

PATRÍCIA ALEXANDRA GREGÓRIO RAMOS

**Navegação em
Robótica Móvel
Baseada em
Referências Naturais**



Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do programa do curso de
Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores
(Área de especialização em Sistemas)

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Setembro de 1995

Dissertação realizada sob a supervisão do
Prof. Doutor Fernando Lobo Pereira,
Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Aos meus Pais

Ao Zé Manel

Resumo

O trabalho realizado nesta dissertação diz respeito à construção de um sistema de localização para a plataforma móvel autónoma do ISR - Porto. Pretende-se com este sistema, que o veículo, sem modificar o ambiente estruturado, mantenha uma estimativa em tempo real da sua posição, obtida com base nos sensores a bordo do mesmo, bem como do conhecimento prévio acerca do mundo onde se pretende movimentar.

Após se situar o problema da localização no contexto global da navegação, são descritas algumas abordagens adoptadas para sistemas de determinação da posição.

A formulação do sistema de posicionamento requer que sejam caracterizados vários aspectos relativos aos seus componentes. Assim, após ser apresentado o veículo, bem como os sonares que dele fazem parte, é feita uma análise da sua constituição física e modo de funcionamento. Define-se um modelo geométrico de previsão de leituras baseado nas restrições físicas do sonar e apresenta-se uma abordagem formal para a caracterização do mundo real, condicionada pela forma estruturada deste, bem como pela definição adoptada para o modelo da previsão de leituras.

A utilização do filtro de Kalman como processo de determinação de uma estimativa da posição do veículo conduziu à dedução das equações fundamentais que constituem este processo.

Com base na integração conjunta de todas as condições acima referidas foi construído o algoritmo de posicionamento tendo sido detalhadamente especificadas todas as fases que o compõem. Com o objectivo de avaliar o comportamento do sistema de posicionamento apresentam-se os resultados da simulação do algoritmo criado, realçando-se os bons resultados obtidos na correcção da estimativa da posição.

Com o objectivo de aumentar a eficiência da obtenção das leituras dos sonares em tempo real, é utilizado um método baseado em entropia, que consiste em escolher o sensor que introduz mais informação no processo de estimação, permitindo este assim maximizar a confiança na estimativa da posição calculada.

Palavras Chave: Navegação, Localização, Interpretação e Integração Sensorial, Estimação, Sonar, Hodometria, Entropia

Abstract

The work developed in this thesis is related with the build of a localisation system for the mobile autonomous platform of ISR - Porto. It's intended with this system that the vehicle, without modify the structured environment, maintains an estimate in real time of it's position, obtained based on the sensors located on board, as well on the previous knowledge about the world where is going to move.

After locate the problem of localisation in the global context of navigation, some adopted approaches for the position determination systems are described.

The formulation of the position system needs that some aspects related to their components to be specified. So, after been presented the vehicle as well as its sonares, an analysis of its physical constitution and functionality mode is done. It is defined a geometric model of prediction sonar data based on its physical restrictions and it's presented a formal approach for the characterization of the real world, conditioned by its structured form, as well as the adopted definition for the prediction sonar data model.

The use of the Kalman Filter as an estimation process of the vehicle position leads to the deduction of the fundamental equations that belong to this process.

Based on the integration of all conditions said above, it was built a position algorithm and were specified with detail all its phases. To evaluate the behaviour of the position system are presented the results of a simulation of the built algorithm, emphasising the good results obtained in the updated of the estimate of the position.

Trying to increase the efficiency of the sonar observations in real time, is used a method based on entropy that chooses the best sensor that gives more information to the estimation process maximising the reliability of the determinated estimate position.

Keywords: Navigation, Localisation, Sensorial Integration, Estimation, Sonar, Hodometry, Entropy

Agradecimentos

Os primeiros agradecimentos vão para o meu orientador Prof. Doutor Fernando Lobo Pereira pela oportunidade que me concedeu de elaborar este trabalho e pelas várias sugestões para ele efectuadas.

Ao meu colega Sérgio Cunha, um agradecimento especial pelo incentivo e colaboração prestada à execução deste trabalho.

Aos meus colegas do grupo de Robótica Móvel pela amizade e colaboração prestada.

Ao ISR pelas condições de trabalho proporcionadas.

Aos meus Pais pelo constante apoio e disponibilidade dedicados.

Ao Zé Manel, um agradecimento muito especial pelo incentivo e dedicação sempre manifestados ao longo de todo o trabalho.

Porto, Setembro de 1995

Índice

1- INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO E APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	1
1.2 METODOLOGIA SEGUIDA.....	3
1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO.....	4
2- NAVEGAÇÃO EM ROBÓTICA MÓVEL.....	6
2.1 INTRODUÇÃO.....	6
2.2 ARQUITECTURA GENÉRICA DE UM SISTEMA DE NAVEGAÇÃO AUTÓNOMA	7
2.3 MÉTODOS DE LOCALIZAÇÃO.....	9
2.3.1 <i>Hodometria</i>	9
2.3.2 <i>Beacons Activos</i>	13
2.3.3 <i>Pontos de Referência</i>	15
2.3.3.1 <i>Referências Artificiais</i>	16
2.3.3.2 <i>Referências Naturais</i>	17
2.3.4 <i>Comparação com o Mapa do Mundo</i>	17
3- COMPONENTES DO SISTEMA DE LOCALIZAÇÃO.....	20
3.1 INTRODUÇÃO.....	20
3.2 DESCRIÇÃO DO VEÍCULO	21
3.2.1 <i>Componentes do Veículo</i>	21
3.2.2 <i>Modelo Dinâmico Determinístico</i>	23
3.3 DESCRIÇÃO DOS SENSORES.....	24
3.3.1 <i>Sensores Ultra-Sónicos (Sonares)</i>	25
3.3.1.1 <i>Constituição Física do Sonar</i>	26
3.3.1.2 <i>Modo de Funcionamento</i>	27
3.3.1.3 <i>Modelo de Previsão das Leituras do Sonar</i>	33
3.4 REPRESENTAÇÃO DO MUNDO	44
4- ESTIMAÇÃO	47
4.1 INTRODUÇÃO.....	47
4.2 MÉTODOS BÁSICOS DE ESTIMAÇÃO	49
4.2.1 <i>Máxima Verossimilhança e Máximo à Posteriori</i>	49

4.2.2 Mínimos Quadrados e Erro Quadrático Médio Mínimo.....	51
4.2.3 Estimadores Lineares.....	54
4.3 FILTRO DE KALMAN.....	56
4.3.1 Filtro de Kalman Linear.....	57
4.3.1.1 A Inovação	63
4.3.1.2 O FK como um Ciclo Básico de Filtragem.....	65
4.3.1.3 O FK como uma Operação de Projecção.....	67
4.3.2 Filtro de Kalman Estendido	69
5- SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE LOCALIZAÇÃO.....	78
5.1 INTRODUÇÃO.....	78
5.2 MODELO DO PROCESSO.....	81
5.3 MODELO DAS OBSERVAÇÕES.....	85
5.4 CICLO DE LOCALIZAÇÃO	88
5.4.1 Previsão da Posição do Veículo	88
5.4.2 Previsão das Observações.....	90
5.4.3 Escolha do Melhor Sonar.....	91
5.4.4 Observação.....	94
5.4.5 Validação da Leitura.....	94
5.4.6 Correção da Estimativa.....	95
5.4.7 Resumo do Algoritmo de Localização.....	96
5.5 APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS	97
6- CONCLUSÕES	105
6.1 RESULTADOS ALCANÇADOS	105
6.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	106
APÊNDICE A	108
<i>Filtro de Kalman</i>	<i>108</i>
APÊNDICE B.....	109
<i>Filtro de Kalman Estendido</i>	<i>109</i>
REFERÊNCIAS.....	111

Lista de Figuras

FIGURA 1.1 - ESQUEMA GERAL DO SISTEMA DE LOCALIZAÇÃO	3
FIGURA 2.1 - REPRESENTAÇÃO DA ARQUITECTURA GENÉRICA DE UM SISTEMA DE NAVEGAÇÃO AUTÓNOMO.....	8
FIGURA 2.2 - AUMENTO DAS ELIPSES ERRO	12
FIGURA 2.3 - MEDIÇÕES DOS TRÊS ÂNGULOS λ_1 , λ_2 E λ_3 DO SENSOR ROTATIVO.....	14
FIGURA 2.4 - O SISTEMA GPS.....	15
FIGURA 3.1 - VEÍCULO AUTÓNOMO DO ISR-PORTO.....	21
FIGURA 3.2 - DIMENSÕES E LOCALIZAÇÃO DOS SENSORES NA <i>ROBUTER</i>	22
FIGURA 3.3 - VEÍCULO DIRIGIDO POR VELOCIDADE DIFERENCIAL	23
FIGURA 3.4 - <i>HARDWARE</i> DE UM SONAR POLAROID	26
FIGURA 3.5 - ESPECTRO DE IRRADIAÇÃO DO TRANSDUTOR DE UM SONAR	29
FIGURA 3.6 - CONE DE EMISSÃO.....	30
FIGURA 3.7 - LEITURAS REAIS DE UM SONAR POLAROID.....	30
FIGURA 3.8 - PROBLEMAS DA SENSORIZAÇÃO ULTRA-SÓNICA	32
FIGURA 3.9 - ALVO PLANO	34
FIGURA 3.10 - ALVO CANTO	35
FIGURA 3.11 - ALVO ESQUINA	36
FIGURA 3.12 - ALVO CILINDRO	36
FIGURA 3.13 - EXEMPLOS DA CONDIÇÃO DE VISIBILIDADE DO SONAR	38
FIGURA 3.14 - PREVISÃO DAS OBSERVAÇÕES UTILIZANDO O MODELO DO SONAR.....	39
FIGURA 3.15 - ANOMALIAS NO PROCESSO DE PREVISÃO DAS OBSERVAÇÕES	40
FIGURA 3.16 - ZONAS DE VISIBILIDADE PARA OS ALVOS DO AMBIENTE	41
FIGURA 3.17 - ZONAS DE VISIBILIDADE E CONES DE VISIBILIDADE	42
FIGURA 3.18 - AMBIENTE ESTRUTURADO TÍPICO.....	44
FIGURA 4.1 - CICLO DO ALGORITMO DO FKL.....	67
FIGURA 4.2 - DIAGRAMA DA PROJEÇÃO PARA A ALTERAÇÃO DA ESTIMATIVA DO FK.....	68
FIGURA 4.3 - DIAGRAMA DO PLANO DA PROJEÇÃO PARA A ALTERAÇÃO DA ESTIMATIVA DO FK.....	69
FIGURA 5.1 - CICLO DE POSICIONAMENTO BASEADO NO FKE.....	79
FIGURA 5.2 - GEOMETRIA DO VEÍCULO.....	82
FIGURA 5.3 - GEOMETRIA DOS ALVOS	86
FIGURA 5.4 - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS.....	87
FIGURA 5.5 - MAPA DO AMBIENTE E TRAJECTÓRIA PRETENDIDA	97
FIGURA 5.6 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DAS TRAJECTÓRIAS HODOMÉTRICA E ESTIMADA.....	98

FIGURA 5.7 - DISTÂNCIA ENTRE AS POSIÇÕES CARTESIANAS HODOMÉTRICA E ESTIMADA.....	98
FIGURA 5.8 - DIFERENÇA DE ÂNGULO ENTRE AS POSIÇÕES HODOMÉTRICA E ESTIMADA	99
FIGURA 5.9 - ELIPSES DE INCERTEZA RELATIVAS À TRAJECTÓRIA ESTIMADA.....	100
FIGURA 5.10 - VARIÂNCIAS DO ESTADO AO LONGO DA TRAJECTÓRIA	101
FIGURA 5.11 - INCERTEZA POSICIONAL TOTAL DA MATRIZ DAS COVARIÂNCIAS	101
FIGURA 5.12 - NÚMERO DE CORRESPONDÊNCIAS SENSOR-ALVO EM CADA INSTANTE DE TEMPO.....	102
FIGURA 5.13 - MAIOR E MENOR INCERTEZA DA MATRIZ DAS COVARIÂNCIAS	103
FIGURA 5.14 - MELHOR SENSOR EM CADA INSTANTE DE TEMPO	104

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação e Apresentação do Problema

A condução de um automóvel parece ser uma tarefa bastante simples para um ser humano pleno das suas capacidades. Contrariamente, a execução da mesma tarefa olhando somente para os dispositivos de medição físicos do veículo, tais como manómetros de velocidade e de distância, torna-se extremamente complicada, principalmente se não se tem a possibilidade de olhar permanentemente em volta para utilizar pontos de referência.

É esta a tarefa que habitualmente se coloca a um robot móvel. Percorrer um caminho de um ponto inicial até um ponto final e enfrentar todas as dificuldades que esta tarefa pode implicar, sem qualquer intervenção humana. É essencialmente uma tarefa complexa, uma vez que o robot, geralmente tem pouca informação disponível, e esta, por vezes, não é completamente verdadeira.

O conceito de robot móvel autónomo engloba uma grande variedade de veículos cujas características comuns incluem a possibilidade de estes desenvolverem, em diversos ambientes, tais como ar, oceanos ou fábricas, tarefas que envolvem mobilidade sem qualquer intervenção do homem. Por forma a desenvolverem essas tarefas autonomamente é necessário considerar alguma forma de inteligência capaz de lidar com a incerteza e

complexidade inerentes às próprias tarefas. Por este facto, estes veículos são muitas vezes referenciados como veículos autónomos inteligentes.

Os robots móveis englobam basicamente dois componentes fundamentais: um sistema de actuação que lhe permite executar uma dada tarefa e um sistema de percepção que lhe permite localizar-se no ambiente onde opera. O trabalho elaborado nesta dissertação centra-se no segundo componente, ou seja, na construção de um sistema de localização para o veículo autónomo do ISR - Porto.

Para que o sistema de localização seja verdadeiramente autónomo, o processo que o constitui só se pode basear em informação obtida pelo próprio veículo. Esta condição exclui à partida o apoio de todo o tipo de dispositivos externos. Pretende-se assim que, no decorrer de uma tarefa, o veículo seja capaz de se localizar recorrendo somente a dados internos, bem como a informação extraída do mundo pelos sensores.

A complexidade de um sistema de localização está interligada com o ambiente em que se pretende utilizar. Este trabalho dedica-se à construção de um sistema de localização para ambientes interiores com algum grau de estruturação. Entende-se por ambiente estruturado, aquele que é criado pelo homem, caracterizado por uma certa ordem e harmonia, tal como um escritório, uma fábrica ou o interior de uma casa. Este tipo de ambientes possuem uma geometria simples, uma vez que são essencialmente constituídos por paredes, cantos, colunas e esquinas.

A escolha dos sensores a utilizar para obter informação externa útil à navegação, é feita de acordo com o tipo de ambiente onde o veículo se vai movimentar. Foi aqui utilizado o sensor ultra-sónico sonar, pela tecnologia simples que utiliza para obtenção de informação e pelo seu baixo custo. Fundamentalmente pelas duas razões apontadas, o sonar está presente em muitos veículos autónomos de teste.

Neste contexto, pretende-se que o veículo, sem modificar o ambiente com dispositivos adicionais, mantenha uma estimativa em tempo real da sua posição no ambiente, com base nos sensores a bordo do veículo, bem como num conhecimento prévio acerca do mundo onde se pretende movimentar. A resolução deste problema encontra algumas dificuldades, nomeadamente:

- restrições físicas do veículo a que se destina o sistema de localização;
- dificuldades inerentes à obtenção pelos sonares de informação acerca do mundo;
- caracterização dos obstáculos que compõem o ambiente em que o veículo se vai movimentar;
- correspondência entre a caracterização do mapa do mundo e as características extraídas dele por parte do sonar.

1.2 Metodologia Seguida

Apresenta-se no esquema que se segue a arquitectura do sistema de localização que será usada neste trabalho:

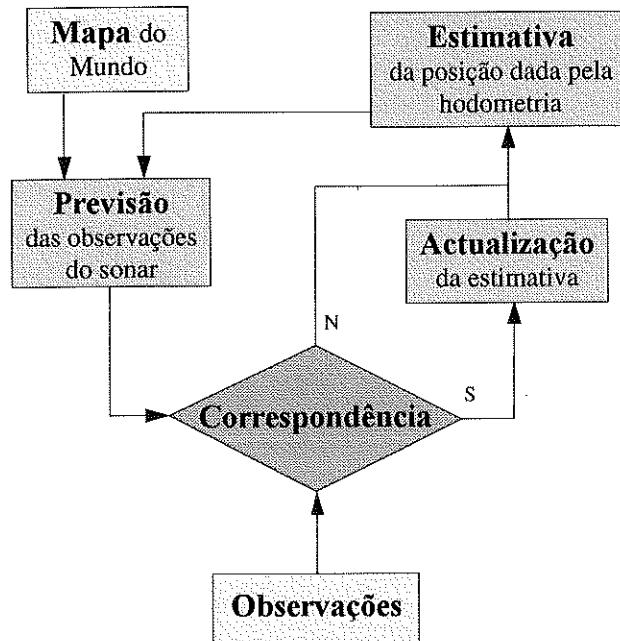


Figura 1.1 - Esquema geral do sistema de localização

Esta arquitectura é motivada pelo processo de estimação da posição utilizado para tratar o problema. Este processo, denominado Filtro de Kalman, calcula uma estimativa da posição do veículo combinando dois tipos de informação sensorial: externa e interna. A informação externa é fornecida pelos sonares situados em volta do veículo e a informação interna é dada pela hometria do mesmo.

As leituras de hometria, obtidas dos codificadores ópticos situados nas rodas do veículo, contêm erros associados com deslizamentos, afectando habitualmente a trajectória pretendida para o mesmo. Desta forma, apesar da hometria fornecer uma estimativa para a posição do veículo no ambiente, esta vai acumulando erros que ao fim de algum tempo se tornam inoportáveis. Sendo assim, é necessário, periodicamente, corrigir esses erros, através da observação de pontos de referência do mundo onde o veículo se movimentava.

Para extraírem informação do ambiente, os sonares determinam distâncias aproximadas a que os objectos se encontram do veículo, usando para isso o tempo de voo dos seus ecos acústicos.

Pelas dificuldades inerentes à física do sonar, nomeadamente ao ângulo de abertura do seu feixe, é necessário efectuar uma previsão correcta das suas observações por forma a rejeitar erros grosseiros nas suas leituras. Esta previsão é feita recorrendo às características do

mapa do ambiente, definido à priori, e de um modelo geométrico, habitualmente designado por modelo do sonar. Este modelo foi construído no sentido de permitir uma previsão correcta dos seus ecos, bem como garantir a validade dos mesmos.

A definição deste modelo condiciona o tipo de mapa utilizado no sistema de localização. Assim, o mapa é constituído por uma representação geométrica de objectos elementares: planos, cantos, esquinas e cilindros, que predominam nos ambientes estruturados para os quais este sistema de localização é pretendido.

Com o objectivo de aumentar a eficiência da obtenção das leituras dos sonares em tempo real, é introduzido um novo método baseado em entropia, que consiste na escolha do sensor que introduz mais informação no processo de estimação. Os resultados alcançados validam este método e mostram a sua contribuição para o funcionamento eficiente do sistema de localização defendido neste trabalho.

1.3 Organização do Documento

Esta dissertação está organizada em seis capítulos.

Este primeiro capítulo, para além de apresentar a estrutura de capítulos do documento, motiva e apresenta o problema proposto nesta dissertação e descreve brevemente a abordagem seguida para a sua resolução.

No segundo capítulo integra-se o problema da localização no contexto global da navegação e apresentam-se algumas abordagens adoptadas para sistemas de determinação da posição.

O terceiro capítulo apresenta todos os constituintes que fazem parte do sistema de localização aqui tratado e formaliza a sua caracterização. Inicia-se com uma apresentação do veículo para o qual o sistema de localização é destinado, apresentando-se de seguida o tipo de sensores que irão ser utilizados. É feita uma descrição da constituição física e do modo de funcionamento do sonar. Define-se um modelo geométrico de previsão de leituras, baseado nas restrições físicas do sonar. Finalmente é apresentada uma abordagem formal para a caracterização do mundo real, condicionada pela forma estruturada deste, bem como pela definição adoptada para o modelo de previsão de leituras.

No quarto capítulo são apresentados alguns métodos básicos de estimação que conduzem à dedução do processo de filtragem adoptado neste trabalho - Filtro de Kalman. Este processo é apresentado nas suas versões linear e estendida.

No quinto capítulo são definidos os modelos do estado do veículo e das suas observações, necessários para o processo de estimação da posição do mesmo. São também especificadas todas as fases que compõem o ciclo de localização e é apresentado um algoritmo que implementa cada uma destas fases. Este capítulo termina com a apresentação dos resultados

de uma simulação do comportamento do sistema de localização construído nesta dissertação.

Finalmente, no sexto capítulo analisam-se os resultados alcançados com este trabalho e tecem-se considerações sobre futuros desenvolvimentos que pretenderão contribuir para um aumento da autonomia dos veículos móveis.

Capítulo 2

Navegação em Robótica Móvel

2.1 Introdução

O uso de veículos autónomos em determinadas aplicações, tal como a exploração dos oceanos ou do espaço, tornou-se motivo de grande interesse para muitos investigadores em todo o mundo, havendo neste momento uma forte investigação nesta área.

A ideia transmitida pelos filmes de ficção científica de que os robots se movimentam com grande facilidade não corresponde à verdade. Na realidade, a navegação de robots móveis constitui um problema de difícil resolução. De facto, responder à simples questão “Onde estou?”, de uma forma realmente autónoma, constitui, neste momento, um sério desafio para a robótica móvel.

O problema da navegação pode-se resumir, segundo [Leonard92], às três seguintes questões: “Onde estou?”, “Para onde vou?” e “Como procedo para lá chegar?”. O problema identificado pela primeira questão, habitualmente designado por localização, constitui o tema central tratado nesta dissertação.

Em robótica móvel, localização é o processo de determinação da posição de um veículo usando informação a partir de sensores. A resolução deste problema é naturalmente de vital

importância para a navegação, uma vez que se o veículo não conseguir determinar a posição que ocupa no ambiente não poderá executar qualquer outra tarefa.

Hoje em dia, a navegação é uma ciência quantitativa, bem definida, usada habitualmente na marinha, aviação e em aplicações espaciais. Face a isto, será razoável perguntar porque é que a navegação em robótica móvel, robusta e fiável, ainda constitui um problema. Segundo [Leonard92], não é o processo da navegação por si que constitui um problema mas sim a aquisição ou extracção de informação externa, a partir de dados sensoriais, bem como da sua correlação ou correspondência com alguma forma de mapa. Wilfong em [Cox91a] tem uma opinião semelhante invocando que a investigação em veículos autónomos tem, até à pouco tempo, evitado o uso de pontos de referência artificiais, colocados no ambiente do veículo, quer activos quer passivos, uma vez que se pretendia dirigir esta no sentido da inteligência artificial, com o objectivo de desenvolver uma máquina autónoma “inteligente” cujo comportamento se aproximasse do humano. Hoje é reconhecido unanimemente na comunidade científica que um sistema de navegação autónomo e robusto tem de identificar marcas ou pontos de referência que ocorrem no ambiente, mesmo que isso nem sempre seja fácil devido a erros e dificuldades na interpretação da informação sensorial.

2.2 Arquitectura Genérica de um Sistema de Navegação Autónoma

De forma a entender o contexto global em que se insere o problema da estimação da posição apresenta-se na figura 2.1 um diagrama de blocos que constitui uma representação genérica das arquitecturas de navegação autónoma. Esta não pretende ser representativa de todas as arquitecturas de navegação, mas apenas ilustrativa de uma implementação típica.

Devido à complexidade do processo de navegação autónoma, este decompõem-se habitualmente em módulos funcionais, ocupando-se cada um deles de resolver uma parte da tarefa global. A decomposição em *top-down* apresentada na figura 2.1 inclui uma segmentação do problema do planeamento da missão em planeamento de caminhos, geração de trajectórias, cálculo da estratégia de controlo e controlador [Cunha94]:

- Planeamento de caminhos: a partir das tarefas que se pretende que o robot realize é construída, por este módulo, uma sucessão de locais onde o veículo deverá atingir determinados estados. Nestes locais ocorrerá a realização de tarefas ou simplesmente de manobras (como seja a mudança do sentido de marcha). A ordem dos elementos na sucessão de locais decorre da optimização de um critério de desempenho. A elaboração de planos alternativos baseados na ocorrência de certos eventos confere robustez e maior grau de autonomia ao sistema.
- Geração de trajectórias: este módulo é responsável pela determinação de linhas entre cada par de locais consecutivos a atingir. Estas linhas representam trajectórias a

Depois de se ter situado o problema da localização no contexto global da navegação, apresentam-se na secção seguinte os principais métodos de determinação da posição usados em diversas áreas.

2.3 Métodos de Localização

O resultado mais importante que existe sobre posicionamento de robots móveis, já referido na secção anterior, é de que não existe uma solução verdadeiramente eficaz para o problema. As muitas soluções parciais existentes podem ser divididas em dois grandes grupos: medições de posicionamento absolutas e relativas. Pelo facto de não existir nenhum método geral, suficientemente bom, os investigadores desta área para resolverem o problema da localização habitualmente combinam dois métodos, um de cada uma das categorias.

Dos métodos de posicionamento relativo faz parte:

- hodometria

Dos métodos de posicionamento absoluto fazem parte:

- navegação utilizando *beacons*,
- navegação através do reconhecimento de pontos de referência,
- navegação baseada na comparação com o mapa do mundo.

A especificação de cada um destes métodos é descrita nas secções que se seguem.

2.3.1 Hodometria

Hodometria é o termo utilizado para descrever o processo de determinação do deslocamento de um veículo ao longo de um caminho, deduzido directamente a partir dos "hodómetros" ou codificadores situados no mesmo. A sua forma de determinar a posição do veículo baseia-se num procedimento matemático simples baseado no conhecimento de uma posição anterior e na informação da velocidade adquirida pelo mesmo até ao instante em que é determinada a nova posição. Uma vez que este sistema de localização é baseado em equações simples, torna-se facilmente implementável.

Os codificadores usados por este procedimento, são dispositivos colocados nas rodas do veículo que quantificam frequentemente a posição angular e a velocidade. Existe uma grande variedade deste tipo de codificadores, sendo os ópticos absolutos e os ópticos incrementais os mais usados em aplicações para veículos móveis. O modelo incremental

mede a velocidade rotacional podendo inferir a posição relativa, enquanto que o modelo absoluto mede directamente a posição angular e infere a velocidade.

Hodometria tem a vantagem de ser um processo que está propriamente contido no veículo, daí que é sempre capaz de fornecer uma estimativa da posição do mesmo. Este método caracteriza-se por ter elevadas taxas de amostragem, fornecer leituras isoladas com grande exactidão e ser económico. Contudo, o facto de integrar informação incremental ao longo do tempo, conduz inevitavelmente a uma acumulação acentuada de erros. Particularmente a acumulação de erros de orientação irá causar grandes desvios na posição. Estes desvios aumentam proporcionalmente com a distância percorrida pelo veículo, a não ser que uma referência independente seja usada periodicamente para reduzir esse erro [Cox91a].

Apesar destas limitações, a maioria dos investigadores concorda que hodometria é uma componente essencial do sistema de navegação de um veículo e que as tarefas deste sistema são simplificadas se a precisão da hodometria for melhorada.

Apresentam-se de seguida algumas razões que levam a que a localização através de hodometria seja usada na maioria dos sistemas de posicionamento:

1. Os dados obtidos através de hodometria podem ser integrados com medições de posicionamento absolutas, por forma a se obterem melhores estimativas da posição [Cox91a, Cox91b];
2. Hodometria pode ser usada para traduzir a evolução do sistema, entre alterações da posição absoluta, usando por exemplo pontos de referência. A precisão do posicionamento, é aumentada usando hodometria se forem feitas alterações menos frequentes da posição absoluta. Como consequência deste facto, são necessários menos pontos de referência, para uma dada distância percorrida;
3. Muitos algoritmos de localização com informação hodométrica, baseados na comparação do mapa do ambiente com pontos de referência, assumem que o robot pode manter o conhecimento da sua posição suficientemente bem, "olhando" para esses pontos de referência e comparando características numa área limitada, conseguindo com esta combinação, baixar os tempos de processamento e melhorar a correcção da comparação [Cox91a];
4. Por vezes, a hodometria é a única informação disponível para o algoritmo de localização. Isto acontece por exemplo quando nenhuma das referências externas está visível, quando circunstâncias impedem o posicionamento ou a selecção de marcas no ambiente, ou quando outro subsistema de medição falha não fornecendo dados úteis.

Como já foi brevemente referido, este sistema de obtenção de informação baseia-se no facto de que as revoluções das rodas podem ser obtidas a partir do deslocamento linear relativo ao chão. No entanto este facto tem uma validade limitada devido ao deslizamento das próprias rodas. Quando há deslizamento os codificadores associados às rodas não irão registar revoluções em cada uma destas, apesar dessas revoluções corresponderem a um

deslocamento linear efectuado pelas primeiras. No entanto, além do erro causado por deslizamento, existem outros motivos para a existência de incorrecções na tradução das leituras dos codificadores das rodas em movimento linear. Esses erros dividem-se fundamentalmente em dois grupos, erros sistemáticos e não sistemáticos, sendo esta distinção importante para a redução efectiva dos erros no sistema.

1. Erros sistemáticos

- diâmetros reais das rodas diferentes dos assumidos;
- eixo real das rodas difere do assumido;
- desalinhamento das rodas;
- resolução finita do codificador;
- valor finito da taxa de amostragem do codificador.

2. Erros não sistemáticos

- movimento sobre superfícies irregulares;
- detecção de objectos inesperados no ambiente;
- deslizamento das rodas, podendo-se este dever a:
 - * superfícies escorregadias,
 - * elevada aceleração,
 - * rotações bruscas,
 - * forças externas (interacção com outros corpos externos),
 - * forças internas (rodas *castor*),
 - * não haver nenhum ponto de contacto da roda com a superfície.

Os erros sistemáticos são particularmente graves uma vez que se acumulam ao longo do tempo. No entanto, estes erros podem ser medidos e corrigidos. Como se pode ver pelos exemplos apresentados, estes erros são inerentes às propriedades individuais do veículo.

Uma forma de reduzir os erros sistemáticos é calibrar especificamente o veículo. Este processo de estimação da incerteza consiste em mudar alternadamente parâmetros físicos do veículo e observar, ao fim de algum tempo, como é que os erros resultantes se alteraram. Assim, esta técnica tem de se basear em parâmetros de estimação deduzidos a partir de observações da eficiência da hometria do veículo, tendo em conta os erros sistemáticos do mesmo, bem como considerações de natureza específica do próprio veículo. Trata-se de um processo difícil e demorado porque mesmo pequenas diferenças na geometria do veículo ou nos seus componentes (por exemplo, uma mudança no diâmetro da roda devido a um aumento de peso) podem causar erros de hometria substanciais.

O problema principal dos erros não sistemáticos é que estes podem aparecer inesperadamente, causando enormes erros de posicionamento. No entanto, apesar de serem

habitualmente desconhecidos, estes erros podem ser estimados e corrigidos. À medida que a posição é calculada, é estimada a incerteza desta relativamente à posição efectiva do veículo. Esta incerteza é habitualmente representada por uma elipse de erro centrada na posição calculada, representando a região de incerteza associada com aquela estimativa. Tipicamente, estas elipses aumentam com a distância percorrida, até que uma medição da posição absoluta reduza a incerteza e, conseqüentemente, o tamanho da elipse de erro (figura 2.2).

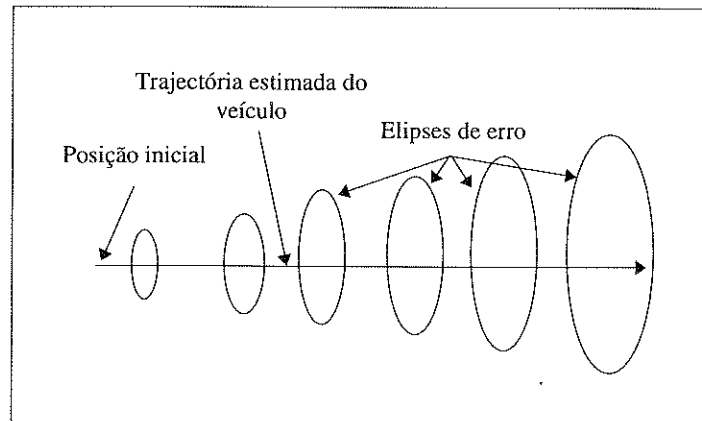


Figura 2.2 - Aumento das elipses erro

Em ambientes interiores com superfícies lisas, os erros sistemáticos contribuem mais para a totalidade do erro do que os erros não sistemáticos. No entanto, em superfícies rugosas com irregularidades significativas os não sistemáticos são dominantes.

Um método alternativo de hodiometria é a navegação inercial. Inicialmente desenvolvida para ser implementada na aviação, esta tecnologia foi rapidamente adaptada para ser usada em mísseis, navegação espacial e em navegação marítima, como por exemplo nos submarinos nucleares *Nautilus* e *Skate* quando foram equipados para suportar viagens transpolares em 1958.

Os dispositivos usados neste método são:

- os giroscópios, que medem fundamentalmente a variação angular;
- os acelerómetros que medem a variação da velocidade.

As medições contínuas de rotação e aceleração obtidas destes dispositivos são integradas uma e duas vezes respectivamente, ao longo do tempo, permitindo deduzir-se a velocidade e a posição do veículo. Devido a essa integração dos dados, estes vão piorando gradualmente, uma vez que, mesmo erros muito pequenos na informação fornecida podem causar um aumento acentuado do erro nos dados integrados. Daí que os sensores inerciais estão desajustados para posicionamento exacto ao longo de grandes períodos de tempo, a não ser que sejam devidamente compensados com o conhecimento da posição absoluta, melhorando regularmente e de forma significativa a exactidão das suas medições.

Apesar disso, a navegação inercial é um processo atractivo, nomeadamente para a aviação, basicamente porque está contido no próprio veículo e não é necessária informação externa ao movimento para se obter informação acerca do posicionamento. Uma outra vantagem é a capacidade de esta poder fornecer medições rápidas dinamicamente.

