

DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA DE PLANEAMENTO E DISTRIBUIÇÃO DE CARGA AÉREA

DIANA AZEVEDO DA COSTA

Setembro de 2021

DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA DE PLANEAMENTO E DISTRIBUIÇÃO DE CARGA AÉREA

Diana Azevedo Costa

2021

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica

isen

P.PORTO

DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA DE PLANEAMENTO E DISTRIBUIÇÃO DE CARGA AÉREA

Diana Azevedo Costa

Estudante n.º 1160337

Dissertação apresentada ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial, realizada sob a orientação do Doutor André Borges Guimarães Serra e Santos e coorientação do Doutor João Augusto de Sousa Bastos

2021

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica

isen

P.PORTO

AGRADECIMENTOS

A elaboração deste trabalho só foi possível devido á colaboração, estímulo e empenho de diversas pessoas. Gostaria assim de expressar a minha gratidão a todos aqueles que influenciaram o meu percurso até á conclusão de mais uma fase da vida académica.

Em primeiro lugar agradecer ao meu orientador, Doutor André Borges Guimarães Serra e Santos pela sua disponibilidade, recomendações e cordialidade. Estou grata pelas dicas e opiniões críticas que me conduziram a oportunidades de melhoria.

Ao meu coorientador, Doutor João Augusto de Sousa Bastos que esteve sempre disponível para esclarecer as dúvidas e incentivar-me para a conclusão deste trabalho.

Á empresa JIT Group pela oportunidade de desenvolvimento deste projeto e aos meus colegas de trabalho em especial ao Renato Amaral pela disponibilidade e incentivo na conclusão do projeto.

Ao meu amigo Renato Amaral pelo incentivo, disponibilidade, companheirismo e apoio nos momentos mais difíceis.

Aos meus colegas de mestrado César Menezes, Rui Maia e João Sampaio pelo apoio prestado e incentivo ao longo de todo o percurso.

Por último, com a consciência que sem eles nada disto seria possível queria agradecer aos meus pais pela coragem, apoio incondicional na superação dos obstáculos que foram surgindo.

página propositadamente em branco

RESUMO

O setor dos transitários tem trabalhado para ser assertivo e eficiente nas respostas ao mercado através do planeamento eficiente dos problemas de alocação de carga com vista á minimização dos custos e melhoria do desempenho.

Com a realização deste trabalho foi modelado um problema real de planeamento de distribuição de carga aérea da empresa JIT Group. Este projeto surgiu da necessidade de planear de forma eficaz e com o custo mínimo a distribuição de milhares de m^3 de carga aérea tendo em conta as restrições do mercado como a disponibilidade de aviões e tarifas de transporte.

Através do algoritmo GRG adaptado ao problema real foi possível dar resposta ao principal objetivo do trabalho que passa pelo desenvolvimento de uma ferramenta de fácil utilização que garanta uma resposta em tempo útil ao planeamento da distribuição aérea com vista na redução dos custos associados ao transporte. Com o desenvolvimento da aplicação é possível ganhos reais com efeitos imediatos.

Os resultados obtidos com o desenvolvimento deste projeto permitem um aumento da flexibilidade de resposta da empresa JIT Group ao seu principal cliente, a Inditex. O protótipo da aplicação desenvolvida foi testado em três ciclos de planeamento, permitindo poupar 12 555, 00€ no ciclo 1, 22 683, 00€ no ciclo 2 e cerca de 1 587, 00€ no último ciclo de estudo sendo os resultados apresentados de forma detalhada no capítulo 4.

Considerado os resultados obtidos no estudo de desempenho do protótipo é possível concluir que vai apresentar um plano que garanta um planeamento ótimo, num curto espaço de tempo e com o menor custo possível tendo sempre em conta as restrições do mercado.

PALAVRAS-CHAVE

Planeamento do Transporte Aéreo, Modelação Matemática, Algoritmos de otimização, Gradiente Reduzido Generalizado

página propositadamente em branco

ABSTRACT

The freight forwarding sector has been working to be assertive and efficient in responding to the market through an efficient planning of load allocation problems. The main goal is to minimize costs and improve performance.

During this dissertation's development, a real air cargo distribution planning problem of the JIT Group was addressed. This project emerged from the need to efficiently plan and minimize costs for the distribution of thousands of m^3 (cubic meters) of air cargo while considering the market restrictions, such as aircraft availability and transportation fees.

Through the GRG algorithm adaptation to the real problem, it was possible to respond to the main goal of this dissertation. The development of an easy-to-use tool ensures a quick response in the air distribution planning, focusing on cost reduction in transportation. With the application development it is possible to obtain real earnings with immediate effect.

The results obtained during this project's development allowed an increase in flexibility of JIT Group's response to its main client, Inditex. The prototype of the developed application was tested in three planning cycles, saving €12,555.00 in cycle 1, €22,683.00 in cycle 2 and around €1,587.00 in the last cycle. The results are presented in detail in chapter 4.

Considering the results acquired in the prototype performance study, it is possible to conclude a plan that guarantees an optimal planning, in a short time and with the lowest possible cost, always considering market restrictions.

KEYWORDS

Air Transportation Planning, Mathematical Modelling, Optimization Algorithm, Generalized Reduced Gradient

página propositadamente em branco

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	IX
ÍNDICE DE TABELAS	XI
LISTAS DE SIGLAS E SÍMBOLOS	XIII
1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Enquadramento e pertinência	15
1.2. Questão e objetivos de investigação.....	16
1.3. Opções metodológicas	17
1.4. Apresentação da empresa.....	17
1.5. Estrutura do trabalho	18
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
2.1. Transporte aéreo de carga	19
2.1.1. Contextualização histórica	20
2.1.2. Caracterização do transporte de carga aérea.....	20
2.1.3. Problemas de alocação de carga no transporte aéreo	21
2.1.4. Abordagens para o planeamento e alocação de carga.....	22
2.2. Investigação operacional.....	23
2.2.1. Metodologia da Investigação Operacional	23
2.3. Modelação matemática.....	25
2.4. Programação linear	26
2.5. Métodos de Resolução	28
2.5.1. Algoritmo Simplex.....	28
2.5.2. Método GRG generalizado.....	28
2.6. Ferramenta Solver do Microsoft Excel.....	29
2.7. Modelos para Problemas de Planeamento e Alocação de Cargas	30
2.7.1. Modelo de Mongeau & Bes, (2003)	30
3. MÉTODOS E APLICAÇÃO	33
3.1. Descrição do problema em estudo	33
3.1.1. Formulação matemática do problema.....	33
3.1.2. Método utilizado para a resolução do problema	35
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	37
4.1. Apresentação de problemas	37
4.1.1. Problema A.....	37
4.1.2. Resultados do problema A.....	38
4.1.3. Problema B.....	39
4.1.4. Resultados do problema B	39
4.1.5. Problema C.....	40
4.1.6. Resultados do problema C	41

4.2. Discussão de resultados	41
5. CONCLUSÃO	43
5.1. Conclusões finais	43
5.2. Limitações e investigação futura.....	43
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	45

página propositadamente em branco

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Relações entre os principais envolvidos no transporte aéreo de carga (Yat-wah Wan et al., 1998)	21
Figura 2 Representação esquemática do ciclo do processo de modelação matemática (Blum & Ferri, 2009)	26
Figura 3 Interface para inserção dos dados necessários para o planeamento	35
Figura 4 Interface apresentado para o resultado do planeamento	36
Figura 5 Planeamento para a semana 34 ciclo 2 através da utilização da aplicação	38
Figura 6 Planeamento para a semana 35 ciclo 1 através da utilização da aplicação	39
Figura 7 Planeamento para a semana 35 ciclo 2 através da utilização da aplicação	41

página propositadamente em branco

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Previsão real de volume a transportar (m ³) na semana 34 ciclo 2 (2021)	37
Tabela 2 – Previsão real de volume a transportar (m ³) na semana 35 ciclo 1 (2021)	39
Tabela 3 – Previsão real de volume a transportar (m ³) na semana 35 ciclo 2 (2021)	40
Tabela 4 – Ganhos teóricos obtidos com a utilização da aplicação	41

página propositadamente em branco

LISTAS DE SIGLAS E SÍMBOLOS

Lista de Siglas

GRG	Gradiente reduzido generalizado
IATA	Associação Internacional de Transporte Aéreo
IO	Investigação operacional
ISEP	Instituto Superior de Engenharia do Porto
P. Porto	Instituto Politécnico do Porto
PNL	Programação não linear
ULD's	Unit Load Device

Lista de Símbolos

v	volumetria	m^3
-----	------------	-------

página propositadamente em branco

1. INTRODUÇÃO

1.1. Enquadramento e pertinência

Atualmente qualquer indústria visa evitar o desperdício aproveitando ao máximo os recursos disponíveis com objetivo de se tornar mais eficiente e competitiva. Vive-se num mundo dinâmico onde cada realidade empresarial está em permanente evolução.

O setor onde estão inseridos os transitários não é exceção, pois está em constante mudança, a evoluir rapidamente e é necessário ter uma resposta assertiva. A utilização das novas tecnologias têm-se traduzido em novos desafios no que diz respeito ao transporte de mercadorias e como este é gerido desde o ponto de origem até ao destino (Rocha, 2019).

Para os transitários os problemas de alocação de carga, devido ao seu elevado grau de complexidade, apresentam um grande desafio para empresas cujo core business está diretamente relacionado com o aproveitamento de espaço para o envio de mercadorias. Um bom planeamento logístico é indispensável para que seja possível minimizar os custos operacionais e melhorar a performance (Rocha, 2019).

O transporte aéreo de carga constitui um componente do serviço de transporte de mercadorias desde que estas são produzidas até à sua distribuição e desde o início dos anos 90 que a procura deste tipo de transporte tem vindo a beneficiar de uma consolidação dos serviços prestados. No entanto de modo a acompanhar o crescimento do setor de forma competitiva é necessário dar resposta a alguns dos problemas que surgem do rápido crescimento (Rocha, 2019).

Quando falamos de carga aérea existem inúmeros fatores que podem condicionar a distribuição desde como é feita a distribuição da mercadoria para os diferentes destinos, os termos do contrato entre a companhia aérea e o responsável por planejar a distribuição, os valores das reservas entre outros. São todos estes fatores que vão influenciar o planeamento e consequentemente a receita gerada.

