sujeitos a modos misto de carregamento através da combinação de modos de carga puros I (tração) e II (corte). Concluiu-se que no que toca ao modo I, os resultados obtidos através do método SSPH expõem uma diferença máxima entre as cargas de pico calculadas e experimentais de 3,1%, enquanto através do FEM esta diferença é de 6,7%. Já resultados para um modo misto são semelhantes aos experimentais apenas para um ângulo de mixicidade de modos inferior a 50°. |

Comparison of cohesive zone elements and smoothed particle hydrodynamics for failure prediction of single lap adhesive joints [86]

Neste trabalho foi usado um modelo de elemento finito 3D de uma JSS de largura reduzida para comparar as metodologias de modelagem de elementos coesivos e SPH. Foi desenvolvido um segundo modelo de JSS de largura reduzida onde a camada adesiva foi modelada usando SPH. As condições fronteira e cargas aplicadas foram semelhantes em ambos os modelos e os resultados foram comparados para avaliar a adequação do SPH para a análise de juntas adesivas. Através da aplicação de um deslocamento de 0,2 mm, as tensões de arrancamento, ao longo da camada de adesivo, obtidas através do SPH são maiores comparativamente às obtidas através do uso de elementos coesivos. A menor diferença obtida entre os dois métodos é nos limites do adesivo, e a diferença de resultados, em média, é de 11 MPa. Em relação às tensões de corte obtidas, para o mesmo deslocamento, estas são menores através do uso do SPH. Os resultados obtidos demonstram que a implementação do método SPH é promissor para modelar roturas coesivas em ligações adesivas, mas requer desenvolvimento de forma a permitir o crescimento interfacial da fenda. Este método permite ainda uma análise de grandes deformações plásticas na camada adesiva dúctil devido à ausência de uma malha, superando assim o problema de distorção nas malhas Lagrange, o que causa a não convergência da solução.

Nonlinear static analysis of a composite bonded bolted single-lap joint using the meshfree radial point interpolation method [87]

Este trabalho tem como âmbito uma análise estática em juntas adesivas e juntas adesivas/parafusadas. De forma a prever a rotura da junta é usado um critério de tensão máxima. Para validar a capacidade do modelo, os resultados são comparados com análises de MEF e medições experimentais.

Os resultados obtidos através do método sem malha estão de acordo com os resultados obtidos no MEF. Foi concluído que, apesar de, comparativamente ao MEF, o custo computacional ser maior, o método sem malha (RPIM) apresenta uma maior precisão de resultados sem ser necessário qualquer ajuste dos parâmetros do modelo.

Evaluation of an Elastic Meshless Formulation to Adhesive Joints' Strength Prediction Against Established Methods [88]

De forma a analisar as juntas adesivas, neste trabalho foi usado o método sem malha NNRPIM para analisar diferentes juntas onde existe variação do L_0 e do adesivo em si. As simulações foram executadas para todas as geometrias utilizando o MEF e o NNRPIM. As análises segundo MEF demonstram ser um método muito preciso pois consideram as propriedades não lineares do adesivo, mas para analisar grandes deformações necessitam de uma malha muito refinada. Visto que o NNRPIM não necessita de uma malha, este torna-se um método perfeito para analisar grandes deformações, sendo assim um método adequado para analisar juntas adesivas. Visto que a magnitude e padrão dos resultados obtidos através do NNRPIM são semelhantes aos obtidos pelo MEF, é possível concluir que o método sem malha é adequado para o estudo que foi feito, mas é necessário fazer trabalhos de pesquisa adicionais de forma a melhorar estas análises.

The numerical simulation of crack propagation using radial point interpolation meshless methods [89]

No presente trabalho foram comparados dois métodos sem malha, RPIM e NNRPIM, para a previsão e simulação da propagação da fenda em juntas adesivas. Para tal foi usado um algoritmo para simular a propagação da fenda em ambos os métodos, que calcula o crescimento de fenda iterativamente até que seja atingido o limite estipulado. O algoritmo foi testado em três problemas diferentes, conseguindo obter resultados semelhantes aos teóricos, desde que se use uma discretização suficientemente refinada. Os resultados obtidos para um carregamento de modo II divergem da solução teórica, sendo assim necessário aumentar a densidade nodal em problemas sujeitos a este tipo de carregamento para obter resultados semelhantes aos teóricos. Assim, espera-se que, através do refinamento da discretização, o algoritmo consiga resolver inúmeros problemas com elevada precisão. Os métodos sem malha, em comparação ao MEF, conseguem obter campos de tensão mais suaves, para além de conseguirem reconfigurar facilmente domínios transitórios, o que permite adicionar ou remover nós sem perturbar a solução.

Predicting single-lap joint strength using the NNRPIM [90]

Esta literatura combina o critério *Critical Longitudinal Strain* (CLS) com o NNRPIM com o propósito de prever a resistência de ligação para juntas de sobreposição simples (JSS). Assim, a resistência das juntas foi prevista através do uso de 3 adesivos diferentes, desde frágeis até dúcteis. A comparação entre o uso do NNRPIM e MEF mostrou distribuições de tensões e deformações semelhantes, o que permitiu validar o uso do NNRIM nestas análises. É de acrescentar que o uso do CLS em conjunto com o NNRPIM proporcionou resultados precisos em todos os adesivos testados, comprovando assim que este pode ser usado em conjunto com este método sem malha.

Static strength prediction of adhesive joints: A review [91]

O presente artigo é um artigo de revisão em que são descritas várias técnicas de previsão de resistência de juntas adesivas. Ao todo foram descritos métodos analíticos e métodos numéricos, onde se chegou à conclusão que os métodos analíticos não são ideais para o âmbito do trabalho apesar de poderem ser um ponto de partida para uma previsão aproximada. No que toca aos métodos numéricos, através deste trabalho concluiu-se que vários métodos como a mecânica de contacto, da fratura e do dano não são ideais para a análise de juntas adesivas. Já o CZM combina princípios da mecânica contínua e da fratura de forma a analisar melhor o processo de fratura/rotura. No que diz respeito aos métodos sem malha, apesar de se encontrarem numa fase preliminar em relação ao estudo da resistência de juntas adesivas, devido ao facto de não necessitarem do uso de malha, estes podem ser usados com critérios da mecânica da fratura de forma a prever a resistência das juntas, apresentando assim uma vantagem em relação ao MEF. Por outro lado, a resolução de problemas através de métodos sem malha acaba por ser computacionalmente mais lenta em comparação ao MEF.

DESENVOLVIMENTO

3.1 TRABALHO EXPERIMENTAL

3.2 PREVISÃO DE RESISTÊNCIA

3 DESENVOLVIMENTO

3.1 Trabalho experimental

Neste capítulo será feita uma breve descrição dos materiais usados, tanto aderentes como adesivos, do tipo de junta analisada, bem como do procedimento para a preparação da mesma e posterior ensaio. A parte experimental aqui apresentada foi realizada no trabalho de Fernandes [92]. Assim, o presente trabalho está restringido à análise de resultados do trabalho neste capítulo.

3.1.1 Materiais utilizados

Este capítulo tem como objetivo descrever os materiais usados nas JSS (aderentes e adesivos) e apresentar as propriedades mecânicas dos mesmos.

3.1.1.1 Aderentes

O material escolhido para os aderentes é uma liga de alumínio Al6082-T651. A mesma foi optada devido a apresentar um vasto campo de aplicações estruturais. As propriedades apresentadas na Tabela 3 foram obtidas através de trabalhos anteriores [93].

Tabela 3 - Propriedades mecânicas à tração da liga de alumínio Al6082-T651 [93]

| Propriedades | Valor |
|---|-------------------|
| Módulo de Young, E [GPa] | $70,07 \pm 0,83$ |
| Tensão de cedência à tração, σ_y [MPa] | $261,67 \pm 7,65$ |
| Resistência à tração, σ_f [MPa] | $324,00 \pm 0,16$ |
| Deformação de rotura, ε_f [%] | $21,70 \pm 4,24$ |

3.1.1.2 Adesivos

No âmbito deste trabalho foram usados três adesivos diferentes, o Araldite® AV138, o Araldite® 2015 e o Sikaforce® 7888. As propriedades dos adesivos encontram-se na Tabela 4.

Tabela 4 - Propriedades do adesivo Araldite® AV138 [94], Araldite® 2015 [95] e Sikaforce® 7888 [96]

| Propriedades | Araldite® AV138 | Araldite® 2015 | Sikaforce® 7888 |
|---|--------------------|-------------------|--------------------|
| Módulo de Young, E [GPa] | 4,89±0,81 | 1,85±0,21 | 1,89±0,81 |
| Coeficiente de Poisson, ν | 0,35 ^a | 0,33 ^a | 0,33 ^a |
| Tensão de cedência à tração, σ_y [MPa] | 36,49±2,47 | 12,63±0,61 | 13,20±4,83 |
| Tensão de rotura à tração, σ_f [MPa] | 39,45±3,18 | 21,63±1,61 | 28,60±2,0 |
| Deformação de rotura à tração, ϵ_f [%] | 1,21±0,10 | 4,77±0,15 | 43,0±0,6 |
| Módulo de elasticidade transversal, G [GPa] | 1,56±0,01 | 0,56±0,21 | 0,727 ^c |
| Tensão de cedência ao corte, τ_y [MPa] | 25,1±0,33 | 14,6±1,3 | - |
| Tensão de rotura de corte, τ_f [MPa] | 30,2±0,40 | 17,9±1,8 | 20 ^a |
| Deformação de rotura ao corte, γ_f [%] | 7,8±0,7 | 43,9±3,4 | 100 ^a |
| Tenacidade à tração, G_{IC} [N/mm] | 0,20 ^b | 0,43±0,02 | 1,18±0,22 |
| Tenacidade ao corte, G_{IIC} [N/mm] | 0,38 ^b | 4,70±0,34 | 8,72±1,22 |

^a Valor do fabricante

^b Valor estimado na referência [96]

^c Valor estimado pela Lei de Hooke

De seguida são dados mais detalhes sobre os adesivos.

3.1.1.2.1 Araldite® AV138

O Araldite® AV138, combinado com o endurecedor HV 998, forma um sistema epóxico bi-componente que apresenta uma excelente resistência mecânica e química. Este é um

adesivo frágil em que a proporção de resina/endurecedor é de 100 g/40 g. As curvas σ - ϵ dos provetes ensaiados à tração encontram-se na Figura 10.

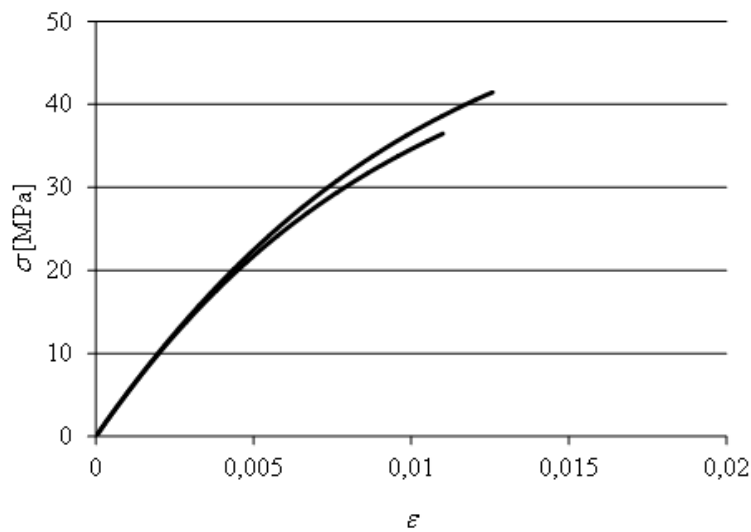


Figura 10 - Curvas σ - ϵ de provetes maciços do adesivo Araldite® AV138 [95]

3.1.1.2.2 Araldite® 2015

O Araldite® 2015 é um adesivo epóxico estrutural bi-componente com ductilidade moderada. Comparativamente ao Araldite® AV138, este adesivo apresenta menor resistência à tração e ao corte. No entanto, este possibilita a redistribuição de tensões nas extremidades da junta devido ao facto de ser dúctil. Comparando com o Araldite® AV138, o Araldite® 2015 apresenta uma deformação de rotura ao corte quase seis vezes superior. Por outro lado, a tensão de rotura ao corte e à tração é praticamente metade. Na Figura 11 encontram-se as curvas σ - ϵ dos provetes maciços ensaiados à tração.

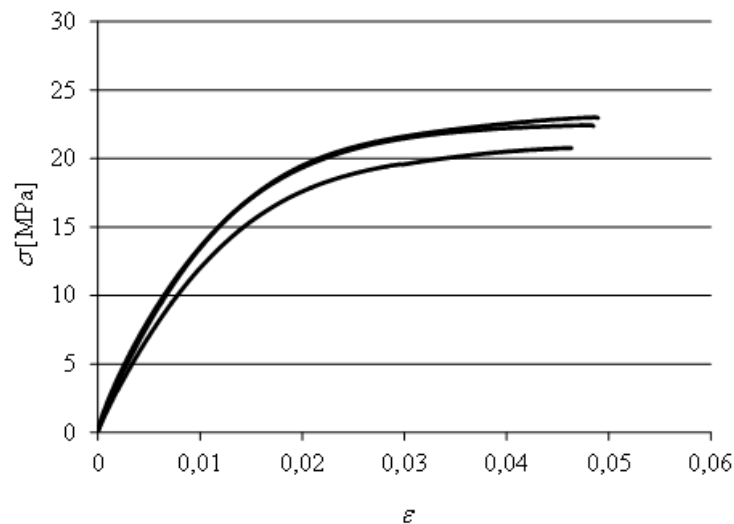


Figura 11 - Curvas σ - ϵ de provetes maciços do adesivo Araldite® 2015 [95]

3.1.1.2.3 Sikaforce® 7888

O Sikaforce® 7888 é um adesivo estrutural de base poliuretano de alta resistência e ductilidade. Em comparação aos outros dois adesivos, este é o mais dúctil, e é particularmente aplicado na indústria automóvel [97]. O mesmo faz parte de uma nova geração de adesivos que combinam a elevada resistência dos epóxidos com a capacidade de deformação dos elastómeros. Assim, este adesivo tem uma elevada resistência e capacidade de alongamento, e ainda uma elevada resistência a esforços dinâmicos, o que beneficia a sua resistência à fadiga [98]. Na Figura 12 pode-se ver a curva σ - ϵ de um provete maciço ensaiado.

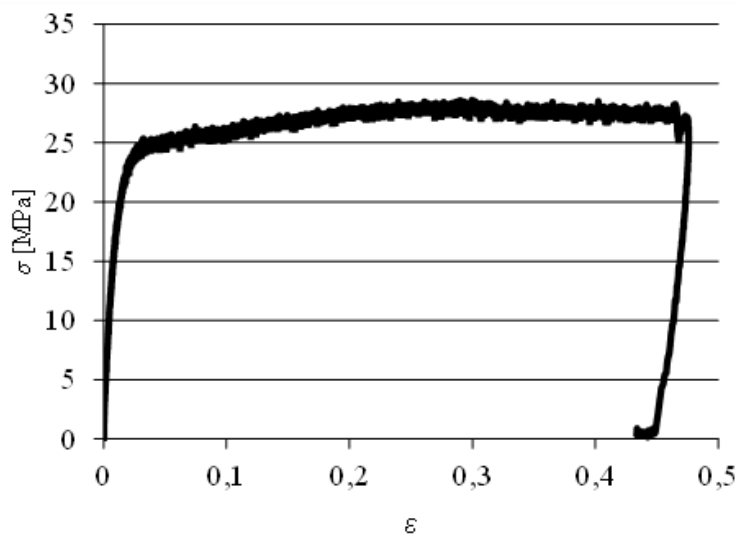


Figura 12 - Curvas σ - ϵ de provetes maciços do adesivo Sikaforce® 7888 [96]

3.1.2 Geometria das juntas

Na Figura 13 apresentam-se os parâmetros geométricos das JSS: comprimento total dos provetes (L_T), espessura do substrato (t_p), espessura do adesivo (t_A) e comprimento de sobreposição (L_O). O estudo foi realizado através da variação de L_O , com valores de 12,5 mm, 25 mm, 37,5 mm e 50 mm. Em relação ao valor da largura da junta, este não varia e é de 25 mm.

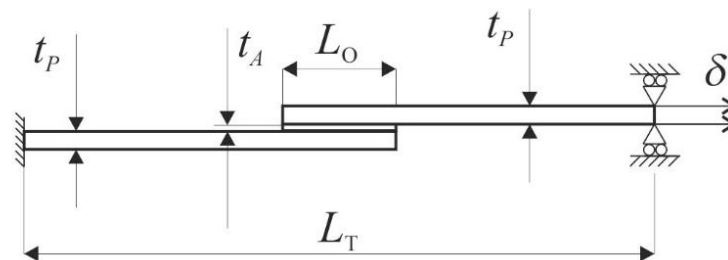


Figura 13 - Configuração da geometria dos provetes

3.1.3 Processo de fabrico

De forma a preparar as JSS seguiu-se um procedimento idêntico ao de uma análise de referência [92]. Os substratos já foram fornecidos com as dimensões finais de 140x25x3 mm³. De forma a proceder à fabricação das juntas, primeiro foi necessário preparar a superfície. Este processo consiste na lixagem dos substratos seguida de uma limpeza superficial efetuada com acetona.

Após o processo de preparação da superfície, segue-se a preparação para aplicação do adesivo. Para tal, são necessárias barras de apoio para alinhar os substratos e colocar fios de pesca calibrados com diâmetro de 0,2 mm nas extremidades da zona de sobreposição, para garantir uniformidade da espessura do adesivo. Concluída esta fase procedeu-se à colagem dos substratos através da aplicação de adesivo num dos substratos e posterior posicionamento do outro. O posicionamento foi feito com ajuda de grampos de forma a alcançar a espessura desejada e expulsar os excessos de adesivo, que foram posteriormente removidos. É de notar que a remoção dos excessos é feita após a cura do adesivo e é essencial, pois estes influenciam a resistência da junta.

3.1.4 Ensaio das juntas

Os ensaios de tração foram realizados na máquina de ensaios Shimadzu® AG-X 100 (Figura 14), a qual se encontrava equipada com uma célula de carga de 100 kN e com distância entre maxilas de 170 mm. Todos os ensaios foram realizados à temperatura ambiente e a uma velocidade constante de 1 mm/min.



Figura 14 - Fixação de um provete na máquina de ensaios [92]

3.1.5 Resultados obtidos

Neste subcapítulo são apresentados os modos de rotura e as curvas $P-\delta$ para as diferentes configurações de JSS [92]. É também apresentado $P_{\text{máx}}$ e efetuada a análise dos dados obtidos experimentalmente.

3.1.5.1 Curvas $P-\delta$

Na Figura 15 são apresentados exemplos das curvas $P-\delta$ para os diferentes adesivos com os diferentes L_0 , obtidas num trabalho anterior [92].