Um problema da navegação inercial, até à pouco tempo, era o elevado custo do equipamento que utilizava. Apesar de se basear em conceitos simples, as especificações de implementação eram bastante complexas, sendo este facto fundamentalmente causado por fontes de erros que afectavam a estabilidade dos giroscópios usados para manter uma orientação consistente ao longo do processo. Assim, os seus elevados custos de construção e manutenção excluía quaisquer aplicações práticas desta tecnologia na industria de veículos autónomos. Mais recentemente os preços de giroscópios laser e de fibra óptica bastante precisos baixaram significativamente, o que os torna ajustáveis a muitas aplicações com robots móveis.

2.3.2 Beacons Activos

Beacon corresponde ao termo utilizado para descrever um dispositivo de transmissão activa, estacionário. Podem-se também referenciar por *beacons* dispositivos deste tipo que funcionem como receptores ou retro-reflectores.

Os *beacons* activos têm sido usados desde à muitos séculos como uma forma fiável e útil para a navegação, podendo as estrelas ser consideradas como um bom exemplo disso. A utilização de *beacons* activos na navegação consiste em calcular a posição absoluta de um veículo a partir de medições da direcção de incidência de três ou mais dispositivos de transmissão activos. Estes transmissores usam frequências de luz ou radio e têm de estar localizados em posições conhecidas do ambiente.

Os sistemas de navegação mais comuns usados na marinha e na aviação são através de *beacons* activos. Estes últimos podem ser detectados de forma fiável fornecendo informação de posicionamento razoavelmente correcta com processamento mínimo. Consequentemente, esta abordagem caracteriza-se por elevadas taxas de amostragem com alguma credibilidade, tendo, no entanto, elevados custos de instalação e manutenção, uma vez que é habitualmente necessária uma grande quantidade de *beacons* para um posicionamento correcto.

Pode-se distinguir dois tipos diferentes de sistemas de *beacons* activos: trilateração e triangulação.

1. Trilateração

Trilateração é um processo de determinação da posição do veículo baseado em medições da distância a fontes de *beacons* cuja localização é conhecida. Dos sistemas de navegação por trilateração fazem parte três ou mais transmissores colocados no ambiente em posições definidas e um receptor a bordo do robot. Inversamente podem também ser constituídos por

um transmissor a bordo e os receptores posicionados nas paredes. Usando a informação do tempo de voo, o sistema calcula a distância entre os transmissores estacionários e o receptor a bordo. O sistema GPS que irá ser brevemente descrito, bem como os sistemas de *beacons* baseados em sensores ultra-sônicos constituem exemplos do uso de trilateração.

2. Triângulação

Nesta configuração existem três ou mais transmissores activos (normalmente infravermelhos) colocados no ambiente em posições conhecidas, como mostra a figura 2.3.

Um sensor rotativo a bordo do veículo regista os ângulos λ_1 , λ_2 e λ_3 , os quais são medidos entre o eixo longitudinal do veículo e os três *beacons* activos, S_1 , S_2 e S_3 . A partir dessas medições podem ser calculadas as coordenadas cartesianas x e y e a orientação θ do veículo. O método de triângulação geométrica só funciona consistentemente quando o veículo se situa entre um triângulo formado por três *beacons*. Embora existam áreas fora desse triângulo onde a abordagem geométrica funciona, estas são difíceis de determinar e extremamente dependentes de como os ângulos estão definidos.

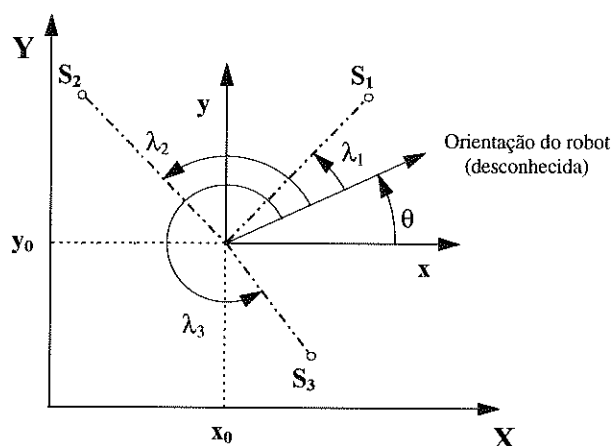


Figura 2.3 - Medições dos três ângulos λ_1 , λ_2 e λ_3 do sensor rotativo

A tecnologia moderna aumentou significativamente as capacidades dos sistemas de *beacons* activos com a introdução do laser e de transmissores ultra-sônicos e de rádio. Possivelmente a abordagem mais promissora para navegação exterior utilizando *beacons* activos é o sistema recentemente terminado GPS (*Global Position System*). Este sistema usa uma constelação de 24 satélites orbitais da terra a uma distância de 10,900 milhas náuticas. Quatro satélites estão localizados em cada um dos cinco planos inclinados 55° com respeito ao plano do equador da terra [Borenstein94].

A localização absoluta 3-D de qualquer receptor GPS é determinada através de técnicas de trilateração simples baseadas no tempo de voo dos sinais de rádio transmitidos pelos satélites. Os tempos de propagação do sinal medido são convertidos numa pseudo-distância representando a distância entre o receptor e o número de satélites referência em posições orbitais conhecidas. Conhecendo a distância exacta do receptor a três satélites é possível,

teoricamente, o cálculo da latitude, longitude e altitude do receptor. Apesar de conceptualmente muito simples esta filosofia introduz quatro desafios técnicos óbvios:

- ◇ Tempo de sincronização entre os satélites individuais e os receptores GPS;
- ◇ Conhecimento preciso, em tempo real da posição dos satélites;
- ◇ Medição correcta do tempo de propagação do sinal;
- ◇ Conhecimento preciso da razão sinal/ruído por forma a conseguir-se uma operação fiável, mesmo na presença de interferências.

Na figura 2.4 vê-se os três principais constituintes do sistema GPS: o espaço, o controlo e o utilizador. A localização precisa em tempo real do satélite é determinada por um número variado de estações espalhadas por todo o mundo. Todos os dados medidos e recebidos são enviados para a estação para serem analisados e referenciados com o tempo universal.

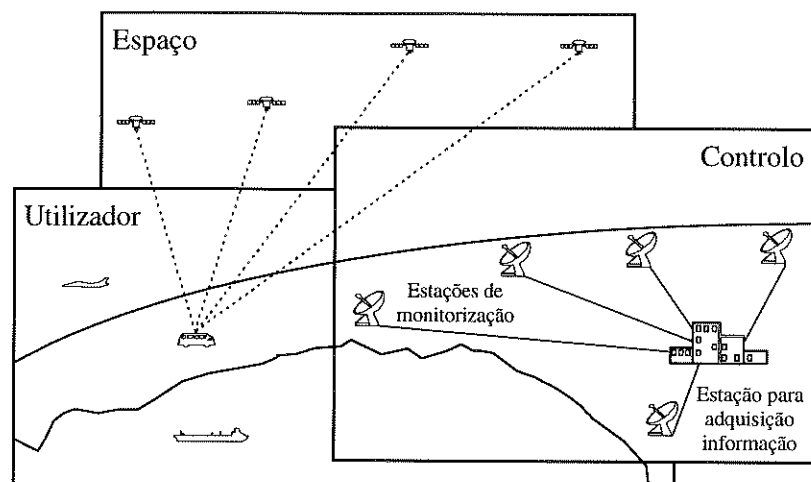


Figura 2.4 - O sistema GPS

2.3.3 Pontos de Referência

Designam-se por pontos de referência todas as características distintas e distinguíveis do ambiente que um robot móvel consegue reconhecer a partir de informação sensorial. Estas referências podem ser formas geométricas, tais como rectângulos, linhas ou círculos, podendo também ser constituídas por informação adicional, tal como os códigos de barras. Por forma a que o robot possa usar pontos de referência, a sua localização fixa tem de ser especificada e guardada na memória do sistema de navegação. Os pontos de referência que irão ser usados durante o processo de localização devem ser escolhidos cuidadosamente por forma a serem facilmente identificados pelos sensores do veículo, nomeadamente denotarem um certo contraste com os restantes objectos do ambiente.

Um sistema de posicionamento baseado no reconhecimento de pontos de referência tem habitualmente os seguintes componentes:

1. Um sensor que adquire informação a partir das referências colocadas no ambiente;
2. Um método de correspondência entre as referências observadas e o mapa de referências conhecidas;
3. Um método de cálculo da posição e erros de localização associados com a correspondência.

É essencial para um veículo que baseie o seu sistema de posicionamento em pontos de referência, manter uma boa estimativa da sua posição, uma vez que esta é imprescindível para uma correspondência bem sucedida dessas referências. Daí que um sistema que pretenda reconhecer fielmente os pontos de referência do ambiente tenha de manter uma boa precisão da sua hometria.

Os tipos de referências usados neste método de localização podem pertencer a dois grupos distintos: referências “artificiais” ou referências “naturais”.

2.3.3.1 Referências Artificiais

Designam-se por referências artificiais todos os objectos ou marcas especialmente concebidos e colocados no ambiente com o objectivo de permitir a navegação do robot.

A navegação através do reconhecimento de pontos de referência artificiais baseia-se, tal como no caso de *beacons* activos, na colocação no ambiente, em posições conhecidas, de três ou mais referências. A vantagem da utilização de referências artificiais, relativamente a *beacons* activos, é que estas podem ser concebidas para uma melhor detectabilidade, mesmo em ambientes adversos.

Os investigadores têm usado diferentes tipos de marcas, variando estas de acordo com o seu método de detecção e com as técnicas usadas para a estimação da posição. Muitos destes sistemas de posicionamento são baseados em visão computacional, existindo vários tipos de referências artificiais para o efeito.

A exactidão conseguida com os vários métodos depende da precisão com que os parâmetros geométricos das imagens das referências são extraídas do plano da imagem que, por sua vez, depende da posição relativa e ângulo entre o robot e a referência. Habitualmente, esta exactidão diminui com o aumento da distância relativa. Como referência, existe um intervalo de ângulo relativo no qual uma boa exactidão é conseguida, sofrendo esta uma diminuição significativa quando o ângulo relativo sai fora dessa região.

Existem duas outras variedades de referências artificiais que são os códigos de barras reflectores para *scanners* laser e a visão global que se refere ao uso de câmaras colocadas

em posições fixas no ambiente com o objectivo de estender a aquisição de informação sensorial local disponível a bordo do veículo.

Este método tem a vantagem dos erros de estimação serem limitados sendo no entanto por vezes difícil a detecção das referências para posicionamento em tempo real. Contrariamente aos *beacons* activos, as referências artificiais podem ser definidas como um conjunto de características, como por exemplo, uma forma poligonal ou uma área, podendo assim informação adicional, como a distância, ser inferida a partir da medição das propriedades geométricas das referências. Esta abordagem é no entanto computacionalmente intensiva e não muito precisa.

2.3.3.2 Referências Naturais

O reconhecimento de referências naturais para a determinação da posição do veículo baseia-se na observação de características distintivas, contidas no ambiente. Este sistema de posicionamento tem a vantagem de não ser necessária uma preparação do ambiente de navegação, no entanto este tem de ser previamente conhecido.

A fiabilidade deste método é menor que a do anterior uma vez que as referências usadas não foram concebidas para uma óptima detectabilidade. Daí que o problema principal na navegação por referências naturais é a detecção e comparação dos dados obtidos dos sensores. Assim, a selecção de características do ambiente facilmente detectáveis é importante, uma vez que irá determinar a complexidade da sua descrição, detecção e comparação. Com uma selecção apropriada das mesmas, reduzir-se-ão as hipóteses de ambiguidade e aumentar-se-á a precisão do posicionamento.

É importante referir que o uso de referências naturais é mais apropriado para ambientes estruturados, tais como escritórios, ambientes fabris ou hospitais, uma vez que os objectos destes ambientes caracterizam-se por uma certa ordem e harmonia, sendo assim mais facilmente caracterizados e detectados.

Quando são usados sensores de medição de distância para navegação por referências naturais, características distintivas tais como esquinas, cantos ou paredes lisas constituem bons candidatos para caracterizar o ambiente.

Enquanto que os métodos de detecção de referências naturais estão bem desenvolvidos e são fiáveis, a navegação por referências artificiais não está ainda suficientemente desenvolvida para transmitir confiança em determinadas condições.

2.3.4. Comparação com o Mapa do Mundo

Habitualmente, a informação que é adquirida a partir dos sensores a bordo do veículo contém erros. Estes devem-se quer à natureza física dos próprios dispositivos, quer à natureza do ambiente em que são utilizados. Daí que, para que esta informação seja incluída

no processo de estimação, tem que haver alguma confiança nos dados que fornece. Uma forma de verificar isso é comparar estes dados com um mapa do ambiente onde eles foram extraídos. Assim, a metodologia dos métodos de posicionamento baseado num mapa consiste na validação de dados adquiridos a partir dos sensores, através da comparação destes com um mapa pré-definido desse ambiente. É claro que, quanto mais características forem usadas na comparação, maior será a probabilidade de sucesso, sendo no entanto menor o tempo gasto no processo de comparação. Daí que, para os veículos móveis autónomos em geral, um modelo realista para a sua hodometria e incerteza associada constitui a base para o bom funcionamento de um sistema de posicionamento baseado num mapa. E isto porque a detecção de características, bem como o cálculo da posição alterada baseiam-se em estimativas hodométricas.

Pelas razões acima descritas, pode-se dizer que as estratégias de estimação da posição que usam o posicionamento baseado num mapa dependem da forma da informação sensorial, a qual afecta significativamente a representação do mapa. Esta dissertação irá demonstrar precisamente isto. Assim, a análise de incertezas e erros provenientes dos dados sensoriais desempenham um papel muito importante na estimação correcta da posição e da construção do mapa. O mapa guardado para o sistema de posicionamento pode ser um modelo CAD do ambiente, pode ser construído a partir de dados do sensor ou resultante de uma medição.

As principais vantagens do posicionamento baseado num mapa são:

- este método usa a estrutura natural de ambientes interiores típicos para deduzir informação da posição sem os modificar;
- este tipo de posicionamento pode ser usado para gerar um mapa do ambiente dinamicamente modificado. Os mapas do ambiente são importantes para outro tipo de tarefas do robot, tais como o planeamento global do caminho ou a detecção de obstáculos;
- o posicionamento baseado num mapa permite que o robot explore, descubra modificações no ambiente e melhore a exactidão do processo.

As principais desvantagens do posicionamento baseado num mapa correspondem a requisitos específicos de uma navegação satisfatória, uma vez que este sistema de posicionamento requer que:

- hajam características suficientemente estacionárias, facilmente distinguíveis e que possam ser usadas na comparação;
- o modelo usado para o sensor esteja satisfatoriamente correcto de forma a ser útil;
- uma capacidade de processamento razoável disponível.

No posicionamento baseado num mapa existem dois tipos de representações mais comuns: mapas geométricos e topológicos.

Os mapas geométricos representam o mundo num sistema de coordenadas globais e tentam construir uma descrição geométrica mais ou menos detalhada deste a partir de dados conceptuais [Elfes90]. Esta abordagem tem a vantagem intuitiva de ter uma relação razoavelmente bem definida com o mundo real.

Os mapas topológicos representam o ambiente como uma rede de nós e arcos. Os nós da rede correspondem a pontos distinguíveis do ambiente, enquanto os arcos representam os caminhos entre esses pontos. São essencialmente usados em aplicações de planeamento, uma vez que a sua estrutura facilita o planeamento de caminhos.

Concluindo, pode-se enumerar algumas questões críticas relativas ao posicionamento baseado num mapa que necessitam de ser mais desenvolvidas:

- selecção e fusão sensorial para aplicações em ambientes específicos;
- algoritmos mais correctos e fiáveis de comparação dos dados locais com o mapa guardado;
- bons modelos de erro dos sensores e do movimento do veículo.
- uma diminuição significativa do processamento e da obtenção de informação sensorial.

Capítulo 3

Componentes do Sistema de Localização

3.1 Introdução

Os principais constituintes do sistema de posicionamento aqui desenvolvido são o veículo autónomo, os seus sensores e o ambiente onde este se movimenta. A especificação deste sistema depende em primeira instância das características físicas e comportamentais dos seus componentes, sendo por isso importante, conhecer em pormenor quais as implicações que estas características têm nessa especificação.

Neste capítulo são analisados pormenorizadamente estes componentes, sendo apresentado um modelo dinâmico para o veículo, um modelo de previsão das leituras do sonar e finalmente é formalizada uma representação geométrica dos ambientes estruturados a que o sistema de localização se destina.

A construção destes dois modelos é motivada pelo processo de estimação que irá ser usado para a determinação da posição do veículo. A abordagem geométrica da representação do mapa do ambiente deve-se à forma do modelo de previsão das leituras do sonar, bem como à estrutura dos ambientes onde o veículo se movimenta.

3.2 Descrição do Veículo

3.2.1 Componentes do Veículo

O sistema de localização apresentado nesta dissertação foi desenvolvido tendo por base o veículo autónomo existente no laboratório do ISR- Instituto de Sistemas e Robótica do Porto. Este veículo, designado por *Robuter*, está ilustrado na figura 3.1.

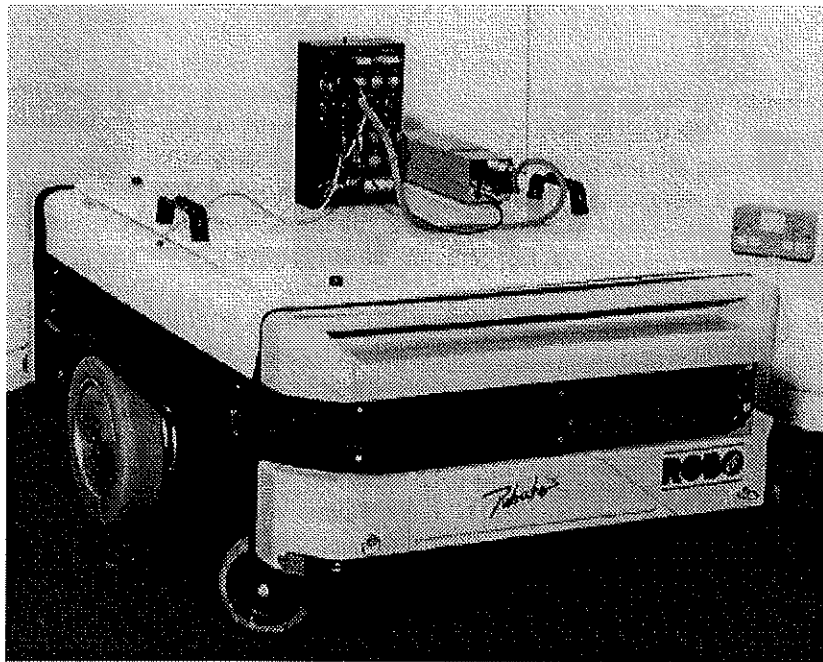


Figura 3.1 - Veículo autónomo do ISR-Porto

A *Robuter* tem como dimensões 1.005 metros de comprimento e 0.700 de largura, pesando aproximadamente 120 Kg. O sistema motriz é constituído por duas rodas situadas na parte traseira, com motores distintos, podendo ser, desta forma, independentemente controladas. O veículo possui ainda duas rodas dianteiras mortas (*caster*) que se limitam a suportar o peso do mesmo. Os dois grupos de rodas, activas e passivas, têm respectivamente 24 e 12 centímetros de diâmetro.

A informação sensorial, para efeitos de navegação, é obtida a partir de 12 sensores ultrasónicos Polaroid (sonares) fixos que estão colocados à volta do veículo, bem como das medições hodométricas obtidas dos codificadores ópticos localizados no sistema de condução do mesmo. A orientação e a posição relativa dos referidos sonares no robot estão ilustrados na figura 3.2 e na tabela 3.1. A numeração dos sonares apresentada na figura 3.2 corresponde à numeração destes dispositivos tal como estão configurados no *hardware* da *Robuter*.

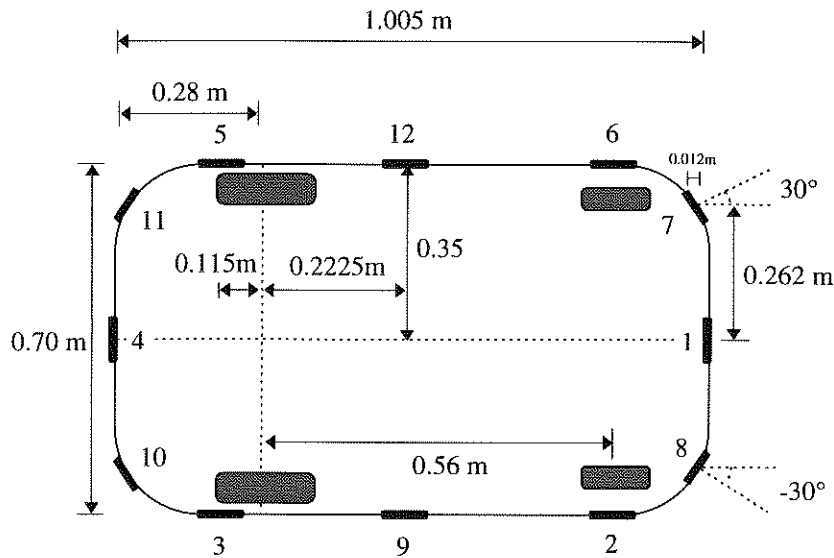


Figura 3.2 - Dimensões e localização dos sensores na *Robuter*

Tabela 3.1 - Posição relativa dos sensores no veículo

Sensor	x'_s	y'_s	α'_s
1	0.725	0.000	0°
2	0.560	-0.350	-90°
3	-0.115	-0.350	-90°
4	-0.280	0.000	180°
5	-0.115	0.350	90°
6	0.560	0.350	90°
7	0.713	0.262	30°
8	0.713	-0.262	-30°
9	0.2225	-0.350	-90°
10	-0.268	-0.262	-150°
11	-0.268	0.262	150°
12	0.2225	0.350	90°

A *Robuter* contém dois microprocessadores a bordo: um 68020 que controla o veículo e um 68000 que controla o *bus* de dados dos sensores. A placa do microprocessador 68020 corre um sistema operativo em tempo real denominado ALBATROS. Uma estação de trabalho gráfica, com sistema operativo UNIX, controla remotamente o veículo através de uma ligação série de 9600 baud. Opcionalmente pode ser ligado um segundo cabo do mesmo tipo, por forma a aumentar a velocidade de transmissão de dados entre a *Robuter* e a estação de trabalho. Note-se que a ligação à estação de trabalho com ambiente UNIX não é obrigatória, uma vez que poderia ser outro computador a controlar o veículo.

3.2.2 Modelo Dinâmico Determinístico

O modelo aqui apresentado traduz as leis da Física que regem o comportamento de veículos móveis genéricos. As relações que dependem da implementação do veículo não são aqui consideradas. Consequentemente, tanto as variáveis de estado como as variáveis de controlo são de natureza cinemática. Desta forma é assumido que os controladores dos actuadores aceitam referências deste tipo.

O tipo de configuração do veículo considerado é caracterizado pelo facto de a orientação do mesmo ser controlada através do movimento diferencial das rodas motrizes. Assim, o veículo é dirigido pela diferença de velocidades entre as duas rodas, tal como esquematiza a figura 3.3. Esta configuração apresenta a vantagem do veículo poder mudar de direcção sem deslocar o seu ponto interno de referência.

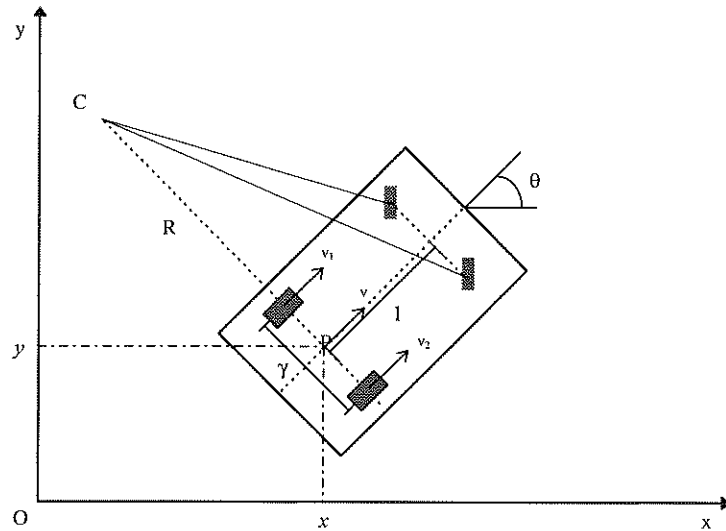


Figura 3.3 - Veículo dirigido por velocidade diferencial

O veículo é descrito no espaço através do conjunto de variáveis (x, y, θ) . Tal como ilustra a figura 3.3, as variáveis x e y representam a posição relativamente a um referencial absoluto de acordo com o meio ambiente e θ é a orientação do veículo em relação ao mesmo referencial.

Para simplificar a apresentação do modelo estipula-se que o ponto do veículo a que se refere a posição é o que se situa no cruzamento entre o eixo das rodas motrizes e a mediana segundo o comprimento (ponto P). É em relação a esta mediana que é medida a orientação.

Como ilustra a figura 3.3, v representa a velocidade média das duas rodas motrizes, v_1 a velocidade da roda esquerda e v_2 a velocidade da roda direita. Uma vez que o controlo do veículo é dado em função destas duas últimas variáveis, a dinâmica de x , y e θ deve ser determinada em função destas.

Observando o esquema da figura 3.3 e reparando que γ representa a distância entre as rodas motrizes, verifica-se que no ponto P a velocidade instantânea e o raio de curvatura são dados respectivamente por:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2}, \quad (3.1)$$

$$R = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{v_1 + v_2}{v_2 - v_1} = \frac{\gamma \cdot v}{v_2 - v_1}. \quad (3.2)$$

Daqui conclui-se que a dinâmica do veículo é dada por:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\theta) = \frac{v_1 + v_2}{2} \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \sin(\theta) = \frac{v_1 + v_2}{2} \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = \frac{v}{R} = \frac{v_2 - v_1}{\gamma} \end{cases} \quad (3.3)$$

3.3 Descrição dos Sensores

A estimação da posição efectiva do sistema em movimento considerado nesta tese é determinada conjugando duas formas distintas e complementares de informação:

- Dados da posição internos: obtidos a partir da hodometria do veículo através de codificadores ópticos, estimando a posição incrementalmente sem qualquer uso de informação acerca do ambiente;
- Dados da posição externos: obtidos a partir dos sonares colocados no veículo e de dados predefinidos acerca do ambiente representados num mapa.

Estes dois tipos de informação são complementares, uma vez que qualquer um deles não pode ser usado isoladamente num processo de estimação. Se por um lado a estimação da posição usando somente dados internos possui a desvantagem principal de acumular continuamente erros causados por deslizamentos e incorrecções mecânicas, por outro a estimação usando somente dados externos requer que sejam extraídas características que podem conduzir a situações ambíguas, especialmente se não se está perante o caso de ambientes estruturados. Mesmo assim, por muito aperfeiçoado que fosse o processo de extracção de dados externos, sem hodometria o processo de filtragem teria que estimar o

comportamento local do sistema ao longo do tempo, o que é difícil dadas as alterações constantes do meio ambiente. Logo, um processo robusto de estimação da posição requer a conjugação destes dois tipos de sensores.

Para se poder modelizar o problema da determinação da posição deste veículo num ambiente estruturado tem de se estudar o comportamento de cada um destes tipos de sensores. Assim, nas secções que se seguem descrever-se-á cada um deles e considerar-se-ão os problemas a eles associados.

3.3.1 Sensores Ultra-Sónicos (Sonares)

Sonar significa **SO**und **NA**avigation and **R**angefinding e corresponde ao termo usado para definir o mecanismo de medição de distâncias ultra-sónico. Este tipo de medição de distâncias é obtido exclusivamente através de informação *TOF* (*time of flight*), isto é, o tempo de percurso de um sinal sonoro emitido até um objecto do ambiente que o reflecte e retorna ao transmissor.

A medição de distância ultra-sónica *TOF* é actualmente a técnica mais utilizada em robótica móvel terrestre, devido principalmente ao seu baixo custo e à facilidade da implementação. Ao longo da última década vários investigadores estudaram a sua aplicabilidade em áreas como a modelização do ambiente, a detecção de obstáculos ou a estimação da posição. Alguns exemplos são [Leonard92], [Borenstein89], [Crowley89], [Elfes87] ou [Drumheller87].

Actualmente existe uma grande variedade de sensores ultra-sónicos comercialmente disponíveis. Esta variedade inclui desde o simples e barato detector de presença humana usado em portas automáticas até ao sofisticado e dispendioso sonar usado em aplicações submarinas. O sonar utilizado em robótica móvel terrestre encontra-se entre estes dois extremos.

A escolha do tipo de sensor a utilizar depende da própria natureza da aplicação. Habitualmente essa tem de ter em conta vários parâmetros, dos quais se salientam a quantidade de informação necessária, a precisão exigida, o alcance máximo, o ângulo de abertura do seu feixe e o custo envolvido. Todos estes elementos irão pesar na escolha final do tipo de sensor a usar numa dada aplicação. Na *Robuter* a escolha foi baseada numa combinação intermédia de todos estes factores da qual resultou o sonar.

Alguns investigadores referem os sonares como imprecisos na medição que fornecem, chegando mesmo a afirmar [Drumheller87] que “*o uso do sonar representa o pior cenário para a localização a partir de dados de distância*”. No entanto outros, como por exemplo [Leonard92], defendem que essa incapacidade se deve à falta generalizada de um modelo adequado capaz de prever as leituras do mesmo.

Deve-se no entanto referir que, apesar de tudo isto, o sonar continua a ser o processo de medição para localização mais utilizado nas aplicações em robótica móvel terrestre. Tal

deve-se ao facto de a distância absoluta a um ponto observado estar directamente disponível sem que seja necessária uma análise muito complexa, assim como a técnica que utiliza não ser baseada em factos assumidos acerca das propriedades ou orientações dos alvos. O seu baixo custo continua a ser tentador, uma vez que proporciona uma enorme economia face a outros sistemas mais sofisticados e dispendiosos.

Para o sonar poder ser usado no processo de estimação da posição é necessário analisar o seu funcionamento e respectivo *hardware*, bem como entender como são obtidos os seus ecos.

3.3.1.1 Constituição Física do Sonar

A figura 3.4 ilustra os módulos principais e o funcionamento do sonar Polaroid através de um diagrama de blocos.

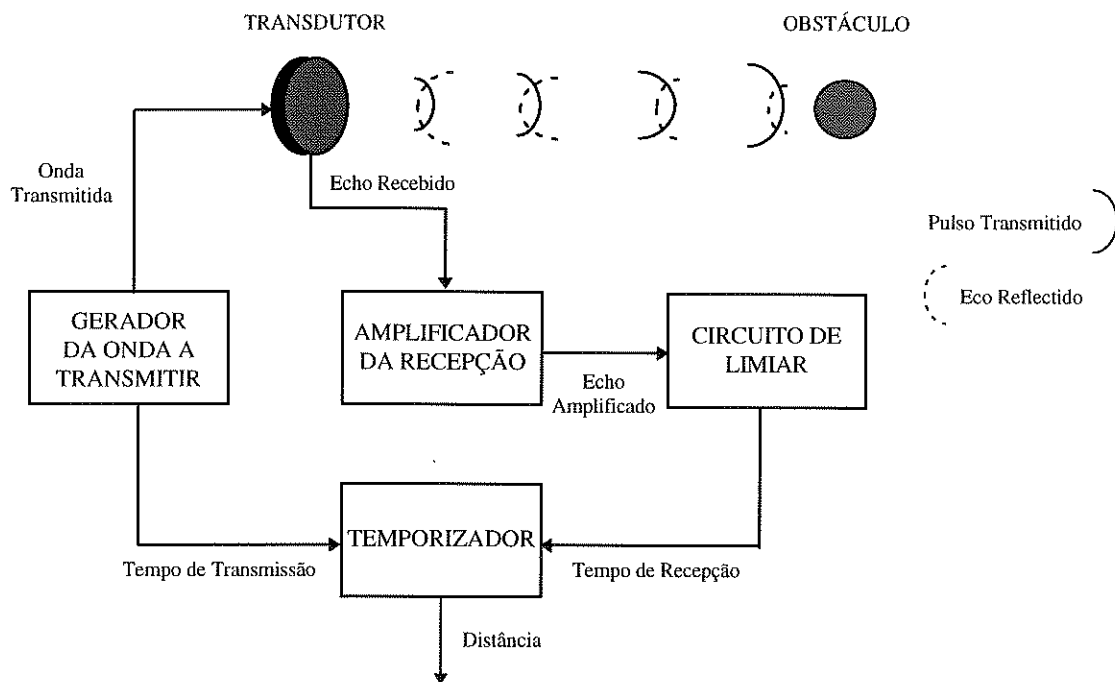


Figura 3.4 - Hardware de um sonar Polaroid

Os principais constituintes do sonar são: o transdutor, o gerador da onda, o amplificador de recepção, o circuito de limiar e o temporizador.

O sistema *standard* da Polaroid transmite 56 ciclos de uma onda quadrada de 49.4 kHz no modo longa-distância, com uma duração total de impulsos de 1.13 mSec. Os sonares da *Robuter* podem também funcionar num modo de sensorização especial de curta-distância, em que só são transmitidos 8 ciclos da onda com uma duração total de 160 μ Sec. Recentemente foi lançado no mercado pela Polaroid um outro sistema que transmite 16 ciclos, com uma duração de 320 μ Sec.

3.3.1.2 Modo de Funcionamento

O método utilizado pelo sonar para calcular a distância a um determinado objecto baseia-se na medição do tempo decorrido desde a transmissão da onda sonora até ao seu retorno sob a forma de eco. Para isso, após uma série de pequenos impulsos de som terem sido gerados pelo transmissor e aplicados ao transdutor segue-se um período durante o qual não são detectados quaisquer ecos. De seguida o transdutor é comutado para receptor e os ecos detectados passam por um amplificador com ganho variável com o tempo, que compensa os efeitos da dispersão de energia e a atenuação do som no ar. A saída é aplicada a um circuito de limiar que produz um sinal quando o limiar é atingido. Finalmente o temporizador calcula o tempo decorrido como sendo a diferença entre o instante de emissão e o instante no qual o limiar foi excedido.