Segundo Thomas et al. (1998) a alocação da carga em aviões cargueiros pode ser feita sem qualquer tipo de computação por alguém experiente, no entanto, a qualidade do planeamento da carga vai depender da experiência do planeador. Para casos de alocação simples utilizar apenas a experiência humana para a distribuição da carga pode não ter grande impacto na qualidade da solução apresentada, no entanto o cenário será outro quando falamos em pesos e volumes elevados.

Inúmeros autores têm vindo a realizar estudos sobre este tema e têm surgido diferentes abordagens ao mesmo.

Uma abordagem para a resolução destes problemas foi proposta por Kelly Fok (2004) e consistia na análise dos dados históricos para ser possível uma visão a longo prazo, com a posterior realização do planeamento utilizando o *Matlab* e *Mosek*. O sistema criado foi designado como CPLA (*Cargo Load Plan and Analysis*).

Tang & Chang (2010) desenvolveram um método de solução baseado numa técnica de criação de cenários e baseado no algoritmo genético baseados numa grande companhia aérea asiática.

Numa outra perspetiva Kaluzny & Shaw (2009) analisaram o planeamento de cargas para a força aérea que realiza o transporte de equipamentos, comida e passageiro, sendo o aproveitamento do

espaço disponível e a diminuição do desperdício são crucial. Modelaram o cenário como um problema de programação linear inteira utilizando a ferramenta solver para a obtenção de resultados e solução.

A necessidade atual de uma rápida resposta a problemas deste género leva á necessidade da criação de algoritmos baseados em heurísticas e metaheurísticas que torne as empresas competitivas e permita obter os melhores resultados.

As técnicas heurísticas são utilizadas em situações onde a velocidade do processo é tão importante quanto a solução obtida e ajudam em situações práticas um engenheiro, um analista ou um gestor a tomar decisões o mais rápido possível de modo a alcançar resultados desejáveis (Arroyo, 2002).

Embora existam outras opções, estando a falar de problemas combinatórios outras técnicas enumerativas são morosas quando não impraticáveis.

1.2. Questão e objetivos de investigação

Numa investigação, a dificuldade inicial passa por conseguir definir o que é o nosso foco de interesse (Quivy & Campenhoudt, 2008). Como tal é necessário e fundamental “enunciar o projecto de investigação na forma de pergunta de partida”.

Assim, a análise em ambiente prático do processo de alocação de carga em aviões cargueiros conduziu a um problema de investigação que pretende responder á seguinte questão: “Como é que modelação matemática e a utilização de algoritmos de otimização no desenvolvimento de uma ferramenta podem ajudar na distribuição da carga aérea com vista na otimização dos custos de transporte?”

Depois de definido o foco da investigação com a pergunta de partida é necessário definir qual o objetivo geral que determina quais são as variáveis-chave, a população alvo e a orientação da investigação e consequentemente orienta para o desenvolvimento do trabalho (Freixo, 2011).

O objetivo geral do presente trabalho de investigação passa por desenvolver e implementar uma ferramenta para responder em tempo útil aos desafios de alocação de carga.

Partindo do objetivo geral são definidos um conjunto de objetivos específicos que vão permitir o acesso gradual e progressivo aos resultados esperados (Baptista & Sousa, 2011).

Estes objetivos passam por:

- Procura de conhecimento e dados relevantes relacionados com o planeamento de carga em aviões através de uma revisão bibliográfica bem como os melhores métodos para o planeamento da carga;
- Desenvolvimento de uma ferramenta de apoio ao planeamento da distribuição da carga em diversos aviões baseada em algoritmos de otimização com o objetivo de minimizar os custos;
- Estudo do método mais adequado para obter a melhor resposta em tempo útil;
- Implementação em contexto real da ferramenta desenvolvida;
- Validação da solução implementada através da análise dos dados teoricamente relevantes;

1.3. Opções metodológicas

Na elaboração de um processo de investigação, a metodologia representa o caminho para o desenvolvimento e concretização dos objetivos. É constituída por um conjunto de atividades sistemáticas e racionais que orientam o desenvolvimento do projecto e ajudam a alcançar os objetivos (Quivy & Campenhoudt, 2008).

Para Gil, 1991 o caminho que leva à concretização dos objetivos num trabalho de investigação passa por utilizar métodos de recolha de informação. É então, o objetivo da investigação que irá definir qual o método mais adequado.

As pesquisas científicas podem ser classificadas segundo o seu carácter intelectual ou prático. O primeiro grupo compreende as pesquisas que procuram ampliar os domínios do conhecimento para o avanço da ciência sem que seja previsível a sua aplicação prática. O segundo grupo engloba as pesquisas cuja finalidade passa pelo desenvolvimento de conhecimento aplicado á resolução de problemas reais e específicos. Segundo Gil, 1991 as definições dadas a pesquisas científicas de carácter intelectual ou prático, comumente designadas como pesquisas puras ou aplicadas são limitadas uma vez que o intuito de um processo de investigação pode incluir não só a ampliação de conhecimento como também as aplicações práticas resultantes deste.

O presente processo de investigação é baseado no **método hipotético dedutivo** que resulta da combinação do método indutivo e do dedutivo.

Para o desenvolvimento do trabalho proposto é necessário conhecimentos técnicos e científicos no que diz respeito às heurísticas e metaheurísticas que permitirá formular uma hipótese acerca do que será uma possível solução para o problema estudado. No entanto, para que a teoria apresentada seja fundamentada em resultados de experiências reais, entenda-se neste caso o desenvolvimento da ferramenta e sua implementação, será feita uma dedução daquilo que serão os possíveis resultados.

1.4. Apresentação da empresa

A **JIT Group** é um operador logístico e líder no transporte de carga aérea na Península Ibérica com centros de operação no Porto, Madrid, Corunha, Barcelona, Alicante e Zaragoza. Foi criada para contribuir para o crescimento do transporte aéreo e terrestre, usando as diversas companhias representadas quebrando obstáculos e atingindo objetivos. Trabalha diretamente com um dos mais influentes exportadores de carga no mundo, a INDITEX (Nicolau, 2013).

As principais atividades desta empresa passam por (Nicolau, 2013):

- *Handling* e planeamento de operações logísticas – opera no manuseamento de carga com o objetivo de rentabilizar o transporte de acordo com as expectativas dos clientes, gerindo os projetos desde do remetente até ao cliente final;
- Preparação documental, rotulagem e embalagem – emissão de toda a documentação inerente ao transporte de carga aérea, tendo em conta todos os procedimentos burocráticos de acordo com a legislação internacional;

- Organização de charters – garantir os melhores contratos com as companhias aéreas desde a negociação inicial até efetivar o contrato legal, tendo em conta todos os processos inerentes á realização dos contratos;
- Paletização – colocação das diferentes ULD's (Unit Load Device) no local mais conveniente para o cliente e assistência na construção das unidades;

1.5. Estrutura do trabalho

O presente relatório está estruturado em cinco capítulos. É inicializado com a introdução ao tema do trabalho onde é feito um enquadramento teórico, apresentada a questão principal do trabalho assim como os objetivos e uma pequena apresentação que serviu de suporte á resolução do problema em estudo.

O capítulo 2 caracteriza o transporte aéreo de carga, sendo feita uma contextualização histórica do setor, são descritas algumas das características que os problemas que este enfrenta e algumas propostas para a resolução dos mesmos. É ainda abordada a investigação operacional e a sua aplicação para resolução do problema estudado. São apresentados problemas de programação linear e é dada breve explicação sobre um método de resolução deste tipo de problemas (Algoritmo Simplex). É apresentado também um método de resolução de problemas de programação não linear (método GRG generalizado) que serviu para a resolução do problema do caso de estudo. É apresentada de forma muito sucinta a ferramenta Solver do Excel e posteriormente são apresentados modelos para a resolução de problemas similares ao caso de estudo e de forma detalhada o modelo proposto por Mongeau & Bes, (2003).

Ao longo do capítulo 3. Métodos e Aplicação apresenta-se o caso de estudo que serviu de base á proposta de resolução apresentada baseado na modelação matemática. É exibida a formulação matemática do problema e o método de resolução utilizado através do desenvolvimento de uma aplicação de fácil utilização.

No capítulo 4 são apresentados os problemas reais utilizados para fazer a análise da aplicação desenvolvida, os resultados obtidos e as melhorias conseguidas com a utilização da aplicação desenvolvida quando comparada quando o método de planeamento que é atualmente utilizado.

Na conclusão é apresentado sumariamente o trabalho desenvolvido e posteriormente as conclusões relevantes acerca do mesmo. São apresentadas também as limitações do trabalho desenvolvido e possíveis propostas para desenvolvimento futuro.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Ao longo do presente capítulo desenvolve-se a revisão literária que servirá de suporte ao desenvolvimento da proposta de trabalho. O capítulo é constituído por a caracterização do transporte aéreo de carga onde é feita a contextualização histórica do setor, são descritas algumas das características do problemas e propostas para a resolução dos mesmos. Posteriormente é feita uma introdução a investigação operacional e a sua aplicação para resolução do problema. São apresentados problemas de programação linear e dada uma breve explicação sobre um método de resolução deste tipo de problemas (Algoritmo Simplex). É apresentado também um método de resolução de problemas de programação não linear (método GRG generalizado) que serviu de base para a resolução do problema do caso de estudo. É apresentada de forma muito sucinta a ferramenta Solver do Excel e posteriormente são apresentados modelos para a resolução de problemas similares ao caso de estudo e de forma detalhada o modelo proposto por Mongeau & Bes, (2003).

2.1. Transporte aéreo de carga

O transporte aéreo de mercadorias inclui o transporte de bens e produtos por via aérea e têm-se caracterizado de forma geral por um aumento significativo nas últimas décadas devido á rapidez e alcance aliado á progressiva diminuição dos preços associados á movimentação de carga embora comparativamente aos restantes meios de transporte, marítimo, ferroviário e terrestre é o que apresenta maiores custos (Eurosender, 2020). O transporte aéreo desempenha um papel fundamental na economia global.

Atendendo ás especificidades exigidas geralmente pelas companhias que realizam o transporte de carga área existe um conjunto de requisitos que devem ser cumpridos no que diz respeito ao peso, dimensões ou urgência de entrega da mercadoria transportada, assim geralmente são realizados envios de bens urgentes, perecíveis ou de elevado valor (Belobaba et al., 2009).

