



MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL – CONSTRUÇÕES

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Bruno Gonçalves de Sousa nº1071096
Orientador: Rui de Sousa Camposinhos

Outubro 2014

I. Agradecimentos

Quero desde já agradecer a preciosa colaboração do Professor Rui de Sousa Camposinhos, pela sua disponibilidade e dedicação ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus amigos e familiares agradeço todo o apoio que me permitiu abraçar este projecto e por terem partilhado comigo todos os seus conhecimentos. Quero deixar aqui um agradecimento especial aos meus pais pelos valores que sempre me ensinaram e por me terem disponibilizado todo o apoio necessário para a minha formação académica. Por fim agradecer à minha namorada por todo o apoio e por toda a paciência que disponibilizou durante todo o ano.

II. Resumo

Como se sabe e tem sido afirmado por diversos autores, o desempenho estrutural dos sistemas construtivos de pavimentos tendo em conta a sua capacidade de resposta às exigências regulamentares e ao mesmo tempo a competitividade em termos económicos sempre assumiu importância fulcral.

De facto, a tipologia estrutural dos pisos, além do factor económico, determina e condiciona a competitividade dos restantes elementos estruturais e portanto de toda a estrutura.

A necessidade de dispor de ferramentas que permitam de forma clara e objetiva avaliar aquele desempenho tem sido sentida como uma preocupação fundamental de todos os intervenientes no processo construtivo, com especial ênfase para os sectores ligados à indústria de prefabricação.

Apresenta-se neste trabalho um método que, além de ser uma ferramenta na optimização e concepção para pavimentos aligeirados com elementos prefabricados, unifica um modelo para avaliar de forma objetiva o desempenho estrutural e económico deste tipo de pavimentos.

II.1. Palavras-chave

Prefabricação, economia estrutural, desempenho estrutural

III. Abstract

As is known and has been stated by several authors the structural performance of floors building's systems besides taking their ability to respond to regulatory requirements have to be economic competitive.

In fact, the structural typology of floors, besides the economic factor, determines and limits the competitiveness of the remaining structural elements and therefore the whole building's structure.

The need for tools to clearly and objectively evaluate their performance has been felt as a fundamental concern of all entrepreneurs in the construction industry, with special emphasis in prefabrication subsector.

In this work a study is presented using a method developed by Camposinhos for beam and brock floor systems as a tool for optimizing and designing double T precast floors, assuming a model to objectively assess the structural and economic performance of this type of flooring.

III.1. Keywords

Prefabrication, economic factor, structural performance

IV. Índice Geral

1	Introdução	1
1.1	Objetivo.....	1
1.2	Considerações Gerais.....	1
1.3	Estrutura da dissertação.....	1
2	Pré-esforço	3
2.1	Desenvolvimento do betão pré-esforçado	3
2.2	Princípios gerais do betão pré-esforçado.....	5
2.2.1	Pré-esforçar para transformar o betão num material elástico	5
2.2.2	Pré-esforçar para combinar aço de alta resistência com betão	8
2.2.3	Pré-esforçar para alcançar a carga equivalente	9
2.3	Técnicas de pré-esforço.....	10
2.3.1	Pré-esforço por pré-tensão.....	10
2.3.2	Pós-tensão.....	11
2.4	Materiais.....	12
2.4.1	Betão para pré-esforço	12
2.4.2	Armaduras de pré-esforço	13
2.5	Vantagens da utilização do pré-esforço.....	15
3	Lajes Pré-fabricadas	17
3.1	Lajes Alveoladas	17
3.1.1	Descrição.....	17
3.1.2	Fabrico.....	17
3.1.3	Aplicações	17
3.1.4	Compensação	19
3.1.5	Preenchimento.....	20
3.1.6	Orientações para revestir a superfície ou colocação de camada de compressão colaborante (revestimento estrutural).....	20
3.1.7	Manuseamento e montagem.....	21
3.1.8	Armazenamento	21
3.1.9	Vantagens	22
3.1.10	Desvantagens.....	22
3.2	Lajes duplo T ou TT.....	23
3.2.1	Características Técnicas das Lajes Tipo TT.....	25
3.2.2	Vantagens	25
3.2.3	Desvantagens.....	26
3.3	Lajes com cofragem colaborante.....	27
3.3.1	Características Principais	28
3.3.2	Onde aplicar	28

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

3.3.3	Colocação em obra	29
3.4	Pré-Lajes	31
3.4.1	Cuidados na execução	32
3.4.2	Vantagens	33
3.4.3	Desvantagens.....	33
4	Dimensionamento.....	35
4.1	Cargas disponíveis.....	35
4.1.1	Sem betão complementar	36
4.1.2	Com betão complementar.....	61
4.2	Eficácia.....	86
4.2.1	Sem betão complementar	87
4.2.2	Com betão complementar.....	96
4.3	Custo estrutural	105
	Unidades de custo.....	105
4.3.1	Sem betão complementar	105
4.3.2	Com betão complementar.....	107
4.4	Eficiência.....	109
4.4.1	Eficiência estrutural.....	109
4.4.2	Eficiência económica	113
4.5	Tabela Geral	118
4.6	Comparação da eficácia	119
4.7	Comparação da eficiência	128
4.7.1	Eficiência estrutural.....	128
4.7.2	Eficiência económica	129
5	Conclusões	131

IV.1. Índice de Figuras

Figura 1 - Distribuição de tensões numa secção com pré-esforço centrado.....	3
Figura 2 - Betão pré-esforçado com aço macio normal	4
Figura 3 - Betão pré-esforçado com aço de alta resistência	5
Figura 4 - Distribuição de tensões com pré-esforço centrado	6
Figura 5 - Distribuição de tensões numa secção com pré-esforço excêntrico.....	7
Figura 6 - Efeito do pré-esforço aplicado por um cabo curvo.....	8
Figura 7 - Diagrama tensão/deformação de um aço de pré-esforço.....	8
Figura 8 - Viga de betão com aço de alta resistência.	9
Figura 9 - Viga pré-esforçada. Ações equivalentes.....	10
Figura 10 - Sistema de pré-tensão	11
Figura 12 - Pré-esforço por ancoragem - pós-tensão (pt.scribd.com/doc/200351301/Capitulo-1)..	11
Figura 13 - Cabo não aderente utilizado no sistema de pós-tensão.(pt.scribd.com/doc/200351301/Capitulo-1)	12
Figura 14 - Perda de pré-esforço, $\Delta\sigma$, devida à retração e fluência do betão. (pt.scribd.com/doc/200351301/Capitulo-2)	14
Figura 15 - Diagramas tensões-deformações de diferentes aços. (pt.scribd.com/doc/200351301/Capitulo-2)	15
Figura 16 – Lajes Alveoladas.....	17
Figura 17 - Painéis Alveolares – Fácil colocação.	18
Figura 18 - Painéis Alveolares – Bom acabamento.	19
Figura 19 - Painéis Alveolares – Armazenagem.	21
Figura 20 - Pavilhão na Figueira da Foz - Laje Alveolar.....	23
Figura 21 – Lajes Duplo T – Parque de estacionamento.....	23
Figura 22 - Lajes duplo T – Parque de estacionamento de um Hipermercado.....	24
Figura 23 - Lajes Duplo T – Parque de estacionamento.	24
Figura 24 - Lajes Duplo T – Rapidez de execução de pavimentos.	26
Figura 25 - Lajes Duplo T	26
Figura 26 - Lajes com cofragem colaborante	27
Figura 27 - Lajes com cofragem colaborante – Montagem.....	29
Figura 28 - Lajes com cofragem colaborante - Manuseamento	30
Figura 29 - Lajes com cofragem colaborante - Armazenamento	30
Figura 30 - Pré-laje maciça com estribos salientes	31
Figura 31 - Pré-laje - Pormenores	32
Figura 32 - Características e dimensões da laje em estudo	35
Figura 33 - Secção duplo T h=0,3 (2 cordões).....	36
Figura 34 - Laje Duplo T - Corte Longitudinal – Disposição retilínea de A_p em elementos pré-fabricados.....	36
Figura 35 - Secção duplo T h=0,3 (4 cordões).....	38
Figura 36 - Secção duplo T h=0,3 (6 cordões).....	39
Figura 37 - Secção duplo T h=0,35 (2 cordões).....	40
Figura 38 - Secção duplo T h=0,35 (4 cordões).....	42
Figura 39 - Secção duplo T h=0,35 (6 cordões).....	43
Figura 40 - Secção duplo T h=0,4 (2 cordões).....	45
Figura 41 - Secção duplo T h=0,4 (4 cordões).....	46
Figura 42 - Secção duplo T h=0,4 (6 cordões).....	47
Figura 43 - Secção duplo T h=0,45 (2 cordões).....	49
Figura 44 - Secção duplo T h=0,45 (4 cordões).....	50
Figura 45 - Secção duplo T h=0,45 (6 cordões).....	52
Figura 46 - Secção duplo T h=0,5 (2 cordões).....	53
Figura 47 - Secção duplo T h=0,5 (4 cordões).....	55
Figura 48 - Secção duplo T h=0,5 (6 cordões).....	56
Figura 49 - Secção duplo T h=0,6 (2 cordões).....	57
Figura 50 - Secção duplo T h=0,6 (4 cordões).....	59

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Figura 51 - Secção duplo T h=0,6 (6 cordões).....	60
Figura 52 - Secção duplo T h=0,3 (2 cordões) com betão complementar.....	61
Figura 53 - Secção duplo T h=0,3 (4 cordões) com betão complementar.....	63
Figura 54 - Secção duplo T h=0,3 (6 cordões) com betão complementar.....	64
Figura 55 - Secção duplo T h=0,35 (2 cordões) com betão complementar.....	66
Figura 56 - Secção duplo T h=0,35 (4 cordões) com betão complementar.....	67
Figura 57 - Secção duplo T h=0,35 (6 cordões) com betão complementar.....	68
Figura 58 - Secção duplo T h=0,4 (2 cordões) com betão complementar.....	70
Figura 59 - Secção duplo T h=0,4 (4 cordões) com betão complementar.....	71
Figura 60 - Secção duplo T h=0,4 (6 cordões) com betão complementar.....	72
Figura 61 - Secção duplo T h=0,45 (2 cordões) com betão complementar.....	74
Figura 62 - Secção duplo T h=0,45 (4 cordões) com betão complementar.....	75
Figura 63 - Secção duplo T h=0,45 (6 cordões) com betão complementar.....	76
Figura 64 - Secção duplo T h=0,5 (2 cordões) com betão complementar.....	78
Figura 65 - Secção duplo T h=0,5 (4 cordões) com betão complementar.....	79
Figura 66 - Secção duplo T h=0,5 (6 cordões) com betão complementar.....	80
Figura 67 - Secção duplo T h=0,6 (2 cordões) com betão complementar.....	82
Figura 68 - Secção duplo T h=0,6 (4 cordões) com betão complementar.....	83
Figura 69 - Secção duplo T h=0,6 (6 cordões) com betão complementar.....	84

IV.2. Índice de Tabelas

Tabela 1 - Cargas disponíveis h=0,3 (2 cordões).....	38
Tabela 2 - Cargas disponíveis h=0,3 (4 cordões).....	39
Tabela 3 - Cargas disponíveis h=0,3 (6 cordões).....	40
Tabela 4 - Cargas disponíveis h=0,35 (2 cordões).....	42
Tabela 5 - Cargas disponíveis h=0,35 (4 cordões).....	43
Tabela 6 - Cargas disponíveis h=0,35 (6 cordões).....	44
Tabela 7 - Cargas disponíveis h=0,4 (2 cordões).....	46
Tabela 8 - Cargas disponíveis h=0,4 (4 cordões).....	47
Tabela 9 - Cargas disponíveis h=0,4 (6 cordões).....	48
Tabela 10 - Cargas disponíveis h=0,45 (2 cordões).....	50
Tabela 11 - Cargas disponíveis h=0,45 (4 cordões).....	51
Tabela 12 - Cargas disponíveis h=0,45 (6 cordões).....	53
Tabela 13 - Cargas disponíveis h=0,5 (2 cordões).....	54
Tabela 14 - Cargas disponíveis h=0,5 (4 cordões).....	56
Tabela 15 - Cargas disponíveis h=0,5 (6 cordões).....	57
Tabela 16 - Cargas disponíveis h=0,6 (2 cordões).....	59
Tabela 17 - Cargas disponíveis h=0,6 (4 cordões).....	60
Tabela 18 - Cargas disponíveis h=0,6 (6 cordões).....	61
Tabela 19 - Cargas disponíveis h=0,3 (2 cordões) com betão complementar.....	63
Tabela 20 - Cargas disponíveis h=0,3 (4 cordões) com betão complementar.....	64
Tabela 21 - Cargas disponíveis h=0,3 (6 cordões) com betão complementar.....	65
Tabela 22 - Cargas disponíveis h=0,35 (2 cordões) com betão complementar.....	67
Tabela 23 - Cargas disponíveis h=0,35 (4 cordões) com betão complementar.....	68
Tabela 24 - Cargas disponíveis h=0,35 (6 cordões) com betão complementar.....	69
Tabela 25 - Cargas disponíveis h=0,4 (2 cordões) com betão complementar.....	71
Tabela 26 - Cargas disponíveis h=0,4 (4 cordões) com betão complementar.....	72
Tabela 27 - Cargas disponíveis h=0,4 (6 cordões) com betão complementar.....	73
Tabela 28 - Cargas disponíveis h=0,45 (2 cordões) com betão complementar.....	75
Tabela 29 - Cargas disponíveis h=0,45 (4 cordões) com betão complementar.....	76
Tabela 30 - Cargas disponíveis h=0,45 (6 cordões) com betão complementar.....	77
Tabela 31 - Cargas disponíveis h=0,5 (2 cordões) com betão complementar.....	79
Tabela 32 - Cargas disponíveis h=0,5 (4 cordões) com betão complementar.....	80
Tabela 33 - Cargas disponíveis h=0,5 (6 cordões) com betão complementar.....	81
Tabela 34 - Cargas disponíveis h=0,6 (2 cordões) com betão complementar.....	83
Tabela 35 - Cargas disponíveis h=0,6 (4 cordões) com betão complementar.....	84
Tabela 36 - Cargas disponíveis h=0,6 (6 cordões) com betão complementar.....	85
Tabela 37 - Tabela geral.....	118