Este processo introduz três tipos fundamentais de erros:

1. Duração do impulso transmitido - o cálculo do tempo decorrido é baseado no pressuposto de que é o primeiro ciclo do impulso da transmissão que, sob a forma de eco, excede pela primeira vez o limiar. Se for outro ciclo do impulso transmitido que atinja o limiar poder-se-ão verificar erros significativos, atingindo um erro máximo de 19.46cm, 3.47mm por cada impulso falhado (no caso da transmissão de 56 ciclos com comprimento de onda $\lambda=6.94\text{mm}$).
2. Amplificador de ganho variável - o amplificador da Polaroid faz uma aproximação em degraus à curva ideal da amplificação em função do tempo. Esta exponencial iria anular exactamente a dispersão do feixe e as perdas por atenuação do ar. Não são também considerados por este os efeitos da atenuação do som no ar por mudanças de temperatura e humidade. Devido a estas limitações, o valor do limiar comporta-se como uma função em degraus da distância medida.
3. Carga da capacidade do circuito de limiar - o mecanismo de limiar inclui uma capacidade que vai ser carregada pelo eco recebido. Se o eco for de fraca intensidade, pode acontecer que esta capacidade leve algum tempo a carregar, provocando atrasos na detecção do sinal, não sendo este detectado nesse ciclo mas sim no seguinte, introduzindo um erro no cálculo da medição. Por cada ciclo falhado a distância vem acrescida de um erro de 3.47mm.

Como se referiu anteriormente, o método de funcionamento do sonar baseia-se no tempo decorrido desde a emissão da onda de som até à recepção da mesma. Assim, usando física elementar, a distância a que se encontra o objecto é determinada multiplicando a velocidade de propagação do som no ar pelo tempo decorrido. O valor obtido é dividido por dois uma vez que o tempo considerado é de ida e volta, correspondendo ao dobro da distância do sonar ao alvo:

$$d = vt / 2, \quad (3.4)$$

onde

v = velocidade de propagação do som no ar

t = tempo decorrido

d = distância a que se encontra o objecto

A velocidade de propagação do som no ar, v , depende especificamente da temperatura e é caracterizada pela seguinte relação:

$$v = 331.4 \sqrt{\frac{T}{273}} \text{ m / s}, \quad (3.5)$$

onde T é a temperatura em graus Kelvin. Desta forma, a uma temperatura de 20 graus Celsius, a velocidade do som no ar é de cerca de 343.2m/s.

O transdutor usado neste tipo de sensores pode ser modelizado teoricamente como um pistão de plano radiante. Ao ser aplicada aos terminais do transdutor uma tensão com uma frequência ultra-sónica, é exercida uma força electrostática que provoca a sua vibração. Desta vibração resulta uma radiação ultra-sónica cuja energia se distribui espacialmente segundo a equação [Morse68]:

$$P(\theta) = \frac{2 \cdot J_1(k \cdot a \cdot \sin(\theta))}{k \cdot a \cdot \sin(\theta)}, \quad (3.6)$$

sendo a o raio do transdutor, λ o comprimento de onda e $k=2\pi/\lambda$. Para o transdutor da Polaroid, $a=19\text{mm}$ e $\lambda=6.94\text{mm}$.

Na figura 3.5 apresenta-se o espectro de irradiação do transdutor [Leonard92]. Como se pode ver pela figura, quando o ângulo de incidência é de 0 graus e o feixe do sonar encontra-se perpendicular ao objecto, a energia irradiada é máxima, não havendo aí qualquer perda do eco. À medida que o ângulo entre o feixe e a parede vai aumentando, a energia perdida aumenta também. Note-se que a maior parte da energia encontra-se no lóbulo principal, não sendo no entanto de desprezar a energia dos lóbulos secundários.

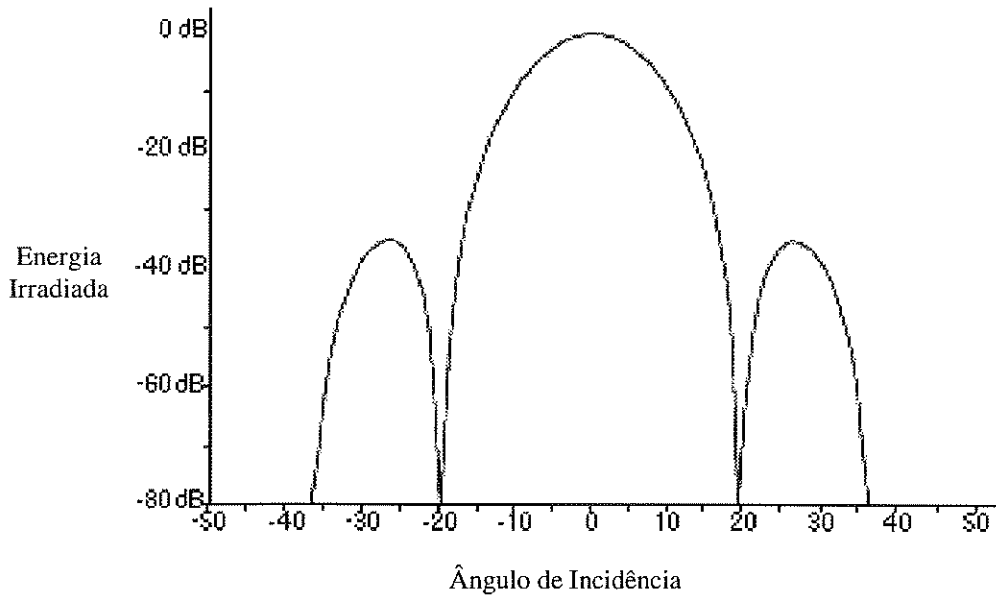


Figura 3.5 - Espectro de irradiação do transdutor de um sonar

Em [Leonard92] afirma-se que segundo experiências com dados de sonar reais, os espectros de irradiação dos transdutores da Polaroid não são simétricos, variando de transdutor para transdutor. Apesar deste efeito ser mais significativo nos lóbulos laterais, é defendido que seria importante quantificar estas conclusões, essenciais para se caracterizar devidamente os sistemas com múltiplos sonares.

O cone de emissão é definido como o campo de radiação que corresponde ao lóbulo principal. À medida que o cone diminui, o lóbulo principal concentrará uma percentagem cada vez maior da energia total da onda.

A largura do cone de emissão varia de sonar para sonar. Pode no entanto ser calculada pela seguinte expressão:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{0.61\lambda}{a}\right). \quad (3.7)$$

Analisando a expressão, verifica-se que quanto maior é a frequência da onda e maior é o raio do transdutor do sonar mais apertado será o cone de emissão. Os valores usuais para o ângulo de abertura, θ , são de 10° a 15° .

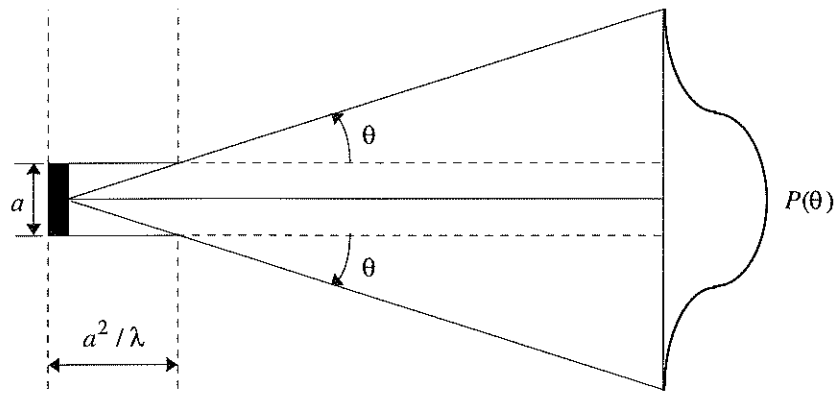


Figura 3.6 - Cone de emissão

Na figura seguinte pode-se ver um conjunto de leituras feitas por um sonar Polaroid para ângulos diferentes em relação à perpendicular [Leonard92].

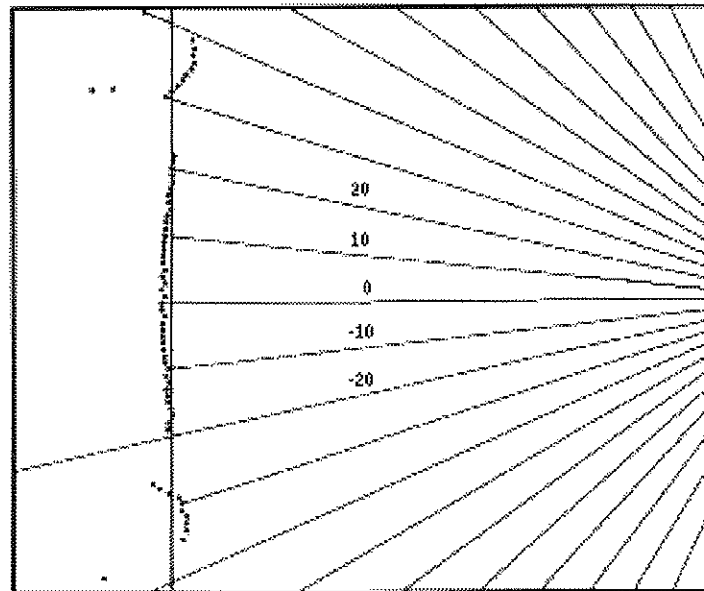


Figura 3.7 - Leituras reais de um sonar Polaroid

A recta representada verticalmente na figura corresponde ao obstáculo, neste caso uma parede, sendo os pontos indicados medições correspondentes a leituras feitas pelo sonar. As várias linhas oblíquas correspondem aos eixos do feixe para os vários ângulos de leitura, encontrando-se o sonar na convergência destes feixes. De notar que para ângulos mais afastados da perpendicular começam-se a fazer sentir os efeitos dos lóbulos laterais do espectro de radiação do transdutor. Estes estão localizados aproximadamente entre os ângulos de 30° e 40° e de -25° a -35° . Como se pode ver, estão alongados relativamente à distância que deveriam ter retornado, ou seja, a distância na perpendicular.

Sendo assim, os valores obtidos com o sonar orientado perpendicularmente relativamente ao objecto são os da distância efectiva entre este e o sonar, ou seja, a distância medida na

perpendicular. No entanto, a figura mostra que os valores lidos apresentam pequenas variações, ou seja, os pontos de medição não se encontram todos em cima do mesmo arco de circunferência centrada no sensor e tendo como raio a distância na perpendicular. Tal deve-se ao facto da gama de valores da distância medida não ser contínua, existindo apenas um conjunto finito de pontos possíveis para essa distância. Esta descontinuidade nos valores para a distância deve-se essencialmente ao fenómeno da carga da capacidade do circuito de limiar que quando recebe o eco inicia a sua carga. Se a onda for suficientemente forte este processo é rápido e o limiar é excedido pelo primeiro ciclo do eco. Se pelo contrário, o eco for fraco este processo pode-se arrastar por vários ciclos, alongando então a medida a cada ciclo que falha. Este problema agrava-se com o aumento da inclinação em relação à perpendicular, pois o retorno é cada vez mais fraco. Este agravamento pode ser quantificado por $vT/2$ por cada ciclo falhado (v é a velocidade do som e T o período da onda emitida). Como já foi referido, no caso da Polaroid, com sequências constituídas por 56 impulsos poder-se-á ter aumentos nos valores reais das distâncias até 19.4 cm. Para minimizar este problema pode-se utilizar o modo de *curta-distância* em que o erro será no máximo de 2.78 cm (transmissão de 8 ciclos com comprimento de onda $\lambda=6.94\text{mm}$).

De todas estas considerações pode-se concluir o seguinte:

1. Apontando o sonar directamente a uma superfície especular na perpendicular, a energia proveniente do centro do lóbulos principal do feixe retorna ao receptor sem grande perda, obtendo-se neste caso uma observação fidedigna.
2. Apontando o sonar à superfície com um ângulo inferior ao valor da largura do seu cone de emissão, a energia do centro do lóbulos principal não irá bater perpendicularmente na superfície, logo, não irá retornar directamente ao receptor. No entanto, haverá energia da parte lateral do lóbulos principal que irá bater na superfície na perpendicular e é esta que retorna directamente ao receptor, com energia suficiente para ser detectado.
3. Direcctionando o sonar com um ângulo equivalente ao valor da largura do seu cone de emissão, não se obtém retornos perpendiculares a partir do lóbulos principal e, conseqüentemente, o receptor não irá receber um sinal suficientemente forte para detectar o eco, sendo neste caso considerado para a leitura o maior valor da distância adoptado.
4. Para valores de ângulo superiores ao do seu cone de emissão, ou seja, valores correspondentes aos lóbulos secundários, é possível, por vezes, obterem-se leituras aproximadamente correctas. Este facto deve-se essencialmente à conjugação de dois factores:
 - ◇ a energia dos lóbulos secundários incide na perpendicular em relação à superfície, sendo por isso a primeira a chegar;
 - ◇ os lóbulos secundários possuem ainda energia suficiente para excitar o circuito de limiar.

É no entanto comum que estas medidas venham ligeiramente aumentadas devido ao atraso de tempo de carga da capacidade do circuito de limiar, uma vez que os ecos secundários são mais fracos.

Pode-se ainda relacionar a física do sonar com a forma de propagação do som no ar. A frequência típica de um sinal emitido por um sonar é de cerca de 50Khz. Se a velocidade de transmissão for de 343.2m/s, então o comprimento de onda da radiação é $\lambda=343.2/50000 \approx 7\text{mm}$. Quando radiações deste comprimento de onda encontram superfícies cujas características de tamanho ou rugosidade são menores que 7mm, estas ir-se-ão comportar como um espelho e especular essas radiações, isto é, o impulso transmitido pode-se reflectir sobre vários objectos antes de retornar ao sensor. Este tipo de leitura indica que existe um objecto a uma distância superior à que efectivamente este está localizado. Este problema denomina-se reflexão múltipla e está ilustrado na figura 3.8.

Quando radiações de comprimento de onda $\lambda \approx 7\text{mm}$ encontram superfícies cujas características de tamanho ou rugosidade são maiores que 7mm, estas irão difundir essas radiações, espalhando o sinal em várias direcções. Este tipo de reflexão, também ilustrado na figura 3.8, denomina-se reflexão difusa.

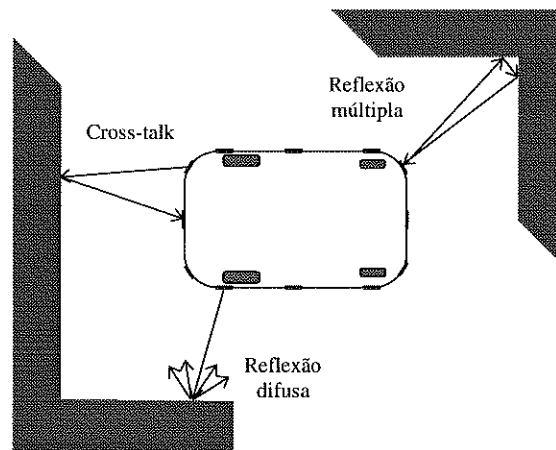


Figura 3.8 - Problemas da sensorização ultra-sónica

Como já atrás foi descrito, os sensores aqui usados são do tipo emissor/receptor constituindo este facto uma limitação da velocidade com que se pode obter a informação a partir deles. Esta forma de medição requer que dois quaisquer sensores não possam ser simultaneamente activados a não ser que estes estejam em direcções opostas ou exista *software e/ou hardware* específico que distinga os diferentes sinais dos mesmos. Se se ignorar este requisito, irá possivelmente acontecer *cross-talk* (figura 3.8). Este problema acontece quando o impulso transmitido por um sensor é recebido por outro, causando um enorme erro de leitura neste último. Este problema só se consegue evitar se for assegurado que cada um dos sensores é disparado individualmente ou em conjunto com outro com o qual nunca haverá *cross-talk*.

Ainda devido ao facto de o modelo *standard* da Polaroid combinar o sistema de emissão e recepção num só dispositivo tem de ser assegurado que os resíduos do impulso transmitido não sejam detectados como fazendo parte do impulso a receber. Assim o sistema do sonar só deve detectar objectos a uma distância mínima de cerca de 20 cm. A diminuição da energia do sinal acentua-se com o aumento da distância do sonar aos alvos. Com base neste facto foi assumido para a *Robuter* um valor seguro de 1.5m para a distância máxima tendo em conta a morfologia do ambiente e das experiências a efectuar. Para que seja assegurado que a leitura esteja aproximadamente correcta, o sonar deve estar apontado ao alvo por forma a captar a energia do lóbulo principal na zona de maior irradiação, ou seja com um ângulo inferior a 15°.

3.3.1.3 Modelo de Previsão das Leituras do Sonar

Como já foi referido na secção anterior, vários investigadores rejeitaram o uso do sonar para a localização devido aos erros que este introduzia durante o processo. No entanto, estes erros devem-se essencialmente à falta generalizada de um modelo adequado capaz de prever as leituras do mesmo. O modelo aqui apresentado baseia-se no trabalho efectuado por J. Leonard e Hugh Whyte [Leonard92].

Para se iniciar a definição do modelo de previsão das leituras do sonar é necessário definir que tipo de obstáculos do ambiente são relevantes sob o ponto de vista do sonar e que tipo de ecos produzem.

Modelização dos Alvos

Designa-se por alvo, todo o objecto característico do ambiente susceptível de ser observado por um dos sensores do robot. Este, é capaz de retornar ecos com uma medição previsível associada, dada a posição do sonar.

No modelo aqui apresentado, considera-se que o ambiente pode ser descrito por quatro tipos de alvos geométricos: planos, cantos, esquinas e cilindros.

Pode-se dividir os alvos em duas categorias: os que produzem ecos especulares e os que produzem ecos difusos, de acordo com o tipo de reflexão que cada alvo produz. Os planos, cantos e cilindros produzem ecos especulares, enquanto as esquinas produzem ecos difusos.

De seguida descreve-se a geometria de cada tipo de alvo o , caracterizada pelo vector de parâmetros p_o , bem como pelo modelo de previsão das leituras deles provenientes.

No que respeita às figuras que se seguem, supõem-se que as leituras são feitas a partir de um sonar colocado na posição $(x_s(k), y_s(k), \alpha_s(k))$, onde $\alpha_s(k)$ é o ângulo entre o eixo do sonar e a horizontal, $\hat{r}_s(k)$ representa a distância mínima prevista do sonar ao alvo, $\phi_s(k)$ o ângulo que essa medição prevista faz com a horizontal e β_o o ângulo de visibilidade do alvo o .

O ângulo de visibilidade do alvo β_o , corresponde ao valor da amplitude do cone dentro do qual a orientação do sonar tem de estar apontada por forma a que este último possa retornar um eco válido. Este cone designa-se por cone de visibilidade do alvo. Qualitativamente, o valor de β_o é determinado pela capacidade de reflexão de energia acústica do alvo o . Quanto mais forte é o alvo, em termos de reflexão acústica, maior será o ângulo de visibilidade do mesmo, uma vez que os lóbulos secundários passam a ter energia suficiente para ultrapassar correctamente o limiar. Calcular esse valor preciso na prática torna-se complexo, uma vez que é extremamente dependente do *hardware* do sonar. O que usualmente se faz para contornar o problema é impor um limite superior para o seu valor, em vez de o calcular explicitamente. No caso da *Robuter* foi imposto um valor para β_o igual para todos os alvos de cerca de 10° .

O sonar é representado nestas figuras por um rectângulo sombreado.

1. Plano:

É representado por uma linha e é caracterizado pelo vector de parâmetros $p_o = (p_R, p_\theta)$ e pelos pontos extremos da linha. p_R representa a distância da recta orientada à origem do sistema de coordenadas medida na perpendicular, enquanto p_θ representa o ângulo que a perpendicular da recta à origem faz com a horizontal, medido no sentido retrógrado, podendo este estar compreendido entre 0° e 360° (figura 3.9).

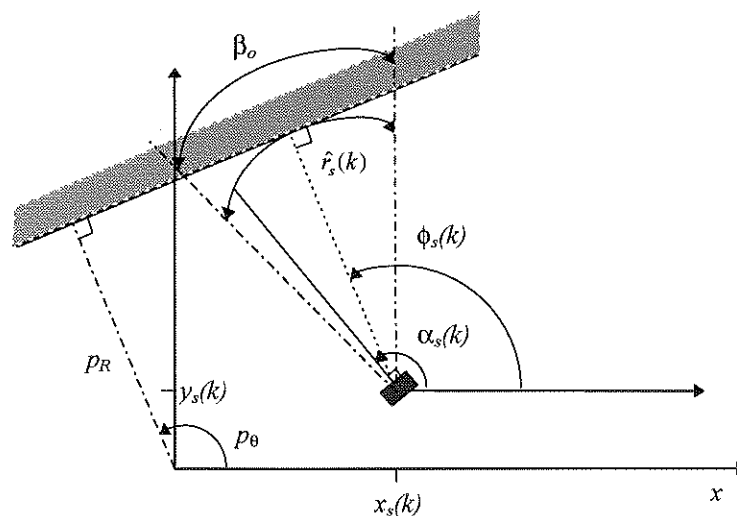


Figura 3.9 - Alvo plano

A distância e o ângulo previstos são dados pelas equações:

$$\hat{r}_s(k) = p_R + x_s(k) \sin(p_\theta - \pi / 2) - y_s(k) \cos(p_\theta - \pi / 2), \quad (3.8)$$

$$\phi_s(k) = p_\theta. \quad (3.9)$$

2. Canto:

É representado por uma superfície côncava e é caracterizado pelo vector de parâmetros $p_o = (p_x, p_y)$, onde p_x e p_y traduzem a sua posição cartesiana (figura 3.10).

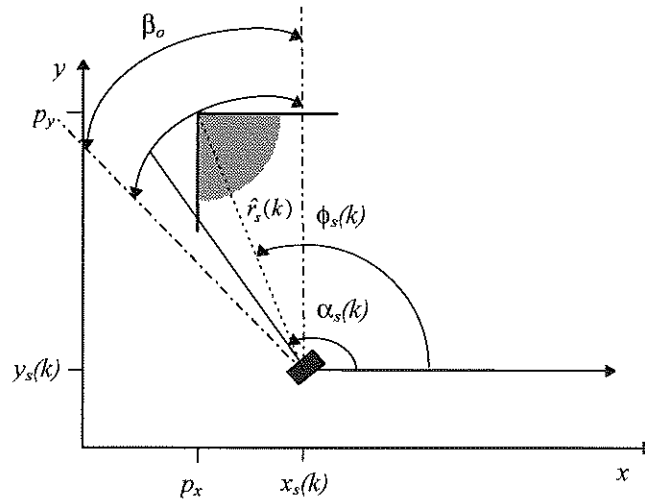


Figura 3.10 - Alvo canto

A distância e o ângulo previstos são dados pelas equações:

$$\hat{r}_s(k) = \sqrt{(p_x - x_s(k))^2 + (p_y - y_s(k))^2}, \quad (3.10)$$

$$\phi_s(k) = \arctan\left(\frac{p_y - y_s(k)}{p_x - x_s(k)}\right), \quad p_x \neq x_s(k). \quad (3.11)$$

3. Esquina:

É representada por uma superfície convexa e, tal como o canto, é caracterizada pelo vector de parâmetros $p = (p_x, p_y)$, onde p_x e p_y traduzem a sua posição cartesiana (figura 3.11).

Pelo facto de os seus ecos serem difusos, a energia das ondas é espalhada em várias direcções, dando-se uma maior atenuação do eco. Esta atenuação é proporcional a $\sqrt{1/\hat{r}_s(k)}$ [Kuc87]. Logo as esquinas provocam uma atenuação da energia do sinal superior aos alvos especulares, devendo por isso estas só ser perceptíveis de posições próximas da sua localização.

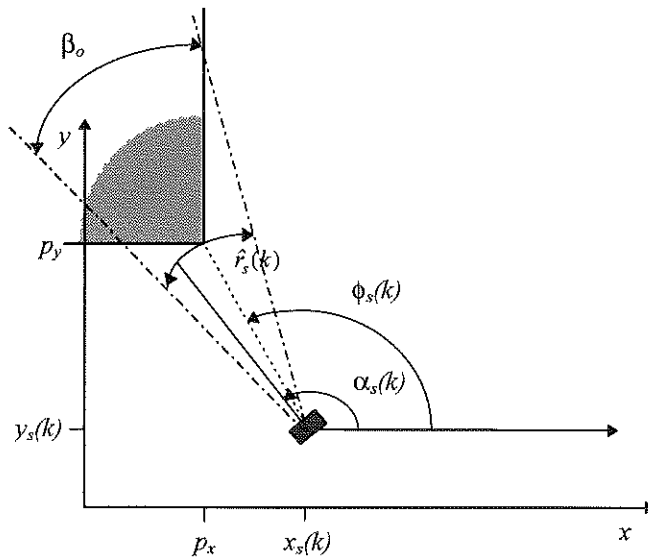


Figura 3.11 - Alvo esquina

A distância e o ângulo previstos são, da mesma forma, dados pelas equações 3.10 e 3.11.

4. Cilindro:

É representado por um arco circular e é caracterizado pelo vector de parâmetros $p_o = (p_x, p_y, p_R)$, onde, p_x e p_y são as coordenadas cartesianas do centro do círculo e p_R o raio do mesmo (figura 3.12). Assume-se que o raio do círculo é maior que o comprimento de onda do sinal emitido pelo sonar, caso contrário não se dá a reflexão.

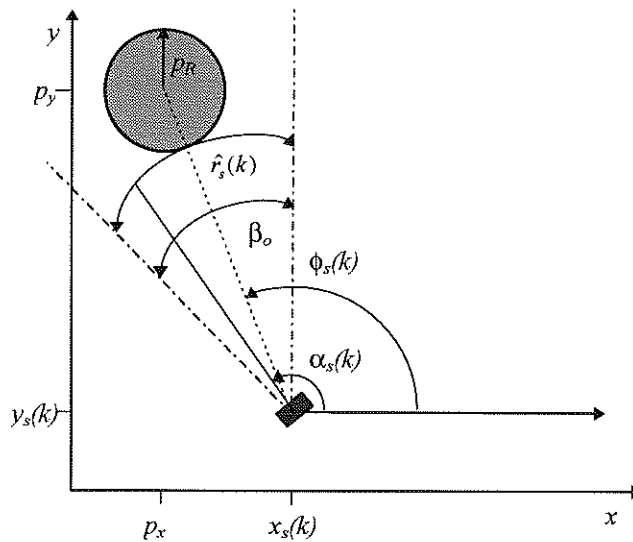


Figura 3.12 - Alvo cilindro

O ângulo previsto é dado pela equação 3.11, enquanto a distância é dada pela equação:

$$\hat{r}_s(k) = \sqrt{(p_x - x_s(k))^2 + (p_y - y_s(k))^2} - p_R. \quad (3.12)$$

Este conjunto de equações, desde 3.8 a 3.12, constitui um modelo matemático, desenvolvido geometricamente, que permite, dada a posição do sonar, determinar a distância e ângulo que cada um destes tipos de alvos fazem com o sensor.

As condições físicas do sonar impõem que este modelo tenha de satisfazer algumas condições.

Condições a Serem Satisfeitas Pelo Modelo

As previsões dadas pelas fórmulas 3.8, 3.10 e 3.12, respeitantes a $\hat{r}_s(k)$, têm de satisfazer algumas condições impostas pela física do sonar:

Condição 1:

Assume-se que o valor previsto para a distância $\hat{r}_s(k)$ só é considerado válido se a seguinte condição for satisfeita:

$$\phi_s(k) - \frac{\beta_o}{2} < \alpha_s(k) < \phi_s(k) + \frac{\beta_o}{2}, \quad (3.13)$$

onde β_o é o ângulo de visibilidade do alvo o . Esta condição pretende garantir que só seja validada uma observação se o sonar estiver apontado ao alvo de forma a captar a energia do lóbulo principal na zona de maior irradiação. Assim, só são considerados os valores previstos para a distância cujo correspondente ângulo previsto se encontra dentro do cone de visibilidade do alvo o .

Na figura 3.13 são apresentados exemplos em que esta condição é satisfeita e exemplos em que não é.

Desta forma define-se uma abertura máxima para o sonar, procurando garantir que este irá medir o objecto desejado, evitando reflexões múltiplas e ecos produzidos pelos lóbulos secundários. Prevê-se que quando esta for satisfeita, o valor da distância $r_s(k)$ medido pelo sensor é aproximadamente igual à previsão da distância ao alvo o dada por $\hat{r}_s(k)$.



Figura 3.13 - Exemplos da condição de visibilidade do sonar

A figura 3.14 mostra algumas simulações de observações feitas utilizando o modelo acima exposto. Estas observações são obtidas mantendo o veículo na mesma posição cartesiana e rodando-o de forma a permitir que se considerem todas as orientações possíveis que o sonar pode ter relativamente aos alvos. Assim, prevendo as várias leituras correspondentes aos ecos produzidos pelo sonar pode-se avaliar e validar o comportamento deste modelo. O algoritmo que dá origem às figuras que se seguem selecciona, de entre todos os objectos do ambiente, aquele cuja orientação do sonar se encontra dentro do cone de visibilidade do objecto, e destes, o que se encontra a menor distância do sonar. O eco produzido pelo alvo escolhido é o eco utilizado para prever o eco real.

Foi usado para a validação da condição sobre o cone de visibilidade, um ângulo de visibilidade para todos os alvos de 20° , ou seja, $\beta_o = 20^\circ$. Ao valor da observação simulado foi adicionado ruído Gaussiano com o objectivo de simular o valor real. Na figura 3.14 é colocada uma bola na direcção do eixo do sonar à distância prevista, por forma a se visualizar melhor o comportamento do modelo.

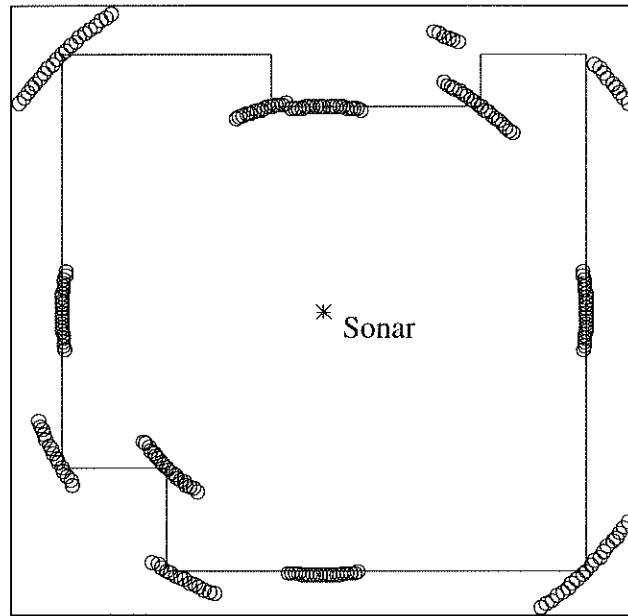


Figura 3.14 - Previsão das observações utilizando o modelo do sonar

Condição 2:

No que se refere às esquinas, a atenuação proporcional a $\sqrt{1/\hat{r}_s(k)}$ impõe uma outra condição que surge, naturalmente, da forma:

$$\hat{r}_s(k) < d_{\max}, \tag{3.14}$$

onde d_{\max} é a distância máxima para que, na prática, se consiga detectar uma esquina. Este valor é de difícil determinação, sendo normalmente imposto um valor limite que se poderá determinar através de um estudo das próprias leituras.

Condição 3:

Durante o processo de avaliação do comportamento deste modelo verificaram-se certas situações que comprovam que não é suficiente testar somente se a orientação do sonar se encontra dentro do cone de visibilidade do alvo. É necessário, de igual modo, ter em conta a possível invisibilidade de certos objectos, no sentido de estes se encontrarem colocados de tal forma que não reflectam qualquer eco, apesar da orientação do sonar se encontrar dentro dos seus cones de visibilidade. Na figura 3.15 estão ilustrados alguns destes casos

Observando a situação 1 desta figura, verifica-se que o objecto assinalado está invisível a partir da posição em que se encontra o sonar, uma vez que está obstruído por outro objecto, não podendo, desta forma, reflectir qualquer eco. Apesar disso, a sua distância é retornada devido à orientação do sonar se encontrar dentro do cone de visibilidade do alvo. É necessário não esquecer que o modelo de observações foi construído no sentido de se poderem prever os ecos produzidos pelo sonar real e, no caso acima descrito esta condição é claramente violada.

A situação 2 expõe o problema da incerteza da reflexão dos ecos nas zonas terminais dos planos. Quando um sonar está direccionado perpendicularmente em relação à zona terminal do plano, o cone de visibilidade deste abrange a esquina que lhe está adjacente, sendo o feixe do sonar reflectido em várias direcções não retornando, desta forma, a distância exacta do sonar ao plano. Sendo assim, deve definir-se uma margem de segurança nos extremos dos planos por forma a evitar que este tipo de situações aconteçam.

A situação 3 reflecte, tal como a situação 1, o problema da insuficiência do teste do cone de visibilidade. Segundo o modelo de observações exposto, a esquina assinalada pode retornar um eco uma vez que o sonar se encontra dentro do seu cone de visibilidade. No entanto, à distância a que se encontra o sonar, é pouco provável que esta esquina reflecta um retorno razoavelmente correcto para poder ser considerado como valor de comparação com a observação real. Neste caso a solução será limitar uma distância máxima de visibilidade para evitar este tipo de situações.