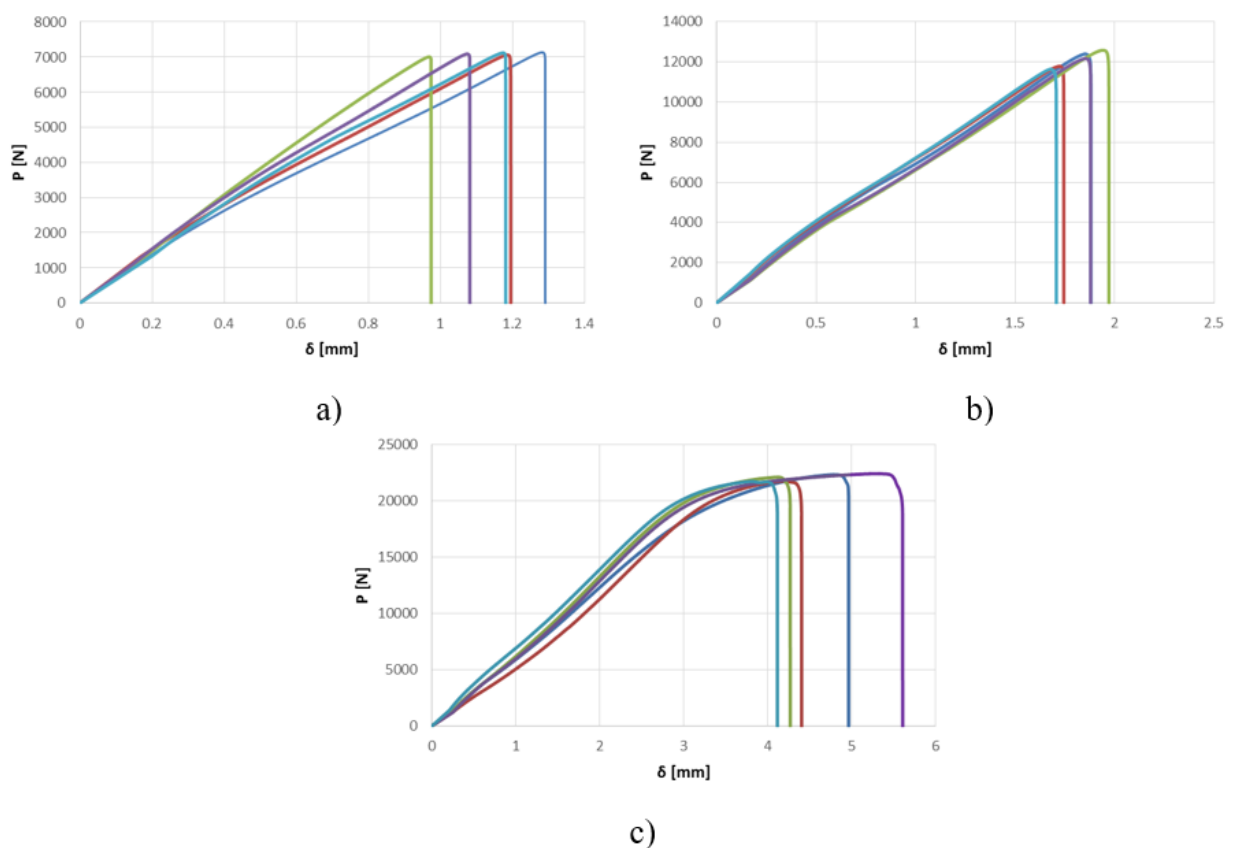


Figura 15 - Curvas $P-\delta$ obtidas experimentalmente para a) Araldite® AV138 com $L_0=25$ mm, b) Araldite® 2015 com $L_0=37,5$ mm e c) Sikaforce® 7888 com $L_0=50$ mm [92]

A partir da análise dos gráficos e dos valores médios de $P_{\text{máx}}$ apresentados na Tabela 5 é possível analisar o comportamento dos três adesivos. Quanto aos adesivos Araldite® AV138 e Araldite® 2015 é possível verificar um comportamento linear da junta até à rotura para os diferentes L_0 . Já em relação ao adesivo Sikaforce® 7888 não é possível concluir o mesmo. Este apresenta um comportamento não linear na proximidade de $P_{\text{máx}}$ para um $L_0=50$ mm. Este acontecimento é explicado devido à elevada ductilidade do adesivo que induz cargas mais elevadas, que por sua vez causam a plastificação dos

substratos. Para os outros valores de L_0 que não estão demonstrados nos gráficos, as curvas foram lineares e apresentam uniformidade na rigidez, força máxima e respetivo deslocamento.

Tabela 5 - Valores médios de $P_{m\acute{a}x}$ [N] para os diferentes adesivos [92]

| L_0 [mm] | 12,5 | 25 | 37,5 | 50 |
|-----------------|--------|---------|---------|---------|
| Araldite® AV138 | 5793,2 | 7079,1 | 8417,1 | 9342,2 |
| Araldite® 2015 | 5520,5 | 9207,7 | 12116,8 | 13927,9 |
| Sikaforce® 7888 | 8099,4 | 13311,4 | 17427,8 | 22097,0 |

3.1.5.2 Modos de rotura

Não se observou plastificação dos aderentes em nenhuma das configurações de juntas testadas. De seguida são apresentadas imagens dos provetes ensaiados para cada tipo de adesivo.

A Figura 16 representa os 20 provetes ensaiados sendo 1 por cada comprimento L_0 . Verifica-se assim uma rotura coesiva em todos os provetes com remanescência de adesivo em ambos os substratos. Contudo, não é evidente que a rotura tenha sido coesiva pois esta ocorreu muito próxima da interface adesivo/substrato.

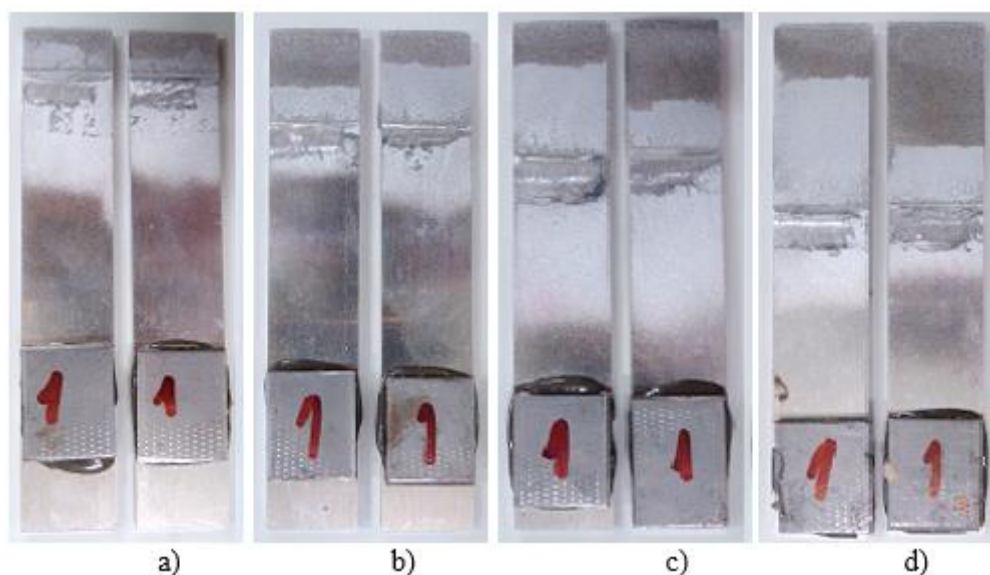


Figura 16 - Superfícies de rotura de JSS ensaiadas com o adesivo Araldite® AV138 para os valores de L_0 de: a) 12,5 mm, b) 25 mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [92]

Através da Figura 17 é possível notar a existência de uma rotura coesiva em todos os provetes. É ainda possível ver que para os L_0 de 12,5 mm, 25 mm e 37,5 mm existe uma

distribuição equitativa de adesivo nos dois substratos enquanto que para o L_0 de 50 mm esta não é uniforme. Apesar desta distribuição não ser equitativa, existe adesivo em ambos os substratos sendo possível concluir que existe uma rotura coesiva.

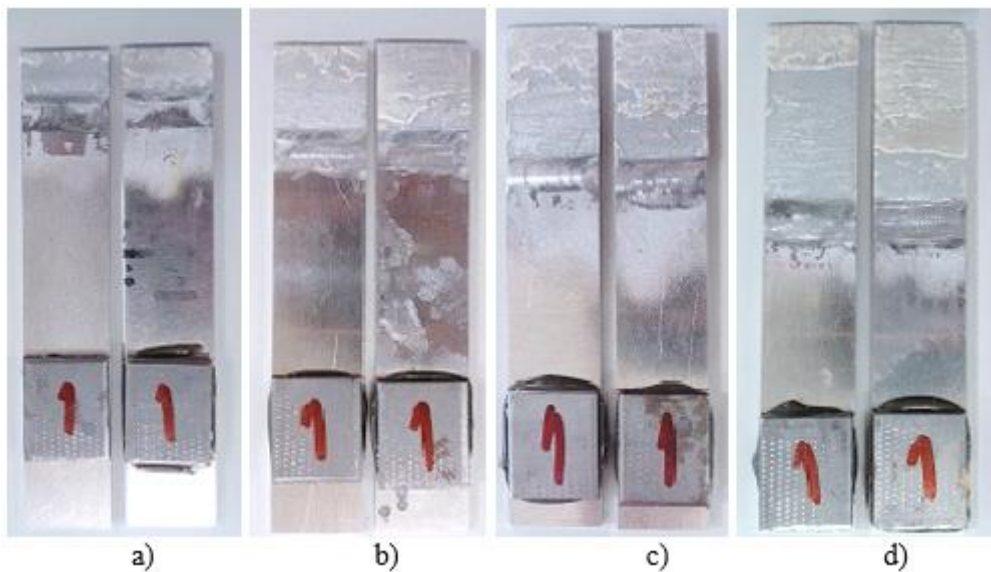


Figura 17 - Superfícies de rotura de JSS ensaiadas com o adesivo Araldite® 2015 para os valores de L_0 de: a) 12,5 mm, b) 25 mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [92]

Na Figura 18 observa-se um provete para cada L_0 para o adesivo Sikaforce® 7888 no qual se podem ver os modos de rotura.

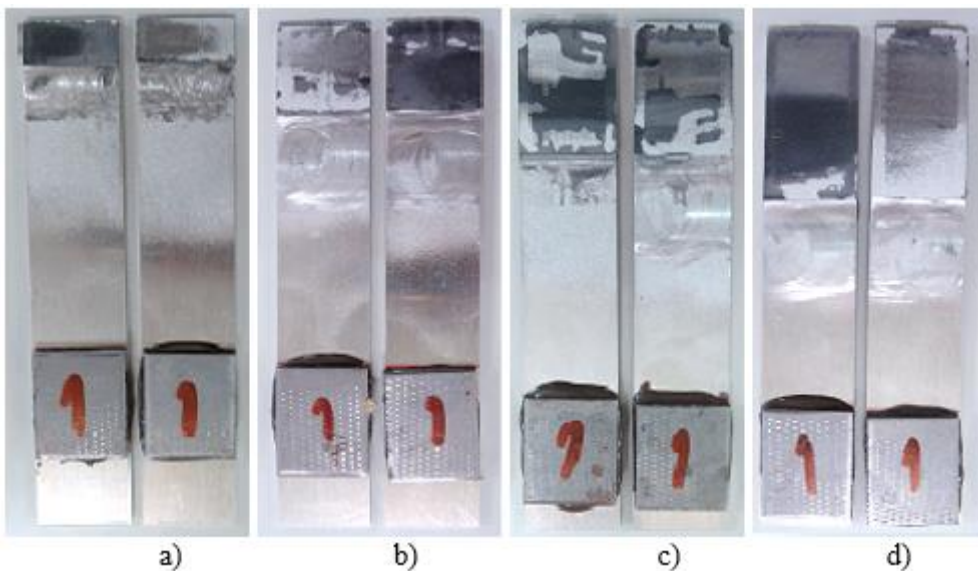


Figura 18 - Superfícies de rotura de JSS ensaiadas com o adesivo Sikaforce® 7888 para os valores de L_0 de: a) 12,5 mm, b) 25 mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [92]

É de notar que ocorreram roturas coesivas apesar da não uniformidade da distribuição de adesivo em ambos os substratos. O facto de existir roturas coesivas em todos os provetes demonstra que foi executada uma boa preparação da superfície.

3.1.5.3 Resistência das juntas

Na Figura 19 encontram-se os valores médios de $P_{m\acute{a}x}$ e os respetivos desvios padrão para os três adesivos. Os valores do adesivo Araldite® AV138 são comparados com o modelo analítico de Volkersen devido à fragilidade do adesivo, enquanto as juntas com os outros dois adesivos foram comparados com o critério de plastificação generalizada ou *Global Yielding* (GY), devido à sua ductilidade.

Através da análise da Figura 19 é possível averiguar, que para o adesivo Sikaforce® 7888, o aumento da resistência das juntas com o L_0 é quase linear devido à sua grande ductilidade. Em relação ao adesivo Araldite® 2015, no qual foi usado o mesmo critério de comparação que no Sikaforce® 7888, os valores apresentam alguma discrepância, o que pode ser explicado pela menor ductilidade que este apresenta. Para o adesivo Araldite® AV138, o aumento de $P_{m\acute{a}x}$ com L_0 é pouco significativo, justificando assim o uso de um critério diferente dos outros dois adesivos. No entanto, apesar desta verificação, os três adesivos mostram um aumento de $P_{m\acute{a}x}$ em função de L_0 .

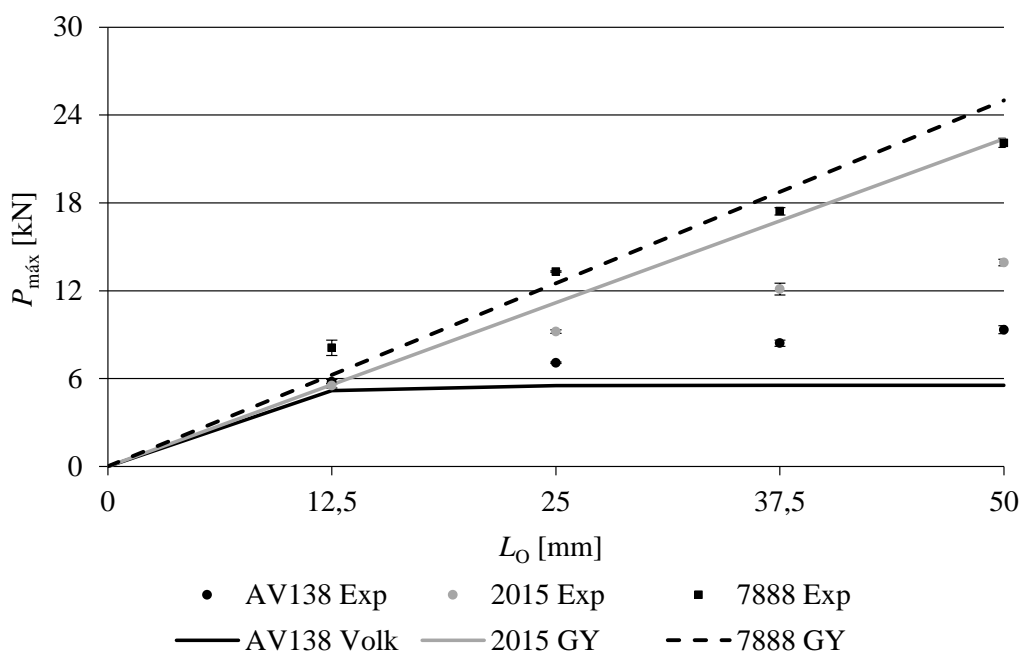


Figura 19 - Valores médios de $P_{m\acute{a}x}$ e desvio padrão em função de L_0 para os diferentes adesivos [92]

Na Tabela 6 encontram-se os valores de $P_{m\acute{a}x}$ para cada adesivo em função de L_0 . É possível ainda verificar o aumento percentual de $P_{m\acute{a}x}$ no mesmo adesivo com a alteração do L_0 .

Tabela 6 - $P_{m\acute{a}x}$ e aumento percentual de $P_{m\acute{a}x}$ em função de L_o para os três adesivos

| | L_o [mm] | 12,5 | 25 | 37,5 | 50 |
|--------------------|----------------------------------|--------|---------|---------|---------|
| Araldite® AV138 | $P_{m\acute{a}x}$ médio [N] | 5793,2 | 7079,1 | 8417,1 | 9842,2 |
| | Aumento de $P_{m\acute{a}x}$ [%] | - | 22,2 | 18,9 | 11,0 |
| Araldite® 2015 | $P_{m\acute{a}x}$ médio [N] | 5520,5 | 9207,7 | 12116,8 | 13927,9 |
| | Aumento de $P_{m\acute{a}x}$ [%] | - | 66,8 | 31,6 | 15,0 |
| Sikaforce® 7888 | $P_{m\acute{a}x}$ médio [N] | 8099,4 | 13311,4 | 17427,8 | 22097,0 |
| | Aumento de $P_{m\acute{a}x}$ [%] | - | 64,4 | 30,9 | 26,8 |

Para os diferentes adesivos, através da Tabela 6, pode-se ver o aumento do $P_{m\acute{a}x}$ médio à medida que aumenta o valor de L_o . O aumento de $P_{m\acute{a}x}$ [%] quantifica o aumento de resistência entre valores consecutivos de L_o e pode ser calculado com recurso à fórmula

$$\text{Aumento de } P_{m\acute{a}x} \text{ [%]} = \frac{P_n - P_{n-1}}{P_{n-1}} \times 100 . \quad (44)$$

Assim, para o adesivo Araldite® AV138 observa-se que o maior aumento percentual de $P_{m\acute{a}x}$ ocorre entre os dois primeiros L_o , sendo este de 22,2%. Entre as juntas com maior e menos L_o verifica-se um aumento percentual de 69,9 no valor de $P_{m\acute{a}x}$. De salientar ainda que o aumento de $P_{m\acute{a}x}$ médio em juntas com valores de L_o consecutivos tende a ser constante e a rondar o valor de 1300 N.

Para o adesivo Araldite® 2015 constata-se que o maior aumento percentual de $P_{m\acute{a}x}$ ocorre entre os dois primeiros L_o sendo este de 66,8%. O aumento percentual entre os valores limite de L_o é de 152,3%. Ao contrário do adesivo Araldite® AV138, é possível ver que o aumento de $P_{m\acute{a}x}$ médio não é constante e tende a diminuir bastante com o aumento de L_o .

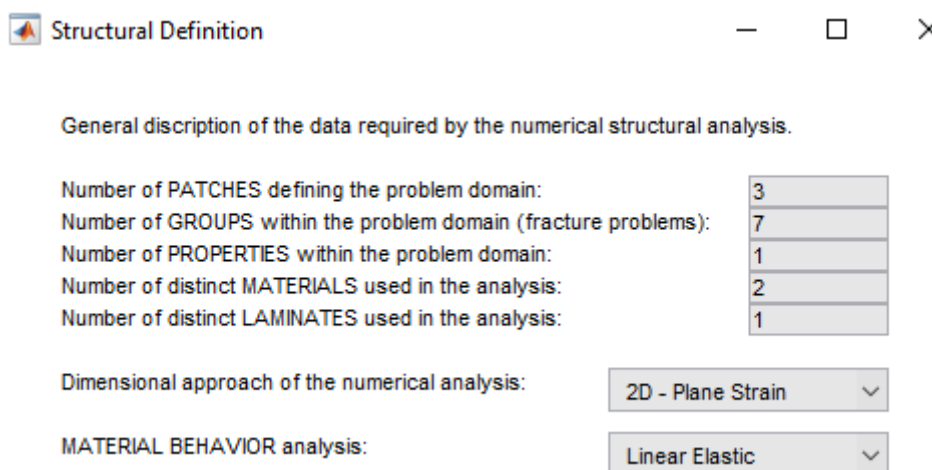
Para o adesivo Sikaforce® 7888, o maior aumento percentual de $P_{m\acute{a}x}$ ocorre entre os dois primeiros L_o sendo este de 64,4%. O aumento percentual de $P_{m\acute{a}x}$ entre o maior e menor valor de L_o é de 172,8%. Este é o adesivo, entre os três, que aguenta maiores valores de $P_{m\acute{a}x}$ médios para os diferentes L_o e que apresenta maior aumento percentual de $P_{m\acute{a}x}$ entre os valores limite de L_o .

3.2 Previsão de resistência

3.2.1 Condições da análise numérica

A análise numérica foi realizada através do *software* FEMAS. Este *software* corre em ambiente Matlab e o mesmo foi desenvolvido pelo grupo de investigação *Computational Mechanics Research Laboratory*. O FEMAS permite a realização de simulações com a possibilidade de usar o MEF e ambos os métodos de análise por métodos sem malha, RPIM e NNRPIM.

Antes de se proceder com a análise é preciso definir a malha a usar no FEMAS, sendo necessário assim definir alguns parâmetros. No módulo "*MATER-Structure*" definem-se os parâmetros apresentados na Figura 20.



Structural Definition

General discription of the data required by the numerical structural analysis.

| | |
|---|---|
| Number of PATCHES defining the problem domain: | 3 |
| Number of GROUPS within the problem domain (fracture problems): | 7 |
| Number of PROPERTIES within the problem domain: | 1 |
| Number of distinct MATERIALS used in the analysis: | 2 |
| Number of distinct LAMINATES used in the analysis: | 1 |

Dimensional approach of the numerical analysis: 2D - Plane Strain

MATERIAL BEHAVIOR analysis: Linear Elastic

Figura 20 - Parâmetros considerados no módulo "*MATER-Structure*"

O número de *PATCHES* representa o número de regiões dentro do domínio. Neste caso estão a ser considerados três domínios sendo estes os substratos, o superior e o inferior, e ainda o adesivo. O número depende de quem cria a malha em si, sendo o mínimo o número de peças que compõem o problema, razão pela qual se consideram apenas três.

Neste método, o deslocamento é calculado em cada ponto de Gauss (ponto de integração ou nó). Este cálculo é feito através da média dos deslocamentos dos nós vizinhos. O número de *GROUPS* tem como objetivo limitar o domínio da junta de forma a que o deslocamento dos nós nos limites de cada grupo não seja influenciado pelo deslocamento dos nós de outro grupo. Assim é possível evitar descontinuidades ao longo da junta e picos de tensões em zonas não esperadas.