V. *Índice de Gráficos*

Gráfico 1 - Eficácia $h=0,3$ (2 cordões).....	87
Gráfico 2 - Eficácia $h=0,3$ (4 cordões).....	87
Gráfico 3 - Eficácia $h=0,3$ (6 cordões).....	88
Gráfico 4 - Eficácia $h=0,35$ (2 cordões).....	88
Gráfico 5 - Eficácia $h=0,35$ (4 cordões).....	89
Gráfico 6 - Eficácia $h=0,35$ (6 cordões).....	89
Gráfico 7 - Eficácia $h=0,4$ (2 cordões).....	90
Gráfico 8 - Eficácia $h=0,4$ (4 cordões).....	90
Gráfico 9 - Eficácia $h=0,4$ (6 cordões).....	91
Gráfico 10 - Eficácia $h=0,45$ (2 cordões).....	91
Gráfico 11 - Eficácia $h=0,45$ (4 cordões).....	92
Gráfico 12 - Eficácia $h=0,45$ (6 cordões).....	92
Gráfico 13 - Eficácia $h=0,5$ (2 cordões).....	93
Gráfico 14 - Eficácia $h=0,5$ (4 cordões).....	93
Gráfico 15 - Eficácia $h=0,5$ (6 cordões).....	94
Gráfico 16 - Eficácia $h=0,6$ (2 cordões).....	94
Gráfico 17 - Eficácia $h=0,6$ (4 cordões).....	95
Gráfico 18 - Eficácia $h=0,6$ (6 cordões).....	95
Gráfico 19 - Eficácia $h=0,3$ (2 cordões) com betão complementar.....	96
Gráfico 20 - Eficácia $h=0,3$ (4 cordões) com betão complementar.....	96
Gráfico 21 - Eficácia $h=0,3$ (6 cordões) com betão complementar.....	97
Gráfico 22 - Eficácia $h=0,35$ (2 cordões) com betão complementar.....	97
Gráfico 23 - Eficácia $h=0,35$ (4 cordões) com betão complementar.....	98
Gráfico 24 - Eficácia $h=0,35$ (6 cordões) com betão complementar.....	98
Gráfico 25 - Eficácia $h=0,4$ (2 cordões) com betão complementar.....	99
Gráfico 26 - Eficácia $h=0,4$ (4 cordões) com betão complementar.....	99
Gráfico 27 - Eficácia $h=0,4$ (6 cordões) com betão complementar.....	100
Gráfico 28 - Eficácia $h=0,45$ (2 cordões) com betão complementar.....	100
Gráfico 29 - Eficácia $h=0,45$ (4 cordões) com betão complementar.....	101
Gráfico 30 - Eficácia $h=0,45$ (6 cordões) com betão complementar.....	101
Gráfico 31 - Eficácia $h=0,5$ (2 cordões) com betão complementar.....	102
Gráfico 32 - Eficácia $h=0,5$ (4 cordões) com betão complementar.....	102
Gráfico 33 - Eficácia $h=0,5$ (6 cordões) com betão complementar.....	103
Gráfico 34 - Eficácia $h=0,6$ (2 cordões) com betão complementar.....	103
Gráfico 35 - Eficácia $h=0,6$ (4 cordões) com betão complementar.....	104
Gráfico 36 - Eficácia $h=0,6$ (6 cordões) com betão complementar.....	104
Gráfico 37 - Comparação da eficácia para $h=0,3$ (2 cordões).....	119
Gráfico 38 - Comparação da eficácia para $h=0,3$ (4 cordões).....	119
Gráfico 39 - Comparação da eficácia para $h=0,3$ (6 cordões).....	120
Gráfico 40 - Comparação da eficácia para $h=0,35$ (2 cordões).....	120
Gráfico 41 - Comparação da eficácia para $h=0,35$ (4 cordões).....	121
Gráfico 42 - Comparação da eficácia para $h=0,35$ (6 cordões).....	121
Gráfico 43 - Comparação da eficácia para $h=0,4$ (2 cordões).....	122
Gráfico 44 - Comparação da eficácia para $h=0,4$ (4 cordões).....	122
Gráfico 45 - Comparação da eficácia para $h=0,4$ (6 cordões).....	123
Gráfico 46 - Comparação da eficácia para $h=0,45$ (2 cordões).....	123
Gráfico 47 - Comparação da eficácia para $h=0,45$ (4 cordões).....	124
Gráfico 48 - Comparação da eficácia para $h=0,45$ (6 cordões).....	124
Gráfico 49 - Comparação da eficácia para $h=0,5$ (2 cordões).....	125
Gráfico 50 - Comparação da eficácia para $h=0,5$ (4 cordões).....	125
Gráfico 51 - Comparação da eficácia para $h=0,5$ (6 cordões).....	126
Gráfico 52 - Comparação da eficácia para $h=0,6$ (2 cordões).....	126
Gráfico 53 - Comparação da eficácia para $h=0,6$ (4 cordões).....	127

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Gráfico 54 - Comparação da eficácia para $h=0,6$ (6 cordões).....	127
Gráfico 55 - Eficiência estrutural.....	128
Gráfico 56 - Eficiência económica.....	129

VI. Lista de Abreviaturas

- σ_{si} - Tensão de serviço
 ϵ_{si} - Extensão inicial do varão
 E_s - Módulo de elasticidade do aço
 F_p - Força de pré-esforço
 A_p - Área de pré-esforço
 A - Área
 M - Momento flector instalado numa secção
 I - Momento de inércia de uma secção
 y - Distância ao eixo neutro
 e - Excêntricaidade
 f - Flecha da parábola
 L - Comprimento do vão
 F_{puk} - Tensão de rotura
f p0.1k (e f p0.2k) - Tensão limite convencional de proporcionalidade,
 ψ - Coeficiente de fluência do betão
 M_{cr} - Momento de fendilhação
 ζ_1 - Coeficiente de redução
 ζ_2 - Coeficiente de redução
 γ - Coeficiente de equivalência
 C - Custo
 E_f - Eficácia
 E_f - Eficiência

1 Introdução

1.1 Objetivo

Esta dissertação tem como objetivo a aplicação do método do Professor Camposinhos para lajes do tipo TT, com vista a avaliar o desempenho estrutural e económico deste tipo de pavimento.

1.2 Considerações Gerais

As exigências arquitetónicas relativas à estética dos edifícios, principalmente de edifícios comerciais, de escritórios, parques de estacionamento entre outros, têm sido no sentido de aumentar cada vez mais o vão livre das lajes que os constituem.

Em conjunto com o pré-esforço, a prefabricação tem evoluído ao longo dos tempos, quer nas pequenas construções como nas grandes. Essa evolução deve-se tanto ao desenvolvimento e aperfeiçoamento do fabrico dos materiais de construção, como seja os aços pré-esforçados, e os betões de elevado desempenho devido às técnicas de fabrico e à industrialização e utilização das novas tecnologias na construção.

1.3 Estrutura da dissertação

A dissertação está organizada em cinco capítulos.

No primeiro capítulo de carácter introdutório, é feita uma breve introdução do tema, a motivação e o propósito que deram origem ao desenvolvimento desta dissertação bem como a definição do objetivo da mesma.

No segundo capítulo apresentam-se os princípios do pré-esforço e as metodologias a utilizar com este tipo de soluções. Tecem-se observações relativas aos materiais estruturais: os betões com cada vez maior resistência à compressão que são utilizados com soluções de armadura pré-esforçada.

No terceiro capítulo mostram-se algumas das soluções pré-fabricadas que enumera as vantagens e desvantagens das suas escolhas faces às restantes.

No quarto capítulo mostra-se a aplicação de um método para uma laje duplo T que tem como objetivo o cálculo do seu desempenho estrutural e económico.

No quinto e último capítulo, apresentam-se conclusões sobre o estudo realizado neste trabalho.

2 Pré-esforço

2.1 Desenvolvimento do betão pré-esforçado

A deficiente resistência à tração do betão fez com que, desde o início do uso deste material, se pensasse colocar sob compressão as zonas tracionadas, que foi possível através da aplicação de pré-esforço.

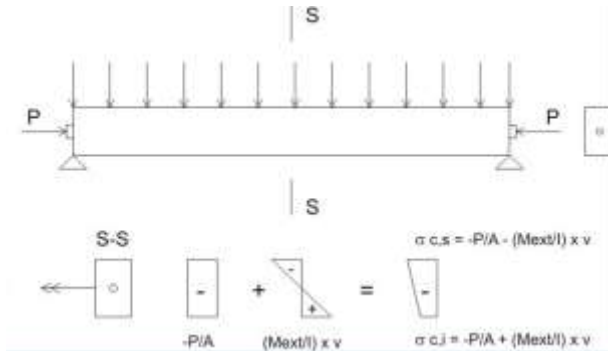


Figura 1 - Distribuição de tensões numa secção com pré-esforço centrado

O betão pré-esforçado foi ensaiado pela primeira vez pelo americano **P.H. Jackson, 1886**, que patenteou um processo de pré-esforço de varões roscados com o objetivo de formar arcos de betão em estruturas servindo como lajes de piso.

Em 1888 **C.E.W. Doehring** na Alemanha, patenteou um processo semelhante com o fim de evitar o aparecimento de fendas no betão.

Estas primeiras tentativas não tiveram sucesso porque a reduzida tensão de pré-esforço introduzida no aço era rapidamente perdida devido à retração e fluência do betão. O aço utilizado para produzir o pré-esforço era o aço macio do betão armado, sendo a tensão inicial aplicada da ordem da tensão de serviço, $\sigma_{si} = 120$ MPa. Sendo o módulo de elasticidade do aço aproximadamente $E_s = 200$ kN/mm², a extensão inicial do varão com esta tensão inicial vem igual a:

$$\varepsilon_{si} = \frac{\sigma_{st}}{E_s} = 0.0006 = 0.6\text{‰}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Já que a retração e fluência do betão produzem uma extensão de encurtamento no betão de valor muito próximo deste, o pré-esforço acaba por se desvanecer em pouco tempo. (Figura 2)

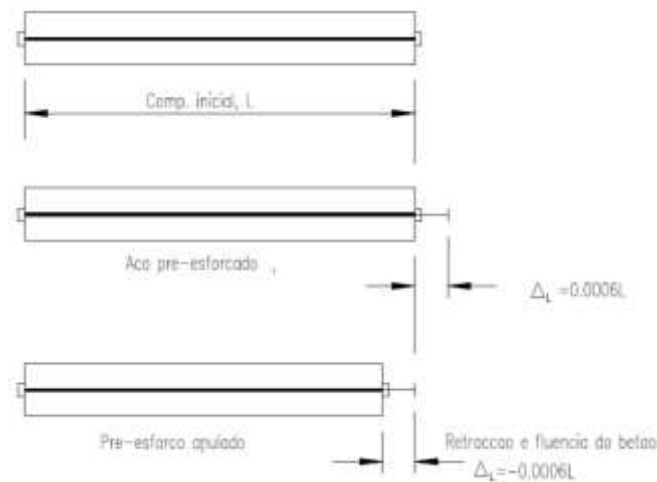


Figura 2 - Betão pré-esforçado com aço macio normal

O desenvolvimento do moderno betão pré-esforçado é devido a **E. Freyssinet (França)** que esclareceu pela primeira vez os fenómenos das perdas do pré-esforço por retração e por fluência do betão (figura 3). Em 1928 **Freyssinet** começou a usar varões de aço de alta resistência, com uma tensão última de cerca de 1725MPa e tensão de cedência acima de 1250MPa. Pré-esforçando estes varões a cerca de 1000MPa, é criada uma extensão de:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_{si}}{E_s} = \frac{1000}{200000} = 0,0050 = 5\%$$

Admitindo uma perda total de 0.0008 devido à retração e fluência do betão e outras causas, ainda permanecerá nos varões tracionados uma deformação,

$$\varepsilon_s = 0,0050 - 0,0008 = 0,0042$$

a que corresponde uma tensão de

$$\sigma_s = E\varepsilon_s = 200000 \times 0,0042 = 840 \text{ MPa}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

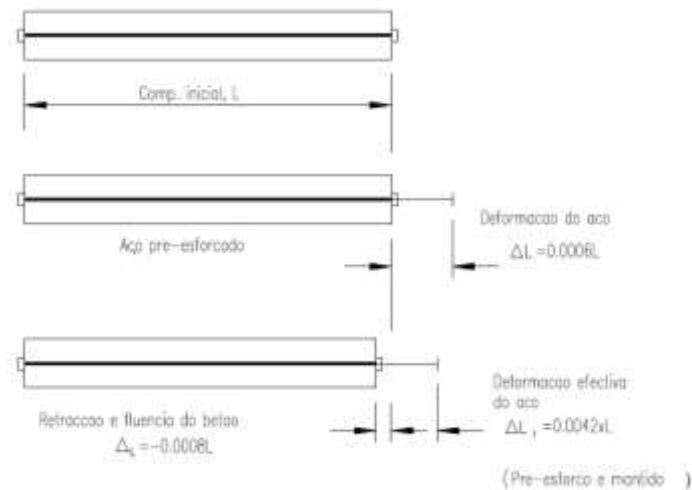


Figura 3 - Betão pré-esforçado com aço de alta resistência

Foi ainda Freyssinet que utilizou pela primeira vez o pré-esforço por aderência (sem ancoragens nas extremidades), mas foi **E. Hoyer** que primeiro desenvolveu este processo em aplicações práticas.

A aplicação mais generalizada do betão pré-esforçado não foi possível até ao desenvolvimento de processos fiáveis e económicos de tração e ancoragem das armaduras. Contribuíram decididamente para o desenvolvimento de novas técnicas de pré-esforço, **Freyssinet** e **G. Magnel**.

2.2 Princípios gerais do betão pré-esforçado

Três diferentes conceitos podem ser utilizados para explicar e analisar o comportamento básico do betão pré-esforçado.

2.2.1 Pré-esforçar para transformar o betão num material elástico

O betão sendo pouco resistente à tração e muito resistente à compressão é pré-comprimido (ancorando armaduras em estado de tensão elevado) para que o betão fique submetido a tensões de compressão.

Assim eliminando-se as tensões de tração no betão, não haverá lugar a fendas e toda a secção de betão passa a contribuir ativamente em regime elástico. Assim, e considerando esta abordagem, os elementos de betão pré-esforçados ficam sujeitos a dois sistemas de forças:

- pré-esforço interno
- ações exteriores

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

em que as tensões de tração devidas às ações exteriores são contrabalançadas pelas tensões de compressão devidas ao pré-esforço.

Consideremos uma viga de secção rectangular (Figura 4) com um cabo localizado no eixo (pré-esforço centrado) e sujeita a cargas exteriores. Seja P a força de pré-esforço que origina uma tensão de compressão uniforme no betão:

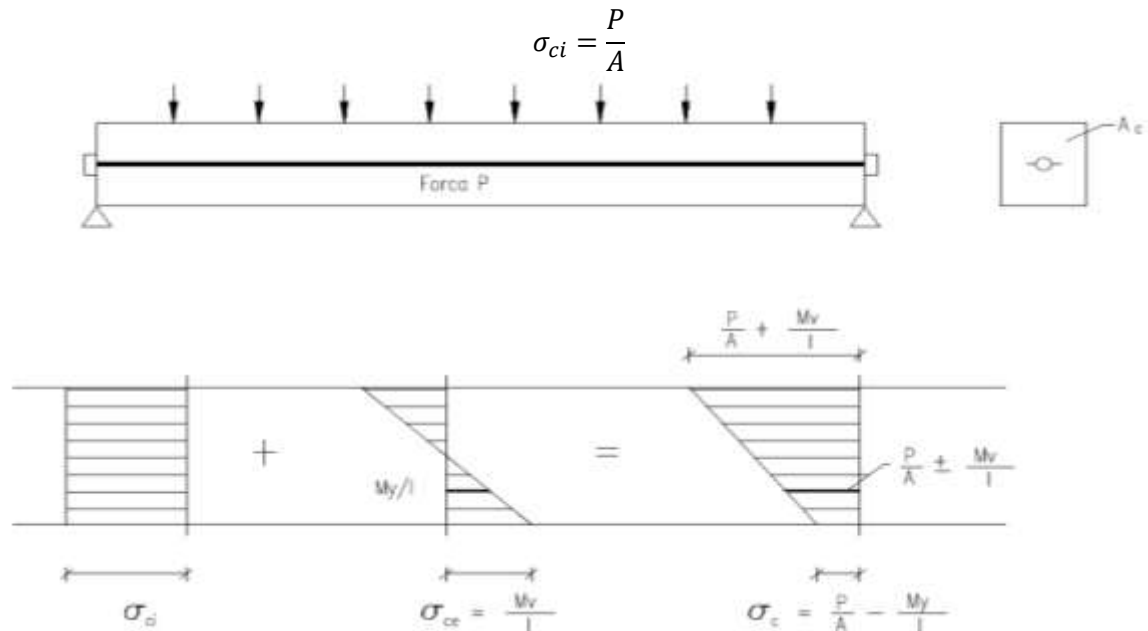


Figura 4 - Distribuição de tensões com pré-esforço centrado

Sendo M o momento numa secção da viga devido ao peso próprio e às cargas exteriores, a tensão numa fibra qualquer dessa secção devida a M será:

$$\sigma_{ce} = M \cdot y / I$$

y - distância da fibra ao eixo neutro

I - momento de inércia da secção.

A tensão resultante pode ser obtida pelo princípio da sobreposição de efeitos considerando que o comportamento da viga se mantém em regime elástico

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \pm \frac{M \cdot y}{I}$$

A solução do problema é facilmente generalizável quando a armadura de pré-esforço for colocada excêntrica em relação ao centro de gravidade da secção (figura 5).