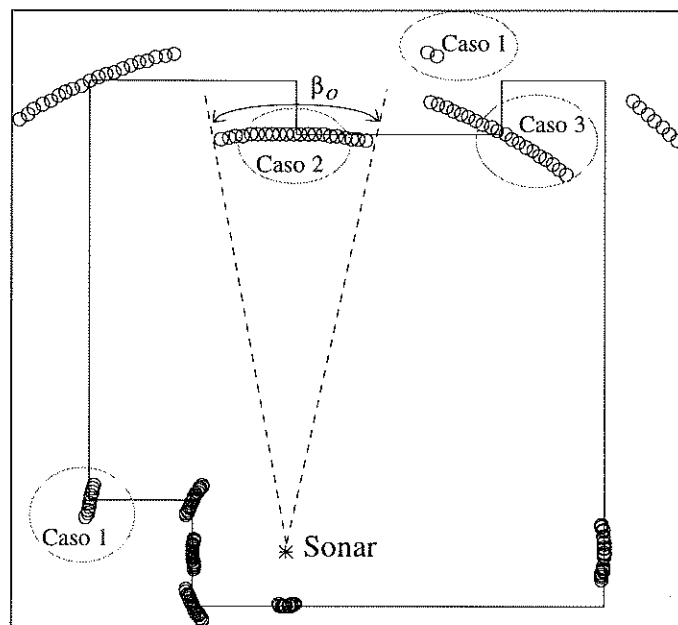


Figura 3.15 - Anomalias no processo de previsão das observações

Neste contexto, torna-se necessário definir uma zona de visibilidade para cada alvo do ambiente que restrinja a posição em que o sonar visualiza esse alvo. São apresentadas na figura 3.16 as zonas de visibilidade para os planos, cantos e esquinas. Estas zonas foram definidas com base em testes efectuados no laboratório e tendo como princípio o facto de que será preferível considerar menos leituras, mas razoavelmente correctas, que um número superior das mesmas que contribua para a divergência do filtro e que acabe por provocar a perda do veículo.

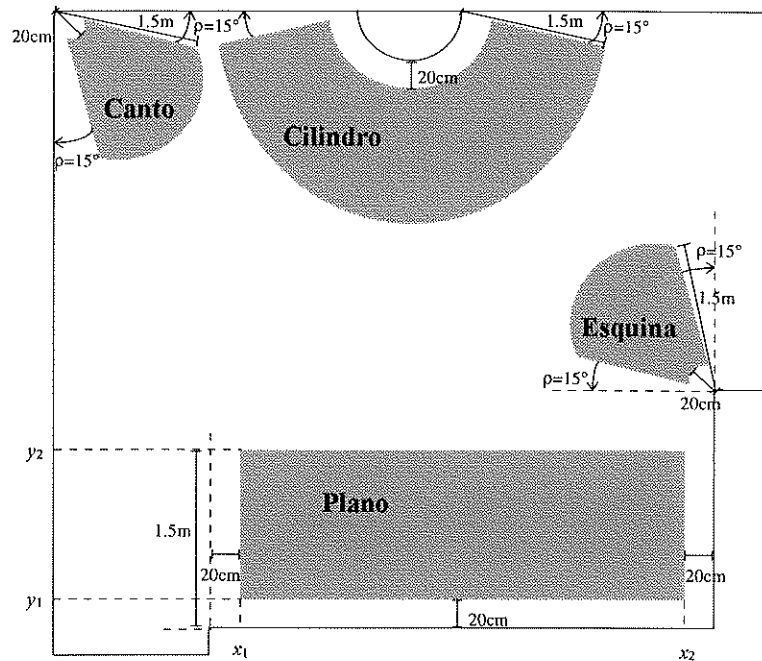


Figura 3.16 - Zonas de visibilidade para os alvos do ambiente

Assim, para cada um dos alvos do ambiente é definida uma área de visibilidade cuja distância mínima ao alvo é de 20cm e cuja distância máxima é de 1.5m. Lateralmente os planos conservam uma margem de segurança de 20cm. Desta forma, a zona de visibilidade para os planos fica definida por um polígono descrito por quatro coordenadas: x_1 , x_2 , y_1 , y_2 . Os cantos e as esquinas só são visíveis dentro de um cone de visibilidade de 60° centrado em cada um destes alvos e cuja mediana é a do ângulo recto onde é definido esse cone, ficando, desta forma, uma margem de segurança $\rho = 15^\circ$ de cada lado do canto ou esquina. Os cilindros são visíveis dentro de uma faixa definida em torno deste, deixando uma margem de segurança $\rho = 15^\circ$ em cada extremo, no caso do cilindro não ser completo.

A figura 3.17 representa a associação das três condições a que o modelo de previsão das leituras do sonar tem que satisfazer.

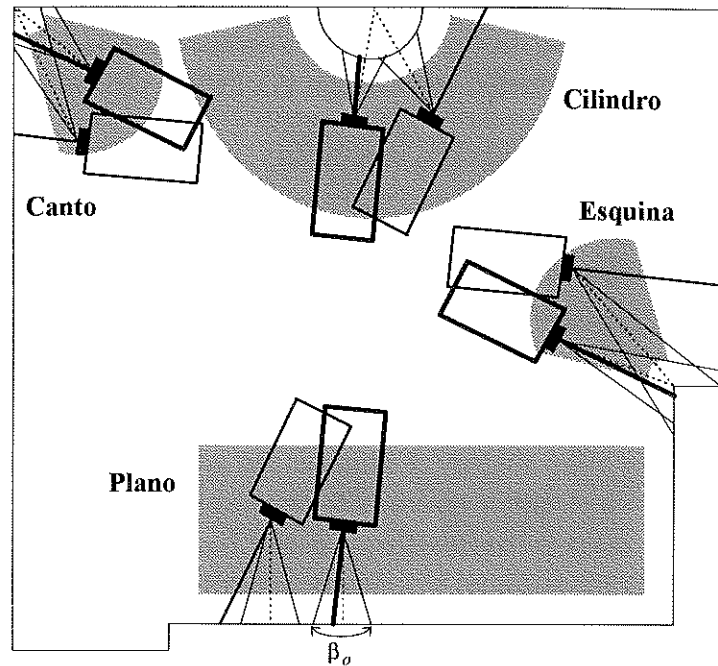


Figura 3.17 - Zonas de visibilidade e cones de visibilidade

O algoritmo que prevê o valor da observação real selecciona, de entre todos os objectos do ambiente, aquele cuja orientação do sonar se encontra dentro do seu cone de visibilidade, à menor distância e cuja posição do sonar se encontra dentro da zona de visibilidade desse alvo. A forma explícita deste algoritmo é a seguinte:

1. Para cada sonar:

1.1 Para todos os planos:

1.1.1 Verificar se a orientação do sonar, $\alpha_s(k)$, está dentro do cone de visibilidade do plano: $p_\theta - 10^\circ \leq \alpha_s(k) \leq p_\theta + 10^\circ$

1.1.2 Verificar se a posição do sonar $(x_s(k), y_s(k))$ está dentro da zona de visibilidade do plano

1.1.3 No caso do eco ser válido, calcula a distância do sonar ao plano, $\hat{r}_s(k)$, de acordo com (3.8)

1.2 Para todos os cantos, esquinas e cilindros:

1.2.1 Calcular $\phi_s(k)$ usando (3.11)

1.2.2 Verificar se $\alpha_s(k)$, a orientação do sonar, está dentro do cone de visibilidade do alvo: $\phi_s(k) - 10^\circ \leq \alpha_s(k) \leq \phi_s(k) + 10^\circ$

1.2.3 Verificar se a posição do sonar $(x_s(k), y_s(k))$ está dentro da zona de visibilidade do alvo

1.2.4 No caso do eco ser válido, calcular a distância do sonar ao alvo, $\hat{r}_s(k)$, de acordo com (3.10) no caso dos cantos e das esquinas e de acordo com (3.12) no caso dos cilindros

2. Escolher o menor eco válido, calculando o mínimo das distâncias $\hat{r}_s(k)$.

A forma de selecção de alvos deste algoritmo de previsão consiste na avaliação de duas condições. A condição do cone de visibilidade do alvo restringe a direcção que o sonar pode ter relativamente a este, enquanto a zona de visibilidade do mesmo restringe a posição que o sonar pode ocupar relativamente a ele.

O algoritmo acima apresentado enumera todas as hipóteses de correspondência sonar-objecto e selecciona, quando muito, apenas uma. É verdade que a sua complexidade cresce linearmente com o aumento do número de objectos do ambiente e o número de sonares. No entanto, o esforço computacional não é significativo. O teste da correspondência é implementado com instruções que requerem poucos recursos computacionais além de que não será necessário percorrer, para cada sonar, todos os objectos do ambiente. Assim pode-se considerar que o problema da correspondência sonar-objecto foi de certa forma ultrapassado.

Com isto, conclui-se a descrição de um modelo geométrico que nos vai possibilitar fazer previsões acerca de medidas futuras, com o objectivo de validar leituras reais e proceder à localização do veículo.

Esta modelização tem, no entanto, algumas limitações das quais se salientam:

- ◇ necessidade de um grande número de objectos para caracterizar o ambiente;
- ◇ assunções sobre o ângulo de visibilidade dos alvos.

Um outro problema deste modelo de previsão consiste no facto de ter que se percorrer todos os objectos do ambiente para prever qual o objecto que origina o eco observado. Desta forma, qualquer algoritmo que implemente este método aumentará de complexidade face ao aumento do número de objectos representados no mundo. Uma forma de resolver este problema consiste em manter em cada instante, associado a cada sonar, um conjunto limitado de objectos que têm a possibilidade de estar visíveis, nesse instante, por esse sonar. Assim, consegue-se reduzir o número de objectos entre os quais procurar a origem do eco desse sonar. Neste caso, o algoritmo que implementa este método mantém a complexidade com o aumento do número de alvos do mundo.

Apesar destes problemas, ir-se-á ver que na prática este modelo de previsão tem um comportamento bastante razoável.

3.4 Representação do Mundo

A representação do mundo em que se movimenta o robot é uma das principais componentes de um sistema de navegação ou localização baseado em informação sensorial externa, determinando mesmo a eficiência do sistema que nela se apoie.

No caso aqui tratado foi escolhida uma abordagem geométrica para a representação do mapa, motivada pela forma estruturada dos ambientes a que este trabalho se destina, bem como pela necessidade de se ter uma geometria de acordo com o modelo apresentado na secção 3.3.1.3 de modo a possibilitar a previsão dos ecos do sonar.

Um ambiente estruturado, caracterizado por uma certa ordem e harmonia, tal como um escritório, uma fábrica, ou o interior de uma casa, pode ser fielmente representado por uma colecção de linhas, pontos e arcos (figura 3.18) [Curran94].

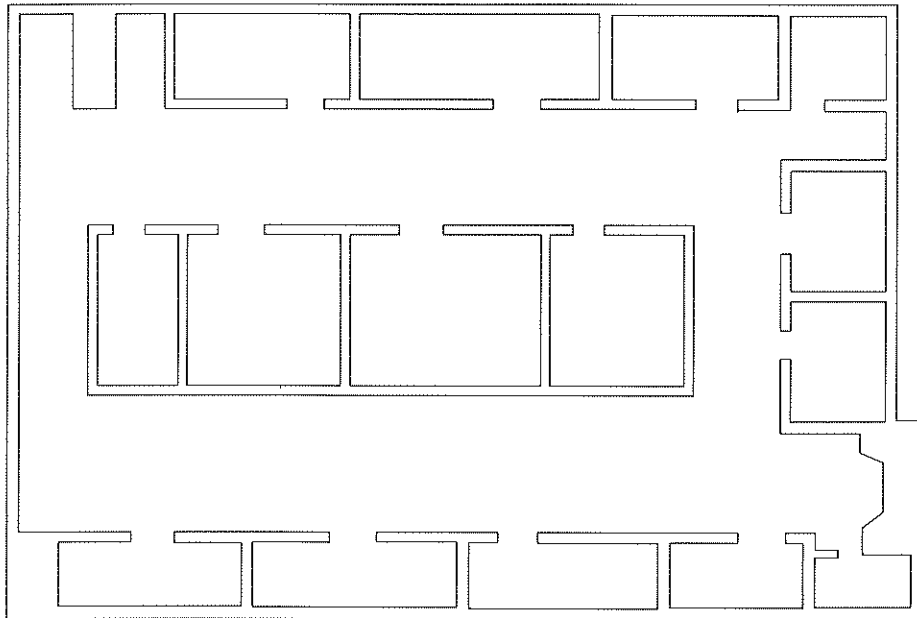


Figura 3.18 - Ambiente estruturado típico

Formalmente o mapa do ambiente é então caracterizado pelo conjunto M :

$$M = \{g_o = (p_o, \beta_o, \gamma_o); \quad 1 \leq o \leq n_o\} \quad (3.15)$$

onde:

p_o é o vector de parâmetros do objecto o , sendo:

- no plano, $p_o = (p_R, p_\theta)$

- no canto e na esquina, $p_o = (p_x, p_y)$
- no cilindro, $p_o = (p_x, p_y, p_R)$

β_o os respectivos ângulos de visibilidade para os n_o alvos

e γ_o a zona de visibilidade do objecto o , sendo:

- no plano, $\gamma_o = (x_1, x_2, y_1, y_2)$
- no canto, na esquina e no cilindro, $\gamma_o = \rho$

Quando se constroem mapas que vão ser comparados com os ecos do sonar, tem que se ter o cuidado de seleccionar quais os alvos que melhor possibilitam a previsão das leituras desses sonares, contendo assim o mapa somente informação pertinente, sem descrever exhaustivamente todos os objectos. A utilização de sonares para a localização implica uma representação do mapa que traduza os ecos realmente originados e não uma simples visão topológica do mundo feita pelo homem. Sendo assim, a construção do mesmo deve ser feita tendo em conta especificidades deste sensor tais como: que objectos são realmente “vistos” por ele e quais os que produzem ecos fortes e ecos fracos.

Um dos problemas da localização baseada num mapa é o da correspondência entre os ecos recebidos e os objectos representados neste, uma vez que será necessário para a validação de uma observação, testá-los todos e seleccionar apenas um. Este problema aumenta de complexidade com o número de objectos representados no mapa e o número de sensores do veículo. Logo, também por esta razão, não é aconselhável uma descrição do mundo muito detalhada, a não ser que se utilize um método que restrinja o número de objectos e sensores a testar. Esta será uma abordagem a tratar com detalhe no capítulo 5.

Este tipo de representação do mapa assume o mundo a duas dimensões, sendo constituído por um número finito de n_o objectos (planos, cantos, esquinas ou cilindros). Os objectos tri-dimensionais que na realidade compõem o ambiente, consideram-se todos perpendiculares ao plano em que o robot se movimenta, não se considerando os objectos que se encontram na direcção paralela. Esta simplificação não traz quaisquer problemas, uma vez que é verificada na generalidade dos ambientes estruturados. Para ambientes naturais cuja geometria é mais complexa, os objectos que possam originar dúvidas não são habitualmente considerados.

A caracterização geométrica dos objectos tem a vantagem de ser uma representação simples em termos computacionais, trazendo vantagens de rapidez e eficiência à execução do algoritmo de localização.

O processo de localização considerado nesta tese pressupõe que não existem, ao longo da missão, modificações do ambiente. Uma forma alternativa de representação de mapas é quando a construção destes é feita dinamicamente pelo próprio veículo, durante a missão. Estes, além de melhor especificados permitem a detecção de obstáculos móveis e

modificações no ambiente, garantindo que serão somente representados os objectos do mundo que são “vistos” pelo sensor.

Este tipo de representação está, no entanto, fora do âmbito deste trabalho, assumindo-se que o mapa previamente fornecido ao veículo traduz suficientemente bem o mundo para ser usado como apoio ao algoritmo da navegação.

Capítulo 4

Estimação

4.1 Introdução

O processo de determinação do valor de uma quantidade desconhecida a partir de uma ou mais observações, denominado por estimação, sofreu grandes evoluções ao longo dos tempos. Durante muitos séculos foram usados métodos de estimação para resolver problemas de determinação de posição em áreas como navegação marítima ou astronomia. Provavelmente, a primeira técnica formal de estimação foi o método dos mínimos quadrados desenvolvido por Gauss para estimar as trajetórias dos planetas à volta do sol. O uso da probabilidade como método formal usado na estimação tem portanto tradição desde há já muito tempo. Apesar das técnicas de modelação probabilística terem sido reconhecidas desde o século XVII, somente depois do trabalho de Fisher sobre verosimilhança, no primeiro quarto do nosso século é que as técnicas probabilísticas foram formalmente aplicadas ao problema da estimação. Durante e imediatamente depois da segunda guerra mundial, um significativo esforço foi desenvolvido sobre o problema da estimação, nomeadamente em aplicações militares, tais como controlo de disparo e navegação aérea.

Um dos métodos mais célebres desenvolvido durante este período foi o filtro de Wiener. Nos anos 60 assiste-se ao desenvolvimento de um filtro, denominado Filtro de Kalman, que

aparece como um estimador eficiente e versátil. O método de Kalman original permitia uma nova forma de calcular estimativas usando métodos de espaço de estados e implementando um algoritmo recursivo para incorporar novas observações. Este filtro encontrou aplicabilidade em diversas áreas e tem sido implementado para resolver uma enorme variedade de problemas de estimação. Pode-se afirmar indiscutivelmente que o Filtro de Kalman é uma das mais importantes contribuições em estimação teórica nos últimos quarenta anos. O trabalho desenvolvido nesta tese é fortemente baseado no uso deste filtro.

Nos últimos quinze anos assistiu-se a um aumento do uso de métodos de decisão teóricos como base para o desenvolvimento de novas técnicas de estimação. Muito deste trabalho está ligado ao uso de métricas de eficiência de estimadores no sentido de melhorar a robustez e eficiência de todo o processo de estimação à luz do conhecimento deficiente do comportamento dos sistemas e das observações [Maybeck79].

Habitualmente dividem-se os problemas de estimação em três grupos:

- Filtragem: significa estimar um estado corrente $X(t)$, dada toda a informação sobre observações deste estado até ao momento, incluindo $X(t)$.
- Alisamento: significa estimar um estado passado $X(k)$, $k < t$, dada toda a informação sobre observações deste estado até ao momento, incluindo $X(t)$.
- Predição: significa estimar um valor futuro $X(k)$, $k > t$, dada toda a informação sobre observações deste estado até ao momento, incluindo $X(t)$.

O grupo que inclui o problema abordado nesta dissertação é o da filtragem, uma vez que se pretende encontrar um procedimento que com base num conjunto de dados obtidos de um processo, descrito por uma equação denominada de estado, estime a variável de estado desse processo tendo em conta as observações que sobre ele foram feitas até ao momento.

Nas secções que se seguem descrever-se-ão algumas técnicas de filtragem, nomeadamente as de estimação "ótima". Estas últimas em particular assumem que se tem um perfeito conhecimento das características do estado e das suas medições, das estatísticas dos ruídos do sistema e dos erros das observações, da condição inicial e ainda do critério de erro que se pretende minimizar. Descrever-se-ão alguns exemplos de filtragem ótima dos quais se destaca a família dos estimadores do erro quadrático mínimo e a técnica já atrás referida desenvolvida por Kalman para estimação de parâmetros de sistemas lineares. Quando os sistemas são não lineares podem-se aplicar técnicas do filtro de Kalman localmente aos dados, linearizando o sistema em torno de um valor conhecido. Este processo é designado por Filtro de Kalman Estendido.

4.2 Métodos Básicos de Estimação

As regras de decisão (ou estimadores) que irão ser considerados nesta secção podem ser descritos através da forma geral:

$$\hat{x}(t_i, t_j) = \hat{x}(z(\tau_k), u(\tau_k), t_i; 0 \leq \tau_k \leq t_j), \quad (4.1)$$

onde $\hat{x}(t_i, t_j)$ é a estimativa do estado x calculada no instante t_i , baseada nas observações feitas até ao instante t_j , e $\hat{x}(\dots)$ é a função que calcula a estimativa dada a sequência de observações e do controlo [Whyte94]. A função $\hat{x}(\dots)$ designa-se por regra de decisão ou estimador. Esta regra de decisão depende dos modelos das observações e do processo e tem de ser definida com respeito a um critério de eficiência que permita ser comparada com outros estimadores. O critério de eficiência é habitualmente definido em termos de uma função de perda $L[x(t), \hat{x}(t|t_j)]$ que penaliza diferenças entre o estado real e a estimativa.

A informação proveniente das observações será disponibilizada ao estimador, sendo dada sob a forma de uma sequência de observações obtidas em intervalos discretos no tempo $Z^j \triangleq \{z(t_k): 1 \leq k \leq j\}$.

A estimativa em qualquer instante t_i deve ser calculada a partir de:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t_i, t_j) &= \hat{x}(z(t_1), \dots, z(t_k), u(t_i), t_i; t_k \leq t_j) \\ &= \hat{x}(Z^j, u(t_i), t_i). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Descrevem-se nas secções que se seguem quatro das regras de decisão habitualmente mais usadas em problemas de estimação.

4.2.1 Máxima Verosimilhança e Máximo à Posteriori

Habitualmente a função de densidade de probabilidade $f(Z^k|x)$ é interpretada como a probabilidade de uma sequência específica de observações Z^k sabendo que a verdadeira natureza do estado é x , ou seja, é interpretada como uma função de sequências de observações. É também possível considerar esta distribuição como uma função de x :

$$\Lambda(x) \triangleq f(Z^k|x). \quad (4.3)$$

A função $\Lambda(x)$ é designada por função de verosimilhança. Esta função, interpretada como função de x , mede o quão verosímil um valor de um parâmetro é, dadas as observações que foram feitas.

Uma regra de decisão largamente usada para estimação de parâmetros não aleatórios é o método de máxima verosimilhança. Este método tenta encontrar o valor do parâmetro x que maximize a função de verosimilhança $\Lambda(x)$. O estimador de máxima verosimilhança, \hat{x}^{MV} , é dado por:

$$\begin{aligned}\hat{x}^{MV} &\hat{=} \arg \max_{x \in A} \Lambda(x) \\ &= \arg \max_{x \in A} f(Z^k | x).\end{aligned}\tag{4.4}$$

O princípio de verosimilhança estipula simplesmente que tudo o que se sabe acerca de um estado desconhecido é o que se obtém através da experimentação e, por isso, a função de verosimilhança contém toda a informação necessária para a construção de um estimador para x .

No caso em que o parâmetro x é considerado aleatório, assume-se uma realização de x de acordo com uma função de densidade de probabilidade $f(x)$, isto é, obtém-se uma amostra de uma população, assumindo uma dada função de densidade de probabilidade. O valor de x manter-se-á constante durante o processo de medição. Neste caso, quando $f(x)$ é tomada como a probabilidade à priori que descreve o que se acredita acerca de x , antes de se obter qualquer informação, pode-se usar a regra de Bayes para encontrar uma nova função de densidade de probabilidade à posteriori:

$$f(x|Z^k) = \frac{f(Z^k|x)f(x)}{f(Z^k)}.\tag{4.5}$$

Esta equação resume quer a informação obtida através da observação $f(Z^k|x)$ quer qualquer conhecimento à priori numa função $f(x)$ que se possa ter sobre o estado e que tenha interesse em termos numa função de densidade de probabilidade à posteriori $f(x|Z^k)$. A função de densidade à posteriori deve ser interpretada como uma medida de quão verosímil um parâmetro é, dadas as observações Z^k e a informação à priori $f(x)$. Desta forma, para um parâmetro aleatório, o estimador equivalente ao estimador de máxima verosimilhança é o estimador do máximo à posteriori, \hat{x}^{MAP} , dado por:

$$\begin{aligned}\hat{x}^{MAP} &\hat{=} \arg \max_{x \in A} f(x|Z^k) \\ &= \arg \max_{x \in A} [f(Z^k|x)f(x)],\end{aligned}\tag{4.6}$$

em que a última igualdade resulta do facto do denominador da parte direita da fórmula 4.5 ser independente de x e, por isso, irrelevante para a sua maximização.

O estimador do máximo à posteriori encontra a estimativa \hat{x} que maximiza a distribuição à posteriori $f(x|Z^k)$. Da mesma forma que o estimador de máxima verosimilhança, o

estimador do máximo à posteriori calcula a moda da distribuição à posteriori como uma estimativa. De facto, de acordo com (4.5), se a distribuição à priori é não informativa, ou seja, é constante para todos os x , então, para uma dada sequência de observações Z^k , o máximo da distribuição à posteriori $f(x|Z^k)$ será coincidente com o máximo da função de verosimilhança $f(Z^k|x)$ e, por isso, os estimadores de máxima verosimilhança e do máximo à posteriori são iguais.

4.2.2 Mínimos Quadrados e Erro Quadrático Médio Mínimo

O método dos mínimos quadrados é talvez o processo de estimação mais conhecido para parâmetros não aleatórios. Este método é baseado directamente no uso da soma de erros quadráticos, vista como uma função de perda, não usando, no entanto, explicitamente um modelo probabilístico para a informação. Contudo, assumindo alguns pressupostos acerca da natureza probabilística das observações, mostra-se que o estimador dos mínimos quadráticos é a regra de Bayes (4.5).

Para se estimar um parâmetro x , correspondente a um estado fixo mas desconhecido, o método dos mínimos quadráticos parte duma sequência de observações $Z^k = \{z(j); j = 1, \dots, k\}$ relacionada com o estado desconhecido, através da função determinística h , da seguinte forma:

$$z(j) = h(j, x) + \varepsilon(j), \quad j = 1, \dots, k, \quad (4.7)$$

onde $\varepsilon(j)$ é uma sequência de perturbações aleatórias. Pouco é assumido explicitamente acerca da sequência $\varepsilon(j)$, estando apenas implícito que esta deve ter média nula e covariância constante. A estimativa dos mínimos quadráticos para o estado desconhecido x , após se terem obtido k observações, é o valor de x que minimiza a soma dos erros quadráticos:

$$\hat{x}^{MQ}(k) = \arg \min_{x \in A} \sum_{j=1}^k [z(j) - h(j, x)]^T [z(j) - h(j, x)]. \quad (4.8)$$

No caso particular de o modelo do estado ser linear:

$$z(j) = H(j)x + \varepsilon(j), \quad j = 1, \dots, k. \quad (4.9)$$

Neste caso o critério de minimização é dado por:

$$L = \sum_{j=1}^k [z(j) - H(j)x]^T [z(j) - H(j)x], \quad (4.10)$$

derivando (4.10) em ordem a x ,

$$\frac{dL}{dx} = \sum_{j=1}^k [H^T(j)H(j)x - H^T(j)z(j)], \quad (4.11)$$

igualando a zero e rearranjando em termos de x , obtém-se uma estimativa dos mínimos quadráticos relativa a k observações:

$$\hat{x}^{MQ}(k) = \left(\sum_{j=1}^k H^T(j)H(j) \right)^{-1} \sum_{j=1}^k H^T(j)z(j), \quad (4.12)$$

quando existe o inverso do primeiro factor.

Um problema relacionado com este é o de encontrar um estimador que minimize uma soma pesada de quadrados:

$$L = \sum_{j=1}^k [z(j) - H(j)x]^T W(j)[z(j) - H(j)x], \quad (4.13)$$

novamente, derivando em ordem a x :

$$\frac{dL}{dx} = \sum_{j=1}^k [H^T(j)W(j)H(j)x - H^T(j)z(j)], \quad (4.14)$$

igualando a zero e rearranjando em termos de x , obtém-se a estimativa

$$\hat{x}^{EQMM}(k) = \left(\sum_{j=1}^k H^T(j)W(j)H(j) \right)^{-1} \sum_{j=1}^k H^T(j)W(j)z(j). \quad (4.15)$$

O problema anterior torna claro que o estimador dos mínimos quadrados calcula uma estimativa que é, de certa maneira, uma média. Para parâmetros aleatórios x , uma alternativa da estimativa dos mínimos quadrados é obtida minimizando o erro quadrático médio, levando directamente à estimativa do erro quadrático médio mínimo (EQMM):

$$\hat{x}^{EQMM}(k) = \arg \min_{\hat{x} \in A} E \left[\left[(\hat{x} - x) | Z^k \right]^T \left[(\hat{x} - x) | Z^k \right] \right]. \quad (4.16)$$

Neste caso, tomando uma sequência de observações $Z^k = \{z(j); j = 1, \dots, k\}$ relacionadas com o estado desconhecido através da função h da forma,

$$z(j) = h(j, x) + w(j), \quad j = 1, \dots, k, \quad (4.17)$$

onde $w(j)$ é uma sequência de variáveis aleatórias com função de densidade de probabilidade conhecida. O critério de estimação escolhido para minimizar é o valor esperado do erro dadas as observações,

$$\begin{aligned} L &= E[(\hat{x} - x)^T (\hat{x} - x) | Z^k] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{x} - x)^T (\hat{x} - x) f(x | Z^k) dx. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Derivando L em ordem à estimativa \hat{x} e igualando a zero, obtém-se,

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{x}} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{x} - x) f(x | Z^k) dx = 0, \quad (4.19)$$

rearranjando e usando o facto de que \hat{x} é constante, obtém-se,

$$\begin{aligned} \hat{x}^{EQMM}(k) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x | Z^k) dx \\ &= E[x | Z^k]. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Este valor é, em todos os casos, a estimativa do erro quadrático médio mínimo, sendo simplesmente a média condicional do estado x dadas todas as observações Z^k .

A estimativa que minimiza uma média pesada do erro quadrático continua a ser a média esperada condicional. Com o critério de estimação dado agora por,

$$\begin{aligned} L &= E[(\hat{x} - x)^T S(\hat{x} - x) | Z^k] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{x} - x)^T S(\hat{x} - x) f(x | Z^k) dx, \end{aligned} \quad (4.21)$$

a estimativa \hat{x} é obtida de

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{x}} = 2S \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{x} - x) f(x|Z^k) dx = 0, \quad (4.22)$$

que tem claramente uma solução dada pela equação 4.20. Desta forma, a matriz de pesos S não afecta o valor da estimativa. Note-se também que o valor desta estimativa é independente da função de densidade de probabilidade $f(x|Z^k)$.

4.2.3 Estimadores Lineares

Os estimadores lineares constituem o método mais simples e mais usado em estimação usando sensores. Em termos simples, um estimador linear calcula uma estimativa $\hat{x}(n)$ para um parâmetro x , tendo por base uma combinação linear das observações $z(i)$, $i = 1, \dots, n$,

$$\hat{x}(n) = \sum_{i=1}^n W(i)z(i), \quad (4.23)$$

onde os elementos $W(i)$ da matriz $n \times m$ W são designados por ganhos ou pesos das observações. A principal vantagem dos estimadores lineares recai sobre a sua simplicidade. Assim, uma vez calculados os ganhos, a estimativa do parâmetro pode ser facilmente calculada combinando simplesmente as observações obtidas usando a equação 4.23.

Deve ser claro que em quase todas as situações reais um estimador linear não será óptimo, em qualquer sentido, particularmente se a relação entre as observações e o parâmetro desconhecido (o modelo das observações) não é linear ou se o processo de ruído que está subentendido não tem algumas características apropriadas. Contudo, em muitos problemas práticos de estimação, um estimador linear pode produzir estimativas muito boas do estado dependendo de se o modelo das observações é linear ou não. De facto, torna-se muito difícil encontrar um estimador não linear que é ao mesmo tempo tratável (em termos computacionais) e que melhore de forma significativa o desempenho do estimador.

Tendo n observações $z(i)$, $i = 1, \dots, n$ de um parâmetro fixo x de acordo com um modelo de observações previamente assumido,

$$z_i = x + w_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4.24)$$

onde w_i (também habitualmente não especificado) é uma sequência branca, não correlacionada, de vectores aleatórios com variâncias iguais e gaussianos. Um método

comum de encontrar uma estimativa \hat{x}_n de x baseada numa sequência de observações $\{z(i): i = 1, \dots, n\}$ é calcular a média destas n observações (média da amostra):

$$\hat{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i. \quad (4.25)$$

Este estimador é claramente um estimador linear para o parâmetro x pois \hat{x}_n é uma combinação linear das observações z_i . Os ganhos, neste caso, são todos constantes iguais a $1/n$.

Uma estimativa para a variância desta estimativa pode ser obtida através da variância da média da amostra (erro quadrático médio):

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \hat{x}_n)^2. \quad (4.26)$$

Existe uma variedade infinita de possíveis estimadores lineares, cada um caracterizado pela escolha dos ganhos $W(i)$. Os ganhos são quase sempre determinados minimizando alguns critérios de optimalidade associados, tais como o erro quadrático médio mínimo ou a máxima verosimilhança. É mesmo possível que os ganhos escolhidos de acordo com um critério de optimalidade possam também ser óptimos no que respeita a uma variedade de outros critérios. Os ganhos podem também ser escolhidos de forma não linear ou estarem relacionados quer com o parâmetro de interesse quer com as observações efectuadas. É importante notar que, mesmo que os ganhos da equação 4.23 sejam escolhidos de forma não linear, o próprio estimador continua a ser linear.

Um estimador linear recursivo é um estimador linear que calcula uma estimativa $\hat{x}(n)$ para o parâmetro x baseando-se na combinação linear da estimativa prévia $\hat{x}(n-1)$ e duma nova observação $z(n)$ da seguinte forma,

$$\hat{x}(n) = W_x \hat{x}(n-1) + W(n)z(n). \quad (4.27)$$

Num estimador recursivo, uma nova estimativa é calculada sempre que uma observação é feita. Todas as observações passadas estão resumidas nesta estimativa, não sendo guardadas para uso futuro.

Supondo novamente que $z(i)$, $i = 1, \dots, n$ são n observações de um parâmetro fixo x de acordo com um modelo de observações previamente assumido,

$$z_i = x + w_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4.28)$$

onde w_i é uma sequência branca, não correlacionada, de vectores aleatórios com variâncias iguais e que se pretende actualizar continuamente a estimativa de x consoante se vão efectuando as observações. Torna-se claro que o uso das equações 4.25 e 4.26 para efectuar esta tarefa não é viável pois ter-se-ia que armazenar todas as observações passadas e realizar uma quantidade considerável de cálculos aritméticos para obter uma nova estimativa. No entanto, alterando as fórmulas de forma conveniente verifica-se que se podem obter as estimativas de forma mais fácil. De facto, supondo que actualmente se tem uma estimativa \hat{x}_{n-1} para um parâmetro x baseada nas primeiras $n-1$ observações e que se obtém uma nova observação z_n , a nova estimativa de x , \hat{x}_n , fica,

$$\begin{aligned}\hat{x}_n &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \\ &= \frac{1}{n} \left[z_n + \sum_{i=1}^{n-1} z(i) \right] \\ &= \frac{1}{n} [z_n + (n-1)\hat{x}_{n-1}] \\ &= \hat{x}_{n-1} + \frac{1}{n} [z_n - \hat{x}_{n-1}]\end{aligned}\tag{4.29}$$

Desta forma, \hat{x}_n é um estimador linear recursivo para x . Este estimador providencia uma estimativa revista \hat{x}_n para x como uma combinação linear da estimativa anterior \hat{x}_{n-1} e da nova observação z_n .