Em termos do número de *PROPERTIES*, este representa os diferentes tipos de disposições de nós no domínio do problema. Em geral é apenas usado um tipo como nesta análise. É possível ter uma mistura de disposições de nós, contudo na prática nem

sempre funciona. Assim sendo, normalmente é usado apenas um tipo de disposição em todo o problema.

O número de *MATERIALS* representa o diferente número de materiais que estão a ser usados no problema. Este pode variar entre 1 até n elementos, dependendo do problema em questão. Nesta análise apenas são usados dois tipos de materiais, o material do adesivo e o material dos substratos.

O número de *LAMINATES* é usado quando se está a analisar materiais compósitos. Assim sendo, por defeito usa-se 1.

As propriedades dos materiais, substratos e adesivos, também têm de ser definidas com recurso ao módulo "*MATER-Material*". Ambos os materiais têm de ser definidos como isotrópicos e posteriormente grava-se esta configuração com recurso ao comando "*Save Material*". Na Figura 21 apresentam-se as propriedades mecânicas para o adesivo Araldite® AV138. Alguns dos valores presentes na Figura 21, não só para este adesivo, mas para os outros adesivos e substrato, são valores do fabricante e outros são calculados.

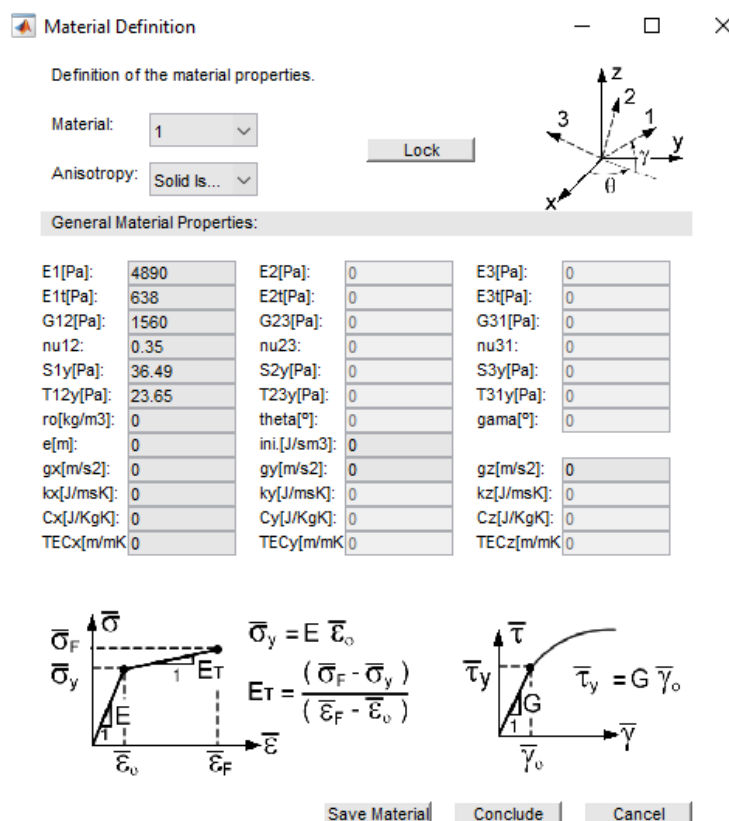


Figura 21 - Propriedades definidas para o adesivo no módulo "*MATER-Material*"

De forma a realizar a análise é preciso definir a malha para os modelos simulados. Foi usado um maior refinamento na zona de sobreposição e menor no restante substrato, Tabela 7. Contudo, ainda foi usado um *bias ratio* (Tabela 8) (rácio de refinamento

crecente ao longo de uma aresta do modelo) dependente do valor de L_0 de forma a obter resultados mais precisos. O *bias ratio* tem como função reduzir a distância entre nós nas zonas mais críticas, ou seja, nas zonas onde se espera maior concentração de tensões.

Tabela 7 - Divisões dos substratos e adesivos para a distribuição nodal

| L_0 [mm] | Espessura do substrato | Espessura do adesivo | Comprimento do substrato | Comprimento do adesivo |
|------------|------------------------|----------------------|--------------------------|------------------------|
| 12,5 | 10 | 4 | 80 | 102 |
| 25 | 10 | 4 | 74 | 188 |
| 37,5 | 10 | 4 | 60 | 220 |
| 50 | 10 | 4 | 48 | 254 |

Tabela 8 - *Bias ratio* dos substratos e adesivo para a distribuição nodal

| L_0 [mm] | Bias do comprimento (%) | Bias da espessura (%) | Bias da sobreposição (%) |
|------------|-------------------------|-----------------------|--------------------------|
| 12,5 | 80 | 80 | 20 |
| 25 | 90 | 80 | 40 |
| 37,5 | 90 | 80 | 40 |
| 50 | 80 | 80 | 40 |

As variações do *bias ratio* para as diferentes configurações de junta têm como intuito diminuir o esforço computacional, permitindo uma análise mais rápida sem comprometer a precisão dos resultados nas zonas com grandes variações de tensões.

Desta forma foi possível obter uma malha igual para todas as configurações de junta dependendo esta apenas do L_0 usado. A malha utilizada para a análise RPIM no FEMAS está presente na Figura 22 para um $L_0=12,5$ mm.

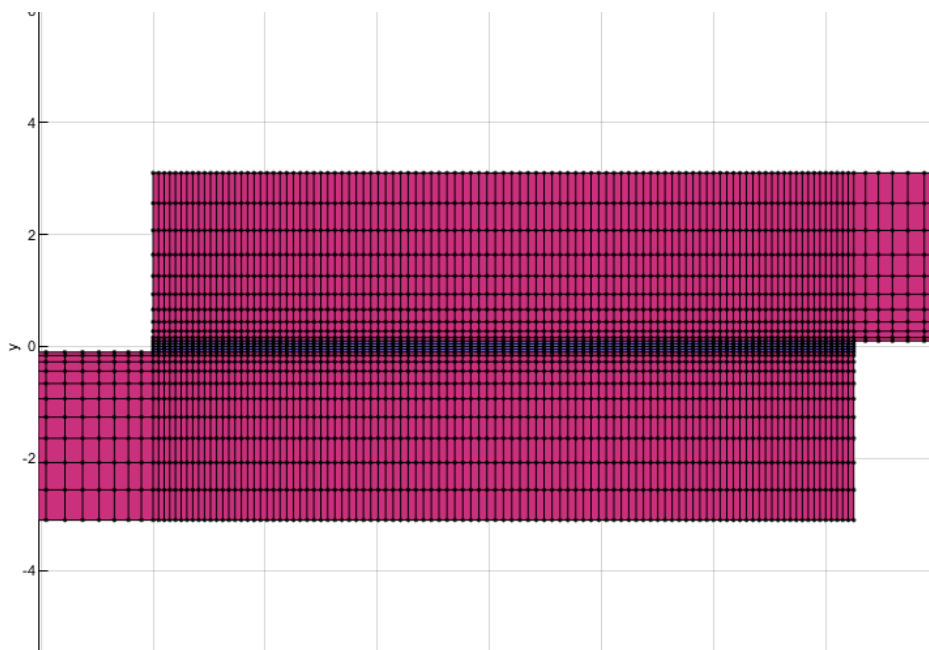


Figura 22 - Malha utilizada na análise RPIM para um $L_0=12,5$ mm

Na Figura 23 está representada a distribuição nodal utilizada na simulação para um $L_0=12,5$ mm.

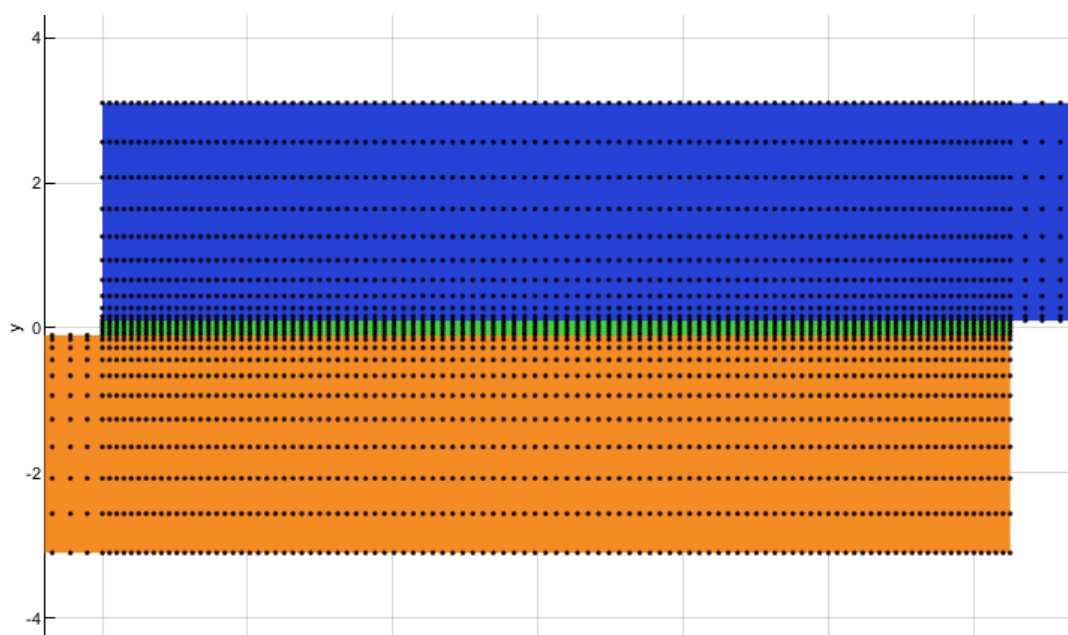


Figura 23 - Distribuição nodal utilizada na análise RPIM para um $L_0=12,5$ mm

De seguida, foram definidas as condições fronteira para as análises. Para tal foi considerada uma extremidade encastrada, ou seja, com deslocamento nulo (Figura 24)

e a outra extremidade livre (Figura 25) em que o deslocamento imposto depende do adesivo e L_0 , como se pode observar na Tabela 9.

Tabela 9 - Deslocamento imposto na extremidade livre em [mm]

| L_0 [mm] | Araldite® AV138 | Araldite® 2015 | Sikaforce® 7888 |
|------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 12,5 | 1,16 | 1,20 | 1,65 |
| 25 | 1,22 | 1,30 | 2,37 |
| 37,5 | 1,54 | 1,90 | 2,72 |
| 50 | 1,64 | 2,80 | 2,70 |

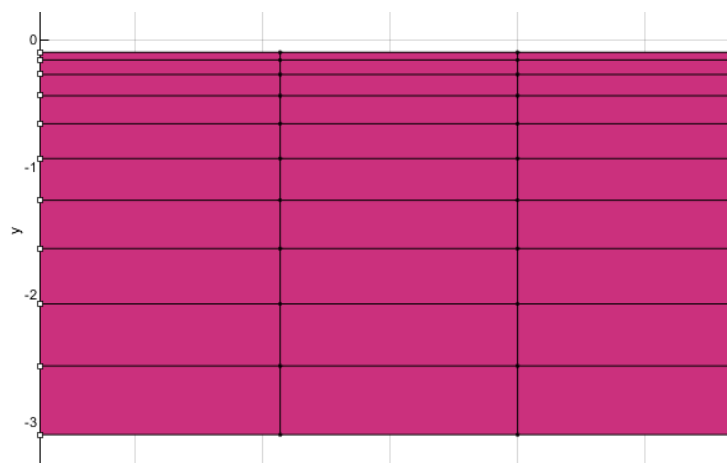


Figura 24 - Zona de encastramento

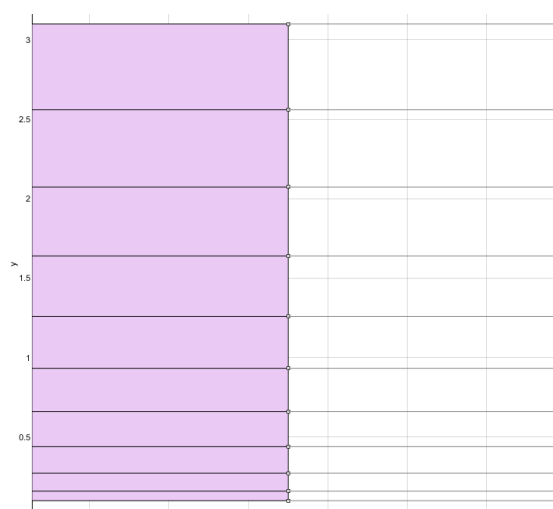


Figura 25 - Deslocamento imposto

3.2.2 Critérios de cedência

Neste subcapítulo será feita uma breve descrição dos critérios usados para prever a cedência das JSS. No trabalho foram usados dois critérios de cedência, o de *von Mises* e o de *Drucker-Prager* exponencial.

3.2.2.1 Critério de cedência de *von Mises*

O critério de cedência mais simples interpreta a cedência como um processo de deformação puramente de corte que ocorre quando a tensão equivalente (σ_e) atinge um valor crítico. Esta tensão equivalente é definida pelas componentes da tensão principais σ_i ($i = 1; 2$ ou 3), sendo calculada da seguinte forma

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} * [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}. \quad (45)$$

Assim, o critério de *von Mises* relaciona a tensão equivalente com a tensão de cedência à tração (σ_T)

$$\sigma_e = \sigma_T. \quad (46)$$

A tensão de cedência σ_T é uma propriedade do material, que varia com a deformação plástica de tração ϵ_T^p e possui um valor mínimo que denota o limite do comportamento elástico e o início da deformação plástica. A função $\sigma_T(\epsilon_T^p)$ é chamada de função de endurecimento por tração. A Figura 26 mostra as curvas de endurecimento sob corte, tração e compressão para um epóxi reforçado com borracha medido com a mesma taxa de deformação plástica obtidas no trabalho de Dean et al. [99].

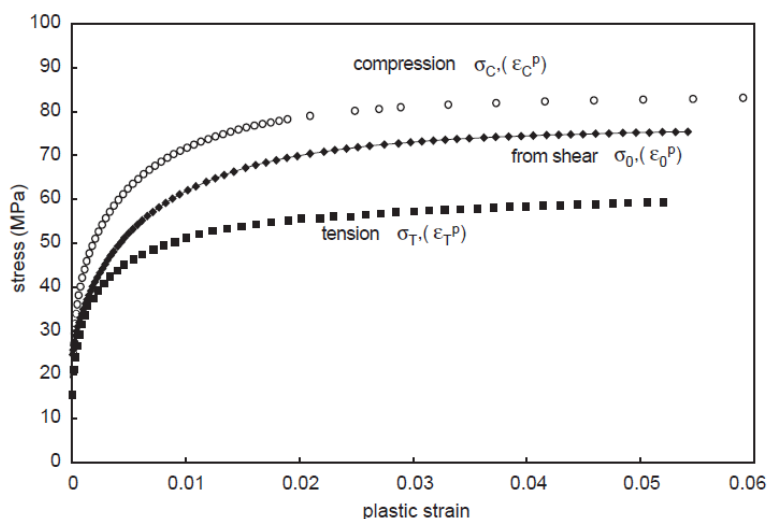


Figura 26 - Variação da tensão de cedência com deformação plástica obtida a partir de ensaios de tração, corte e compressão uniaxial. A taxa de deformação plástica efetiva para cada curva é de $0,002 \text{ s}^{-1}$ [99]

Os diferentes níveis de tensão de cada curva apresentada na Figura 26 revelam que a cedência é sensível à componente hidrostática da tensão, além da componente de corte. O critério de *von Mises* não é, portanto, realista, e devem ser considerados critérios alternativos.

3.2.2.2 Critério de cedência de *Drucker-Prager* exponencial

A descrição do critério de cedência de *Drucker-Prager* exponencial requer a introdução prévia do critério de cedência de *Drucker-Prager* linear. Este apresenta apenas uma pequena modificação ao critério de *von Mises*, introduzindo assim sensibilidade à componente hidrostática da tensão da seguinte forma

$$\sigma_e = \sigma_0 - \mu \sigma_m, \quad (47)$$

onde σ_0 é uma propriedade do material relacionada com a tensão de cedência ao corte τ_y , dada por

$$\sigma_0 = \sqrt{3} \tau_y, \quad (48)$$

e σ_m é a média aritmética das tensões principais

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (49)$$

O parâmetro μ caracteriza a sensibilidade de ceder à tensão hidrostática. Este é determinado a partir de tensões reais em dois estados de tensão diferentes, ou seja tração e corte, a um nível de deformação plástica real igual [99]. Na Figura 27 encontra-se um gráfico que usa os dados da Figura 26 para uma deformação plástica real de 0,03 [99].

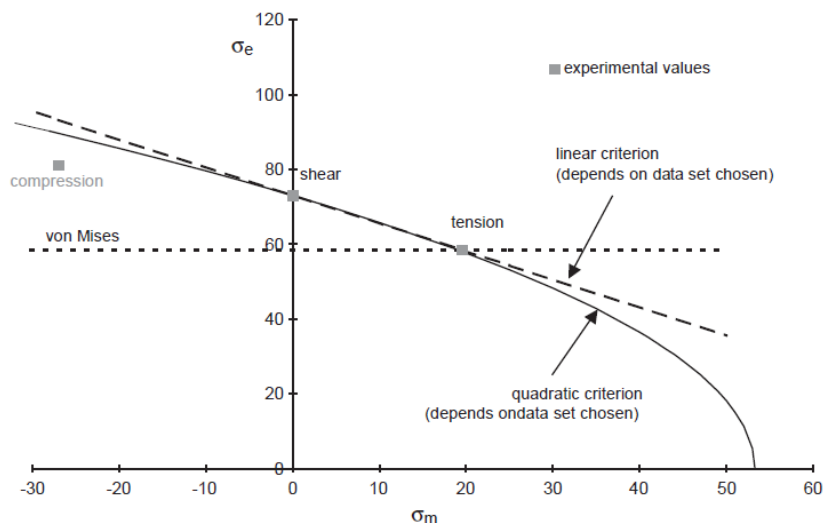


Figura 27 - Traçado das tensões de cedência da Figura 26 para uma deformação plástica real de 0,03 em eixos de σ_e vs σ_m [99]

Através da Figura 27 é possível ver que o uso do critério dado pela equação (49) conduz à obtenção de tensões de cedência elevadas sobre estados onde existe uma componente hidrostática alta. Estes estados de tensão são comuns em certas zonas das ligações adesivas devido às restrições impostas pelos substratos quando sujeitos a forças na direção normal à sua interface. Estas zonas são geralmente locais onde se dá o início da rotura na junta. Sobre estas condições, o critério de cedência de *Drucker-Prager* exponencial é mais preciso, e é dado por

$$\sigma_e^2 = \lambda \sigma_T^2 - 3(\lambda - 1) \sigma_T \sigma_m, \quad (50)$$

onde λ é outro parâmetro de sensibilidade à tensão hidrostática. Na realização deste trabalho o valor do expoente usado foi 2, como foi descrito previamente por Dean et al. [99]. Na Figura 28 encontram-se os resultados obtidos através de simulações com recurso a diferentes modelos, sendo possível concluir que o modelo em que se obtém resultados mais próximos dos experimentais é através do modelo de cedência de *Drucker-Prager* exponencial.