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

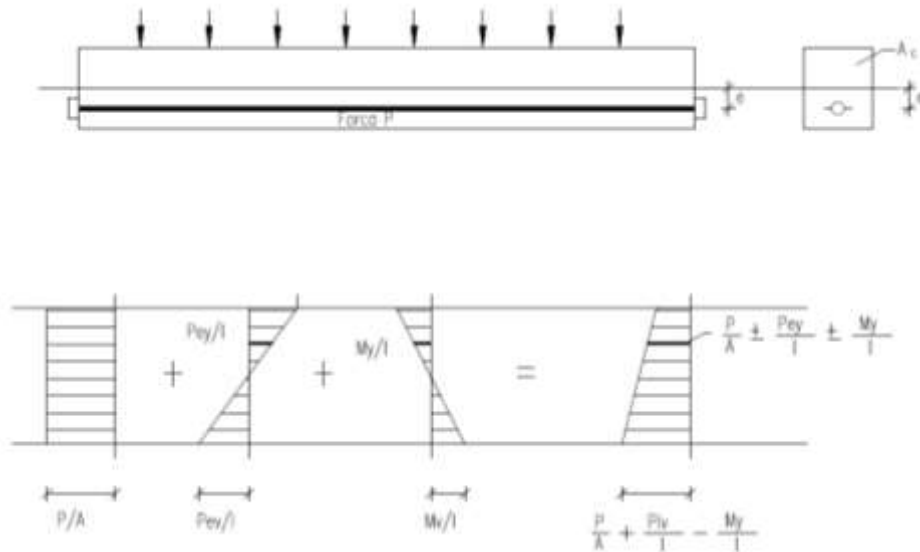


Figura 5 - Distribuição de tensões numa secção com pré-esforço excêntrico

Atuando a armadura com uma excentricidade, e , a secção é solicitada pela força de compressão P e por um momento fletor $P.e$.

As tensões produzidas por este momento são:

$$\sigma_{ci}^e = \frac{P \cdot e \cdot y}{I}$$

A distribuição de tensões resultantes é dada por:

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \pm \frac{P \cdot e \cdot y}{I} \pm \frac{My}{I}$$

A resultante das compressões no betão devidas apenas ao pré-esforço é igual e de sinal contrário à força, P , do cabo actuando com uma excentricidade, e .

Assim, as tensões no betão devidas ao pré-esforço excêntrico são dadas por:

$$\sigma_{ci} = \frac{P}{A} \pm \frac{P \cdot e \cdot y}{I}$$

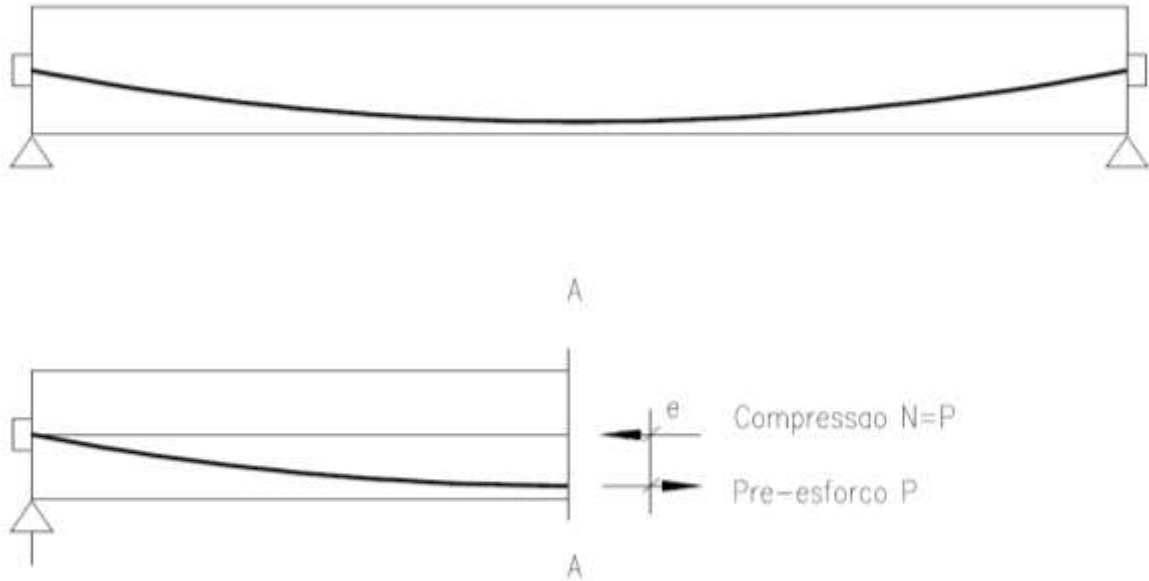


Figura 6 - Efeito do pré-esforço aplicado por um cabo curvo.

2.2.2 Pré-esforçar para combinar aço de alta resistência com betão

O betão pré-esforçado é encarado de forma idêntica ao betão armado como uma combinação de 2 materiais, aço e betão, com o aço a receber as trações e o betão a receber as compressões. Para tirar partido do aço de alta resistência é necessário submetê-lo a grandes deformações. Por isso, se simplesmente este aço fosse colocado no betão como armadura passiva, o betão envolvente teria que atingir um estado avançado de fendilhação antes que se desenvolvessem tensões próximas da resistência da armadura. Assim é necessário submeter previamente o aço de alta resistência a um nível de tensão, σ_{p0} , e ancorá-lo contra o betão de forma a desenvolver um efeito favorável nos dois materiais (compressão no betão e tração no aço) antes de aplicar as cargas exteriores (Figura 7).

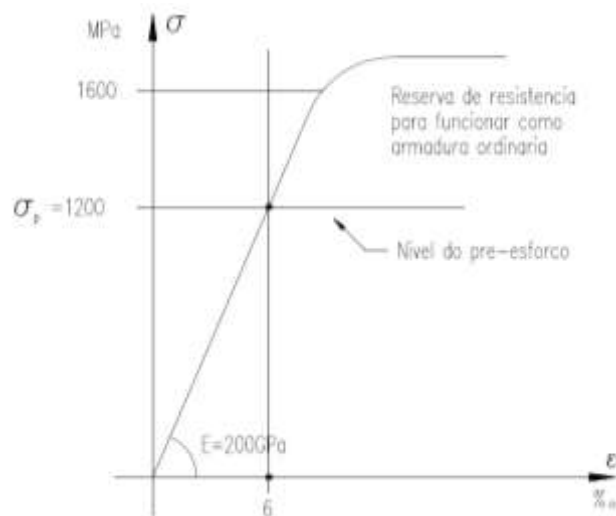


Figura 7 - Diagrama tensão/deformação de um aço de pré-esforço



Figura 8 - Viga de betão com aço de alta resistência.

O raciocínio utilizado neste conceito, corresponde a que:

1. O aço macio de baixa resistência (A235) possa ser usado em varões lisos no betão armado pois as baixas tensões que atinge não são susceptíveis de fendilhar significativamente o betão (A235 atualmente não é utilizado).
2. Para aços de média resistência (A400, A500) estes devem ser aplicados em varões nervurados (melhorando a aderência) para que o aproveitamento da sua capacidade resistente não resulte em fendas muito abertas no betão. Evita-se assim os custos da pré-tensão.
3. Os aços de alta resistência só serão economicamente viáveis se forem previamente pré-tensionados.

O betão pré-esforçado é desta forma um caso particular do betão armado sendo a capacidade resistente da peça limitada pela capacidade limite de cada um dos materiais. Este conceito é em geral utilizado para determinar a carga última de elementos de betão pré-esforçado, podendo também ser aplicado ao seu comportamento em serviço. Neste conceito é utilizado um raciocínio idêntico ao de cálculo à rotura de secções de betão armado.

2.2.3 Pré-esforçar para alcançar a carga equivalente

Segundo este conceito o efeito do pré-esforço é visto como um conjunto de cargas (exteriores) equivalentes que atuam sobre o elemento. Numa estrutura pré-esforçada o efeito do pré-esforço é visto como uma carga permanente de tal forma que os elementos sujeitos à flexão ficam sob o efeito de um momento fletor e um esforço axial.

Na aplicação deste conceito os cabos de pré-esforço são substituídos pelas forças equivalentes ao longo da estrutura (Figura 9).

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

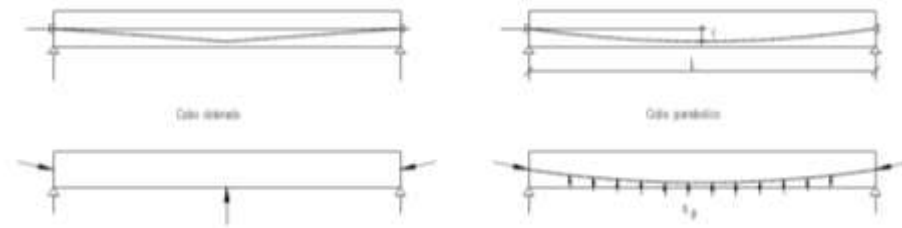


Figura 9 - Viga pré-esforçada. Ações equivalentes.

No caso de o traçado da armadura for de geometria de uma parábola do segundo grau (cabo parabólico) a carga uniforme equivalente é dada por:

$$q_p = \frac{8Pe}{L^2}$$

Assim, para uma carga gravítica uniformemente distribuída com o mesmo valor, $q = -q_p$, o elemento ficará sujeita a um esforço axial.

Esta forma de abordagem do pré-esforço torna-se muito útil para a análise de estruturas hiperestáticas (vigas contínuas, lajes, etc.).

2.3 Técnicas de pré-esforço

São fundamentalmente duas as técnicas principais de pré-esforço aplicadas ao betão:

- pré-tensão;
- pós-tensão.

2.3.1 Pré-esforço por pré-tensão

No caso da pré-tensão as armaduras são tensionadas antes da colocação do betão, sendo a transferência do esforço para o betão feita por aderência, depois deste adquirir a resistência necessária. Esta técnica, cuja sequência de execução está ilustrada na Figura 10, é designada muitas vezes por pré-esforço por aderência.

É um processo adequado para a pré-fabricação em série, já que a betonagem pode ser efetuada em mesas longas (100m), sobre as quais os fios são previamente esticados, moldando-se o comprimento total.

Os elementos pré-esforçados individuais podem em seguida ser obtidos com a dimensão desejada por corte da peça total.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

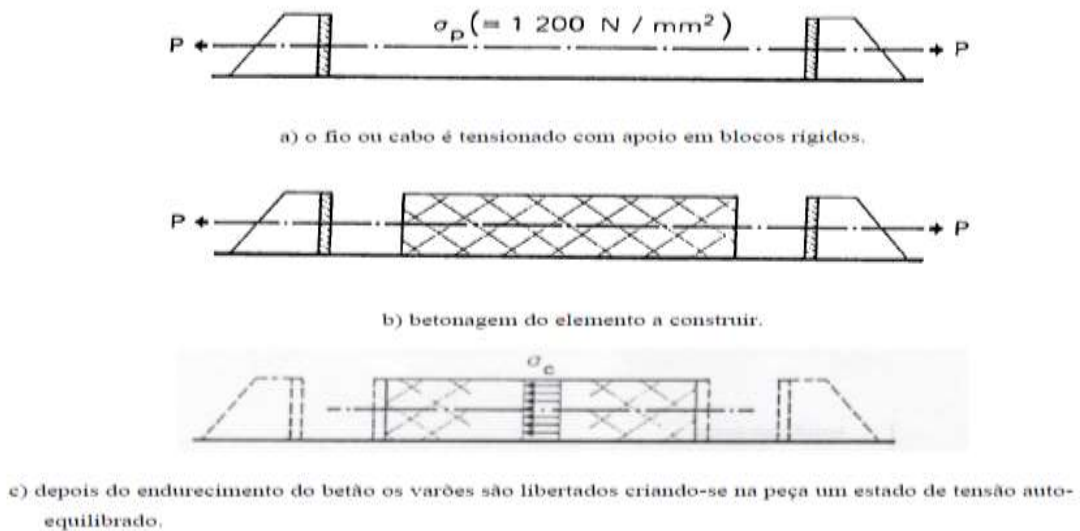


Figura 10 - Sistema de pré-tensão

2.3.2 Pós-tensão

No caso da pós-tensão as armaduras são tensionadas após o betão ter adquirido a resistência necessária. Esta técnica é utilizada na construção "in situ". O pré-esforço é aplicado por cabos munidos de ancoragens nas suas extremidades e colocado em bainhas de modo a ficarem livres durante a betonagem. Depois do betão adquirir a resistência necessária, os cabos são tensionados por meio de macacos que fazem apoio sobre o betão, através de placas de ancoragem, sendo em seguida os cabos ancorados nas extremidades (figura 12).

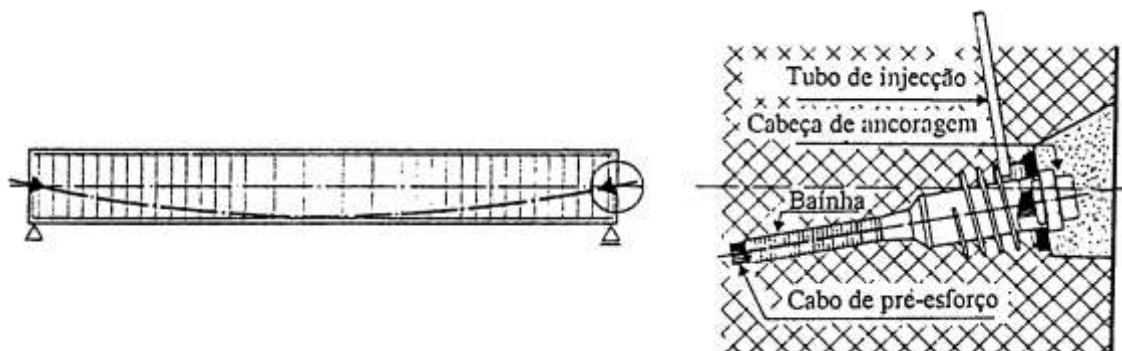


Figura 11 - Pré-esforço por ancoragem - pós-tensão (pt.scribd.com/doc/200351301/Capitulo-1)

No caso de cabos aderentes a ligação entre o betão e os cabos de aço não é realizada senão após a tração dos cabos, injetando-se as bainhas com uma calda de cimento.

No caso de cabos não aderentes o betão e os cabos de pré-esforço permanecem “desligados” mesmo após a descofragem (Fig. 13).

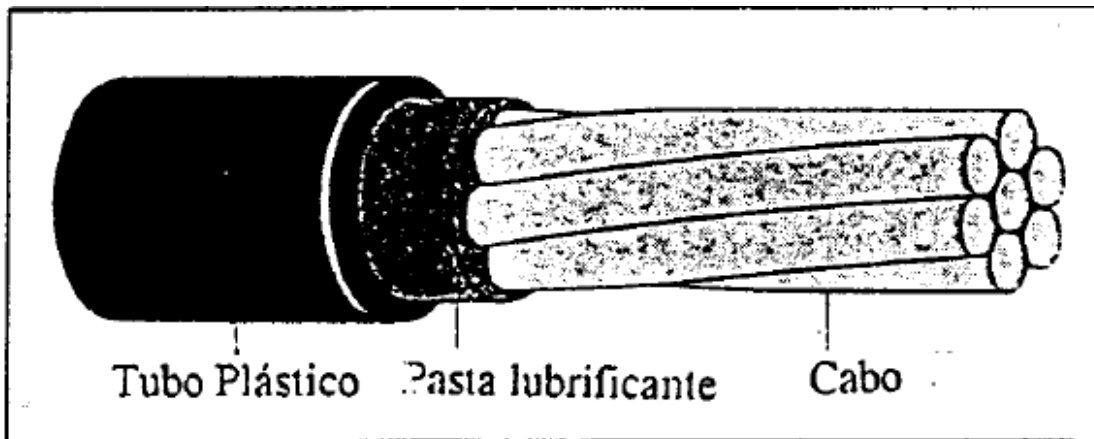


Figura 12 - Cabo não aderente utilizado no sistema de pós-tensão.(pt.scribd.com/doc/200351301/Capitulo-1)

São vários os sistemas de pré-esforço por pós-tensão patenteados e comercializados na Europa.