Existem algumas vantagens na escolha do transporte aéreo (Eurosender, 2020):

- **Rapidez** – é a opção mais rápida para o transporte de qualquer tipo de produto;
- **Fiabilidade** – como há poucos atrasos nas saídas é possível acreditar que o tempo estimado de entrega vai ser cumprido assegurando o *deadline*;
- **Segurança** – comparativamente aos outros meios de transporte este é considerado o mais seguro devido ao controlo de segurança nos aeroportos
- **Rapidez no processo desalfandegário** – como são descarregadas mais rapidamente as cargas e a mercadoria aérea passam mais rapidamente o processo desalfandegário;
- **Cobertura global**- elevada flexibilidade no transporte para qualquer parte do mundo

No entanto existem também algumas desvantagens como (Eurosender, 2020):

- **Dispendioso** – de todos os meios de transporte o aéreo é o mais dispendioso;
- **Espaço limitado** – para mercadorias com elevado volume e baixo valor o transporte aéreo não é uma boa opção devido á reduzida capacidade dos aviões;

- **Restrições nos produtos a ser transportados** – há um conjunto de bens e mercadorias que não são permitidas transportar no transporte aéreo;
- **Pegada de carbono** – de todos os meios de transporte, o aéreo é aquele que produz uma maior pegada de carbono.

2.1.1. Contextualização histórica

Segundo Cooper (1993: 185) o transporte aéreo veio tornar possível a deslocação de passageiros e mercadorias em viagens de longo curso num curto período de tempo aumentando assim a procura por este meio de transporte, sendo considerada por este a maior inovação de transporte no século XX.

A consciencialização da importância das ligações aéreas entre países levou, segundo a IATA - Associação Internacional do Transporte Aéreo ao crescimento do transporte aéreo o que é traduzido em um aumento termos percentuais em 3.5% de toneladas de carga transportada por quilometro (FTK em inglês) no que diz respeito ao transporte de carga (IATA, 2019; Revista, 2019).

No entanto o rápido desenvolvimento do setor levou a que a capacidade de responder á procura fosse superior á procura mesmo considerando o aumento que tem existido ao longo dos anos. Esta capacidade de resposta á procura é medida em toneladas de carga por quilometro disponíveis (AFTK em inglês) (IATA, 2019; Revista, 2019).

No último ano a quantidade de carga aérea a ser transportada tem diminuído acompanhando o fraco comercio global e a grande disputa de mercado entre a China e os EUA. Embora estas tensões possam gerar um desenvolvimento a curto prazo não se prevê benéfica a longo prazo quer para os consumidores quer para a economia global (IATA, 2019).

2.1.2. Caracterização do transporte de carga aérea

A elevada competitividade aliada ao cenário atual do setor do transporte aéreo de carga referido anteriormente faz com que seja necessário definir estratégias que permitam a otimização de todos os recursos assim como a maximização dos lucros obtidos (Chen & Chou, 2006). O desempenho de uma cadeia de transportes, de acordo com Bowersox & Closs (1996) centra-se na própria definição de cadeia de transportes que propõe entregar o que o cliente considera valor ao menor custo possível.

Atualmente, a velocidade de transporte da carga aérea atrai cada vez mais clientes e mais setores da economia uma vez que, segundo Tang & Kao (2000), para acompanhar os novos conceitos na gestão da produção, onde aspetos como a redução de inventário, metodologias *lean*, produção JIT (*Just in time*) têm grande ênfase é necessário alterar a forma como devem ser transportadas as mercadorias e a velocidade a que estas chegam ao destino.

As operações relacionadas com o transporte aéreo de carga envolvem uma combinação complexa de fluxos de informação e mercadorias em diferentes fases da cadeia de transporte (Van Oudheusden, 1994). Estas fases passam essencialmente por inspeção alfandegária, documentação, consolidação das paletas ou ULD, transporte e outras operações necessárias relacionadas com a movimentação do material.

De modo a otimizar o trabalho a ser desenvolvido na cadeia de transporte de carga aérea é necessário perceber quais são os principais participantes. Segundo Yat-wah Wan et al. (1998), existem essencialmente quatro grupos com participação ativa na cadeia de transporte. Estes grupos são constituídos pelas companhias aéreas, os terminais de carga, os operadores de *handling* nos terminais e os clientes. É da responsabilidade dos agentes de carga zelar pelos interesses dos seus clientes. A relação existente entre estes quatro grupos encontra-se representada esquematicamente na figura seguinte.

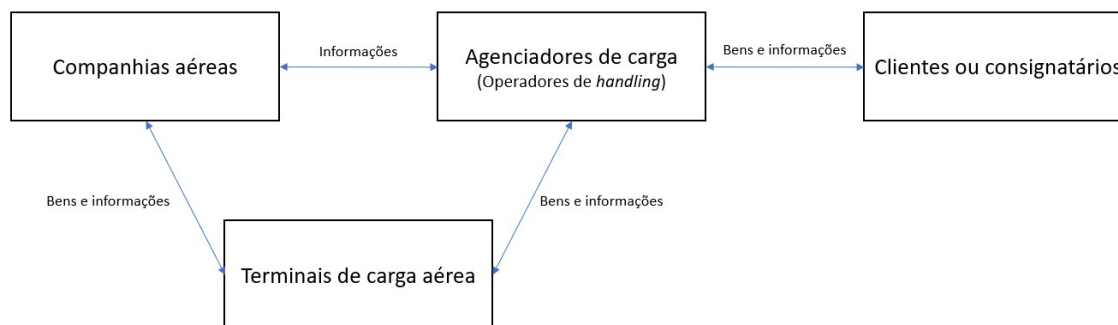


Figura 1 Relações entre os principais envolvidos no transporte aéreo de carga (Yat-wah Wan et al., 1998)

2.1.3. Problemas de alocação de carga no transporte aéreo

Os problemas de seleção e alocação de carga podem ocorrer nas mais diversas situações. Podemos ter casos onde a oferta é superior à procura ou o caso contrário, onde existem picos de procura que dificilmente podem ser atendidos. Nesta última situação, devem existir critérios de rentabilidade que permitam decidir de forma rápida e assertiva quais são as decisões que vão permitir a maximização da rentabilidade, uma vez que o número de alternativas para a resolução dos problemas é extramente elevada, considerando as restrições de capacidade para responder à procura (Cuoco, 2008).

Garantir a rentabilidade do espaço utilizado para o envio de mercadoria vai afetar diretamente o desempenho da cadeia de transportes. Na carga aérea existem diferentes fatores que tem um grande efeito no fator da alocação de carga. Falamos de fatores como os aeroportos de saída da carga, o destino final, os termos dos contratos com os agentes aeroportuários e os valores das reservas feitas tendo, em conta as previsões do que é necessário transportar. Todas estas decisões vão afetar diretamente o desempenho da cadeia de transporte (Beaini & Bedrossian, 1999).

Uma vez tomadas as decisões acerca dos fatores referidos anteriormente, o desempenho dos agentes de *handling* irá afetar diretamente a eficiência do transporte da carga no que diz respeito à construção das paletas (Beaini & Bedrossian, 1999).

O passo seguinte passa pela distribuição da carga pelo avião. O peso de todas as paletas transportadas deve ser conhecido para que seja feito o balanceamento da carga no avião. A necessidade de fazer o balanceamento da carga pode fazer com que algumas das posições e paletas não vão completamente aproveitadas (Beaini & Bedrossian, 1999).

Existem algumas abordagens que ajudam na resolução dos problemas de alocação de carga. Em seguida serão apresentadas algumas de forma sucinta.

2.1.4. Abordagens para o planeamento e alocação de carga

O planeamento e alocação de carga pode apresentar bons resultados realizado manualmente quando estamos perante problemas pouco complexos que impliquem um número reduzido de variáveis de decisão. No entanto quando a complexidade aumenta o planeamento manual da alocação de carga apresenta uma baixa *performance* e é necessário recorrer a sistemas de computador para que o desempenho não seja comprometido (Thomas et al., 1998)

Algoritmos de otimização

Mongeau & Bes (2003) encararam o problema de alocação de carga com o objetivo de minimizar o consumo de combustível pela aeronave de forma a satisfazer os requisitos de qualidade e segurança. Formularam uma metodologia baseada em programação linear inteira capaz de resolver este tipo de problemas num curto espaço de tempo.

O algoritmo desenvolvido tinha em consideração os seguintes aspetos:

1. Maximizar o peso carregado tendo em conta as restrições impostas uma vez que para as companhias aéreas as suas receitas são geradas pelo peso transportado e não pelo volume de carga movido;
2. Conseguir manipular o centro de gravidade da aeronave para ser possível minimizar o consumo de combustível.

Métodos heurísticos

Uma vez que os problemas de alocação de carga são maioritariamente problemas de otimização multiobjectivo os métodos aproximados, considerados extensões das metaheurísticas, são muitas vezes utilizados devido á sua flexibilidade na resolução de problemas de otimização combinatória e problemas de otimização não linear. Os métodos aproximados são capazes de encontrar soluções de grande qualidade, nem sempre ótimas, através de realização de processos iterativos num curto espaço de tempo (Azuma, 2011).

Autores como Amiouny & Bartholdi (1992) e Larsen & Middelsen (1980) desenvolveram métodos baseados em heurísticas e metaheurísticas que permitem a resolução de problemas de alocação de carga em aviões. Por outro lado Thomas et al., (1998), desenvolveu um método baseado no algoritmo de *Branch and Bound* que pretende encontrar de entre um conjunto de possíveis soluções a que é ótima á resolução do problema para o carregamento da carga nos aviões tendo em conta as posições específicas de maneira a que seja possível manter a estabilidade do avião.

2.2. Investigação operacional

A Investigação Operacional (IO) foca-se na investigação de problemas de decisão e otimização sistemas mais ou menos complexos, através de técnicas quantitativas. Procura auxiliar a resolver problemas estruturados ou não estruturados, e de nível estratégico, tático ou operacional, tendo como objetivo a determinação da melhor alternativa num problema de otimização, sujeito a restrições (Hillier & Lieberman, 2013).

2.2.1. Metodologia da Investigação Operacional

Um modelo de IO é um esquema simplificado ou um modelo matemático com as características essenciais capaz de representar de um problema real de modo a que as soluções obtidas sejam válidas exequível para o problema que pretende representar (Hildebrand, 1987). A IO quando aplicada a modelos matemáticos é composta por um conjunto de fases apresentadas em seguida:

1. Formulação do problema

A formulação de problemas surge com a necessidade de resolução dos mesmos (Silver, 1997). O processo de formulação e resolução de problemas estimulam o desenvolvimento do raciocínio lógico e a criatividade para retratar matematicamente um problema real (Medeiros & Santiago, 2013).