A variância revista da amostra pode ser calculada recursivamente da forma,

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{n-2}{n-1} \hat{\sigma}_{n-1}^2 + \frac{1}{n} (z_n - \hat{x}_{n-1})^2.\tag{4.30}$$

4.3 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman estende o estimador dos mínimos quadrados a quantidades variantes no tempo, constituindo neste sentido uma generalização dos filtros invariantes e denominados, em termos estatísticos, por estacionários. Uma vez que este filtro utiliza modelos para descrever o sistema e as suas observações e não requer que sejam guardadas observações anteriores, torna-se num dos métodos de filtragem de parâmetros em tempo real mais ajustado para a resolução de problemas de estimação dos sistemas reais.

Recorde-se que o problema proposto nesta dissertação é o da localização de um veículo autónomo baseada na observação das características do mundo exterior. Poder-se-ia eventualmente por em causa a necessidade de recorrer a observações externas,

simplificando o processo de estimação, uma vez que este veículo possui sensores hodométricos com os quais pode aferir o seu movimento. A resposta a esta questão reside no facto, já referido no capítulo anterior, de que estes sistemas vão, ao longo do tempo, acumulando erros de posicionamento que se tornam incontroláveis. De facto, por se basearem em métodos de integração somando deslocamentos elementares, estes erros, que em cada parcela são pequenos, acabam por se reflectir significativamente no seu valor total. Por conseguinte, a estimativa do estado, ou seja, a posição do veículo, desvia-se do valor real dando origem à possibilidade de colisão com obstáculos que se julgavam longe. Assim, surge a necessidade de periodicamente reajustar o estado usando informação externa ao sistema. O método de filtragem mais adequado a essa conjugação de informação hodométrica e externa obtida dos sensores que rodeiam o veículo é o filtro de Kalman.

Habitualmente, a grande dificuldade dos problemas de estimação e em particular dos de filtragem está na necessidade de descrever a incerteza. Se se conseguisse obter sempre medições exactas de um processo que em si também fosse perfeitamente conhecido, então seria simples decidir o que se estaria a passar no mundo real. O problema é que isto nunca acontece:

- ◆ As observações são normalmente incertas, contendo ruído cuja natureza é obviamente desconhecida.
- ◆ Estas relacionam-se com um processo que raramente é perfeitamente conhecido.
- ◆ Normalmente nunca se observa directamente a quantidade em causa, mas sim inferências indirectas do valor da mesma.

Existem vários métodos para modelizar a incerteza. No entanto, pela variedade e aplicabilidade dos resultados que os métodos probabilísticos permitem, estes tornam-se na técnica de modelização mais utilizada.

Irá ser apresentada na secção que se segue a versão linear do filtro de Kalman que servirá de ponto de partida para a descrição da versão estendida que irá ser utilizada neste trabalho.

4.3.1 Filtro de Kalman Linear

O filtro de Kalman linear (FKL) é um estimador linear recursivo que calcula sucessivamente uma estimativa do estado ao longo do tempo com base em observações periódicas que estão linearmente relacionadas com esse estado. Este estimador requer um modelo linear, estatístico, explícito de como é que o parâmetro em questão x , que corresponde à posição do veículo, evolui ao longo do tempo e um modelo linear, estatístico, explícito de como é que as observações que são feitas se relacionam com esse parâmetro. Assume-se que ambos os modelos são perturbados por ruído Gaussiano, independente.

A estimativa do estado, calculada recursivamente pelo algoritmo do FKL, consiste numa combinação linear da estimativa anterior e das novas observações que foram feitas. Este

método de estimação óptimo baseia-se na inovação de uma nova observação para actualizar a estimativa do estado cuja distribuição é Gaussiana e é caracterizada, como habitualmente, pela média e (co)variância. A natureza Gaussiana da estimativa é preservada ao longo do processo de estimação, uma vez que a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória Gaussiana condicionada por uma outra também Gaussiana mantém este tipo de distribuição. A estimativa procurada pelo FK não é mais do que a média do estado real condicionado às observações. Estas seguem uma distribuição Gaussiana, uma vez que se assume que o ruído do processo das observações é Gaussiano. Os ganhos empregues no filtro são escolhidos de forma a assegurarem que a estimativa resultante minimize o erro quadrático médio.

Quando se está perante um sistema físico levanta-se a necessidade de se obter um modelo que traduza o seu funcionamento por forma a se poder prever a sua evolução com o objectivo de tomar decisões futuras [Kwakernaak72]. Os principais obstáculos que têm que se ultrapassar para a obtenção desse modelo são:

- determinar um processo que traduza um comportamento fiel do funcionamento do sistema;
- estimar o erro inevitável proveniente do ruído que existe no sistema.

Assim, numa fase inicial tem-se sempre um modelo não exacto que tenta prever o comportamento do sistema ao longo do tempo. Neste caso particular trata-se de um modelo linear discreto da forma:

$$\hat{x}(k) = A(k)\hat{x}(k-1) + B(k)u(k) + w(k), \quad (4.31)$$

onde $\hat{x}(k-1)$ é a estimativa do estado no instante $k-1$, $u(k)$ uma entrada de controlo, $A(k)$ a matriz transição de estado, $B(k)$ a matriz transição da entrada, $\hat{x}(k)$ o estado previsto pelo modelo no instante seguinte k e $w(k)$ o ruído que modeliza a incerteza da construção do mesmo. Assume-se que este ruído é branco de intensidade $Q(k)$.

Dada a incerteza inerente à modelização, existe uma diferença entre o estado que foi previsto pelo modelo e o estado real do sistema. Esta incerteza aumenta com a própria evolução do estado ao longo do tempo. Dependendo da evolução da covariância associada ao modelo, é necessário corrigir periodicamente o estado. Para que se possa proceder à referida actualização há que quantificar a diferença existente entre o valor médio previsto pelo modelo e o valor real, realizando uma observação do estado. A observação efectuada do sistema vem naturalmente acompanhada por um erro inerente à acção de medir.

Esta observação, feita no instante k , é dada pela seguinte equação:

$$z(k) = H(k)x(k) + v(k), \quad (4.32)$$

onde $x(k)$ é o estado real do sistema, $H(k)$ o método de observação e $v(k)$ o ruído de medida. Assume-se aqui também que o ruído de medida é ruído branco de intensidade $V(k)$.

Pretende-se achar de seguida um método de correcção do erro que deverá ser executado periodicamente. Este método deve-se basear no estado estimado pelo modelo, conhecido à priori, e numa observação previamente feita.

A actualização linear da estimativa terá então a forma:

$$\hat{x}(k|k) = T(k)\hat{x}(k|k-1) + L(k)z(k), \quad (4.33)$$

onde $\hat{x}(k|k)$ é a estimativa já corrigida, $\hat{x}(k|k-1)$ a estimativa conhecida à priori, $z(k)$ a observação e $T(k)$ e $L(k)$ matrizes de ganho (ou peso). O problema de encontrar um estimador linear óptimo para o estado reduz-se a encontrar valores apropriados para as duas matrizes de ganho $T(k)$ e $L(k)$. No algoritmo do FK estes ganhos são escolhidos no sentido de minimizar o erro de estimação médio quadrático condicional.

O erro proveniente da actualização do estado no instante k será:

$$e(k|k) = x(k) - \hat{x}(k|k). \quad (4.34)$$

Note-se que:

$$e(k|k-1) = x(k) - \hat{x}(k|k-1). \quad (4.35)$$

Usando (4.33), (4.35) e depois (4.32), em (4.34) tem-se:

$$e(k|k) = [T(k) + L(k)H(k) - I]x(k) + T(k)e(k|k-1) + L(k)v(k). \quad (4.36)$$

Calculando o seu valor esperado, tendo em conta que $v(k)$ é ruído branco, vem:

$$E[e(k|k)] = [T(k) + L(k)H(k) - I]x(k) + T(k)E[e(k|k-1)]. \quad (4.37)$$

O objectivo no cálculo da estimativa é garantir que $E[e(k|k)] = 0$, ou seja, a estimativa é não enviesada para qualquer estado possível $x(k)$. Logo, tem de se impor que $T(k) + L(k)H(k) - I = 0$, ou seja:

$$T(k) = I - L(k)H(k). \quad (4.38)$$

Substituindo (4.38) em (4.33), o estimador para x passa a ter a forma:

$$\begin{aligned}\hat{x}(k|k) &= [I - L(k)H(k)]\hat{x}(k|k-1) + L(k)z(k) \\ &= \hat{x}(k|k-1) + L(k)[z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1)],\end{aligned}\tag{4.39}$$

sendo o correspondente erro de estimação dado por:

$$e(k|k) = [I - L(k)H(k)]e(k|k-1) + L(k)v(k).\tag{4.40}$$

Quando se calcula uma estimativa esta não terá qualquer valor a não ser que se avalie a sua qualidade como estimador do estado. Uma forma de avaliar a qualidade de um estimador é através do valor da covariância do seu erro. Quanto menor for a covariância, maior será a confiança na estimativa.

A covariância do erro de estimação será dada por:

$$P(k|k) = E[e(k|k)e^T(k|k)].\tag{4.41}$$

Substituindo em (4.40) e omitindo a dependência de L , T , e H em k , por razões de clareza, obtém-se,

$$\begin{aligned}P(k|k) &= E[(I - LH)e(k|k-1)e^T(k|k-1)(I - LH)^T + Lv(k)v^T(k)L^T + \\ &\quad + (I - LH)e(k|k-1)v^T(k)L^T + Lv(k)e^T(k|k-1)(I - LH)^T] \\ &= (I - LH)E[e(k|k-1)e^T(k|k-1)](I - LH)^T + LE[v(k)v^T(k)]L^T + \\ &\quad + (I - LH)E[e(k|k-1)v^T(k)]L^T + LE[v(k)e^T(k|k-1)](I - LH)^T.\end{aligned}\tag{4.42}$$

Ora, como $E[v(k)v^T(k)] = 0$ e por definição,

$$E[e(k|k-1)e^T(k|k-1)] = P(k|k-1),\tag{4.43}$$

e sendo os erros de estimação anteriores e a observação actual não correlacionados, isto é:

$$E[e(k|k-1)v^T(k)] = E[v(k)e^T(k|k-1)] = 0,\tag{4.44}$$

tem-se que, substituindo (4.43) e (4.44) em (4.42):

$$P(k|k) = (I - LH)P(k|k-1)(I - LH)^T + LV(k)L^T. \quad (4.45)$$

Surge agora o problema de escolher a matriz $L(k)$. A escolha desta matriz é feita de forma a minimizar o erro quadrático médio:

$$J(k) = E[e^T(k|k) S e(k|k)], \quad (4.46)$$

sendo S positiva semidefinida.

Uma vez que se prova em [Gelb89] que a solução óptima é independente de S , escolhe-se $S=I$: Deste modo verifica-se que:

$$J(k) = \text{Trace}\{P(k|k)\}. \quad (4.47)$$

Para deduzir o valor de k que torna a função mínima, calcula-se o valor que anula a derivada. Recorrendo ao resultado:

$$\frac{\partial}{\partial A} \{\text{Trace}(ABA^T)\} = 2AB \text{ se } B \text{ simétrica}, \quad (4.48)$$

e aplicando-o a (4.47), resulta que:

$$\frac{\partial J(k)}{\partial L} = -2(I - LH)P(k|k-1)H^T + 2LV(k) = 0. \quad (4.49)$$

Resolvendo obtém-se:

$$L(k) = P(k|k-1)H^T(k) \left[H(k)P(k|k-1)H^T(k) + V \right]^{-1}. \quad (4.50)$$

Usando este resultado em (4.45), após alguma manipulação obtém-se:

$$P(k|k) = (I - L(k)H(k))P(k|k-1). \quad (4.51)$$

O esquema apresentado produz uma correcção instantânea da estimativa do estado do sistema.

Entre instantes de correcção ou instantes de observação tem de se fazer evoluir o estado de acordo com o modelo do sistema. No intervalo entre observações, a evolução da estimativa do estado é dada por:

$$\hat{x}(k|k-1) = \Phi(k, k-1)\hat{x}(k-1|k-1) + B(k-1)u(k-1), \quad (4.52)$$

e a covariância do erro da estimativa é dada por:

$$P(k|k-1) = \Phi(k, k-1)P(k-1|k-1)\Phi^T(k, k-1) + Q(k-1), \quad (4.53)$$

onde $\Phi(.,.)$ é a matriz de transição de estado do sistema.

Deduzido o processo de estimação do FKL, indicam-se de seguida as equações que compõem uma etapa deste algoritmo recursivo. Inicia-se o algoritmo com uma estimativa $\hat{x}(k-1|k-1)$ do estado $x(k-1)$ no instante $k-1$, baseada num conjunto de observações Z^{k-1} feitas até esse instante. Esta estimativa é igual à média condicional ou à estimativa do erro quadrático médio mínimo. Da etapa fazem parte duas fases distintas: a previsão e a correcção.

1. Previsão do estado e covariância no instante k :

$$\hat{x}(k|k-1) = \Phi(k, k-1)\hat{x}(k-1|k-1) + (k-1)(k-1), \quad (4.54)$$

$$P(k|k-1) = \Phi(k, k-1)P(k-1|k-1)\Phi^T(k, k-1) + Q(k-1). \quad (4.55)$$

2. Correcção do estado e da covariância no instante k , com base no estado e na covariância previstos e na nova observação:

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + L(k)[z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1)], \quad (4.56)$$

$$P(k|k) = (I - L(k)H(k))P(k|k-1), \quad (4.57)$$

onde a matriz do ganho $L(k)$ é dada por:

$$L(k) = P(k|k-1)H^T(k) \left[H(k)P(k|k-1)H^T(k) + V \right]^{-1}. \quad (4.58)$$

4.3.1.1 A Inovao

Pode-se fazer uma previso de quais as observaes que iro ser feitas no instante k baseada nas observaes que foram feitas no instante anterior $k-1$. Esta previso ser efectuada calculando o seu valor esperado usando a equao 4.32 da observao condicionada s observaes anteriores:

$$\begin{aligned}\hat{z}(k|k-1) &\hat{=} E[z(k)|Z^{k-1}] \\ &= E[H(k)x(k) + v(k)|Z^{k-1}] \\ &= H(k)\hat{x}(k|k-1).\end{aligned}\tag{4.59}$$

A diferena entre a observao $z(k)$ e a observao prevista $H(k)\hat{x}(k|k-1)$ denomina-se por inovao (ou resduo):

$$inov(k) = z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1).\tag{4.60}$$

Esta diferena constitui uma importante medida do desvio entre as estimativas dadas pelo filtro e a sequncia de observaes. Uma vez que o verdadeiro estado do sistema no est habitualmente disponvel para se poder comparar com a estimativa obtida, a inovao constitui uma das formas de avaliar a eficincia do estimador.

A propriedade mais importante da inovao que permite que esta avaliao seja feita,  que uma qualquer sua sequncia consiste num conjunto de variveis aleatrias Gaussianas, ortogonais, no correlacionadas:

$$E[inov(k)|Z^{k-1}] = 0, \quad E[inov(i)inov^T(j)] = S(i)\delta_{ij}.\tag{4.61}$$

onde δ_{ij}  o impulso de Dirak discreto.

Facilmente se demonstra que a mdia da inovao  zero:

$$\begin{aligned}E[inov(k)|Z^{k-1}] &= E[z(k) - \hat{z}(k|k-1)|Z^{k-1}] \\ &= E[z(k)|Z^{k-1}] - \hat{z}(k|k-1) \\ &= 0,\end{aligned}\tag{4.62}$$

e que a covariância pode ser obtida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 S(k) &= E[inov(k)inov^T(k)] \\
 &= E[(z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1))(z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1))^T] \\
 &= E[(H(k)[x(k) - \hat{x}(k|k-1)] + v(k))(H(k)[x(k) - \hat{x}(k|k-1)] + v(k))^T] \\
 &= V(k) + H(k)P(k|k-1)H^T(k),
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

e, para $j < k$,

$$\begin{aligned}
 E[inov(k)inov^T(j)] &= E[E[inov(k)inov^T(j)|Z^{k-1}]] \\
 &= E[E[inov(k)|Z^{k-1}]inov^T(j)] \\
 &= 0.
 \end{aligned} \tag{4.64}$$

Conseqüentemente, uma forma de avaliar o estimador é considerar uma sequência de inovações durante o processo de estimação e determinar a sua média e (co)variância. Se a média obtida não for zero então deve ser alterado algum parâmetro do processo que conduza a uma modificação da estimativa do estado de tal forma que esta sequência passe a ser branca. Assim, a inovação pode ser usada para afinar o estimador permitindo validar os modelos do processo e das observações, permitindo identificar diferentes formas de falhas nos sensores e permitindo quantificar as fontes de ruído associadas. A inovação pode também ser usada para avaliar as medições antes que estas sejam incorporadas no cálculo da estimativa. Devem ser rejeitadas as leituras que contenham erros grosseiros e se afastem muito da estimativa de observação. A importância de eliminar tais erros decorre da elevada probabilidade relativa de estes se deverem a qualquer anomalia no processo da medida. Daqui pode-se concluir que a inovação constitui um importante valor prático na construção do estimador.

Analisando um pouco a covariância da inovação, $S(k)$, conclui-se que esta representa a disparidade entre a leitura real e a respectiva previsão. Repare-se pela fórmula 4.63 que esta

é constituída por duas fontes de ruído: $V(k)$ correspondente ao ruído introduzido pelo dispositivo proveniente da observação e $H(k)P(k|k-1)H^T(k)$ correspondente ao erro introduzido na previsão da observação pela incerteza da previsão do estado estimado.

Quer a inovação quer a sua covariância podem ser usadas para deduzir uma forma alternativa, mais simples, para as equações de alteração:

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + L(k)inov(k), \tag{4.65}$$

$$\begin{aligned}
P(k|k) &= E\left[(x(k) - \hat{x}(k|k))(x(k) - \hat{x}(k|k))^T\right] \\
&= E\left[(x(k) - \hat{x}(k|k-1) - L(k) \text{inov}(k))(x(k) - \hat{x}(k|k-1) - L(k) \text{inov}(k))^T\right] \\
&= E\left[(x(k) - \hat{x}(k|k-1))(x(k) - \hat{x}(k|k-1))^T\right] - L(k)E[\text{inov}(k) \text{inov}^T(k)]L(k)^T \\
&= P(k|k-1) - L(k)S(k)L^T(k),
\end{aligned} \tag{4.66}$$

e da equação 4.58 tem-se que:

$$L(k) = P(k|k-1)H^T(k)S^{-1}(k). \tag{4.67}$$

De toda a dedução apresentada pode-se concluir que o FK é um mecanismo extremamente poderoso, apesar de ser conceptualmente muito simples. Essencialmente este calcula a estimativa do estado, corrigindo a sua previsão através da soma de um resíduo pesado. O peso deste resíduo no cálculo da estimativa é tanto maior quanto maior for o erro da previsão e tanto menor quanto maior for a covariância da medição. Repare-se que em cada actualização da estimativa a previsão do estado ou é melhorada ou mantém-se constante. O mesmo se passa para a correcção da covariância do erro $P(k|k)$ cujo valor é sempre diminuído ou mantido igual à covariância da previsão.

Apresentam-se de seguida algumas características importantes do FK e descrevem-se duas diferentes interpretações do processo básico de filtragem. Pretende-se com esta descrição mostrar que o FK desempenha diversas funções como estimador, funções essas que podem ser exploradas para resolverem diferentes problemas de estimação.

4.3.1.2 O FK como um Ciclo Básico de Filtragem

A natureza recursiva do algoritmo do FK torna-o numa estrutura cíclica que é executada em cada instante de tempo. A figura 4.1 explicita essa estrutura dividindo-a em três ciclos. O primeiro descreve a evolução do verdadeiro estado do sistema e das observações que são feitas desse estado pelos sensores; o segundo descreve a geração das estimativas do estado com base nas observações efectuadas; o terceiro calcula a covariância das estimativas e a matriz do ganho em cada passo do ciclo.

O verdadeiro estado evolui ao longo do tempo de acordo com o modelo indicado, conhecido o valor da entrada de controlo $u(k)$ e sujeito a uma perturbação de ruído $w(k)$. As observações deste estado são feitas em instantes de tempo discretos e sujeitas a uma perturbação de ruído $v(k)$. O ciclo associado com a evolução do verdadeiro estado do sistema evidencia que este nunca é conhecido, uma vez que a única saída deste ciclo são as observações.

O ciclo de estimação inicia-se com a geração de uma previsão do estado feita a partir do conhecimento da estimativa do instante anterior. Esta previsão é calculada de acordo com a

equação 4.54, baseada na entrada de controlo $u(k)$ e na matriz de transição de estado $\Phi(k+1|k)$. A previsão do estado é depois usada para calcular a observação prevista de acordo com o modelo de observação $H(k)$ (equação 4.59). Esta observação prevista é subtraída à observação real de acordo com a equação 4.60 dando origem à inovação. Finalmente a inovação é multiplicada pela matriz do ganho (gerada pelo ciclo das covariâncias) e adicionada à previsão gerando a estimativa do estado, de acordo com a equação 4.65. O índice de tempo é incrementado e o ciclo repete-se.

É importante reter que as únicas entradas neste ciclo são o controlo $u(k)$, a observação real $z(k)$ e a matriz do ganho $L(k)$, tendo de ser especificados os modelos do estado e das observações, respectivamente $\Phi(k+1|k)$ e $H(k)$. A única saída é a estimativa do estado $\hat{x}(k|k)$.

Pode-se interpretar este ciclo como tendo duas fases. Na primeira fase calcula-se uma estimativa do estado (previsão) que contém obviamente erros não modelizáveis inerentes à incerteza do sistema. Na segunda fase corrige-se essa estimativa com base numa observação do estado real, obtendo-se uma nova estimativa.

O ciclo da covariância do estado inicia-se com a geração da covariância da previsão de acordo com a equação 4.55, baseada na matriz de transição de estado $\Phi(k+1|k)$ e na covariância do ruído do processo estimado $Q(k)$. De seguida é calculada a covariância da inovação de acordo com a equação 4.63, com base no modelo de observação $H(k)$ e na covariância do ruído da observação estimado $V(k)$. As covariâncias da inovação e da previsão são depois usadas para calcular a matriz do ganho $L(k)$, de acordo com a equação 4.67, que é passada ao ciclo da estimação do estado e é usada no cálculo da covariância do estado corrigido $P(k|k)$, de acordo com a equação 4.66. Finalmente o índice de tempo é incrementado e o ciclo repete-se. As únicas entradas neste ciclo são a covariância do ruído do processo estimado $Q(k)$ e a covariância do ruído da observação estimado $V(k)$, tendo de ser especificados os modelos do processo e observações. A saída principal deste ciclo é a covariância da estimativa $P(k|k)$.

É importante salientar que o ciclo da covariância do estado é independente das observações que são feitas, sendo, desta forma, independente da evolução do sistema real. Este facto acontece, uma vez que a única informação necessária para o ciclo da covariância são os ruídos do processo e das observações em termos das covariâncias estimadas. Uma consequência deste facto é que a covariância do estado pode ser calculada em paralelo, o que constitui uma vantagem significativa uma vez que o esforço computacional dedicado a esta tarefa é apreciável. Estudos revelam que ao longo do tempo a covariância do estado e, conseqüentemente, a matriz do ganho, tendem para um valor estável. Este facto pode ser utilizado para construir estimadores nos quais a matriz do ganho é invariante no tempo (e igual a esse valor estável) eliminando o ciclo da covariância do estado e conduzindo a uma redução significativa do esforço computacional. Note-se que o ciclo do algoritmo do FKL apresentado na figura 4.1 considera que as matrizes que caracterizam o problema são invariantes no tempo.

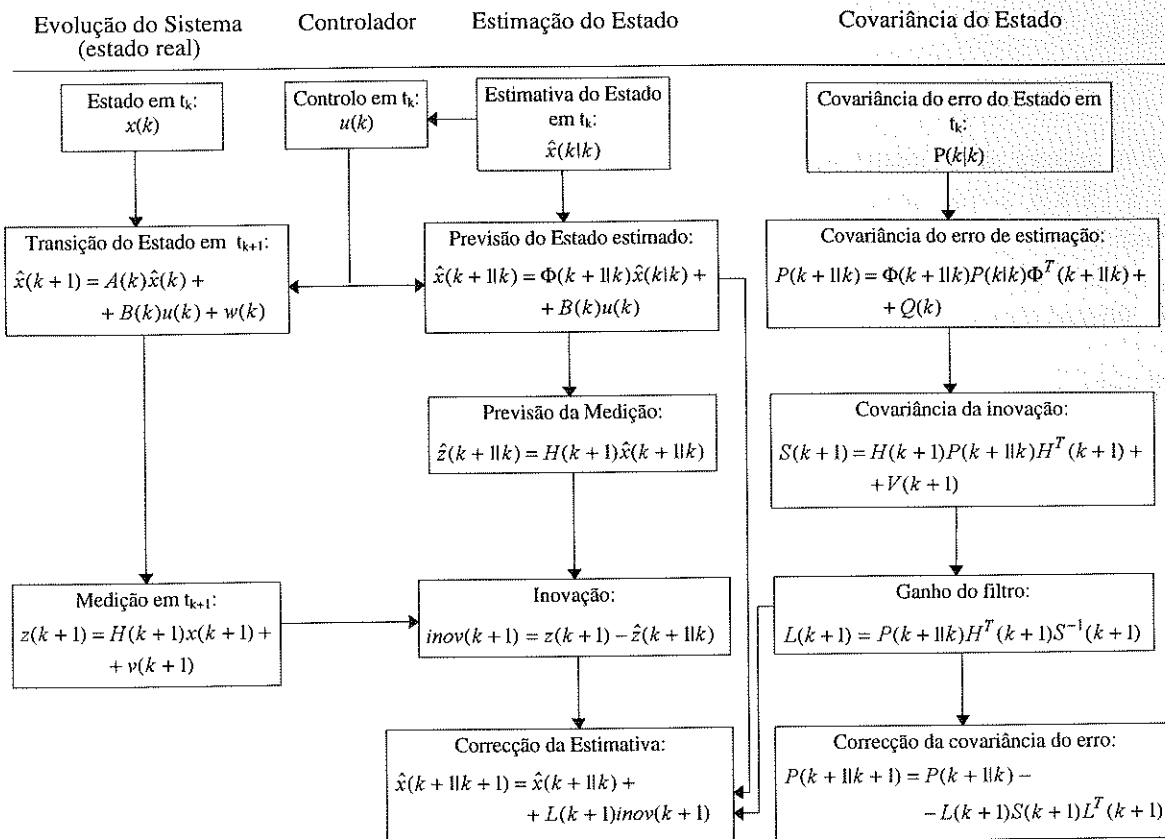


Figura 4.1 - Ciclo do algoritmo do FKL

4.3.1.3 O FK como uma Operação de Projectão

O algoritmo do FK pode ser interpretado como uma operação geométrica que projecta o estado real $x(k)$ no subespaço gerado pela sequência de observações Z^k . Esta interpretação é importante uma vez que permite entender a contribuição exercida pelas diferentes observações no problema da estimação, particularmente em situações onde o vector do estado está de alguma forma condicionado.

Recorde-se que se tem considerado a estimativa do FK, $\hat{x}(k|k)$, como sendo uma combinação linear das observações feitas Z^k da forma:

$$\hat{x}(k|k) = \sum_{j=1}^k \alpha_j z(j), \quad (4.68)$$

onde $\{\alpha_j, j = 1, \dots, k\}$ é um conjunto de constantes a determinar.

Definindo M^k como sendo o subespaço gerado pelas primeiras k observações, resulta que a estimativa $\hat{x}(k|k)$ é um elemento desse subespaço. Recorde-se que esta estimativa, no processo de dedução do FK, é construída no sentido de minimizar o erro quadrático médio, ou seja, pretende-se minimizar a expressão:

$$E\left[(x(k) - \hat{x}(k|k))^T (x(k) - \hat{x}(k|k)) Z^k\right]. \quad (4.69)$$

Dada a natureza Gaussiana das perturbações e a linearidade das equações de evolução do sistema, esta expressão é minimizada quando a distância entre a estimativa $\hat{x}(k|k)$ e o verdadeiro estado $x(k)$ é mínima. De todos os valores $\hat{x}(k|k) \in M^k$, aquele que está mais próximo de $x(k)$ é o da projecção ortogonal de $x(k)$ sobre M^k . Daqui resulta que o erro da estimação $e(k|k) = x(k) - \hat{x}(k|k)$ é a perpendicular a M^k : $e(k|k) \perp M^k$, [Luenberger69].

O algoritmo recursivo do FK pode também ser interpretado em termos de operações de projecção. Note-se que a inovação $inov(k)$ em qualquer instante é, por construção, ortogonal à previsão $\hat{x}(k|k-1)$:

$$\begin{aligned} & E\left[(H(k)\hat{x}(k|k-1))^T (z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1) | Z^{k-1})\right] = \\ & = (H(k)\hat{x}(k|k-1))^T E[z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1) | Z^{k-1}] \\ & = 0. \end{aligned} \quad (4.70)$$

Consequentemente, a estimativa do estado $\hat{x}(k|k)$ é uma soma de dois vectores ortogonais: $\hat{x}(k|k-1)$ e $L(k)inov(k)$. A figura 4.2 explicita estes factos através de uma representação no espaço multidimensional [Whyte94]. Nesta figura, o espaço gerado pelo conjunto Z^k é representado por um plano embebido no espaço de estados total, Z^{k-1} está representado por uma linha contida no plano Z^k e a nova observação $z(k)$ está representada por uma linha de tal forma que Z^{k-1} e $z(k)$ geram Z^k . A inovação é descrita por uma linha perpendicular a Z^{k-1} também contida em Z^k . A previsão $\hat{x}(k|k-1)$ pertence ao subespaço Z^{k-1} , $L(k)inov(k)$ pertence ao espaço ortogonal a Z^{k-1} , a estimativa $\hat{x}(k|k)$ pertence ao espaço Z^k e é, como já foi referido, a projecção de $x(k)$ neste espaço.

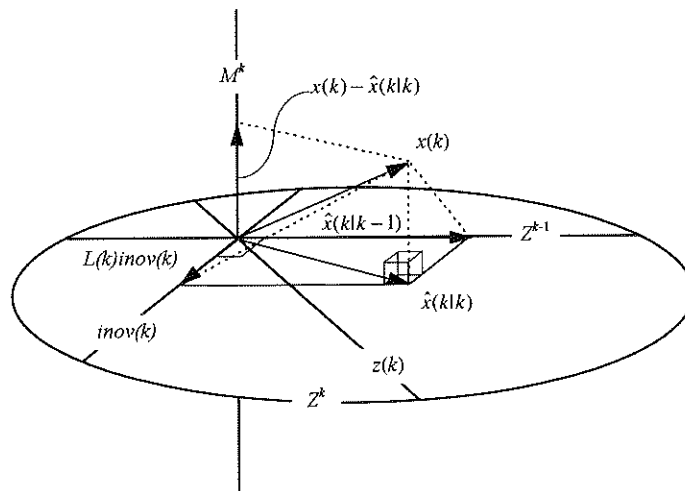


Figura 4.2 - Diagrama da projecção para a alteração da estimativa do FK

A figura 4.3 mostra uma perspectiva do plano Z^k e evidencia o papel de $L(k)$ e $[I - L(k)H(k)]$ como projecções complementares. A estimativa pode ser vista quer como uma soma ortogonal da previsão $\hat{x}(k|k-1)$ e da inovação pesada $L(k)inov(k)$, quer como uma soma dos vectores paralelos $[I - L(k)H(k)] \hat{x}(k|k-1)$ e $L(k)z(k)$. Na figura 4.3 vê-se ainda, por comparação, a estimativa resultante somente da observação $z(k)$ representada por $\hat{x}(k|z(k))$, correspondente à projecção de $x(k)$ sobre $z(k)$.

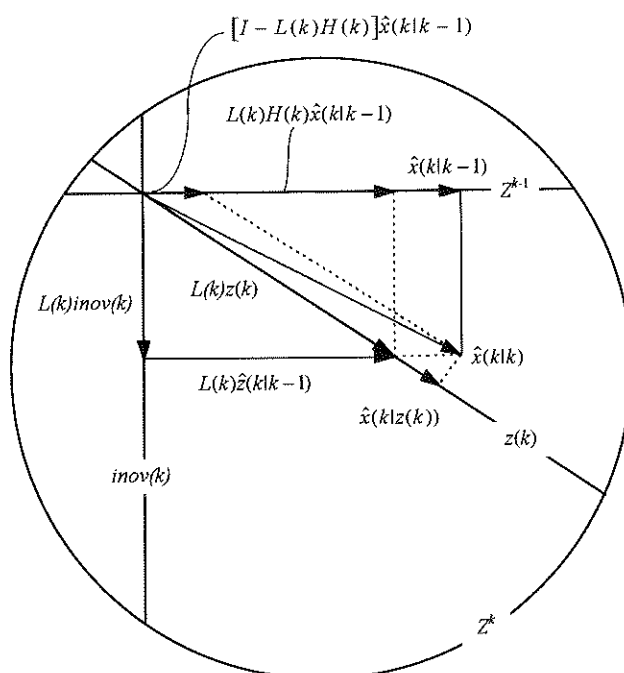


Figura 4.3 - Diagrama do plano da projecção para a alteração da estimativa do FK

No apêndice A é apresentado um resumo do processo do FKL para o caso discreto e para o caso contínuo.

4.3.2 Filtro de Kalman Estendido

A generalidade dos problemas reais de associação de dados requerem que o estado e o ambiente se envolvam de uma forma não linear. Assim, os modelos lineares simples não irão ser adequados para descrever os modelos do ambiente ou as quantidades em causa.

No caso particular aqui tratado, as observações feitas pelos sensores não estão linearmente relacionadas com o estado do veículo. Consequentemente, o filtro de Kalman linear desenvolvido na secção anterior não pode ser directamente aplicado.

O problema que se coloca será o de encontrar um algoritmo de estimação, tal como o FK recursivo linear, que forneça uma estimativa, tendo como base modelos não lineares do estado e das observações. É possível encontrar um estimador linear para um sistema não

linear através duma linearização adequada das equações não lineares do estado e das observações. Este processo de estimação designa-se por filtro de Kalman Estendido.

O filtro de Kalman Estendido (FKE) não irá ser, de uma forma geral, o melhor estimador considerando um critério razoável de optimalidade. Irá certamente haver, pelo menos teoricamente, um estimador não linear com uma melhor eficiência. No entanto, o FKE será sempre o melhor estimador linear com respeito ao critério do erro quadrático médio mínimo.