Actualmente são pequenas as diferenças entre os vários sistemas sendo a opção por um dado sistema em geral função do custo e assistência prestada pela empresa representante. Alguns dos sistemas mais vulgarizados entre nós são:

- Freyssinet
- Stronghold
- VSL
- BBR
- Dywidag-
- e CCL, entre outros.

2.4 *Materiais*

2.4.1 *Betão para pré-esforço*

Em geral, nos elementos estruturais pré-esforçados, são usados betões de melhor qualidade, com maior resistência à compressão do que aqueles que são utilizados nas estruturas de betão armado corrente. São várias as razões que justificam esta forma de proceder.

- Betões de maior resistência apresentam um maior módulo de elasticidade.

Isto significando uma redução da deformação inicial do betão quando da aplicação do pré-esforço e uma redução da deformação de fluência, resultando em menores perdas de pré-esforço.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- No pré-esforço por ancoragem são elevadas as tensões de compressão sobre o betão junto aos órgãos de ancoragem. Para resolver o problema teremos, ou de aumentar as dimensões da placa ou sistema de ancoragem, ou aumentar a resistência do betão à compressão (a última alternativa parece ser a mais adequada economicamente).
- Nas peças pré-tensionadas (pré-esforço por aderência) a utilização de betões de alta resistência permite o desenvolvimento de maiores tensões de aderência.

De acordo com o REBAP - Artigo 13.4, em elementos pré-esforçados não devem ser utilizados betões de classe inferior ao C30.

Deve assim empregar-se betões das classes C30 a C55, no dimensionamento de estruturas pré-esforçadas, cujas características estão definidas no REBAP. A determinação das características reológicas destes betões (deformações diferidas - fluência e retração) que adquirem maior importância no dimensionamento de estruturas pré-esforçadas, será efetuada de acordo com o Anexo I do REBAP.

A não utilização do EC2 em detrimento do REBAP é por uma questão de simplicidade.

2.4.2 Armaduras de pré-esforço

Como se referiu, as armaduras de pré-esforço terão de ser constituídas por aço de alta resistência para que a deformação, que resulta em perda de pré-esforço, não seja muito significativa em comparação com a deformação inicial introduzida pela tração do aço (ver Fig. 14).

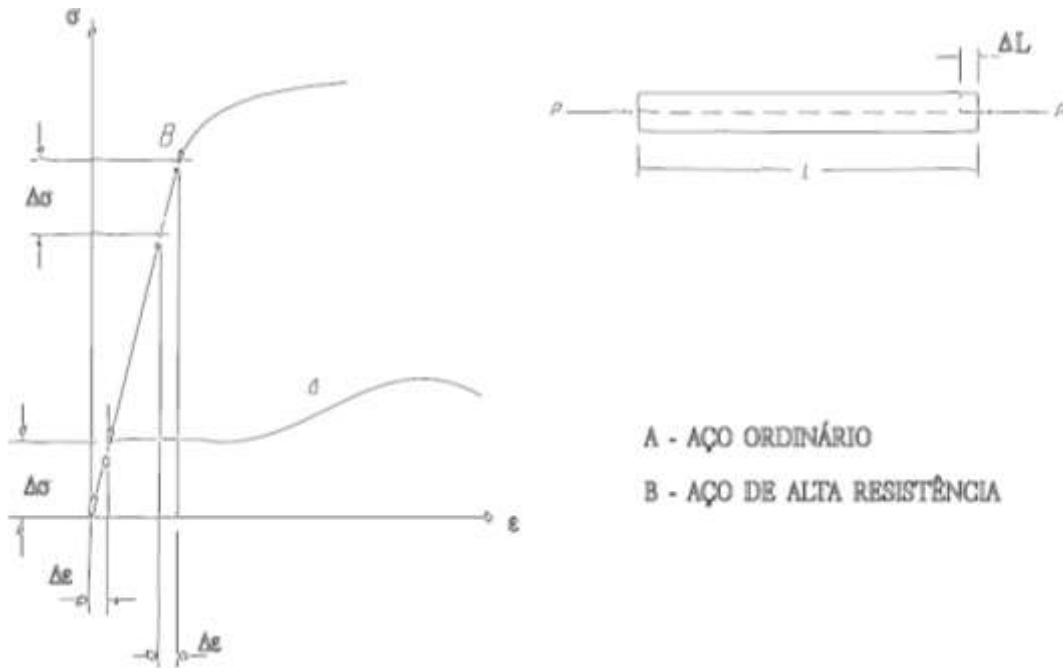


Figura 13 - Perda de pré-esforço, $\Delta\sigma$, devida à retração e fluência do betão.
(pt.scribd.com/doc/200351301/Capitulo-2)

2.4.2.1 Tipo de armaduras

As armaduras de pré-esforço são obtidas a partir de aços com um teor em carbono de 0,7 a 0,9% sofrendo um processo de tratamento com o fim de melhorar a sua resistência mecânica. As armaduras são em geral obtidas por endurecimento a frio (nomeadamente por estiragem ou trefilagem), acompanhado habitualmente de tratamentos térmicos e mecânicos destinados a melhorar as suas propriedades.

Estas armaduras podem ser constituídas por elementos independentes, como os fios e os varões, por cordões (conjunto de fios enrolados em torno de um eixo longitudinal comum) ou por cabos; cabos em feixe correspondem à associação de fios ou cordões paralelos.

Estes aços são classificados em função da tensão de rotura, f_{puk} , da tensão limite convencional de proporcionalidade, $f_{p0,1k}$ (e $f_{p0,2k}$), do processo de fabrico e da natureza da sua superfície.

2.4.2.2 Relações tensões-extensões

Na Figura 15 estão ilustrados os diagramas tensões-deformações dos diferentes aços de armaduras ordinárias e de pré-esforço (figura 15).

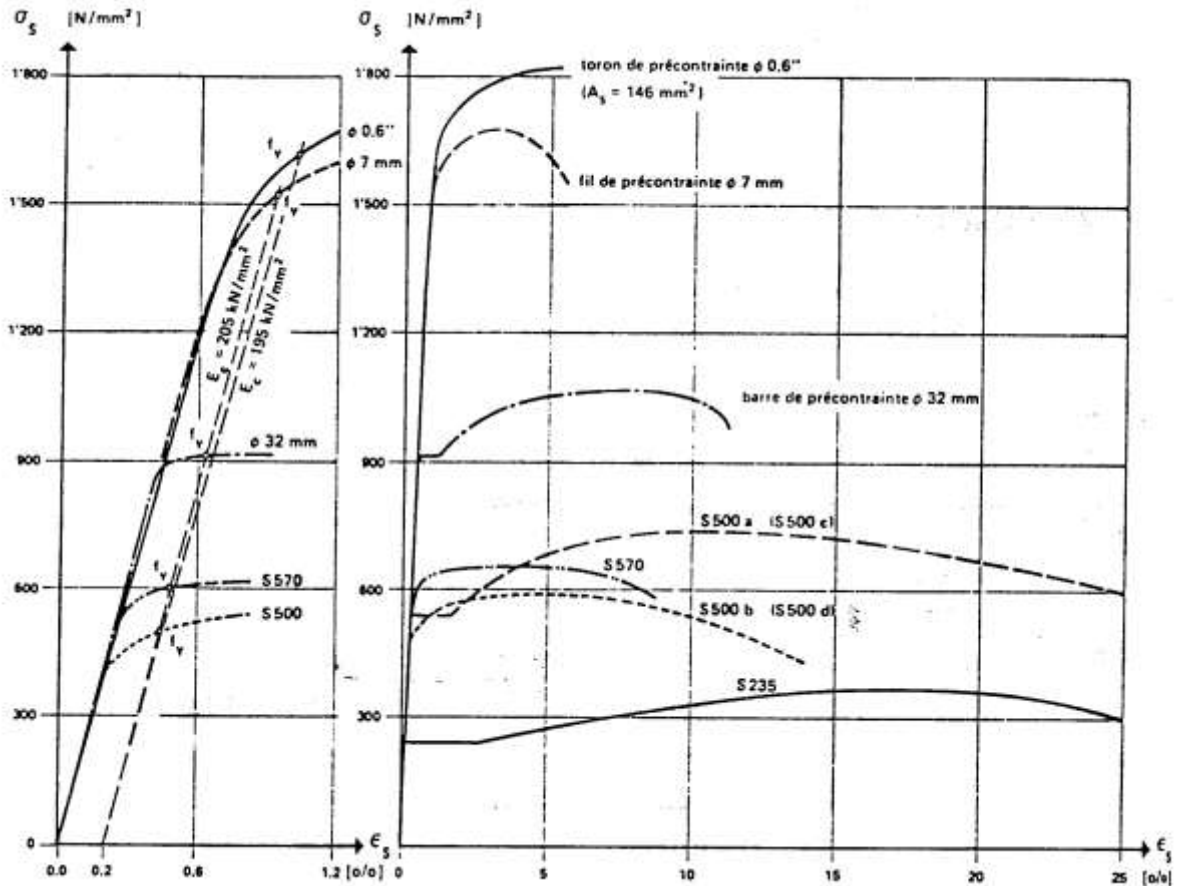


Figura 14 - Diagramas tensões-deformações de diferentes aços. (pt.scribd.com/doc/200351301/Capitulo-2)

Os valores das tensões de cálculo são obtidos a partir dos correspondentes valores característicos divididos pelo coeficiente de segurança, de forma idêntica ao estipulado para armaduras ordinárias.

2.5 Vantagens da utilização do pré-esforço

Em seguida apresentam-se algumas das vantagens do uso do pré-esforço:

- Vencer vãos maiores
- Maiores esbeltezas
- Diminuição do peso próprio
- Melhoria do comportamento em serviço
- Utilização racional dos betões e aços de alta resistência

3 Lajes Pré-fabricadas

Neste capítulo apresentam-se vários tipos de lajes pré-fabricadas, enumerando as suas vantagens e desvantagens, com especial atenção para as lajes duplo TT, já que esta dissertação visa a aplicação do método do Professor Camposinhos em lajes do tipo TT.

3.1 Lajes Alveoladas

A laje alveolada é um elemento estrutural autoportante. São fabricadas com betão de alta resistência, aço pré-esforçado e uma secção que garante uma ótima resistência a esforços transversos.

3.1.1 Descrição

As lajes alveoladas (figura 16) são constituídas por painéis pré-fabricados de betão pré-esforçado, aligeirados por meio de alvéolos longitudinais.

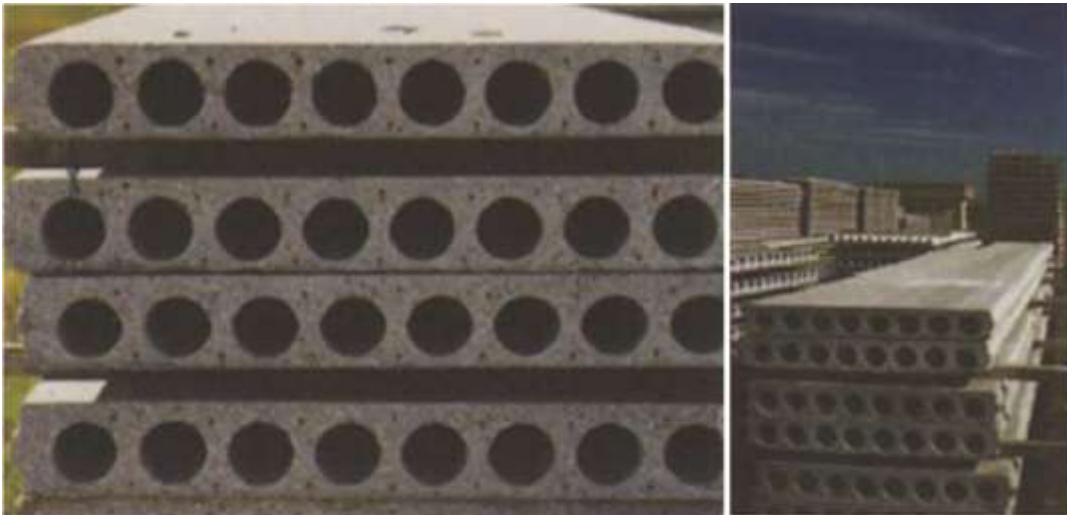


Figura 15 – Lajes Alveoladas

3.1.2 Fabrico

As lajes alveoladas são executadas sobre pistas revestidas a aço, para permitir um perfeito acabamento da superfície inferior da placa.

3.1.3 Aplicações

As lajes alveoladas também permitem a execução de pavimentos que suportam diferentes sobrecargas de utilização, tais como: edifícios habitacionais, comerciais e/ou de serviços, escolares, desportivos, industriais, salas de espetáculos, igrejas, garagens, auto-silos e pontões.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

As lajes alveolares apresentam-se com diversas alturas (entre os 0.12 a 0.80 m), podendo atingir vãos de 20 m de comprimento e geralmente, uma largura de 1.2 m. As pranchas das lajes alveolares são solidarizadas com betão armado, de espessura mínima 0.05 m. A espessura total mínima desses tipos de lajes é estimada a partir da seguinte expressão $h = l / (35 \text{ a } 40)$

Os alvéolos proporcionam menor peso próprio às placas, o que, aliada à ausência de escoramentos, permite maior velocidade de execução dos pavimentos. A aplicação das pranchas alveolares em obras é efetuada após a receção e armazenamento, em locais apropriados, para posterior montagem com equipamento de elevação, normalmente por guias.

Em seguida procede-se ao assentamento das pranchas (Figura 17) após o nivelamento dos apoios. Os passos seguintes são as limpezas e rega das pranchas, a colocação da armadura superior, lajeta de compressão e a betonagem das juntas de solidarização.



Figura 16 - Painéis Alveolares – Fácil colocação.

As armaduras utilizadas em lajes alveolares, armaduras de distribuição, são colocados na camada de betão complementar, sendo que podem vir a ser providas de aberturas para colocação de amaduras de apoios. Estes podem ser diretos, quando existe uma base de apoio, ou indiretos, quando não existe base por debaixo da prancha.

A conceção do perfil lateral das lajes permite que trabalhem como conjunto. As lajes são produzidas com mais frequência nas espessuras de 12, 16, 20, 24, 28 e 32cm. No comprimento, as lajes podem ser serradas com precisão de mais ou menos 1cm.

As diversas espessuras de lajes aliadas a diversas possibilidades do pré-esforço proporcionam ao produto grande versatilidade de uso. As lajes podem ser incorporadas à construção apoiadas em paredes de alvenaria, estruturas de betão ou metálicas.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

De entre as diversas utilizações das lajes pré-esforçadas, podemos enumerar: lajes de piso, forros, muros de suporte, arquibancadas de estádios, coberturas de canais, passadiços, etc.

As lajes alveolares podem ser utilizadas com ou sem revestimento estrutural de acordo com as conceções do projeto estrutural.

Mesmo quando não se utilizar revestimento estrutural é fundamental a realização da compensação e do preenchimento.

Em algumas obras utiliza-se o revestimento como piso acabado, realizando em uma só etapa o preenchimento e a betonagem do revestimento.

A espessura mínima recomendada de revestimento é de 5cm, que devido a contra flecha, resulta em espessura maior nas extremidades.



Figura 17 - Painéis Alveolares – Bom acabamento.

3.1.4 *Compensação*

Este processo consiste em nivelar por baixo todas as peças, de forma a garantir que o conjunto apresente um desnível mínimo entre as lajes colocando escoras ajustáveis, ligadas por uma viga de sustentação provisória (madre), no centro do vão da laje montada, igualando as deformações individuais de cada peça.

3.1.5 Preenchimento

O preenchimento é uma etapa importantíssima na execução das lajes alveolares pois dele depende o monolitismo do conjunto, ou seja, que funcione como um elemento único. Devem ser tomados os seguintes cuidados quando da sua execução:

- Limpar cuidadosamente todas as juntas removendo material solto que possa estar entre as lajes;
- Humedecer as juntas;
- Utilizar betão fck 30 MPa com brita 0 (zero). Se for bombado, verificar se a plasticidade do mesmo é adequada.
- Preencher as juntas com betão. Garantir o preenchimento e a compactação deste betão;
- Caso ocorra escorrimento de goma pela junta realizar a limpeza do local com o betão ainda fresco;
- Aguardar no mínimo 5 dias para retirar o material de compensação e carregar as lajes.

