



Análise comparativa entre normas para avaliar o efeito de punção em lajes planas de concreto armado

JAQUELINE SILVA TRIGO

fevereiro de 2017

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE NORMAS PARA AVALIAR O EFEITO DE PUNÇÃO EM LAJES PLANAS DE CONCRETO ARMADO

JAQUELINE SILVA TRIGO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL – RAMO DE ESTRUTURAS

Orientadora: Eng.^a Isabel Maria Alvim Teles

Co-Orientador: Dr. Henrique Furia Silva (UPM – Universidade Presbiteriana Mackenzie)

NOVEMBRO DE 2016

ÍNDICE GERAL

Índice Geral.....	ii
Resumo.....	iii
Abstract.....	iv
Agradecimentos.....	v
Índice de Texto	vi
Índice De Figuras	viii
Índice de tabelas.....	x
Índice de abreviaturas e siglas.....	xii
Índice de símbolos.....	xiii
1 Introdução	15
2 Revisão da literatura.....	19
3 Modelos de cálculo para punção.....	26
4 Estudo de caso: projeto da laje à punção.....	42
5 Conclusão.....	71
Referências bibliográficas.....	74
Anexo A – Tabela Czerny	76
Anexo B – Verificação à punção para a NBR 6118/2014 com a taxa de armadura corrigida	82
Anexo C – Verificação à punção para a NP EN 1992-1-1/2010 com a taxa de armadura corrigida.....	84
Anexo D – Planta da armadura da laje	87
Anexo E – Cortes da laje	89

RESUMO

Para efeitos arquitetônicos têm-se removido as vigas das lajes, sendo então chamadas de lajes planas. Mesmo dando uma melhor estética para a laje, existem desvantagens na sua implementação, como por exemplo, a concentração de tensões cisalhantes atuantes em torno dos pilares junto a estas lajes, magnificando o efeito de punção. Em situações especiais, pode ocorrer um colapso progressivo da laje. As normas NBR 6118 (2014) e Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1; 2010) trazem modelos de cálculo e diretrizes para calcular as armaduras e verificar a segurança para esse tipo de situação. Nesta dissertação, estas normas foram utilizadas para nortear o projeto inspirado no estudo de caso do estacionamento *Pipers Row*, onde houve colapso da laje em torno de um pilar do quarto andar devido ao efeito de punção, ocasionando um colapso progressivo da estrutura. A partir dos resultados obtidos, foi feita uma comparação entre as normas, mostrando as distintas metodologias utilizadas

Palavras-chave: Punção, puncionamento, concreto armado, lajes planas, norma brasileira, norma europeia, eurocódigo.

ABSTRACT

For architectural effects, the beams have been removed of the slabs, then been known as flat plates. Despite the better esthetics of the slabs, there are disadvantages in your implementation as, for example, the concentration of shear tensions acting around the columns along the slabs, magnifying the punching shear effects. In especial occasions, can happen also a progressive collapse of the slab. The standards NBR 6118 (2014) and Eurocode 2 (EN 1992-1-1; 2010) bring calculation models and guidelines to calculate the armors and to verify the safety for this type of situation. In the dissertation, the standards were utilized to guide the project inspired in the case study of the parking Pipers Row, where there was a collapse of the slab around one column of the fourth floor due to the puncture effect, causing a progressive collapse of the structure. From the results obtained, it was made a comparison between the standards, demonstrating the different methodologies used.

Keywords: Puncture, punching, reinforced concrete, flat plates, brazilian standard, european standard, eurocode.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais e minhas irmãs que sempre tiveram muita paciência e compreensão comigo e sempre me apoiaram e me deram forças para persistir frente a obstáculos.

À minha professora orientadora do Instituto Superior de Engenharia do Porto Eng.^a Isabel Maria Alvim Teles agradeço as orientações dadas, sempre incentivando a dar o meu melhor.

Ao meu professor orientador da Universidade Presbiteriana Mackenzie Dr. Henrique Furia Silva agradeço a paciência e ajuda dada.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação tanto moral quanto acadêmica, o meu muito obrigada.

ÍNDICE DE TEXTO

1	Introdução	15
1.1	Objetivos.....	16
1.1.1	Objetivo geral	16
1.1.2	Objetivos específicos	17
1.2	Justificativa	17
1.3	Metodologia	17
1.4	Estrutura do trabalho	18
2	Revisão da literatura.....	19
2.1	Punção em lajes.....	19
2.1.1	Histórico.....	19
2.1.2	Tipos de armadura contra a punção.....	23
3	Modelos de cálculo para punção.....	26
3.1	NBR 6118/2014.....	26
3.1.1	Perímetro de controle	26
3.1.2	Verificação do cisalhamento	27
3.2	NP EN 1992-1-1/10	33
3.2.1	Perímetro crítico.....	33
3.2.2	Verificação da resistência a punção	35
4	Estudo de caso: projeto da laje à punção.....	42
4.1	Esforços solicitantes	44
4.1.1	NBR 6118/2014.....	45
4.1.2	NP EN 1992-1-1/2010	52

4.2	NBR 6118/2014.....	59
4.3	NP EN 1992-1-1/2010	63
5	Conclusão.....	71
5.1	Desenvolvimentos futuros.....	73

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Distribuição de cargas em uma laje plana (Elaborada pela própria autora)	15
Figura 2 – Exemplos de lajes sem vigas (Elaborada pela própria autora)	16
Figura 3 – Conceito da laje cogumelo (Gasparini, 2002 apud TURNER, 1905)	20
Figura 4 – Estágios de fissuração na face superior de uma laje simétrica (Lima, 2001, p.6).....	21
Figura 5 – Colapso parcial do 4.º piso de um parque de estacionamento em <i>Wolverhampton</i> , Reino Unido (Wood, 2002, p.7).	22
Figura 6 – Colapso em torno do pilar (Wood, 2002, p.7).	22
Figura 7 – Tipos de estribos (Rabello, 2010, p. 47).....	23
Figura 8 – Shearheads (Square Grip Limited, 1991)	24
Figura 9 – Fibra de aço colada (AWA COMERCIAL)	24
Figura 10 – Segmentos de perfis metálicos (Melges, 2001)	25
Figura 11 – Detalhe dos conectores tipo pino (Melges, 1995, p. 34)	25
Figura 12 – Perímetro crítico em pilares internos (NBR 6118,2014).....	26
Figura 13 – Perímetro crítico em pilares de borda (NBR 6118,2014).....	27
Figura 14 – Perímetro crítico em pilares de canto (NBR 6118,2014)	27
Figura 15 – Disposição da armadura de punção e contorno da superfície crítica C'' (NBR 6118,2014)	32
Figura 16 – Armadura contra colapso progressivo (NBR 6118,2014)	33
Figura 17 – Perímetro crítico em planta, para verificação da punção (NP EN 1992-1-1,2010).....	34
Figura 18 – Perímetro crítico em corte, para verificação da punção (NP EN 1992-1-1,2010).....	34
Figura 19 – Primeiros perímetros de controle típicos para pilares internos (NP EN 1992-1-1,2010)	35
Figura 20 – Primeiros perímetros de controle junto a uma borda ou a um canto (NP EN 1992-1-1,2010)	35
Figura 21 – Perímetro de controle junto de uma abertura (NP EN 1992-1-1,2010).....	35
Figura 22 – Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar interior (NP EN 1992-1-1, 2010)	37
Figura 23 – Valores recomendados para β (NP EN 1992-1-1,2010)	38

Figura 24 – Perímetro do primeiro perímetro de controle reduzido u1 (NP EN 1992-1-1,2010)	40
Figura 25 – Perímetros de controle para pilares internos (NP EN 1992-1-1, 2010).....	41
Figura 26 – Layout do pavimento do quarto andar (Wood ,2002, p. 31)	43
Figura 27 – Edifício do estacionamento Pipers Row modelado no Robot Structural Analysis.....	45
Figura 28 – Mapa dos Momentos atuantes na direção x superior.....	46
Figura 29 – Mapa dos momentos atuantes na direção x inferior	47
Figura 30 – Mapa dos momentos atuantes na direção y superior	48
Figura 31 – Mapa dos momentos atuantes na laje na direção Y inferior.....	49
Figura 32 – Mapa dos momentos atuantes de cálculo na laje na direção X, superior	53
Figura 33 – Mapa dos momentos atuantes de cálculo na laje na direção X, inferior	54
Figura 34 – Mapa dos momentos atuantes de cálculo na laje na direção Y, superior	55
Figura 35 – Mapa dos momentos atuantes de cálculo na laje na direção Y, inferior	56

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de k.....	29
Tabela 2 – Valores de k para áreas carregadas retangulares.....	37
Tabela 3 – Características geométricas da laje para cálculo.....	42
Tabela 4 – Características geométricas dos pilares.....	42
Tabela 5 – Cálculo da altura útil e do perímetro crítico.....	44
Tabela 6 – Dados para verificação à punção.....	44
Tabela 7 – Tabela resumo dos momentos de cálculo, atuantes na laje.....	49
Tabela 8 – Integrais retiradas pela ferramenta do “ <i>panel cuts</i> ” no <i>Robot</i>	50
Tabela 9 – Momentos solicitantes de cálculo.....	51
Tabela 10 – Esforços cortantes de cálculo, atuantes no topo dos pilares.....	51
Tabela 11 – Tabela resumo dos momentos de cálculo, atuantes na laje.....	56
Tabela 12 – Integrais retiradas pela ferramenta do “ <i>panel cuts</i> ” no <i>Robot</i>	57
Tabela 13 – Momentos solicitantes de cálculo.....	57
Tabela 14 – Momentos atuantes de cálculo no topo dos pilares.....	58
Tabela 15 – Esforços cortantes atuantes de cálculo, no topo dos pilares.....	59
Tabela 16 – Cargas, conforme a norma brasileira 6118.....	60
Tabela 17 – Características de resistência do concreto e do aço.....	60
Tabela 18 – Armaduras da laje.....	61
Tabela 19 – Cálculo da taxa de armadura.....	61
Tabela 20 - Dados para verificação à punção.....	61
Tabela 21 – Armaduras de punção na direção x.....	62
Tabela 22 – Armaduras de punção na direção y.....	62
Tabela 23 – Verificação do efeito à punção, conforme a NBR 6118/2014.....	63
Tabela 24 – Cargas, conforme o eurocódigo 2.....	64
Tabela 25 – Características de resistência do concreto e do aço.....	64
Tabela 26 – Armaduras da laje.....	65
Tabela 27 – Cálculo da taxa de armadura.....	65
Tabela 28 – Excentricidades segundo os eixos y e z.....	66

Tabela 29 – Valores de β	66
Tabela 30 – Dados para a verificação do efeito de punção na laje no Eurocódigo 2	67
Tabela 31 – Armaduras de punção na direção x	68
Tabela 32 – Armaduras de punção na direção y	68
Tabela 33 – Verificação do efeito de punção, de acordo com a NP EN 1992-1-1/2010 com o valor de β simplificado.....	70
Tabela 34 – Verificação do efeito de punção, de acordo com a NP EN 1992-1-1/2010 com o valor de β calculado.....	70

ÍNDICE DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
EN	Norma Europeia
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
NBR	Norma Brasileira
NP	Norma Portuguesa

ÍNDICE DE SÍMBOLOS

Ac	Área da seção transversal do concreto
As	Área de uma seção de armadura para concreto armado
As,ccp	Somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar
As,mín	Área da seção mínima de armaduras
As,máx	Área da seção máxima de armaduras
Asw	Área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C'
C	Contorno da área de aplicação de carga
C'	Contorno crítico, externo e distante 2d do contorno C, no plano da laje
C''	Contorno afastado 2d do último contorno de armadura
d	Altura útil da laje
fck	Resistência característica do concreto
fed	Resistência de cálculo do concreto
fctm	Valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples
Fsd	Força ou reação de punção de cálculo
fyd	Valor de cálculo da cedência à tração do aço das armaduras
fyk	Valor característico da tensão de cedência à tração do aço das armaduras
fywd	Resistência de cálculo da armadura de punção
K	Coefficiente que fornece a parcela de Msd transmitida ao pilar da punção
Msd*	Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u* em relação ao centro do pilar - punção
Msd1	Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano perpendicular à borda livre
Msd2	Momento de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano paralelo à borda livre
sr	Espaçamento radial entre linhas de armadura de punção
Ved	Força ou reação de punção de cálculo
u	Perímetro do contorno C'

ÍNDICE DE SÍMBOLOS

u^*	Perímetro crítico reduzido para pilares de borda ou de canto
u_0	Perímetro do contorno C
u'	Perímetro do contorno C''
W_p	Módulo de resistência plástica do perímetro crítico u
α	Ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje
γ_c	Fator de majoração do concreto
γ_s	Fator de majoração do aço
γ_g	Fator de majoração das cargas permanentes
γ_q	Fator de majoração das sobrecargas
$v_{Rd,c}$	Valor de cálculo da resistência ao punçoamento de uma laje sem armadura de punçoamento
$v_{Rd,cs}$	Valor de cálculo da resistência ao punçoamento de uma laje com armadura de punçoamento
$v_{Rd,max}$	Valor de cálculo da resistência máxima ao punçoamento
v_{Ed}	Tensão de punçoamento máxima
ρ	Taxa geométrica de armadura de flexão
σ_{cp}	Tensão normal do betão na seção crítica
τ_{pd}	Tensão de cisalhamento devida ao efeito de cabos de protensão que atravessam o contorno considerado e passam a menos de $d/2$ da face do pilar na punção
τ_{Rd1}	Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante
τ_{Rd2}	Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje-pilar
τ_{Rd3}	Tensão de cisalhamento resistente de cálculo
τ_{sd}	Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo
τ_{sd}	Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo efetiva

1 INTRODUÇÃO

Com o crescimento da área da construção civil, nos últimos anos percebemos que cada vez mais é necessário que haja uma adaptação dos métodos construtivos utilizados, como por exemplo, a substituição da estrutura de concreto convencional, que se trata da utilização dos elementos estruturais básicos como as lajes, vigas e pilares, que trabalham em união para o direcionamento das cargas atuantes para a fundação, por um sistema laje pilar onde não há vigas em torno dos pilares.

Devido a requisitos arquitetônicos, cada vez mais tem-se utilizado a solução de remover vigas para que a laje fique apoiada diretamente nos pilares ou em capitéis, fazendo com que a laje fique com um aspecto estético melhor, porém, de acordo com Melges (2001) essas estruturas com capitéis são cada vez menos usadas, pois não é possível obter tetos planos a partir deste método.

Para esse sistema sem laje há um excesso de cargas na cabeça do pilar por não haver uma distribuição desses carregamentos ao longo de vigas. A Figura 1 mostra como funciona esse tipo de encaminhamento de carga.

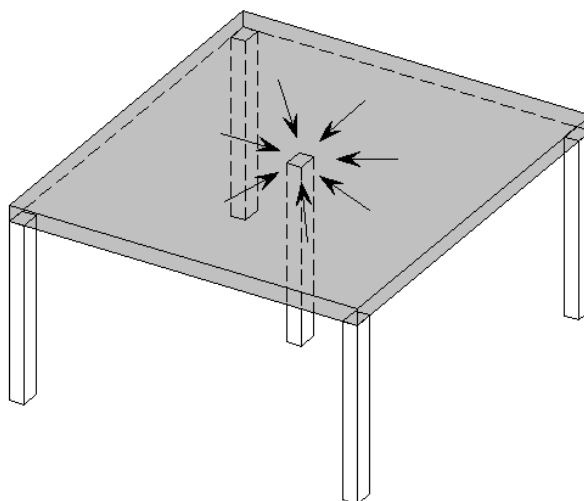


Figura 1 – Distribuição de cargas em uma laje plana (Elaborada pela própria autora)

Para garantir a segurança ao cisalhamento há maneiras para aumentar sua resistência, como por exemplo usando capitel nessa ligação da laje com o pilar que se encontra sem a viga. Segundo Melges (1983 *apud* GHOSH, 2001), existem dois meios para cumprir a mesma função de aumento da resistência, quando existe capitel que é um aumento da seção do pilar e o “*drop panel*” que é o

CAPÍTULO 1

engrossamento da laje nessa região crítica. Na Figura 2 está exemplificado os tipos de lajes sem vigas e os seus meios usados para aumentar a resistência.

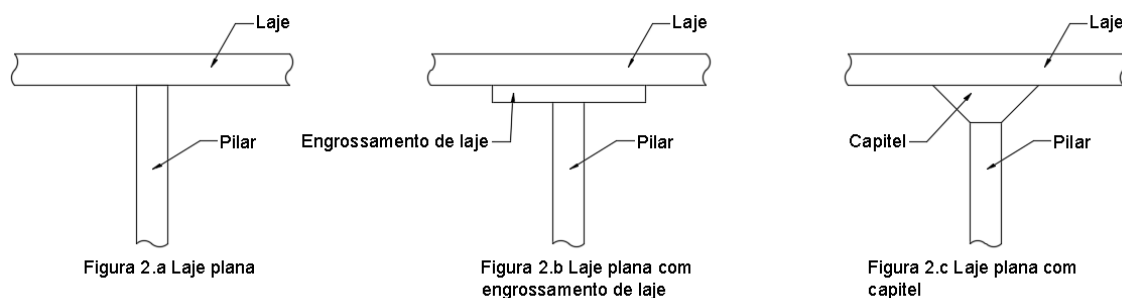


Figura 2 – Exemplos de lajes sem vigas (Elaborada pela própria autora)

Devido a esse método construtivo não utilizar vigas no encontro com os pilares, haverá um excesso de esforços cortantes ao redor do pilar, podendo assim causar uma ruptura frágil no topo desse pilar sendo ocasionada por não haver escoamento generalizado, ocorrendo então o rompimento local na região comprimida em torno do pilar.

Segundo Rabello (2010), para evitar que haja esse tipo de ruptura é necessário que transforme os esforços transversos em esforços de flexão, fazendo com que o rompimento se dê de forma dúctil, que é quando acontece uma deformação plástica excessiva com o desenvolvimento lento das suas trincas, e não como acontece quando há uma ruína frágil, onde há um desenvolvimento rápido das trincas e fissuras, sem deformação prévia.

Cada norma técnica usa um método de cálculo para verificação da segurança das estruturas, porém, há diferença do que é abordado em cada uma? As diferenças existentes são muito grandes? Nas suas diferenças é possível dizer que dependendo do projeto é melhor utilizar uma norma em vez de outra?

Por haver tantas indagações vê-se necessário que haja uma comparação entre as normas europeia (*EUROCODE*) e a brasileira (NBR) para saber quais são suas maiores diferenças, qual norma deverá ser usada para cada tipo de situação, sabendo qual é mais conservadora ou não, de acordo com os requisitos previstos para sua utilização.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Análise comparativa entre as normas: brasileira (NBR 6118) e a norma europeia (EN NP 1992-1-1), sobre o efeito da punção em lajes planas.

1.1.2 Objetivos específicos

Dimensionar a laje do quarto andar do estacionamento *Pipers Row*.

Avaliar as diferenças obtidas nos resultados das verificações ao efeito de punção pelas duas normas.

Verificar qual norma tem melhor aplicabilidade de acordo com o estudo de caso: estacionamento *Pipers Row*.

Analisar e apontar as diferenças entre as normas.

1.2 JUSTIFICATIVA

No caso do uso da estrutura de concreto não convencional, é necessário levar em conta critérios construtivos e arquitetônicos, pois dependendo do que é exigido pelos profissionais limita-se os tipos de soluções para o efeito de punção.

Como a região do pilar sofre com os esforços excessivos, deve-se prever soluções construtivas para que haja o aumento da resistência e ductilidade do material.

Para aumento da resistência da laje em torno da cabeça do pilar há muitos artifícios que podem ser usados para este fim, como por exemplo: estribos, barras dobradas, *shearheads*, *studrails*, engrossamento de laje ou uso de capitéis. Escolhendo assim, qual for melhor para cada tipo de projeto.

As pesquisas relacionadas ao cálculo do efeito de punção em lajes planas divergem quanto a sua conclusão da comparação das normas.

Segundo Pereira (2014), as normas técnicas não apresentam muitas diferenças quanto aos cálculos, divergindo do que é concluído na dissertação do Rabello (2010, p.27) “Como há uma grande diferença entre os critérios normativos para o cálculo da punção, [...]”.

Devido a esses fatores vê-se relevância na elaboração desta tese.

1.3 METODOLOGIA

Foram realizadas pesquisas teóricas para o desenvolvimento deste trabalho.

A pesquisa teórica tem como base a pesquisa bibliográfica sobre quais são os efeitos de punção, métodos construtivos e seus modelos de cálculo de acordo com cada norma.

CAPÍTULO 1

Foi realizada uma análise comparativa entre métodos de cálculos da norma técnica brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) e a norma europeia NP EN 1992-1-1 (CEN, 2010), para o estudo de caso do colapso do estacionamento *Pipers Row* (1997).

Para o dimensionamento do estacionamento *Pipers Row*, os valores das cargas solicitantes do estacionamento foram retirados do programa Robot Structural Analysis após a devida modelagem.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado em cinco seções.

A Seção 1 apresenta a Introdução, que é composta pelos seguintes itens: texto de conceituação e caracterização do tema, objetivos, justificativa, metodologia, e estrutura do trabalho.

A Seção 1 contém a revisão da literatura, com os aspectos abordados relevantes de cada norma e os fatores que influenciam a resistência à punção.

A Seção 1 contém os modelos de cálculo para análise da punção em lajes contemplados nas normas: NBR 6118:2014 e EN NP 1992-1-1:2010.

A Seção 1 mostra o estudo de caso com os seus respectivos resultados.

A Seção 1 relata as conclusões desenvolvidas a partir desse trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA

As lajes sem vigas são chamadas de diferentes maneiras dependendo da sua localização, no Brasil elas são conhecidas como lajes planas, lisas ou cogumelo, na Europa os nomes dependem do idioma de cada país, na França é *plancher champignon*, em Portugal são chamadas de lajes fungiformes, na Espanha chamam-se *losas fungiformes*, na Itália é *solai a fungo*, na Alemanha é *Pilzdecke* e nos Estados Unidos são chamadas de *flat slabs* ou *flat plates*. As *flat plates* (Figura 2.a) são lajes totalmente planas, sem elementos de concreto para aumentar sua resistência à força cortante, usando somente armaduras transversais para o aumento da resistência. As *flat slabs* (Figura 2.b, Figura 2.c) são as lajes que possuem elementos em concreto armado para aumentar a resistência em torno no pilar, como por exemplo engrossamento de laje e capitéis.

2.1 PUNÇÃO EM LAJES

2.1.1 Histórico

Para Gasparini (2002), há dúvidas quanto à ordem cronológica e às contribuições dadas por muitos indivíduos no estudo das lajes planas.

No início do século XX, o engenheiro americano Claude Allen Porter Turner conhecido como C.A.P. Turner, criou o conceito de lajes cogumelo com o intuito de reduzir as tensões cisalhantes na ligação entre o pilar e a laje, para isso foi inserido um capitel nessa ligação, como é mostrado na Figura 3.