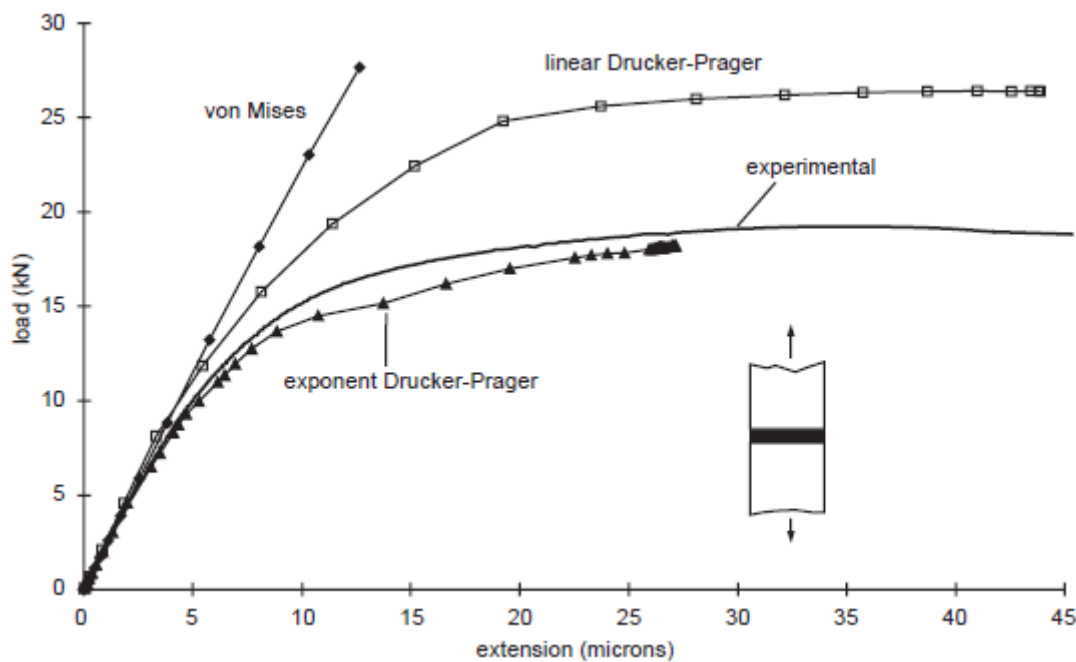


Figura 28 - Comparações da deformação medida numa junta de topo solicitada à tração com os resultados previstos usando os diferentes modelos [99]

Para determinar o parâmetro λ é necessário obter os valores de deformação e tensão em dois estados de tensão diferentes, preferencialmente à tração e ao corte. Após a obtenção destes valores é preciso calcular as tensões puras e deformações puras

$$\sigma_T = \frac{\sigma_T'}{(1 - \nu^* \varepsilon_T')^2}, \quad (51)$$

$$\varepsilon_T = \ln(1 + \varepsilon_T'), \quad (52)$$

sendo que ν é o coeficiente de Poisson.

Após a obtenção destes valores é possível calcular a deformação plástica real da seguinte forma

$$\varepsilon_T^P = \varepsilon_T - \ln\left(1 + \frac{\sigma_T}{E}\right). \quad (53)$$

Assim, apenas é necessário obter os valores de tensão normal e de corte que tenham o mesmo valor de deformação plástica real para calcular o parâmetro λ

$$\lambda = \frac{3 * \tau_p^2}{\sigma_p^2}. \quad (54)$$

De salientar que daqui em diante quando se fala do critério de *Drucker-Prager*, está-se a considerar o critério de *Drucker-Prager* exponencial.

3.2.3 Critérios de rotura

Os critérios de tensão/deformação máxima são os critérios mais intuitivos e simples de aplicar para previsão de resistência de juntas [100]. Estes assumem que uma junta atinge a rotura quando um valor crítico de tensão/deformação for atingido em qualquer ponto da junta. Para os aplicar é preciso usar modelos numéricos de forma a calcular a tensão/deformação aplicadas na junta, e só depois é possível comparar este valor calculado com o valor máximo que os materiais constituintes da junta resistem.

Neste subcapítulo será feita uma apresentação de diversos critérios de rotura que podem ser usados para prever a rotura em ligações adesivas, e ainda serão enumerados diversos trabalhos que usaram estes critérios para prever a rotura nas mesmas. De salientar que nem todos serão usados numa parte posterior do trabalho para prever a rotura pois, para cada adesivo, o critério escolhido terá em conta as suas características.

3.2.3.1 Tensão de corte máxima

O critério de tensão de corte máxima afirma que acontece rotura quando num ponto da ligação se atinge o valor máximo de corte que o adesivo consegue suportar. Para prever a máxima tensão de corte instalada é preciso recorrer a modelos analíticos ou numéricos já existentes.

Greenwood [22] usou um critério de máxima tensão de corte para prever a resistência de JSS sob diversas condições de carga. Neste trabalho, foi usado o modelo analítico de Goland e Reissner [4], e através deste critério de rotura foram obtidas forças cerca de 14% inferiores às obtidas num ensaio à tração de um provete maciço de adesivo. Infelizmente, os valores da tensão principal máxima (que pode ser mais apropriada para

o adesivo utilizado) não foram determinados. Hart-Smith [101] também incluiu um critério de tensão de corte máxima quando propôs que uma das falhas nas ligações acontece através de falha local ao corte no adesivo. No entanto, este também afirma que este modo de falha é extremamente raro na prática estrutural.

No trabalho de de Sousa [102] foi também usado um critério de tensão máxima de corte para prever a resistência da junta. É preciso ter em conta que, para os diferentes adesivos abordados neste trabalho, foram usados diversos modelos analíticos para prever a resistência como o modelo de Volkersen [1], Goland e Reissner [4] e Hart-Smith [101]. Assim, foi possível tirar conclusões sobre a adequação dos métodos para prever a resistência dos diferentes adesivos através da comparação dos resultados obtidos com os resultados experimentais. Através do método analítico de Volkersen [1] foi possível notar que, para adesivos frágeis com valores de L_o baixos, nomeadamente de 12,5 mm, os valores obtidos foram semelhantes aos obtidos experimentalmente. Por outro lado, à medida que L_o aumenta, estes apresentam cada vez maior discrepância. Para adesivos dúcteis, nomeadamente o Sikaforce® 7888, as discrepâncias notam-se mesmo em valores pequenos de L_o . Isto acontece devido à elevada ductilidade do adesivo, tornando assim este método inadequado. Pelo método de Goland e Reissner [4] constata-se que os valores obtidos de $P_{máx}$, para os três adesivos e valores pequenos de L_o aproximam-se dos valores experimentais mas, à medida que se aumenta o L_o , estes apresentam grandes discrepâncias. Assim, é possível afirmar que este método não é plenamente fiável para adesivos frágeis e muito menos para adesivos dúcteis. Através do método analítico de Hart-Smith [101] é de notar que os valores previstos, em geral, apresentam uma maior discrepância dos valores experimentais relativamente ao método de Volkersen. Em contrapartida, os valores obtidos são bastante semelhantes aos valores obtidos pelo modelo de Goland e Reissner.

3.2.3.2 Tensão de arrancamento máxima

O critério de tensão de arrancamento máxima, conforme o critério anteriormente mencionado, afirma que acontece rotura quando num ponto da ligação se atinge o valor máximo de tensão de arrancamento que o adesivo consegue suportar. Para prever tal valor é preciso recorrer a modelos analíticos e numéricos já existentes.

No trabalho já referenciado, de Hart-Smith [101], para além do critério de tensão de corte máxima, também se incluiu o critério de tensão de arrancamento máxima em JSS. Este tipo de critério também foi utilizado por Crocombe [103]. Neste último trabalho, os resultados de uma análise linear simples (na qual apenas foram modeladas as tensões de arrancamento no adesivo) foram utilizados para prever a resistência de juntas em T sujeitas a diversas condições de carga. Estas juntas eram constituídas por substratos de aço com espessura de 3 mm ligados pelo adesivo ciba AY103/HY956. Através de um ensaio de tração a um provete maciço de adesivo foi obtida uma tensão máxima no adesivo de 69 MPa. Ao usar este valor como valor máximo de tensão de arrancamento,

foi possível prever a resistência da junta com diferença máxima de 6% dos valores práticos para duas configurações. Por outro lado, observa-se um erro de 90% na tensão de cedência para a única configuração em que ocorre cedência no substrato. Assim, é possível concluir que este critério não é universalmente aplicável e é preciso ter cuidado ao aplicar o mesmo.

No mesmo trabalho referenciado anteriormente [102], através dos métodos analíticos de Goland e Reissner [4] e de Hart-Smith [101], foi realizada uma análise considerando a existência de rotura quando se atingisse o valor máximo de tensão de arrancamento que o adesivo suporta. Através do método de Goland e Reissner [4] constatou-se que, para valores pequenos de L_o , os valores de $P_{máx}$ obtidos pelo método têm alguma proximidade dos valores obtidos experimentalmente, notando-se uma maior discrepância à medida que o valor de L_o aumenta. Em função dos resultados obtidos concluiu-se que este critério de tensão de arrancamento máxima não é o mais adequado para a previsão de resistência de JSS com estes adesivos. Em relação ao modelo de Hart-Smith [101], para os adesivos Sikaforce® 7888 e Araldite® 2015 verificou-se, em geral, uma diferença nos valores obtidos em relação aos experimentais por defeito. Já em relação em adesivo Araldite® AV138 verificou-se uma diferença por excesso. Em geral é possível concluir que este método não é o mais adequado para a previsão de resistência de JSS coladas com estes três adesivos.

3.2.3.3 Máxima deformação ao corte/arrancamento

Os critérios de máxima deformação de corte ou de arrancamento, conforme o que esteja a ser utilizado, concluem que acontece rotura quando, num ponto da ligação, se atinge o valor máximo de deformação de corte ou arrancamento que o adesivo consegue suportar.

No trabalho de Hart-Smith [104], a rotura de uma JSS pode ser prevista através de análises de rotura ao corte ou rotura por arrancamento no adesivo, conforme mencionado anteriormente. No entanto, para adesivos dúcteis, em vez de se prever a rotura através das tensões instaladas, é preferível prever a rotura através das deformações no adesivo. Tal foi demonstrado por Lee [26] que, através do estudo de juntas tubulares sujeitas a esforços torsores, reparou que para baixas espessuras de adesivo a rotura era coesiva e que para maiores espessuras de adesivo a rotura seria interfacial. Chai [105], através de provetes *cracked edge notch flexure* (CENF), mediu o campo de deformações no adesivo com recurso ao uso de imagens de vídeo de alta ampliação. Assim, Chai conseguiu demonstrar que a deformação crítica ao corte parece diminuir com o aumento da espessura do adesivo, e que existe uma pequena correlação entre a deformação de corte no início da falha encontrada nos seus testes e as medidas num *napkin ring test*. Tal é demonstrado na Figura 29.

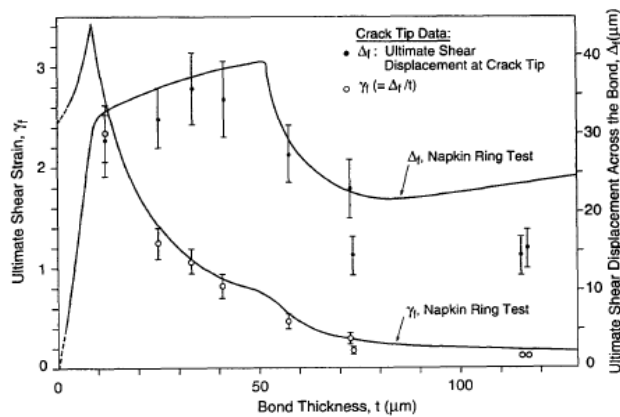


Figura 29 – Comparação dos resultados obtidos por Chai com resultados do *napkin ring test*. Os círculos preenchidos correspondem a deslocamento e os círculos não preenchidos a deformação [105]

3.2.3.4 Critério de deformação principal máxima

Conforme foi dito anteriormente, o critério de deformação máxima, neste caso principal, conclui que acontece rotura quando num ponto da ligação se atinge o valor máximo de deformação que o adesivo consegue suportar.

No trabalho de Harris e Adams [3] foi concluído que para adesivos dúcteis o critério da tensão máxima instalada não é tão apropriado como o critério da deformação máxima instalada. Assim, aplicando este último critério, em conjunto com uma análise elastoplástica por MEF, foram obtidas previsões razoáveis de resistência em relação aos valores obtidos por testes práticos para JSS como é possível ver na Figura 30.

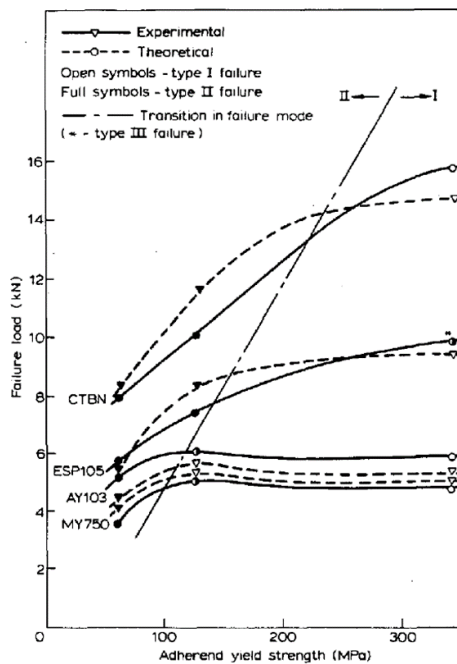


Figura 30 – Comparação de valores da resistência entre valores experimentais e teóricos [3]

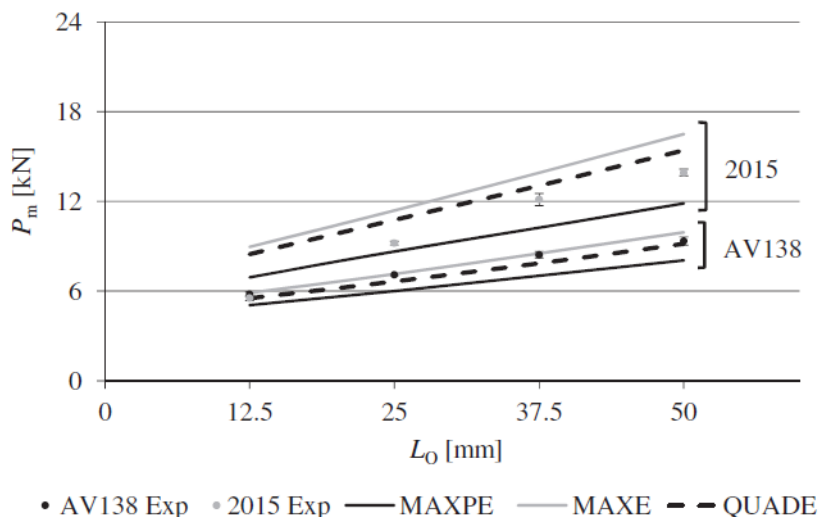


Figura 31 - Comparação dos valores de $P_{máx}$ em função de L_o : resultados experimentais contra previsões do MEFE [102]

No trabalho de de Sousa [102], uma vez que os critérios de tensão máxima prevêm valores de $P_{máx}$ por defeito, foi usado também um critério de deformação principal máxima. Ao usar este critério, os valores previstos de $P_{máx}$ para o adesivo Sikaforce® 7888 eram cerca de cinco vezes superiores aos valores obtidos experimentalmente. Desta forma, conclui-se que este critério não é adequado para adesivos dúcteis. Na Figura 31 é possível ver a comparação dos valores previstos de $P_{máx}$ em função de L_o para os adesivos Araldite® 2015 e Araldite® AV138. As previsões de resistência foram realizadas com três critérios diferentes de deformação máxima sendo estes o MAXPE, MAXE e QUADE que correspondem ao critério de deformação principal máxima, critério de deformação máxima e ao critério quadrático de deformação, respetivamente. Só será abordado o primeiro pois é o único destes que está a ser abordado neste trabalho. Para o adesivo Araldite® AV138, segundo este critério, a maior variação registada entre os valores previstos e os valores experimentais é de 16,6%, sendo que é possível notar que segundo os outros dois critérios esta diferença é relativamente menor. Para o adesivo Araldite® 2015, a maior diferença entre os valores previstos e os experimentais pelo método MAXPE é de 25,4%. Pelos outros métodos temos diferenças máximas acima dos 50%. Foi possível concluir que, através do uso do critério de deformação principal máxima, é possível obter bons resultados para adesivos frágeis (Araldite® AV138) e resultados relativamente bons para adesivos ligeiramente dúcteis (Araldite® 2015). No entanto, os resultados obtidos para adesivos muito dúcteis (Sikaforce® 7888) não são minimamente aceitáveis, pelo que se considera que este método não é próprio para este tipo de adesivos.

3.2.4 Resultados

Neste subcapítulo são abordados os resultados obtidos através da análise numérica, com recurso aos critérios de cedência de *von Mises* e de *Drucker-Prager*, e comparados aos resultados obtidos experimentalmente. Serão ainda apresentadas as tensões de arrancamento e de corte a que os diferentes adesivos estão sujeitos no momento da rotura da JSS.

3.2.4.1 Modos de rotura

Nas simulações apenas foram consideradas roturas coesivas pois foi o único tipo de rotura observado na parte experimental. É possível ver, através da Figura 32, os locais de maior concentração de tensões, tanto de corte (a) como de arrancamento (b), ao longo da camada de adesivo. O local onde existem maiores concentrações de tensões, nas extremidades da junta, é o local onde ocorre rotura do adesivo pois nas simulações basta um ponto na junta atingir os valores de rotura para se considerar que houve rotura na junta.

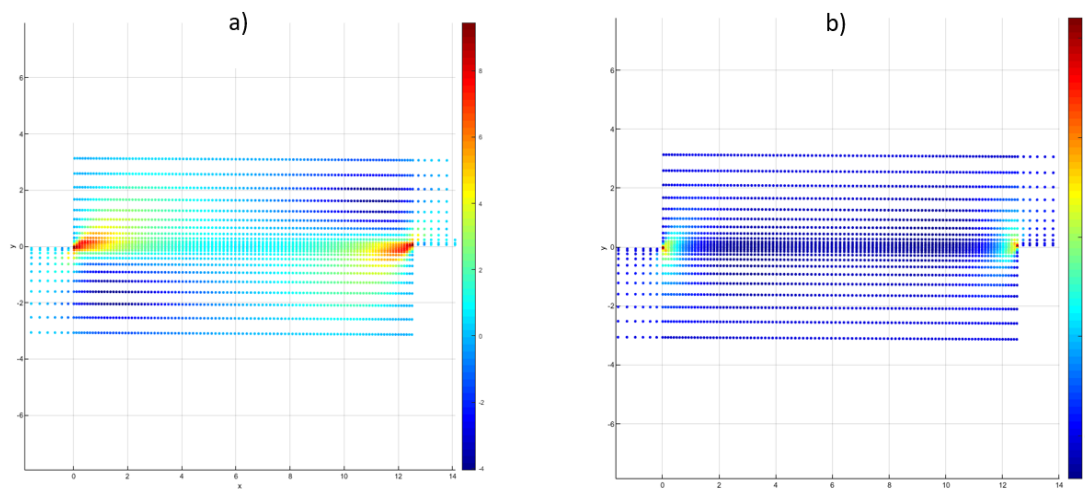


Figura 32 - Distribuição ao longo da junta de a) tensões de corte e b) tensões de arrancamento para o adesivo Araldite® AV138 com um $L_o=12,5$ mm usando o critério de cedência de *von Mises*

3.2.4.2 Curvas $P-\delta$

Na Figura 33 encontram-se as curvas $P-\delta$ obtidas nas simulações para o adesivo Sikaforce® 7888. Segundo que a análise dos critérios de rotura anteriormente apresentados e sabendo que o adesivo Sikaforce® 7888 é altamente dúctil, o critério usado para prever a rotura do mesmo foi o critério de deformação principal máxima visto que este é o que apresenta melhores resultados para este tipo de adesivos. É possível constatar que, através dos dois diferentes critérios de cedência, $P_{máx}$ aumenta com L_o . É possível também verificar que, através do critério de *Drucker-Prager*, é possível

obter valores mais altos de $P_{m\acute{a}x}$ comparativamente aos obtidos pelo critério de *von Mises*. Tal acontece com os resultados obtidos para os três diferentes adesivos.