Numa fase inicial a maioria dos problemas práticos são vagos e imprecisos, assim para a formulação do problema deve-se determinar os objetivos do processo de otimização, as restrições existentes, tendo em conta o contexto onde serão tratados os problemas, a relação entre a área em estudo e as demais áreas da organização, uma possível ação alternativa e o tempo limite para obter uma solução (Lisboa & Jesus, 2020).

Depois da formulação inicial esta deve ser reestruturada de acordo com os resultados obtidos nas últimas fases.

2. Construção de um modelo

A construção do modelo matemático passa por representar um fenómeno real através de um modelo matemático. Este processo envolve várias fase (Lisboa & Jesus, 2020):

- a. **Reformulação do problema** – o problema deve ser reestruturado de forma a facilitar a sua análise.
- b. **Destacar as principais características do problema** – os aspetos principais do problema devem ser destacados de modo a representar de modo fiável o problema a ser estudado.

O modelo matemático deve ser estruturado através de:

- i. Função objetivo – é uma função matemática que define a qualidade da solução em função das variáveis de decisão;
- ii. Variáveis de decisão – corresponde ao número de variáveis a ser encontradas de modo a otimizar o objetivo definido para a função objetivo.
- iii. Restrições – são as limitações impostas aos possíveis valores da variável de decisão expressas matematicamente;

- c. **Precisos e versáteis** – o grau de complexidade do modelo deve aumentar de complexidade ao longo do seu desenvolvimento de modo a que o modelo final seja o mais representativo possível do problema real.

3. Obtenção da solução

Depois de formulado o modelo matemático o passo seguinte será encontrar a solução ótima global ou ótima local para problema em estudo (Lisboa & Jesus, 2020). Existem 2 métodos que nos podem conduzir á solução:

- a. **Método analítico** – obtenção de uma solução por via dedutiva para a resolução de um modelo matemático que conduz a uma solução ótima (exata) baseado numa análise matemática rigorosa;
- b. **Método numérico** – obtenção da solução por via indutiva através da utilização de técnicas de calculo usando processos iterativos ou através do ensaio de valores nas variáveis que visa a convergência para uma solução aproximada da solução ótima (Hildebrand, 1987).

Assim como principal diferença entre os métodos é de salientar que os métodos analíticos oferecem soluções ótimas, enquanto os métodos numéricos apresentam soluções aproximadas da solução ótima.

Existe um conjunto de fases para a ser seguidas para a obtenção da solução para o problema:

- 1º) Algoritmo: processo iterativo de solução;
- 2º) Procura da solução ótima;
- 3º) Otimização vs. Satisfação;
- 4º) Utilização de heurísticas para a obtenção de soluções sub-ótimas;
- 5º) Análise de sensibilidade para determinar quais os parâmetros do modelo que são mais críticos;

4. Validação do modelo e teste da solução

Em IO é muito utilizado modelos estatísticos para testar os modelos matemáticos e as suas soluções uma vez que o modelo criado é uma representação simplificada do problema real e deve ser adaptado de modo a apresentar soluções exequíveis e válidas. (Hildebrand, 1987).

Mesmo após a utilização repetida do modelo final é sempre necessário validar os resultados obtidos. Este processo vai melhorar o modelo de modo a aumentar a robustez dos resultados obtidos (Hillier & Lieberman, 2013).

Uma prática comum para testar o modelo é o teste de retrospectiva que se baseia na comparação de dados históricos com os resultados do modelo estudado para perceber o seu desempenho (Hildebrand, 1987).

5. Controlo da solução e preparação da implementação

Depois de validado o modelo desenvolvido é necessário controlar continuamente os resultados obtidos (Hillier & Lieberman, 2013). Para este controlo deve-se adotar as seguintes estratégias:

- a. Definir qual é a variação aceitável para as variáveis em estudo bem como a relação entre elas. É de notar que a solução e o valor das variáveis só permanece válido enquanto o modelo é válido;
- b. Desenvolver um método/ processo que identifique a ocorrência significativa de variações e para isso é necessário estabelecer os parâmetros críticos e criar um procedimento que detetem quais as variações estatisticamente significativas;
- c. Estabelecer qual o procedimento a adotar sempre que são verificadas as variações criando um sistema de apoio á decisão de modo a ajustar a solução sempre que necessário (Hildebrand, 1987).

6. Implementação

Após o desenvolvimento do modelo o último passo será a implementação do sistema desenvolvido. É necessário criar procedimentos para que a implementação do sistema seja bem sucedida e é importante obter sempre *feedback* sobre o comportamento do modelo e se as soluções obtidas continuam a ser válidas para o problema a ser estudado (Hillier & Lieberman, 2013).

2.3. Modelação matemática

A modelação matemática consiste num processo que tem como objetivo retratar a realidade através da construção de um modelo matemático (Matos & Carreira, 1996). De acordo com Ponte (1992) as representações mais usuais para os modelos matemáticos são as equações, sistemas de equações ou inequações.

O processo de modelação pode ser descrito por um ciclo que deve ser repetido várias vezes até que o modelo que adequa á situação que se pretende estudar.

Segundo Blum & Ferri (2009) as fases do ciclo (*figura 2*) são descritas como segue:

- 1º) Perceber e interpretar a situação ou problema a ser estudado;
- 2º) Simplificar e estruturar o problema tornando-o mais preciso criando um modelo real que representa a situação ou problema;
- 3º) Transformação do modelo real num modelo matemático;
- 4º) Estudo do modelo para a obtenção de resultados matemáticos;
- 5º) Interpretação dos resultados obtidos;
- 6º) Validação do modelo criado.

As seis fases propostas por Blum & Ferri, (2009) estão representadas esquematicamente na *figura 2*.

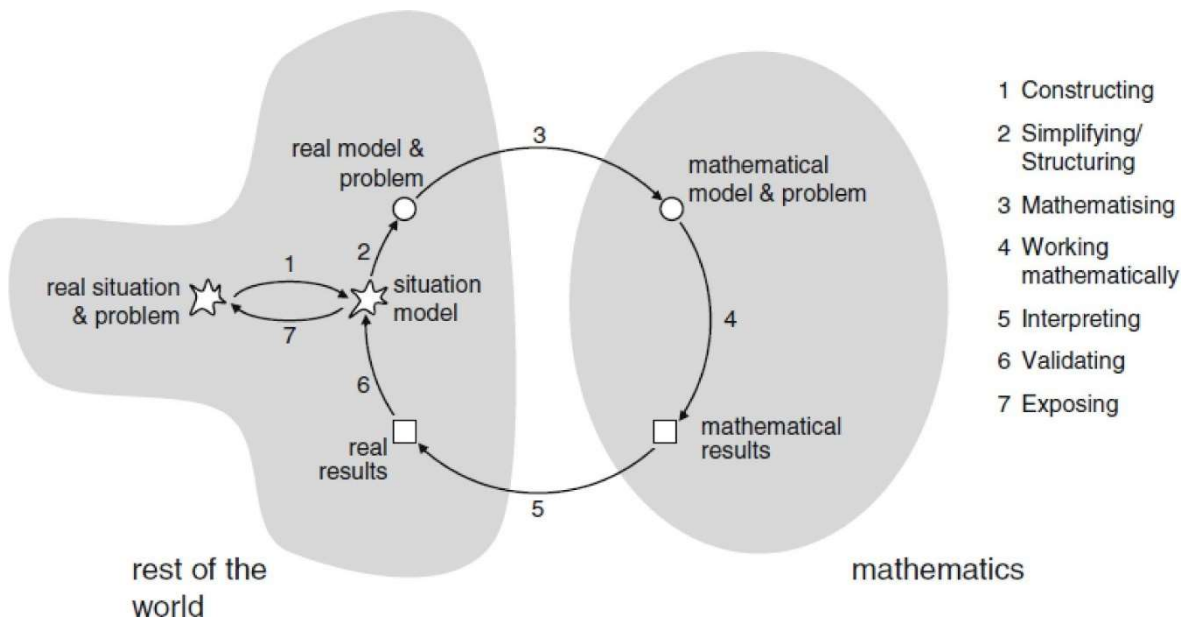


Figura 2 Representação esquemática do ciclo do processo de modelação matemática (Blum & Ferri, 2009)

2.4. Programação linear

Os problemas de programação linear são problemas de otimização a função que queremos otimizar (chamada função objetivo), é uma função linear e as restrições ao problema são igualdades ou desigualdades também lineares (M. M. Hill & Santos, 1999).

Num problema de programação linear é formado pelos seguintes elementos:

- **Variáveis de decisão** – corresponde á quantidade de recursos associados ás atividades a ser desenvolvidas x_j ($j = 1, 2, 3, \dots, p$)
- **Função objetivo** – é uma função linear das variáveis de decisão que se pretende maximizar ou minimizar. Um exemplo é apresentado na Equação 1.

$$Z = \sum_{j=1}^P c_j x_j \quad \text{Equação 1}$$

Z- Medida de desempenho

c_j – Coeficiente de custo que representa o “peso” da variável x_j

- **Restrições** – limitações impostas aos valores da variável de decisão, expressa por equações ou inequações. Um exemplo é apresentado na Equação 2.

$$\sum_{j=1}^P a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, \dots, m) \quad \text{Equação 2}$$

b_i – Termo independente

De forma geral um modelo de programação linear é representado pelas Equações 3, 4, 5, 6 e 7 (Guerreiro et al., 1985):

Função objetivo:

$$\text{Máx|Min } Z = c_1x_1 + \dots + c_jx_j \quad \text{Equação 3}$$

Sujeito a:

$$a_{11}x_1 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1p}x_p (\leq, =, \geq) b_1 \quad \text{Equação 4}$$

$$a_{21}x_1 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2p}x_p (\leq, =, \geq) b_2 \quad \text{Equação 5}$$

...

$$a_{m1}x_1 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mp}x_p (\leq, =, \geq) b_m \quad \text{Equação 6}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_1 \geq 0 \quad \text{Equação 7}$$

Existe um conjunto de pressupostos que condicionam a programação linear (Hillier & Lieberman, 2013):

- **Proporcionalidade** – é referente tanto á função objetivo como ás restrições, onde a contribuição de cada atividade para o valor final da função objetivo Z é proporcional ao nível da atividade x_j . Do mesmo modo para as restrições a contribuição de cada operação a_{ij} é proporcional ao nível da atividade x_j . Deve existir uma proporção direta entre o fluxo de entrada e saída dos bens proporcional ao nível de atividade;
- **Aditividade** – pressupõe a contribuição independente de cada atividade seja para a função objetivo ou para as restrições;
- **Divisibilidade e não negatividade** – este princípio pressupõe que todas as atividades ou bens devem ser infinitamente divisíveis e assumir valores positivos ou zero;
- **Linearidade da função objetivo** – pressupõe que a contribuição de cada atividade para a função objetivo seja linear (M. M. Hill & Santos, 1999).