Na prática, este filtro pode ser construído para produzir boas estimativas do estado de sistemas não lineares, mesmo quando o que é necessário assumir-se para a sua dedução não se verificar explicitamente. Como consequência tem encontrado aplicação numa grande variedade de problemas de estimação.

No entanto, este pode também funcionar mal e até tornar-se instável levando as estimativas a divergir do verdadeiro estado. Normalmente isto acontece se se proceder a uma modelização deficiente dos sensores e do ambiente ou se existir um erro no entendimento das limitações do algoritmo e não propriamente devido a uma falha do filtro em si.

Contrariamente ao filtro de Kalman linear, que irá normalmente funcionar sem restrições, o FKE necessita para funcionar que se escolha cuidadosamente e de forma correcta valores para certos parâmetros. Esta escolha deverá ter como base um estudo do caso real.

De seguida é apresentada uma dedução do filtro de Kalman Estendido tendo por base um modelo contínuo do estado e um modelo discreto de observações. Assuma-se que o sistema físico em causa pode ser descrito por uma equação diferencial estocástica não linear da forma:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + w(t), \quad (4.71)$$

onde $x(t)$ é o vector de estado, $w(t)$ é o processo de ruído branco, aditivo, de intensidade $Q(t)$ e $f(., t)$ é a função de transição de estado não linear [Gelb 89].

Recorde-se que se pretende resolver o problema de estimar $x(t)$ a partir de observações deste estado, assumindo que estas são feitas de acordo com a equação não linear:

$$z(k) = h(x(k)) + v(k). \quad (4.72)$$

Estas medições são obtidas em instantes discretos de tempo. Assim, para o instante k , $z(k)$ é a observação efectuada nesse instante, $x(k)$ o estado do sistema, $v(k)$ o processo de ruído da observação, que se assume ser branco de intensidade $V(k)$ e $h(., k)$ o modelo não linear da observação.

Estes pressupostos constituem uma classe de problemas de estimação cujos sistemas são não lineares de dinâmica contínua e cujas medições são feitas em tempo discreto.

Considere-se que foram feitas medições no instante $k-1$ e que a estimativa do estado correspondente $\hat{x}(k-1)$ é conhecida. Entre os instantes $k-1$ e k não existem quaisquer observações, propagando-se o estado de acordo com a equação 4.71. Uma vez integrada a equação do estado, obtém-se:

$$x(k) = x(k-1) + \int_{k-1}^k f(x(\tau), \tau) d\tau + \int_{k-1}^k w(\tau) d\tau, \quad (4.73)$$

e calculando o valor esperado resulta:

$$E[x(k)] = x(k-1) + \int_{k-1}^k E[f(x(\tau), \tau)] d\tau. \quad (4.74)$$

Derivando, obtém-se:

$$\frac{d}{dt} E[x(t)] = E[f(x(t), t)], \quad k-1 \leq t \leq k, \quad (4.75)$$

com a condição inicial: $E[x(k-1)] = \hat{x}(k-1)$.

Rescrevendo a equação 4.75, de forma mais compacta, tem-se:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{f}(x(t), t), \quad k-1 \leq t \leq k. \quad (4.76)$$

Do mesmo modo, pode-se obter uma equação diferencial representando a evolução da covariância do erro da estimação:

$$P(t) = E\left\{[\hat{x}(t) - x(t)][\hat{x}(t) - x(t)]^T\right\}, \quad (4.77)$$

onde, substituindo $x(t)$ da equação 4.73 e diferenciando, resulta em:

$$\dot{P}(t) = E[x f^T] + E[f x^T] - \hat{f} \hat{x}^T - \hat{x} \hat{f}^T + Q(t), \quad (4.78)$$

sendo suprimidas, para maior clareza, as dependências de x em t e de f em x e t .

As equações 4.76 e 4.78 são generalizações das equações de propagação do estado para o problema de estimação linear. Se $\hat{x}(t)$ e $P(t)$ forem calculados, irão fornecer, respectivamente, uma estimativa para o estado do sistema entre observações e uma medição da exactidão dessa estimativa. Repare-se que as equações diferenciais para $\hat{x}(t)$ e $P(t)$ dependem da função de densidade de probabilidade $p(x,t)$ de $x(t)$.

Recorde-se que, para os sistemas lineares em que $f(x(t),t) = A(t)x(t)$, a equação 4.76 reduz-se a:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A(t)x(t) \\ &= A(t)\hat{x}(t) \\ &= f(\hat{x},t),\end{aligned}\tag{4.79}$$

ou seja, $\hat{x}(t)$ depende somente de $A(t)$ e $\hat{x}(t)$. Procedendo de forma análoga e substituindo a forma linear de f em (4.78) verifica-se que $\dot{P}(t)$ depende somente de $A(t)$, $P(t)$ e $Q(t)$. Consequentemente, as equações diferenciais para a estimativa e a sua matriz de covariância podem ser rapidamente integradas.

No entanto, no caso não linear mais geral tem-se que:

$$\hat{f}(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(x,t)p(x,t)dx_1 \dots dx_n \neq f(\hat{x},t).\tag{4.80}$$

Assim, para se calcular $\hat{f}(x,t)$, tem de se conhecer $p(x,t)$. No entanto, para se obterem algoritmos de estimação práticos, terão de se desenvolver métodos de cálculo da média e da matriz de covariância que não dependam do conhecimento de $p(x,t)$. Um processo habitualmente usado para atingir esse objectivo é o desenvolvimento de f em série de Taylor, na vizinhança de um valor conhecido $\bar{x}(t)$ que esteja próximo de $x(t)$. Em particular, se f for expandida com base na estimativa corrente do vector estado (média condicional), então $\bar{x} = \hat{x}$ e:

$$f(x,t) = f(\hat{x},t) + \frac{df}{dx}|_{x=\hat{x}}(x - \hat{x}) + \dots\tag{4.81}$$

onde se assume que as derivadas parciais existem. Assim, considerando uma aproximação de primeira ordem, o valor esperado é dado por:

$$\hat{f}(x,t) = f(\hat{x},t).\tag{4.82}$$

Esta aproximação de primeira ordem será somente válida para pequenos intervalos de tempo entre observações.

Substituindo de novo na equação 4.75, resulta:

$$\hat{\dot{x}}(t) = f(\hat{x}(t), t), \quad k-1 \leq t \leq k. \quad (4.83)$$

Procedendo da mesma forma e substituindo os dois primeiros termos de (4.81) em (4.78), obtém-se:

$$\dot{P}(t) = F(\hat{x}(t), t)P(t) + P(t)F^T(\hat{x}(t), t) + Q(t), \quad (4.84)$$

onde,

$$F_{ij}(\hat{x}(t), t) = \left(\frac{\partial f_i(\hat{x}(t), t)}{\partial x_j(t)} \right)_{x(t)=\hat{x}(t)}. \quad (4.85)$$

As equações 4.83 e 4.84 são expressões aproximadas para a propagação do estado estimado e para a covariância do erro associado. Sendo linearizadas, com base em $\hat{x}(t)$, estas têm uma estrutura análoga às equações de propagação do filtro de Kalman para sistemas lineares. Consequentemente, são muitas vezes referenciadas como as equações de propagação do filtro de Kalman Estendido. Podem ser conseguidas aproximações mais exactas e de ordem superior ao filtro não linear óptimo usando mais termos da expansão da série de Taylor, bem como derivando recursivamente relações para os momentos superiores de x .

Por forma a obter o algoritmo de filtragem completo e tendo já equações para a propagação entre observações, são necessárias equações de correcção que usem as observações de cada instante.

Assume-se que se obteve uma estimativa do estado e a sua matriz de covariância associada usando as equações 4.83 e 4.84, denotando-as respectivamente por $\hat{x}_k(-)$ e $P_k(-)$ onde “-” significa “imediatamente antes da observação”. A observação $z(k)$ é utilizada para obter $\hat{x}_k(+)$ de forma linear, onde “+” significa “imediatamente depois da observação” ou “corrigido”, ou seja,

$$\hat{x}_k(+) = T(k)\hat{x}_k(-) + L(k)z(k), \quad (4.86)$$

sendo os erros imediatamente antes e imediatamente depois da observação dados por:

$$\begin{aligned}\tilde{x}_k(-) &= \hat{x}_k(-) - x(k) \\ \tilde{x}_k(+) &= \hat{x}_k(+) - x(k).\end{aligned}\tag{4.87}$$

Substituindo (4.87) e (4.86) e usando (4.72), obtém-se uma expressão para o erro da estimação, que, omitindo as dependências de T e L em k , é dada por:

$$\tilde{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + (T - I)\hat{x}_k(-) + Lh(x(k)) + Lv(k).\tag{4.88}$$

Calculando o valor esperado deste erro, obtém-se:

$$E[\tilde{x}_k(+)] = E[\hat{x}_k(-)] + (T - I)\hat{x}_k(-) + L\hat{h}(x(k)) + LE[v(k)],\tag{4.89}$$

onde $\hat{h}(x(k)) = E[h(x(k))]$.

Uma condição requerida é que a estimativa seja não enviesada, isto é, $E[\tilde{x}_k(+)] = 0$. De notar que isto está consistente com o facto de a estimativa desejada ser uma aproximação da média condicional. Tomando este requisito em conta e notando que $E[v(k)] = 0$, vem:

$$T\hat{x}_k(-) = \hat{x}_k(+) - L\hat{h}(x(k)).\tag{4.90}$$

Finalmente, substituindo em (4.86) obtém-se a equação de actualização da estimativa:

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + L[z(k) - \hat{h}(x(k))].\tag{4.91}$$

Para obter uma equação do erro de estimação substitui-se (4.91) em (4.88), donde resulta,

$$\tilde{x}_k(+) = \tilde{x}_k(-) + L[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))] + Lv(k).\tag{4.92}$$

De seguida ir-se-á derivar uma expressão para a matriz covariância do erro,

$$P_k(+) = E[\tilde{x}_k(+) \tilde{x}_k^T(+)].\tag{4.93}$$

Assumindo que $v(k)$ não é correlacionado com o estado real nem com o erro de estimação antes da observação, e que $P_k(+)$ é independente da observação e usando as relações:

$$E[\tilde{x}_k(-)\tilde{x}_k^T(-)] = P_k(-), \quad (4.94)$$

$$E[v(k)v^T(k)] = V(k), \quad (4.95)$$

obtem-se:

$$P_k(+) = P_k(-) + LV(k)K^T + LE\left\{\left[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))\right]\left[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))\right]^T\right\}L^T + E\left\{\tilde{x}_k(-)\left[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))\right]^T\right\}L^T + LE\left\{\left[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))\right]\tilde{x}_k^T(-)\right\}. \quad (4.96)$$

Pretendendo uma estimativa de variância mínima usa-se a função objectivo que se pretende minimizar definida por:

$$J(k) = E[\tilde{x}_k^T(+)\tilde{x}_k(+)] = Trace[P_k(+)]. \quad (4.97)$$

Derivando e igualando a zero obtém-se uma expressão para L dada por:

$$L = -E\left\{\tilde{x}_k(-)\left[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))\right]^T\right\}\left[E\left\{\left[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))\right]\left[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))\right]^T\right\} + V(k)\right]^{-1} \quad (4.98)$$

Substituindo em (4.96) obtém-se a seguinte equação de actualização da matriz de covariância do erro:

$$P_k(+) = P_k(-) + LE\left\{\left[h(x(k)) - \hat{h}(x(k))\right]\tilde{x}_k^T(-)\right\}. \quad (4.99)$$

As equações 4.91, 4.98 e 4.99 fazem a correcção da estimativa e da sua covariância. No entanto, a dependência de $\hat{h}(x(k))$, na função densidade de probabilidade de x , torna o seu uso pouco prático. Para simplificar o cálculo de $h(x(k))$, expande-se em série de Taylor à volta de $\hat{x}_k(-)$,

$$h(x(k)) = h(\hat{x}_k(-)) + H(\hat{x}_k(-))\cdot[x(k) - \hat{x}_k(-)] + \dots \quad (4.100)$$

onde

$$H(\hat{x}_k(-)) = \left(\frac{\partial h(x)}{\partial x} \right)_{x=\hat{x}_k(-)} \quad (4.101)$$

Usando apenas os dois primeiros termos de (4.100) obtém-se uma aproximação para $h(x(k))$, que substituindo em (4.91), (4.98) e (4.99), nos dá as equações da correcção do Filtro de Kalman Estendido:

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + L[z(k) - h(\hat{x}_k(-))], \quad (4.102)$$

$$L(k) = P_k(-)H_k^T(\hat{x}_k(-)) [H_k(\hat{x}_k(-))P_k(-)H_k^T(\hat{x}_k(-)) + V(k)]^{-1}, \quad (4.103)$$

$$P_k(+) = [I - L(k)H_k(\hat{x}_k(-))]P_k(-). \quad (4.104)$$

De notar que, embora não haja garantia de que o filtro convirja para um valor próximo do valor real, uma vez que P_k , dado pela equação anterior, é apenas uma aproximação, na prática obtém-se bons resultados de convergência e estabilidade.

Há no entanto algumas dificuldades inerentes à versão estendida do FK que convém referir:

- ◆ Os jacobianos $\nabla f_x(k)$ e $\nabla h_x(k)$ não são matrizes constantes, uma vez que são funções quer do estado quer do tempo. Isto significa que as matrizes covariância e ganho têm de ser calculadas simultaneamente quando as estimativas e previsões se tornam disponíveis, não tendendo, habitualmente, para valores constantes. Isto requer um certo esforço computacional que tem de ser dispendido para o algoritmo.
- ◆ Como a linearização é obtida perturbando os modelos do verdadeiro estado e das observações à volta de uma trajectória prevista, deve-se ter algum cuidado por forma a assegurar que estas previsões estejam “suficientemente” próximas do verdadeiro estado e que os termos de segunda ordem da linearização sejam, de facto, insignificantes. Se a trajectória prevista estiver demasiado afastada da trajectória real, então a verdadeira covariância irá ser muito maior que a covariância estimada e o filtro tornar-se-á um mau estimador.
- ◆ O filtro de Kalman Estendido utiliza um modelo linearizado que deve ser calculado a partir de um conhecimento aproximado do estado. Isto significa que o filtro deve ser correctamente inicializado no início da execução para assegurar que o modelo

linearizado obtido é válido. Se isto não for feito, as estimativas calculadas pelo filtro não irão ter qualquer significado.

- ◆ Outro cuidado importante a ter quando se usa este filtro é que, como o procedimento usado para validar a informação nova tem por base a estimativa produzida pelo filtro, corre-se o risco de este rejeitar informação correcta. Este facto impedirá que uma melhoria da estimativa não seja efectuada devido à falta de informação, podendo levar à desorientação do veículo [Silva95].

No caso presente nesta tese, ou seja, o da localização de veículos autónomos usando sonar como observação independente, a garantia de convergência do filtro estendido é maior, uma vez que existem zonas aproximadamente lineares de funcionamento, nomeadamente o movimento em linha recta e as baixas velocidades. Praticamente haverá sempre garantia de convergência do filtro a não ser que as observações sofram grandes alterações ou que haja um erro na correspondência observação-objecto. De salientar que a principal dificuldade a ultrapassar na convergência do filtro será mesmo a de garantir que essa correspondência se faça correctamente.

No apêndice B estão resumidas as equações do filtro de Kalman Estendido para o caso em que o modelo do estado é contínuo e o modelo de observações é discreto, assim como, o caso em que os modelos do estado e das observações são contínuos.

Capítulo 5

Simulação do Sistema de Localização

5.1 Introdução

Neste capítulo descreve-se uma simulação de um sistema de posicionamento baseado nos diversos aspectos expostos nos capítulos anteriores. Na descrição apresentada é detalhada a dinâmica do veículo, as observações com o sonar, bem como o uso do filtro de Kalman Estendido. Através do uso deste, pretende-se que o veículo em movimento mantenha permanentemente uma estimativa actualizada da sua posição. Esta estimativa baseia-se em leituras de hodometria, leituras do sonar e comparação com o mapa do ambiente fornecido à priori.

O algoritmo de localização implementa as diversas etapas características do filtro de Kalman. Essas etapas são as seguintes:

1. previsão do estado do sistema no instante seguinte,
2. previsão das observações do estado usando a previsão da etapa 1,
3. observação do estado do sistema nesse instante,
4. comparação da observação prevista com a realmente obtida,
5. actualização da estimativa do estado do sistema.

Detalhando um pouco cada uma das etapas deste procedimento recursivo pode-se dizer que, na etapa 1, a previsão da posição do veículo no instante seguinte é obtida com base no modelo do processo e na estimativa da posição do instante anterior. Na etapa 2 a previsão da observação é feita usando o modelo de previsão das observações do sonar e o mapa contendo os objectos do ambiente, prevendo-se os ecos que irão ser recebidos. Na etapa 3 são extraídas as leituras obtidas directamente de cada um dos 12 sonares. Por forma a rejeitar as que contêm erros grosseiros procede-se à comparação dos valores previstos com estas observações. Esta comparação implica uma correspondência entre estes dois dados, tarefa executada na etapa 4. Finalmente com base nas correspondências bem sucedidas é produzida na etapa 5 uma estimativa actualizada da posição do veículo. Este procedimento cíclico é esquematizado na figura 5.1.

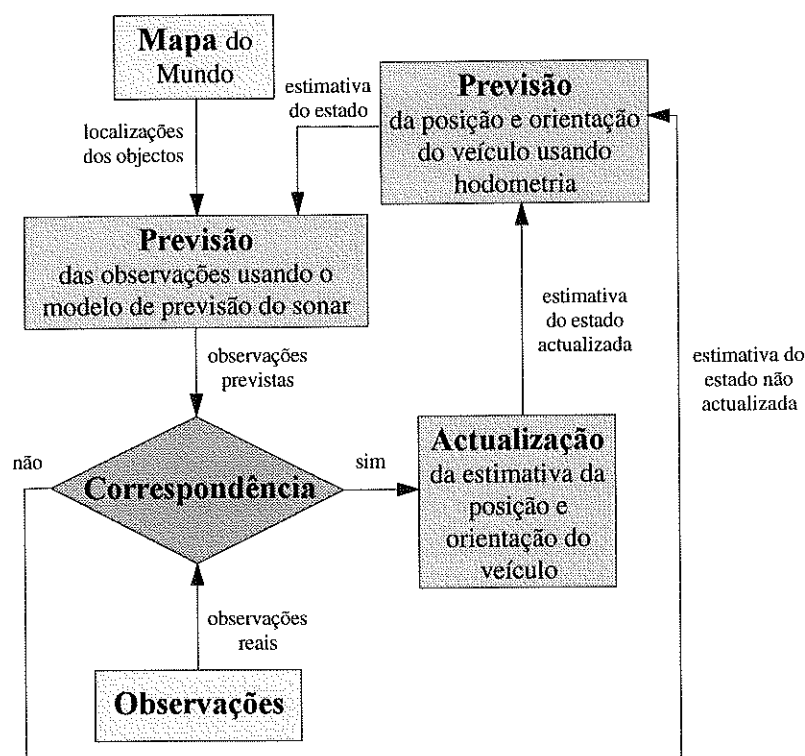


Figura - 5.1 Ciclo de posicionamento baseado no FKE

Apesar do algoritmo do filtro de Kalman parecer suficientemente geral e directo, a sua implementação bem sucedida tende a ser específica do problema em causa, baseando-se fortemente num ajuste dos modelos do processo e das observações. Desta forma, a eficiência do filtro está directamente dependente da exactidão de cada um destes modelos. É regra base que leva mais tempo e esforço a afinação do filtro do que a sua própria implementação.

A afinação do filtro de Kalman torna-se ainda mais difícil no caso de modelos do processo e observação não lineares devendo-se este facto fundamentalmente a duas razões. Quando se tratam dados de um processo real são raros os casos em que é perfeitamente conhecida a natureza do estado, isto é, nunca existe uma certeza absoluta de como julgar a eficiência do

algoritmo. Tudo o que existe disponível para esse juízo são as observações, também estas usadas no mesmo. Isto implica que só é possível julgar a eficiência deste comparando-a com a de outros filtros com respeito às mesmas observações. A segunda razão prende-se com o facto de não se saber quando é que a eficiência do filtro está limitada pela inexactidão dos modelos do processo e das observações ou pela incapacidade de implementação do algoritmo. Novamente aqui é uma questão de juízo que pode somente ser baseada na comparação com outros filtros.

Para o filtro de Kalman existem alguns procedimentos que permitem uma abordagem sistemática dos problemas da concepção dos modelos e da implementação do algoritmo. Desses procedimentos salientam-se os seguintes:

1. Entender o sensor: Primeiro deve-se conhecer a física do dispositivo, ou seja, a sua velocidade de propagação, características de emissão e comprimento de onda, distâncias de alcance mínimo e máximo, etc. Foram especificadas na secção 3.3 todas estas características respeitantes ao sonar. Para efeitos de navegação, viu-se que para a leitura feita estar aproximadamente correcta, deve-se assegurar que o sonar está apontado ao alvo com um ângulo inferior a 15° . Foi visto também que como o modelo utilizado na *Robuter* combina o sistema de emissão e recepção num só dispositivo, tem de se assegurar que os resíduos do pulso transmitido não sejam detectados como fazendo parte do pulso a receber. Assim, o sonar só deve detectar objectos a uma distância mínima de cerca de 20 cm (supondo que transmite 56 ciclos com uma duração total de 1.13 mSec, com $v=343.2\text{m/s}$, corresponde a uma distância mínima de 0.2m). Testes efectuados no laboratório do ISR - Porto indicam que a distância de leitura máxima não deve ultrapassar 1.5m, abrangendo este valor uma margem de segurança para todos os tipos de alvos. De seguida deve-se recolher o número máximo de dados possível nas várias situações em que o sensor é usado e apreciar que tipo de informação está habitualmente disponível ao filtro.
2. Entender o processo: Também aqui é essencial conhecer a cinemática, a física e a geometria do processo em consideração: parâmetros importantes devem ser identificados, condições e limites físicos devem-se tornar precisos, etc. A observação do processo nos seus vários modos de operação com o auxílio de instrumentação, se necessário, torna mais claro o entendimento do problema a ser resolvido.
3. Modelização do sensor: Tendo-se obtido toda a informação disponível do dispositivo tem de se desenvolver um modelo estatístico para o sensor. No caso do filtro de Kalman isto significa a construção de um modelo apropriado da observação $H(k)$ e do ruído $v(k)$. Na secção 3.3.1 foi apresentado o modelo da observação $H(k)$ utilizado neste trabalho. A modelização do ruído $v(k)$ baseou-se em testes de calibração do sensor efectuados no laboratório onde foram tiradas diversas medidas a um alvo plano, achatando depois a recta que minimiza o erro quadrático entre as distâncias medidas e as distâncias reais.
4. Modelização do processo: O primeiro passo é construir um modelo o mais correcto possível, tentando descrever todos os aspectos do processo a ser estimado. De seguida, como este ficará demasiado grande para ser implementado deve-se reduzir aos estados

que têm uma influência significativa na eficiência do filtro. E desta maneira construir os modelos do processo $f(k)$ e do ruído $v(k)$ adequados.

5. **Implementação do filtro:** É sem dúvida a parte mais simples de toda a implementação do procedimento. Definidos os modelos resta seguir a sequência dos vários componentes do filtro e calcular as estimativas do estado e as respectivas covariâncias.
6. **Inicialização:** A formulação recursiva do algoritmo do filtro de Kalman requer que lhe sejam fornecidas as condições iniciais $\hat{X}(0|0)$ e $P(0|0)$. Apesar de não serem valores críticos para a eficiência do filtro, uma vez que como iremos ver os seus efeitos diminuem rapidamente com o tempo, a inicialização tem alguma importância nos problemas de filtragem de sistemas reais.

De tudo o que atrás foi dito concluí-se que a definição dos modelos do processo e das observações requeridos pelo algoritmo do filtro de Kalman é de extrema importância. Nas duas secções que se seguem apresentam-se detalhadamente os dois modelos usados no sistema de posicionamento aqui apresentado.

Depois disso serão tratadas isoladamente cada uma das fases do algoritmo, apresentando-se, na parte final do capítulo, um exemplo significativo que traduz todo o funcionamento deste sistema de posicionamento.

5.2 Modelo do Processo

O modelo do processo descreve o movimento do veículo especificando como é que a posição do mesmo se altera ao longo do tempo em resposta a uma entrada de controlo $U(k)$ e a uma perturbação de ruído $w(k)$. A implementação computacional de um estimador da posição para este veículo sugere que seja considerado um modelo do processo não linear definido em tempo discreto. Desta forma, a sua forma geral é descrita pela seguinte equação:

$$X(k) = f(X(k-1), U(k), k) + w(k), \quad (5.1)$$

onde:

- $X(k-1) = [x(k-1), y(k-1), \theta(k-1)]^T$ é o estado ou a posição do veículo no instante $k-1$, sendo $x(k-1)$ e $y(k-1)$ as coordenadas cartesianas do ponto de cruzamento da mediana com o eixo das rodas motrizes e $\theta(k-1)$ a orientação medida no sentido retrógrado, conforme mostra a figura 5.2.
- $f(\dots, k)$ é a função de transição de estado não linear em tempo discreto que calcula o estado do instante seguinte com base no estado anterior e na entrada de controlo corrente.

- $w(k) \sim N(0, Q(k))$ é uma fonte de ruído que se assume ser Gaussiana de média zero e covariância $Q(k)$.

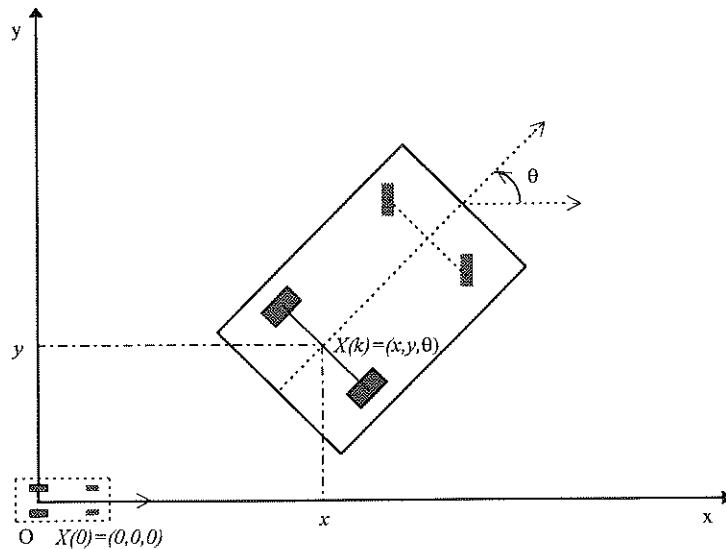


Figura 5.2 - Geometria do veículo

Como foi apresentado na secção 1 do capítulo 3, o modelo cinemático do veículo é composto pelas seguintes equações:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\theta) = \frac{v_1 + v_2}{2} \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \sin(\theta) = \frac{v_1 + v_2}{2} \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = \frac{v}{R} = \frac{v_2 - v_1}{\gamma} \end{cases} \quad (5.2)$$

Com base neste conjunto de equações diferenciais pretende-se determinar uma função de transição de estado em tempo discreto que aproxime este sistema no sentido de permitir a integração dos controlos dados pelas medições hodométricas. Assim, integrando a terceira equação deste sistema no intervalo de tempo $[t_k, t_{k+1}]$ e supondo que γ , bem como as velocidades v_1 e v_2 , se mantêm constantes ao longo deste intervalo, vem:

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \frac{v_2 - v_1}{\gamma} dt = \theta(k) + \frac{v_2 - v_1}{\gamma} \Delta t. \quad (5.3)$$

É possível converter as duas primeiras equações de (5.2) assumindo uma amostragem síncrona de intervalo Δt , truncando a aproximação em série de Taylor na primeira ordem,

supondo que γ , bem como as velocidades v_1 e v_2 , se mantêm constantes ao longo deste intervalo e substituindo todos os tempos contínuos por um índice de tempo discreto tal que $t = k\Delta t \cong k$. Desta forma o sistema de equações (5.2) resulta em:

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \cos(\theta(k)) \\ y(k+1) = y(k) + \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \sin(\theta(k)) \\ \theta(k+1) = \theta(k) + \frac{v_2 - v_1}{\gamma} \Delta t \end{cases} \quad (5.4)$$

Constitui uma melhor aproximação para o modelo do processo considerar nas duas primeiras equações o ângulo médio $(\theta(k) + \theta(k+1)) / 2$. Assim este sistema vem:

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \cos\left(\frac{\theta(k) + \theta(k+1)}{2}\right) \\ y(k+1) = y(k) + \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \sin\left(\frac{\theta(k) + \theta(k+1)}{2}\right) \\ \theta(k+1) = \theta(k) + \frac{v_2 - v_1}{\gamma} \Delta t \end{cases} \quad (5.5)$$

Como se pode ver em (5.5), a posição do veículo no instante $k+1$ é definida pela posição no instante k , $X(k) = [x(k), y(k), \theta(k)]^T$, e pelo deslocamento dado em função do vector de controlo $[v_1, v_2]^T$.

Para haver uma integração directa das leituras de hodometria da *Robuter* que vão sendo feitas ao longo do processo de estimação, os controlos não são dados em função de $[v_1, v_2]^T$ mas sim em função do deslocamento cumulativo de cada uma das rodas. Dado este facto e sabendo que $v = \Delta r / \Delta t$ e que $v = (v_1 + v_2) / 2$, as equações (5.5) vêm:

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} \cos\left(\frac{\theta(k) + \theta(k+1)}{2}\right) \\ y(k+1) = y(k) + \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} \sin\left(\frac{\theta(k) + \theta(k+1)}{2}\right) \\ \theta(k+1) = \theta(k) + \frac{\Delta r_2 - \Delta r_1}{\gamma} \end{cases} \quad (5.6)$$

Para simplificação de cálculo, pode-se ainda substituir a última equação nas duas primeiras e substituir γ pelo seu valor real, obtendo-se, desta forma, o sistema:

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} \cos\left(\theta(k) + \frac{\Delta r_2 - \Delta r_1}{2\gamma}\right) \\ y(k+1) = y(k) + \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} \sin\left(\theta(k) + \frac{\Delta r_2 - \Delta r_1}{2\gamma}\right) \\ \theta(k+1) = \theta(k) + \frac{\Delta r_2 - \Delta r_1}{0.59} \end{cases} \quad (5.7)$$

Este conjunto de equações (não considerando o ruído $w(k)$) define um modelo do processo, não linear, em tempo discreto, que traduz a evolução da posição do veículo ao longo do tempo em resposta a cada uma das entradas de controlo Δr_1 e Δr_2 correspondentes ao deslocamento efectuado por cada uma das rodas.

Poderia ter sido apresentado um modelo mais sofisticado para o processo. No entanto, na prática, este provou ser adequado e justifica-se o seu uso uma vez que satisfaz o modelo do movimento do veículo e permite a previsão da posição deste para o ponto em que é feita a observação, ou seja, a primeira etapa do FKE.

Existe um outro aspecto importante respeitante ao modelo do processo que deve ser referido. Foi visto no capítulo 4, na dedução do filtro de Kalman estendido (secção 4.3.2), que para se determinar a equação de propagação da matriz de covariância necessitamos de calcular a matriz F, que corresponde ao jacobiano de f avaliado na posição anterior (equação 4.84 e 4.85). Tal como foi deduzido, o uso deste jacobiano provém de uma linearização do estado que visa uma aproximação da dinâmica não linear. A validade desta aproximação depende essencialmente de dois factores:

- a distância entre o ponto onde interessa calcular o valor aproximado da função e o ponto de linearização;
- a exactidão do modelo.

No caso do primeiro factor, quanto maior for a distância referida mais se acentua a não-linearidade, podendo-se mesmo obter valores da função muito afastados do valor que se pretende aproximar se esta distância for demasiado grande. Uma das formas de diminuir essa distância é aumentar a frequência com que este valor é calculado dependendo obviamente dos recursos de processamento disponíveis. Outra alternativa, apesar de restritiva, será a de diminuir a velocidade do veículo permitindo que o intervalo entre linearizações seja menor.

No caso do segundo factor, se o modelo for pouco exacto as previsões calculadas a partir do modelo linearizado afastam-se ainda mais do valor real introduzindo complicações

nomeadamente na rejeição das leituras reais. Quando esta estimativa se afasta do verdadeiro valor o suficiente para que o método de rejeição considere as novas leituras reais correctas como erradas, a estimativa da posição calculada com base nesta informação afastar-se-á cada vez mais da verdadeira localização, conduzindo à perda irremediável do veículo. Os vários métodos de avaliação da exactidão do modelo estão no entanto fora do âmbito deste trabalho.

No entanto, deve-se reter que, partindo do princípio que o modelo é suficientemente exacto e que as linearizações são feitas com frequência suficiente para se considerarem correctas, os valores aproximados obtidos por este processo serão bastante precisos.

Durante o processo de navegação, o verdadeiro estado do veículo, $X(k)$, nunca é conhecido. Em vez disso, o que o filtro fornece é uma estimativa deste estado calculada com base nas leituras de hodometria e nas observações do ambiente feitas pelos sonares. Devido às várias características físicas destes dispositivos, já descritas no capítulo 3, estas observações contêm erros grosseiros e só devem ser consideradas sob determinadas condições. Terá então de haver um processo de comparação com algum valor razoável de modo a que possam ser validadas com alguma confiança. Para isso é necessário, usando um modelo, prever a partir dessa posição quais os ecos que irão ser recebidos. Uma estimativa dessa posição é determinada com base na integração da hodometria no modelo do processo. A previsão do eco a partir desta posição é determinada usando o modelo de observações geométrico descrito na secção 3.3 do capítulo 3. Apresenta-se de seguida detalhadamente como é que este modelo é utilizado.