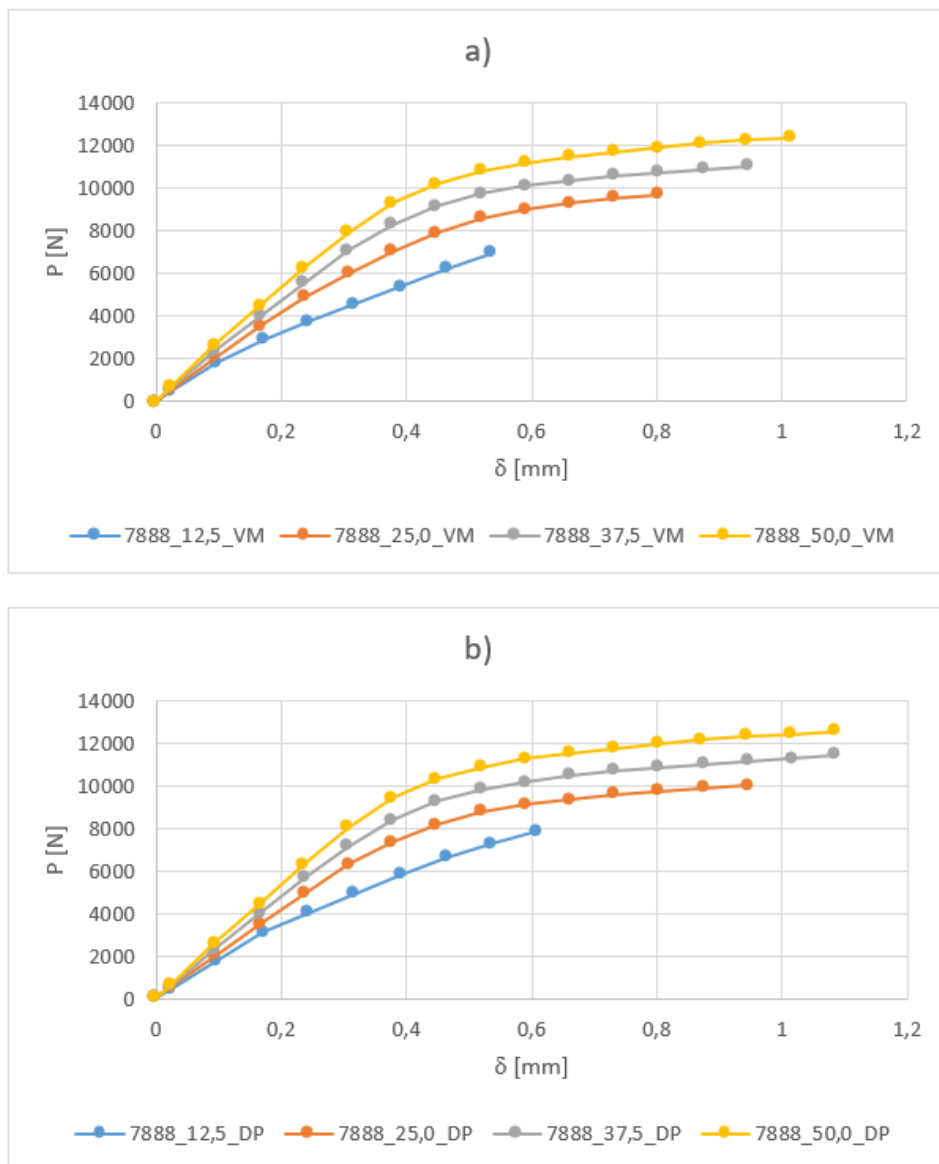


Figura 33 - Curvas P - δ para o adesivo Sikaforce® 7888 usando a) critério de cedência de *von Mises* e b) critério de cedência de *Drucker-Prager*

Na Figura 34 encontram-se as curvas P - δ obtidas através das simulações para o adesivo Araldite® 2015. Para este adesivo, visto que este é ligeiramente dúctil, foi usado o critério de deformação de corte máxima. Para ambos os adesivos já mencionados neste subcapítulo foram usados critérios de rotura com base na deformação sofrida pelo adesivo pois, sendo estes dúcteis, este tipo de critérios permite uma melhor aproximação ao comportamento do adesivo. É possível confirmar o sucedido tendo em conta que, através da capacidade de aguentar maiores deformações, consequentemente o adesivo acaba por aguentar maiores cargas para chegar a estes

valores de deformação. Como já foi referenciado antes e como é possível ver entre a comparação dos gráficos presentes na Figura 34, os valores obtidos através do critério de cedência de *Drucker-Prager* são relativamente superiores, aproximando-se mais dos valores obtidos experimentalmente.

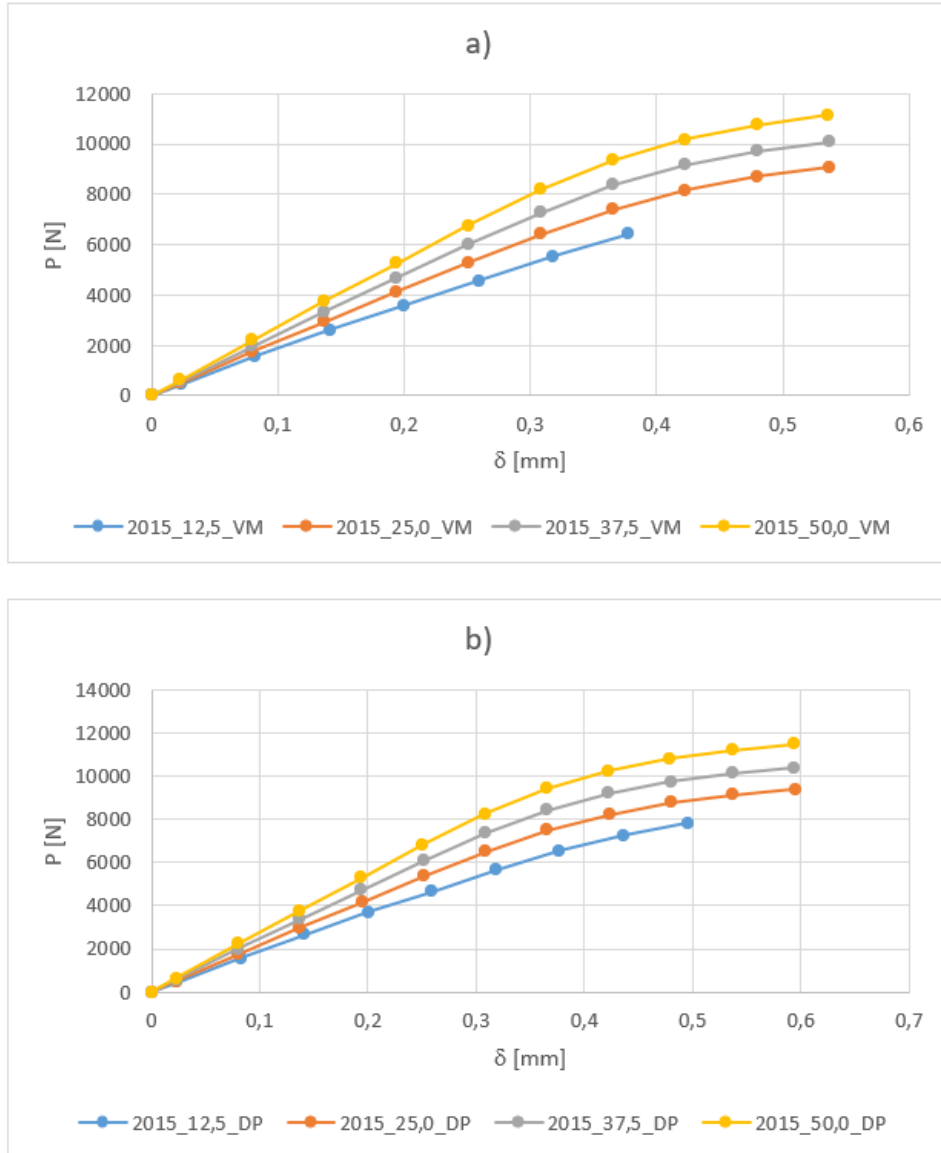


Figura 34 - Curvas P - δ para o adesivo Araldite® 2015 usando a) critério de cedência de *von Mises* e b) critério de cedência de *Drucker-Prager*

Na Figura 35 encontram-se as curvas P - δ obtidas através das simulações para o adesivo Araldite® AV138. Para este adesivo, visto que se trata de um adesivo frágil, foi usado o critério de rotura de tensão de corte máxima. Como é possível notar através dos gráficos, para ambos os critérios de cedência usados, a junta com menor L_o aguenta maior deslocamento. Para os outros L_o o deslocamento que as JSS aguentam é praticamente igual aumentando apenas o valor de $P_{máx}$ à medida que se aumenta L_o .

Também é possível notar que, visto que este é o adesivo que aguenta menores deformações, este adesivo entra em rotura para valores de $P_{máx}$ menores que os outros dois.

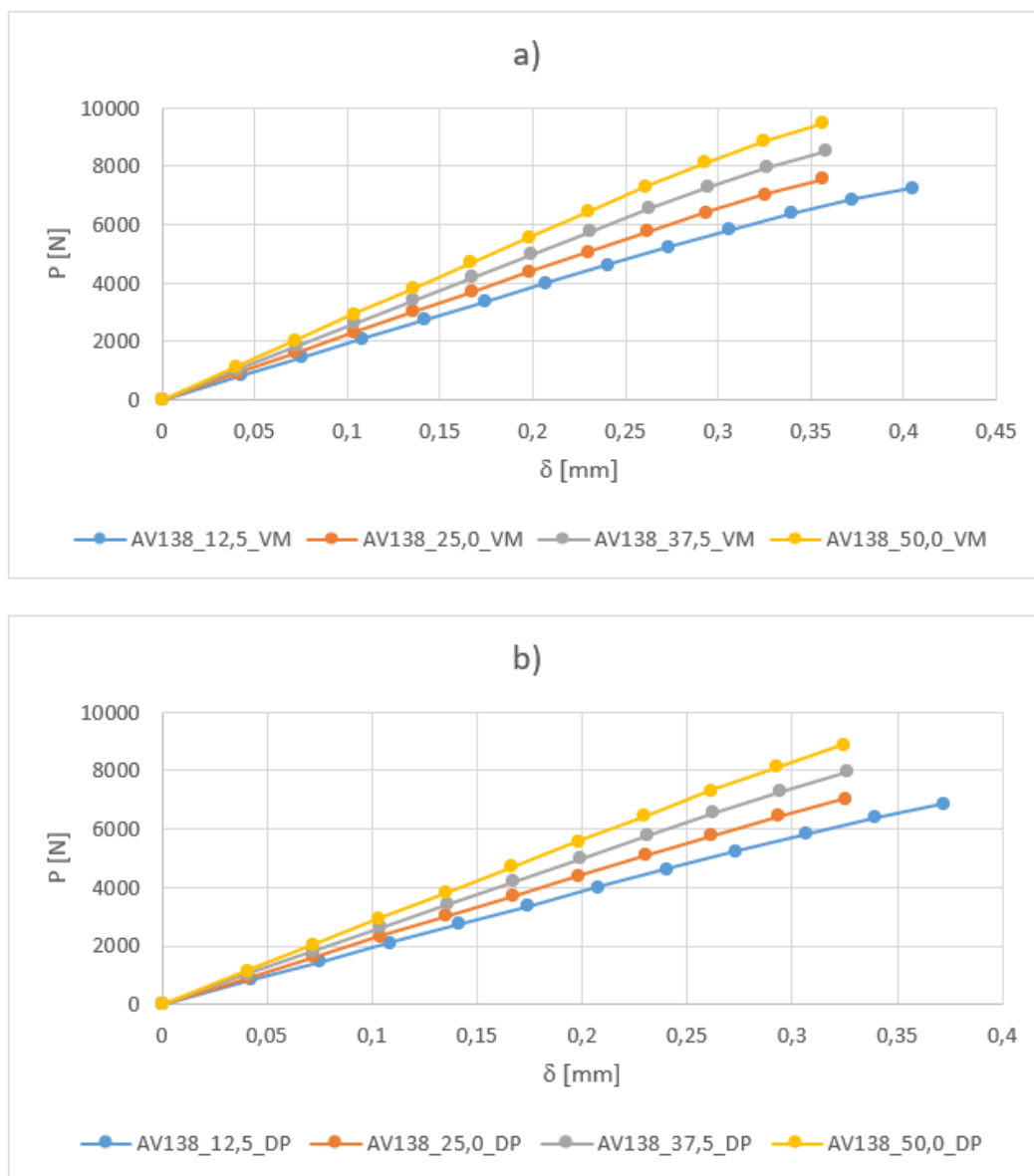


Figura 35 - Curvas P - δ para o adesivo Araldite® AV138 usando a) critério de cedência de *von Mises* e b) critério de cedência de *Drucker-Prager*

3.2.4.3 Análise de tensões

Neste capítulo serão apresentadas as distribuições das tensões de arrancamento normalizadas e das tensões de corte normalizadas em relação à média da tensão de corte, a qual é a relação entre $P_{máx}$ e a área de adesivo, em função de x/L_0 .

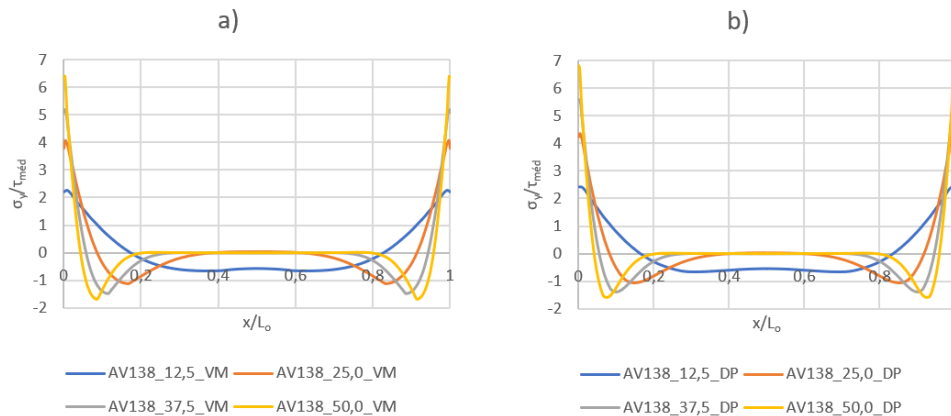


Figura 36 - Tensões de arrancamento normalizadas do adesivo Araldite® AV138 usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

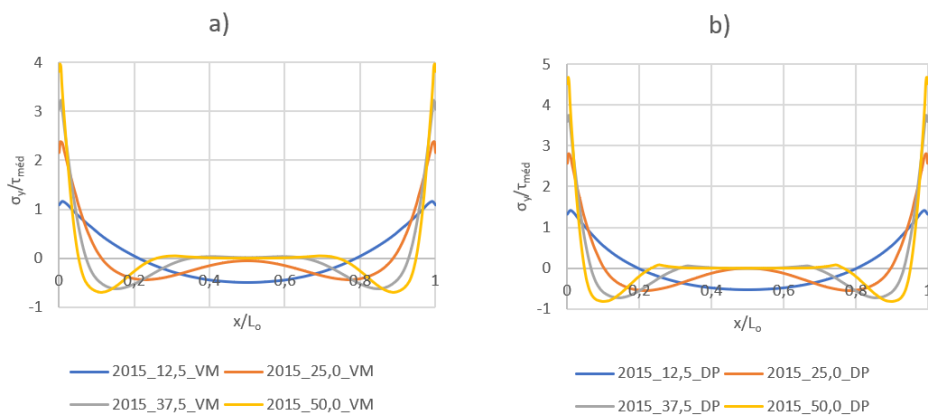


Figura 37 - Tensões de arrancamento normalizadas do adesivo Araldite® 2015 usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

Na Figura 36, Figura 37 e Figura 38 encontram-se as tensões de arrancamento normalizadas para os adesivos Araldite® AV138, Araldite® 2015 e Sikaforce® 7888, respetivamente, em função do L_0 sendo que para cada adesivo estão presentes as tensões obtidas através dos dois critérios de cedência usados. É possível constatar que, através da comparação dos resultados obtidos para o mesmo adesivo com diferentes critérios de cedência, as tensões obtidas pelo critério de *Drucker-Prager* são maiores, como já foi constatado para o $P_{máx}$ nas curvas $P-\delta$ anteriormente. Com a análise dos gráficos conclui-se que na região interior do adesivo formam-se tensões de compressão e nas extremidades formam-se tensões de tração. Tal acontece devido à deformação transversal da junta, que depende da deformação do adesivo, provocando separação nas extremidades do adesivo e compressão na zona intermédia da junta. As tensões de arrancamento, de uma forma geral, provocam uma diminuição na resistência das juntas adesivas, acabando por levar a uma rotura prematura da mesma [106].

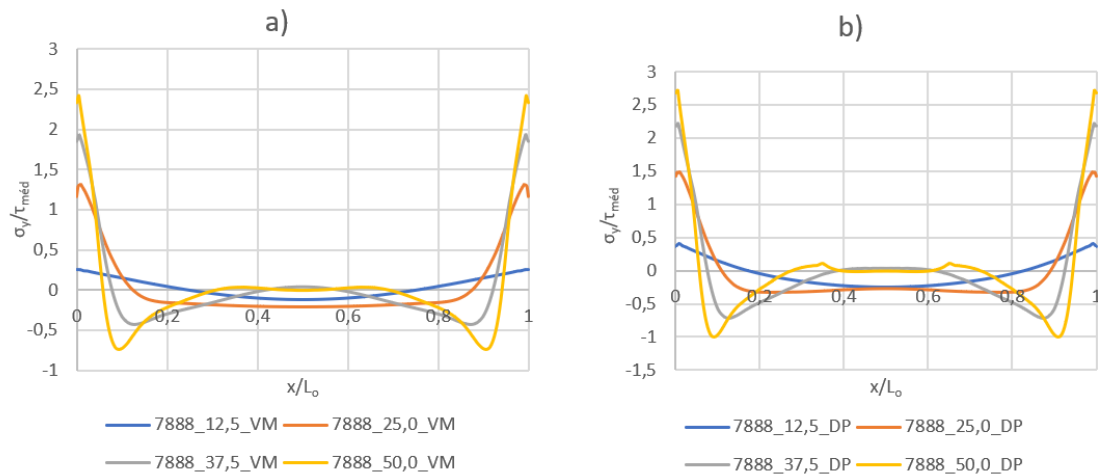


Figura 38 - Tensões de arrancamento normalizadas do adesivo Sikaforce® 7888 usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

Na Figura 39, Figura 40 e Figura 41 encontram-se as tensões de corte normalizadas para os mesmos adesivos e condições. É possível constatar, através da análise dos dados, que os picos de tensões σ_y e τ_{xy} ocorrem nas extremidades das juntas sendo que, no interior da junta, estas tensões diminuem significativamente. Isto deve-se ao fenómeno de deformação diferencial provocado pela possibilidade de uma junta estar sujeita a diferentes tipos de carregamento ao mesmo tempo sendo estes: compressão, tração, corte, clivagem e arrancamento.

É possível ver que o adesivo que tem maiores tensões de corte é o Araldite® AV138 e o que tem menos é o Sikaforce® 7888. Tal acontece, pois o adesivo Araldite® AV138 é o mais frágil dos três adesivos, pelo que não permite a plastificação do mesmo nas extremidades da junta. O adesivo Sikaforce® 7888, contrariamente ao Araldite® AV138, é bastante dúctil, e permite uma plastificação do mesmo ao longo da junta. Desta forma, ocorre uma melhor redistribuição das tensões ao longo do L_0 proporcionando assim o aumento da resistência da junta.