3.1.6 Orientações para revestir a superfície ou colocação de camada de compressão colaborante (revestimento estrutural)

- As lajes e juntas deverão estar limpas (isentas de materiais soltos, barro, restos de betão);
- Após a montagem deve-se executar a compensação das lajes;
- Dispor a armadura especificada no projeto sobre a laje;
- Posicionar armadura de reforço na borda das aberturas (mínimo 2 x Ø 8 mm);
- Posicionar as cofragens de bordo;
- Humedecer as lajes antes da betonagem
- Caso ocorra escorrimento de goma de betão pela junta, proceder a limpeza com o betão ainda fresco.
- Proceder a cura húmida após a betonagem;
- No dia seguinte à betonagem devem ser serradas as juntas do piso conforme especificação de projeto. No contorno dos pilares, prever junta de encontro.
- Retirada do escoramento no mínimo 5 dias após a betonagem.
- Quando existirem requisitos especiais ou preocupações estéticas, procurar um especialista em pisos antes da execução

3.1.7 Manuseamento e montagem

A movimentação deste produto é feita através de andaimes equipados com garras adequadas para lajes alveolares. O engate da peça deverá ser preciso garantindo que a garra esteja bem posicionada no sulco da laje.

Verificar que os andaimes estejam colocados de forma simétrica na peça para que a mesma não fique inclinada. Como regra aproximada, o balancim deve ter um comprimento não inferior a $\frac{3}{5}$ do comprimento da peça, ficando desta forma, um balanço de $\frac{1}{5}$ do comprimento para cada lado.

Quando a laje estiver praticamente no seu local definitivo, já totalmente apoiada, desengatar a garra, libertando o sistema de segurança e soltar os cabos de aço. Proceder ao ajuste fino com o uso de alavancas.

3.1.8 Armazenamento

Quando houver necessidade de armazenamento em obra, na base de apoio da primeira peça, utilizar madeira, normalmente 8x8. Para o gradeamento da pilha, utilizar separadores de madeira, normalmente 2x2, sempre alinhados com o primeiro apoio (figura 19). A posição de apoio na carga é de aproximadamente 20 a 30 cm das pontas. Verificar as condições de suporte do terreno.



Figura 18 - Painéis Alveolares – Armazenagem.

3.1.9 Vantagens

- Garantia de qualidade na execução da construção;
- Capacidade de vencer vãos de grandes dimensões;
- Facilidade e tempo muito reduzido de montagem;
- Autoportantes, redução de cofragens em grande escala, redução significativa de escoramentos temporários;
- Excelente acabamento da face inferior com possibilidade de pintura direta;
- Redução do peso próprio da estrutura de suporte;
- Redução de armaduras complementares em obra;
- Flechas baixas apesar da esbelteza;
- Facilidade de integração na construção tradicional e em reabilitação de edifícios;
- Pavimentos com altura de dimensões correntes;

3.1.10 Desvantagens

- Necessária modularidade da estrutura;
- Fraco isolamento acústico;
- Pior comportamento em caso de incêndio;
- Limitações ao posicionamento de cargas concentradas suspensas;
- Equipamento pesado para a colocação;
- Necessidade de meios de transporte adequados;
- Existência de juntas aparentes;



Figura 19 - Pavilhão na Figueira da Foz - Laje Alveolar

3.2 Lajes duplo T ou TT

As lajes duplo T constituem elementos de destaque na indústria moderna da pré-fabricação de betão armado e pré-esforçado. É a solução para os grandes espaços e elevadas sobrecargas.

Pela sua qualidade e economia têm tido a preferência de Arquitetos, Engenheiros Projetistas, Promotores (investidores) e construtores nos grandes projetos.



Figura 20 – Lajes Duplo T – Parque de estacionamento.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

As lajes duplo T permitem a construção de pavimentos e coberturas de parques de estacionamento, edifícios comerciais, centros comerciais e de congressos, fábricas e armazéns, estruturas de instalações desportivas e de lazer, hospitais, escolas, muros de suporte; todos são representações da aplicação preferencial das lajes duplo T.



Figura 21 - Lajes duplo T – Parque de estacionamento de um Hipermercado

As lajes TT são lajes pré-fabricadas de betão, com excelente acabamento inferior, dispensando forro ou reboco. Podem ser montadas em estruturas pré-fabricadas, estruturas moldadas "in situ" e estruturas metálicas.



Figura 22 - Lajes Duplo T – Parque de estacionamento.

3.2.1 Características Técnicas das Lajes Tipo TT

- Possibilidade de uso em vãos acima de 15 m de comprimento
- Autoportantes, não necessitam o uso de escoramentos e admitem carga imediata após a montagem
- Produzidas em betão com $f_{ck} \geq 35\text{MPa}$

3.2.2 Vantagens

3.2.2.1 Para o promotor e cliente

Poder criar grandes áreas de pavimentos sem pilares, e com rapidez na sua montagem é uma das possibilidades que as lajes duplo T proporcionam, permitindo um rápido retorno do investimento efetuado. Este tipo de lajes permite uma grande flexibilidade na modulação de edifícios. A elevada qualidade de betão requer uma manutenção mínima; a não utilização de tetos falsos é outra qualidade que as lajes duplo T oferecem.

3.2.2.2 Para o projetista

As lajes duplo T permitem vencer vãos até cerca de 21 m. O baixo peso próprio da estrutura, a economia nos elementos de suporte e fundações, bem como a flexibilidade na montagem de instalações especiais são vantagens inerentes a este tipo de estrutura.

3.2.2.3 Para o construtor

A facilidade e rapidez de montagem são características das lajes duplo T. Numa semana de trabalho, podem preparar-se 2.500,00 m² de pavimento. O acesso às áreas de pavimentos é assim mais rápido para a execução de acabamentos e posterior utilização. Na diminuição do programa de trabalhos está o sucesso da sua construção.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT



Figura 23 - Lajes Duplo T – Rapidez de execução de pavimentos.

3.2.3 Desvantagens

- Menor capacidade de resistir a sismos, o comportamento ao sismo apresenta limitações;
- Menor capacidade de resistir a fogos;
- Pior comportamento acústico face às estruturas betonadas “*in situ*”.

As lajes duplo T apresentam-se como a solução ideal para pavimentos com grandes vãos sujeitos a elevadas sobrecargas. As suas características geométricas, associadas a diferentes níveis de pré-esforço, dotam estes elementos de elevadas capacidades resistentes. As várias lajes são posteriormente solidarizadas com uma camada de betão armado, o que confere à estrutura um acréscimo de resistência e um melhor funcionamento global.



Figura 24 - Lajes Duplo T

3.3 Lajes com cofragem colaborante

A laje com cofragem colaborante é uma peça pré-fabricada pré-esforçada que tem uma parte inferior lisa e preparada para pintar depois de selar as juntas. Desta parte inferior de 4cm de espessura nascem quatro nervuras verticais. A colocação e forma destas nervuras são o que lhe confere a resistência que tem a solução na sua função de unir-se a uma viga rasa nas distintas hipóteses de encastramento. A solução está comprovada pelos numerosos ensaios à escala real.

A laje com cofragem colaborante pode ser fornecida em duas larguras diferentes:

- 1,20 m (solução normal);
- 0,60 m;

A altura inicial das nervuras é de 22 cm e a altura do aligeiramento é variável em função da espessura total da laje. Se esta espessura é de 26 cm o aligeiramento chegará aos 18 cm e se é de 40 cm o aligeiramento chegará aos 31 cm.

Com as lajes com cofragem colaborante podem atingir-se vãos superiores a 10 m.

Para solicitações comuns de habitação, é uma laje autoportante isto é, sem necessidade de escoramentos na laje.

Na nervura central, cada 60 cm colocar-se-á a armadura de ligação à viga rasa necessária para resistir a cargas elevadas de sismo, ou incremento da resistência ao fogo.

As lajes com cofragem colaborante, unidas ao betão complementar aplicado em obra, constitui uma ótima solução para construções de lajes planas.

As lajes com cofragem colaborante têm um isolamento térmico três vezes superior às lajes tradicionais de vigotas e abobadilha.



Figura 25 - Lajes com cofragem colaborante

3.3.1 *Características Principais*

- **SEGURANÇA:** Completa superfície de trabalho na laje;
- **RAPIDEZ:** Não necessita de pessoal especializado para a sua colocação;
- **LIMPEZA NA OBRA:** Não tem nenhum desperdício;
- **COMPRIMENTO:** Atinge vãos superiores a 10 m;
- **ISOLAMENTO:** Mais do triplo de isolamento térmico que uma solução de laje tradicional;
- **LIGEIREZA:** O seu peso adapta-se perfeitamente aos meios disponíveis em obra;
- **DISPONIBILIDADE:** Fabricam-se de 5 cm em 5 cm, ou sob pedido com dimensões exactas;
- **PREÇO:** Muito competitivo, que reduz as condicionantes não conhecidas e a mão-de-obra não especializada;
- **SOLUÇÕES:** Flexibilidade a problemas particulares, combinação com estruturas pré-fabricadas portantes "*in-situ*" e metálicas;
- **ASSESSORIA:** Suporte técnico e fiabilidade ao nível do projeto e da aplicação em obra.

3.3.2 *Onde aplicar*

Uma solução para aplicar em todo o tipo de construções: caves, pisos, tetos e coberturas devido às possibilidades que oferece a sua moderna geometria com nervura central separado cada 60cm.

3.3.3 Colocação em obra

3.3.3.1 Montagem

Montar-se-ão as lajes com cofragem colaborante antes de colocar a armadura de vigas, para trabalhar com total segurança. Após colocação das peças sobre o seu escoramento, fica criada uma superfície de trabalho perfeitamente plana, minimizando riscos de queda em altura e de queda de objetos. Minimização de recurso de mão-de-obra. Equipa com 4 pessoas não especializados mais manobrador de grua.



Figura 26 - Lajes com cofragem colaborante – Montagem

3.3.3.2 Manipulação

Com a grua de obra adequada ao peso da peça – seja de 1.20 m ou 0.90 m – e com o "utensílio" apropriado, que se fornece, para facilitar o seu manuseamento, as lajes com cofragem colaborante montam-se com extraordinária rapidez.



Figura 27 - Lajes com cofragem colaborante - Manuseamento

3.3.3.3 Disponibilidade

As lajes com cofragem colaborante fabricam-se com comprimentos variando em cada 5 cm e com largura de 1.20 ou 0.90 que se podem cortar com um ângulo preciso para ajustar às necessidades de obra.



Figura 28 - Lajes com cofragem colaborante - Armazenamento

3.4 Pré-Lajes

As pré-lajes maciças são partes das lajes maciças pré-fabricadas, compostas por uma camada complementar ou de compressão. Estas lajes são moldadas em mesas metálicas, onde a largura e a altura do elemento são definidos pelas faces laterais e verticais da referida mesa.

As pré-lajes maciças possuem uma largura máxima de 2,5 m, devido a condições de transporte, e um comprimento igual ao vão a vencer. Devem ser dimensionadas para resistir ao seu peso próprio, ao peso da camada complementar e a uma sobrecarga de construção, pois inicialmente, antes do início da presa, as pré-lajes asseguram todas as cargas atuantes visto a estrutura ainda não trabalhar como um todo.

A principal vantagem das pré-lajes maciças são a possibilidade de diminuir ou eliminar o escoramento, embora outros autores apresentam como principal desvantagem a necessidade de escoramento durante a execução para vãos superiores a 4 metros. Outra vantagem é a inexistência de cofragens, porque essas são desempenhadas pela pré-laje e a facilidade de transporte, manuseio e montagem em obra, por causa da sua menor espessura.



Figura 29 - Pré-laje maciça com estribos salientes

As lajes maciças originadas das pré-lajes são compostas pela pré-laje, armadura ordinária ou fios de pré-esforço, o betão complementar, a armadura superior de continuidade e a armadura de suspensão e solidarização. Nas lajes feitas com as pré-lajes maciças é necessário ter em atenção a verificação de segurança ao corte em betões com idades diferentes, devido a tensões entre os mesmos, a cargas e efeitos diferidos.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Para a obtenção das lajes maciças deve-se ter em conta que as pré-lajes maciças devem ser colocadas justapostas e que as fiadas de escoramento devem ser colocadas no sentido transversal ao mesmo, tendo em atenção o nivelamento destes. A necessidade de colocação das fiadas de escoramento é em função das alturas das lajes, do vão e das sobrecargas.

Outros aspetos relevantes para a execução das lajes com painéis de pré-lajes maciças são a colocação das armaduras dos pavimentos sobre os apoios e a juntas das pré-lajes, com o objetivo de melhorar o seu comportamento em caso de ocorrência de sismos ou incêndios.

Com vista a melhorar a aderência entre o betão complementar e a pré-laje maciça, deve-se limpar e melhorar a superfície da mesma por meio de jato de água. Quando se procede à colocação da camada de betão complementar deve-se ter em mente a manutenção da altura prevista para a mesma.

As pré-lajes maciças apresentam algumas vantagens e desvantagens quando comparadas com a solução betonada “in situ”. Em seguida serão apresentadas algumas dessas vantagens e desvantagens

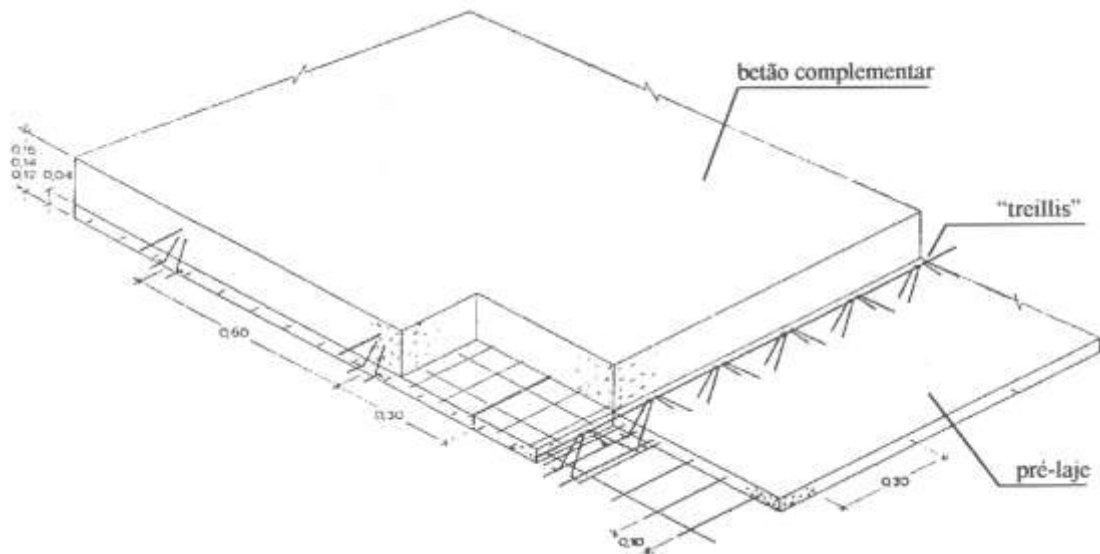


Figura 30 - Pré-laje - Pormenores

3.4.1 Cuidados na execução

- Garantir o bom nivelamento dos apoios;
- Limpeza e rega da pré-laje;
- Fixação adequada das armaduras;
- Colocação do betão complementar (precedida, se for caso disso, pela colocação dos elementos de vazamento);

3.4.2 *Vantagens*

- Necessitam de pequena quantidade de escoramentos e dispensam o uso de uma cofragem contínua;
- Requerem menos mão-de-obra que uma laje de betão tradicional, simplificando o processo construtivo e tornando-o mais rápido;
- Reduzem a quantidade de armadura a colocar em obra relativamente às soluções de pavimentos tradicionais;
- Permitem um elevado controlo de qualidade do betão e do aço utilizados na fabricação das pré-lajes;
- Garantem um bom contraventamento às ações sísmicas.