Um problema de otimização pode ser então traduzido por um modelo de programação linear que respeite as três componentes referidas abaixo:

- Objetivo;
- Métodos definidos para atingir o objetivo;
- Limitações a nível dos recursos ou outra variante que afete o objetivo.

Quando é conseguida uma solução ótima admissível da forma canónica é possível avançar para uma solução básica possível, com o objetivo de melhorar o valor da função objetivo através do algoritmo Simplex (Tavares et al., 1996).

2.5. Métodos de Resolução

Os métodos de resolução são formas ordenadas de resolver problemas específicos. Existem múltiplas técnicas para abordar problemas de programação linear e programação não linear. Em seguida é apresentado de forma sucinta um método de resolução para problemas de programação linear (Algoritmo Simplex) e um método para resolução de problemas de programação não linear (Método GRG generalizado).

2.5.1. Algoritmo Simplex

Broson, (2021) definiu o método Simplex como um procedimento matricial para a resolução de problemas de Programação Linear na sua forma padrão. O funcionamento deste algoritmo pode ser explicado da seguinte forma, depois de ser encontrada uma solução inicial para o problema, o algoritmo vai alterar de forma metódica a solução inicial de modo a que em cada iteração o valor da função objetivo seja melhorado, ou que se mantenha caso não seja possível melhor, ou seja é um algoritmo iterativo (M. M. Hill & Santos, 1999). Em problemas de maximização o valor é alterado até não ser possível aumentar o valor da função objetivo, por outro lado, se se tratar de um problema de minimização a cada iteração o valor da função objetivo diminui até que não seja possível obter um valor mais baixo.

O algoritmo Simplex é composto por três etapas:

1. **Inicialização:** para inicializar o algoritmo é necessário encontrar uma solução inicial básica admissível.
2. **Condição de paragem:** se existir a possibilidade de melhorar o valor da função objetivo o algoritmo repete o procedimento, caso contrário é encontrada a solução base admissível ótima ou conclui-se que o problema é ilimitado.
3. **Tratamento iterativo:** Depois de encontrado uma solução básica admissível, o algoritmo examina uma região de soluções viáveis, identificando uma taxa de crescimento Z. A escolha da maior taxa de crescimento Z vai permitir a mudança de base para um valor que vai melhorar a função objetivo.

Este processo vai se repetir até que não exista uma taxa de crescimento Z, encontrando assim uma solução ótima.

2.5.2. Método GRG generalizado

Para um problema de programação linear o objetivo é maximizar ou minimizar uma função linear sujeita a restrições lineares, mas muitos problemas apresentam uma função objetivo não linear ou então restrições não lineares. Para este tipo de problemas chamados Problemas de Programação Não Linear (PNL) existem múltiplos métodos de resolução, tal como o método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) (Taha, 1997).

Apresentado por Abadie & Carpentier, (1969) o método GRG surge como um método robusto para problemas de otimização não linear, porém após alguns anos é melhorado por Leon Lasdon e Allan Waren e passa a ser denominado por GRG2 (Smith & Lasdon, 1992).

Segundo Sancibrian, (2011) o algoritmo GRG é considerado uma extensão dos métodos de programação linear mas adaptado ao método de programação não linear.

O método GRG é aplicado a funções diferenciáveis duas vezes continuamente. A ideia principal é gerar pontos sucessivos na direção do gradiente da função. A condição de paragem deste método ocorre no ponto onde o gradiente é nulo (Taha, 1997).

O Método do gradiente reduzido generalizado resolve problemas de programação não linear que genericamente podem ser definidos por as equações 8 e 9 (Luenberger & Ye, 2008):

$$\text{minimizar } f(x) \quad \text{Equação 8}$$

Sujeito a:

$$h(x) = 0, a \leq 0 \leq b \quad \text{Equação 9}$$

Para um problema de minimização, definindo um vetor inicial x_0 o objetivo será encontrar um ponto mínimo para a função objetivo F . Definimos d_n como o gradiente de F no ponto x_n (Taha, 1997).

A pesquisa linear do método na sucessão de pontos $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ é dada pela direção de descida de d_n , num problema de minimização.

$$x_{n+1} = x_n + w_n d_n \quad \text{Equação 10}$$

w_n - É considerado tamanho ideal do passo de x_n

No método GRG a condição de descida (d_n) é dada por a equação 11:

$$d_n = -\nabla F(x_n) \quad \text{Equação 11}$$

O tamanho de ideal do passo (w_n) é determinado de modo a que seja possível atingir a maior melhoria em F e pode ser determinado pela equação 12:

$$g(w) = F(x_n - w \nabla F(x_n)) \quad \text{Equação 12}$$

Para a equação 10 é de salientar que x_n é um valor fixo, apenas varia $w > 0$.

Quando é possível encontrar o valor mínimo então definimos w_n como (equação 13):

$$w_n = \arg \min_{w>0} g(w) \quad \text{Equação 13}$$

O procedimento vai terminar quando dois pontos sucessivos x_n e x_{n+1} são aproximadamente iguais.

2.6. Ferramenta Solver do Microsoft Excel

Um dos suplementos do Microsoft Excel responsável por realizar um teste de hipóteses com vista em encontrar um valor ideal, máximo ou mínimo para uma determinada função objetivo é o solver.

Este suplemento utiliza uma célula descrita por uma fórmula que determina o objetivo principal do problema e um conjunto de restrições ou limites impostos noutras células da folha de calculo. O solver trabalha com um conjunto de células designadas variáveis de decisão que são ajustadas de modo a satisfazer os limites ou restrições impostas de modo a atingir o valor pretendido para a função objetivo (Microsoft Office, 2021)

O solver permite a escolha de um de três algoritmos para a resolução do problema:

- **Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) Não Linear** - utilizado para problemas simples não lineares;
- **LP Simplex** – utilizado para problemas lineares;
- **Evolucionário** – utilizado em problemas complexos.

2.7. Modelos para Problemas de Planeamento e Alocação de Cargas

Sendo o problema de seleção e alocação de carga em transportes aéreo um problema importante, tem sido alvo de especial atenção. Mongeau & Bes, (2003) apresentam um modelo que apenas considera maximizar a carga transportada num avião, tendo em conta que carga transportada irá influenciar o centro de gravidade do avião assim como o consumo de combustível. O trabalho desenvolvido por Mongeau & Bes, (2003) foi baseado apenas num tipo aeronave (A340-300), o que condicionou os resultados obtidos, onde embora fosse encontrado um modelo que permitisse otimizar a carga transportada era necessário adapta-lo a outros tipos de aviões comerciais, assim como criar uma interface que permitisse a fácil utilização do modelo desenvolvido com obtenção imediata dos resultados como concluíram Mongeau & Bes, (2003).

Fok et al., (2004) desenvolveram um modelo de otimização matemático que permite através do uso de uma aplicação o planeamento operacional de carga. O software desenvolvido tem como objetivo ajudar a avaliar a utilização real de um voo aquando do momento da sua carga com base em dados históricos para otimização do espaço e irá ajudar a companhia aérea no planeamento dos recursos necessários a longo prazo. Com o projeto desenvolvido Fok et al., (2004) verificaram a viabilidade e desempenho do uso de otimização matemática no planeamento da aeronave. Com o trabalho desenvolvido conseguiram um planeamento otimizado num curto espaço de tempo.

Thomas et al., (1998) desenvolveram um método heurístico baseado no algoritmo de *branch and bound* que visava determinar qual o tipo de embalagem a utilizar para o transporte aéreo que minimizasse o tempo de carregamento do avião mantendo a viabilidade do planeamento da carga. Este planeamento é importante uma vez que a preparação dos envios é iniciada ainda antes da aeronave chegar ao aeroporto de saída.

2.7.1. Modelo de Mongeau & Bes, (2003)

O método desenvolvido por Mongeau & Bes, (2003) apresentado em 2.7 é apresentado de forma detalhada em seguida. Mongeau & Bes, (2003) apresenta uma formulação que tem como objetivo saber que posição atribuir a cada compartimento ou se por outro lado não deve ser carregado. Para isso definiram as variáveis que influenciam a solução (*Inputs*).

N_{cont} – Número de posições no chão

N_{comp} – Número de compartimentos

N_{hold} – Número de posições

H_k - Número de compartimentos em espera

M_a – massa do avião antes de carregar

M_i – massa do conteúdo i ($i = 1, 2, \dots, N_{cont}$)

M_i – massa máxima que pode ser carregada no avião

X_a – posição longitudinal do centro de gravidade do avião antes de ser carregado

X_j – posição longitudinal do centro geométrico do compartimento ($j = 1, 2, \dots, N_{comp}$)

X_{target} – posição longitudinal ideal do centro de gravidade antes de carregar o avião

X_{stab} – posição longitudinal máxima do centro de gravidade depois de carregar o avião para satisfazer os requisitos de estabilidade.

Existe um conjunto de inputs que vão ter em conta o tipo de carga a ser transportada e condicionar o planeamento do voo, são eles:

- Dimensões e peso de cada N_{comp} fornecidos;
- Localização possível para cada contentor nas posições disponíveis;
- Lista de contentores que tem prioridade na saída, por exemplo mercadoria perecível;
- Contentores (i) com posições predefinidas para sair (k)

As variáveis de decisão para o problema estudado por Mongeau & Bes, (2003) são binárias:

$$X_{ij} \in \{0, 1\}$$

1 se o contentor i deve ser colocado na posição j , 0 caso contrário ($i = 1, 2, \dots, N_{cont}$; $j = 1, 2, \dots, N_{comp}$)

Como output para resolução do problema o método desenvolvido vai apresentar uma lista de contentores a ser carregados em cada compartimento do avião e uma lista dos contentores que não devem ser carregados no voo.