5.3 Modelo das Observações

Depois de se prever a posição do veículo, tal como foi exposto na secção anterior, o passo seguinte no processo de navegação consiste em usar o modelo das observações do sonar para, a partir dessa posição, prever os ecos dos objectos do ambiente. Assume-se, de acordo com o apresentado na secção 3.4, que o ambiente é constituído por um conjunto de objectos designados por alvos. Devido ao facto de no laboratório para o qual este sistema se destina não existirem elementos curvos, considera-se que o ambiente é só constituído por planos, cantos e esquinas. Tal como foi visto, os cantos e as esquinas são definidos por pontos cartesianos co-ordenados (p_x, p_y) , enquanto os planos são definidos por uma representação normal (p_R, p_θ) , sendo ambas as definições com respeito à origem do referencial. Apresenta-se sucintamente na figura 5.3 a geometria de cada um destes alvos:

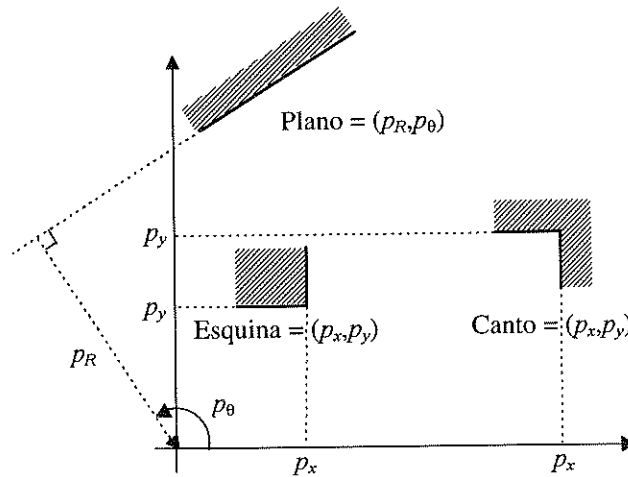


Figura 5.3 - Geometria dos alvos

A estrutura do mapa consiste, assim, numa lista (não exaustiva) dos objectos do ambiente que são caracterizados pelas três primitivas geométricas:

canto1 = (p_{x1}, p_{y1}) ,	esquina1 = (p_{x1}, p_{y1}) ,	plano1 = $(p_{R1}, p_{\theta1})$,
canto2 = (p_{x2}, p_{y2}) ,	esquina2 = (p_{x2}, p_{y2}) ,	plano2 = $(p_{R2}, p_{\theta2})$,
...
cantol = (p_{xl}, p_{yl}) ,	esquinam = (p_{xm}, p_{ym}) ,	planon = $(p_{Rn}, p_{\theta n})$.

O modelo das observações do sonar, usado neste sistema de posicionamento para prever os ecos dos objectos do ambiente, tem a seguinte forma:

$$z_j(k) = h_{so}(X(k), p_o) + v_j(k), \quad v_j(k) \approx N(0, V_j(k)), \quad (5.8)$$

onde:

- $h_{so}(X(k), p_o)$ corresponde à função de medição que determina a observação (distância) $\hat{z}_j(k)$ do sensor s ao alvo o , com base na posição do veículo $X(k)$ e na geometria do alvo que produz essa observação;
- $v_j(k)$ representa o ruído proveniente da observação feita pelo sensor s , que se assume ser Gaussiano de média zero e covariância $V_j(k)$.

A função de medição $h_{so}(X(k), p_o)$ varia de acordo com a geometria de cada alvo do ambiente. Na secção 3.3.1.3 foram apresentadas as funções de medição para os vários tipos de alvos, supondo-se que se conheçam as coordenadas absolutas de cada um dos sensores. No entanto, para se poderem determinar essas coordenadas é necessário efectuar uma transformação definida com base na posição do veículo, $X(k)$, e no posicionamento de cada

sonar, $X'_s(k)$, relativamente ao ponto do veículo a que se refere a posição (figura 5.4). Os valores do posicionamento relativo de cada um dos sonares, $X'_s(k)$, foram expostos na tabela 3.1 da secção 3.2.1. Assim, a posição absoluta de cada um dos sensores vem:

$$\begin{cases} x_s(k) = x(k) + x'_s \cos(\theta(k)) - y'_s \sin(\theta(k)) \\ y_s(k) = y(k) + x'_s \sin(\theta(k)) + y'_s \cos(\theta(k)) \\ \alpha_s(k) = \theta(k) + \alpha'_s(k). \end{cases} \quad (5.9)$$

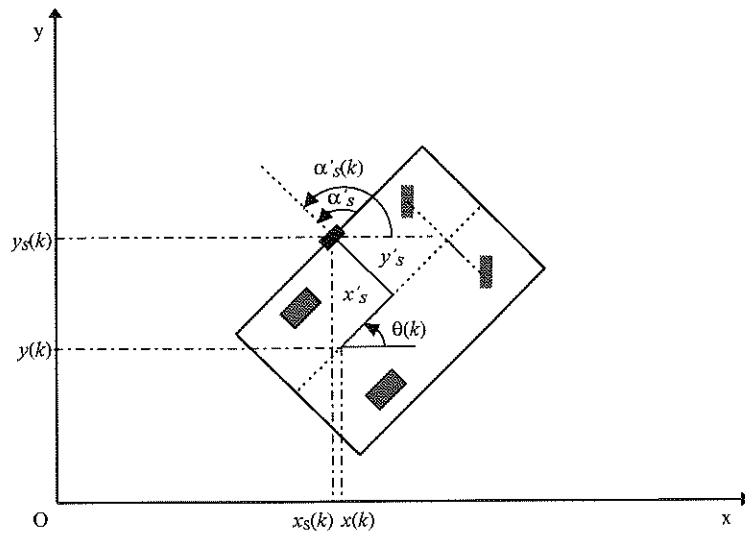


Figura 5.4 - Transformação de coordenadas

Substituindo as equações 5.9 nas equações 3.8 e 3.10 obtêm-se as funções de medição para cada tipo de alvo aqui usado.

Para planos:

$$\begin{aligned} h_p(X(k), p_o) = p_R - (x(k) + x'_s \cos(\theta(k)) - y'_s \sin(\theta(k))) \cos(p_\theta - \pi / 2) - \\ - (y(k) + x'_s \sin(\theta(k)) + y'_s \cos(\theta(k))) \sin(p_\theta - \pi / 2). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Para cantos e esquinas:

$$\begin{aligned} h_c(X(k), p_o) = \\ h_e(X(k), p_o) = [(p_x - x(k) - x'_s \cos(\theta(k)) + y'_s \sin(\theta(k)))^2 + \\ + (p_y - y(k) - x'_s \sin(\theta(k)) - y'_s \cos(\theta(k)))^2]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Deve referir-se que o modelo de observações apresentado é não linear, indo ser utilizado em duas fases do processo do FKE: na previsão das observações e na actualização da estimativa.

5.4 Ciclo de Localização

Nesta secção descreve-se uma exemplificação prática das técnicas apresentadas, pretendendo-se implementar um sistema de posicionamento robusto e adequado aos condicionalismos exigidos por um veículo real.

O ciclo de localização que irá ser descrito precisa-se em seis fases, que são executadas sucessivamente. Por simplificação supõe-se que as leituras de hodometria e do sonar são obtidas simultaneamente. Isto significa que, em cada instante, o FKE actualiza a estimativa baseado em hodometria e, de seguida, procede à sua correcção baseado nas leituras dos sonares (se estas forem válidas). Na realidade, a frequência com que são obtidos os dados de hodometria é muito superior à que se obtém com o sonar. No entanto, facilmente se altera a correcção simultânea colocando os dois processos a serem executados em modo assíncrono e o processo de hodometria a interromper periodicamente o processo de actualização.

As fases que compõem o ciclo de localização são:

1. previsão da posição;
2. previsão das observações;
3. escolha do melhor sensor;
4. observação;
5. obtenção de uma leitura;
6. validação dessa leitura e correcção da estimativa.

É detalhada cada uma destas fases nas subsecções que se seguem.

5.4.1 Previsão da Posição do Veículo

O modelo do processo apresentado no sistema de equações 5.7 indica que a propagação do estado no intervalo de tempo Δt é feita com base na estimativa do estado anterior, à qual se soma o deslocamento efectuado pelo veículo nesse intervalo de tempo.

Assim:

$$\hat{X}(k+1|k) = \hat{X}(k|k) + \Delta X(k), \quad (5.12)$$

onde $\hat{X}(k|k)$ corresponde à estimativa do estado no instante anterior e $\Delta X(k)$ corresponde ao vector do deslocamento cujas componentes em x , y e θ são obtidas através de hometria em função dos deslocamentos Δr_1 e Δr_2 de cada uma das rodas, de acordo com a expressão: $\Delta X(k) = [\Delta x, \Delta y, \Delta \theta]^T$ onde:

$$\Delta \theta = \frac{\Delta r_2 - \Delta r_1}{0.59} \text{ e}$$

$$\Delta x = \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} \cos\left(\theta(k) + \frac{\Delta \theta}{2}\right) \quad \Delta y = \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} \sin\left(\theta(k) + \frac{\Delta \theta}{2}\right). \quad (5.13)$$

Os valores de Δr_1 e Δr_2 são obtidos periodicamente a partir dos codificadores ópticos localizados em cada uma das rodas.

O vector do deslocamento dado em função das leituras de hometria contém erros que são integrados pelo filtro de Kalman através da matriz das covariâncias. Testes efectuados no laboratório do ISR indicam que existem fundamentalmente três tipos de ruído introduzidos pela hometria: deslizamento transversal, lateral e rotacional. Os deslizamentos transversal e lateral devem-se, entre outros factores, às irregularidades do piso. O deslizamento rotacional acontece devido, entre outras situações, ao facto de a distância entre as rodas, $\gamma = 0.59$, não se manter constante ao longo do movimento sendo esta variação devida à forte espessura das mesmas. Quando a espessura das rodas é grande, os seus pontos de apoio para os quais é definido o movimento variam, variando com estes o raio de curvatura. Este tipo de fonte de ruído tem de ser considerado na *Robuter* uma vez que a espessura das suas rodas motrizes é de cerca de 6cm.

Os deslizamentos transversal e lateral afectam as componentes x e y do deslocamento, enquanto que o deslizamento rotacional afecta a componente em θ . Estas formas de ruído são integradas no filtro de Kalman com distribuição Gaussiana: média nula e desvios padrão respectivamente σ_T , σ_L e σ_R . Os valores usados para os desvios padrão destes deslizamentos foram:

$$\begin{cases} \sigma_T = 0.005\sqrt{|\Delta r|} \\ \sigma_L = 0.001(\sqrt{|\Delta r|} + \sqrt{|\Delta \theta|}) \\ \sigma_R = 0.01(\sqrt{|\Delta r|} + \sqrt{|\Delta \theta|}) \end{cases} \quad (5.14)$$

onde $\Delta r = \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2}$ e $\Delta\theta$ é dado pela equação 5.13.

Calculada a estimativa da posição de acordo com a equação de transição de estado 5.12, o passo seguinte no processo do FKE é calcular a variância associada com esta previsão:

$$P(k+1|k) = \nabla f_x P(k|k) \nabla f_x^T + \sigma \sigma^T, \quad (5.15)$$

onde o jacobiano da equação de transição de estado com respeito a $\hat{X}(k+1|k)$ é dado por:

$$\nabla f_x(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta y \\ 0 & 1 & \Delta x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.16)$$

e os desvios padrão dos ruídos são dados por:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_T \cos(\theta(k) + \frac{\Delta\theta}{2}) & -\sigma_L \sin(\theta(k) + \frac{\Delta\theta}{2}) & 0 \\ \sigma_T \sin(\theta(k) + \frac{\Delta\theta}{2}) & \sigma_L \cos(\theta(k) + \frac{\Delta\theta}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_R \end{bmatrix}. \quad (5.17)$$

Foi considerado o valor zero para a matriz de covariância inicial $P(0|0)$.

5.4.2 Previsão das Observações

Um veículo não pode basear o seu sistema de posicionamento somente em leituras de hometria, uma vez que ao longo do tempo vai acumulando erros de posicionamento que se tornam incomportáveis. Torna-se então necessário corrigir esses erros observando o mundo exterior através do uso de sonares.

Devido às características do ambiente, bem como a condicionalismos da física do próprio dispositivo, essas observações contêm erros, levando estes, no caso de serem significativos, à rejeição das observações. Assim, têm de se prever essas observações por forma a poderem-se comparar com as observações reais.

O algoritmo de previsão das observações foi exposto na secção 5.2. Para cada um dos 12 sonares existentes e usando a estimativa da posição $\hat{X}(k+1|k)$, bem como o mapa do ambiente, tal como foi definido na secção 3.4, determina-se a observação prevista ao alvo que será o melhor candidato à origem do eco a observar. Assim obtêm-se, quando muito,

12 distâncias (em metros), cada uma correspondente à distância prevista de cada um dos sonares ao seu eco validado:

$$\hat{Z}(k+1|k) = \{\hat{z}_i(k+1|k), i = 1, \dots, 12\}. \quad (5.18)$$

A estimativa do estado prevista $\hat{X}(k+1|k)$ é também usada para calcular os jacobianos, ∇h_j , de cada uma das 12 observações previstas. Os jacobianos tomam uma forma diferente de acordo com o tipo de objecto que gerou essa previsão. Assim,

Para planos:

$$\nabla h_i(k) = \begin{bmatrix} \sin(p_{\theta_i} - p_i / 2) \\ -\cos(p_{\theta_i} - p_i / 2) \\ -x'_s \cos(\hat{\theta}(k+1|k) - (p_{\theta_i} - p_i / 2)) + y'_s \sin(\hat{\theta}(k+1|k) - (p_{\theta_i} - p_i / 2)) \end{bmatrix}^T. \quad (5.19)$$

Para cantos e esquinas:

$$\nabla h_i(k) = \frac{1}{\text{dist}} \begin{bmatrix} -(p_x - \hat{x}(k+1|k) - x'_s \cos(\hat{\theta}(k+1|k)) + y'_s \sin(\hat{\theta}(k+1|k))) \\ -(p_y - \hat{y}(k+1|k) - x'_s \sin(\hat{\theta}(k+1|k)) - y'_s \cos(\hat{\theta}(k+1|k))) \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad (5.20)$$

onde *dist* corresponde à distância do sonar ao canto ou à esquina, calculada de acordo com a equação 5.11.

5.4.3 Escolha do Melhor Sonar

O sistema de aquisição de informação sensorial externa da *Robuter* pode funcionar em modo síncrono ou em modo assíncrono. Estes sistemas de aquisição estão condicionados a determinadas restrições para o algoritmo de posicionamento.

Quando as leituras são obtidas em modo síncrono os 12 sonares estão continuamente a ser disparados de uma forma sequencial ordenada, previamente especificada. Para se obterem as doze leituras correspondentes aos sonares, executa-se seis vezes o comando de leitura *READ*, uma vez que este permite obter duas leituras correspondentes a um par de sonares. Esta forma de obtenção de informação sensorial trás, no entanto, alguns problemas. Quando o comando *READ* é executado para se obter uma determinada leitura, o valor que é retornado corresponde ao último disparo feito por esse sonar. Ora este valor pode vir com um erro de leitura devido ao atraso desde o disparo até à execução do comando. O erro no

valor desta leitura é, de certa forma, imprevisível, uma vez que apesar de se poder quantificar o tempo máximo do atraso em que ela é feita, não é obviamente possível determinar qual a distância que deveria ser retornada se não houvesse esse atraso.

Quando uma leitura é obtida em modo assíncrono, o seu valor corresponde ao do momento exacto em que é pedida a leitura, não tendo por isso qualquer atraso. No entanto, é necessário mais tempo para se obterem as doze leituras.

Um facto que se deve ter em conta quando se faz a selecção do modo de leitura é que, mesmo que se queiram considerar as doze leituras para integrar no filtro, habitualmente em média, destas só são validadas uma ou duas, uma vez que o número de objectos que se podem fazer corresponder a cada sonar é relativamente baixo. Também o número de objectos correspondidos será tanto mais baixo quanto menor for o ângulo de visibilidade de cada alvo. Daí que se torna dispensável a ideia de usar as leituras dos doze sonares numa etapa de actualização da estimativa da posição.

Assim, o modo de leitura assíncrono torna-se muito mais adequado, além de que o esforço computacional é claramente diminuído, constituindo uma vantagem significativa para o posicionamento em tempo real. Desta forma podem-se executar um maior número de actualizações da estimativa por unidade de tempo. No entanto, só se tem acesso em cada instante a uma leitura ou a uma conjuntamente com o seu par. Surge assim a necessidade de se obter um processo eficiente e eficaz que permita determinar qual o sensor que deve ser lido, permitindo a leitura deste maximizar a informação acerca do estado X .

Este problema resume-se à escolha da melhor correspondência sonar-objecto, tendo por base os valores das distâncias \hat{z}_i e dos jacobianos das previsões correspondentes ∇h_i , obtidos com o modelo de observações.

Método de Decisão Teórica de Bayes

Definindo acção como sendo uma leitura dum sensor, em termos de decisão teórica e usando a formulação de Bayes, a tarefa de escolher a melhor correspondência sonar-objecto consiste em seleccionar uma acção \hat{a} a partir de um conjunto de acções A (que consistem em correspondências sensor-alvo), através de:

$$\hat{a} = \arg \max_i E^{p(x)} \{U(x, a_i)\}. \quad (5.21)$$

Nesta formulação, U corresponde à função de utilidade escolhida para medir o valor da eficiência da acção a_i , baseada no conhecimento probabilístico à priori acerca do estado x , $p(x)$ [Stevens94]. A acção \hat{a} é seleccionada de tal forma que maximiza a utilidade esperada.

No processo de filtragem aqui adoptado, o conhecimento probabilístico à priori acerca do estado x corresponde à estimativa corrente do mesmo caracterizada pela sua covariância P . Uma vez que $p(x) = P$, para efeitos de decisão resta escolher a função de utilidade U .

Segundo Bayes a acção \hat{a} é escolhida no sentido de ganhar o máximo de informação acerca do estado x , a partir de uma das observações reais $Z = \{z_i; i = 1, \dots, 12\}$. Consequentemente, deve-se escolher U de tal forma que a acção escolhida a_i que maximiza $E^{p(x)} \{U(x, a_i)\}$ é tal que z_i dá o máximo de informação acerca de x .

Mede-se a informação que uma variável aleatória X fornece acerca de outra Y , através da sua informação mútua, $I(X;Y)$:

$$I(X;Y) = E_{p(x,y)} \ln \left(\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} \right). \quad (5.22)$$

A informação mútua de z_i e x , $I(z_i; x)$, satisfaz os axiomas de utilidade [Berger95] e seria uma escolha natural para $U(x, a_i)$. A distribuição de x é estimada pelo processo de filtragem. A partir desta pode-se deduzir uma estimativa para a distribuição de z_i usando o modelo das observações do sonar descrito na secção 3.3.1.3. Assim, uma vez que a estimativa para a distribuição de x resulta da fusão de todas as observações previstas \hat{Z} , pode aproximar-se $I(z_i; x)$ por $I(z_i; \hat{Z})$.

A informação mútua está ligada à noção de entropia. Entropia é uma medida da informação contida nas distribuições de probabilidade e corresponde à incerteza associada com a função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória [Manyika93, pp9]. Formalmente define-se como sendo o valor esperado do logaritmo negativo da função de densidade de probabilidade. Assim, para uma variável aleatória de dimensão n e covariância P , a sua entropia é dada por: [Manyika93, pp33].

$$H(p(x)) = E\{-\ln p(x)\} = \frac{1}{2} \ln[(2\pi e)^n |P|]. \quad (5.23)$$

Quanto menor for a entropia, menor é a incerteza associada à estimativa, pretendendo-se, desta forma, minimizar $H(p(x))$.

A informação mútua de z_i e x , $I(z_i; x)$, pode assim ser calculada usando a entropia e os dados disponíveis do processo de filtragem:

$$I(z_i; \hat{Z}) = H(z_i) - H(z_i | \hat{Z}). \quad (5.24)$$

Substituindo (5.23) na equação 5.24 vem:

$$\begin{aligned} I(z_i; \hat{Z}) &= \frac{1}{2} \ln((2\pi e) |V(z_i)|) - \frac{1}{2} \ln((2\pi e) |\nabla h_i P \nabla h_i^T + V(z_i)|) \\ &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|V(z_i)|}{|\nabla h_i P \nabla h_i^T + V(z_i)|} \right). \end{aligned} \quad (5.24)$$

Assim a função de utilidade é dada por:

$$U(x, a_i) = \frac{|V(z_i)|}{|\nabla h_i P \nabla h_i^T + V(z_i)|} \quad (5.25)$$

onde,

- ∇h_i corresponde ao jacobiano da previsão correspondente ao sensor i
- $V(z_i)$ corresponde à variância da observação associada ao sensor i .

Assume-se que o erro na observação é Gaussiano, sendo a sua média nula e o desvio padrão, determinado experimentalmente, é proporcional à distância e dado por: $\sigma = (0.01 * dist + 0.0045) / 1.3$. Note-se que o valor do ruído aumenta linearmente com a distância ao alvo, reflexo do aumento da influência do mesmo na atenuação do sinal do sonar.

O sensor que irá ser lido, será o que minimiza a entropia, minimizando conseqüentemente a função de utilidade dada por (5.25).

5.4.4 Observação

Nesta fase procede-se à leitura z_i correspondente ao sonar determinado pelo fase anterior. Assume-se que a esta leitura vem adicionado ruído Gaussiano cuja distribuição foi atrás caracterizada.

5.4.5 Validação da Leitura

A validação da leitura é fundamental para uma correcta actualização da estimativa do estado. O critério adoptado para a inclusão ou não da leitura no processo de filtragem deve ser o da qualidade e não o da quantidade. Este deve ser escolhido no sentido de não permitir que sejam consideradas leituras cuja validade seja ambígua.

Quando em determinado instante uma leitura não é validada não se procede à correcção da estimativa do estado nem da sua matriz de covariância e confiar-se-á na hodometria para retomar o processo de filtragem no instante seguinte. Este processo de leitura de sonares em modo assíncrono permite que seja feito um maior número de leituras correctas por unidade de tempo, permitindo uma maior frequência de actualizações da estimativa. Conseqüentemente, como se mostra nos resultados práticos obtidos, o veículo consegue-se localizar correctamente.

O critério utilizado aqui para validar a leitura obtida foi:

$$|z_i - \hat{z}_i| \leq \alpha \sqrt{S(k)} \quad (5.26)$$

onde:

- z_i corresponde ao valor da leitura obtida a partir do sonar i (que corresponde ao melhor sonar);
- \hat{z}_i corresponde ao valor da previsão da observação para o sonar i ;
- $S_i(k) = \nabla h_i P \nabla h_i + V(z_i)$ corresponde à variância da leitura, isto é, ao erro total esperado na leitura;
- α corresponde ao parâmetro de validação.

A escolha de α é essencial para o sucesso da validação. Este valor não deve ser muito elevado, uma vez que assim deixa passar eventuais leituras erradas. No entanto, também não deve ser pequeno, por forma a que sejam consideradas as leituras que estão correctas. Para a aplicação prática foi usado $\alpha = 2$, correspondendo a uma percentagem de 95,45%.

5.4.6 Correção da Estimativa

Para a correção da estimativa são usadas as equações 5.27, 5.28 e 5.29 abaixo definidas. Esta correção é feita com base na informação da leitura validada do passo anterior. Tal como já foi referido, se não for validada qualquer leitura passa-se ao ciclo seguinte, constituindo a estimativa para esse instante o estado dado pela hodometria do instante anterior. Se se efectuar a correção da estimativa, a matriz da covariância do estado é diminuída, sendo desta forma, diminuída a incerteza acerca da posição do veículo.

Calculando o ganho de Kalman através da equação:

$$L(k+1) = P(k+1) \nabla h_i^T S_i^{-1}(k+1), \quad (5.27)$$

a estimativa actualizada da posição do veículo passa a ser:

$$\hat{X}(k+1) = \hat{X}(k) + L(k+1)(z_i - \hat{z}_i), \quad (5.28)$$

sendo a covariância associada dada por:

$$P(k+1) = P(k) - L(k+1) S_i(k+1) L^T(k+1) \quad (5.29)$$

5.4.7 Resumo do Algoritmo de Localização

Apresenta-se de seguida um resumo do algoritmo de localização usado na simulação apresentada na secção 5.5.

repetir enquanto o veículo se mantém em movimento

{

1. *Integração da hodometria - previsão da posição do veículo dado o vector de*

controlo $u(k)$ e estimativa da posição do instante anterior $(\hat{X}(k|k), P(k|k))$

calcular: $\hat{X}(k+1|k), P(k+1|k)$;

2. *Previsão do conjunto das observações e respectivos gradientes usando*

$(\hat{X}(k+1|k), M(k))$

calcular: $\{(\hat{z}_i, \nabla h_i), i = 1, \dots, 12\}$;

3. *Escolha do melhor sensor s_{si} usando $(P(k+1|k), \nabla h_i, V(\hat{z}_i))$*

determinar o $\min_i \left\{ \frac{|V(\hat{z}_i)|}{|\nabla h_i P \nabla h_i^T + V(\hat{z}_i)|} \right\}$;

4. *Obtenção da leitura z_i correspondente ao sonar s_{si} ;*

5. *Validação da observação usando $(z_{si}, \hat{z}_{si}, S_{si}(k+1|k) = \nabla h_{si} P \nabla h_{si}^T + V(\hat{z}_{si}))$*

se: $|z_{si} - \hat{z}_{si}| \leq \alpha \sqrt{S_{si}(k+1|k)}$

então: actualizar a estimativa da posição usando

$(P(k+1|k), z_i, \hat{z}_i, S_{si}(k+1|k), \nabla h_{si})$

calcular $\hat{X}(k+1|k+1), P(k+1|k+1)$;

senão: não actualizar a estimativa da posição

$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k)$

$P(k+1|k+1) = P(k+1|k)$

}

5.5 Apresentação de Resultados

Nesta secção é apresentada uma simulação do movimento da *Robuter* utilizando o sistema de posicionamento desenvolvido nesta dissertação. Todos os algoritmos que compõem o sistema de posicionamento foram implementados através de um conjunto de funções definidas em MATLAB.

O mapa do mundo usado para especificar o ambiente estruturado onde o veículo se movimenta está representado na figura 5.5. A trajectória real, apresentada na mesma figura, foi determinada visando conduzir o veículo pelo ambiente por forma a demonstrar a sua capacidade de localização. Esta trajectória evolui, ao longo do tempo, da esquerda para a direita da figura. Assumiu-se que a trajectória foi percorrida à velocidade constante de 0.5m/s.

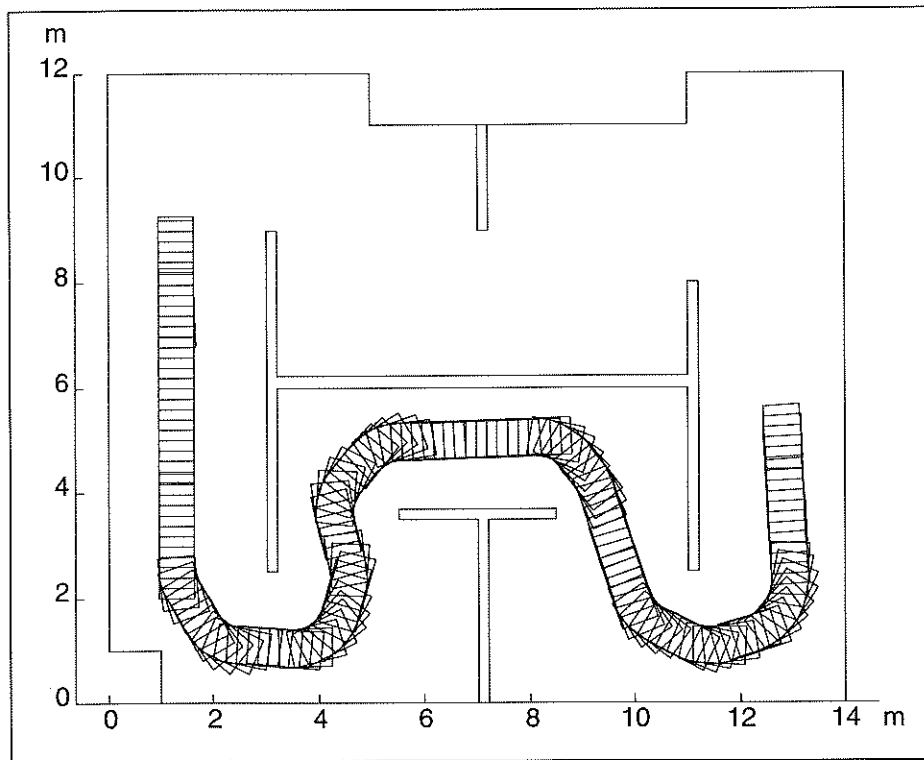


Figura 5.5 - Mapa do ambiente e trajectória pretendida

A figura 5.6 compara a localização do veículo estimada pelo algoritmo, com a estimativa da posição dada pela hodiometria. O rectângulo mais escuro refere-se à posição estimada, enquanto o rectângulo mais claro refere-se à posição hodométrica. As correspondências sensor-alvo estão representadas na figura através de pequenos pontos. As circunferências representam as leituras obtidas pelo melhor sensor em cada instante. Devido a erros acumulados na direcção do veículo a trajectória hodométrica afasta-se claramente da trajectória estimada.

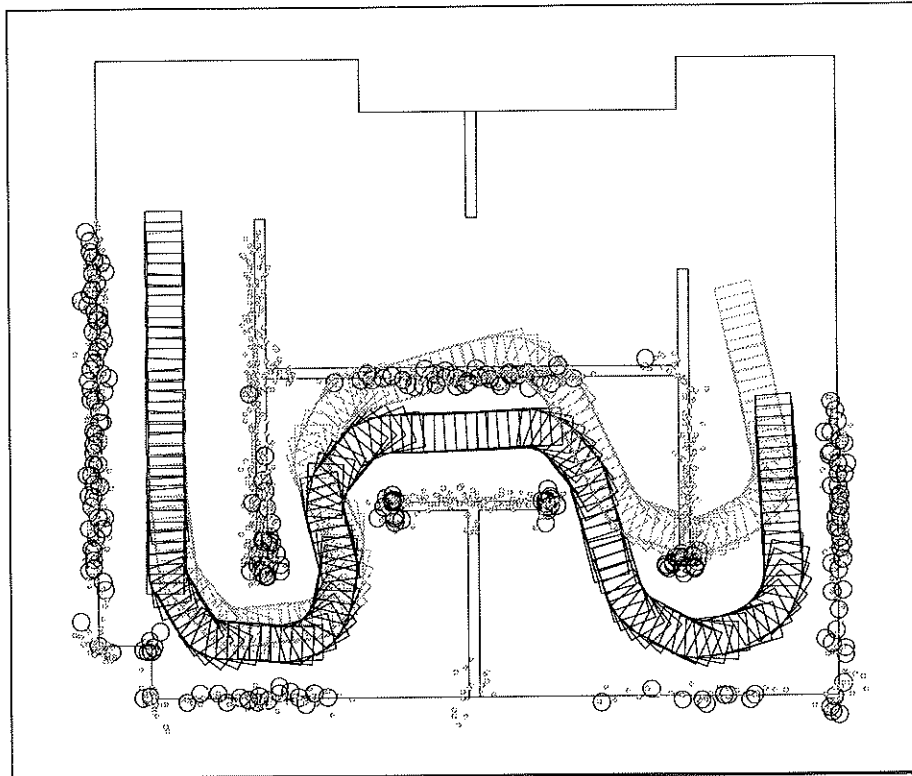


Figura 5.6 - Representação esquemática das trajetórias hodométrica e estimada

As figuras 5.7 e 5.8 mostram respectivamente a diferença de posição e de orientação entre a estimativa dada pelo filtro e a estimativa interna dada pela odometria. No fim da missão, a estimativa da posição odométrica está afastada da posição estimada em cerca de 2.5 metros e a diferença de orientação atinge os 14° . Um facto importante que se observa na figura 5.6 é que a mudança de orientação do veículo produz um erro acentuado na estimativa dada pela odometria. Este erro é propagado, agravado-se ao longo do tempo.

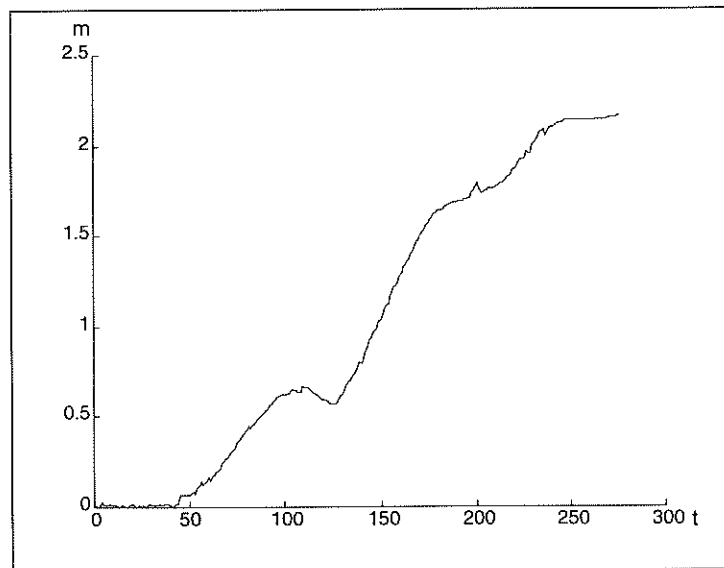


Figura 5.7 - Distância entre as posições cartesianas hodométrica e estimada

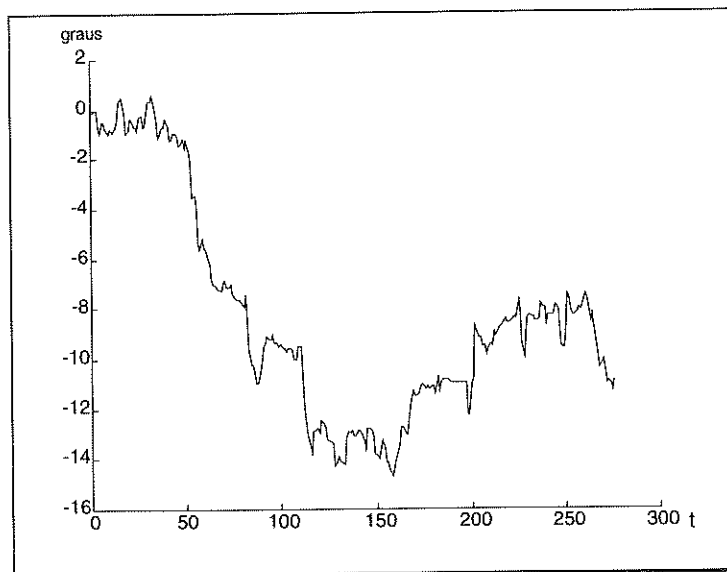


Figura 5.8 - Diferença de ângulo entre as posições hodométrica e estimada

Para se ter uma ideia de como varia a confiança na estimativa da posição cartesiana é desenhada periodicamente ao longo da trajectória uma elipse de incerteza (figura 5.9). Esta traduz a matriz de covariância da posição (x,y) , ou seja, o grau de confiança no valor esperado. A elipse de incerteza é calculada através de :

$$[x \ y]P'^{-1}[x \ y]^T = c, \quad (5.30)$$

onde P' é a submatriz de covariância do sistema correspondente às coordenadas cartesianas e c é um factor de escala escolhido de forma a que a elipse se torne visível, mantendo-se constante ao longo do algoritmo.