3.4.3 *Desvantagens*

- Necessidade de disponibilizar equipamento adequado ao manuseamento das pré-lajes;
- Poderão surgir problemas na interface betão complementar pré-laje, devido a eventuais ações mecânicas, vibrações ou efeitos resultantes de variações térmicas acentuadas;
- A sua execução implica cuidados particulares de forma a garantir a ligação entre a pré-laje e o betão complementar;
- Eventual ocorrência de fissuração nas zonas de ligação entre pré-lajes, quando existam revestimentos de teto contínuos;
- Rentabilidade da solução está associada à repetição de vãos

4 Dimensionamento

Neste capítulo apresenta-se um estudo de uma laje duplo T (figura 32) variando a altura entre 0,3 a 0,6 m e o vão entre 10 a 20 m. Com estas dimensões e com a variação da altura e do vão calcula-se a carga disponível, a eficácia, o custo, e a eficiência para a laje em estudo variando também a existência ou não de betão complementar. Depois de calculados estes valores será feita uma comparação para determinar qual a laje para melhor uso, se com betão complementar ou sem betão complementar.

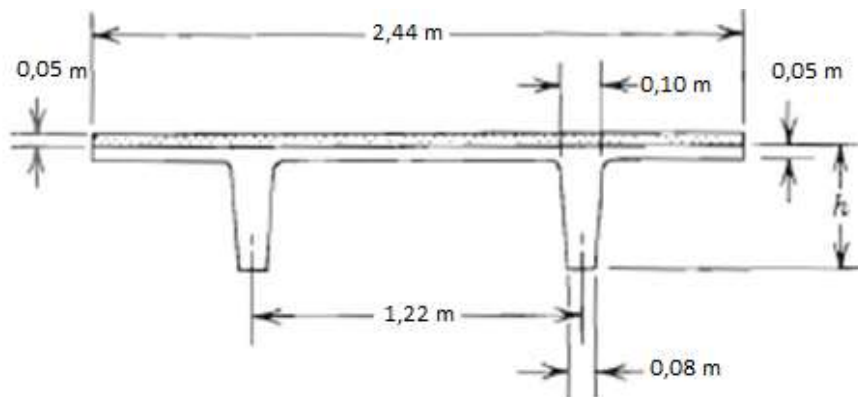


Figura 31 - Características e dimensões da laje em estudo

4.1 Cargas disponíveis

A carga disponível é obtida a partir da carga de projeto, deduzida do peso próprio do pavimento, na sua configuração estrutural.

A carga disponível é o somatório dos valores característicos das ações gravíticas uniformemente distribuídas que podem ser aplicadas a um dado pavimento, em função dos estados limites de utilização para a deformação e fendilhação e dos estados limite últimos de resistência. O seu valor depende das dimensões do vão e das características físicas e geométricas da secção transversal.

Dados:

Betão C35/45
 Betão complementar C50/60
 $f_{puk}=1900$ MPa
 $A_p/\text{cordão}=1,5$ cm²
 $E_s=190$ GPa

Dados e expressões retiradas de: CAMPOSINHOS, Rui de Sousa; NEVES, Afonso Serra, Lajes Aligeiradas com Vigotas Pré-Tensionadas. Porto: Feup edições, 2005

Cargas disponíveis dos diferentes estados limites intervenientes:

Dados: $\gamma = 1,4$; $\zeta_1 = 1,2$; $\zeta_2 = 1,3$

Esforço Transverso

$$pa = \frac{2 \times V_{Rd}}{\gamma \times l} - w$$

Momento Resistente

$$pa = \frac{8 \times M_{Rd}}{\gamma \times l^2} - w$$

Fendilhação

$$pa = \frac{8 \times \zeta_1 \times M_{cr}}{l^2} - w$$

Flecha

$$\frac{P \times e \times l^2}{8 \times E \times I} + \frac{5 \times (p_a + N) \times l^4}{384 \times E \times I} \times (1 + 2,5) \leq \frac{l}{250}$$

4.1.1 Sem betão complementar

- $h=0,3 \text{ m}$ (2 cordões)

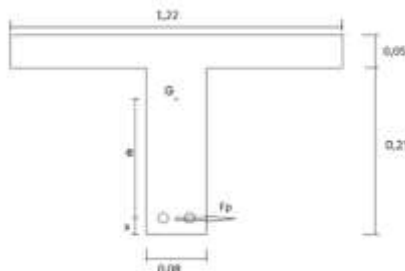


Figura 32 - Secção duplo T h=0,3 (2 cordões)

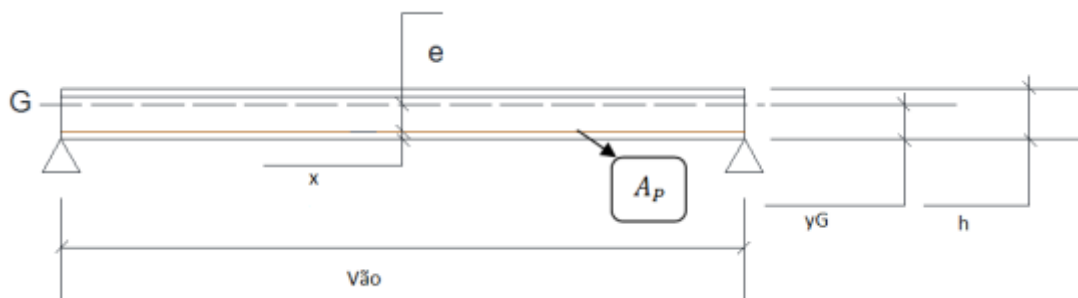


Figura 33 - Laje Duplo T - Corte Longitudinal – Disposição retilínea de A_p em elementos pré-fabricados

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,3 - 0,05) = 0,225 \text{ m}$$

$$A = 0,25 \times 0,09 + 0,05 \times 1,22 = 0,081 \text{ m}^2$$

$$w = PP = (0,25 \times 0,09 + 0,05 \times 1,22) \times 25 = 2,025 \text{ kN/m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$y_G = \frac{(0,25 \times 0,09) \times 0,125 + (0,05 \times 1,22) \times 0,275}{0,081} = 0,238 \text{ m}$$

$$e = y_G - x = 0,238 - 0,05 = 0,188 \text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,25^3}{12} + 0,09 \times 0,25 \times (0,238 - 0,125)^2 + \frac{1,22 \times 0,05^3}{12} + 1,22 \times 0,05 \times (0,275 - 0,238)^2$$
$$I = 2,03 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$
$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,225 = 100,37 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$
$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3 h$

$$\frac{2}{3}h = 0,2 \rightarrow b_w = 0,092 \text{ m}$$

$$V_{Rd} = 0,092 \times 0,225 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 83,75 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 85,84 \text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 1 - Cargas disponíveis h=0,3 (2 cordões)

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	3,71	2,88	9,94	1,44	1,44
11	2,72	2,02	8,85	0,91	0,91
12	1,96	1,38	7,95	0,57	0,57
13	1,37	0,88	7,18	0,34	0,34
14	0,9	0,48	6,52	0,19	0,19
15	0,52	0,16	5,95	0,09	0,09
16	0,22	0	5,45	0,02	0,02
17	0		5,01	0	0
18			4,62		
19			4,27		
20			3,96		

- $h=0,3\text{ m}$ (4 cordões)

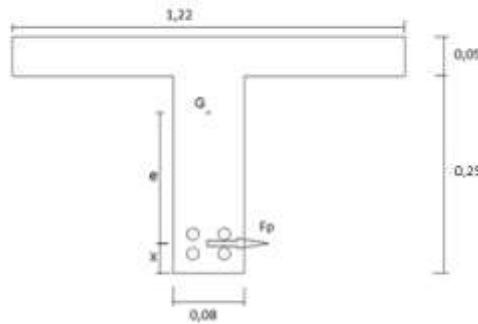


Figura 34 - Secção duplo T h=0,3 (4 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,238 - 0,075 = 0,163\text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,225 = 200,745\text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,092 \times 0,225 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 83,75 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 174,40 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 2 - Cargas disponíveis h=0,3 (4 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	9,45	7,94	9,94	1,17	1,17
11	7,46	6,21	8,85	0,84	0,84
12	5,94	4,89	7,95	0,65	0,65
13	4,76	3,87	7,18	0,45	0,45
14	3,83	3,05	6,52	0,22	0,22
15	3,07	2,4	5,95	0	0
16	2,46	1,87	5,45		
17	1,94	1,42	5,01		
18	1,52	1,05	4,62		
19	1,15	0,74	4,27		
20	0,84	0,47	3,96		

- *h=0,3 m (6 cordões)*

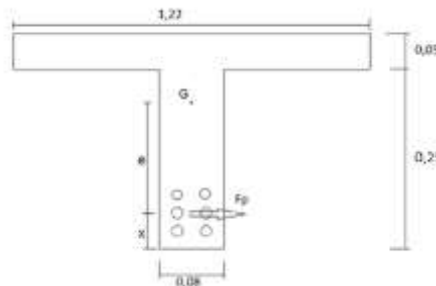


Figura 35 - Secção duplo T h=0,3 (6 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,238 - 0,1 = 0,138 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,225 = 301,12 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,092 \times 0,225 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 83,75 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 262,96 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 3 - Cargas disponíveis h=0,3 (6 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	15,18	13	9,94	0,96	0,96
11	12,2	10,39	8,85	0,74	0,74
12	9,92	8,41	7,95	0,61	0,61
13	8,16	6,87	7,18	0,39	0,39
14	6,75	5,64	6,52	0	0
15	5,62	4,65	5,95		
16	4,7	3,84	5,45		
17	3,93	3,17	5,01		
18	3,29	2,61	4,62		
19	2,74	2,14	4,27		
20	2,28	1,73	3,96		

- *h=0,35 m (2 cordões)*

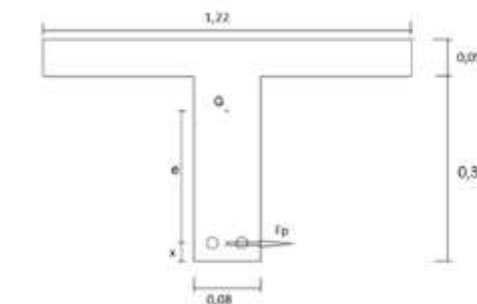


Figura 36 - Seção duplo T h=0,35 (2 cordões).

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,35 - 0,05) = 0,27 \text{ m}$$

$$A = 0,3 \times 0,09 + 0,05 \times 1,22 = 0,085 \text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,085 \times 25 = 2,125 \text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,3 \times 0,09) \times 0,15 + (0,05 \times 1,22) \times 0,325}{0,085} = 0,276 \text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,276 - 0,05 = 0,226 \text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,3^3}{12} + 0,09 \times 0,3 \times (0,276 - 0,15)^2 + \frac{1,22 \times 0,05^3}{12} + 1,22 \times 0,05 \times (0,325 - 0,276)^2$$

$$I = 7,202 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,27 = 120,447 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3 h$

$$\frac{2}{3}h = 0,23 \rightarrow b_w = 0,09 \text{ m}$$

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,27 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 98,32 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 106,16 \text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 4 - Cargas disponíveis h=0,35 (2 cordões)

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	4,76	3,94	11,92	10,51	3,94
11	3,56	2,89	10,64	7,69	2,89
12	2,65	2,09	9,58	5,76	2,09
13	1,95	1,46	8,68	4,41	1,46
14	1,38	0,97	7,91	3,43	0,97
15	0,93	0,57	7,24	2,71	0,57
16	0,56	0,24	6,65	2,16	0,24
17	0,26	0	6,14	1,75	0
18	0		5,68	1,42	
19			5,27	1,17	
20			4,9	0,97	

- $h=0,35$ m (4 cordões)

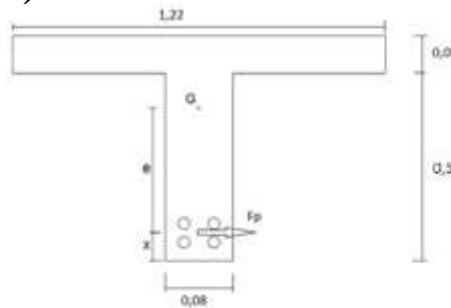


Figura 37 - Seção duplo T h=0,35 (4 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,276 - 0,075 = 0,201 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,27 = 240,89 \text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,27 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250} \right) \right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 98,32 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I} \right) = 198,37 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 5 - Cargas disponíveis h=0,35 (4 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	11,64	9,21	11,92	8,36	8,36
11	9,25	7,24	10,64	5,91	5,91
12	7,43	5,75	9,58	4,27	4,27
13	6,02	4,58	8,68	3,13	3,13
14	4,9	3,66	7,91	2,33	2,33
15	3,99	2,91	7,24	1,75	1,75
16	3,25	2,3	6,65	1,32	1,32
17	2,64	1,8	6,14	1,00	1,00
18	2,12	1,37	5,68	0,76	0,76
19	1,69	1,02	5,27	0,57	0,57
20	1,32	0,71	4,9	0,43	0,43

- *h=0,35 m (6 cordões)*

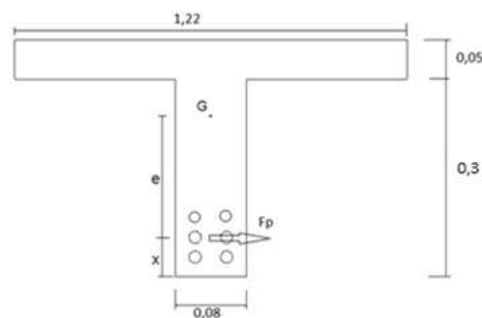


Figura 38 - Seção duplo T h=0,35 (6 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,276 - 0,1 = 0,176 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,27 = 361,34 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,27 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 98,32 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 268,28 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 6 - Cargas disponíveis h=0,35 (6 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	18,52	13,21	11,92	6,81	6,81
11	14,99	10,54	10,64	4,63	4,63
12	12,21	8,52	9,58	3,2	3,2
13	10,09	6,95	8,68	2,22	2,22
14	8,41	5,7	7,91	1,54	1,54
15	7,05	4,69	7,24	1,06	1,06
16	5,94	3,86	6,65	0,72	0,72
17	5,02	3,18	6,14	0,47	0,47
18	4,25	2,61	5,68	0,28	0,28
19	3,59	2,12	5,27	0,15	0,15
20	3,04	1,71	4,9	0,044	0,044

- $h=0,4\text{ m}$ (2 cordões)

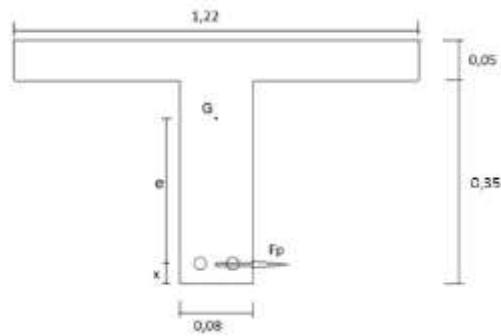


Figura 39 - Seção duplo T $h=0,4$ (2 cordões)

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,4 - 0,05) = 0,315\text{ m}$$

$$A = 0,35 \times 0,09 + 0,05 \times 1,22 = 0,089\text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,089 \times 25 = 2,225\text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,35 \times 0,09) \times 0,175 + (0,05 \times 1,22) \times 0,375}{0,089} = 0,312\text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,312 - 0,05 = 0,262\text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,35^3}{12} + 0,09 \times 0,35 \times (0,312 - 0,175)^2 + \frac{1,22 \times 0,05^3}{12} + 1,22 \times 0,05 \times (0,375 - 0,312)^2$$

$$I = 10,66 \times 10^{-4}\text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,315 = 140,52\text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3\text{ h}$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$\frac{2}{3}h = 0,267 \rightarrow b_w = 0,09 \text{ m}$$

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,315 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 114,70 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 123,07 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 7 - Cargas disponíveis h=0,4 (2 cordões)