Para a resolução do problema em estudo é necessário considerar que o peso da carga carregada no avião é dada por:

$$M(x) = \sum_{i=1}^{N_{cont}} \sum_{j=1}^{N_{comp}} M_i X_{ij} \quad \text{Equação 14}$$

Outro fator importante é o centro de gravidade do avião depois de carregado. O centro de gravidade pode ser calculado pela equação 15:

$$CG(x) = (M_a X_a + \sum_{i=1}^{N_{cont}} \sum_{j=1}^{N_{comp}} M_i X_{ij}) \div (M_a + M(x)) \quad \text{Equação 15}$$

As restrições para o problema apresentado são:

- Restrições do avião (considerando os requisitos de estabilidade);

$$CG(x) \leq X_{stab} \quad \text{Equação 16}$$

2. Restrições de capacidade (peso) a nível do avião e de cada posição;

$$M(x) \leq M_{max} \quad \text{Equação 17}$$

$$\sum_{i=1}^{N_{cont}} \sum_{j \in H_k} M_i X_{ij} \leq M_{max}^K \quad \text{Equação 18}$$

$K = 1, 2, \dots, N_{hold}$

3. Cada um dos contentores deve ser carregado apenas 1 vez;

$$\sum_{j=1}^{N_{comp}} X_{ij} \leq 1 \quad \text{Equação 19}$$

4. Se uma posição está na lista de saída obrigatória (I) como referido na alínea c) dos *inputs* então deve ser carregada;

$$\sum_{j=1}^{N_{comp}} X_{ij} = 1 \quad \text{Equação 20}$$

Para todos os $i \in I$

5. Todos os contentores que tenham predefinida uma posição específica como referido na alínea d) dos *inputs*:

$$x_{ik} = 1 \quad \text{Equação 21}$$

O objetivo do modelo proposto por Mongeau & Bes, (2003) é maximizar $M(x)$ que é apresentado como o peso total da mercadoria carregada no avião e manter o centro de gravidade do avião $CG(x)$ tão longe quanto possível de modo a que não condicione a estabilidade do mesmo tendo em conta os parâmetros requeridos.

Como referido em 2.7 este modelo desenvolvido por Mongeau & Bes, (2003) tem algumas restrições uma vez que foi pensado apenas num tipo de aeronave (A340-300) e alguns entraves no que diz respeito ao planeamento do centro de gravidade considerando apenas a mercadoria que é carregada no voo uma vez que atualmente as companhias aéreas controlam o centro de gravidade da aeronave de acordo com o combustível disponível.

3. MÉTODOS E APLICAÇÃO

Ao longo deste capítulo apresenta-se o caso de estudo que serviu de base à proposta de resolução apresentada baseado na modelação matemática. É exibida a formulação matemática do problema e o método de resolução utilizado através do desenvolvimento de uma aplicação de fácil utilização.

3.1. Descrição do problema em estudo

A JIT Group, empresa onde foi realizado este caso de estudo é uma empresa de transitários responsável pelo planeamento da distribuição de carga do grupo Inditex desde aeroportos da Europa, principalmente de Espanha para todo o mundo.

Para que este planeamento e distribuição sejam feitos existe um conjunto de aviões contratados exclusivamente para o transporte da carga. O planeamento é realizado com base em previsões lançadas pelo grupo Inditex, com o volume a transportar para cada destino e deve ser realizada a distribuição em dois ciclos semanais, ou seja, a mercadoria deve ser entregue no destino final duas vezes por semana.

Em contexto real, o número de aviões contratados não tem volumetria suficiente para transportar toda a carga por ciclo (entenda-se por ciclo o intervalo de tempo entre envios para um mesmo destino), portanto é necessário a contratação de espaço extra de modo a que toda a carga chegue ao destino no tempo definido. Os vários destinos têm tarifas de envio diferente que dependem da companhia aérea e da existência ou não de contrato com o grupo, o que vai influenciar de forma direta o preço final do transporte da carga.

Assim, o principal objetivo da empresa é encontrar a combinação de volume para cada destino a transportar nas diferentes opções (aviões contratados ou não contratados) de modo a que o custo de transporte seja mínimo, considerando que os aviões contratados pela empresa têm um custo mínimo independentemente da carga a transportar.

3.1.1. Formulação matemática do problema

Para a formulação do problema apresentado anteriormente foi necessário definir quais as variáveis que influenciam diretamente a solução do problema.

Os fatores que influenciam a solução final são os apresentados em seguida:

T_{ik} – Tarifa a aplicar por destino i no avião k

F_{iz} – Preço a pagar por destino em aviões não contratados z

M_k – Preço mínimo a pagar pelo volume disponível no avião k

C_k – Capacidade máxima do avião do avião k

P_i – Total de m3 a enviar para o destino i

PAC_k – Preço do avião contratado k

Para o problema descrito as variáveis de decisão são:

V_{ik} – Volume de carga a transportar para o destino i no avião contratado k

V_{iz} - Volume de carga a transportar o destino i no avião não contratado z

Sendo

i = número de destinos por ciclo

k = número de aviões contratados disponíveis

z = número de aviões não contratados

Para o problema apresentado a função objetivo será minimizar os custos totais do transporte de carga que poderá ser traduzido pela seguinte expressão (Equação 1):

$$\text{Min } X = \sum_{k=1}^{\text{Aviões Contratados}} PAC_k + \sum_{i=1}^{\text{Total de destinos}} \sum_{z=1}^{\text{Aviões não contratados}} V_{iz} \cdot F_{iz} \quad \text{Equação 22}$$

Sujeito a:

$$PAC_k \geq M_k \quad \forall k \quad \text{Equação 23}$$

$$PAC_k \geq \sum_{i=1}^{\text{Total de destinos}} V_{ik} \cdot T_{ik}, \forall k \quad \text{Equação 24}$$

$$\sum_{i=1}^{10} V_{ik} \leq C_k \quad \forall k \quad \text{Equação 25}$$

$$\sum_{i=1}^{\text{Total destinos}} P_i \geq \sum_{i=1}^{\text{Total destinos}} \sum_{k=1}^{\text{Total Aviões}} V_{ik} + \sum_{i=1}^{\text{Total destinos}} \sum_{z=1}^{\text{Total Aviões}} V_{iz} \quad \text{Equação 26}$$

$$V_{ik} \in \mathbb{R}, V_{iz} \in \mathbb{R}$$

$$V_{ik} \geq 0, V_{iz} \geq 0$$

A primeira restrição e a segunda (Equação 2 e Equação 3) conjuntamente garantem que o preço mínimo pelo avião contratado vai ser pago, ou seja, o preço a pagar pelo avião contratado vai ser o máximo entre o preço mínimo a pagar pelo avião contratado e o preço a pagar pela carga transportada.

A terceira restrição (Equação 4) vai garantir que a carga a ser transportada em cada avião contratado não excede a sua capacidade máxima.

A última restrição (Equação 5) garante que o volume transportado entre os aviões contratados e os aviões não contratados é no mínimo igual ao valor da previsão de volume a enviar para cada destino.

3.1.2. Método utilizado para a resolução do problema

Para obter uma solução viável ao problema apresentado, foi desenvolvido um protótipo de uma aplicação em VBA que permite simplificar a resolução do problema. O protótipo, que para além da sua simplicidade de utilização, deve permitir aos colaboradores da JIT Group encontrar soluções otimizada. Isto é particularmente relevante dado o problema, presentemente, ser resolvido empiricamente.

A aplicação vai resolver o problema por GRG, uma vez que se trata de um problema de programação não linear, foi utilizado o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), que como mencionado no ponto 2.5.2 é um método robusto para problemas de otimização não linear.

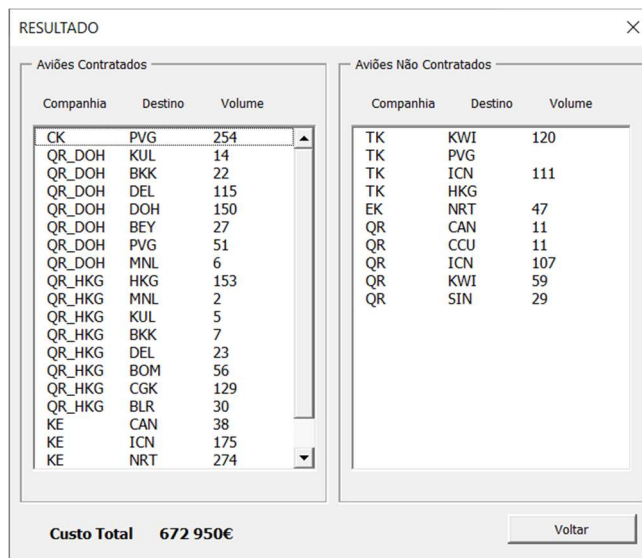
Como input por parte do utilizador para o planeamento da carga é necessário saber o volume a transportar por destino (figura 3). Todas as outras variáveis (T_{ik} – Tarifa a aplicar por destino i no avião k ; F_{iz} – Preço a pagar por destino em aviões não contratados z ; M_k – Preço mínimo a pagar pelo volume disponível no avião k ; C_k – Capacidade máxima do avião do avião k) são relacionadas com os contratos efetuados e devem estar sempre atualizadas pelo departamento de qualidade.

Na Fig. 3 é possível ver a interface da aplicação desenvolvida. O utilizador deve introduzir manualmente cada destino e a respetiva previsão, sendo que na tabela ao lado são apresentados os dados já inseridos para facilitar a coordenação por parte do utilizador em relação aos destinos já inseridos bem como ao volume total a transportar já inserido.

Destino	Previsão
PVG	305
BLR	30
CCU	11
BEY	27
DOH	150
KWI	179
SIN	29
BKK	29
KUL	18
DEL	138
BOM	56
HKG	153
Total	2198

Figura 3 Interface para inserção dos dados necessários para o planeamento

O botão planejar vai usar o algoritmo GRG para apresentar uma solução ótima local para o planeamento da carga a transportar inserida pelo utilizador. A solução é apresentada como mostra na figura 4.



The screenshot shows a window titled 'RESULTADO' with two main sections: 'Aviões Contratados' and 'Aviões Não Contratados'. Each section contains a table with columns 'Companhia', 'Destino', and 'Volume'. At the bottom left, it displays 'Custo Total 672 950€'. At the bottom right, there is a 'Voltar' button.