O uso de capitéis ou engrossamentos da laje pode ser indesejável do ponto de vista arquitetônico ou construtivo. Sendo assim, o uso de armaduras transversais para prevenir a punção, ou, simplesmente, armadura de punção, é uma alternativa vantajosa do ponto de vista estrutural, uma vez que este tipo de armadura aumenta também a ductilidade da ligação, contribuindo para a mudança do tipo de ruína frágil para dúctil, além de contribuir para a estabilidade global da estrutura. (RABELLO, 2010, p. 25).

A primeira tentativa de quantificar a influência da resistência à flexão na resistência à força cortante foi feita por Hognestad (1953).

CAPÍTULO 2

Elstner & Hognestad (1956) fizeram a primeira proposta para o cálculo da contribuição da armadura de punção na resistência da ligação.

Um dos precursores do estudo de punção foi o engenheiro americano Talbot (1913) que fez ensaios em 197 sapatas que não possuíam armadura de cisalhamento, tendo observado a ruína de 20 delas. Esse estudo foi importante para entender como funciona o comportamento estrutural de sapatas, dos mecanismos de ruptura e a importância dos esforços cortantes e estabelecer normas de diversos países.

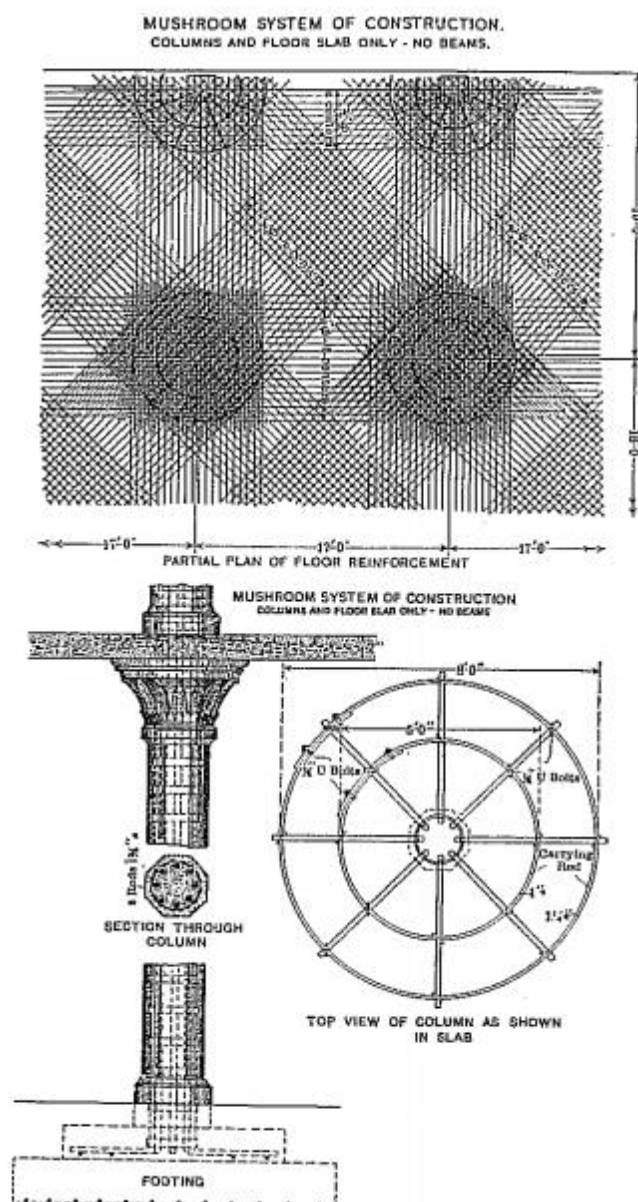


Figura 3 – Conceito da laje cogumelo (Gasparini, 2002 apud TURNER, 1905)

Com o passar do tempo e o uso maior de lajes lisas, foi necessário estudar mais sobre os efeitos que esse tipo de estrutura traz para o edifício, pois quando a laje é lisa ela não está apoiada sobre o capitel,

mas sim diretamente no pilar, fazendo com que ocorra o puncionamento da laje por haver menor resistência devido a menor quantidade de concreto e armadura.

“Quando são utilizadas armaduras de punção, o plano preferencial para a formação da superfície de ruína é modificado e vai se afastando da face do pilar” (LIMA, 2001, p.7), melhorando assim as condições na cabeça do pilar, que é a região onde mais sofre o efeito de punção.

A fissuração que ocorre na laje devido ao puncionamento fica em volta de todo o pilar, formando uma espécie de cone em seu entorno conforme Figura 4. Esse tipo de fissura ocorre quando o pilar é centralizado, sendo mais irregular a fissuração de pilares de canto e extremidade.

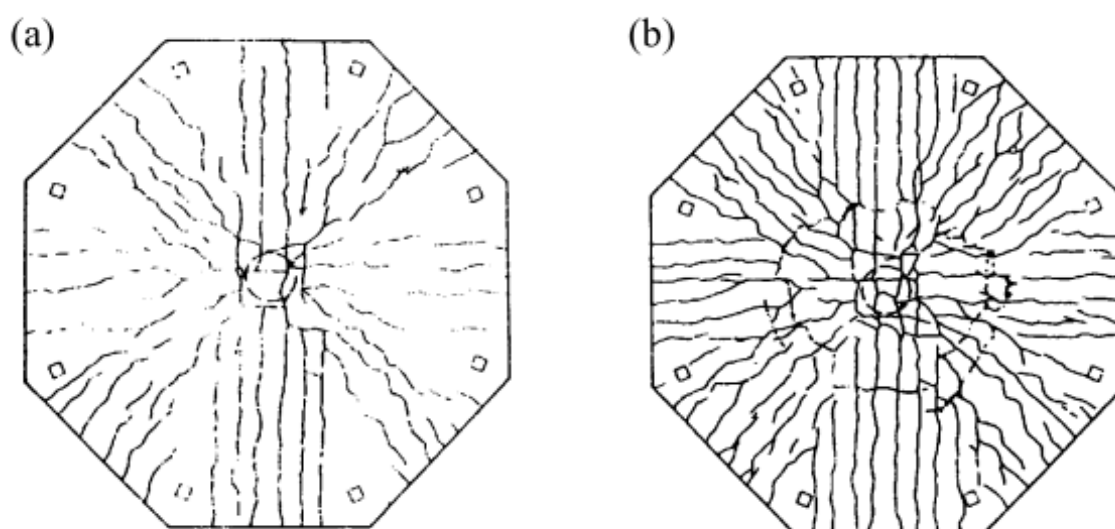


Figura 4 – Estágios de fissuração na face superior de uma laje simétrica (Lima, 2001, p.6)

Para essa situação é necessário ter extremo cuidado, pois segundo Moreno (2010), “Este tipo de rotura é catastrófica por não apresentar sinais exteriores visíveis, podendo ainda gerar o colapso global da estrutura pelo incremento da carga em pilares vizinhos.”

Fato ocorrido em um caso de colapso no estacionamento *Pipers Row* localizado em Wolverhampton em 20 de março de 1997, onde houve o puncionamento da laje em torno de um pilar, criando um colapso progressivo em torno de outras oito colunas.

Conforme estudado por Wood (2002), foi verificada deterioração do concreto e corrosão da armadura devido a carbonatação e degelo do material, diminuindo assim sua resistência ao cisalhamento em torno do topo do pilar.

Na Figura 5 é mostrada a laje após o colapso que aconteceu sem presença de cargas excessivas, rompendo assim, somente com o peso próprio. Na Figura 6 pode-se ver o perímetro crítico que é criado em torno de um dos pilares que sofreram colapso por punção no estacionamento *Pipers Row* em *Wolverhampton* em 1997.



Figura 5 – Colapso parcial do 4.º piso de um parque de estacionamento em *Wolverhampton*, Reino Unido (Wood, 2002, p.7).



Figura 6 – Colapso em torno do pilar (Wood, 2002, p.7).

2.1.2 Tipos de armadura contra a punção

Para o combate ao efeito de punção há vários meios de se obter o aumento de resistência através de armaduras localizadas na região da cabeça do pilar, que é o local onde mais sofre o efeito de punção.

Alguns desses tipos de armadura são: estribos, *shearheads*, fibras de aço, conector tipo pino (*studrail*) e segmentos de perfis metálicos, que são mostradas nas Figuras a seguir. Segundo Rabello (2010, p. 43) o uso desses tipos de armadura permite que se adotem lajes com espessuras mais delgadas fazendo assim para que não haja necessidade de usar capitéis e engrossamentos de laje e sendo assim não prejudicando a arquitetura que é a principal vantagem da não utilização de vigas.

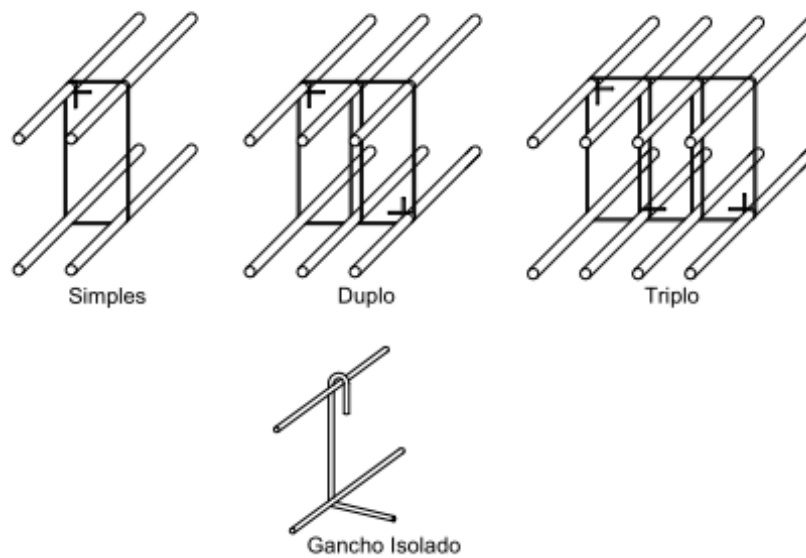


Figura 7 – Tipos de estribos (Rabello, 2010, p. 47)

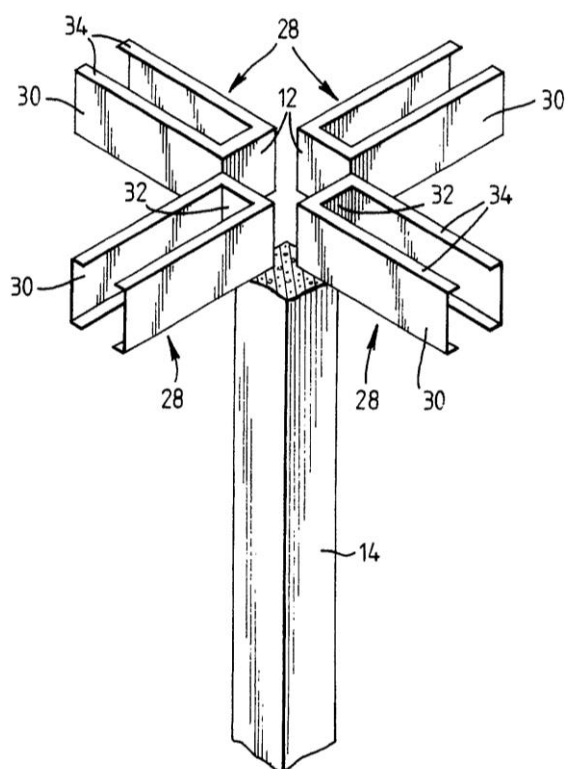


Figura 8 – Shearheads (Square Grip Limited, 1991)



Figura 9 – Fibra de aço colada (AWA COMERCIAL)



Figura 10 – Segmentos de perfis metálicos (Melges, 2001)

Para Melges (1995) as placas metálicas têm a mesma finalidade que a utilização do engrossamento de laje. E dentre os tipos de armadura expostas aqui, a mais utilizada é a de conectores tipo pino (Figura 11) pois são mais fáceis para a colocação, não interferindo nas armaduras das lajes e pilares e não tem o mesmo problema que os estribos para a ancoragem.

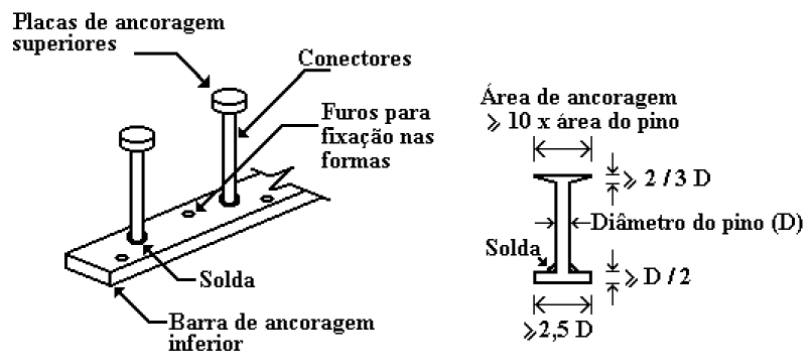


Figura 11 – Detalhe dos conectores tipo pino (Melges, 1995, p. 34)

Os segmentos de perfis metálicos não são recomendados "(...) segundo o ponto de vista de produção e economia" (MELGES, 1995, p. 35).

As fibras de aço demandam muito menos tempo de preparação do que armaduras de cisalhamento, sendo que há um "(...) aumento da resistência de ligações com fibras em relação a ligações sem armadura de cisalhamento e sem fibras pode chegar até a ordem de 40%." (MELGES, 1995, p. 34).

3 MODELOS DE CÁLCULO PARA PUNÇÃO

3.1 NBR 6118/2014

3.1.1 Perímetro de controle

De acordo com a NBR 6118/2014, o modelo de cálculo para a verificação do efeito de punção possui até três contornos críticos, chamados de C, C' e C''.

O perímetro C corresponde a primeira superfície crítica, que é do pilar ou da carga concentrada na laje, o perímetro C' é afastado $2d$ (2 vezes a altura útil da laje) do pilar ou da carga concentrada e caso haja necessidade de armadura transversal é verificado também o terceiro perímetro, denominado C''.

Na Figura 12, a seguir, apresenta o contorno crítico para caso de pilares internos, na Figura 13 para pilares de borda, e na Figura 14 para pilares de canto.

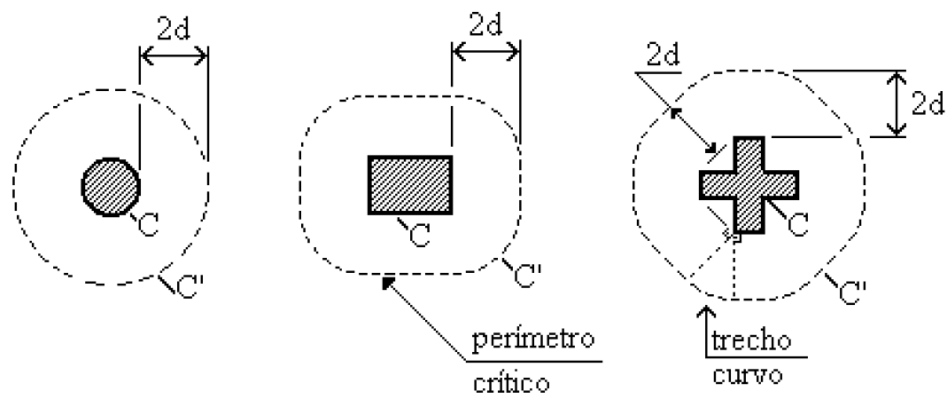


Figura 12 – Perímetro crítico em pilares internos (NBR 6118,2014)

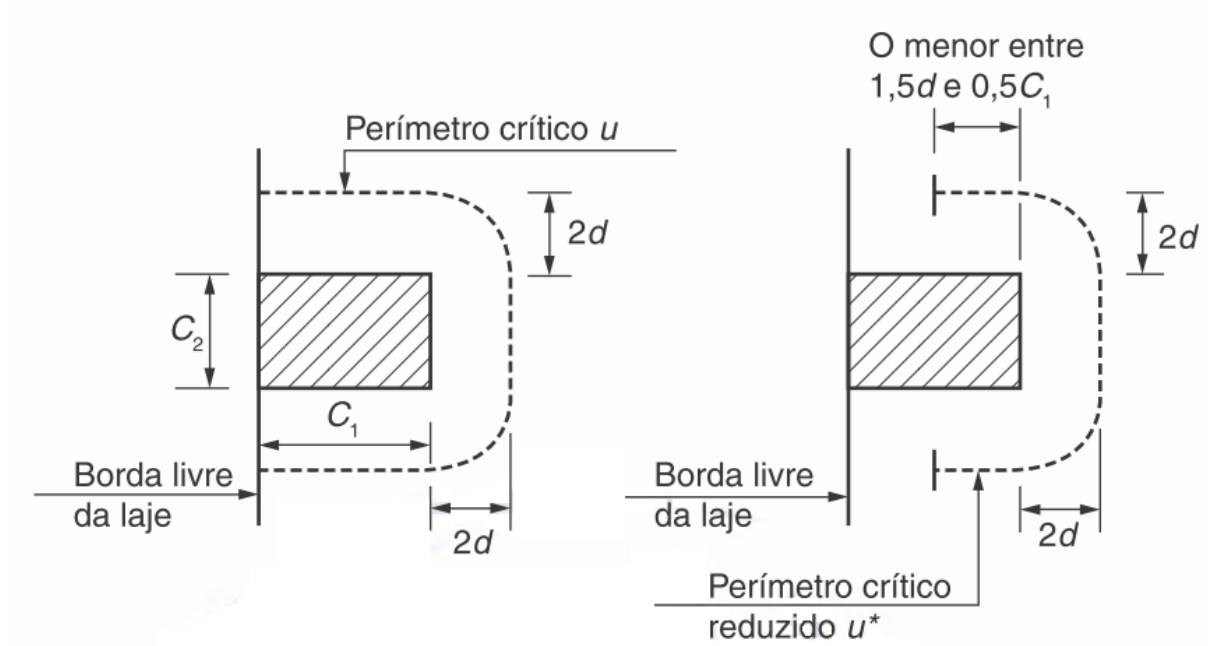


Figura 13 – Perímetro crítico em pilares de borda (NBR 6118,2014)

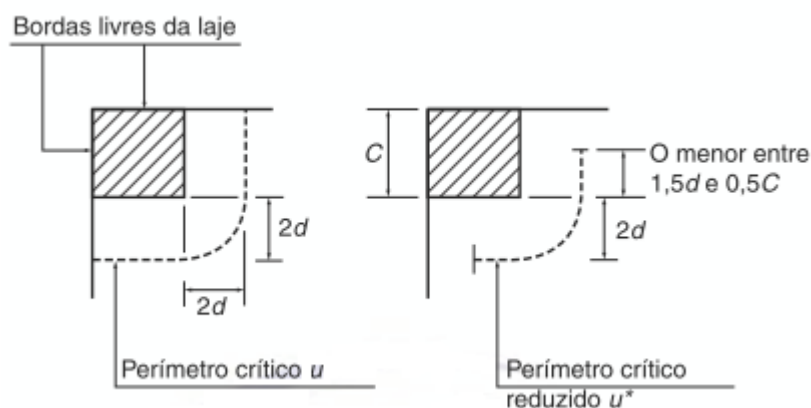


Figura 14 – Perímetro crítico em pilares de canto (NBR 6118,2014)

3.1.2 Verificação do cisalhamento

3.1.2.1 Tensão solicitante para pilares com carregamento simétrico

A tensão solicitante é calculada a partir da seguinte fórmula:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \times d} \quad (3.1)$$

Sendo:

CAPÍTULO 3

$$d = \frac{(dx + dy)}{2} \quad (3.2)$$

Onde:

- d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' , externo ao contorno, C da área de aplicação da força e desde distante $2d$ no plano da laje;
- dx e dy são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;
- u é o perímetro do contorno crítico C' ;
- $u \times d$ é a área da superfície crítica;
- F_{sd} é a força ou a reação concentrada de cálculo.

A Figura 12 apresenta os perímetros de controle para a verificação do cisalhamento em torno de pilares internos em lajes planas.

3.1.2.2 Tensão solicitante para pilares com efeito de momento

Para este caso de carregamento simétrico a força solicitante é calculada a partir da seguinte fórmula:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \times d} + \frac{K \times M_{sd}}{W_p \times d} \quad (3.3)$$

Onde:

- K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação $C1/C2$;
- M_{sd} é o momento de cálculo transmitido da laje ao pilar;
- W_p é o módulo de resistência plástica do concreto do perímetro de controle.

O coeficiente K assume os valores indicados no Tabela 1.

Tabela 1 – Valores de k

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80
onde C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força; C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.				

Fonte: NBR 6118/2014

Para pilares circulares internos, deve ser adotado o valor $K=0,6$.

Os valores de W_p devem ser calculados pelas expressões a seguir:

Para pilar retangular:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (3.4)$$

Para pilar circular:

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad (3.5)$$

Onde:

- D é o diâmetro do pilar.

O módulo de resistência plástica (W_p) pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico, através da seguinte expressão:

$$W_p = \int_0^u |e| dl \quad (3.6)$$

Onde:

- dl é o comprimento infinitesimal no perímetro crítico u ;
- e é a distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor “ M_{sd} ”.

Quando existem momentos nas duas direções ortogonais a tensão é dada pela seguinte fórmula:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d} \quad (3.7)$$

CAPÍTULO 3

Sendo:

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad (3.8)$$

Onde:

- F_{sd} é a reação de apoio;
- u^* é o perímetro crítico reduzido;
- M_{sd} é o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;
- M_{sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar;
- M_{sd2} é o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;
- W_{p1} é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u .
- W_{p2} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado pelo perímetro u .

Os coeficientes K_1 e K_2 assumem os mesmos valores estabelecidos para K na Tabela 1, com C_1 e C_2 de acordo com a Figura 13.

3.1.2.3 Tensão resistente na superfície crítica C

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd2} = 0,27 \times \alpha_v \times f_{cd} \quad (3.9)$$

Onde o fator de correção da resistência do concreto é calculado a partir da seguinte fórmula:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (3.10)$$

Sendo:

- f_{cd} a resistência de cálculo do concreto à compressão cilíndrica (MPa);
- f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão cilíndrica (MPa);

3.1.2.4 Tensão resistente na superfície crítica C' sem armadura de punção

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \quad (3.11)$$

Sendo:

- $\rho^2 = \rho_x \cdot \rho_y$ é a taxa de armadura nas duas direções ortogonais, calculadas com a largura igual à dimensão do pilar, ou área carregada, mais "3d" para cada um dos lados (ou até a borda da laje, se esta estiver mais próxima);
- d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' em cm.
- f_{ck} é a resistência característica à compressão cilíndrica do concreto, em MPa;

3.1.2.5 Tensão resistente na superfície crítica C' com armadura de punção

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd3} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} \times f_{ywd} \times \sin\alpha}{u \times d} \quad (3.12)$$

Onde:

- s_r é o espaçamento radial entre a armadura de punção, não deve ser maior que 0,75d, com d em cm;
- A_{sw} é a área da armadura de punção por camada;
- f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção. Deve ser menor que 300 MPa para conectores do tipo pino e 250 MPa para estribos (CA-50 ou CA-60). Em lajes com altura superior a 15 cm a resistência dos estribos pode ser considerada entre 250 MPa a 435 MPa.
- α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;
- u é o valor numérico do perímetro de controle C', distante 2d da face do pilar;

3.1.2.6 Definição da superfície crítica C''

Caso a armadura transversal seja obrigatória, essa armadura deve se estender em um contorno paralelo a C, até que, em um contorno C'' que está afastado 2d do último contorno da armadura (Figura 15) não seja mais necessária armadura, isto é, $\tau_{sd} \leq \tau_{rd1}$.