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	5,80	4,81	14,16	16,94	4,81
11	4,41	3,59	12,67	12,11	3,59
12	3,35	2,66	11,43	9,14	2,66
13	2,53	1,9	10,38	7,05	1,9
14	1,87	1,36	9,48	5,52	1,36
15	1,34	0,90	8,7	4,40	0,90
16	0,91	0,52	8,02	3,54	0,52
17	0,55	0,21	7,41	2,89	0,21
18	0,25	0	6,88	2,37	0
19	0		6,4	1,98	
20			5,97	1,65	

- $h=0,4 \text{ m}$ (4 cordões)

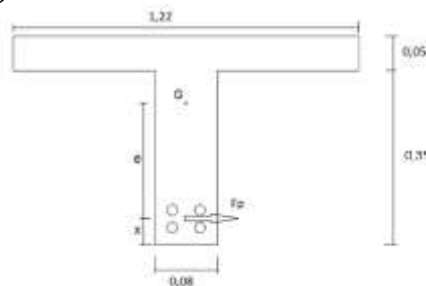


Figura 40 - Secção duplo T h=0,4 (4 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,312 - 0,075 = 0,237 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,315 = 281,04 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,315 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 114,70 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 234,77 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 8 - Cargas disponíveis h=0,4 (4 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	13,83	11,19	14,16	13,85	11,19
11	11,05	8,86	12,67	9,97	8,86
12	8,93	7,09	11,43	7,34	7,09
13	7,28	5,71	10,38	5,51	5,51
14	5,97	4,62	9,48	4,20	4,20
15	4,91	3,74	8,70	3,25	3,25
16	4,05	3,02	8,02	2,53	2,53
17	3,33	2,42	7,41	1,99	1,99
18	2,73	1,92	6,88	1,58	1,58
19	2,22	1,49	6,40	1,25	1,25
20	1,79	1,13	5,97	1,00	1,00

- **h=0,4 m (6 cordões)**

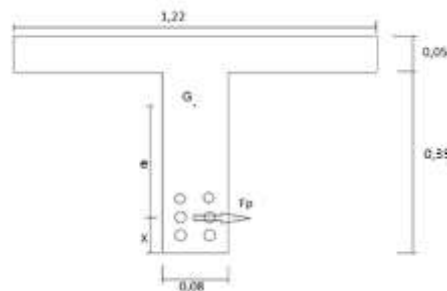


Figura 41 - Seção duplo T h=0,4 (6 cordões)

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$e = y_G \times x = 0,312 - 0,1 = 0,212 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,315 = 421,56 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,315 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 114,70 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 324,16 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 9 - Cargas disponíveis h=0,4 (6 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	21,86	16,3	14,16	11,87	11,87
11	17,68	13,08	12,67	8,33	8,33
12	14,5	10,64	11,43	5,97	5,97
13	12,03	8,74	10,38	4,34	4,34
14	10,07	7,23	9,48	3,19	3,19
15	8,48	6,01	8,7	2,36	2,36
16	7,18	5,01	8,02	1,76	1,76
17	6,11	4,18	7,41	1,31	1,31
18	5,21	3,49	6,88	0,97	0,97
19	4,48	2,91	6,4	0,71	0,71
20	3,8	2,41	5,97	0,51	0,51

- $h=0,45\text{ m}$ (2 cordões)

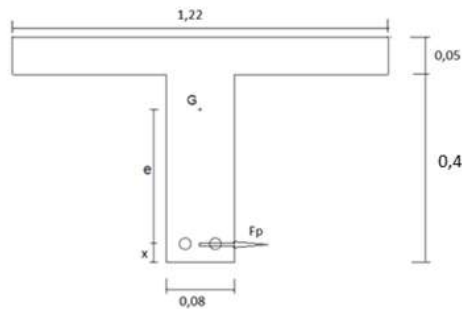


Figura 42 - Secção duplo T $h=0,45$ (2 cordões)

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,45 - 0,05) = 0,36\text{ m}$$

$$A = 0,4 \times 0,09 + 0,05 \times 1,22 = 0,093\text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,093 \times 25 = 2,325\text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,4 \times 0,09) \times 0,2 + (0,05 \times 1,22) \times 0,425}{0,093} = 0,348\text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,348 - 0,05 = 0,298\text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,4^3}{12} + 0,09 \times 0,4 \times (0,348 - 0,2)^2 + \frac{1,22 \times 0,05^3}{12} + 1,22 \times 0,05 \times (0,425 - 0,348)^2$$

$$I = 15,02 \times 10^{-4}\text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,36 = 160,596\text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3\text{ h}$

$$\frac{2}{3}h = 0,3 \rightarrow b_w = 0,09\text{ m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,36 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 131,09 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{\gamma} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times \gamma}{I}\right) = 139,83 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 10 - Cargas disponíveis h=0,45 (2 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	6,85	5,66	16,4	24,24	5,66
11	5,26	4,28	14,7	17,79	4,28
12	4,05	3,22	13,28	13,49	3,22
13	3,11	2,4	12,08	10,44	2,4
14	2,36	1,75	11,05	8,23	1,75
15	1,75	1,23	10,16	6,59	1,23
16	1,26	0,8	9,38	5,33	0,8
17	0,85	0,44	8,69	4,37	0,44
18	0,51	0,14	8,08	3,62	0,14
19	0,22	0	7,53	3,03	0
20	0		7,04	2,55	

- *h=0,45 m (4 cordões)*

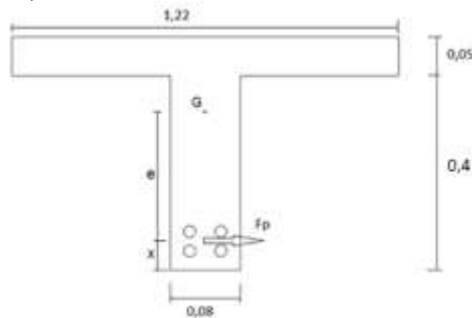


Figura 43 - Seção duplo T h=0,45 (4 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,348 - 0,075 = 0,273 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,36 = 321,19 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,36 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 131,09 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 271,17 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 11 - Cargas disponíveis h=0,45 (4 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	16,03	13,17	16,4	21	13,17
11	12,84	10,48	14,7	15,28	10,48
12	10,42	8,44	13,28	11,38	8,44
13	8,54	6,84	12,08	8,65	6,84
14	7,04	5,58	11,05	6,08	5,58
15	5,83	4,56	10,16	5,23	4,56
16	4,84	3,73	9,38	4,15	3,73
17	4,03	3,04	8,69	3,32	3,04
18	3,34	2,46	8,08	2,69	2,46
19	2,76	1,97	7,53	2,19	1,97
20	2,26	1,55	7,04	1,79	1,55

- $h=0,45\text{ m}$ (6 cordões)

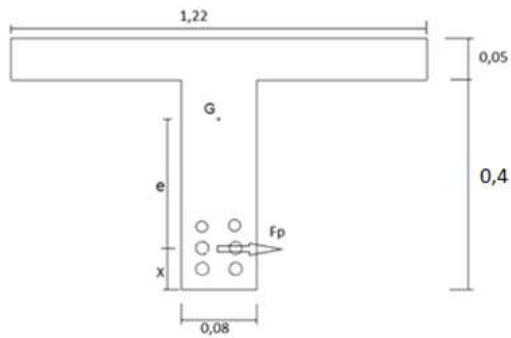


Figura 44 - Seção duplo T $h=0,45$ (6 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,348 - 0,1 = 0,248\text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,36 = 481,76\text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,36 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 131,09\text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 380,20\text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 12 - Cargas disponíveis h=0,45 (6 cordões)

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	25,21	19,4	16,4	18,58	16,4
11	20,43	15,63	14,7	13,28	13,28
12	16,79	12,76	13,28	9,7	9,7
13	13,97	10,53	12,08	7,21	7,21
14	11,72	8,76	11,05	5,44	5,44
15	9,91	7,33	10,16	4,16	4,16
16	8,43	6,16	9,38	3,2	3,2
17	7,2	5,19	8,69	2,49	2,49
18	6,17	4,38	8,08	1,94	1,94
19	5,3	3,69	7,53	1,51	1,51
20	4,56	3,11	7,04	1,18	1,18

- $h=0,5$ m (2 cordões)

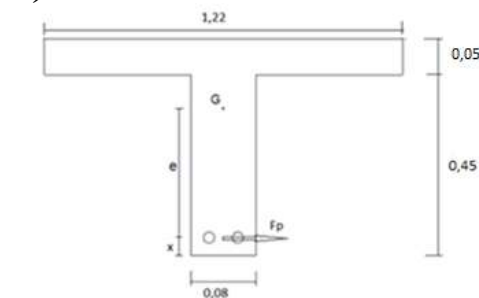


Figura 45 - Secção duplo T h=0,5 (2 cordões)

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,5 - 0,05) = 0,405 \text{ m}$$

$$A = 0,45 \times 0,09 + 0,05 \times 1,22 = 0,097 \text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,097 \times 25 = 2,425 \text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,45 \times 0,09) \times 0,225 + (0,05 \times 1,22) \times 0,475}{0,097} = 0,382 \text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,382 - 0,05 = 0,377 \text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,45^3}{12} + 0,09 \times 0,45 \times (0,382 - 0,225)^2 + \frac{1,22 \times 0,05^3}{12} + 1,22 \times 0,05 \times (0,475 - 0,382)^2$$

$$I = 20,36 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,405 = 180,67 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3 h$

$$\frac{2}{3}h = 0,33 \rightarrow b_w = 0,089 \text{ m}$$

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,405 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 145,84 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 155,56 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 13 - Cargas disponíveis $h=0,5$ (2 cordões)

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	7,90	6,46	18,41	33,47	6,46
11	6,11	4,92	16,52	24,84	4,92
12	4,74	3,75	14,94	18,90	3,75
13	3,68	2,84	13,60	14,68	2,84
14	2,84	2,11	12,46	11,60	2,11
15	2,16	1,53	11,46	9,31	1,53
16	1,61	1,05	10,60	7,58	1,05
17	1,15	0,65	9,83	6,23	0,65
18	0,76	0,32	9,15	5,18	0,32
19	0,43	0,04	8,54	4,35	0,04
20	0,16	0	7,99	3,68	0

- $h=0,5\text{ m}$ (4 cordões)

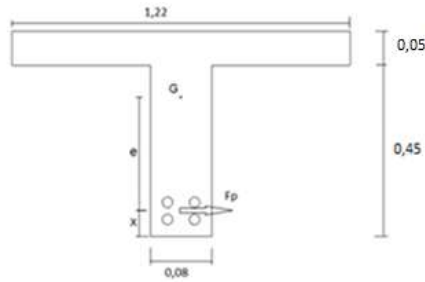


Figura 46 - Secção duplo T $h=0,5$ (4 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,382 - 0,075 = 0,307\text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,405 = 361,34\text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,405 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 145,84\text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 305,87\text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 14 - Cargas disponíveis h=0,5 (4 cordões)

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	18,22	15,05	18,41	30,01	15,05
11	16,64	12,02	16,52	21,99	12,02
12	11,91	9,71	14,94	16,50	9,71
13	9,79	7,92	13,60	12,64	7,92
14	8,11	6,49	12,46	9,84	6,49
15	6,75	5,34	11,46	7,78	5,34
16	5,64	4,40	10,60	6,23	4,40
17	4,72	3,62	9,83	5,04	3,62
18	3,95	2,97	9,15	4,12	2,97
19	3,29	2,42	8,54	3,39	2,42
20	2,74	1,94	7,99	2,81	1,94

- $h=0,5\text{ m}$ (6 cordões)

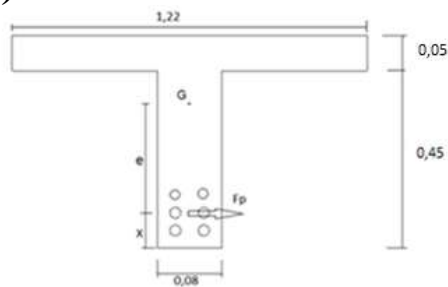


Figura 47 - Seção duplo T h=0,5 (6 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,382 - 0,1 = 0,282\text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,405 = 542,01\text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,405 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 145,84 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 433,88 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 15 - Cargas disponíveis h=0,5 (6 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	28,55	22,37	18,41	27,18	18,41
11	23,17	18,07	16,52	19,64	16,52
12	19,08	14,79	14,94	14,53	14,53
13	15,90	12,25	13,60	10,96	10,96
14	13,38	10,22	12,46	8,40	8,40
15	11,34	8,59	11,46	6,52	6,52
16	9,67	7,26	10,60	5,12	5,12
17	8,29	6,15	9,83	4,06	4,06
18	7,13	5,23	9,15	3,24	3,24
19	6,15	4,44	8,54	2,60	2,60
20	5,32	3,77	7,99	2,10	2,10

- **h=0,6 m (2 cordões)**

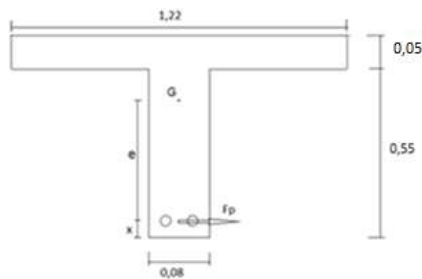


Figura 48 - Secção duplo T h=0,6 (2 cordões)

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,6 - 0,05) = 0,495 \text{ m}$$

$$A = 0,55 \times 0,09 + 0,05 \times 1,22 = 0,105 \text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,105 \times 25 = 2,625 \text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,55 \times 0,09) \times 0,275 + (0,05 \times 1,22) \times 0,575}{0,105} = 0,449 \text{ m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$e = y_G \times x = 0,449 - 0,05 = 0,444 \text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,55^3}{12} + 0,09 \times 0,55 \times (0,449 - 0,275)^2 + \frac{1,22 \times 0,05^3}{12} + 1,22 \times 0,05 \times (0,575 - 0,449)^2$$
$$I = 34,22 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$
$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,495 = 220,82 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$
$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3 h$

$$\frac{2}{3}h = 0,4 \rightarrow b_w = 0,089$$

$$V_{rd} = 0,089 \times 0,495 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 178,25 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 185,98 \text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 16 - Cargas disponíveis h=0,6 (2 cordões)

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	9,99	8,00	22,84	58,19	8,00
11	7,80	6,16	20,52	43,35	6,16
12	6,14	4,76	18,60	33,11	4,76
13	4,84	3,66	16,96	25,82	3,66
14	3,81	2,80	15,56	20,49	2,80
15	2,98	2,10	14,35	16,52	2,10
16	2,30	1,53	13,29	13,49	1,53
17	1,74	1,05	12,35	11,15	1,05
18	1,27	0,66	11,52	9,31	0,66
19	0,87	0,32	10,78	7,84	0,32
20	0,53	0,03	10,11	6,66	0,03

- $h=0,6\text{ m}$ (4 cordões)

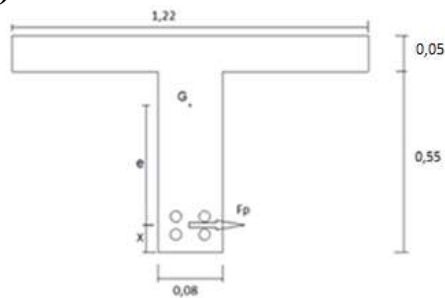


Figura 49 - Secção duplo T h=0,6 (4 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,449 - 0,075 = 0,374\text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,495 = 441,64\text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,495 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 178,25\text{ kN/m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I} \right) = 374,05 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 17 - Cargas disponíveis h=0,6 (4 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	22,61	18,75	22,84	53,92	18,75
11	18,23	15,04	20,52	39,82	15,04
12	14,90	12,22	18,60	30,15	12,22
13	12,31	10,02	16,96	23,29	10,02
14	10,25	8,28	15,56	18,32	8,28
15	8,59	6,87	14,35	14,62	6,87
16	7,23	5,72	13,29	11,82	5,72
17	6,11	4,77	12,35	9,67	4,77
18	5,16	3,97	11,52	7,99	3,97
19	4,37	3,29	10,78	6,66	3,29
20	3,68	2,72	10,11	5,60	2,72