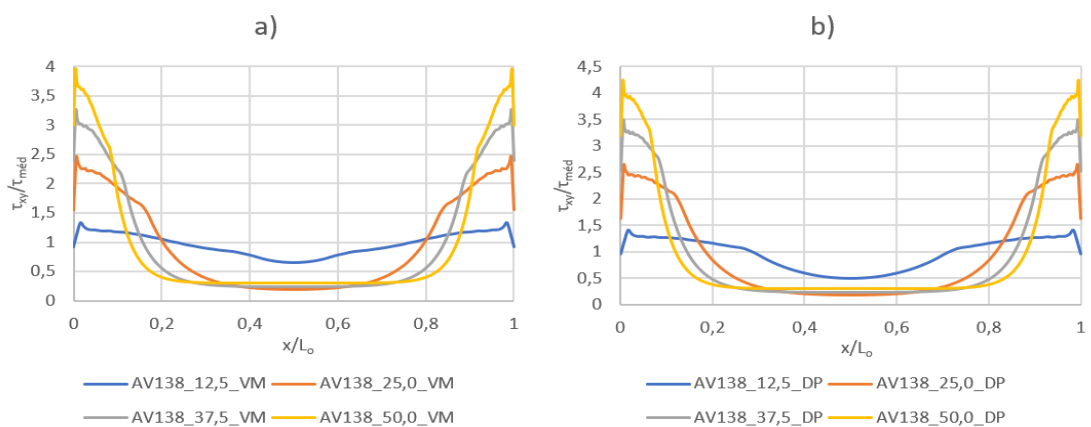


Figura 39 - Tensões de corte normalizadas do adesivo Araldite® AV138 usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

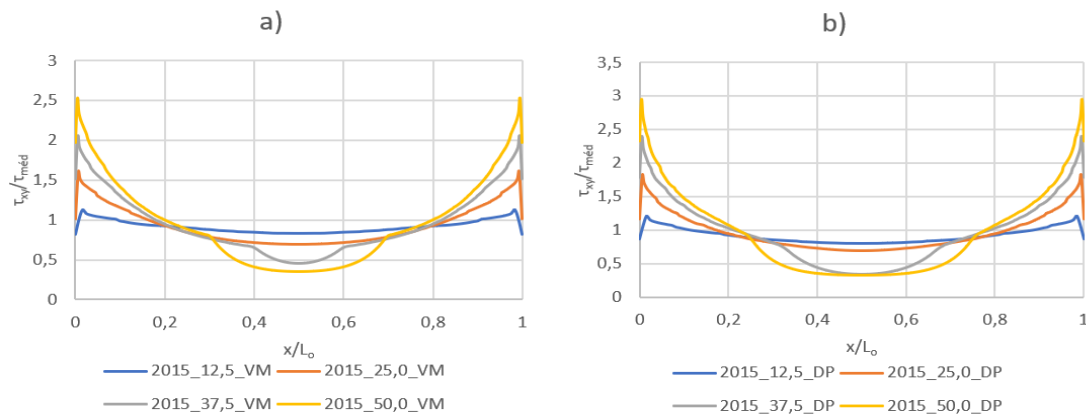


Figura 40 - Tensões de corte normalizadas do adesivo Araldite® 2015 usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

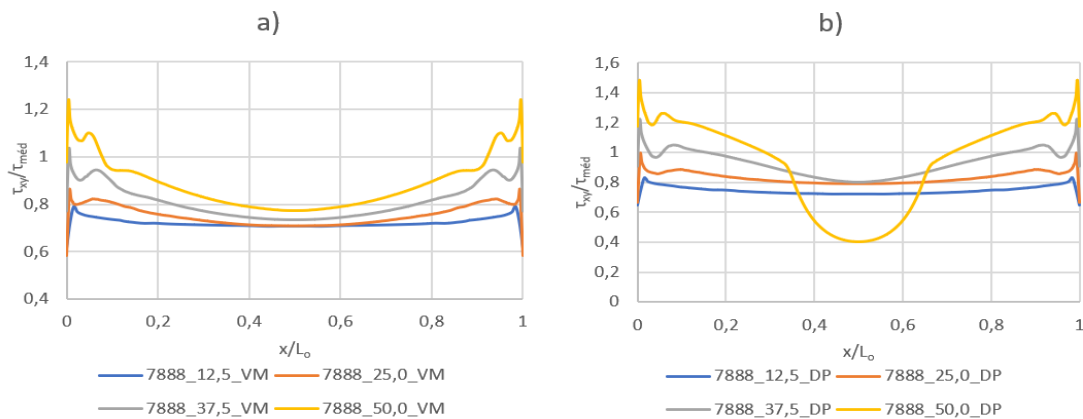


Figura 41 - Tensões de corte normalizadas do adesivo Sikaforce® 7888 usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

3.2.4.4 Resistência das juntas

Na Tabela 10 estão organizados os dados de $P_{m\acute{a}x}$ obtidos experimentalmente e através das simulações para os três diferentes adesivos, bem como a discrepância existente entre os valores experimentais e os valores calculados.

Com objetivo de facilitar a leitura e comparação dos dados, estes estarão divididos por tipo de adesivo e para cada um será apresentado um gráfico que compara os valores obtidos nas simulações com os valores obtidos experimentalmente em função do L_0 .

Tabela 10 - Resultados obtidos de $P_{m\acute{o}x}$ numericamente e experimentalmente

| Adesivo | L_o (mm) | Experimental (N) | Critério de cedência | | Erro da previsão | |
|--------------------|---------------|---------------------|----------------------|-----------|------------------|-----------|
| | | | VM (N) | DP (N) | VM (%) | DP (%) |
| Araldite® AV138 | 12,5 | 5793,2 | 7264,6 | 6869,2 | 25,4 | 18,6 |
| | 25 | 7079,1 | 7553,2 | 7034,1 | 6,7 | 0,6 |
| | 37,5 | 8417,1 | 8517,8 | 7957,3 | 1,2 | 5,5 |
| | 50 | 9342,2 | 9470,1 | 8865,9 | 1,4 | 5,1 |
| Araldite® 2015 | 12,5 | 5520,5 | 6410,9 | 7799,4 | 16,1 | 41,3 |
| | 25 | 9207,7 | 9080,0 | 9390,7 | 1,4 | 2,0 |
| | 37,5 | 12116,8 | 10088,0 | 10385,2 | 16,7 | 14,3 |
| | 50 | 13927,9 | 11146,6 | 11465,3 | 20,0 | 17,7 |
| Sikaforce® 7888 | 12,5 | 8099,4 | 6909,6 | 7854,8 | 14,7 | 3,0 |
| | 25 | 13311,4 | 9668,0 | 10010,3 | 27,4 | 24,8 |
| | 37,5 | 17427,8 | 11020,1 | 11419,4 | 36,8 | 34,5 |
| | 50 | 22097,0 | 12348,2 | 12549,0 | 44,1 | 43,2 |

Na Figura 42 está demonstrada a comparação entre os dados obtidos para o adesivo Araldite® AV138. Em geral é neste adesivo que se obtém menores discrepâncias entre os valores calculados e os valores experimentais. Assim, é possível afirmar que este é o adesivo onde se obtém melhores resultados. Os resultados com maiores discrepâncias, independentemente do critério de cedência usado, acontecem para $L_o=12,5$ mm correspondentes a um erro de previsão entre 18 a 26%. Para todos os outros L_o o erro de previsão não passa dos 7%. O menor valor de discrepância entre valores experimentais e calculados acontece quando $L_o=25$ mm para o critério de cedência de *Drucker-Prager*, sendo o erro de previsão inferior a 1%. Assim, é possível afirmar que este foi o resultado mais preciso entre todas as simulações de todos os adesivos.

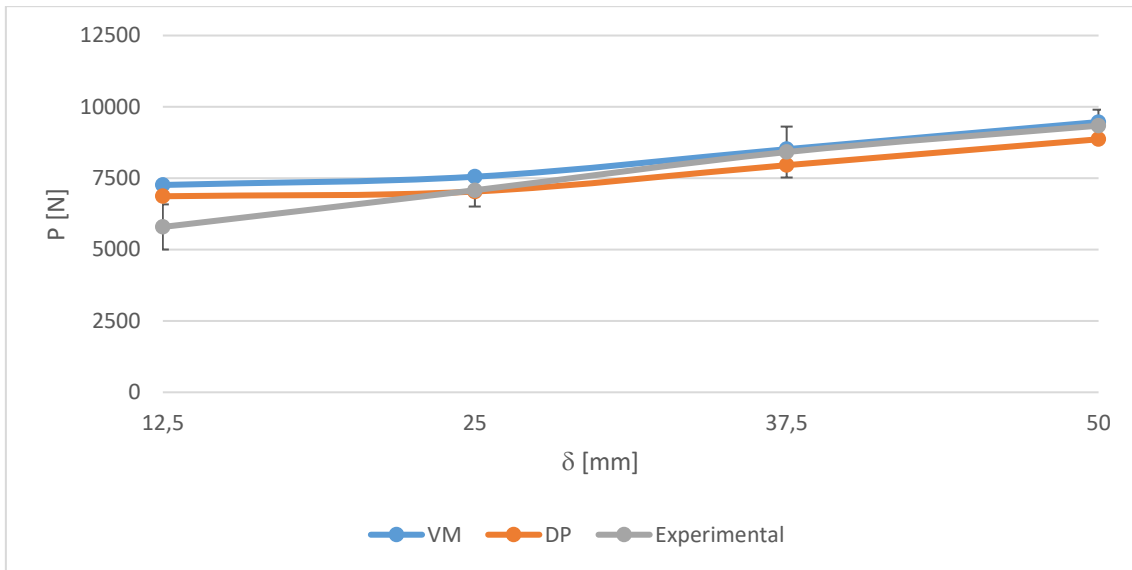


Figura 42 - Gráfico de comparação de $P_{máx}$ em função de L_o para o adesivo Araldite® AV138

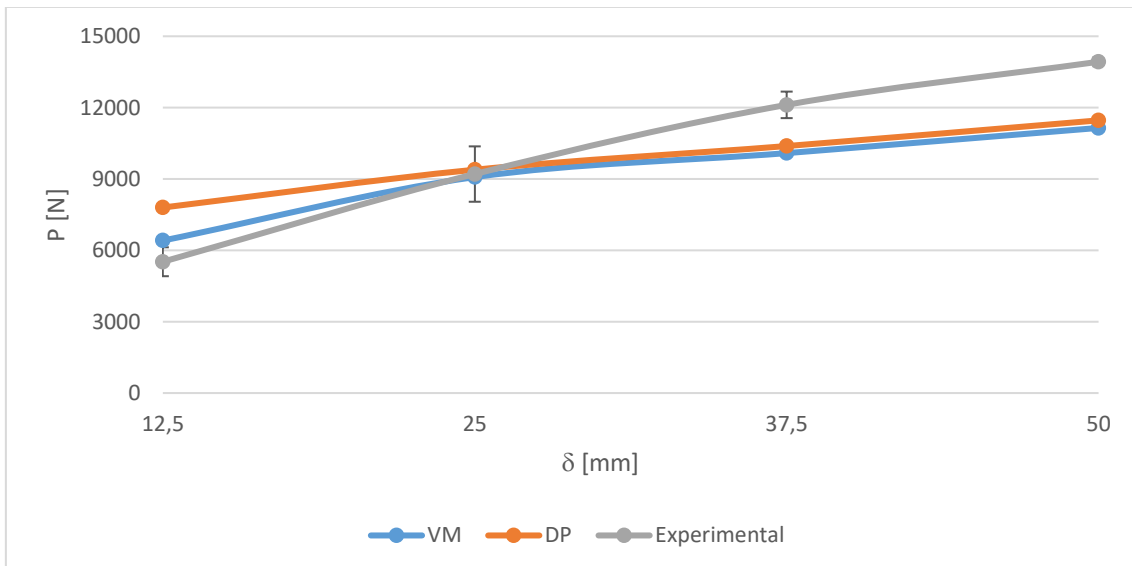


Figura 43 - Gráfico de comparação de $P_{máx}$ em função de L_o para o adesivo Araldite® 2015

Na Figura 43 encontra-se a comparação dos dados obtidos para o adesivo Araldite® 2015. Igualmente ao adesivo anterior, a maior discrepância entre os valores obtidos nas simulações ocorre para $L_o=12,5$ mm sendo esta de 21,66%. À medida que L_o aumenta, os valores das simulações tendem a apresentar menor disparidade entre si atingindo um valor mínimo de 2,86% quando $L_o=50$ mm. A maior aproximação dos valores calculados ao valor experimental acontece quando $L_o=25$ mm, sendo que a discrepância para ambos critérios de cedência encontra-se no intervalo de 1 a 2%. Os resultados por ambos os critérios de cedência tendem a ser bastante semelhantes, como já foi dito. Assim, as discrepâncias entre estes valores e os valores experimentais tendem a ser idênticos, não ultrapassando os 20% exceto para um caso. Na simulação com $L_o=12,5$

mm, como já foi dito, existe uma ligeira diferença entre os valores obtidos pelas simulações, acabando assim por resultar na maior dissemelhança existente entre resultados experimentais e resultados calculados para este adesivo. Tal acontece ao utilizar o critério de cedência de *Drucker-Prager*, que resulta numa diferença entre o valor experimental e o valor calculado de 41,28%.

Na Figura 44 estão expostos os dados obtidos, tanto experimentalmente como calculados, para o Sikaforce® 7888. De constatar que os valores obtidos através dos dois critérios de cedência são bastante semelhantes sendo que a diferença maior é quando $L_o=12,5$ mm. Para este L_o a diferença dos valores é de 13,68% acabando por diminuir a medida que se aumenta L_o até um valor de 1,63% quando $L_o=50$ mm. Já em comparação aos valores obtidos experimentalmente, a maior proximidade nos valores obtidos é para o critério de cedência de *Drucker-Prager* quando $L_o=12,5$ mm, com uma discrepância de aproximadamente 3%. À medida que L_o aumenta, tanto para o critério de *von Mises* como para o critério de *Drucker-Prager*, as discrepâncias aumentam até um valor máximo de 44,12%, como é possível constatar na Tabela 10.

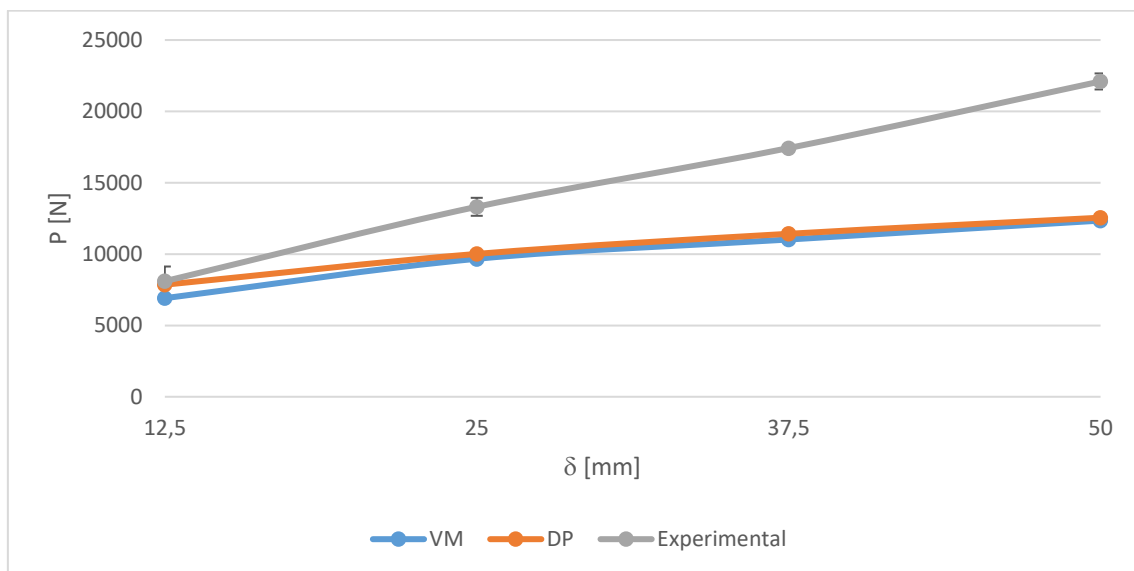


Figura 44 - Gráfico de comparação de $P_{m\acute{a}x}$ em função de L_o para o adesivo Sikaforce® 7888

É possível constatar que os métodos conseguem prever resultados com alguma precisão, mas que estes variam dependendo do tipo de adesivo. Em geral, os resultados obtidos para adesivos frágeis, tal como o Araldite® AV138, tendem a ser admissíveis piorando quando os adesivos são mais dúcteis. Tal é possível constatar nos resultados do adesivo Araldite® 2015, visto que estes são piores que os do adesivo previamente referenciado, e posteriormente nos resultados do adesivo o Sikaforce® 7888. Também é possível concluir que, em geral, os resultados das previsões tendem a ser piores à medida que se aumenta o L_o exceto no adesivo Araldite® AV138, devido à sua fragilidade.

Nestas análises foram usados dois critérios de cedência de forma a comparar a efetividade do critério de *Drucker-Prager* em relação ao critério de *von Mises*. O critério de *von Mises* é o critério mais comum de se usar sendo este muito bom para aplicar em metais. No entanto, os adesivos cedem tendo em conta tensões hidrostáticas, as quais não são consideradas no critério de *von Mises*. Assim, de forma a obter melhores resultados foi usado também o critério de cedência de *Drucker-Prager*, o qual tem em consideração este tipo de tensões.

3.2.4.5 Deformação plástica efetiva

Neste subcapítulo serão apresentados diversos gráficos de deformação plástica efetiva ($\bar{\varepsilon}_p$) ao longo da junta para os diferentes adesivos, tendo em conta os vários L_o e os diferentes critérios de cedência utilizados.

Quando as tensões na camada de adesivo ultrapassam a tensão de cedência do adesivo (σ_y), este continua-se a deformar, mas a uma taxa diferente (endurecimento). Além disso, se descarregado, o material retorna a um estado de tensão nulo com uma inclinação igual à do módulo de Young (E), mas permanece com uma quantidade residual de deformação, denominada por deformação plástica. Portanto, durante o carregamento da junta, a deformação total (ε_T) apresenta duas componentes: elástica (ε_e) e plástica (ε_p). Em seguida, através da lei de Hooke calcula-se ε_e . Após calculada a componente elástica, ε_p é a diferença entre a ε_T e a ε_e . Posteriormente, como ε_p é um tensor, a $\bar{\varepsilon}_p$ é calculada através da equação (55) [107],

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{2}{3} * \sqrt{\frac{3}{2} * (\varepsilon_{Pxx}^2 + \varepsilon_{Pyy}^2 + \varepsilon_{Pzz}^2) + \frac{3}{4} * (\gamma_{Pxy}^2 + \gamma_{Pyz}^2 + \gamma_{Pzx}^2)}, \quad (55)$$

onde γ representa a deformação angular plástica e é dada por

$$\gamma_{Pij} = 2 * \varepsilon_{Pij} \quad (56)$$

Na Figura 45 encontra-se a $\bar{\varepsilon}_p$ para o Araldite® AV138 no instante que se obtém $P_{máx}$. É possível conferir que à medida que se aumenta o L_o , menor é a deformação plástica no interior da junta. Por outro lado, esta diminui drasticamente neste adesivo em comparação aos outros adesivos. Tal acontece devido ao facto deste adesivo ser o mais frágil dos três. Assim, visto que este adesivo tem uma capacidade de plastificação quase nula, no momento de rotura para os maiores L_o , verifica-se baixa deformação plástica no centro sendo que ainda não entrou no regime de deformação plástica. É possível confirmar ainda que, em relação aos outros adesivos, este é o que sofre menor deformação plástica até ao momento de rotura, como é possível ver através da dimensão da escala.

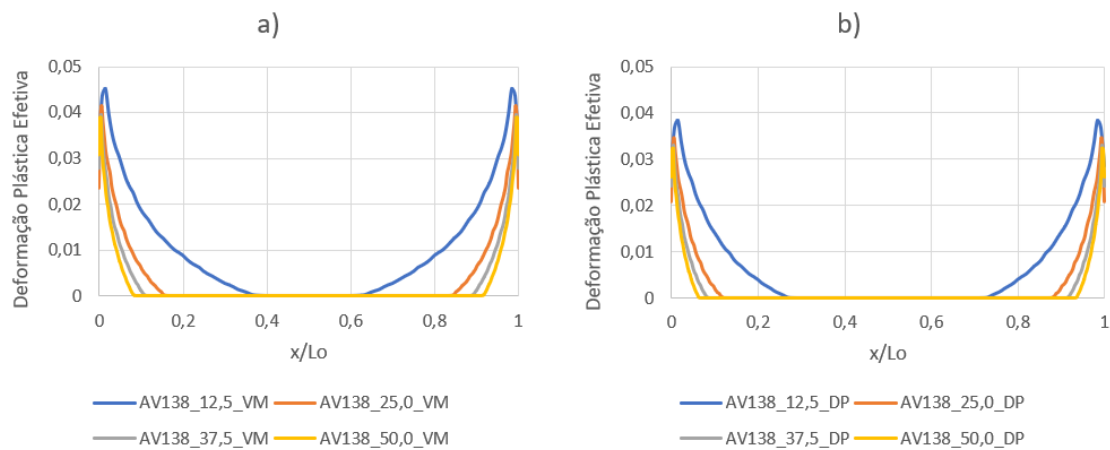


Figura 45 - Deformação plástica efetiva do adesivo Araldite® AV138 para o instante de $P_{máx}$ usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

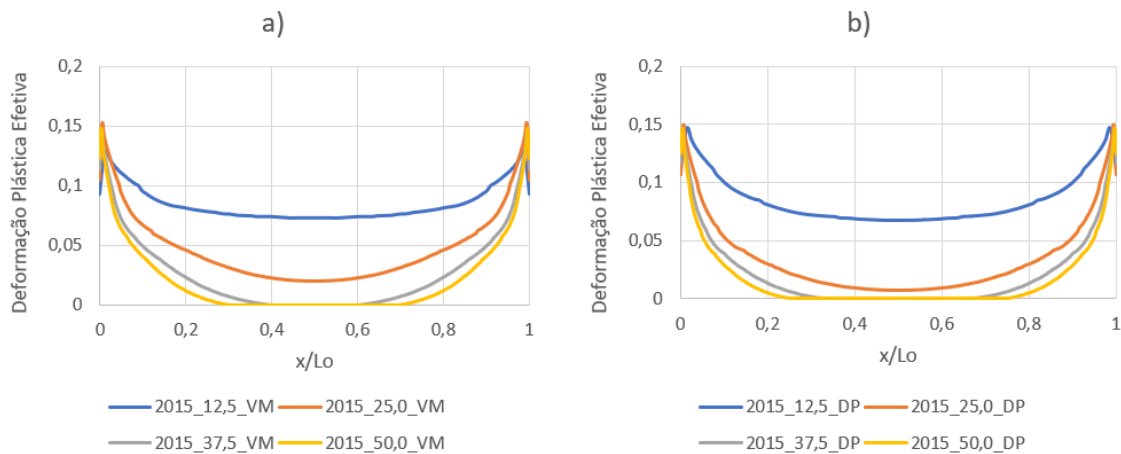


Figura 46 - Deformação plástica efetiva do adesivo Araldite® 2015 a $P_{máx}$ usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

Na Figura 46 estão presentes as deformações plásticas efetivas para o adesivo Araldite® 2015. Relativamente ao adesivo previamente falado, este apresenta maiores deformações plásticas efetivas no momento de rotura, visto que o Araldite® 2015 é um adesivo mais dúctil comparativamente ao Araldite® AV138. Por outro lado, em comparação ao Sikaforce® 7888, o Araldite® 2015 apresenta menores deformações plásticas efetivas, como seria de esperar, visto que o Sikaforce® 7888 é um adesivo bastante mais dúctil que este. De constatar que este adesivo já apresenta deformações não nulas no centro da junta para os $L_o=12,5$ mm e $L_o=25$ mm. No entanto, à medida que L_o aumenta, as deformações no meio da junta diminuem. Tal acontece, pois, para menores L_o , existe uma distribuição mais uniforme de tensões em toda a junta, o que provoca a plastificação de toda a camada de adesivo. Por outro lado, à medida que se aumenta L_o , verifica-se uma concentração de tensão mais acentuada nas extremidades

do adesivo, o que conduz à rotura antes da plastificação no centro da camada de adesivo.