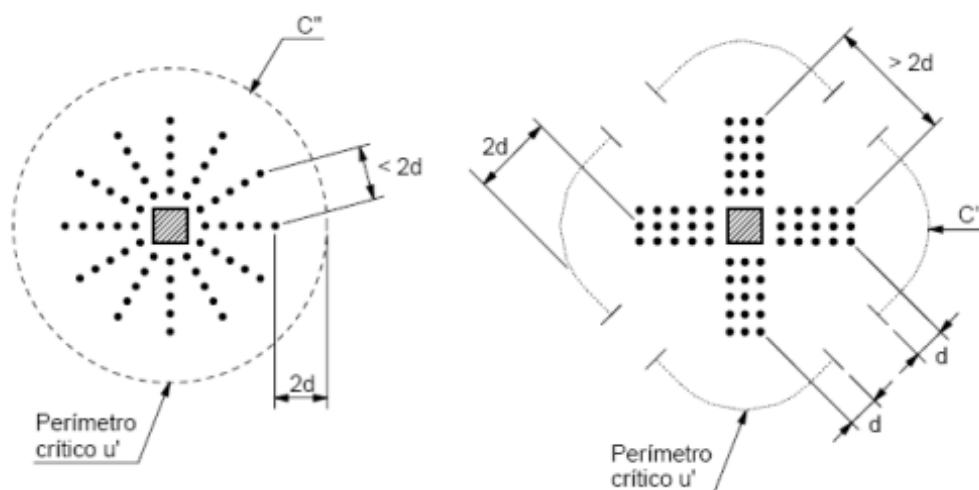


Figura 15 – Disposição da armadura de punção e contorno da superfície crítica C'' (NBR 6118,2014)

3.1.2.7 Colapso progressivo

Para garantir a ductilidade local e a conseqüente proteção contra o colapso progressivo, a armadura de flexão inferior que atravessa o contorno C deve estar suficientemente ancorada além do contorno C' ou C'', conforme a Figura 16, e deve ser tal que:

$$f_{yd} \cdot A_{s,ccp} \geq 1,5 \cdot F_{sd} \quad (3.13)$$

Onde:

- $A_{s,ccp}$ é o somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar;
- F_{sd} pode ser calculado com γ_f igual a 1,2.

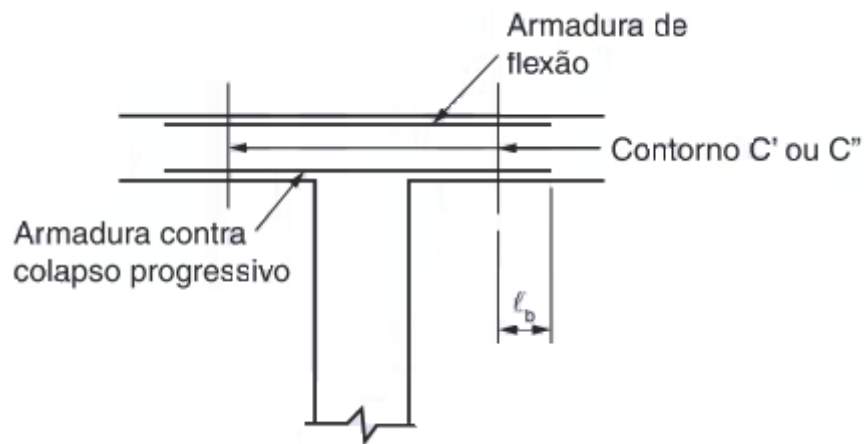


Figura 16 – Armadura contra colapso progressivo (NBR 6118,2014)

3.2 NP EN 1992-1-1/10

3.2.1 Perímetro crítico

Para efeito de cálculo, a resistência a punção deve ser verificada na face do pilar e no perímetro de controle que é duas vezes a altura útil da laje ($2d$). Caso, após feitos os cálculos, e eles mostrarem que é necessário a armadura de punção, então deverá ser calculado outro perímetro crítico. Conforme mostra a Figura 17.

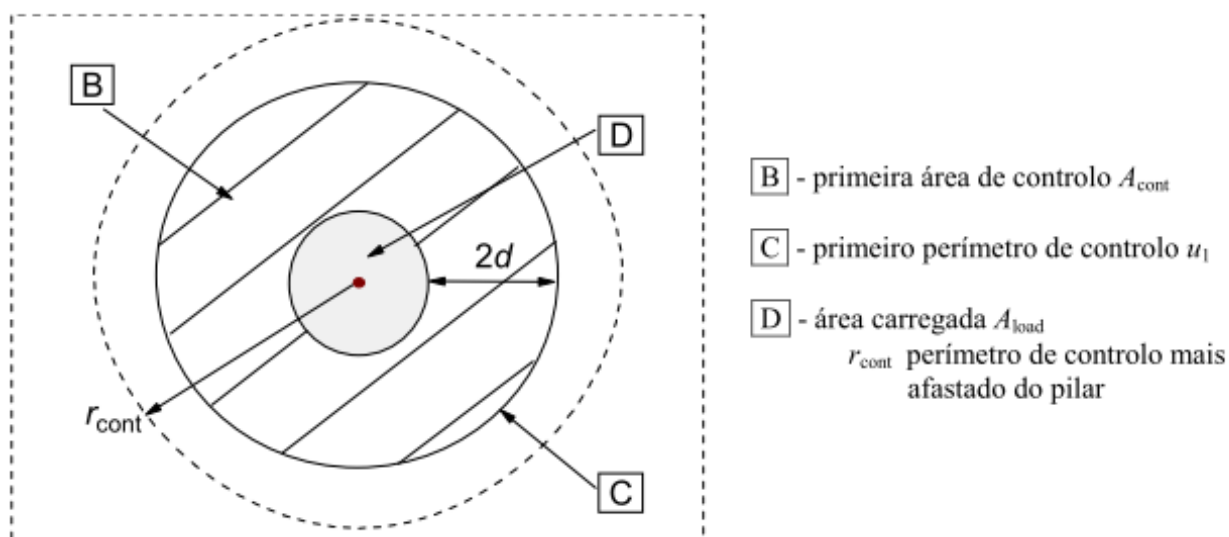


Figura 17 – Perímetro crítico em planta, para verificação da punção (NP EN 1992-1-1,2010)

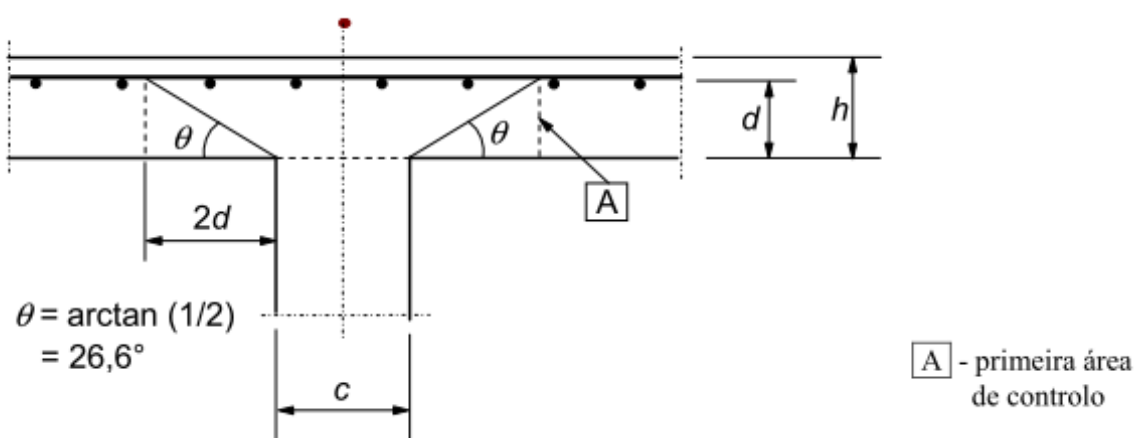


Figura 18 – Perímetro crítico em corte, para verificação da punção (NP EN 1992-1-1,2010)

A altura útil é admitida como constante e é representada pela seguinte fórmula:

$$d_{eff} = \frac{(d_y + d_x)}{2} \quad (3.14)$$

Onde:

- d_x é a altura útil da armadura na direção x ;
- d_y é a altura útil da armadura na direção y .

O perímetro crítico difere de acordo com a posição dos pilares na laje, porém sempre obedecendo a distância $2d$ implementada. Os primeiros perímetros de controle para pilares internos podem ser vistos na Figura 19, e para pilares de borda ou de canto na Figura 20.

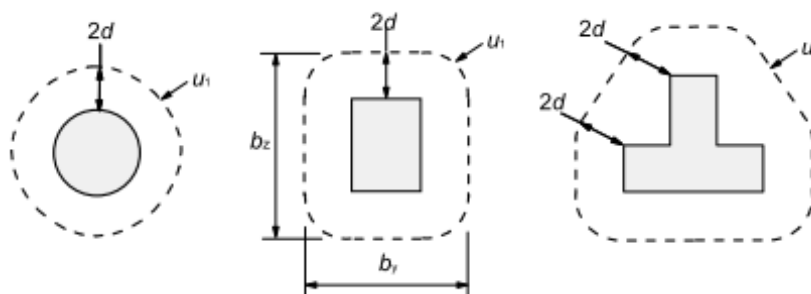


Figura 19 – Primeiros perímetros de controle típicos para pilares internos (NP EN 1992-1-1,2010)

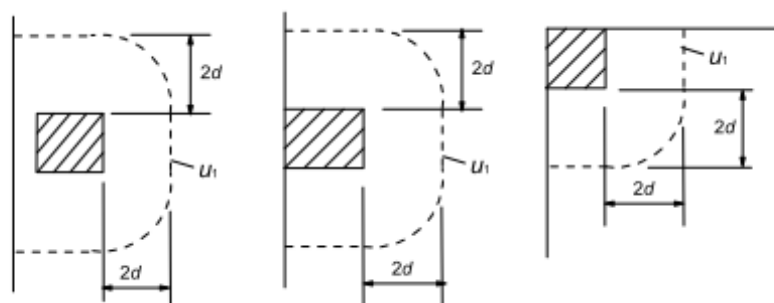


Figura 20 – Primeiros perímetros de controle junto a uma borda ou a um canto (NP EN 1992-1-1,2010)

Considerando que haja uma abertura na laje próxima a um pilar carregado, a menor distância entre a face do pilar e a abertura deverá ser menor do que $6d$, caso não seja obedecido essa condição, não deverá ser considerado o perímetro de controle que se encontra entre as duas tangentes à abertura traçadas a partir do centro do pilar, como é mostrado na Figura 21 abaixo.

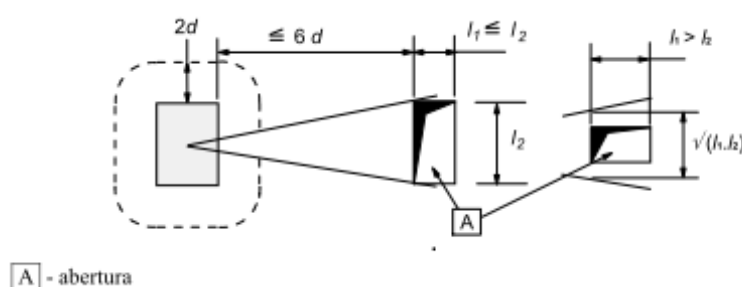


Figura 21 – Perímetro de controle junto de uma abertura (NP EN 1992-1-1,2010)

3.2.2 Verificação da resistência a punção

São feitas verificações na face do pilar e no primeiro perímetro de controle (u_1). São feitas mais duas verificações, sem armadura de punçamento e com armadura de punçamento. Caso seja necessário a armadura de punção, deverá determinar-se um outro contorno chamado $u_{out,ef}$ (Figura 25). Definem-se os seguintes valores de cálculo da tensão de punçamento (Mpa) ao longo das seções de controle:

Quadro 1 – Nomenclatura das resistências de cálculo

$v_{Rd,c}$	Valor de cálculo da resistência ao punçoamento de uma laje sem armadura de punçoamento, ao longo da seção de controle considerada
$v_{Rd,cs}$	Valor de cálculo da resistência ao punçoamento de uma laje com armadura de punçoamento, ao longo da seção de controle considerada
$v_{Rd,máx}$	Valor de cálculo da resistência máxima ao punçoamento, ao longo da seção de controle considerada

Fonte: NP EM 1992-1-1 (2010)

Deverão ser efetuadas as seguintes verificações:

- $v_{ED} \leq v_{Rd,máx}$ (Primeira verificação a ser feita)
- $v_{ED} \leq v_{Rd,c}$
- Se v_{ED} for maior que $v_{Rd,c}$ deverá ser adotado armadura de punçoamento.

Caso haja uma reação de apoio excêntrica, a tensão de punçoamento máximo é igual a:

$$v_{ED} = \beta \frac{V_{ED}}{u_i \cdot d} \quad (3.15)$$

Sendo:

- d altura útil média da laje, calculada conforme no item 3.2.1;
- u_i é o perímetro de controle;

O valor de β é dado por:

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{ED}}{V_{ED}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad (3.16)$$

Sendo:

- u_1 é o perímetro do primeiro perímetro de controle;
- k é um coeficiente dependente da relação entre as dimensões do pilar c_1 e c_2 : o seu valor é função da proporção do momento não equilibrado transmitido por forças de corte não uniformes e por flexão e torção, conforme Tabela 2;
- W_1 corresponde a uma distribuição de tensões tangenciais, como na Figura 22, e é função do perímetro do primeiro perímetro de controle u_1 :

$$W_i = \int_0^{u_i} |e| dl \quad (3.17)$$

Sendo:

- dl o comprimento elementar do contorno;
- e distância de dl ao eixo em torno do qual atua o momento M_{ED} .

Tabela 2 – Valores de k para áreas carregadas retangulares

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

Fonte: NP EN 1992-1-1/2010

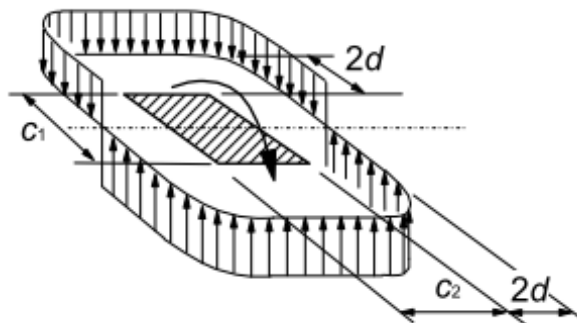


Figura 22 – Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar interior (NP EN 1992-1-1, 2010)

Para pilar retangular:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4c_2 \cdot d + 16d^2 + 2\pi \cdot d \cdot c_1 \quad (3.18)$$

Sendo:

- c_1 dimensão do pilar na paralela à excentricidade da carga;
- c_2 dimensão do pilar na perpendicular à excentricidade da carga.

No caso de um pilar retangular interior em que a carga é excêntrica em relação aos dois eixos, poderá utilizar-se a seguinte expressão aproximada de β .

$$\beta = 1 + 1,8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \quad (3.19)$$

Sendo:

- e_y e e_z excentricidades M_{ed}/V_{ed} segundo os eixos y e z , respectivamente;

CAPÍTULO 3

- b_y e b_z dimensões do perímetro de controle.

Os valores de β a utilizar num determinado país poderão ser dados no respectivo Anexo Nacional. Na Figura 23 são dados os valores recomendados.

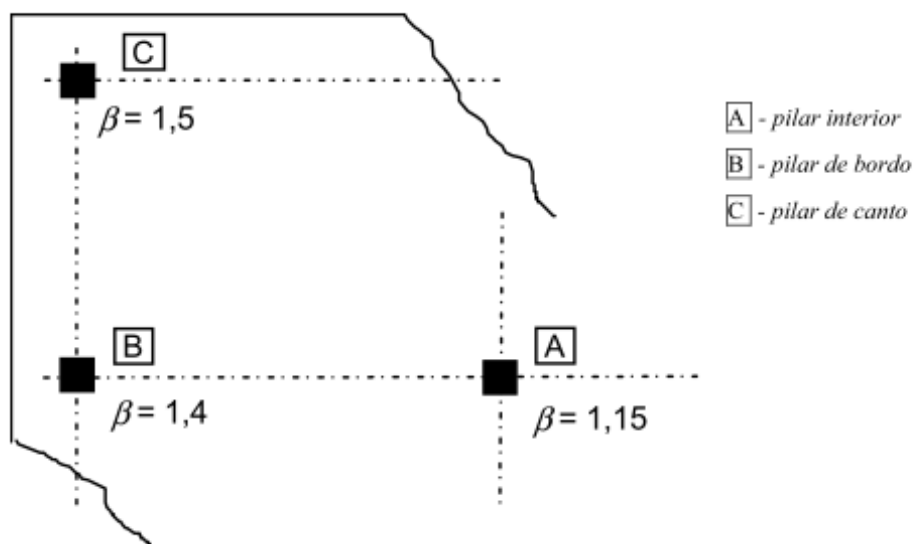


Figura 23 – Valores recomendados para β (NP EN 1992-1-1,2010)

3.2.2.1 Verificação sem armadura de punção

A resistência a punção de uma laje deverá ser avaliada de acordo com o perímetro de controle considerado. O valor de cálculo da resistência ao punçoamento é dado por:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}), \text{ em Mpa} \quad (3.20)$$

Sendo:

- f_{ck} é a resistência característica à compressão cilíndrica do concreto, em MPa;
- $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$, d em mm;
- $\rho_1 = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$
- ρ_{ly}, ρ_{lz} referem-se às armaduras de tração aderentes nas direções y e z , respectivamente. Os valores ρ_{ly} e ρ_{lz} deverão ser calculados como valores médios numa largura de laje igual à largura do pilar acrescida de $3d$ para cada lado;
- $v_{\min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$;

- $\sigma_{cp} = \frac{(\sigma_{cy} + \sigma_{cx})}{2}$

Sendo:

- $\sigma_{cy} + \sigma_{cx}$ tensões normais no concreto na seção crítica nas direções y e z (Mpa, positivas se de compressão):

$$\sigma_{c,y} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}} \quad (3.21)$$

$$\sigma_{c,z} = \frac{N_{Ed,z}}{A_{cz}} \quad (3.22)$$

Sendo:

- $N_{Ed,y}$, $N_{Ed,z}$ são esforços normais nas faixas de laje sobre pilares interiores e esforço normal na seção de controle para pilares de bordo. O esforço poderá ser resultante de uma ação exterior ou do pré-esforço;
- A_c área de concreto associada ao esforço N_{ED} considerado.

Observação: Os valor recomendado de $C_{Rd,c}$ é $0,18/\gamma_c$ e k_1 é 0,1.

3.2.2.2 Verificação com armadura de punção

Quando a armadura de punção é necessária, a resistência deve ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{sr}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ed} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha \quad (3.23)$$

Sendo:

- A_{sw} área de um perímetro de armadura de punção em torno do pilar (mm^2);
- sr espaçamento radial dos perímetros de armaduras de punção (mm);
- $f_{ywd,ed}$ valor de cálculo da tensão efetiva de cedência das armaduras de punção, dada por:
 $f_{ywd,ed} = 250 + 0,25 \cdot d \leq f_{ywd}$, (Mpa);
- d média das alturas úteis nas direções ortogonais (mm);
- α ângulo entre as armaduras de punção e o plano da laje.

No caso de se adotar apenas um único perímetro de barras inclinadas, d/sr poderá ser atribuído o valor 0,67.

CAPÍTULO 3

Na vizinhança do pilar, a resistência a punção é limitada a um máximo de:

$$v_{ED} = \beta \frac{V_{ED}}{u_0 \cdot d} \leq v_{Rd,m\acute{a}x} \quad (3.24)$$

Sendo:

- u_0 para um pilar interior $u_0 =$ perímetro de controle do pilar (mm), para um pilar de bordo $u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$ (mm), e para um pilar de canto $u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$ (mm);
- c_1, c_2 dimensões do pilar representadas na Figura 24

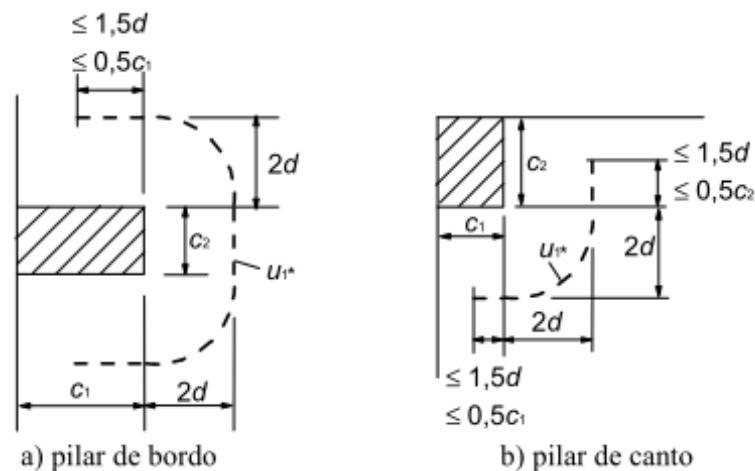


Figura 24 – Perímetro do primeiro perímetro de controle reduzido u_1 (NP EN 1992-1-1,2010)

$$v_{Rd,m\acute{a}x} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (3.25)$$

Onde:

- $v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$

O perímetro de controle para o qual não é necessária armadura de punção, u_{out} (ou $u_{out,ef}$, Figura 25) é calculado a partir da seguinte fórmula:

$$u_{out,ef} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} \quad (3.26)$$

O perímetro exterior da armadura de punção deverá ser colocado a uma distância não superior a kd no interior de u_{out} (ou $u_{out,ef}$).