Aviões Contratados			Aviões Não Contratados		
Companhia	Destino	Volume	Companhia	Destino	Volume
CK	PVG	254	TK	KWI	120
QR_DOH	KUL	14	TK	PVG	
QR_DOH	BKK	22	TK	ICN	111
QR_DOH	DEL	115	TK	HKG	
QR_DOH	DOH	150	EK	NRT	47
QR_DOH	BEY	27	QR	CAN	11
QR_DOH	PVG	51	QR	CCU	11
QR_DOH	MNL	6	QR	ICN	107
QR_HKG	HKG	153	QR	KWI	59
QR_HKG	MNL	2	QR	SIN	29
QR_HKG	KUL	5			
QR_HKG	BKK	7			
QR_HKG	DEL	23			
QR_HKG	BOM	56			
QR_HKG	CGK	129			
QR_HKG	BLR	30			
KE	CAN	38			
KE	ICN	175			
KE	NRT	274			

Custo Total 672 950€ Voltar

Figura 4 Interface apresentada para o resultado do planeamento

Através da interface apresentada na figura 4 obtemos o planeamento dos volumes a transportar quer nos aviões contratados quer nos aviões não contratados.

A primeira coluna (Companhia) indica com que companhia aérea. A segunda coluna (Destino) indica o destino no voo. A terceira coluna (Volume) diz-nos o volume a enviar com a companhia e destino da linha correspondente.

A interpretação dos resultados deve ser o mesmo para os aviões contratados e não contratados.

Através da execução da aplicação o utilizador tem imediatamente acesso aos custos associados ao transporte de toda a carga aérea planeada, apresentado no canto inferior esquerdo da interface.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No presente capítulo são apresentados os problemas utilizados para fazer a análise da aplicação desenvolvida, os resultados obtidos e as melhorias conseguidas com a utilização da aplicação desenvolvida quando comparada quando o método de planeamento que é atualmente utilizado.

4.1. Apresentação de problemas

Para melhor entender quais as mais valias da utilização da aplicação desenvolvida são apresentados em seguida 3 problemas reais correspondentes a 3 ciclos de trabalho (entenda-se por ciclo o intervalo de tempo entre envios para um mesmo destino). Cada problema foi resolvido pelo método de planeamento que é atualmente utilizado JIT GROUP e pela aplicação desenvolvida no âmbito desta dissertação. Os resultados serão, posteriormente, comparados, de maneira a aferir a adequabilidade da aplicação desenvolvida ao problema.

4.1.1. Problema A

Para analisar o transporte dos volumes apresentados na tabela 1 correspondentes ao volume a exportar na semana 34 ciclo 2 é feita uma posterior comparação entre o valor pago efetivamente pelo cliente tendo em conta o planeamento da equipa operacional da JIT GROUP e o valor que seria expectável pagar utilizando a aplicação desenvolvida como auxiliar ao planeamento tendo em conta os mesmos recursos disponíveis, isto é o mesmo número de aviões contratados disponíveis e a mesma disponibilidade de aviões não contratados com as mesmas tarifas.

Tabela 1 – Previsão real de volume a transportar (m^3) na semana 34 ciclo 2 (2021)

DESTINO (i)	VOLUME / CICLO (P_i) m^3 (34/C2)
NRT	332
ICN	338
FUK	31
CAN	-
KIX	136
MNL	39
CGK	69
HKG	162
BOM	64
DEL	117
KUL	29
BKK	41
SIN	42
KWI	-
DOH	118
BEY	19
CCU	10
BLR	27
PVG	328
TOTAL (m^3)	1902

4.1.2. Resultados do problema A

O planeamento obtido através da utilização da aplicação desenvolvida para a exportação do volume apresentado na tabela 1 é apresentado na figura 5.

RESULTADO					
Aviões Contratados			Aviões Não Contratados		
Companhia	Destino	Volume	Companhia	Destino	Volume
CK	PVG	224	TK	ICN	80
QR_DOH	KUL	22	EK	NRT	56
QR_DOH	BKK	30	QR	CCU	10
QR_DOH	DEL	97	QR	HKG	
QR_DOH	DOH	118	QR	ICN	78
QR_DOH	BEY	19	QR	SIN	42
QR_DOH	PVG	69			
QR_DOH	MNL	31			
QR_HKG	HKG	162			
QR_HKG	MNL	8			
QR_HKG	KUL	7			
QR_HKG	BKK	11			
QR_HKG	DEL	20			
QR_HKG	BOM	64			
QR_HKG	CGK	69			
QR_HKG	BLR	27			
KE	PVG	35			
KE	ICN	180			
KE	NRT	276			
Custo Total		616 624€	Voltar		

Figura 5 Planeamento para a semana 34 ciclo 2 através da utilização da aplicação

Através da análise do resultado obtido é possível afirmar que a exportação dos 1902 m³ de carga planeados para a semana 34 ciclo 2 é possível fazer-se com um custo teórico de 616 624,00 €. No entanto, para a exportação do mesmo volume tendo em conta o planeamento da equipa operacional a exportação teve um custo de 629 179,00 €.

4.1.3. Problema B

À semelhança do problema A o problema B trata o volume a exportar na semana 35 ciclo 1, envios consecutivos aos apresentados no primeiro problema. O volume a exportar é então apresentado na tabela 2.

Tabela 2 – Previsão real de volume a transportar (m^3) na semana 35 ciclo 1 (2021)

ESTINO (i)	VOLUME / CICLO (P_i) m^3 (35/C1)
NRT	321
ICN	394
FUK	23
CAN	49
KIX	149
MNL	8
CGK	129
HKG	153
BOM	56
DEL	138
KUL	18
BKK	29
SIN	29
KWI	179
DOH	150
BEY	27
CCU	11
BLR	30
PVG	305
TOTAL (m^3)	2198

4.1.4. Resultados do problema B

O planeamento obtido através da utilização da aplicação desenvolvida para a exportação do volume apresentado na tabela 2 é apresentado na figura 6.

RESULTADO		
Aviões Contratados		
Companhia	Destino	Volume
CK	PVG	254
QR_DOH	KUL	14
QR_DOH	BKK	22
QR_DOH	DEL	115
QR_DOH	DOH	150
QR_DOH	BEY	27
QR_DOH	PVG	51
QR_DOH	MNL	6
QR_HKG	HKG	153
QR_HKG	MNL	2
QR_HKG	KUL	5
QR_HKG	BKK	7
QR_HKG	DEL	23
QR_HKG	BOM	56
QR_HKG	CGK	129
QR_HKG	BLR	30
KE	CAN	38
KE	ICN	175
KE	NRT	274
Custo Total 672 950€		
Aviões Não Contratados		
Companhia	Destino	Volume
TK	KWI	120
TK	PVG	
TK	ICN	111
TK	HKG	
EK	NRT	47
QR	CAN	11
QR	CCU	11
QR	ICN	107
QR	KWI	59
QR	SIN	29
Voltar		

Figura 6 Planeamento para a semana 35 ciclo 1 através da utilização da aplicação

Através da análise do resultado obtido é possível afirmar que a exportação dos 2198 m^3 de carga planeados para a semana 35 ciclo 1 é possível fazer-se com um custo teórico de 672 950,00 €. No entanto, para a exportação do mesmo volume tendo em conta o planeamento da equipa operacional a exportação teve um custo de 695 633,00 €.

4.1.5. Problema C

O problema C pretende o planeamento da exportação dos volumes apresentados na tabela 3 correspondentes á semana 35 ciclo 2

Tabela 3 – Previsão real de volume a transportar (m^3) na semana 35 ciclo 2 (2021)

ESTINO (i)	VOLUME / CICLO (P) m^3 (35/C1)
NRT	407
ICN	501
FUK	25
CAN	129
KIX	192
MNL	22
CGK	63
HKG	174
BOM	53
DEL	114
KUL	33
BKK	50
SIN	39
KWI	187
DOH	130
BEY	29
CCU	9
BLR	20
PVG	328
TOTAL (m^3)	2505

4.1.6. Resultados do problema C

O planeamento obtido através da utilização da aplicação desenvolvida para a exportação do volume apresentado na tabela 2 é apresentado na figura 7.

RESULTADO					
Aviões Contratados			Aviões Não Contratados		
Companhia	Destino	Volume	Companhia	Destino	Volume
CK	PVG	246	TK	KWI	128
QR_DOH	KUL	25	TK	ICN	223
QR_DOH	BKK	38	TK	HKG	
QR_DOH	DEL	95	EK	NRT	59
QR_DOH	DOH	130	QR	CAN	129
QR_DOH	BEY	29	QR	CCU	9
QR_DOH	PVG	82	QR	ICN	206
QR_DOH	MNL	18	QR	KWI	59
QR_HKG	HKG	174	QR	SIN	39
QR_HKG	MNL	4			
QR_HKG	KUL	8			
QR_HKG	BKK	12			
QR_HKG	DEL	19			
QR_HKG	BOM	53			
QR_HKG	CGK	63			
QR_HKG	BLR	20			
KE	CAN				
KE	ICN	72			
KE	NRT	348			
Custo Total		763 404€	Voltar		

Figura 7 Planeamento para a semana 35 ciclo 2 através da utilização da aplicação

Através da análise do resultado obtido é possível afirmar que a exportação dos 2505 m³ de carga planeados para a semana 35 ciclo 1 é possível fazer-se com um custo teórico de 763 404,00 €. No entanto, para a exportação do mesmo volume tendo em conta o planeamento da equipa operacional a exportação teve um custo de 764 991,00 €.

4.2. Discussão de resultados

Para melhor perceber os valores apresentados nos resultados dos problemas a tabela 4 mostra o valor pago com planeamento manual pela empresa nas respetivas semanas e ciclos, o valor teórico tendo em conta o planeamento feito com a ferramenta desenvolvida e os possíveis ganhos caso este planeamento teórico tivesse sido executado.

Tabela 4 – Ganhos teóricos obtidos com a utilização da aplicação

Volume transportado (m ³)	1902	2198	2505
Valor pago com planeamento manual	629 179,00 €	695 633,00 €	764 991,00 €
Valor pago com planeamento da aplicação	616 624,00 €	672 950,00 €	763 404,00 €
Ganhos	12 555,00 €	22 683,00 €	1 587,00 €

Através dos resultados apresentados na tabela 4 podemos afirmar que apenas em 3 ciclos de envios a utilização da ferramenta desenvolvida para o planeamento da exportação permitia ao cliente poupar cerca de 25 525,00 €, este valor representa um ganho de cerca de 2%.