Na Figura 47 encontram-se as deformações plásticas efetivas para o adesivo Sikaforce® 7888. Como é possível ver, este é o adesivo que atinge maiores picos de deformações na junta bem como melhor distribuição de deformação plástica ao longo de L_o . Ao analisar os gráficos repara-se que, em relação aos outros analisados previamente, só para $L_o=50$ mm no critério de cedência de *Drucker-Prager* é que existe zonas na junta onde a $\bar{\epsilon}_p$ obtida é nula. Já para os outros dois adesivos, na maioria das análises, quer para o critério de *von Mises* quer para o critério de *Drucker-Prager*, encontram-se valores nulos de deformação no interior da junta, sendo possível notar de forma mais fácil o descrito a ocorrer à medida que se aumenta o L_o .

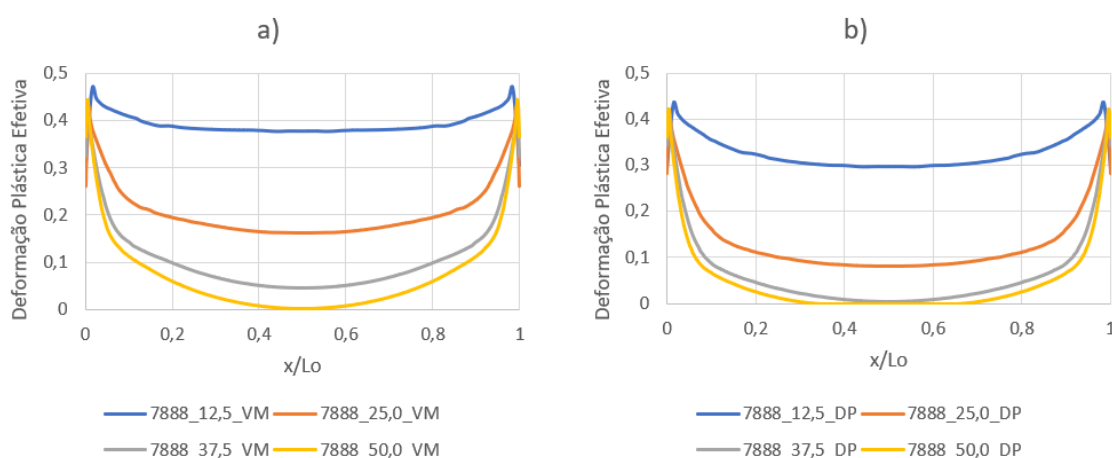


Figura 47 – Deformação plástica efetiva do adesivo Sikaforce® 7888 a $P_{máx}$ usando a) o critério de cedência de *von Mises* e b) o critério de cedência de *Drucker-Prager*

Cada adesivo pode sustentar uma certa quantidade de $\bar{\epsilon}_p$ antes de atingir rotura. Então, $\bar{\epsilon}_p$ pode ser usado como um meio para analisar o comportamento da junta, como foi proposto por Özer e Öz [108]. É possível constatar que, para os três diferentes adesivos e para os diversos L_o analisados, através do critério de cedência de *von Mises* é possível obter deformações plásticas efetivas ao longo de L_o ligeiramente superiores às obtidas através do critério de cedência de *Drucker-Prager*. Isto acontece, pois, algumas regiões da camada de adesivo estão sujeitas a tensões de compressão. Então, de acordo com o critério de *Drucker-Prager*, estes materiais têm maior resistência à compressão do que à tração (Figura 27). Portanto a tensão tem de ser maior de forma a alcançar a plastificação do adesivo. Por esta razão, as deformações plásticas efetivas são menores.

3.2.4.6 Gráficos de linhas de contorno

Neste subcapítulo são apresentados gráficos de linhas de contorno com a distribuição das tensões de arrancamento e de corte normalizadas para os diferentes adesivos no

instante de $P_{m\acute{a}x}$. Estas distribuiçõs foram obtidas para o critério de cedência de *Drucker-Prager*. De notar que os gráficos apenas mostram metade do L_o , pois a outra metade apresenta uma distribuiçã de tensões antissimétrica à mostrada. A escala do L_o é logarítmica de forma a ser possível ver os detalhes das tensões na extremidade da junta, visto que esta zona está sujeita a maiores concentrações de tensões.

Na Figura 48, Figura 49 e Figura 50 encontram-se diferentes distribuiçõs de tensões para os diferentes adesivos tratados ao longo deste trabalho. É de constatar as diferentes configurações de distribuiçõs de tensões para os diferentes adesivos, sendo possível comparar os resultados entre os mesmos. Para o Araldite® AV138, sendo este o mais rígrado e resistente dos três, observam-se maiores valores de tensões de pico ao longo da junta comparativamente aos outros dois adesivos, para o mesmo L_o . Em contrapartida, para o Sikaforce® 7888, visto que este é o adesivo mais dúctil, existe uma melhor variaçã menor das tensões ao longo da camada de adesivo.

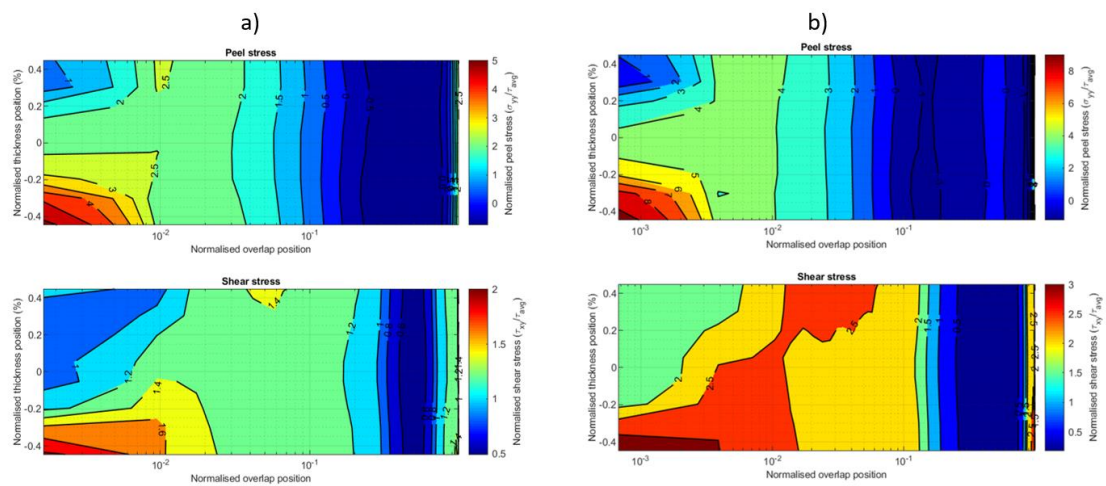


Figura 48 - Tensões normalizadas de arrancamento e de corte para o adesivo Araldite® AV138 com um a) $L_o=12,5$ mm e b) $L_o=25$ mm

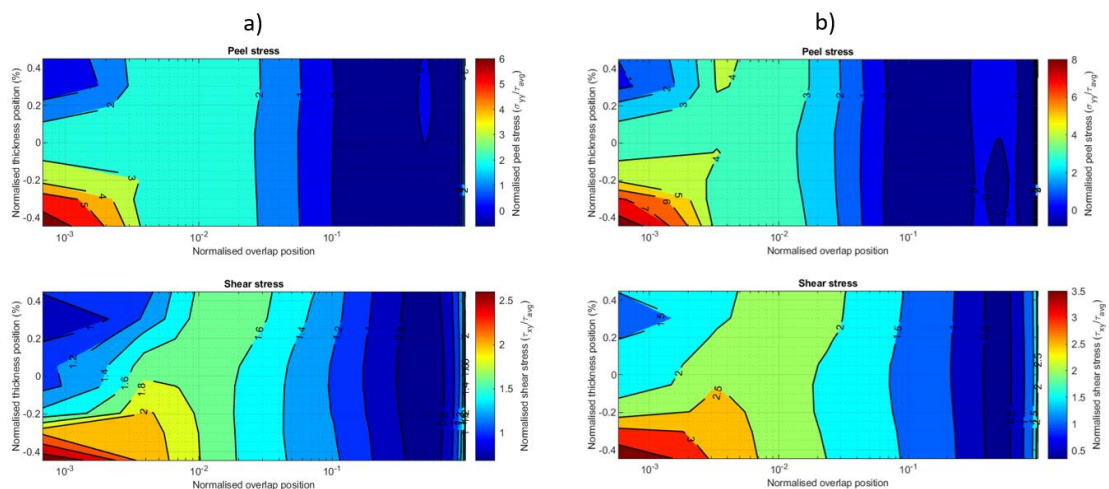


Figura 49 - Tensões normalizadas de arrancamento e de corte para o adesivo Araldite® 2015 com um a) $L_o=25$ mm e b) $L_o=37,5$ mm

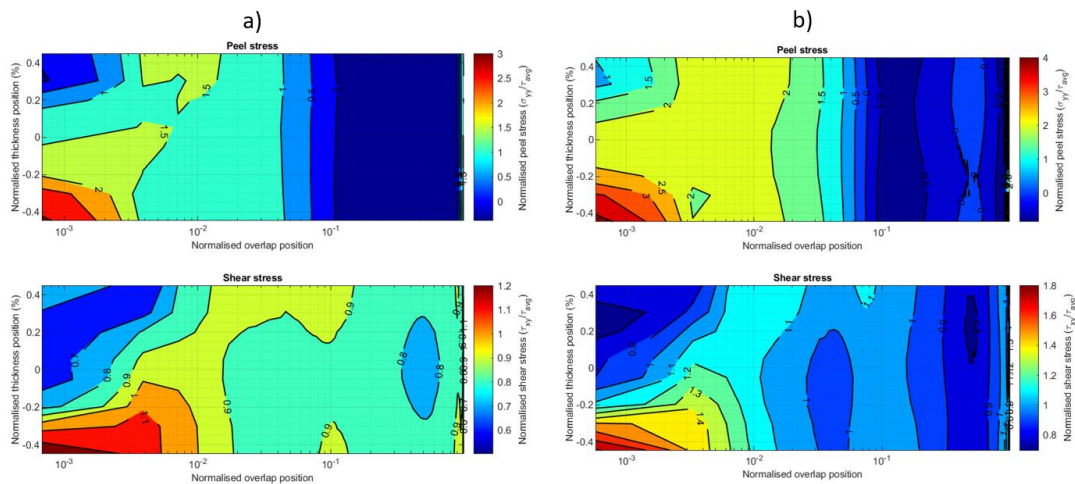


Figura 50 -Tensões normalizadas de arrancamento e de corte para o adesivo Sikaforce® 7888 com um a) $L_0=25$ mm e b) $L_0=37,5$ mm

Na Tabela 11 apresentam-se, para ambos os critérios de cedência, os valores máximos das tensões de arrancamento e corte normalizadas. Estes valores representam apenas o pico da tensão em questão, obtido ao longo da junta, através dos gráficos de linhas de contorno dos diferentes adesivos.

É possível constatar através destes resultados que, quanto mais rígido for o adesivo, maiores são as tensões nele instaladas. Tal pode ser explicado devido a incapacidade de adesivos frágeis distribuírem as tensões, criando assim maiores concentrações de tensões, o que leva a uma rotura mais rápida da ligação.

Quando as JSS se encontram em corte puro (caso ideal), as tensões hidrostáticas são nulas. Sendo assim, os valores de tensão de corte obtidos pelos dois critérios no momento em que se atinge $P_{máx}$ são similares. No entanto, quando as juntas estão sujeitas a tensões de arrancamento, devido à excentricidade das JSS, partes da camada de adesivo estão sujeitas a compressão a qual é considerada pelo critério de *Drucker-Prager* mas não por *von Mises*. Assim, através do critério de *Drucker-Prager* alcança-se maiores valores de tensão de arrancamento quando o $P_{máx}$ é atingido.

Tabela 11 - Tensões de pico normalizadas ao longo da junta

| Adesivo | L_0 (mm) | Tensão de corte | | Tensão de arrancamento | |
|--------------------|---------------|-----------------|-------------|------------------------|-------------|
| | | VM (MPa) | DP (MPa) | VM (MPa) | DP (MPa) |
| Araldite® AV138 | 12,5 | 2,0 | 2,0 | 4,5 | 5,0 |
| | 25 | 3,0 | 3,0 | 8,0 | 9,0 |
| | 37,5 | 4,5 | 4,5 | 10,0 | 12,0 |
| | 50 | 6,0 | 6,0 | 12,0 | 14,0 |
| Araldite® 2015 | 12,5 | 1,4 | 1,6 | 3,0 | 3,5 |
| | 25 | 2,2 | 2,6 | 5,0 | 6,0 |
| | 37,5 | 3,0 | 3,5 | 7,0 | 8,0 |
| | 50 | 4,0 | 4,5 | 8,0 | 10,0 |
| Sikaforce® 7888 | 12,5 | 0,9 | 0,9 | 1,4 | 1,5 |
| | 25 | 1,1 | 1,2 | 2,5 | 3,0 |
| | 37,5 | 1,5 | 1,8 | 3,5 | 4,0 |
| | 50 | 1,8 | 2,2 | 4,0 | 5,0 |

**CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE
TRABALHOS FUTUROS**

4 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho teve como objetivo o estudo da previsão de resistência de juntas adesivas através do método sem malha RPIM. Para tal foram usadas JSS de adesivos distintos com diferentes valores de L_o . Nas JSS foram usados substratos de alumínio, quatro valores de L_o e três adesivos com comportamentos distintos entre si. Um dos adesivos apresenta um comportamento rígido e frágil (Araldite® AV138), outro apresenta menor resistência, mas maior ductilidade (Araldite® 2015), e ainda um último adesivo com alta resistência e ductilidade (Sikaforce® 7888).

De forma a comparar os resultados obtidos através do RPIM foram usados dados experimentais obtidos num trabalho experimental anterior, no qual foram analisadas JSS destes três adesivos para os diferentes valores de L_o . Através destes dados traçaram-se as curvas P - δ através das quais foi possível notar que, para cada adesivo, o $P_{máx}$ obtido aumenta à medida que se aumenta o L_o . No entanto, para cada adesivo nota-se o contraste do aumento de $P_{máx}$ com o L_o . Através da análise dos dados vê-se que, para o adesivo mais frágil, o Araldite® AV138, o aumento de $P_{máx}$ com o L_o é menor do que para os outros dois adesivos, o que seria de esperar. Já para o Araldite® 2015 nota-se um maior aumento do valor $P_{máx}$ obtido à medida que se aumenta o L_o do que no adesivo anterior. No entanto, é preciso salientar que, para $L_o=12,5$ mm, o valor de $P_{máx}$ obtido para o Araldite® AV138 é maior do que para o Araldite® 2015 pois, para pequenos L_o , as distribuições de tensões ao longo da camada adesivo são mais constantes. Assim sendo, apesar de o Araldite® AV138 ser o mais frágil dos dois, este tem maior resistência do que o Araldite® 2015 levando a aguentar um maior valor de $P_{máx}$ para este L_o . Como seria de esperar, sendo o adesivo mais dúctil, o Sikaforce® 7888 é o adesivo que atinge maiores valores de $P_{máx}$ no momento da rotura.

De forma a prever a resistência da junta foi usado apenas um método, o RPIM, mas considerando dois critérios de cedência distintos. Em grande parte dos estudos feitos a juntas adesivas apenas é considerado o critério de cedência de *von Mises* sendo este de longe o mais comum de se usar. No entanto, este não considera a componente hidrostática da tensão a que os adesivos estão sujeitos no momento de cedência. Desta forma, neste trabalho consideraram-se o critério de *von Mises* e o critério de *Drucker-Prager*. Através dos resultados obtidos é possível constatar que, através do critério de cedência de *Drucker-Prager*, obtêm-se valores mais próximos dos obtidos experimentalmente.

Através dos diferentes critérios de cedência constata-se que os resultados obtidos para o Araldite® AV138 são bons e apresentam erros de previsão baixos. Os erros para este adesivo apresentam um máximo de 25,4% para $L_o=12,5$ mm e um mínimo de 0,6% para $L_o=25$ mm. Deve-se ter em conta que os erros para os três maiores L_o variam entre os 0,6% e um máximo de 6,7%. Mas, à medida que a ductilidade dos adesivos e L_o aumentam, estes resultados tendem a piorar, sendo possível constatar o sucedido através dos valores obtidos para Araldite® 2015, que atingem um mínimo de 1,4% para $L_o=25$ mm. Por outro lado, para os outros três L_o , o erro varia entre 14,3% e 41,3%. Visto que o Sikaforce® 7888 é o mais dúctil dos três, este é o que apresenta maiores erros de previsão. Para $L_o=12,5$ mm atinge-se o menor valor de erro para este adesivo (3,0%), mas à medida que se aumenta o L_o o erro aumenta, e situa-se entre 24,8% até 44,1%.

Com recurso aos gráficos de deformação contínua foi possível verificar a deformação ao longo da junta. O adesivo mais frágil, o Araldite® AV138, é o que apresenta menor $\bar{\epsilon}_p$ sendo que atinge um pico de 0,05. Em comparação a este, o Araldite® 2015 consegue obter uma deformação cerca de três vezes superior atingindo os 0,15. Como seria de esperar, o adesivo mais dúctil, o Sikaforce® 7888, é o que apresenta maiores deformações, sendo que estas atingem picos superiores a 0,4.

Ao analisar os gráficos de linhas de contorno e os picos de tensões obtidas confirma-se que o adesivo mais frágil, em comparação aos outros dois adesivos, é o que apresenta maiores picos de tensões, tanto de corte como de arrancamento. É possível ainda constatar, como seria de esperar, que as tensões obtidas pelo critério de cedência de *Drucker-Prager* são maiores que às obtidas pelo de *von Mises*.

Como propostas de trabalhos futuros sugerem-se os seguintes:

- A análise detalhada para adesivos que atingem grandes deformações como é o caso do adesivo Sikaforce® 7888;
- Implementar/modelar grandes deformações e não-linearidades geométricas dos adesivos seguindo as formulações de Crisfield [109] e Owen [107];
- Uso de substratos dissimilares de forma a verificar as alterações na distribuição de tensões;
- Nos modelos analisados o endurecimento dos materiais foi considerado como bilinear isotrópico. Para o substrato analisado, alumínio, um endurecimento polinomial poderia representar melhor o comportamento do material. Considera-se que o comportamento final da junta alterava, mas não o $P_{máx}$.