O valor de k depende do país onde é estudado. O valor recomendado é 1,5

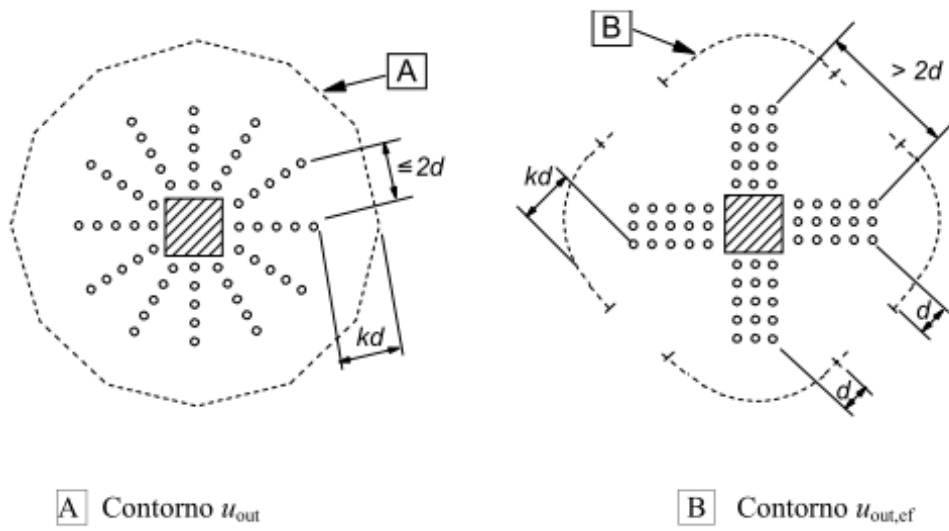


Figura 25 – Perímetros de controle para pilares internos (NP EN 1992-1-1, 2010)

4 ESTUDO DE CASO: PROJETO DA LAJE À PUNÇÃO

O caso usado para realização deste trabalho é o estacionamento *Pipers Row* que colapsou em 1997. Neste capítulo está o dimensionamento da laje, da armadura e as verificações para o efeito de punção.

Segundo Wood (2002), estudos realizados mostram que ocorreu o efeito de punção na laje em torno de um pilar, o que posteriormente se desenvolveu em um colapso progressivo nos pilares adjacentes a ele.

Todos os dados utilizados para o dimensionamento foram retirados do “Estudo quantitativo das causas do colapso parcial em 20 de março de 1997”, elaborado por Jonathan C. M. Wood, em 2002. A resistência do concreto é de 20,5 MPa que é igual ao projeto original, para fazer uma melhor comparação.

Não foi usada a mesma carga permanente que Wood (2002) constatou no seu relatório, que era 5,41 kN/m² que foi mudada para 5,73 kN/m², esse valor foi obtido multiplicando a espessura da laje (h, Tabela 3) pelo peso específico do concreto igual a 25 kN/m³.

O cobrimento foi adotado igual a 3 cm.

Na Tabela 3 é mostrada a espessura da laje que é 22,9 cm e a dimensão b que é adotada igual a 1 metro para a finalidade de cálculo das áreas de aço. Já a Tabela 4 são as dimensões dos pilares, com as faces iguais. Como no estudo realizado por Wood (2002) não estava especificado a dimensão dos pilares, foi usado o valor de 30 cm, considerando a proporção da laje com o pilar mostrada nas fotografias.

Tabela 3 – Características geométricas da laje para cálculo

b [cm]	h [cm]
100,00	22,90

Tabela 4 – Características geométricas dos pilares

C1 [m]	C2 [m]
0,30	0,30

Conforme foi exemplificado nos modelos de cálculo das duas normas em questão, o dimensionamento para o efeito de punção possui 3 tipos de pilares: internos, de borda e de canto. Na laje em que houve a ruptura, todos os pilares são internos, obedecendo assim o perímetro crítico de $2d$ da face do pilar.

A Figura 26 exhibe o layout do pavimento que rompeu, com as dimensões de cada laje e mostrando onde houve a ruptura. Segundo Wood (2002), o pilar onde houve o efeito de punção primeiramente foi o pilar I2, portanto, o mais crítico.

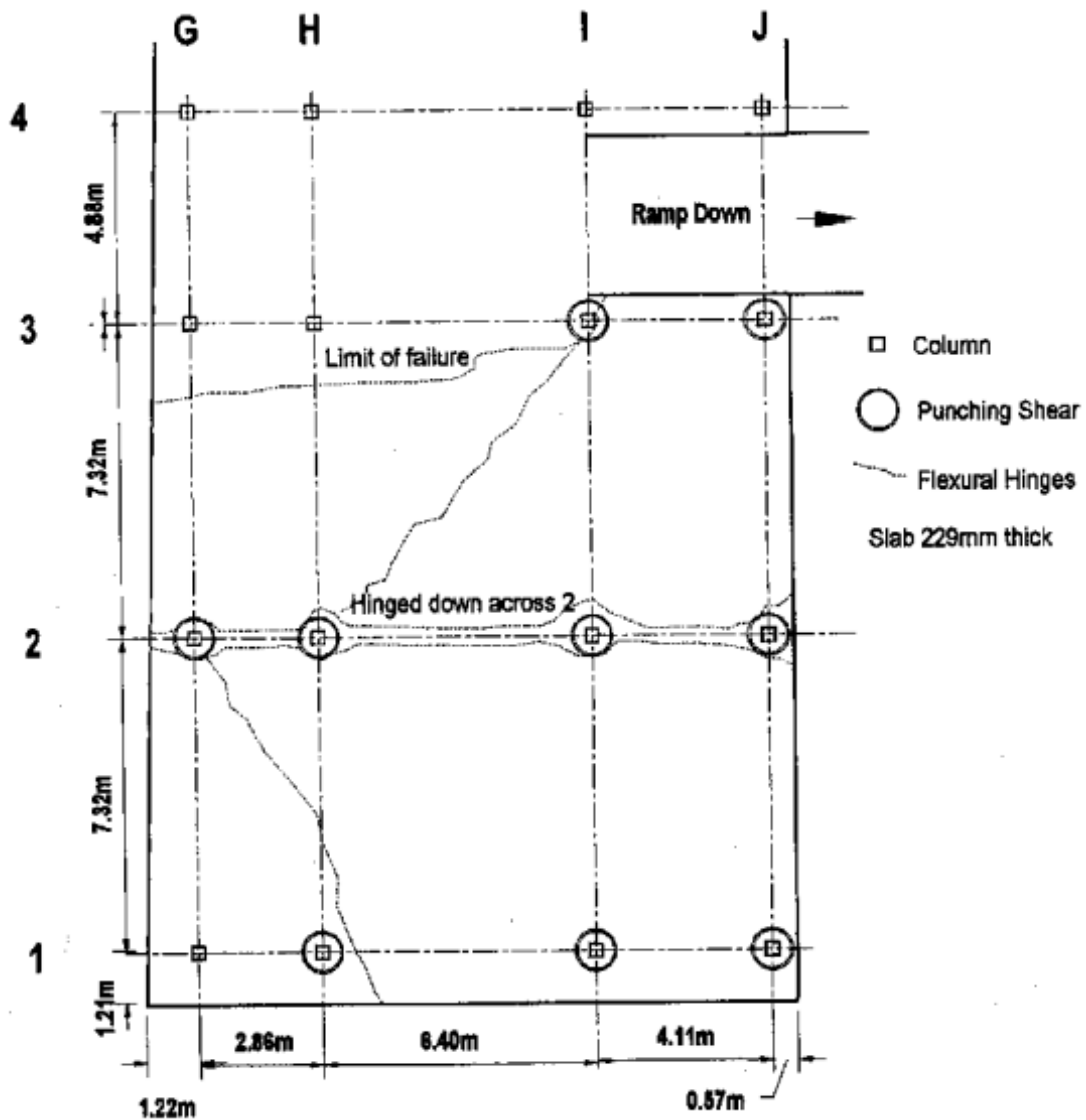


Figura 26 – Layout do pavimento do quarto andar (Wood, 2002, p. 31)

Para começar a fazer os cálculos de verificações ao efeito de punção é necessário calcular qual é o perímetro crítico e multiplicá-lo pela altura útil da laje, na Tabela 5 estão detalhados os cálculos para achar esse valor. Conforme falado no item 3 dos modelos de cálculo, a altura útil é medida a partir da média entre a altura na direção x e a altura na direção y . As fórmulas para achar essas duas alturas são as seguintes:

CAPÍTULO 4

$$dx = h - c - 0,5 \quad (4.1)$$

$$dy = h - c - 1,0 \quad (4.2)$$

O valor de u foi achado somando duas vezes o espaço $2d$, mais a largura da seção do pilar e multiplicado por π para achar o perímetro de controle.

O valor de uxd é a área da superfície de controle em torno do pilar, utilizada para calcular a tensão solicitante dos pilares.

Tabela 5 – Cálculo da altura útil e do perímetro crítico

d [cm]	dx [cm]	dy [cm]	2d [cm]	ϕ [cm]	u [cm]	uxd [cm ²]	uxd [m ²]
19,15	19,40	18,90	38,30	106,60	334,89	6413,22	0,64

A NBR 6118 e o Eurocódigo 2 têm muitos fatores semelhantes para a verificação da punção. Esses valores estão na Tabela 6.

O s_r é o espaçamento radial entre as armaduras de punção, podendo chegar até no máximo $0,75d$ (altura útil da laje). O valor máximo exato é de 14,36 cm, porém como essa precisão não é necessária, o valor de s_r foi adotado como 10 cm. A quantidade de estribos para a armadura de punção é a divisão entre $2d$ e s_r , totalizando 3,83 barras por face, sendo arredondado para 4 estribos por face tem-se 16 estribos no total.

A tensão normal do concreto na seção crítica (σ_{cp}) foi adotada como zero, pois como esse valor está adicionado na parcela da resistência à punção, se essa tensão for zero, a resistência à punção será um valor menor, portanto, a favor da segurança.

O ângulo α é o ângulo entre a armadura de punção e a laje, como a armadura está posicionada na vertical o ângulo é 90° , e o seno de 90° igual a 1,0.

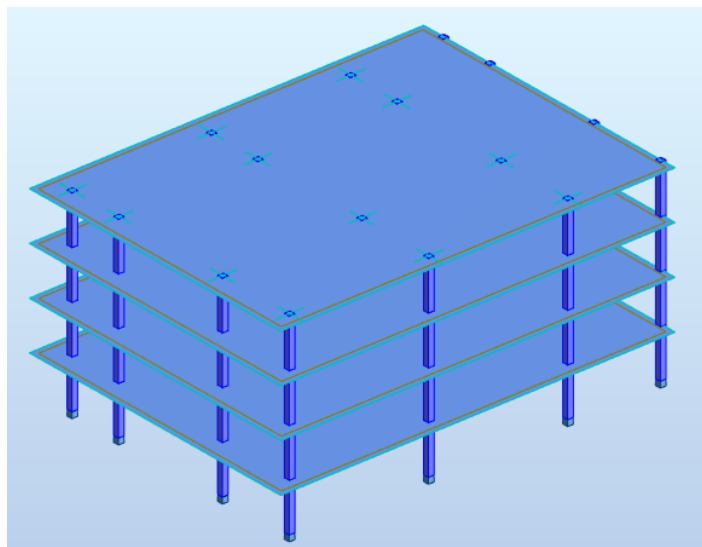
Tabela 6 – Dados para verificação à punção

σ_{cp}	s_r [cm]	n	α	$\sin \alpha$
0,00	10,00	4	90°	1,0

4.1 ESFORÇOS SOLICITANTES

Para o cálculo dos momentos foi modelado o edifício Pipers Row no programa Robot Structural Analysis a partir das dimensões obtidas do estudo do Wood (2002).

Figura 27 – Edifício do estacionamento Pipers Row modelado no Robot Structural Analysis



Elaborado pela própria autora

4.1.1 NBR 6118/2014

Para o cálculo dos esforços solicitantes na laje do quarto andar foi feita a Combinação 2 no *Robot Structural Analysis* que obedece aos coeficientes de ponderação da norma brasileira que estão no item 4.2 deste trabalho.

Deste software foram retirados os seguintes dados para uso nos cálculos:

- Momentos de cálculo, atuantes na laje;
- Momentos de cálculo, atuantes na laje em torno dos pilares através do recurso *panel cuts* do *Robot*;
- Esforços cortantes de cálculo, atuantes no topo dos pilares.

Para achar os valores dos momentos atuantes na laje, foi utilizado a área da armadura de punção como referência, pois essas barras em formato de cruz mostram onde ficarão as armaduras de punção, e com isso, os momentos atuantes fora dessa área devem ser absorvidos pelas armaduras da laje.

CAPÍTULO 4

Valores dos momentos na laje retirados do programa *Robot Structural Analysis*:

M_{x+} (top reinforcement) = 64 kN.m/m (Maior momento depois da região dos *panel cuts*)

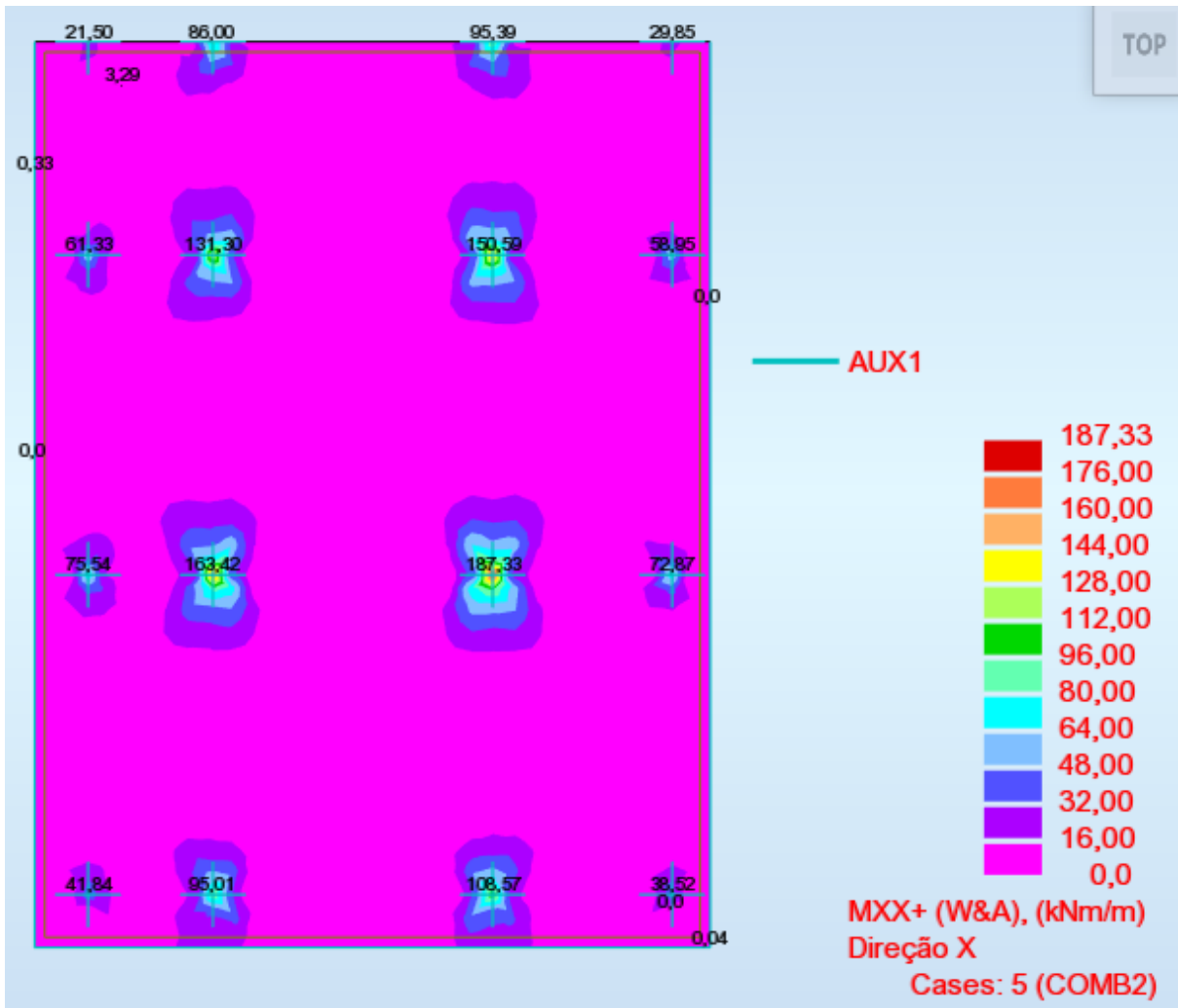


Figura 28 – Mapa dos Momentos atuantes na direção x superior

Mx- (bottom reinforcement) = 41,92 kN.m/m

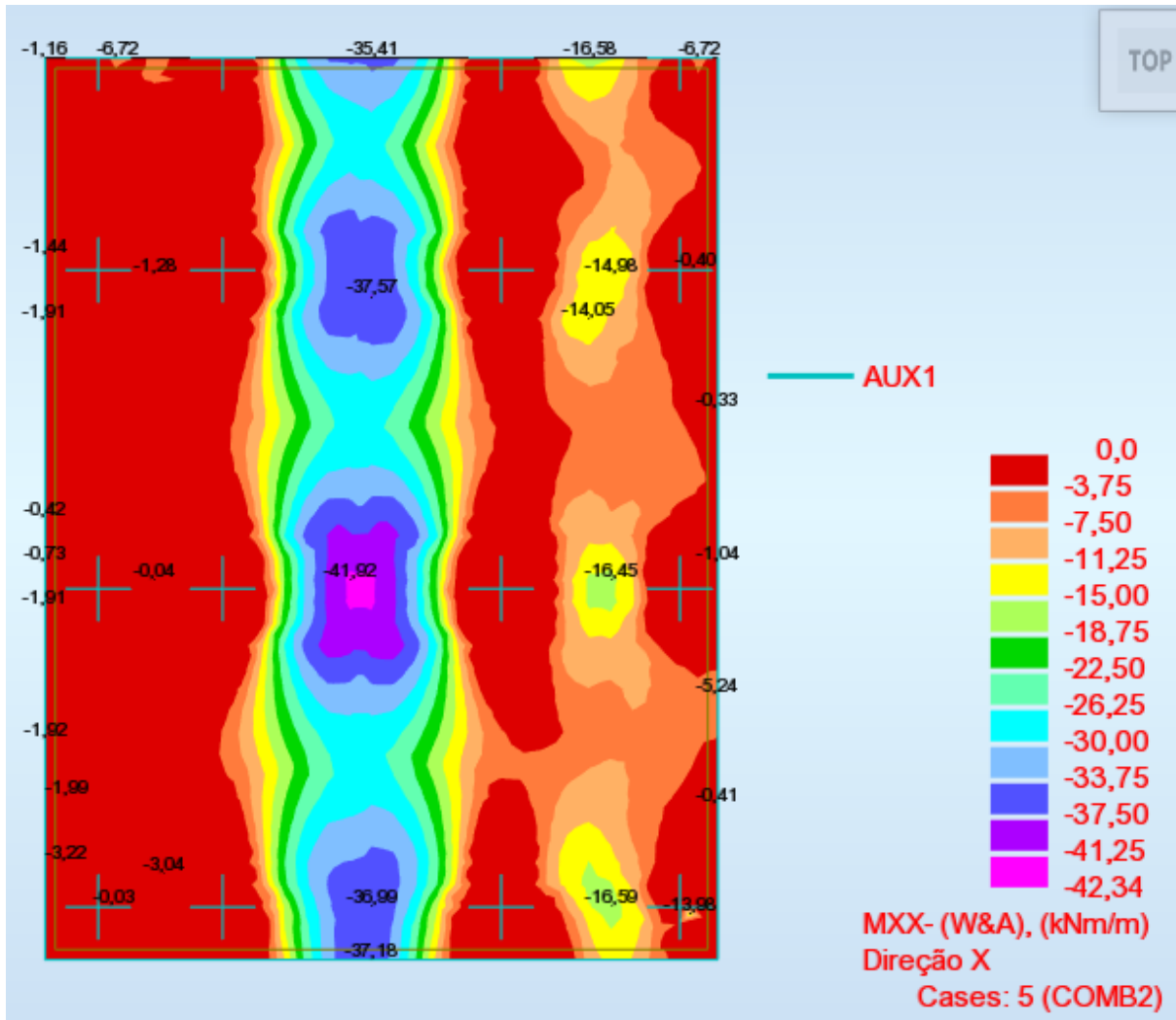


Figura 29 – Mapa dos momentos atuantes na direção x inferior

CAPÍTULO 4

M_{y+} (top reinforcement) = 68 kN.m/m (Maior momento depois da região dos *panel cuts*)