Os ganhos significativos obtidos apenas em 3 utilizações da aplicação desenvolvida leva a compreender algumas vantagens na utilização da mesma:

1. Fácil utilização e compreensão;
2. Rápido planeamento garantindo uma solução ótima para o problema em estudo, o que permite uma melhoria significativa no trabalho da equipa operacional tornando-a mais eficiente;
3. Ganhos reais num curto espaço de tempo;
4. Capacidade de resposta ao cliente mais rápida e assertiva, uma vez que num curto espaço de tempo é possível apresentar um planeamento ótimo para as necessidades do cliente.

5. CONCLUSÃO

Neste capítulo é apresentado sumariamente o trabalho desenvolvido e posteriormente as conclusões relevantes acerca do mesmo. São apresentadas também as limitações do trabalho desenvolvido e possíveis propostas para desenvolvimento futuro.

5.1. Conclusões finais

Como qualquer outra indústria, o setor onde estão inseridos os transitários tem trabalhado para se tornar mais assertivo e rápido nas respostas ao mercado com a utilização de novas tecnologias e planeamentos mais eficientes. Os problemas de alocação de carga aérea devido à sua complexidade tem tido especial atenção por parte das empresas que têm como objetivo minimizar os custos operacionais e melhorar a sua performance.

A JIT Group é responsável pelo planeamento da distribuição aérea da carga do grupo espanhol Inditex e como as outras empresas do sector necessita de melhorar constantemente o processo de planeamento de modo a atingir melhores resultados e satisfazer as exigências do seu principal cliente. A inexistência de um planeamento baseado em modelos matemáticos que garantisse a apresentação de uma solução ótima ao cliente motivou a realização deste projeto.

A modelação matemática do processo de planeamento tendo em conta as restrições típicas do mercado permitiu a criação de um modelo que através do método GRG permite o rápido planeamento apresentando uma solução rápida e eficiente. Para uma fácil apresentação dos resultados foi desenvolvida uma aplicação com interfaces de simples utilização e interpretação.

Os objetivos específicos definidos inicialmente assim como o objetivo geral foram conseguidos sem assim possível responder à questão da investigação: “Como é que modelação matemática e a utilização de algoritmos de otimização no desenvolvimento de uma ferramenta podem ajudar na distribuição da carga aérea com vista na otimização dos custos de transporte?”

Através da modelação matemática e da utilização de algoritmos de otimização foi possível através da interpretação dos resultados obtidos em apenas em 3 ciclos de trabalho um ganho de cerca de 25 525, 00 €. Outras vantagens foram conseguidas com o trabalho desenvolvido como a redução no tempo de resposta ao cliente e um aumento da eficiência da equipa operacional da JIT Group.

5.2. Limitações e investigação futura

No âmbito da revisão literária deste trabalho surgiram algumas limitações no que diz respeito aos algoritmos de otimização para problemas não lineares, como é exemplo o algoritmo GRG, e a sua aplicação em problemas de otimização de espaços.

Maioritariamente os trabalhos desenvolvidos neste âmbito são para a otimização do espaço utilizado nos aviões como é exemplo o projeto apresentado detalhadamente no ponto 2.7.1 deste trabalho e os projetos apresentados de forma sucinta no ponto 2.7. e baseados em algoritmos de programação linear.

O trabalho desenvolvido, ao contrário dos trabalhos apresentados visa a otimização do planeamento numa frota de aviões e não a otimização do espaço utilizado num avião.

No entanto para trabalho futuro seria interessante a conjugação de ambos os trabalhos, uma vez que a otimização do espaço nos aviões iria permitir um melhor planeamento da carga aérea num conjunto de aviões disponíveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abadie, J., & Carpentier, J. (1969). *Generalization of the Wolfe Reduced Gradient Method to the Case of Nonlinear Constraints. Optimization.*
- Amiouny, & Bartholdi. (1992). Balance Loading. In *Operations Research* (pp. 238–246).
- Arroyo, J. E. C. (2002). Heurísticas e metaheurísticas para otimização combinatória multiobjetivo. *Tese de Doutorado UNICAMP*, 232.
<http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/260313%0Ahttp://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000256530&fd=y>
- Azuma, R. M. (2011). Otimização multiobjetivo em problema de estoque e roteamento gerenciados pelo fornecedor. *Dissertação de Mestrado Da Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.*
[ftp://ftp.dca.fee.unicamp.br/pub/docs/vonzuben/theses/Regina Mitsue Azuma.pdf](ftp://ftp.dca.fee.unicamp.br/pub/docs/vonzuben/theses/Regina%20Mitsue%20Azuma.pdf)
- Baptista, C. S., & Sousa, M. J. (2011). *Como Fazer Investigação, Dissertações, Tese e Relatórios* (4^o Ed.). Pactor.
- Beaini, J. E., & Bedrossian, P. R. (1999). *Model for Maximizing Container Loading in the Airfreight Industry.* MAESC'99.
- Belobaba, P., Odoni, A., & Barnhart, C. (2009). *The Global Airline Industry* (J. W. and Sons (ed.)). Wiley.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can it be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application.*
- Bowersox, D. J., & Closs, D. J. (1996). *Logistical Management: the Integrated Supply Chain Process.* New York: McGraw Hill.
- Broson, R. (2021). *Investigação Operacional* (M. Graw-Hill (ed.); 2^o Edição).
- Chen, C. H., & Chou, S. Y. (2006). Framework for Air Cargo Terminal Design: Procedure and Case Study. *Journal of Industrial Technology*, 22.
- Cuoco, M. (2008). *Otimização Da Seleção E Alocação De Cargas Em Navios De Contêineres.* 103.
- Eurosender. (2020). *Transporte ou Frete aéreo nacional ou internacional de carga e mercadorias.*
<https://www.eurosender.com/pt/frete-aereo>
- Fok, K., Ka, M., & Chun, A. (2004). Optimizing air cargo load planning and analysis. *Proceeding of the International Conference on Computing, Communications and Control Technologies.*
- Freixo, M. (2011). *Metodologia Científica: Fundamentos, métodos e técnicas.* (3^o Ed). Instituto Piaget.
- Gil, A. (1991). *Métodos e técnicas de pesquisa social.*
- Guerreiro, J., Magalhães, A., & Ramalhe, M. (1985). *Programação Linear, Volume II* (M. Hill (ed.)).
- Hildebrand, F. . (1987). *INTRODUCTION TO NUMERICAL ANALYSIS* (2nd editio).
- Hill, M. M., & Santos, M. M. (1999). *Investigação Operacional – Vol. 1 – Programação Linear.* Edições Silabo.

- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2013). *Introdução à Pesquisa Operacional* (9ª Edição). AMGH Editora Ltda.
https://books.google.pt/books/about/Introdução_à_Pesquisa_Operacional.html?id=-A88a0-KxQ0C&printsec=frontcover&source=kp_read_button&hl=pt-PT&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false
- IATA. (2019). *Trade War Impacting Air Freight Demand*.
<https://www.iata.org/en/pressroom/pr/2019-09-05-01/>
- Kaluzny, & Shaw. (2009). Optimal aircraft load balancing. *International Transactions in Operational Research*.
- Larsen, O., & Middelsen, G. (1980). An interactive system for the loading of cargo aircraft. *European Journal of Operational Research*, 367–373.
- Lisboa, J. V., & Jesus, F. (2020). *Introdução à Investigação Operacional*. Vida Económica.
- Luenberger, D. G., & Ye, Y. (2008). *Linear and Nonlinear Programming*. *International Series in Operations Research & Management Science*.
<https://web.stanford.edu/class/msande310/310trialtext.pdf>
- Matos, J. F., & Carreira, S. P. (1996). *Modelação e Aplicações no Ensino da Matemática*.
- Medeiros, K. M., & Santiago, M. S. (2013). Formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula: explicando o intertexto. *Seminário de Investigação Em Educação Matemática*.
- Microsoft Office. (2021). *Definir e resolver um problema usando o Solver*.
<https://support.microsoft.com/pt-br/office/definir-e-resolver-um-problema-usando-o-solver-5d1a388f-079d-43ac-a7eb-f63e45925040>
- Mongeau, M., & Bes, C. (2003). Optimization of Aircraft Container Loading. In *Transaction on Aerospace and Electronic Systems* (pp. 140–150).
- Nicolau, S. (2013). *Just In Time (JIT) - Serviços*. <https://jithandling.com/en/jit-handling/>
- Ponte, J. P. (1992). *A modelação no processo de aprendizagem*. *Educação e Matemática*.
- Quivy, & Campenhoudt. (2008). *Manual de Investigação em Ciências Sociais* (5ª Ed.). Gradiva.
- Revista, T. em. (2019). *Carga Aérea O parente “pobre” mais rico do transporte de mercadorias*.
<http://www.transportesemrevista.com/Default.aspx?tabid=210&language=pt-PT&id=59572>
- Rocha, D. (2019). *Principais tendências do Setor dos Transitários*. General Manager Extra Transportes. <https://www.extratransportes.pt/pt/principais-tendencias-do-setor-dos-transitarios/>
- Sancibrian, R. (2011). *Improved GRG method for the optimal synthesis of linkages in function generation problems*.
https://www.researchgate.net/publication/232381912_Improved_GRG_method_for_the_optimal_synthesis_of_linkages_in_function_generation_problems
- Silver, E. A. (1997). *Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing*. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-997-0003-x>
- Smith, S., & Lasdon, L. (1992). Solving Large Sparse Nonlinear Programs Using GRG. *Journal on Computing* 4.
- Taha, H. A. (1997). *Operations Research: An introduction* (10th Editi). Pearson.

- Tang, & Chang. (2010). Optimization of stochastic cargo container loading plans for air express delivery. *Second International Conference on Computer and Network Technology*.
- Tang, L. L., & Kao, C. . (2000). The Model of International Logistics Performance Evaluation. *International Logistics Seminar Journal*, 343–353.
- Tavares, L. V., Correia, F. N., Themido, H., & Oliveira, R. C. (1996). *Investigação Operacional*. Mc Graw-Hill.
- Thomas, C., Campbell, K., Hines, G., & Racer, M. (1998). *Airbus Packing at Federal Express*.
- Van Oudheusden, D. L. (1994). Design of an Automated Warehouse for Air Cargo: The case of the Thai Airways Cargo Terminal. *Journal of Business Logistics*.
- Yat-wah Wan, R. K., Cheung, J. L., & Judy, H. T. (1998). Warehouse location problems for air freight forwarders: a challenge created by the airport relocation. *Journal of Air Transport Management Department of Industrial Engineering and Engineering Management*.