REFERÊNCIAS

5 REFERÊNCIAS

1. Volkersen, O., *Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten*. Luftfahrtforschung, 1938. **15**: p. 41-47.
2. Adams, R. e N. Peppiatt, *Stress analysis of adhesive-bonded lap joints*. Journal of Strain Analysis, 1974. **9**(3): p. 185-196.
3. Harris, J. e R. Adams, *Strength prediction of bonded single lap joints by non-linear finite element methods*. International Journal of Adhesion Adhesives, 1984. **4**(2): p. 65-78.
4. Goland, M. e E. Reissner, *The stresses in cemented joints*. Journal of Applied Mechanics, 1944. **66**: p. A17-27.
5. Panigrahi, S. e B. Pradhan, *Three dimensional failure analysis and damage propagation behavior of adhesively bonded single lap joints in laminated FRP composites*. Journal of Reinforced plastics Composites, 2007. **26**(2): p. 183-201.
6. Hart-Smith, L., *Stress analysis- A continuum mechanics approach(in adhesive bonded joints)*. Developments in adhesives- 2. London, Applied Science Publishers, 1981: p. 1-44.
7. Penado, F.E., *A simplified method for the geometrically nonlinear analysis of the single lap joint*. Journal of Thermoplastic Composite Materials, 1998. **11**(3): p. 272-287.
8. Williams, M.L., *The stresses around a fault or crack in dissimilar media*. Bulletin of the Seismological Society of America, 1959. **49**(2): p. 199-204.
9. Fernlund, G. e J. Spelt, *Failure load prediction of structural adhesive joints: Part 2: Experimental study*. International journal of adhesion adhesives, 1991. **11**(4): p. 221-227.
10. Barenblatt, G., *The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks*. Journal of Applied Mathematics Mechanics, 1959. **23**(3): p. 622-636.
11. Feraren, P. e H. Jensen, *Cohesive zone modelling of interface fracture near flaws in adhesive joints*. Engineering Fracture Mechanics, 2004. **71**(15): p. 2125-2142.
12. Ji, G., Z. Ouyang, G. Li, S. Ibekwe, e S. Pang, *Effects of adhesive thickness on global and local Mode-I interfacial fracture of bonded joints*. International Journal of Solids Structures, 2010. **47**(18-19): p. 2445-2458.
13. Campilho, R.D.S.G. e L.F.M. da Silva, *Advances in Numerical Modelling of Adhesive Joints*, in *Advances in Numerical Modeling of Adhesive Joints*. 2012, Springer Berlin Heidelberg: Berlin, Heidelberg. p. 1-93.
14. Yang, Q. e M. Thouless, *Mixed-mode fracture analyses of plastically-deforming adhesive joints*. International Journal of Fracture, 2001. **110**(2): p. 175-187.
15. Khoramishad, H., A. Crocombe, K. Katnam, e I. Ashcroft, *Predicting fatigue damage in adhesively bonded joints using a cohesive zone model*. International Journal of Fatigue, 2010. **32**(7): p. 1146-1158.

16. Daudeville, L. e P. Ladeveze, *A damage mechanics tool for laminate delamination*. Composite Structures, 1993. **25**(1-4): p. 547-555.
17. Voyiadjis, G. e P. Kattan, *Damage mechanics*. 2005: Taylor & Francis.
18. Shenoy, V., I. Ashcroft, G. Critchlow, e A. Crocombe, *Fracture mechanics and damage mechanics based fatigue lifetime prediction of adhesively bonded joints subjected to variable amplitude fatigue*. Engineering Fracture Mechanics, 2010. **77**(7): p. 1073-1090.
19. Mohammadi, S., *Extended finite element method: for fracture analysis of structures*. 2008: John Wiley & Sons.
20. Belytschko, T. e T. Black, *Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing*. International journal for numerical methods in engineering, 1999. **45**(5): p. 601-620.
21. Moës, N., J. Dolbow, e T. Belytschko, *A finite element method for crack growth without remeshing*. International journal for numerical methods in engineering, 1999. **46**(1): p. 131-150.
22. Greenwood, L., T. Boag, e A. McLaren, *Stress distribution in lap joints*. Adhesion: fundamentals practice. London: McLaren and Sons Ltd, 1969: p. 273-9.
23. Rodríguez, R., W. De Paiva, P. Sollero, M. Rodrigues, e É. De Albuquerque, *Failure criteria for adhesively bonded joints*. International Journal of Adhesion Adhesives, 2012. **37**: p. 26-36.
24. Da Silva, L. e R. Campilho, *Advances in numerical modelling of adhesive joints, in Advances in numerical modeling of adhesive joints*. 2012, Springer. p. 1-93.
25. Adams, R. e V. Mallick, *A method for the stress analysis of lap joints*. The Journal of Adhesion, 1992. **38**(3-4): p. 199-217.
26. Lee, S. e D. Lee, *Development of a failure model for the adhesively bonded tubular single lap joint*. The Journal of Adhesion, 1992. **40**(1): p. 1-14.
27. Crocombe, A. e R. Adams, *An elasto-plastic investigation of the peel test*. The Journal of Adhesion, 1982. **13**(3-4): p. 241-267.
28. da Silva, L., P. das Neves, R. Adams, A. Wang, e J. Spelt, *Analytical models of adhesively bonded joints—Part II: Comparative study*. International Journal of Adhesion Adhesives, 2009. **29**(3): p. 331-341.
29. Bigwood, D. e A. Crocombe, *Elastic analysis and engineering design formulae for bonded joints*. International journal of Adhesion Adhesives, 1989. **9**(4): p. 229-242.
30. Frostig, Y., O.T. Thomsen, e F. Mortensen, *Analysis of adhesive-bonded joints, square-end, and spew-fillet—high-order theory approach*. Journal of Engineering Mechanics, 1999. **125**(11): p. 1298-1307.
31. Wang, R., J. Cui, A. Sinclair, e J. Spelt, *Strength of adhesive joints with adherend yielding: I. analytical model*. The Journal of Adhesion, 2003. **79**(1): p. 23-48.
32. Adams, R.D., J. Comyn, e W. Wake, *Structural adhesive joints in engineering*. 1997: Springer Science & Business Media.
33. Reddy, J., *An introduction to the finite element method*. McGraw-Hill Education, 2005.
34. Gingold, R.A. e J.J. Monaghan, *Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars*. Monthly notices of the royal astronomical society, 1977. **181**(3): p. 375-389.

35. Libersky, L.D. e A.G. Petschek, *Smooth particle hydrodynamics with strength of materials*, in *Advances in the free-Lagrange method including contributions on adaptive gridding and the smooth particle hydrodynamics method*. 1991, Springer. p. 248-257.
36. Belytschko, T., Y.Y. Lu, e L. Gu, *Element-free Galerkin methods*. International journal for numerical methods in engineering, 1994. **37**(2): p. 229-256.
37. Lancaster, P. e K. Salkauskas, *Surfaces generated by moving least squares methods*. Mathematics of computation, 1981. **37**(155): p. 141-158.
38. Nayroles, B., G. Touzot, e P. Villon, *Generalizing the finite element method: diffuse approximation and diffuse elements*. Computational mechanics, 1992. **10**(5): p. 307-318.
39. Liu, W.K., S. Jun, S. Li, J. Adee, e T. Belytschko, *Reproducing kernel particle methods for structural dynamics*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1995. **38**(10): p. 1655-1679.
40. Atluri, S.N. e T. Zhu, *A new meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics*. Computational mechanics, 1998. **22**(2): p. 117-127.
41. Liu, G.-R. e Y. Gu, *A point interpolation method for two-dimensional solids*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2001. **50**(4): p. 937-951.
42. Wang, J., G. Liu, e Y. Wu, *A point interpolation method for simulating dissipation process of consolidation*. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, 2001. **190**(45): p. 5907-5922.
43. Wang, J. e G. Liu, *A point interpolation meshless method based on radial basis functions*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002. **54**(11): p. 1623-1648.
44. Wang, J. e G. Liu, *On the optimal shape parameters of radial basis functions used for 2-D meshless methods*. Computer methods in applied mechanics engineering, 2002. **191**(23-24): p. 2611-2630.
45. Belinha, J., *The natural neighbour radial point interpolation method: solid mechanics and mechanobiology applications*. 2010.
46. Belinha, J., *Meshless methods in biomechanics*. Bone Tissue Remodelling Analysis, 2014.
47. Chen, J.S., C.-T. Wu, S. Yoon, e Y. You, *A stabilized conforming nodal integration for Galerkin mesh-free methods*. International journal for numerical methods in engineering, 2001. **50**(2): p. 435-466.
48. Sze, K., J. Chen, N. Sheng, e X. Liu, *Stabilized conforming nodal integration: exactness and variational justification*. Finite Elements in Analysis Design, 2004. **41**(2): p. 147-171.
49. Rodrigues, D., J. Belinha, F. Pires, L. Dinis, e R.N. Jorge, *Homogenization technique for heterogeneous composite materials using meshless methods*. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2018. **92**: p. 73-89.
50. Dai, K., G. Liu, X. Han, e Y. Li, *Inelastic analysis of 2D solids using a weak-form RPIM based on deformation theory*. Computer methods in applied mechanics engineering, 2006. **195**(33-36): p. 4179-4193.
51. Qian, X., H. Yuan, M. Zhou, e B. Zhang, *A general 3D contact smoothing method based on radial point interpolation*. Journal of Computational Applied Mathematics, 2014. **257**: p. 1-13.

52. Nguyen, N.T., T.Q. Bui, C. Zhang, e T.T. Truong, *Crack growth modeling in elastic solids by the extended meshfree Galerkin radial point interpolation method*. Engineering analysis with boundary elements, 2014. **44**: p. 87-97.
53. Farahani, B.V., J. Belinha, F.A. Pires, A.J. Ferreira, e P. Moreira, *Extending a radial point interpolation meshless method to non-local constitutive damage models*. Theoretical Applied Fracture Mechanics, 2016. **85**: p. 84-98.
54. Kim, K.-O., H.S. Jeong, e D. Jo, *Numerical analysis for multi-group neutron-diffusion equation using Radial Point Interpolation Method (RPIM)*. Annals of Nuclear Energy, 2017. **99**: p. 193-198.
55. Belinha, J., L. Dinis, e R. Jorge, *Analysis of thick plates by the natural radial element method*. International Journal of Mechanical Sciences, 2013. **76**: p. 33-48.
56. Phan-Dao, H.-H., *A meshfree radial point interpolation method for free vibration of laminated composite plates analysis based on layerwise theory*. Procedia engineering, 2016. **142**: p. 349-356.
57. Pilafkan, R., P.D. Folkow, M. Darvizeh, e A. Darvizeh, *Three dimensional frequency analysis of bidirectional functionally graded thick cylindrical shells using a radial point interpolation method (RPIM)*. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2013. **39**: p. 26-34.
58. Phan-Dao, H.-H., C.H. Thai, J. Lee, e H. Nguyen-Xuan, *Analysis of laminated composite and sandwich plate structures using generalized layerwise HSDT and improved meshfree radial point interpolation method*. Aerospace Science Technology, 2016. **58**: p. 641-660.
59. Wang, R., L. Zhang, D. Hu, C. Liu, X. Shen, C. Cho, e B. Li, *A novel approach to impose periodic boundary condition on braided composite RVE model based on RPIM*. Composite Structures, 2017. **163**: p. 77-88.
60. Noronha, J., *The numerical analysis of airplane windshields due to bird strike: a static study*. 2016.
61. Voronoï, G., *Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques. Deuxième mémoire. Recherches sur les paralléloèdres primitifs*. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1908. **134**: p. 198-287.
62. Delaunay, B., *Sur la sphere vide. A la memoire de Georges Voronoï*. Izv. Akad. Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskii i Estestvennyka Nauk, 1934. **7**(793-800): p. 1-2.
63. Dinis, L., R.N. Jorge, e J. Belinha, *Analysis of 3D solids using the natural neighbour radial point interpolation method*. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, 2007. **196**(13-16): p. 2009-2028.
64. Dinis, L., R.N. Jorge, e J. Belinha, *Analysis of plates and laminates using the natural neighbour radial point interpolation method*. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2008. **32**(3): p. 267-279.
65. Dinis, L., R.N. Jorge, e J. Belinha, *An unconstrained third-order plate theory applied to functionally graded plates using a meshless method*. Mechanics of Advanced Materials Structures, 2010. **17**(2): p. 108-133.
66. Dinis, L., R.N. Jorge, e J. Belinha, *A 3D shell-like approach using a natural neighbour meshless method: Isotropic and orthotropic thin structures*. Composite Structures, 2010. **92**(5): p. 1132-1142.

67. Dinis, L., R. Natal Jorge, e J. Belinha, *Composite laminated plates: a 3D natural neighbor radial point interpolation method approach*. Journal of Sandwich Structures Materials, 2010. **12**(2): p. 119-138.
68. Dinis, L., R.N. Jorge, e J. Belinha, *Static and dynamic analysis of laminated plates based on an unconstrained third order theory and using a radial point interpolator meshless method*. Computers Structures, 2011. **89**(19-20): p. 1771-1784.
69. Dinis, L., R.N. Jorge, e J. Belinha, *A natural neighbour meshless method with a 3D shell-like approach in the dynamic analysis of thin 3D structures*. Thin-Walled Structures, 2011. **49**(1): p. 185-196.
70. Dinis, L., R.N. Jorge, e J. Belinha, *The dynamic analysis of thin structures using a radial interpolator meshless method*, in *Vibration and Structural Acoustics Analysis*. 2011, Springer. p. 1-20.
71. Dinis, L., R. Natal Jorge, e J. Belinha, *The natural neighbour radial point interpolation method: dynamic applications*. Engineering Computations, 2009. **26**(8): p. 911-949.
72. Dinis, L., R. Jorge, e J. Belinha, *The radial natural neighbours interpolators extended to elastoplasticity*, in *Progress on Meshless Methods*. 2009, Springer. p. 175-198.
73. Dinis, L., R. Jorge, e J. Belinha, *Large deformation applications with the radial natural neighbours interpolators*. Computer Modeling in Engineering Sciences, 2009. **44**(1): p. 1.
74. Belinha, J., L. Dinis, e R. Jorge, *The mandible remodeling induced by dental implants: a meshless approach*. Journal of Mechanics in Medicine Biology, 2015. **15**(04): p. 1550059.
75. Belinha, J., L. Dinis, e R. Jorge, *The meshless methods in the bone tissue remodelling analysis*. Procedia Engineering, 2015. **110**: p. 51-58.
76. Belinha, J., L. Dinis, e R. Jorge, *The analysis of the bone remodelling around femoral stems: A meshless approach*. Mathematics Computers in Simulation, 2016. **121**: p. 64-94.
77. Belinha, J., R. Jorge, e L. Dinis, *A meshless microscale bone tissue trabecular remodelling analysis considering a new anisotropic bone tissue material law*. Computer methods in biomechanics biomedical engineering, 2013. **16**(11): p. 1170-1184.
78. Belinha, J., R. Jorge, e L. Dinis, *Bone tissue remodelling analysis considering a radial point interpolator meshless method*. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2012. **36**(11): p. 1660-1670.
79. Duarte, H., J. Andrade, L. Dinis, R. Jorge, e J. Belinha, *Numerical analysis of dental implants using a new advanced discretization technique*. Mechanics of Advanced Materials Structures, 2016. **23**(4): p. 467-479.
80. Tavares, C., J. Belinha, L. Dinis, e R.N. Jorge, *The elasto-plastic response of the bone tissue due to the insertion of dental implants*. Procedia Engineering, 2015. **110**: p. 37-44.
81. Farahani, B., J. Berardo, R. Drgas, J. César de Sá, A. Ferreira, e J. Belinha, *The axisymmetric analysis of circular plates using the radial point interpolation method*. International Journal for Computational Methods in Engineering Science Mechanics, 2015. **16**(6): p. 336-353.

82. Azevedo, J., J. Belinha, L. Dinis, e R. Jorge, *Crack path prediction using the natural neighbour radial point interpolation method*. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2015. **59**: p. 144-158.
83. Sibson, R. *A vector identity for the Dirichlet tessellation*. in *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1980. Cambridge University Press.
84. Hardy, R., *Theory and applications of the multiquadric-biharmonic method 20 years of discovery 1968–1988*. Computers Mathematics with Applications, 1990. **19**(8-9): p. 163-208.
85. Tsai, C., Y. Guan, D. Ohanehi, J. Dillard, D. Dillard, e R. Batra, *Analysis of cohesive failure in adhesively bonded joints with the SSPH meshless method*. International Journal of Adhesion Adhesives, 2014. **51**: p. 67-80.
86. Mubashar, A. e I. Ashcroft, *Comparison of cohesive zone elements and smoothed particle hydrodynamics for failure prediction of single lap adhesive joints*. The Journal of Adhesion, 2017. **93**(6): p. 444-460.
87. Bodjona, K. e L. Lessard, *Nonlinear static analysis of a composite bonded/bolted single-lap joint using the meshfree radial point interpolation method*. Composite Structures, 2015. **134**: p. 1024-1035.
88. Sánchez-Arce, I., L. Ramalho, R. Campilho, e J. Belinha, *Evaluation of an elastic meshless formulation to adhesive joints' strength prediction against established methods*. Journal of Adhesion Science Technology, 2019: p. 1-27.
89. Ramalho, L., J. Belinha, e R. Campilho, *The numerical simulation of crack propagation using radial point interpolation meshless methods*. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2019. **109**: p. 187-198.
90. Ramalho, L., R. Campilho, e J. Belinha, *Predicting single-lap joint strength using the natural neighbour radial point interpolation method*. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences Engineering, 2019. **41**(9): p. 362.
91. Ramalho, L., R. Campilho, J. Belinha, e L. da Silva, *Static strength prediction of adhesive joints: A review*. International Journal of Adhesion Adhesives, 2020. **96**: p. 102451.
92. Fernandes, T.A.B., *Aplicação de métodos numéricos avançados para a previsão de resistência de ligações adesivas*. 2014, Mestrado em Engenharia Mecânica. Instituto Superior de Engenharia do Porto: Porto.
93. Campilho, R.D., M.D. Banea, A.M. Pinto, L.F. da Silva, e A. De Jesus, *Strength prediction of single-and double-lap joints by standard and extended finite element modelling*. International Journal of Adhesion Adhesives, 2011. **31**(5): p. 363-372.
94. Neto, J., R.D. Campilho, e L. Da Silva, *Parametric study of adhesive joints with composites*. International Journal of Adhesion Adhesives, 2012. **37**: p. 96-101.
95. Campilho, R.D., M.D. Banea, J. Neto, e L.F. da Silva, *Modelling adhesive joints with cohesive zone models: effect of the cohesive law shape of the adhesive layer*. International Journal of Adhesion Adhesives, 2013. **44**: p. 48-56.
96. Neto, J., *Estudo Paramétrico de Juntas Adesivas em Material Compósito*. Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, 2011.

97. Nascimento, A.N.S., *Efeito da Espessura do Adesivo na Resistência de Juntas de Sobreposição Simples, na Ligação de Materiais Compósitos*. Tese Mestrado. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2013.
98. Loureiro, A.L.C.D., *Determination of the strain distribution in the adhesive joints using Fiber Bragg Grating (FBG)*. 2011, Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto: Porto.
99. Dean, G., L. Crocker, B. Read, e L. Wright, *Prediction of deformation and failure of rubber-toughened adhesive joints*. International journal of adhesion adhesives, 2004. **24**(4): p. 295-306.
100. Crocombe, A. e A. Kinloch, *Review of adhesive bond failure criteria*. Technology, MTS Adhesives Project, 1994.
101. Hart-Smith, L.J., *Adhesive-bonded single-lap joints*. 1973: National Aeronautics and Space Administration.
102. De Sousa, C., R. Campilho, E. Marques, M. Costa, e L. Da Silva, *Overview of different strength prediction techniques for single-lap bonded joints*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design Applications, 2017. **231**(1-2): p. 210-223.
103. Crocombe, A. e A. Tatarak, *A unified approach to adhesive joint analysis*. Proceedings of adhesives, sealants encapsulants, 1985. **85**.
104. Hart-Smith, L., *Adhesive-bonded scarf and stepped-lap joints*. 1973.
105. Chai, H., *Observation of deformation and damage at the tip of cracks in adhesive bonds loaded in shear and assessment of a criterion for fracture*. International Journal of Fracture, 1993. **60**(4): p. 311-326.
106. Campilho, R.D., M. De Moura, e J. Domingues, *Modelling single and double-lap repairs on composite materials*. Composites Science Technology, 2005. **65**(13): p. 1948-1958.
107. Owen, D.R.J. e E. Hinton, *Finite Elements in Plasticity*. First ed. 1980, Swansea, UK: Pineridge Press Limited. 603-603.
108. Özer, H. e Ö. Öz, *The use of the exponential Drucker-Prager material model for defining the failure loads of the mono and bi-adhesive joints*. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2017. **76**: p. 17-29.
109. Crisfield, M.A., *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Volume 2: Advanced Topics*. 1997, Chichester, West Sussex. UK: John Wiley & Sons, Ltd. 509-509.