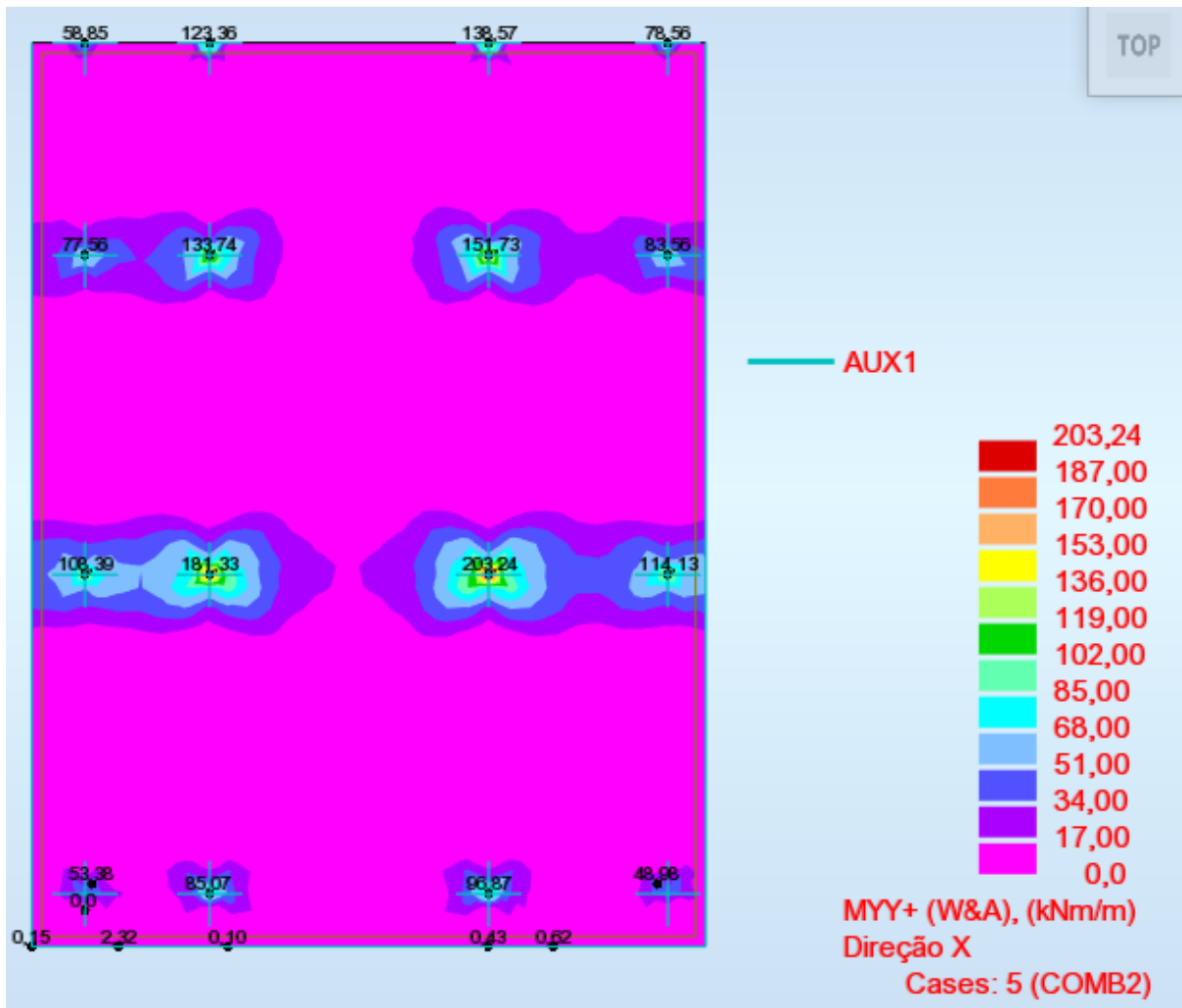


Figura 30 – Mapa dos momentos atuantes na direção y superior

My- (bottom reinforcement) = 45,11 kN.m/m

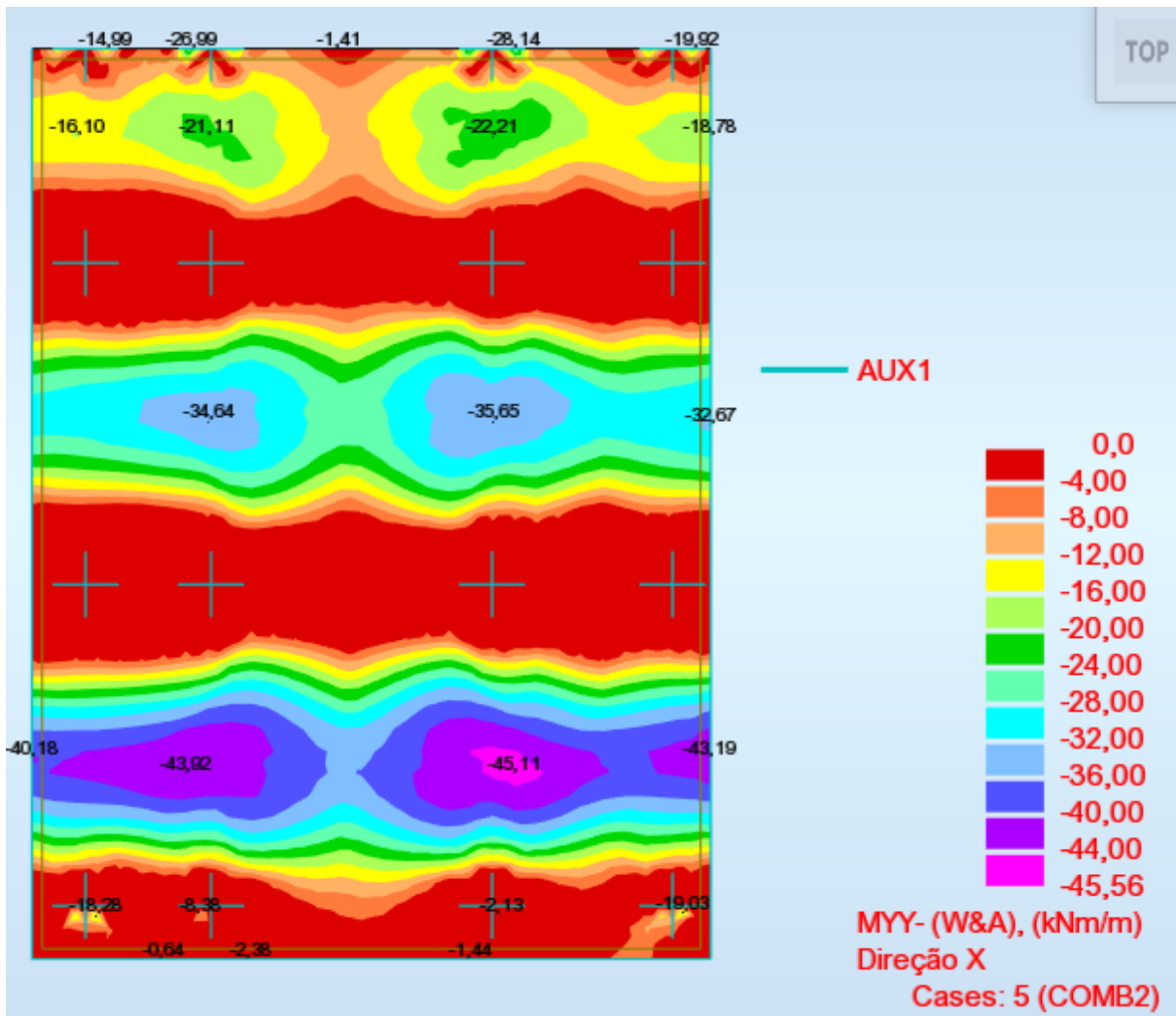


Figura 31 – Mapa dos momentos atuantes na laje na direção Y inferior

Tabela 7 – Tabela resumo dos momentos de cálculo, atuantes na laje

Mx+ [kN.m/m]	Mx- [kN.m/m]	My+ [kN.m/m]	My- [kN.m/m]
64,00	41,92	68,00	45,11

Tabela 8 – Integrais retiradas pela ferramenta do “*panel cuts*” no *Robot*

	Mxx integral [kN.m ²]	Myy integral [kN.m ²]
G1	19,71	18,42
G2	37,73	83,92
G3	29,51	52,11
G4	10,61	11,01
H1	53,43	40,12
H2	90,03	119,82
H3	70,85	80,82
H4	48,74	21,93
I1	62,15	46,87
I2	104,44	130,93
I3	82,50	89,38
I4	58,20	26,24
J1	14,66	19,07
J2	32,00	86,43
J3	24,15	55,35
J4	7,43	13,07

Para achar o valor dos momentos atuantes foi necessário dividir as integrais (Tabela 8) pelo valor de 1,50 metros que é a região onde ficará a armadura de punção. Na Tabela 9 estão os momentos solicitantes na laje em torno dos pilares.

Os esforços cortantes atuantes no topo dos pilares (Tabela 10) são usados para o cálculo da tensão de punçoamento, sendo eles o valor do numerador na equação 3.1 do capítulo 3.

Tabela 9 – Momentos solicitantes de cálculo

	Med,x [kN.m]	Med,y [kN.m]
G1	13,14	12,28
G2	25,15	55,95
G3	19,67	34,74
G4	7,07	7,34
H1	35,62	26,75
H2	60,02	79,88
H3	47,23	53,88
H4	32,49	14,62
I1	41,43	31,25
I2	69,63	87,29
I3	55,00	59,59
I4	38,80	17,49
J1	9,77	12,71
J2	21,33	57,62
J3	16,10	36,90
J4	4,95	8,71

Tabela 10 – Esforços cortantes de cálculo, atuantes no topo dos pilares

	Fx [kN]
G1	124,78
G2	236,53
G3	189,26
G4	48,13
H1	272,74
H2	474,98
H3	383,89
H4	125,27
I1	313,6
I2	549,5
I3	443,58
I4	143,22
J1	138,04
J2	256,74
J3	205,22
J4	55,55

CAPÍTULO 4

4.1.2 NP EN 1992-1-1/2010

Para o cálculo dos esforços solicitantes na laje do quarto andar foi feita a Combinação 1 no *Robot Structural Analysis* que obedece aos coeficientes de ponderação da norma europeia que estão no item 4.3 deste trabalho.

Deste software foram retirados os seguintes dados para uso nos cálculos:

- Momentos de cálculo, atuantes na laje;
- Momentos de cálculo, atuantes na laje em torno dos pilares através do recurso *panel cuts* do *Robot*;
- Momentos de cálculo, atuantes no topo dos pilares (para o cálculo de β);
- Esforços cortantes de cálculo, atuantes no topo dos pilares.

Para achar os valores dos momentos atuantes na laje, foi utilizado a área da armadura de punção como referência, pois essas barras em formato de cruz mostram onde ficarão as armaduras de punção, e com isso, os momentos atuantes fora dessa área devem ser absorvidos pelas armaduras da laje.

Valores dos momentos na laje retirados do programa *Robot Structural Analysis*:

$M_x + (\text{top reinforcement}) = 64,00 \text{ kN.m/m}$ (Maior momento depois da região dos *panel cuts*)

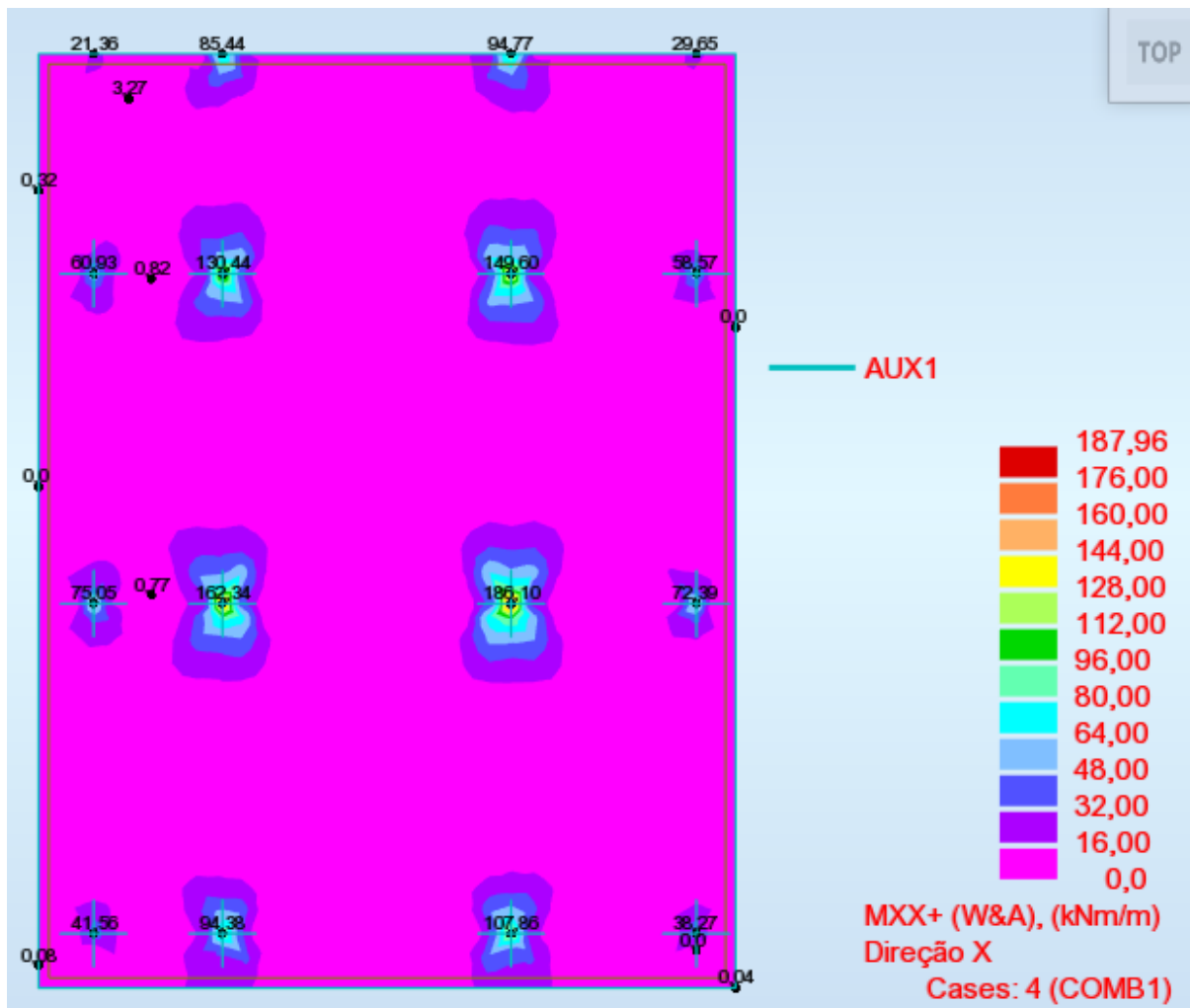


Figura 32 – Mapa dos momentos atuantes de cálculo na laje na direção X, superior

CAPÍTULO 4

M_x - (bottom reinforcement) = 41,65 kN.m/m

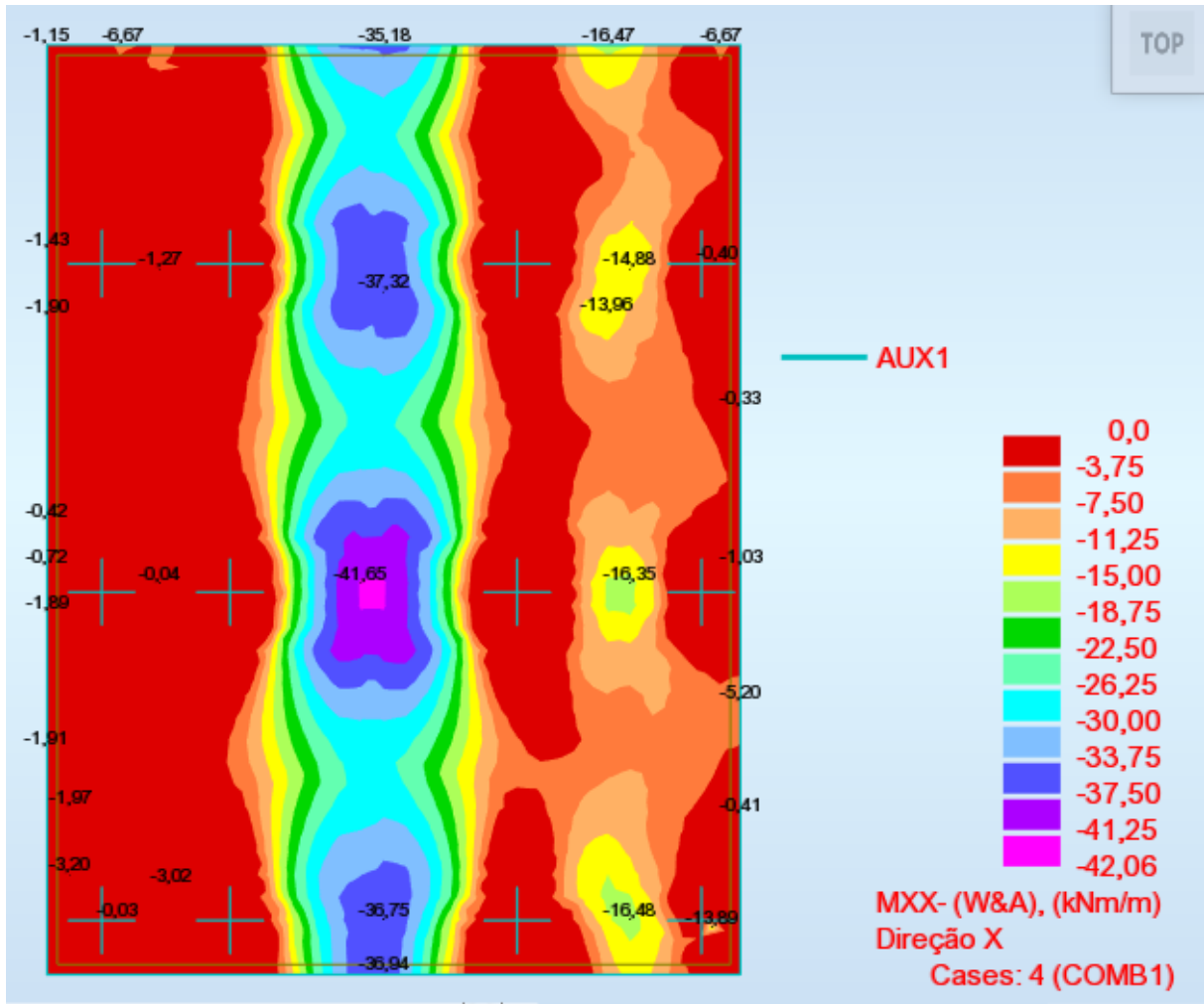


Figura 33 – Mapa dos momentos atuantes de cálculo na laje na direção X, inferior

M_{y+} (top reinforcement) = 68,00 kN.m/m (Maior momento depois da região dos panel cuts)

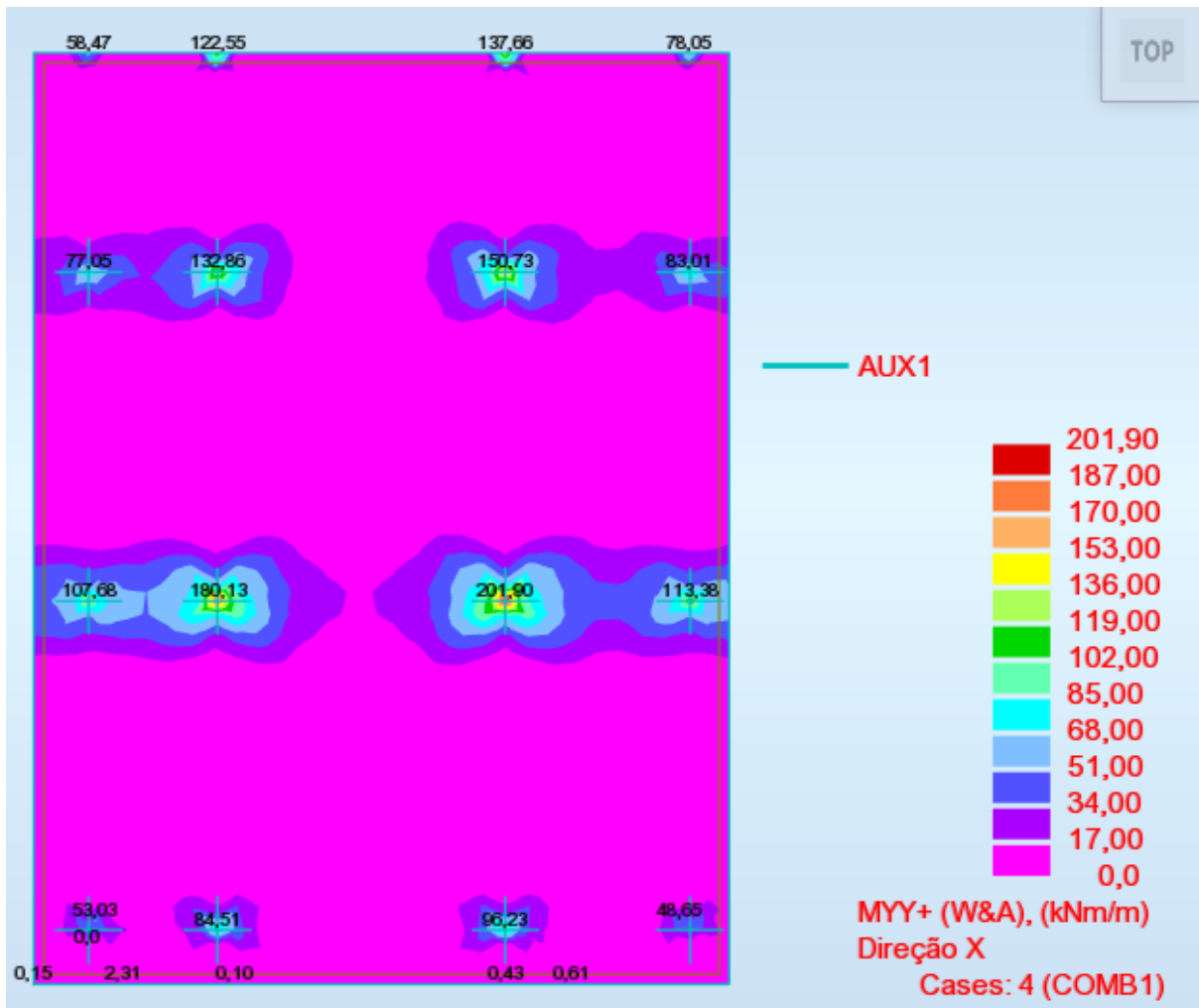


Figura 34 – Mapa dos momentos atuantes de cálculo na laje na direção Y, superior

CAPÍTULO 4

My- (bottom reinforcement) = 44,82 kN.m/m

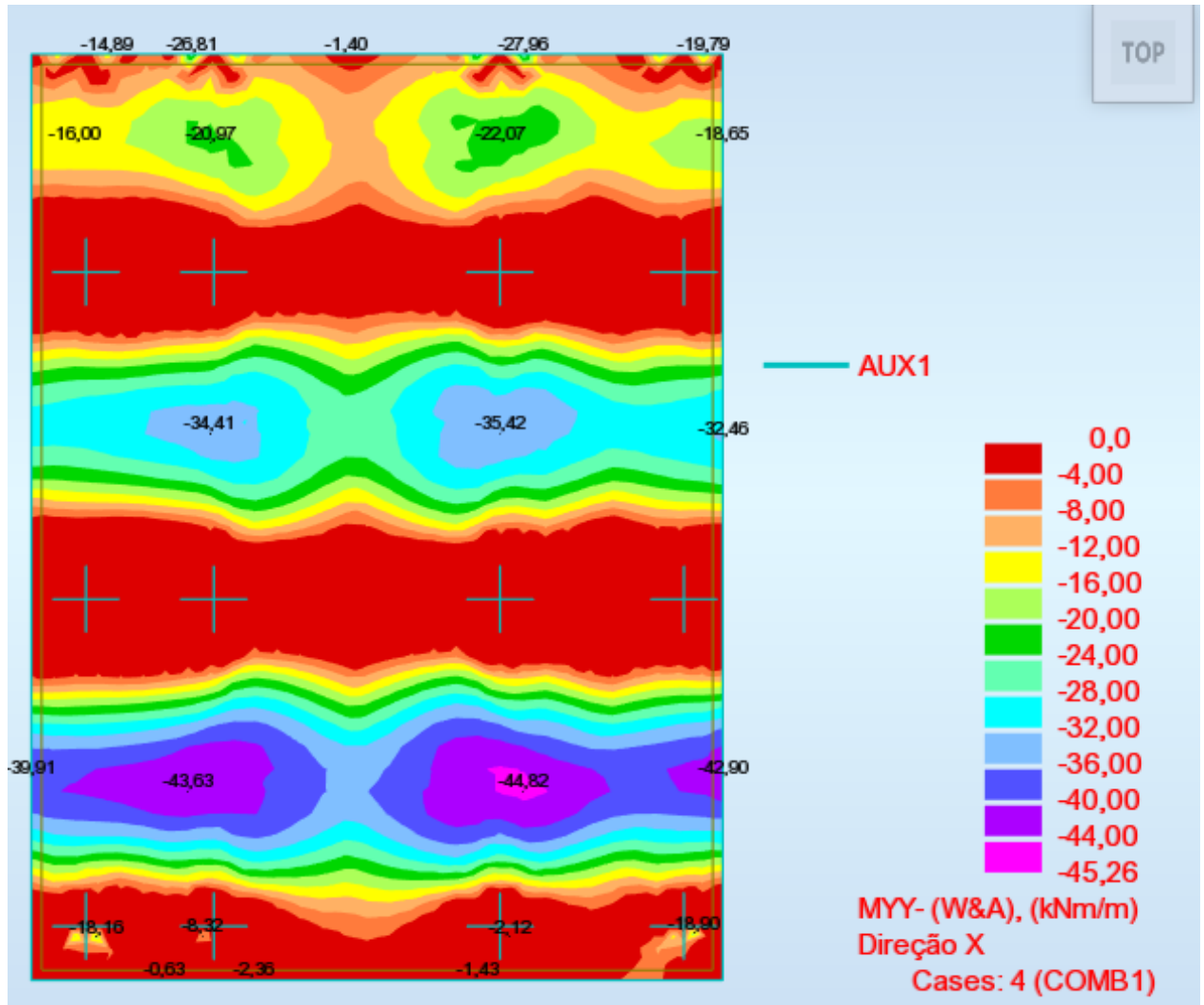


Figura 35 – Mapa dos momentos atuantes de cálculo na laje na direção Y, inferior

Tabela 11 – Tabela resumo dos momentos de cálculo, atuantes na laje

Mx+ [kN.m/m]	Mx- [kN.m/m]	My+ [kN.m/m]	My- [kN.m/m]
64,00	41,65	68,00	44,82

Tabela 12 – Integrais retiradas pela ferramenta do “panel cuts” no Robot

	Mxx integral [kN.m ²]	Myy integral [kN.m ²]
G1	19,58	18,29
G2	37,48	83,36
G3	29,32	51,76
G4	10,54	10,94
H1	53,08	39,85
H2	89,49	119,03
H3	70,38	80,29
H4	48,42	21,79
I1	61,74	46,56
I2	103,75	130,07
I3	81,96	88,79
I4	57,82	26,06
J1	14,56	18,95
J2	31,78	85,86
J3	23,99	54,99
J4	7,39	12,99

Para achar o valor dos momentos atuantes foi necessário dividir as integrais (Tabela 12) pelo valor de 1,50 metros que é a região onde ficará a armadura de punção. Na Tabela 13 estão os momentos solicitantes na laje em torno dos pilares.