A direcção do achatamento das elipses indica a direcção da maior incerteza na orientação do veículo.

Pode-se observar na figura 5.6 que o deslocamento vertical no início da trajectória provoca um achatamento vertical da elipse de incerteza, denotando um aumento da incerteza relativamente a y e um aumento da confiança relativamente a x . Este aumento da incerteza relativamente à coordenada y é provocado pela falta de informação no sentido vertical, uma vez que o veículo não detecta nenhum alvo neste sentido.

Quando é “avistada” a esquina do canto inferior esquerdo, o aumento da informação relativamente a y reduz a elipse a uma circunferência denotando um equilíbrio da confiança relativamente a x e y . Quando o veículo se desloca horizontalmente, o achatamento neste sentido da elipse é devido à falta de informação relativamente a x uma vez que o veículo só dispõe de informação no sentido vertical.

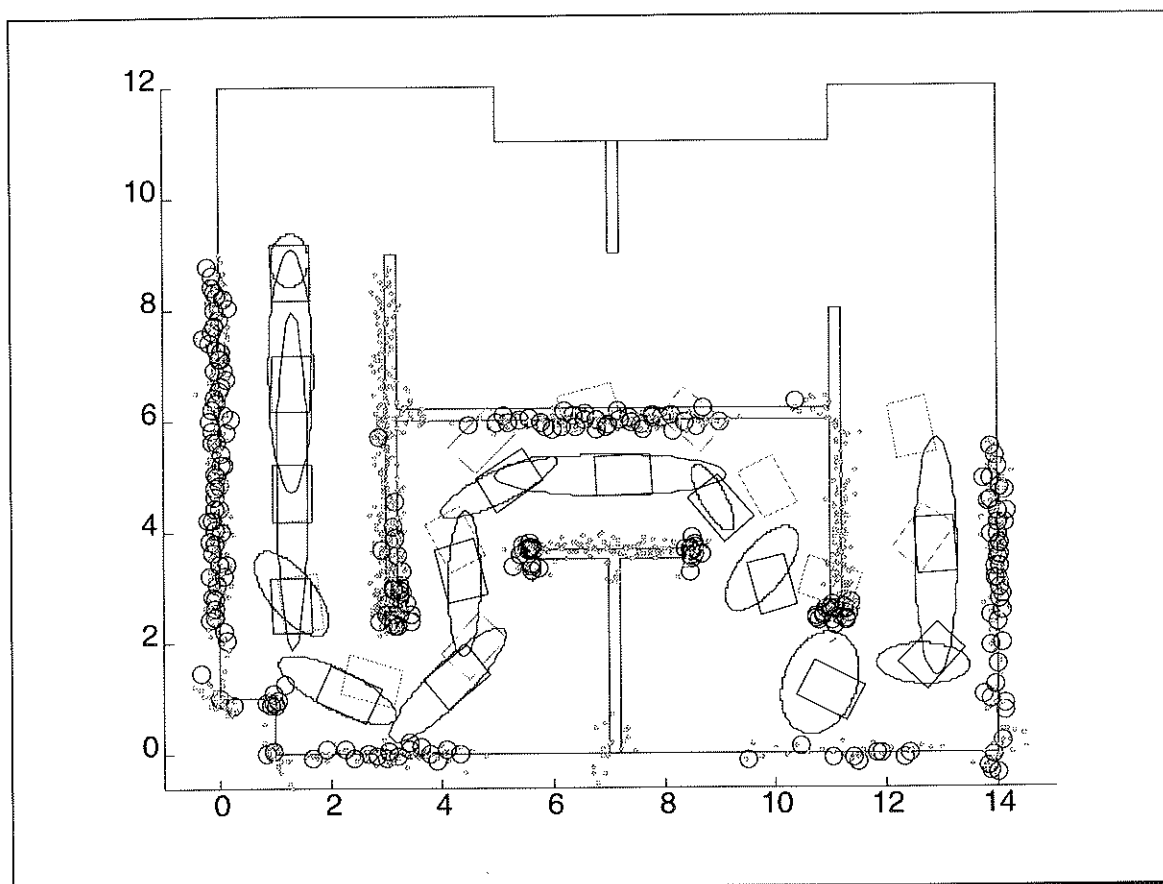


Figura 5.9 - Elipses de incerteza relativas à trajetória estimada

Estas considerações estão de acordo com o gráfico da figura 5.10. Esta figura representa as variâncias do estado ao longo da trajetória. Esta representação está feita segundo as três componentes do estado (x, y, θ) . Os três picos mais acentuados desta figura referem-se aos pontos da trajetória em que existe maior incerteza numa dada componente do estado. Assim, o primeiro pico diz respeito à incerteza relativamente a y na parte inicial da trajetória, o segundo diz respeito à maior incerteza de x na sequência horizontal a meio da trajetória, enquanto o terceiro pico revela novamente uma maior incerteza relativamente a y quando o veículo desenvolve a parte final da trajetória.

A visualização da matriz da covariância do estado é um indicador importante da qualidade da estimativa produzida. O seu determinante bem como o seu maior valor próprio terão de se manter dentro de certos limites por forma a que a trajetória estimada se mantenha próxima da trajetória real, não havendo por isso divergência do filtro. A figura 5.11 representa o determinante da matriz P' ao longo da trajetória, ou seja, a incerteza total relativamente à posição cartesiana.

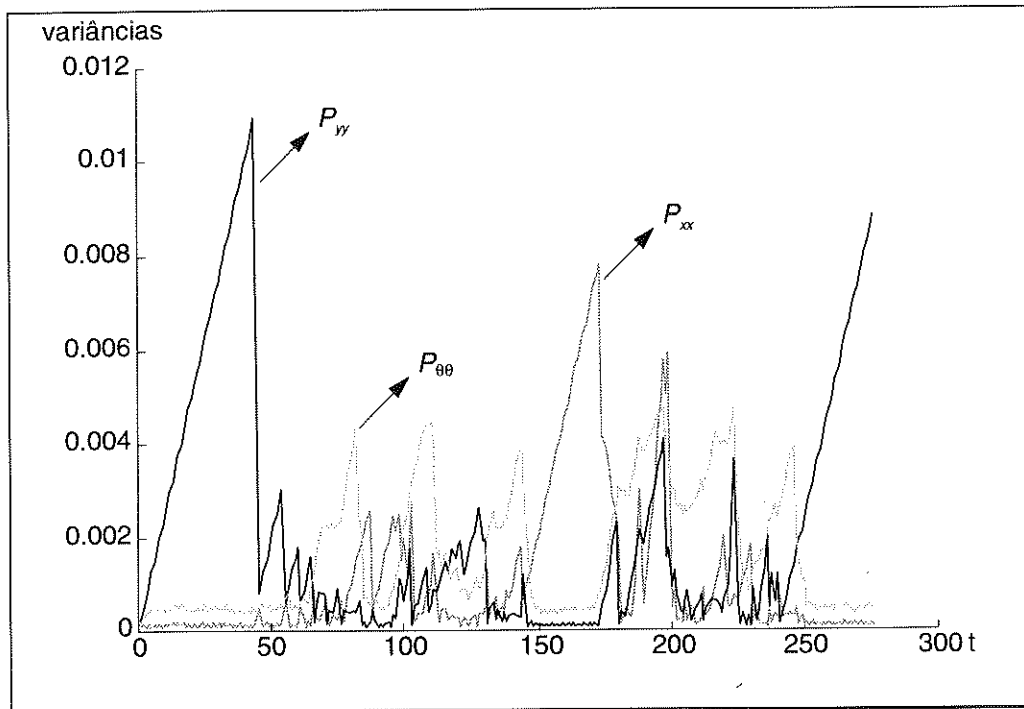


Figura 5.10 - Variâncias do estado ao longo da trajetória

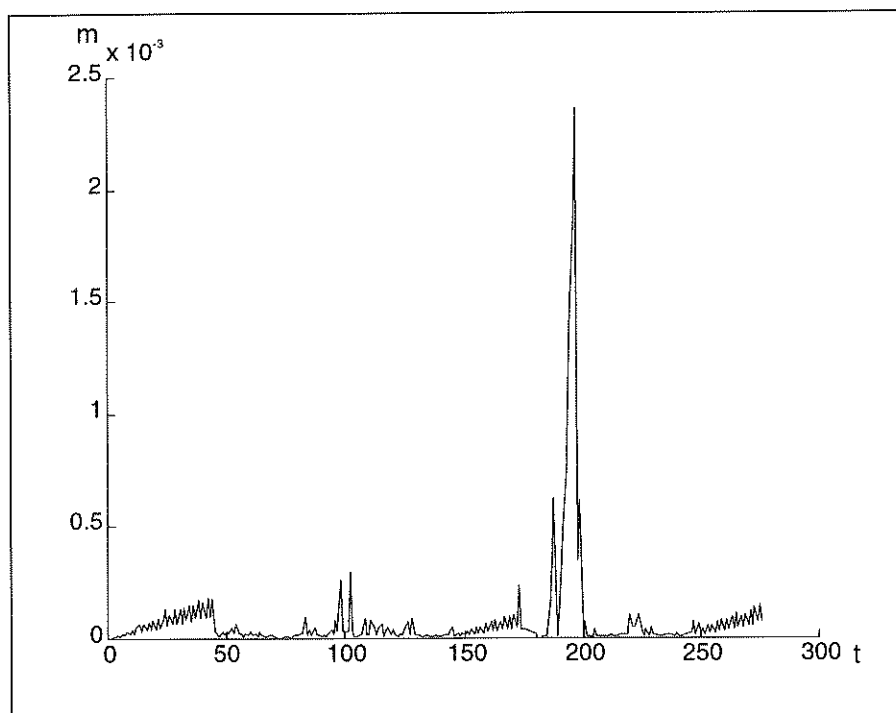


Figura 5.11 - Incerteza posicional total da matriz das covariâncias

Globalmente, ao longo da trajetória, o seu valor mantém-se baixo, como é desejado, obtendo-se o valor mais elevado por volta do instante 200, correspondendo na trajetória à descida para a última curva. Este valor aumenta uma vez que nesta zona o veículo não

observa qualquer alvo. Este facto pode ser visualizado no gráfico 5.12. Este gráfico indica o número de correspondências sensor-alvo, isto é, o número de sensores que se prevê que, em cada instante, visualizem algum alvo. Como se pode observar neste gráfico, por volta do instante 200 não há qualquer sensor a visualizar qualquer alvo. Repare-se na figura 5.11 que logo que um alvo é visualizado o valor do determinante de P' diminui. Daqui pode-se concluir que é fundamental que em cada instante o veículo visualize algum alvo e valide a leitura correspondente a esse alvo, uma vez que só assim consegue manter uma estimativa correcta da sua posição.

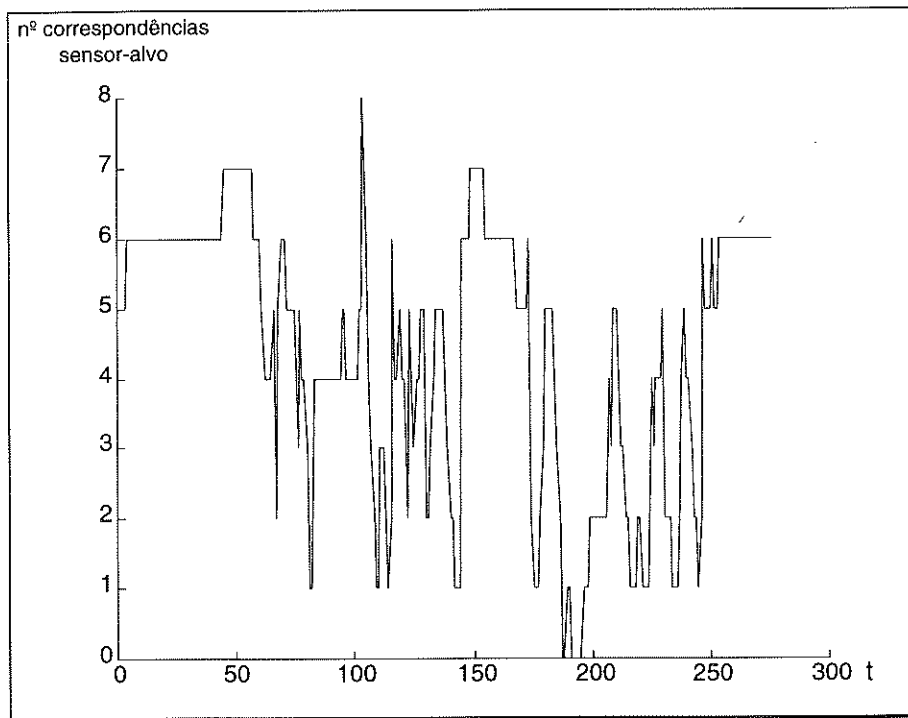


Figura 5.12 - Número de correspondências sensor-alvo em cada instante de tempo

Nesta trajectória, a percentagem de validação do melhor sensor a ser usado na alteração da posição do veículo durante o processo de filtragem foi de 97.46%. Esta elevada percentagem indica o bom comportamento do algoritmo.

O gráfico 5.13 fornece duas medidas extremas da incerteza da matriz de covariância do estado estimado P' . As duas linhas deste gráfico representam a raiz quadrada do maior e do menor valor próprio da matriz P' . Estes representam, respectivamente, a maior e a menor incerteza da posição cartesiana ao longo do tempo, quantificando o valor do semi-eixo maior e menor da elipse de incerteza. Um caso a referenciar neste gráfico é quando estes valores se aproximam, por volta do instante 200, correspondendo no gráfico 5.9 à circunferência situada na última curva da trajectória.

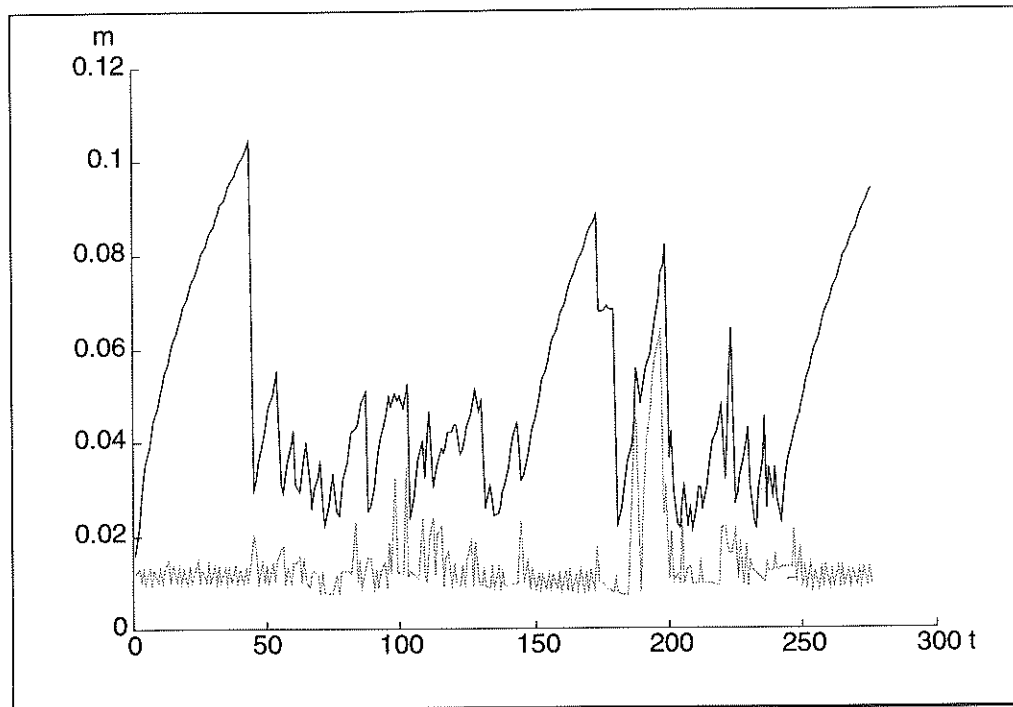


Figura 5.13 - Maior e menor incerteza da matriz das covariâncias

O gráfico da figura 5.14 mostra, em cada instante, qual foi o melhor sensor escolhido, isto é, qual o sensor cuja leitura, no caso de existir alguma validade, contribui para a actualização da estimativa do estado. Este gráfico denota um facto importante que reforça a teoria de aquisição de informação externa defendida nesta dissertação. Repare-se que ao longo do tempo há uma alternância do melhor sensor escolhido. No início da trajectória dos seis sensores que visualizam alvos, pelo facto de estarem a uma menor distância, são escolhidos alternadamente o sensor dois e três. Esta alternância entre estes dois sensores laterais acontece uma vez que, após o sensor dois ter corrigido a estimativa relativamente a x , o sensor três fornece a maior informação para corrigir a estimativa relativamente a θ , que provavelmente sofreu um pequeno desvio. Assim, a alternância entre estes dois sensores mantém uma confiança equilibrada destas duas componentes do vector do estado. Observando a zona inicial do gráfico 5.10 verifica-se que as variâncias destas duas componentes se mantêm baixas ao longo do tempo, aumentando e diminuindo ligeiramente, alternadamente, provocando um aspecto de “dente-de-serra” no gráfico. Este facto comprova completamente o que atrás foi referido.

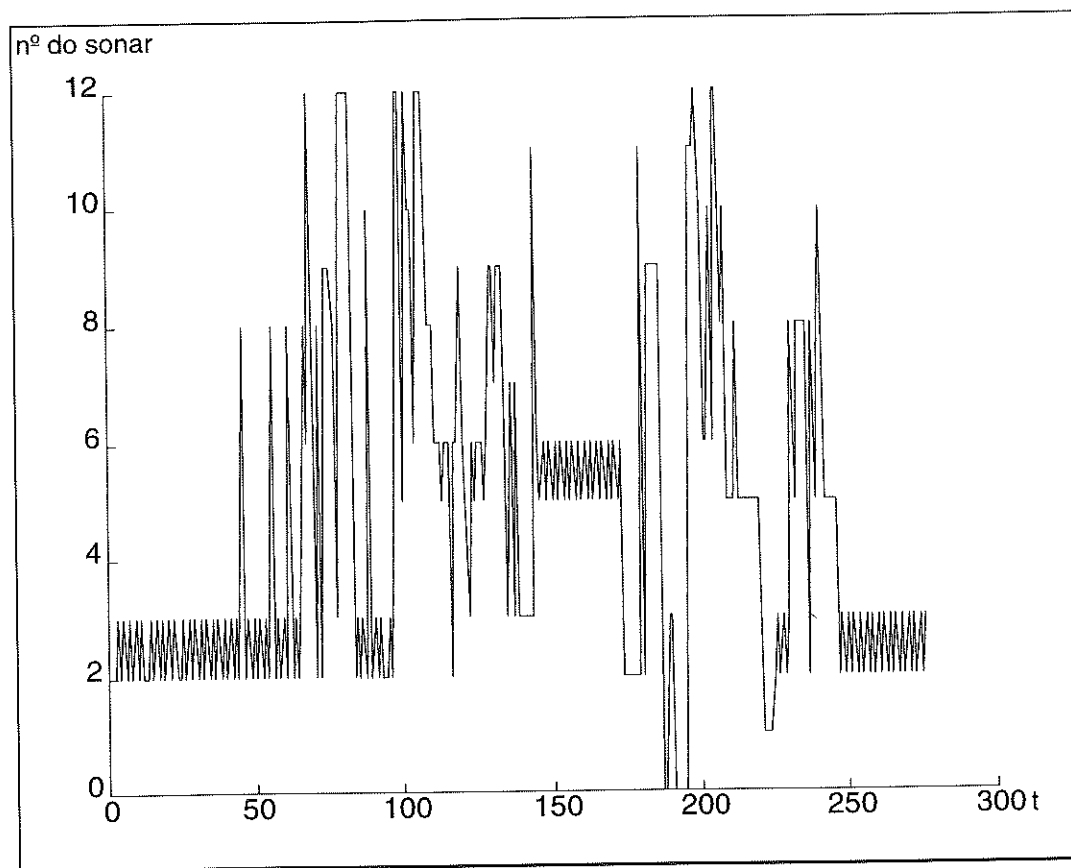


Figura 5.14 - Melhor sensor em cada instante de tempo

O que sucedeu para os sensores dois e três na primeira zona da trajectória vertical acontece para os sensores cinco e seis na zona da trajectória horizontal, provocando no gráfico um aspecto de “dente-de-serra” relativo a y e a θ .

Como se pode ver pelos gráficos acima expostos, o processo de filtragem conseguiu estimar ao longo do tempo a posição real do veículo. A estimativa da posição dada somente pela hometria do veículo conduziu à perda do mesmo. Esta perda acentua-se com uma pequena variação na orientação do veículo agravando gradualmente essa variação ao longo da trajectória. Pode-se então concluir que o veículo só mantém uma estimativa correcta da sua posição se obtiver informação externa suficiente. Pensa-se que com a conjugação das condições físicas apresentadas e do algoritmo de posicionamento desenvolvido é possível manter uma estimativa correcta da posição do veículo ao longo de uma trajectória num ambiente estruturado.

Capítulo 6

Conclusões

6.1 Resultados Alcançados

Tendo por base um veículo real, pretendeu-se implementar um sistema de localização robusto e adequado aos condicionalismos exigidos por este veículo.

Este sistema teria de manter, em tempo real, uma estimativa da posição do veículo obtida com base nos sensores do mesmo, bem como no conhecimento prévio acerca do mundo onde este se iria movimentar. A construção de um algoritmo eficiente que implementasse esse sistema enfrentou algumas dificuldades abordadas nesta dissertação.

Foi estudado o uso do sonar para efeitos de correcção da estimativa da posição dada pela hodometria. No sentido de validar as leituras obtidas do mesmo, foi construído um modelo de previsão tendo em conta as condições físicas do sonar, bem como as condições de visibilidade dos alvos a que este se destina observar. Neste contexto, foi desenvolvido um algoritmo de verificação da visibilidade de cada um dos tipos de objectos que fundamentalmente compõem o ambiente estruturado onde o veículo se movimenta.

A formalização da representação do mundo como um conjunto de objectos geométricos parametrizados surge naturalmente na sequência do modelo construído para a previsão das leituras do sonar, bem como pelo tipo de ambiente tratado neste trabalho.

Todo o processo de estimação da posição do veículo foi arbitrado pelo filtro de Kalman Estendido, dado este ser o processo de filtragem mais adequado ao problema proposto e dada a não linearidade dos modelos do estado e das observações que caracterizam o sistema de localização adoptado.

Finalmente, descreveram-se os principais componentes das fases do ciclo de localização e apresentou-se o respectivo algoritmo.

Com o objectivo de aumentar a eficiência da obtenção das leituras dos sonares em tempo real, foi utilizado um método baseado em entropia, que consistiu em escolher o sensor que introduzia mais informação no processo de estimação e, conseqüentemente, contribua para minimização da incerteza da posição do veículo.

Os resultados alcançados através da simulação deste sistema de posicionamento, tendo em conta parâmetros reais, mostraram o seu funcionamento eficaz.

6.2 Desenvolvimentos Futuros

A capacidade de operar em ambientes desconhecidos ou parcialmente conhecidos é essencial para que um veículo seja considerado completamente autónomo. Daí que, para os sistemas de posicionamento baseados na definição de um mapa à priori, as condições de navegação são, de certa, forma restringidas. Uma completa autonomia do veículo só seria atingida, nomeadamente, se o algoritmo de localização proposto incluísse uma modificação dinâmica do mapa ao longo de uma missão.

Assim, o tipo de sistema de representação espacial usado pelo veículo, deve possibilitar uma forma consistentemente de incorporar, em tempo real, no mapa do mundo existente, a nova informação baseada nas observações sensoriais. Esta alteração dinâmica do mapa vem aumentar a robustez do sistema de posicionamento, vem permitir a inclusão dos objectos que são realmente visíveis pelos sensores, vem permitir a detecção de obstáculos móveis no ambiente, bem como reforçar outras áreas da navegação que necessitam da sua informação, nomeadamente o planeamento do caminho a ser seguido.

O processo de modificação dinâmica do mapa deve entre outros cuidados, usar um grau de detalhe adaptativo consoante os objectivos e o ambiente a que se destina a missão. Uma abordagem para resolver este processo passa, naturalmente, por uma análise profunda da capacidade de obtenção de informação correcta por parte dos sensores.

Outro problema importante que surge quando é usado o processo de filtragem de Kalman Estendido é a falta de garantia da convergência do seu estimador. Foi referido que a utilização deste processo para a estimação de sistemas não lineares pressupõe uma aproximação dos modelos que utiliza, podendo este facto conduzir à divergência do estimador e, conseqüentemente, à perda do veículo. Uma possível abordagem para solucionar o problema seria considerar uma família de linearizações de primeira ordem e

escolher aquela que minimiza o erro do estimador no pior cenário, garantindo assim a convergência.

Apêndice A

Filtro de Kalman

Filtro de Kalman Discreto

Modelo do sistema	$\hat{x}(k+1) = A(k)\hat{x}(k) + B(k)u(k) + w(k), \quad w(k) \approx N(0, Q(k))$
Modelo da observação	$z(k) = H(k)x(k) + v(k), \quad v(k) \approx N(0, V(k))$
Condições iniciais	$E[x(0)] = \hat{x}_0, \quad E[(x(0) - \hat{x}_0)(x(0) - \hat{x}_0)^T] = P_0$
Pressupostos	$E[w(k)v^T(j)] = 0, \quad \forall_{k,j}$
Previsão do estado estimado	$\hat{x}(k k-1) = \Phi(k, k-1)\hat{x}(k-1 k-1) + B(k-1)u(k-1)$
Previsão da covariância do erro de estimação	$P(k k-1) = \Phi(k, k-1)P(k-1 k-1)\Phi^T(k, k-1) + Q(k-1)$
Correcção da estimativa	$\hat{x}(k k) = \hat{x}(k k-1) + L(k)[z(k) - H(k)\hat{x}(k k-1)]$
Correcção da cov. do erro	$P(k k) = [I - L(k)H(k)]P(k k-1)$
Matriz de ganho de Kalman	$L(k) = P(k k-1)H^T(k)[H(k)P(k k-1)H^T(k) + V(k)]^{-1}$

Filtro de Kalman Contínuo

Modelo do sistema	$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + B(t)u(t) + w(t), \quad w(t) \approx N(0, Q(t))$
Modelo da observação	$z(t) = H(t)x(t) + v(t), \quad v(t) \approx N(0, V(t))$
Condições iniciais	$E[x(0)] = \hat{x}_0, \quad E[(x(0) - \hat{x}_0)(x(0) - \hat{x}_0)^T] = P_0$
Pressupostos	R^{-1} existe
Estado estimado	$\dot{\hat{x}}(t) = F(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + L(t)[z(t) - H(t)\hat{x}(t)]$
Covariância do erro	$\dot{P}(t) = F(t)P(t) + P(t)F^T(t) + Q(t) - L(t)V(t)L^T(t)$
Matriz do ganho de Kalman	$L(k) = P(t)H^T(t)V^{-1}(t)$

Apêndice B

Filtro de Kalman Estendido

FKE - Contínuo/Discreto

Modelo do sistema	$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + w(t),$	$w(t) \approx N(0, Q(t))$
Modelo da observação	$z(k) = h(x(k)) + v(k),$	$v(k) \approx N(0, V(k))$
Condições iniciais	$x(0) \approx N(\hat{x}_0, P_0)$	
Pressupostos	$E[w(t)v^T(k)] = 0, \quad \forall_{t,k}$	
Previsão do estado estimado	$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), t), \quad k-1 \leq t \leq k$	
Previsão da covariância do erro de estimação	$\dot{P}(t) = F(\hat{x}(t), t)P(t) + P(t)F^T(\hat{x}(t), t) + Q(t)$	
Correcção da estimativa	$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + L[z(k) - h(\hat{x}_k(-))]$	
Correcção da cov. do erro	$P_k(+) = [I - L(k)H_k(\hat{x}_k(-))]P_k(-)$	
Matriz de ganho de Kalman	$L(k) = P_k(-)H_k^T(\hat{x}_k(-)) [H_k(\hat{x}_k(-))P_k(-)H_k^T(\hat{x}_k(-)) + V(k)]^{-1}$	
Definições	$F_{ij}(\hat{x}(t), t) = \left(\frac{\partial f_i(\hat{x}(t), t)}{\partial x_j(t)} \right)_{x(t)=\hat{x}(t)}$ $H(\hat{x}_k(-)) = \left(\frac{\partial h(x)}{\partial x} \right)_{x=\hat{x}_k(-)}$	

Filtro de Kalman Contínuo

Modelo do sistema	$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + w(t),$	$w(t) \approx N(0, Q(t))$
Modelo da observação	$z(t) = h(x(t)) + v(t),$	$v(t) \approx N(0, V(t))$
Condições iniciais	$x(0) \approx N(\hat{x}_0, P_0)$	
Pressupostos	$E[w(t)v^T(\tau)] = 0, \forall t, \tau$	
Correcção do estado estimado	$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), t) + L(t)[z(t) - h(\hat{x}(t), t)]$	
Correcção da cov. do erro	$\dot{P}(t) = F(\hat{x}(t), t)P(t) + P(t)F^T(\hat{x}(t), t) + Q(t) -$ $- P(t)H^T(\hat{x}(t), t)V^{-1}(t)H(\hat{x}(t), t)P(t)$	
Matriz de ganho de Kalman	$K(t) = P(t)H^T(\hat{x}(t), t)V^{-1}(t)$	
Definições	$F_{ij}(\hat{x}(t), t) = \left(\frac{\partial f_i(\hat{x}(t), t)}{\partial x_j(t)} \right)_{x(t)=\hat{x}(t)}$ $H(\hat{x}(t), t) = \left(\frac{\partial h(x)}{\partial x} \right)_{x=\hat{x}(t)}$	

Referências

- [Berger95] J.O. Berger
Statistical Decisions,
Springer Verlag (2nd edition)
Berlin, 1985.
- [Borenstein89] J. Borenstein and Y. Koren
Real-Time Obstacle Avoidance for Fast Mobile Robots,
IEEE Trans.Systems Man and Cybernetics,
September, 1989.
- [Borenstein94] L. Feng, J. Borenstein and H. R. Everett
"Where am I"
University of Michigan
December, 1994.
- [Cox91a] I. J. Cox and G. T. Wilfong
Autonomous Robot Vehicles,
Springer-Verlag,
New York, 1991.

- [Cox91b] I. J. Cox
Blanche - An Experiment in Guidance and Navigation of An Autonomous Robot Vehicle,
IEEE Trans. Robot Autom., 7, N.2 pp.193-204,
April, 1991.
- [Crowley89] J. L. Crowley
World Modeling and Position Estimation for a Mobile Robot Using Ultra-sonic Ranging,
In Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.674-681,
1989.
- [Cunha94] Sérgio Reis Cunha
Planeamento Automático do Movimento de Veículos Robóticos Autónomos,
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto,
Maio, 1994.
- [Curran94] A. Curran and K. J. Kyriakopoulos
Sensor-Based Self-Localization for Wheeled Mobile Robots,
NY State Center for Advanced Technology in Automation and
Robotics and Electrical, Computer and Systems Eng. Dept.,
Rensselaer Polytechnic Institute
October30, 1994 .
- [Drumheller87] M. Drumheller
Mobile Robot Localization Using Sonar,
EEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence
PAMI-9(2):325-332,
March, 1987.
- [Elfes87] A. Elfes
Sonar-Based Real-World Mapping and Navigation,
IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. RA-3,
1987.
- [Elfes90] A. Elfes
Occupancy Grids: A Stochastic Spatial Representation for Active Robot Perception,
Proceedings of the Sixth Conference on Uncertainty for Artificial
Intelligence,
1990.
- [Gelb89] Arthur Gelb, Joseph F. Kasper, Jr., Raymond A. Nash, Jr., Charles
F. Price and Arthur A. Sutherland, Jr.
Applied Optimal Estimation,
The M.I.T. Press.

-
- [Kuc87] R. Kuc & M. Siegel
Physically Based Simulation Model for Acoustic Sensor Robot Navigation,
IEEE Trans. PAMI, V9, N6,
November 1987.
- [Kwakernaak72] Kwakernaak and Sivan
Linear Optimal Control Systems,
Wiley, 1972.
- [Leonard92] John J. Leonard and Hugh F. Durrant-Whyte
Directed Sonar Sensing for Mobile Robot Navigation,
Kluwer Academic Publishers,
Boston, 1991.
- [Luenberger69] David G. Luenberger
Optimization by Vector Space Methods,
John Wiley & Sons, Inc,
USA, 1969.
- [Manyika93] James M. Mannyika and Hugh Durrant-Whyte
Decision-Theoretic Decentralized Sensor Management,
Report No.OUEL 1987/93,
Robotics Research Group, Dp. of Engineering Science,
University of Oxford.
- [Maybeck79] P.S. Maybeck
Stochastic Models, Estimation and Control,
Vol. 1,
Academic Press, 1979.
- [Morse68] P.M.Morse and K.U.Ingard
Theoretical Acoustics,
McGraw-Hill, 1968.
- [Silva95] Pedro Alegria Pereira da Silva
Navegação Acústica Em Ambientes Estruturados,
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto,
Fevereiro, 1995.
- [Stevens94] Andrew Stevens, Michael Stevens and Hugh Durrant-Whyte
"OxNav": Reliable Autonomous Navigation,
Robotics Research Group, Department of Engineering Science,
University of Oxford, 1995.
-

[Whyte94]

Hugh Durrant-White and Hilary Term

B:5 Sensing,

Curso Commet na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto,

Novembro, 1994.