Tabela 13 – Momentos solicitantes de cálculo

	Med,x [kN.m]	Med,y [kN.m]
G1	13,05	12,19
G2	24,99	55,57
G3	19,55	34,51
G4	7,03	7,29
H1	35,39	26,57
H2	59,66	79,35
H3	46,92	53,53
H4	32,28	14,53
I1	41,16	31,04
I2	69,17	86,71
I3	54,64	59,19
I4	38,55	17,37
J1	9,71	12,63
J2	21,19	57,24
J3	15,99	36,66
J4	4,93	8,66

CAPÍTULO 4

Os momentos atuantes no topo dos pilares que estão na Tabela 14 são usados para o cálculo do valor de β que é usado somente na norma europeia para o cálculo da tensão de punção, conforme na equação 3.15 do capítulo 3.

Tabela 14 – Momentos atuantes de cálculo no topo dos pilares

	My [kN.m]	Mz [kN.m]
G1	-6,86	-54,93
G2	-16,24	8,68
G3	-11,85	19,31
G4	-2,5	20,71
H1	-33,11	-63,19
H2	-45,53	8,61
H3	-38,51	24,15
H4	-19,72	35,67
I1	23,51	-66,58
I2	31,01	8,82
I3	26,29	26,01
I4	14,07	40,03
J1	16,53	-55,41
J2	30,6	8,49
J3	23,29	20,17
J4	8,2	20,62

Os esforços cortantes atuantes no topo dos pilares (Tabela 15) são usados para o cálculo da tensão de punção, sendo eles o valor do numerador na equação 3.15 do capítulo 3.

Essas mesmas forças cortantes também são utilizadas para o cálculo de β , conforme na equação 3.16 no capítulo 3.

Tabela 15 – Esforços cortantes atuantes de cálculo, no topo dos pilares

	Fx [kN]
G1	123,96
G2	234,97
G3	188,01
G4	47,81
H1	270,94
H2	471,85
H3	381,36
H4	124,44
I1	311,53
I2	545,88
I3	440,66
I4	142,28
J1	137,13
J2	255,04
J3	203,86
J4	55,18

4.2 NBR 6118/2014

O cálculo para achar a carga atuante na laje é feito usando os coeficientes de ponderação da NBR 6118/2014 que são:

- $\gamma_g = 1,4$ (Coeficiente de ponderação para cargas permanentes);
- $\gamma_q = 1,4$ (Coeficiente de ponderação para cargas variáveis).

Já para fazer o cálculo para achar a resistência de cálculo do concreto e do aço é feito usando os coeficientes de ponderação seguintes:

- $\gamma_c = 1,4$ (Coeficiente de ponderação para materiais de concreto);
- $\gamma_s = 1,15$ (Coeficiente de ponderação para materiais de aço).

A Tabela 16 mostra os valores usados para achar o valor da carga total atuante (p). A partir da seguinte fórmula:

$$p = \gamma_g \cdot (Gk1 + Gk2) + \gamma_q \cdot Qk \quad (4.3)$$

O valor de $Gk2 = 0,81 \text{ kN/m}^2$ foi retirado do estudo feito por Wood (2002) que se trata da carga do revestimento utilizado no piso do estacionamento na cobertura.

CAPÍTULO 4

Tabela 16 – Cargas, conforme a norma brasileira 6118

p [kN/m ²]	Gk1 [kN/m ²]	Gk2 [kN/m ²]	Gk [kN/m ²]	Qk [kN/m ²]
12,51	5,73	0,81	6,54	2,40

A resistência característica do aço (f_{yk}) foi adotada como 500 MPa conforme está na tabela seguinte com o seu respectivo valor de cálculo após fazer a devida ponderação. Assim também como a resistência característica do concreto de 20,5 MPa retirada do estudo do Wood (2002).

Tabela 17 – Características de resistência do concreto e do aço

fck [Mpa]	fcd [Mpa]	fcd [kN/cm ²]	f _{yk} [Mpa]	f _{yd} [kPa]
20,50	14,64	1,46	500,00	434782,61

Na Tabela 18 estão todos os cálculos necessários para achar as armaduras das lajes da cobertura. As fórmulas são as seguintes:

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right] \quad (4.4)$$

$$A_s = \frac{Md}{f_{yd}(d - 0,4x)} \quad (4.5)$$

Onde:

- X é a posição da linha neutra;
- d é a altura útil da laje;
- b é adotado como padrão para o cálculo de lajes 100 cm;
- fcd é a resistência de cálculo do concreto;
- f_{yd} é a resistência de cálculo do aço;

Md é o momento de cálculo atuante, valores na

- Tabela 7.

Tabela 18 – Armaduras da laje

	x [cm]	As [cm ²]	Armaduras	As,ef [cm ²]
Mx+	3,92	8,37	φ12,5 c/ 10	12,27
Mx-	2,48	5,31	φ10 c/ 10	7,85
My+	4,19	8,95	φ12,5 c/ 10	12,27
My-	2,69	5,74	φ10 c/ 10	7,85

Na Tabela 19 estão feitos os cálculos das taxas de armadura nas lajes. Para a verificação do efeito de punção a taxa de aço utilizada foi a do apoio de 0,34%, pois é a menor, portanto, a mais crítica.

Tabela 19 – Cálculo da taxa de armadura

	Meio do vão [cm ²]	Apoio [cm] ²
Armadura de tração	12,27	7,85
Área de concreto	2290,00	2290,00
ρ (taxa de armadura)	0,54%	0,34%

Para usar o valor da resistência de cálculo da armadura de punção (f_{ywd}) foi feita uma interpolação, pois a altura da laje é 22,9 cm, sendo que f_{ywd} é igual a 250 MPa quando a espessura da laje é menor do que 15 cm e igual a 435 MPa quando for maior do que 35 cm. O resultado desta interpolação para achar f_{ywd} está na

Tabela 20.

O valor de α_v é o resultado da seguinte fórmula:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (4.6)$$

Tabela 20 - Dados para verificação à punção

α_v	f_{ywd} [Mpa]
0,92	323

Para o cálculo das armaduras de punção foram usadas as mesmas fórmulas usadas anteriormente no cálculo das armaduras na laje. Os resultados estão a seguir:

CAPÍTULO 4

Tabela 21 – Armaduras de punção na direção x

	x [cm]	As,x [cm ²]	Armaduras
G1	0,70	1,60	φ5 c/ 10
G2	1,36	3,11	φ10 c/ 10
G3	1,05	2,42	φ8 c/ 10
G4	0,37	0,86	φ5 c/ 10
H1	1,95	4,46	φ8 c/ 10
H2	3,39	7,76	φ12,5 c/ 10
H3	2,62	6,00	φ10 c/ 10
H4	1,77	4,05	φ8 c/ 10
I1	2,28	5,23	φ10 c/ 10
I2	3,98	9,12	φ12,5 c/ 10
I3	3,08	7,06	φ10 c/ 10
I4	2,13	4,88	φ8 c/ 10
J1	0,52	1,19	φ5 c/ 10
J2	1,15	2,63	φ10 c/ 10
J3	0,86	1,97	φ8 c/ 10
J4	0,26	0,60	φ5 c/ 10

Tabela 22 – Armaduras de punção na direção y

	x [cm]	As,y [cm ²]	Armaduras
G1	0,65	1,50	φ5 c/ 10
G2	3,14	7,19	φ10 c/ 10
G3	1,90	4,34	φ8 c/ 10
G4	0,39	0,89	φ5 c/ 10
H1	1,45	3,31	φ8 c/ 10
H2	4,64	10,62	φ12,5 c/ 10
H3	3,02	6,91	φ10 c/ 10
H4	0,78	1,78	φ8 c/ 10
I1	1,70	3,89	φ10 c/ 10
I2	5,13	11,74	φ12,5 c/ 10
I3	3,36	7,70	φ10 c/ 10
I4	0,94	2,14	φ8 c/ 10
J1	0,68	1,55	φ5 c/ 10
J2	3,24	7,42	φ10 c/ 10
J3	2,02	4,63	φ8 c/ 10
J4	0,46	1,06	φ5 c/ 10

No cálculo das armaduras contra o efeito de punção a armadura em torno do pilar foi igualada na direção x e y para facilitar nos cálculos seguintes.

Após ter feito todos os cálculos anteriores é possível fazer a verificação do efeito de punção nas lajes do pavimento do quarto andar do estacionamento.

Os resultados de todas as resistências foram feitos conforme o modelo de cálculo elaborado no item 3.1.

Os valores em vermelho foram os que não passaram na verificação de punção, tendo reprovado somente na verificação sem armadura, nos pilares H2, I2 e I3.

Todos os pilares passaram na verificação ao efeito de punção com a as armaduras de punção.

Tabela 23 – Verificação do efeito à punção, conforme a NBR 6118/2014

Pilar	Tipo de pilar	Fsd [kN]	Asw [cm ² /m]	τ_{sd} [MPa]	τ_{rd1} [MPa]	τ_{rd2} [MPa]	τ_{rd3} [MPa]
G1	Interno	124,78	1,96	0,19	0,62	3,63	0,90
G2	Interno	236,53	7,85	0,37	0,62	3,63	1,75
G3	Interno	189,26	5,03	0,30	0,62	3,63	1,34
G4	Interno	48,13	1,96	0,08	0,62	3,63	0,90
H1	Interno	272,74	5,03	0,43	0,62	3,63	1,34
H2	Interno	474,98	12,27	0,74	0,62	3,63	2,39
H3	Interno	383,89	7,85	0,60	0,62	3,63	1,75
H4	Interno	125,27	5,03	0,20	0,62	3,63	1,34
I1	Interno	313,6	7,85	0,49	0,62	3,63	1,75
I2	Interno	549,5	12,27	0,86	0,62	3,63	2,39
I3	Interno	443,58	7,85	0,69	0,62	3,63	1,75
I4	Interno	143,22	5,03	0,22	0,62	3,63	1,34
J1	Interno	138,04	1,96	0,22	0,62	3,63	0,90
J2	Interno	256,74	7,85	0,40	0,62	3,63	1,75
J3	Interno	205,22	5,03	0,32	0,62	3,63	1,34
J4	Interno	55,55	1,96	0,09	0,62	3,63	0,90

4.3 NP EN 1992-1-1/2010

O cálculo para achar a carga atuante na laje é feito usando os coeficientes de ponderação do Eurocódigo 2 que são:

- $\gamma_g = 1,35$ (Coeficiente de ponderação para cargas permanentes);
- $\gamma_q = 1,5$ (Coeficiente de ponderação para cargas variáveis).

Já para fazer o cálculo para achar a resistência de cálculo do concreto e do aço é feito usando os coeficientes de ponderação seguintes:

- $\gamma_c = 1,5$ (Coeficiente de ponderação para materiais de concreto);

CAPÍTULO 4

- $\gamma_s = 1,15$ (Coeficiente de ponderação para materiais de aço).

A Tabela 24 mostra os valores usados para achar o valor da carga total atuante. A partir da seguinte fórmula:

$$p = \gamma_g \cdot (Gk1 + Gk2) + \gamma_q \cdot Qk \quad (4.7)$$

O valor de $Gk2 = 0,81 \text{ kN/m}^2$ foi retirado do estudo feito por Wood (2002) que se trata da carga do revestimento utilizado no piso do estacionamento na cobertura.

Tabela 24 – Cargas, conforme o eurocódigo 2

p [kN/m ²]	Gk1 [kN/m ²]	Gk2 [kN/m ²]	Gk [kN/m ²]	Qk [kN/m ²]
12,42	5,73	0,81	6,54	2,40

As resistências características do aço e do concreto são as mesmas usadas para a NBR 6118 que foram retiradas do Wood (2002). Na Tabela 25 estão as resistências de cálculo.

Tabela 25 – Características de resistência do concreto e do aço

fck [Mpa]	fcd [Mpa]	fcd [kN/cm ²]	fyk [Mpa]	fyd [kPa]
20,50	13,67	1,37	500,00	434782,61

Na Tabela 26 estão todos os cálculos necessários para achar as armaduras das lajes da cobertura. As fórmulas são as seguintes:

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right] \quad (4.8)$$

$$As = \frac{Md}{fyd(d - 0,4x)} \quad (4.9)$$

Onde:

- X é a posição da linha neutra;
- d é a altura útil da laje;
- b é adotado como padrão para o cálculo de lajes 100 cm;
- fcd é a resistência de cálculo do concreto;
- fyd é a resistência de cálculo do aço;

- Md é o momento de cálculo atuante, valores dos momentos na Tabela 11.

Tabela 26 – Armaduras da laje

	x [cm]	As [cm ²]	Armadura	As,ef [cm ²]
Mx+	3,92	8,37	φ12,5 c/ 10	12,27 cm ²
Mx-	2,47	5,27	φ10 c/ 10	7,85 cm ²
My+	4,19	8,95	φ12,5 c/ 10	12,27 cm ²
My-	2,67	5,70	φ10 c/ 10	7,85 cm ²

Na Tabela 27 estão feitos os cálculos das taxas de armadura nas lajes. Para a verificação do efeito de punção a taxa de aço utilizada é igual à da norma brasileira, pois a área de aço calculada é parecida com a norma europeia, essa taxa foi a do apoio que é 0,34%. Esse valor foi escolhido pois é o menor, portanto, o mais crítico.

Tabela 27 – Cálculo da taxa de armadura

	Meio do vão [cm ²]	Apoio [cm] ²
Armadura de tração	12,27	7,85
Área de concreto	2290,00	2290,00
ρ (taxa de armadura)	0,54%	0,34%

Para achar o valor de β a ser usado no cálculo de Ved foi feita a verificação do efeito de punção usando o valor simplificado de β (1,15) e fazendo o cálculo conforme a fórmula a seguir retirada do modelo de cálculo da norma NP EN 1992-1-1:

$$\beta = 1 + 1,8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \quad (4.10)$$

Sendo:

- ey e ez excentricidades Med/Ved segundo os eixos y e z, respectivamente;
- by e bz dimensões do perímetro de controle.

Para achar as excentricidades foram divididos os valores dos momentos que estão na Tabela 14 pelos esforços cortantes na Tabela 15.

CAPÍTULO 4

Tabela 28 – Excentricidades segundo os eixos y e z

	ey [cm]	ez [kN.m]
G1	-5,53	-44,31
G2	-6,91	3,69
G3	-6,30	10,27
G4	-5,23	43,32
H1	-12,22	-23,32
H2	-9,65	1,82
H3	-10,10	6,33
H4	-15,85	28,66
I1	7,55	-21,37
I2	5,68	1,62
I3	5,97	5,90
I4	9,89	28,13
J1	12,05	-40,41
J2	12,00	3,33
J3	11,42	9,89
J4	14,86	37,37

Os valores de b_y e b_z são as dimensões dos pilares que são iguais à 30 cm.

Após esses cálculos é possível obter os valores de β para cada pilar. A seguir estão esses valores:

Tabela 29 – Valores de β

	β
G1	3,68
G2	1,47
G3	1,72
G4	3,62
H1	2,58
H2	1,59
H3	1,72
H4	2,97
I1	2,36
I2	1,35
I3	1,50
I4	2,79
J1	3,53
J2	1,75
J3	1,91
J4	3,41

Na Tabela 33 está a verificação com o valor simplificado de β e na Tabela 34 com o valor calculado de β .

O coeficiente k é o resultado da seguinte fórmula:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, d \text{ em mm} \quad (4.11)$$

O valor de ν é igual a:

$$\nu = 1 - \frac{fck}{250} \quad (4.12)$$

O valor de $C_{Rd,c}$ recomendado é:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \quad (4.13)$$

O cálculo da tensão efetiva de cedência das armaduras de punçoamento é dada pela seguinte equação:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \leq f_{ywd} \text{ [MPa]} \quad (4.14)$$

Tabela 30 – Dados para a verificação do efeito de punção na laje no Eurocódigo 2

k	ν	$C_{rd,c}$	$f_{ywd,ef}$
2,00	0,55	0,12	250,05

Para o cálculo das armaduras de punção foram usadas as mesmas fórmulas usadas anteriormente no cálculo das armaduras na laje. Os resultados estão a seguir:

CAPÍTULO 4

Tabela 31 – Armaduras de punção na direção x

	x [cm]	As,x [cm ²]	Armaduras
G1	0,75	1,59	φ8 c/ 10
G2	1,45	3,09	φ10 c/ 10
G3	1,12	2,40	φ8 c/ 10
G4	0,40	0,85	φ5 c/ 10
H1	2,08	4,44	φ10 c/ 10
H2	3,63	7,75	φ12,5 c/ 10
H3	2,80	5,99	φ10 c/ 10
H4	1,89	4,04	φ8 c/ 10
I1	2,44	5,21	φ10 c/ 10
I2	4,27	9,12	φ12,5 c/ 10
I3	3,30	7,05	φ10 c/ 10
I4	2,27	4,86	φ8 c/ 10
J1	0,55	1,18	φ8 c/ 10
J2	1,22	2,61	φ10 c/ 10
J3	0,92	1,96	φ8 c/ 10
J4	0,28	0,60	φ5 c/ 10

Tabela 32 – Armaduras de punção na direção y

	x [cm]	As,y [cm ²]	Armaduras
G1	0,70	1,49	φ8 c/ 10
G2	3,36	7,18	φ10 c/ 10
G3	2,02	4,33	φ8 c/ 10
G4	0,41	0,88	φ5 c/ 10
H1	1,54	3,30	φ10 c/ 10
H2	4,98	10,64	φ12,5 c/ 10
H3	3,22	6,89	φ10 c/ 10
H4	0,83	1,78	φ8 c/ 10
I1	1,81	3,87	φ10 c/ 10
I2	5,51	11,77	φ12,5 c/ 10
I3	3,60	7,69	φ10 c/ 10
I4	1,00	2,13	φ8 c/ 10
J1	0,72	1,54	φ8 c/ 10
J2	3,47	7,41	φ10 c/ 10
J3	2,16	4,61	φ8 c/ 10
J4	0,49	1,05	φ5 c/ 10

No cálculo das armaduras contra o efeito de punção a armadura em torno do pilar foi igualada na direção x e y para facilitar nos cálculos seguintes.

Após ter feito todos os cálculos anteriores é possível fazer a verificação do efeito de punção nas lajes do pavimento do quarto andar do estacionamento.

Os resultados de todas as resistências foram feitos conforme o modelo de cálculo elaborado no item 3.2.

Nas tabelas a seguir os valores em vermelho foram os que não passaram na verificação de punção.

Todos os pilares passaram na verificação ao efeito de punção com as armaduras de punção.

CAPÍTULO 4

Tabela 33 – Verificação do efeito de punção, de acordo com a NP EN 1992-1-1/2010 com o valor de β simplificado

Pilar	Tipo de pilar	Fsd [kN]	β	Asw [cm ² /m]	Ved [MPa]	VRd,c [MPa]	A	VRd,máx [MPa]	VRd,cs [MPa]
G1	Interno	123,96	1,15	5,03	0,22	0,56	0,45	3,76	0,98
G2	Interno	234,97	1,15	7,85	0,42	0,56	0,45	3,76	1,30
G3	Interno	188,01	1,15	5,03	0,34	0,56	0,45	3,76	0,98
G4	Interno	47,81	1,15	1,96	0,09	0,56	0,45	3,76	0,64
H1	Interno	270,94	1,15	7,85	0,49	0,56	0,45	3,76	1,30
H2	Interno	471,85	1,15	12,27	0,85	0,56	0,45	3,76	1,80
H3	Interno	381,36	1,15	7,85	0,68	0,56	0,45	3,76	1,30
H4	Interno	124,44	1,15	5,03	0,22	0,56	0,45	3,76	0,98
I1	Interno	311,53	1,15	7,85	0,56	0,56	0,45	3,76	1,30
I2	Interno	545,88	1,15	12,27	0,98	0,56	0,45	3,76	1,80
I3	Interno	440,66	1,15	7,85	0,79	0,56	0,45	3,76	1,30
I4	Interno	142,28	1,15	5,03	0,26	0,56	0,45	3,76	0,98
J1	Interno	137,13	1,15	5,03	0,25	0,56	0,45	3,76	0,98
J2	Interno	255,04	1,15	7,85	0,46	0,56	0,45	3,76	1,30
J3	Interno	203,86	1,15	5,03	0,37	0,56	0,45	3,76	0,98
J4	Interno	55,18	1,15	1,96	0,10	0,56	0,45	3,76	0,64

Tabela 34 – Verificação do efeito de punção, de acordo com a NP EN 1992-1-1/2010 com o valor de β calculado

Pilar	Tipo de pilar	Fsd [kN]	β	Asw [cm ² /m]	Ved [MPa]	VRd,c [MPa]	A	VRd,máx [MPa]	VRd,cs [MPa]
G1	Interno	123,96	3,68	5,03	0,71	0,56	0,45	3,76	0,98
G2	Interno	234,97	1,47	7,85	0,54	0,56	0,45	3,76	1,30
G3	Interno	188,01	1,72	5,03	0,51	0,56	0,45	3,76	0,98
G4	Interno	47,81	3,62	1,96	0,27	0,56	0,45	3,76	0,64
H1	Interno	270,94	2,58	7,85	1,09	0,56	0,45	3,76	1,30
H2	Interno	471,85	1,59	12,27	1,17	0,56	0,45	3,76	1,80
H3	Interno	381,36	1,72	7,85	1,02	0,56	0,45	3,76	1,30
H4	Interno	124,44	2,97	5,03	0,58	0,56	0,45	3,76	0,98
I1	Interno	311,53	2,36	7,85	1,15	0,56	0,45	3,76	1,30
I2	Interno	545,88	1,35	12,27	1,15	0,56	0,45	3,76	1,80
I3	Interno	440,66	1,50	7,85	1,03	0,56	0,45	3,76	1,30
I4	Interno	142,28	2,79	5,03	0,62	0,56	0,45	3,76	0,98
J1	Interno	137,13	3,53	5,03	0,75	0,56	0,45	3,76	0,98
J2	Interno	255,04	1,75	7,85	0,69	0,56	0,45	3,76	1,30
J3	Interno	203,86	1,91	5,03	0,61	0,56	0,45	3,76	0,98
J4	Interno	55,18	3,41	1,96	0,29	0,56	0,45	3,76	0,64

5 CONCLUSÃO

Analisando os resultados do estudo de caso do estacionamento *Pipers Row*, com a norma brasileira, houveram 3 pilares que não passaram na verificação ao efeito de punção sem armadura de punção.

Nas duas verificações feitas a partir da norma europeia, uma com β simplificado (Tabela 33) e outra com o β calculado (Tabela 34), vê-se através dos valores em vermelho que na verificação com o β calculado foram reprovados 8 pilares a mais do que na outra situação. Isso mostra que o β simplificado não é a favor da segurança, pois é um valor aproximado, sendo que com a fórmula é obtido um β para cada pilar, portanto, muito mais seguro e preciso.

No anexo D está a planta de armação da laje do pavimento do quarto andar do estacionamento, e no anexo E os cortes das regiões onde foram colocadas as armaduras de punção nos pilares que reprovarem na verificação sem armadura.

Com base nos resultados conclui-se que as duas normas estão aproximadamente na mesma proporção, mas também se percebe que a norma europeia considera uma maior quantidade de fatores para a segurança da resistência ao punçoamento, do que a norma brasileira.

No perímetro de controle na face do pilar o fator multiplicado na fórmula diminui 0,27 vezes a resistência na norma brasileira, sendo que na norma europeia multiplica por 0,5. Considerando os fatores indicados, presumia-se que haveria uma maior diferença entre os resultados, porém o valor de v é diminuído 0,6 vezes no Eurocódigo, fazendo com que se aproxime mais da norma brasileira.

Quadro 2 – Diferença entre as fórmulas do primeiro perímetro de controle, na face do pilar

NBR 6118/2014	$\tau_{rd2} = 0,27 \times \alpha_v \times f_{cd}$
NP EN 1992-1-1/2010	$v_{Rd,max} = 0,5 \times v \times f_{cd}$

Apesar da maior preocupação da norma brasileira na verificação do efeito de punção na face do pilar, a norma europeia, no segundo perímetro crítico, é mais cautelosa quanto a sua resistência.

CAPÍTULO 5

Quadro 3 - Diferença entre as fórmulas do segundo perímetro de controle

NBR 6118/2014	$\tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp}$
NP EN 1992-1-1/2010	$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}$

Para o terceiro perímetro de controle vê-se claramente pelas duas fórmulas no Quadro 4 que o valor τ_{rd1} na NBR é somado totalmente na equação, enquanto na norma europeia é utilizado um fator que diminui em 0,75 vezes o valor de $v_{Rd,c}$, que corresponde ao τ_{rd1} da norma brasileira.

Quadro 4 – Diferença entre as fórmulas do terceiro perímetro de controle

NBR 6118/2014	$\tau_{rd3} = \tau_{rd1} + 1,5 \frac{d}{sr} \frac{A_{sw} \times f_{ywd} \times \sin \alpha}{u \times d}$
NP EN 1992-1-1/2010	$v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{sr} \right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ed} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha$

O estacionamento objeto do estudo foi construído com base na norma britânica que em 2010 foi substituída pela EN 1992-1-1/2010, sendo demolido em 1997 após feitos todos os estudos e os relatórios necessários para avaliar as causas do colapso. Pode-se perceber o nível de deterioração da laje do quarto andar, considerando que rompeu apenas com o seu próprio peso.

Sendo assim, com base nos resultados obtidos, verifica-se que a norma EN 1992-1-1/2010 possui maior segurança nas verificações ao efeito de punção em lajes planas.

Considerando que a EN 1992-1-1/2010 é mais segura do que a NBR 6118 e que a mencionada norma é a atual norma vigente na Inglaterra, o Eurocódigo 2 também se torna o de melhor aplicabilidade.

A presente dissertação foi realizada para analisar e comparar as normas NBR 6118 e no Eurocódigo 2 em relação ao efeito de punção em lajes planas, usando como apoio o dimensionamento e verificação à punção do quarto andar do estacionamento Pipers Row. Com esse projeto foi também possível concluir neste trabalho que não seria necessário demolir todo o estacionamento, mas sim serem feitos

reforços nos pavimentos que não romperam, e reconstruindo o pavimento da cobertura de acordo com o Eurocódigo 2.

5.1 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Objetivando a extensão dos conceitos abordados no presente trabalho, propõem-se estudos futuros para verificar tipos de reforços aplicáveis aos outros pavimentos do estacionamento *Pipers Row*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto. 3ª ed. Rio de Janeiro, 2014.

AWA COMERCIAL (Itajaí). **Fibra de aço**. Disponível em: <<http://awacomercial.com.br/produtos/fibra-de-aco/>>. Acesso em: 03 nov. 2016.

BARBOZA, Thomaz de Sá. **ESTUDO COMPARATIVO DO DIMENSIONAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS COM USO DE PROGRAMAS COMPUTACIONAIS**. 2014. 165 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <<http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10010840.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2016.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. **NP EN 1992-1-1**: Eurocódigo 2 - Projecto de estruturas de betão, Part 1-1:Regras gerais e regras para edifícios. Bruxelas: Cen, 2010. 259 p.

ELSTNER, R. C.; HOGNEDTAD, E.. Shearing strength of reinforced concrete slabs. *ACI Journal*, v.28, n.1, p.29-57, Jul 1956.

GASPARINI, Dario A. Contributions of C.A.P. Turner to Development of Reinforced Concrete Flat Slabs 1905-1909. **Journal of Structural Engineering**, Michigan, v. 128, n. 10, p.1243-1252, 1 out. 2002. Mensal. Disponível em: <<http://engineering.case.edu/eciv/sites/engineering.case.edu.eciv/files/CAPTturner.pdf>>. Acesso em: 21 mar. 2016.

HOGNESTAD, E. (1953). **Shearing strength of reinforced column footings**. *ACI Journal*, v. 50, n. 3, p. 189-208.

LIMA, Juliana Soares. **Verificações da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. 2001. 249 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001. Disponível em: <http://web.set.eesc.usp.br/static/data/producao/2001ME_JulianaSoaresLima.pdf>. Acesso em: 28 maio 2016.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. 2001. 414 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-07062006-152744/pt-br.php>>. Acesso em: 5 abr. 2016.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. 1995. 252 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995. Disponível em: <http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1995ME_JoseLuizPinheiroMelges.pdf>. Acesso em: 29 maio 2016.

MORENO, Carlos Liberal. **Lajes Fungiformes. Contribuições para a compreensão do seu comportamento**. 2010. 323 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2010. Disponível em: <<https://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/61361>>. Acesso em: 29 fev. 2016.

PEREIRA, Eduardo Diego Alves. **Análise comparativa de normas para o cálculo de lajes submetidas ao efeito da punção**. 2014. 139 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014. Disponível em: <<http://www.estruturas.ufpr.br/wp-content/uploads/2015/08/TFC-Eduardo.pdf>>. Acesso em: 03 mar. 2016.

PINHEIRO, Libânio M.. **Estruturas de Concreto**. 2010. 282 f. Apostila - Curso de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/decc/ECC1006/Downloads/Apost_EESC_USP_Libanio.pdf>. Acesso em: 20 maio 2016.

RABELLO, Fernando Toppan. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. 2010. 250 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/94391>>. Acesso em: 29 fev. 2016.

SCHEIBLER, Matheus. Estudo comparativo entre estruturas em concreto convencional e estruturas em lajes planas protendidas para edifícios com múltiplos pavimentos: Análise do ponto de vista executivo, econômico e produtivo. **Revista da Graduação**, Porto Alegre, v. 5, n. 1, p.1-30, jun. 2012. Semestral. Disponível em: <<http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/view/11410/7764>>. Acesso em: 04 mar. 2016.

SQUARE GRIP LIMITED (Londres). Palvinda Chana; John David Clapson. **Shearhead reinforcement**. UE nº EP0414484 A1, 21 ago. 1990, 27 fev. 1991. Disponível em: <<http://www.google.com.na/patents/EP0414484A1?cl=en>>. Acesso em: 03 nov. 2016.

TAKEYA, T. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de laje - cogumelo**. 1981, 202p. Dissertação – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1981.

TALBOT, A.N. **Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings**, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Bulletin 67, USA, 1925.

WOOD, Jonathan G. M.. **Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20 th March 1997**. Surrey: Structural Studies & Design Ltd, 2002. 116 p. Disponível em: <<http://www.hse.gov.uk/research/misc/pipersrowpt1.pdf>>. Acesso em: 23 maio 2016.

ANEXO A – TABELA CZERNY

Fonte: Beton Kalender, 1976

Tabelas para determinação de esforços em lajes isoladas com carga distribuída uniforme

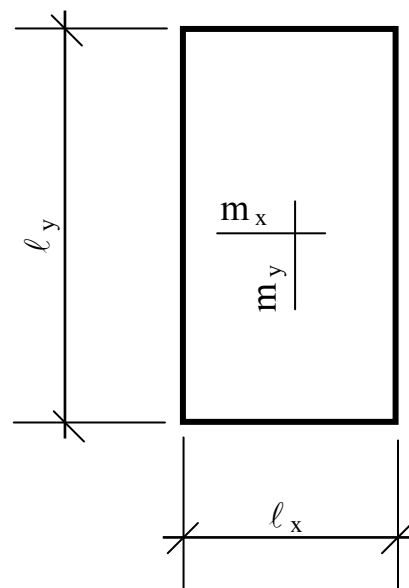
Tabelas de Czerny – Beton-Kalender (1976) – coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$

$$m_x = \frac{p \cdot l_x^2}{\alpha_x} \qquad m_y = \frac{p \cdot l_x^2}{\alpha_y} \qquad w_{\max} = \frac{p \cdot l^4}{E \cdot h^3 \cdot \alpha_2}$$

$$m'_x = \frac{p \cdot l_x^2}{\beta_x} \qquad m'_y = \frac{p \cdot l_x^2}{\beta_y}$$

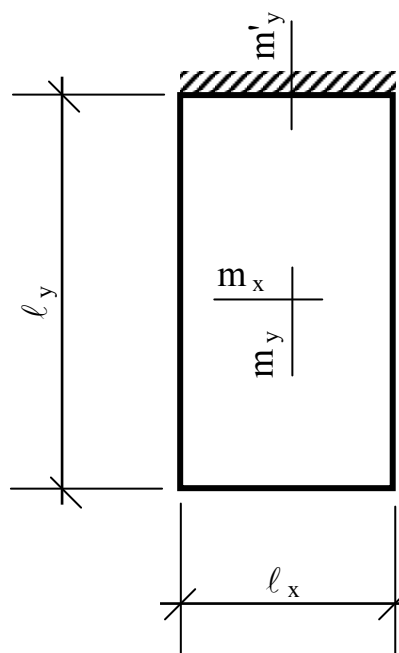
l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	22,7	22,7	-	-	21,4
1,05	20,8	22,5	-	-	19,4
1,10	19,3	22,3	-	-	17,8
1,15	18,1	22,3	-	-	16,5
1,20	16,9	22,3	-	-	15,4
1,25	15,9	22,4	-	-	14,3
1,30	15,2	22,7	-	-	13,6
1,35	14,4	22,9	-	-	12,9
1,40	13,8	23,1	-	-	12,3
1,45	13,2	23,3	-	-	11,7
1,50	12,7	23,5	-	-	11,2
1,55	12,3	23,5	-	-	10,8
1,60	11,9	23,5	-	-	10,4
1,65	11,5	23,5	-	-	10,1
1,70	11,2	23,5	-	-	9,8
1,75	10,8	23,5	-	-	9,5
1,80	10,7	23,5	-	-	9,3
1,85	10,4	23,5	-	-	9,1
1,90	10,2	23,5	-	-	8,9
1,95	10,1	23,5	-	-	8,7
2,00	9,9	23,5	-	-	8,6
> 2	8,0	23,5	-	-	6,7

Laje Tipo 1
Laje com as 4 bordas livremente apoiadas
(carga uniforme)



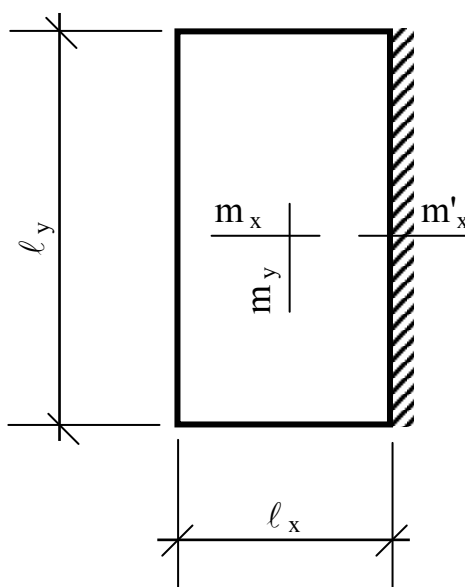
l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	32,4	26,5	-	11,9	31,2
1,05	29,2	25,0	-	11,3	27,6
1,10	26,1	24,4	-	10,9	24,7
1,15	23,7	23,9	-	10,4	22,3
1,20	22,0	23,8	-	10,1	20,3
1,25	20,2	23,6	-	9,8	18,7
1,30	19,0	23,7	-	9,6	17,3
1,35	17,8	23,7	-	9,3	16,1
1,40	16,8	23,8	-	9,2	15,1
1,45	15,8	23,9	-	9,0	14,2
1,50	15,1	24,0	-	8,9	13,5
1,55	14,3	24,0	-	8,8	12,8
1,60	13,8	24,0	-	8,7	12,2
1,65	13,2	24,0	-	8,6	11,7
1,70	12,8	24,0	-	8,5	11,2
1,75	12,3	24,0	-	8,45	10,8
1,80	12,0	24,0	-	8,4	10,5
1,85	11,5	24,0	-	8,35	10,1
1,90	11,3	24,0	-	8,3	9,9
1,95	10,9	24,0	-	8,25	9,6
2,00	10,8	24,0	-	8,2	9,4
> 2	8,0	24,0	-	8,0	6,7

Laje Tipo 2A
Laje com 3 bordas livremente apoiadas e
uma borda menor engastada
(carga uniforme)



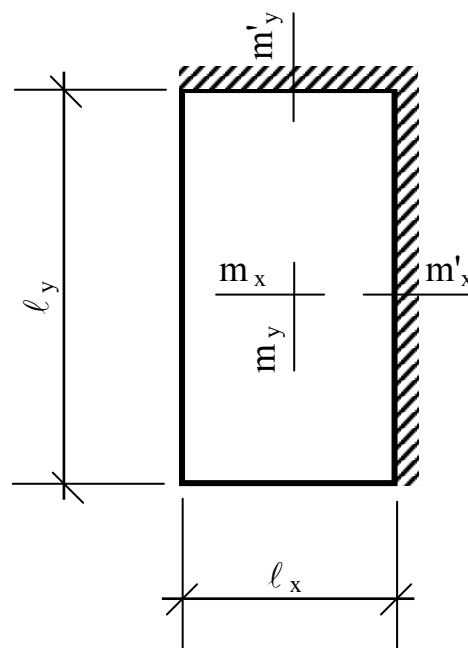
l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	26,5	32,4	11,9	-	31,2
1,05	25,0	33,3	11,3	-	29,2
1,10	24,4	33,9	10,9	-	27,4
1,15	23,3	34,5	10,5	-	26,0
1,20	22,3	34,9	10,2	-	24,8
1,25	21,4	35,2	9,9	-	23,8
1,30	20,7	35,4	9,7	-	22,9
1,35	20,1	37,8	9,4	-	22,1
1,40	19,7	39,9	9,3	-	21,5
1,45	19,2	41,1	9,1	-	20,9
1,50	18,8	42,5	9,0	-	20,4
1,55	18,3	42,5	8,9	-	20,0
1,60	17,8	42,5	8,8	-	19,6
1,65	17,5	42,5	8,7	-	19,3
1,70	17,2	42,5	8,6	-	19,0
1,75	17,0	42,5	8,5	-	18,7
1,80	16,8	42,5	8,4	-	18,5
1,85	16,5	42,5	8,3	-	18,3
1,90	16,4	42,5	8,3	-	18,1
1,95	16,3	42,5	8,3	-	18,0
2,00	16,2	42,5	8,3	-	17,8
> 2	14,2	42,5	8,0	-	16,7

Laje Tipo 2B
Laje com 3 bordas livremente apoiadas e
uma borda maior engastada
(carga uniforme)



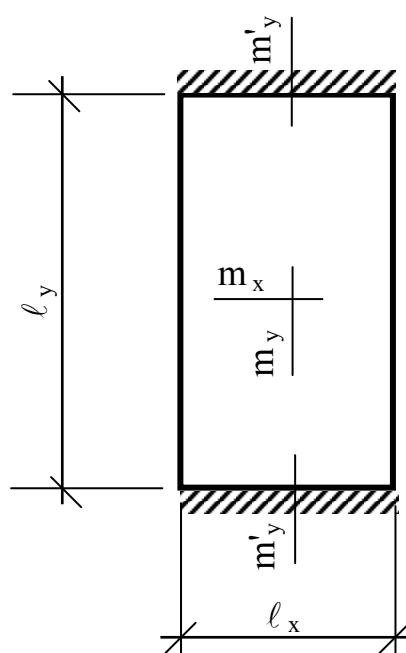
l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	34,5	34,5	14,3	14,3	41,3
1,05	32,1	33,7	13,3	13,8	37,1
1,10	30,1	33,9	12,7	13,6	34,5
1,15	28,0	33,9	12,0	13,3	31,7
1,20	26,4	34,0	11,5	13,1	29,9
1,25	24,9	34,4	11,1	12,9	28,2
1,30	23,8	35,0	10,7	12,8	26,8
1,35	23,0	36,6	10,3	12,7	25,5
1,40	22,2	37,8	10,0	12,6	24,5
1,45	21,4	39,1	9,8	12,5	23,5
1,50	20,7	40,2	9,6	12,4	22,7
1,55	20,2	40,2	9,4	12,3	22,1
1,60	19,7	40,2	9,2	12,3	21,5
1,65	19,2	40,2	9,1	12,2	21,0
1,70	18,8	40,2	8,9	12,2	20,5
1,75	18,4	40,2	8,8	12,2	20,1
1,80	18,1	40,2	8,7	12,2	19,7
1,85	17,8	40,2	8,6	12,2	19,4
1,90	17,5	40,2	8,5	12,2	19,0
1,95	17,2	40,2	8,4	12,2	18,8
2,00	17,1	40,2	8,4	12,2	18,5
> 2	14,2	40,2	8,0	12,0	16,7

Laje Tipo 3
Laje com 2 bordas adjacentes engastadas e as outras duas livremente apoiadas (carga uniforme)



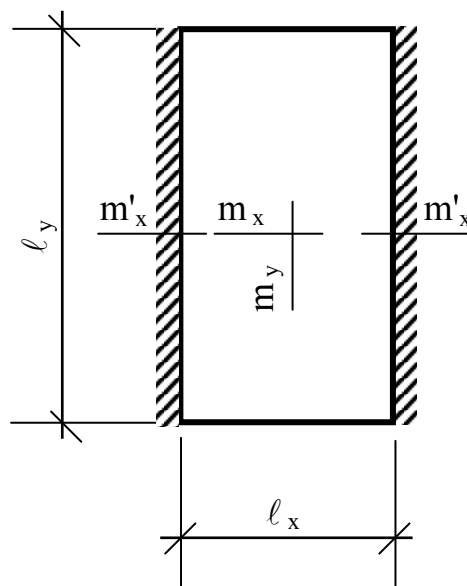
l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	46,1	31,6	-	14,3	45,3
1,05	39,9	29,8	-	13,4	39,2
1,10	36,0	28,8	-	12,7	34,4
1,15	31,9	27,7	-	12,0	30,4
1,20	29,0	26,9	-	11,5	27,2
1,25	26,2	26,1	-	11,1	24,5
1,30	24,1	25,6	-	10,7	22,3
1,35	22,1	25,1	-	10,3	20,4
1,40	20,6	24,8	-	10,0	18,8
1,45	19,3	24,6	-	9,75	17,5
1,50	18,1	24,4	-	9,5	16,3
1,55	17,0	24,3	-	9,3	15,3
1,60	16,2	24,3	-	9,2	14,4
1,65	15,4	24,3	-	9,05	13,7
1,70	14,7	24,3	-	8,9	13,0
1,75	14,0	24,3	-	8,8	12,4
1,80	13,5	24,3	-	8,7	11,9
1,85	13,0	24,3	-	8,6	11,4
1,90	12,6	24,3	-	8,5	11,0
1,95	12,1	24,3	-	8,4	10,6
2,00	11,8	24,3	-	8,4	10,3
> 2	8,0	24,3	-	8,0	6,7

Laje Tipo 4A
Laje com 2 bordas maiores livremente apoiadas e 2 bordas menores engastadas (carga uniforme)



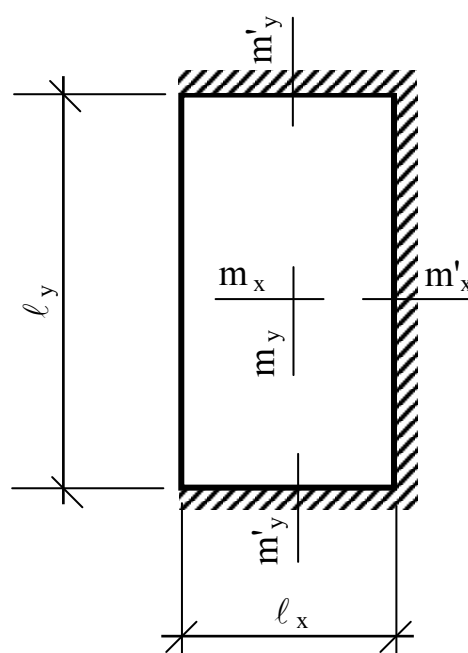
l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	31,6	46,1	14,3	-	45,3
1,05	29,9	46,4	13,8	-	43,2
1,10	29,0	47,2	13,5	-	41,5
1,15	28,0	47,7	13,2	-	40,1
1,20	27,2	48,1	13,0	-	39,0
1,25	26,4	48,2	12,7	-	37,9
1,30	25,8	48,1	12,6	-	37,2
1,35	25,3	47,9	12,4	-	36,5
1,40	24,8	47,8	12,3	-	36,0
1,45	24,4	47,7	12,2	-	35,6
1,50	24,2	47,6	12,2	-	35,1
1,55	24,0	47,6	12,1	-	34,7
1,60	24,0	47,6	12,0	-	34,5
1,65	24,0	47,6	12,0	-	34,2
1,70	24,0	47,4	12,0	-	33,9
1,75	24,0	47,3	12,0	-	33,8
1,80	24,0	47,2	12,0	-	33,7
1,85	24,0	47,1	12,0	-	33,6
1,90	24,0	47,1	12,0	-	33,5
1,95	24,0	47,1	12,0	-	33,4
2,00	24,0	47,0	12,0	-	33,3
> 2	24,0	47,0	12,0	-	32,0

Laje Tipo 4B
Laje com 2 bordas maiores engastadas e 2 bordas menores livremente apoiadas (carga uniforme)



l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	44,6	38,1	18,3	16,2	55,4
1,05	41,7	37,3	16,6	15,4	49,1
1,10	38,1	36,7	15,4	14,8	44,1
1,15	34,9	36,4	14,4	14,3	40,1
1,20	32,1	36,2	13,5	13,9	36,7
1,25	29,8	36,1	12,7	13,5	33,8
1,30	28,0	36,2	12,2	13,3	31,7
1,35	26,4	36,6	11,6	13,1	29,7
1,40	25,2	37,0	11,2	13,0	28,1
1,45	24,0	37,5	10,9	12,8	26,6
1,50	23,1	38,3	10,6	12,7	25,5
1,55	22,3	39,3	10,3	12,6	24,5
1,60	21,7	40,3	10,1	12,6	23,6
1,65	21,1	41,4	9,9	12,5	22,8
1,70	20,4	42,7	9,7	12,5	22,1
1,75	20,0	43,8	9,5	12,4	21,5
1,80	19,5	44,8	9,4	12,4	21,0
1,85	19,1	45,9	9,2	12,3	20,5
1,90	18,7	46,7	9,0	12,3	20,1
1,95	18,4	47,7	8,9	12,3	19,7
2,00	18,0	48,6	8,8	12,3	19,3
> 2	14,2	48,6	8,0	12,0	16,7

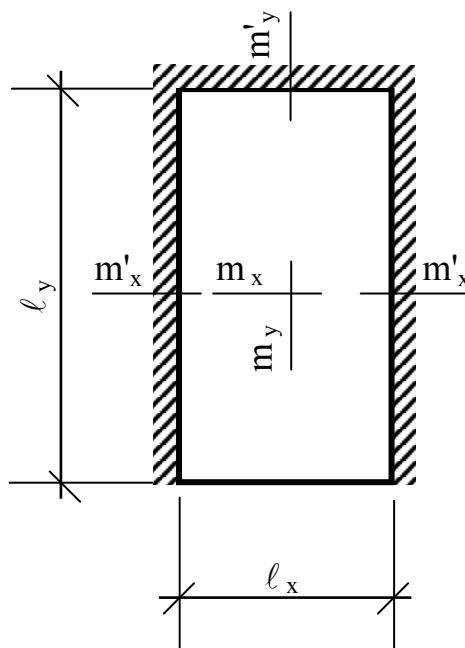
Laje Tipo 5A
Laje com 2 bordas menores engastadas, uma borda maior engastada e outra livremente apoiada (carga uniforme)



l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	38,1	44,6	16,2	18,3	55,4
1,05	35,5	44,8	15,3	17,9	51,6
1,10	33,7	45,7	14,8	17,7	48,7
1,15	32,0	47,1	14,2	17,6	46,1
1,20	30,7	47,6	13,9	17,5	44,1
1,25	29,5	47,7	13,5	17,5	42,5
1,30	28,4	47,7	13,2	17,5	41,2
1,35	27,6	47,9	12,9	17,5	39,9
1,40	26,8	48,1	12,7	17,5	38,9
1,45	26,2	48,3	12,6	17,5	38,0
1,50	25,7	48,7	12,5	17,5	37,2
1,55	25,2	49,0	12,4	17,5	36,5
1,60	24,8	49,4	12,3	17,5	36,0
1,65	24,5	49,8	12,2	17,5	35,4
1,70	24,2	50,2	12,2	17,5	35,0
1,75	24,0	50,7	12,1	17,5	34,6
1,80	24,0	51,3	12,1	17,5	34,4
1,85	24,0	52,0	12,0	17,5	34,2
1,90	24,0	52,6	12,0	17,5	33,9
1,95	24,0	53,4	12,0	17,5	33,8
2,00	24,0	54,1	12,0	17,5	33,7
> 2	24,0	54,0	12,0	17,5	32,0

Laje Tipo 5B

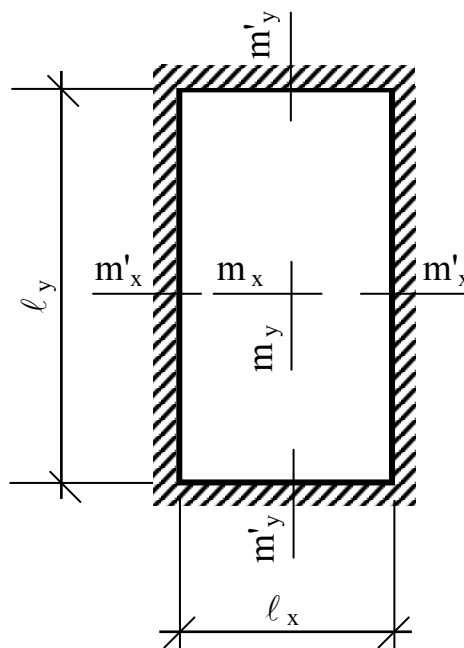
Laje com 2 bordas maiores engastadas, uma borda menor engastada e outra livremente apoiada (carga uniforme)



l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	47,3	47,3	19,4	19,4	68,5
1,05	43,1	47,3	18,2	18,8	62,4
1,10	40,0	47,8	17,1	18,4	57,6
1,15	37,3	48,3	16,3	18,1	53,4
1,20	35,2	49,3	15,5	17,9	50,3
1,25	33,4	50,5	14,9	17,7	47,6
1,30	31,8	51,7	14,5	17,6	45,3
1,35	30,7	53,3	14,0	17,5	43,4
1,40	29,6	54,8	13,7	17,5	42,0
1,45	28,6	56,4	13,4	17,5	40,5
1,50	27,8	57,3	13,2	17,5	39,5
1,55	27,2	57,6	13,0	17,5	38,4
1,60	26,6	57,8	12,8	17,5	37,6
1,65	26,1	57,9	12,7	17,5	36,9
1,70	25,5	57,8	12,5	17,5	36,3
1,75	25,1	57,7	12,4	17,5	35,8
1,80	24,8	57,6	12,3	17,5	35,4
1,85	24,5	57,5	12,2	17,5	35,1
1,90	24,2	57,4	12,1	17,5	34,7
1,95	24,0	57,2	12,0	17,5	34,5
2,00	24,0	57,1	12,0	17,5	34,3
> 2	24,0	57,0	12,0	17,5	32,0

Laje Tipo 6

Laje com as 4 bordas engastadas (carga uniforme)



ANEXO B – VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO PARA A NBR 6118/2014

TABELA 1B - DADOS PARA DIMENSIONAMENTO

p [kN/m ²]	Gk1 [kN/m ²]	Gk2 [kN/m ²]	Gk [kN/m ²]	Qk [kN/m ²]	fck [Mpa]	fcd [Mpa]	fcd [kN/cm ²]	fyk [Mpa]	fyd [kPa]	b [cm]	h [cm]	c [cm]
12,51	5,73	0,81	6,54	2,40	20,50	14,64	1,46	500,00	434782,61	100,00	22,90	3,00

TABELA 2B - DADOS PARA VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO

d [cm]	dx [cm]	dy [cm]	2d [cm]	φ [cm]	u [cm]	uxd [cm ²]	uxd [m ²]	αv	σcp	sr [cm]	n	fywd [Mpa]	α	sin α
19,15	19,40	18,90	38,30	106,60	334,89	6413,22	0,64	0,92	0,00	10,00	4	323	90º	1,0

TABELA 3B - VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO

Pilar	Tipo de pilar	Fsd [kN]	Asw [cm ² /m]	τsd [MPa]	τrd1 [MPa]	τrd2 [MPa]	τrd3 [MPa]
G1	Interno	124,78	1,96	0,19	0,62	3,63	0,90
G2	Interno	236,53	7,85	0,37	0,62	3,63	1,75
G3	Interno	189,26	5,03	0,30	0,62	3,63	1,34
G4	Interno	48,13	1,96	0,08	0,62	3,63	0,90
H1	Interno	272,74	5,03	0,43	0,62	3,63	1,34
H2	Interno	474,98	12,27	0,74	0,62	3,63	2,39
H3	Interno	383,89	7,85	0,60	0,62	3,63	1,75
H4	Interno	125,27	5,03	0,20	0,62	3,63	1,34
I1	Interno	313,6	7,85	0,49	0,62	3,63	1,75
I2	Interno	549,5	12,27	0,86	0,62	3,63	2,39
I3	Interno	443,58	7,85	0,69	0,62	3,63	1,75
I4	Interno	143,22	5,03	0,22	0,62	3,63	1,34
J1	Interno	138,04	1,96	0,22	0,62	3,63	0,90
J2	Interno	256,74	7,85	0,40	0,62	3,63	1,75
J3	Interno	205,22	5,03	0,32	0,62	3,63	1,34
J4	Interno	55,55	1,96	0,09	0,62	3,63	0,90

TABELA 4B - CÁLCULO DA TAXA DE ARMADURA

	Meio do vão [cm ²]	Apoio [cm] ²
Armadura de tração	12,27	7,85
Área de concreto	2290,00	2290,00
ρ (taxa de armadura)	0,54%	0,34%

ANEXO C – VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO PARA A NP EN 1992-1-1/2010

VERIFICAÇÃO COM BETA CALCULADO

TABELA 1C - DADOS PARA DIMENSIONAMENTO

p [kN/m ²]	Gk1 [kN/m ²]	Gk2 [kN/m ²]	Gk [kN/m ²]	Qk [kN/m ²]	fck [MPa]	fcd [MPa]	fcd [kN/cm ²]	fyk [MPa]	fyd [kPa]	b [cm]	h [cm]	c [cm]
12,42	5,73	0,81	6,54	2,40	20,50	13,67	1,37	500,00	434782,61	100,00	22,90	3,00

TABELA 2C - DADOS PARA VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO

d [cm]	dx [cm]	dy [cm]	2d [cm]	ϕ [cm]	u [cm]	uxd [cm ²]	uxd [m ²]	α_v	σ_{cp}	sr [cm]	n	fywd [MPa]	α	sin α	k	v	Crd,c	fywd,ef
19,15	19,40	18,90	38,30	106,60	334,89	6413,22	0,64	0,92	0,00	10,00	4	323	90°	1,0	2,00	0,55	0,12	250,05

< 0,75d

TABELA 3C - VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO

Pilar	Tipo de pilar	Fsd [kN]	β	Asw [cm ² /m]	Ved<Vrd,c		Vrd,c>A		Ved<Vrd,máx		Vrd,máx>VRd,cs	
					Ved [MPa]	VRd,c [MPa]	A	VRd,máx [MPa]	VRd,cs [MPa]			
G1	Interno	123,96	3,68	5,03	0,71	0,56	0,45	3,76	0,98			
G2	Interno	234,97	1,47	7,85	0,54	0,56	0,45	3,76	1,30			
G3	Interno	188,01	1,72	5,03	0,51	0,56	0,45	3,76	0,98			
G4	Interno	47,81	3,62	1,96	0,27	0,56	0,45	3,76	0,64			
H1	Interno	270,94	2,58	7,85	1,09	0,56	0,45	3,76	1,30			
H2	Interno	471,85	1,59	12,27	1,17	0,56	0,45	3,76	1,80			
H3	Interno	381,36	1,72	7,85	1,02	0,56	0,45	3,76	1,30			
H4	Interno	124,44	2,97	5,03	0,58	0,56	0,45	3,76	0,98			
I1	Interno	311,53	2,36	7,85	1,15	0,56	0,45	3,76	1,30			
I2	Interno	545,88	1,35	12,27	1,15	0,56	0,45	3,76	1,80			
I3	Interno	440,66	1,50	7,85	1,03	0,56	0,45	3,76	1,30			
I4	Interno	142,28	2,79	5,03	0,62	0,56	0,45	3,76	0,98			
J1	Interno	137,13	3,53	5,03	0,75	0,56	0,45	3,76	0,98			
J2	Interno	255,04	1,75	7,85	0,69	0,56	0,45	3,76	1,30			
J3	Interno	203,86	1,91	5,03	0,61	0,56	0,45	3,76	0,98			
J4	Interno	55,18	3,41	1,96	0,29	0,56	0,45	3,76	0,64			

TABELA 4C - CÁLCULO DA TAXA DE ARMADURA

	Meio do vão [cm ²]	Apoio [cm ²]
Armadura de tração	12,27	7,85
Área de concreto	2290,00	2290,00
ρ (taxa de armadura)	0,54%	0,34%

VERIFICAÇÃO COM BETA SIMPLIFICADO

TABELA 5C - DADOS PARA DIMENSIONAMENTO

ρ [kN/m ²]	Gk1 [kN/m ²]	Gk2 [kN/m ²]	Gk [kN/m ²]	Qk [kN/m ²]	fck [Mpa]	fcd [Mpa]	fcd [kN/cm ²]	fctm [Mpa]	fyk [Mpa]	fyd [kPa]	b [cm]	h [cm]	c [cm]
12,42	5,73	0,81	6,54	2,40	20,50	13,67	1,37	2,20	500,00	434782,61	100,00	22,90	3,00

TABELA 6C - DADOS PARA VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO

d [cm]	dx [cm]	dy [cm]	2d [cm]	ϕ [cm]	u [cm]	uxd [cm ²]	uxd [m ²]	α_v	σ_{cp}	sr [cm]	n	fywd [Mpa]	α	sin α	k	v	Crđ,c	fywd,ef
19,15	19,40	18,90	38,30	106,60	334,89	6413,22	0,64	0,92	0,00	10,00	4	323	90°	1,0	2,00	0,55	0,12	250,05

< 0,75d

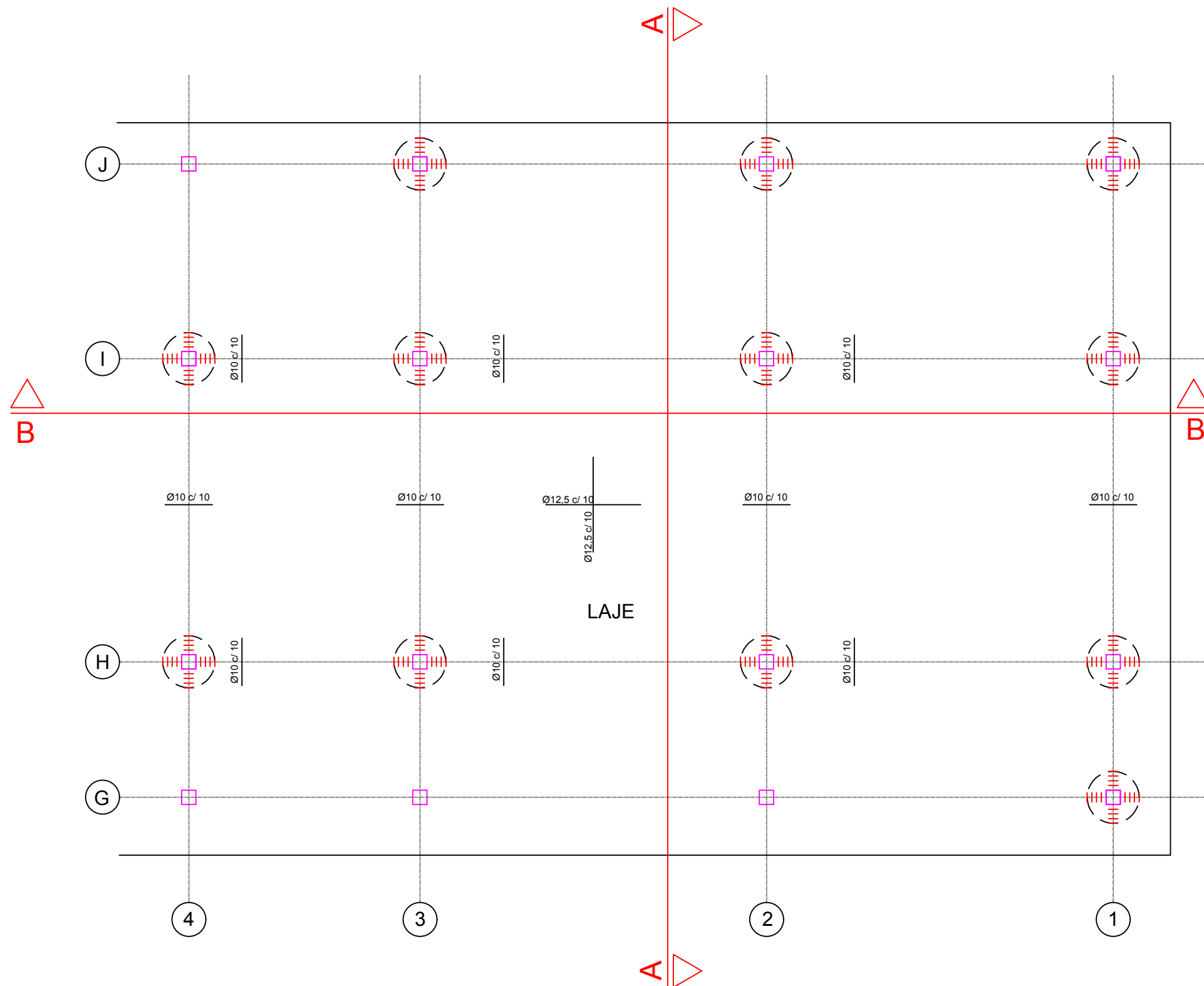
TABELA 7C - VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO

Pilar	Tipo de pilar	Fsd [kN]	β	Asw [cm ² /m]	Ved<Vrd,c		Vrd,c>A	Ved<Vrd,máx	Ved<Vrd,cs	
					Ved [MPa]	VRd,c [MPa]	A	VRd,máx [MPa]	VRd,cs [MPa]	
G1	Interno	123,96	1,15	5,03	0,22	0,56	0,45	3,76	0,98	
G2	Interno	234,97	1,15	7,85	0,42	0,56	0,45	3,76	1,30	
G3	Interno	188,01	1,15	5,03	0,34	0,56	0,45	3,76	0,98	
G4	Interno	47,81	1,15	1,96	0,09	0,56	0,45	3,76	0,64	
H1	Interno	270,94	1,15	7,85	0,49	0,56	0,45	3,76	1,30	
H2	Interno	471,85	1,15	12,27	0,85	0,56	0,45	3,76	1,80	
H3	Interno	381,36	1,15	7,85	0,68	0,56	0,45	3,76	1,30	
H4	Interno	124,44	1,15	5,03	0,22	0,56	0,45	3,76	0,98	
I1	Interno	311,53	1,15	7,85	0,56	0,56	0,45	3,76	1,30	
I2	Interno	545,88	1,15	12,27	0,98	0,56	0,45	3,76	1,80	
I3	Interno	440,66	1,15	7,85	0,79	0,56	0,45	3,76	1,30	
I4	Interno	142,28	1,15	5,03	0,26	0,56	0,45	3,76	0,98	
J1	Interno	137,13	1,15	5,03	0,25	0,56	0,45	3,76	0,98	
J2	Interno	255,04	1,15	7,85	0,46	0,56	0,45	3,76	1,30	
J3	Interno	203,86	1,15	5,03	0,37	0,56	0,45	3,76	0,98	
J4	Interno	55,18	1,15	1,96	0,10	0,56	0,45	3,76	0,64	

TABELA 8C - CÁLCULO DA TAXA DE ARMADURA

	Meio do vão [cm ²]	Apoio [cm ²]
Armadura de tração	12,27	7,85
Área de concreto	2290,00	2290,00
ρ (taxa de armadura)	0,54%	0,34%

ANEXO D – PLANTA DA ARMADURA DA LAJE



PLANTA ILUSTRATIVA DAS ARMADURAS
DO QUARTO PAVIMENTO

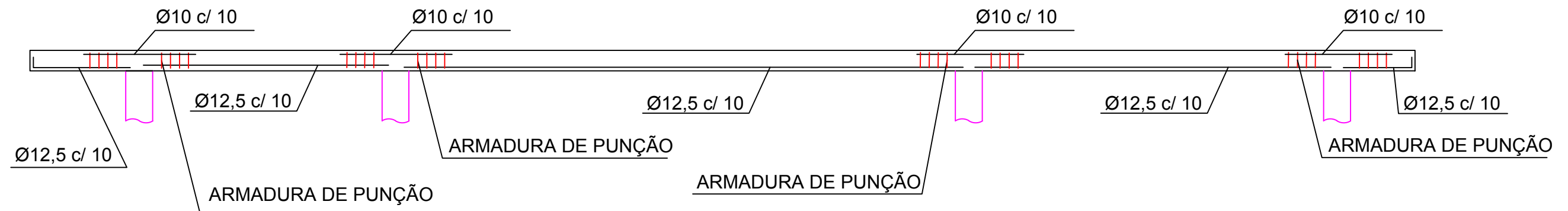
Esc.: 1:100

Instituto Politécnico do Porto		
Instituto Superior de Engenharia do Porto		
Dissertação de Mestrado de Engenharia Civil - Ramo Estruturas		
Aluna: Jaqueline Silva Trigo	Cód: 1150147	Folha: 1/2
Orientadora: Isabel Maria Alvim Teles	Data: 13/02/2017	

ANEXO E – CORTES DA LAJE

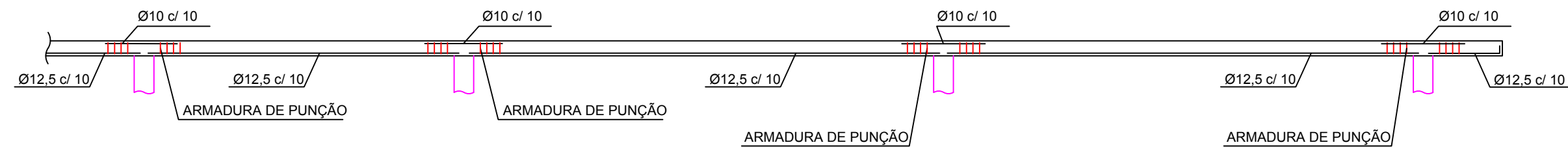
CORTE A-A

Esc.: 1:50



CORTE B-B

Esc.: 1:75



Instituto Politécnico do Porto		
Instituto Superior de Engenharia do Porto		
Dissertação de Mestrado de Engenharia Civil - Ramo Estruturas		
Aluna: Jaqueline Silva Trigo	Cód: 1150147	Folha: 2/2
Orientadora: Isabel Maria Alvim Teles	Data: 13/02/2017	