- **h=0,6 m (6 cordões)**

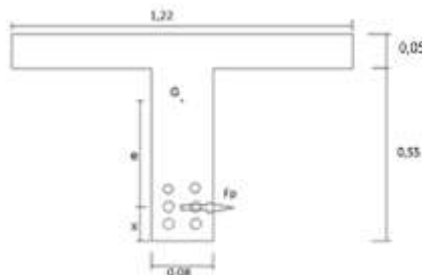


Figura 50 - Seção duplo T h=0,6 (6 cordões)

$$e = y_G \times x = 0,449 - 0,1 = 0,349 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,495 = 662,46 \text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,495 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 178,25 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 539,82 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 18 - Cargas disponíveis h=0,6 (6 cordões)

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	35,23	28,22	22,84	50,26	22,84
11	28,66	22,87	20,52	36,80	20,52
12	23,66	18,79	18,60	27,60	18,60
13	19,77	15,63	16,96	21,13	15,63
14	16,69	13,11	15,56	16,45	13,11
15	14,20	11,08	14,35	12,99	11,08
16	12,16	9,42	13,29	10,39	9,42
17	10,47	8,05	12,35	8,41	8,05
18	9,06	6,90	11,52	6,86	6,86
19	7,86	5,92	10,78	5,65	5,65
20	6,84	5,09	10,11	4,68	4,68

4.1.2 Com betão complementar

- h=0,3 m (2 cordões)

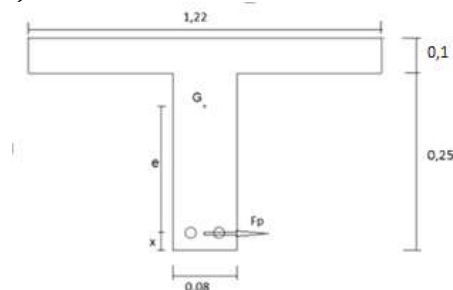


Figura 51 - Seção duplo T h=0,3 (2 cordões) com betão complementar

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,3 - 0,05) = 0,225 \text{ m}$$

$$A = 0,25 \times 0,09 + 0,1 \times 1,22 = 0,142 \text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,142 \times 25 = 3,55 \text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,25 \times 0,09) \times 0,125 + (0,1 \times 1,22) \times 0,3}{0,142} = 0,275 \text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,275 - 0,05 = 0,225 \text{ m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$I = \frac{0,09 \times 0,25^3}{12} + 0,09 \times 0,25 \times 0,015^2 + \frac{1,22 \times 0,1^3}{12} + 1,22 \times 0,1 \times (0,3 - 0,238)^2$$
$$I = 6,79 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$
$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,225 = 100,37 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times \gamma \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$
$$\gamma = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3 h$

$$\frac{2}{3}h = 0,2 \rightarrow b_w = 0,092 \text{ m}$$

$$V_{Rd} = 0,092 \times 0,225 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 83,75 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{\gamma} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times \gamma}{I}\right) = 100,28 \text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 19 - Cargas disponíveis h=0,3 (2 cordões) com betão complementar

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	2,19	6,08	8,41	9,76	2,19
11	1,19	4,41	7,32	7,13	1,19
12	0,43	3,14	6,42	5,33	0,43
13	0	2,15	5,65	4,07	0
14		1,36	4,99	3,16	
15		0,73	4,42	2,48	
16		0,21	3,93	1,98	
17		0	3,49	1,59	
18			3,09	1,3	
19			2,75	1,06	
20			2,43	0,88	

- $h=0,3$ m (4 cordões)

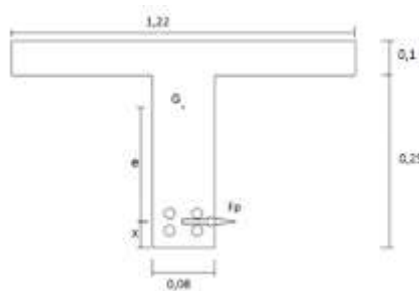


Figura 52 - Secção duplo T h=0,3 (4 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,275 - 0,05 = 0,225 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,225 = 200,745 \text{ kN.m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,092 \times 0,225 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 83,75 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 205,50 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 20 - Cargas disponíveis h=0,3 (4 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	7,92	16,18	8,41	7,00	7,00
11	5,93	12,75	7,32	4,85	4,85
12	4,42	10,15	6,42	3,42	3,42
13	3,24	8,12	5,65	2,44	2,44
14	2,3	6,52	4,99	1,75	1,75
15	1,55	5,22	4,42	1,26	1,26
16	0,94	4,16	3,93	0,90	0,90
17	0,42	3,28	3,49	0,64	0,42
18	0	2,54	3,09	0,45	0
19		1,91	2,75	0,3	
20		1,38	2,43	0,19	

- **h=0,3 m (6 cordões)**

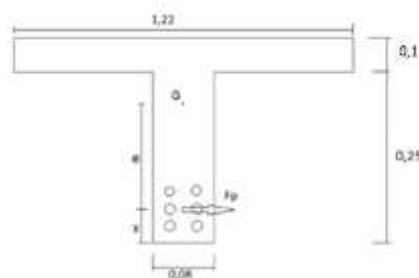


Figura 53 - Seção duplo T h=0,3 (6 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,275 - 0,1 = 0,175 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,225 = 301,12 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,092 \times 0,225 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 83,75 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 310,72 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 21 - Cargas disponíveis h=0,3 (6 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	13,66	26,28	8,41	6,09	6,09
11	10,67	21,10	7,32	4,09	4,09
12	8,4	17,16	6,42	2,78	2,78
13	6,63	14,10	5,65	1,89	1,89
14	5,23	11,67	4,99	1,28	1,28
15	4,10	9,71	4,42	0,85	0,85
16	3,17	8,10	3,93	0,55	0,55
17	2,4	6,77	3,49	0,32	0,32
18	1,76	5,66	3,09	0,16	0,16
19	1,22	4,71	2,75	0,05	0,05
20	0,76	3,91	2,43	0	0

- $h=0,35 \text{ m}$ (2 cordões)

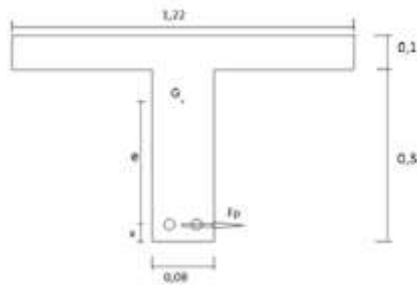


Figura 54 - Seção duplo T $h=0,35$ (2 cordões) com betão complementar

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,4 - 0,05) = 0,315 \text{ m}$$

$$A = 0,3 \times 0,09 + 0,1 \times 1,22 = 0,146 \text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,146 \times 25 = 3,65 \text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,3 \times 0,09) \times 0,15 + (0,1 \times 1,22) \times 0,35}{0,146} = 0,317 \text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,317 - 0,05 = 0,267 \text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,3^3}{12} + 0,09 \times 0,3 \times (0,317 - 0,15)^2 + \frac{1,22 \times 0,1^3}{12} + 1,22 \times 0,05 \times (0,35 - 0,317)^2$$

$$I = 10,17 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,315 = 140,52 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3 h$

$$\frac{2}{3}h = 0,23 \rightarrow b_w = 0,09 \text{ m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,315 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 114,70 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{\gamma} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times \gamma}{I}\right) = 118,77 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 22 - Cargas disponíveis h=0,35 (2 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	4,38	7,75	12,74	15,48	4,38
11	2,99	5,77	11,25	11,38	2,99
12	1,93	4,27	10	8,58	1,93
13	1,10	3,10	8,95	6,60	1,10
14	0,47	2,17	8,05	5,16	0,47
15	0	1,42	7,27	4,10	0
16		0,80	6,59	3,30	
17		0,29	5,99	2,69	
18		0	5,45	2,21	
19			4,97	1,83	
20			4,54	1,53	

- *h=0,35 m (4 cordões)*

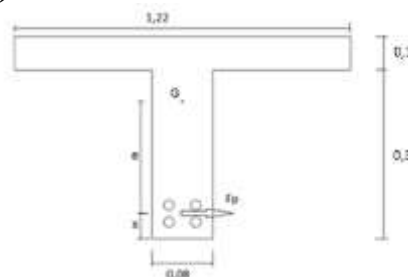


Figura 55 - Seção duplo T h=0,35 (4 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,317 - 0,075 = 0,242 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,315 = 281,04 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,315 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 114,70 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 222,64 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 23 - Cargas disponíveis h=0,35 (4 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	12,41	17,72	12,74	12,32	12,32
11	9,62	14,01	11,25	9,19	9,19
12	7,5	11,19	10,00	6,74	6,74
13	5,85	8,99	8,95	5,03	5,03
14	4,54	7,25	8,05	3,81	3,81
15	3,49	5,85	7,27	2,92	2,92
16	2,62	4,69	6,59	2,26	2,26
17	1,91	3,75	5,99	1,77	1,77
18	1,31	2,95	5,45	1,39	1,31
19	0,79	2,27	4,97	1,09	0,79
20	0,36	1,69	4,54	0,87	0,36

- **h=0,35 m (6 cordões)**

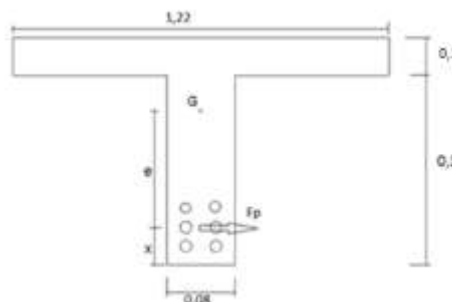


Figura 56 - Seção duplo T h=0,35 (6 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,317 - 0,1 = 0,217 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,315 = 421,56 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,315 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 114,70 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 304,20 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 24 - Cargas disponíveis h=0,35 (6 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	20,44	25,55	12,74	10,78	10,78
11	16,26	20,48	11,25	7,50	7,50
12	13,08	16,63	10,00	5,32	5,32
13	10,60	13,63	8,95	3,82	3,82
14	8,64	11,25	8,05	2,77	2,77
15	7,06	9,33	7,27	2,01	2,01
16	5,76	7,76	6,59	1,46	1,46
17	4,69	6,45	5,99	1,06	1,06
18	3,78	5,36	5,45	0,76	0,76
19	3,02	4,44	4,97	0,53	0,53
20	2,37	3,65	4,54	0,35	0,35

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,4 \text{ m}$ (2 cordões)

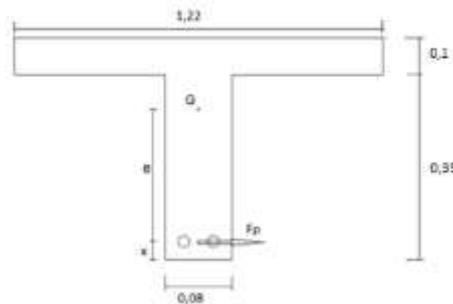


Figura 57 - Seção duplo T $h=0,4$ (2 cordões) com betão complementar

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,45 - 0,05) = 0,36 \text{ m}$$

$$A = 0,35 \times 0,09 + 0,1 \times 1,22 = 0,15 \text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,15 \times 25 = 3,75 \text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,35 \times 0,09) \times 0,175 + (0,1 \times 1,22) \times 0,4}{0,15} = 0,39 \text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,39 - 0,05 = 0,34 \text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,35^3}{12} + 0,09 \times 0,35 \times (0,39 - 0,175)^2 + \frac{1,22 \times 0,1^3}{12} + 1,22 \times 0,1 \times (0,4 - 0,39)^2$$

$$I = 16,94 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,36 = 160,60 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3 h$

$$\frac{2}{3}h = 0,267 \rightarrow b_w = 0,09 \text{ m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,36 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250} \right) \right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 131,09 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{\gamma} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times \gamma}{I} \right) = 150,80 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 25 - Cargas disponíveis h=0,4 (2 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	5,43	10,73	14,98	27,06	5,43
11	3,83	8,21	13,27	20,02	3,83
12	2,62	6,3	11,86	15,18	2,62
13	1,68	4,82	10,66	11,75	1,68
14	0,93	3,64	9,63	9,26	0,93
15	0,33	2,68	8,73	7,40	0,33
16	0	1,91	7,95	5,99	0
17		1,26	7,27	4,92	
18		0,72	6,65	4,07	
19		0,26	6,11	3,40	
20		-0,13	5,62	2,86	

- **h=0,4 m (4 cordões)**

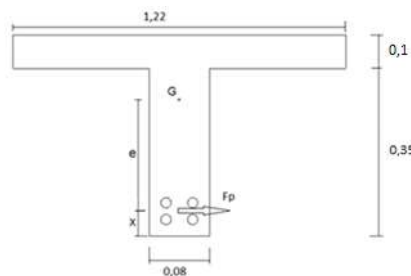


Figura 58 - Seção duplo T h=0,4 (4 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,39 - 0,075 = 0,315 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,36 = 321,192 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,36 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 131,09 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 291,62 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 26 - Cargas disponíveis h=0,4 (4 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	14,60	24,25	14,98	23,52	14,60
11	11,42	19,39	13,27	17,09	11,42
12	8,99	15,69	11,86	12,72	8,99
13	7,11	12,82	10,66	9,65	7,11
14	5,61	10,53	9,63	7,44	5,61
15	4,41	8,9	8,73	5,83	4,41
16	3,42	7,19	7,95	4,61	3,42
17	2,6	5,94	7,27	3,69	2,60
18	1,91	4,89	6,65	2,97	1,91
19	1,33	4,00	6,11	2,42	1,33
20	0,84	3,25	5,62	1,98	0,84

- **h=0,4 m (6 cordões)**

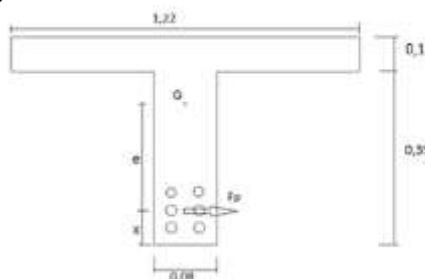


Figura 59 - Seção duplo T h=0,4 (6 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,39 - 0,1 = 0,29 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,36 = 481,79 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,36 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 131,09 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 410,14 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 27 - Cargas disponíveis h=0,4 (6 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	23,78	35,62	14,98	20,58	14,98
11	19	28,79	13,27	14,66	13,27
12	15,37	23,59	11,86	10,68	10,68
13	12,54	19,55	10,66	7,91	7,91
14	10,30	16,34	9,63	5,95	5,95
15	8,49	13,75	8,73	4,52	4,52
16	7,00	11,63	7,95	3,46	3,46
17	5,78	9,88	7,27	2,67	2,67
18	4,75	8,40	6,65	2,07	2,07
19	3,88	7,16	6,11	1,60	1,60
20	3,13	6,09	5,62	1,24	1,24

- $h=0,45\text{ m}$ (2 cordões)

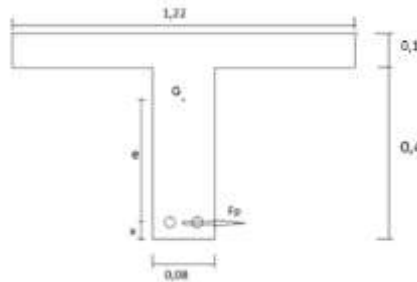


Figura 60 - Secção duplo T $h=0,45$ (2 cordões) com betão complementar

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,5 - 0,05) = 0,405\text{ m}$$

$$A = 0,4 \times 0,09 + 0,1 \times 1,22 = 0,154\text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,154 \times 25 = 3,85\text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,4 \times 0,09) \times 0,2 + (0,1 \times 1,22) \times 0,45}{0,154} = 0,398\text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,398 - 0,05 = 0,348\text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,4^3}{12} + 0,09 \times 0,4 \times (0,398 - 0,2)^2 + \frac{1,22 \times 0,1^3}{12} + 1,22 \times 0,1 \times (0,45 - 0,398)^2$$

$$I = 21,13 \times 10^{-4}\text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,405 = 180,67\text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3\text{ h}$

$$\frac{2}{3}h = 0,3 \rightarrow b_w = 0,09\text{ m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,405 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 147,48 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 153,79 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 28 - Cargas disponíveis h=0,45 (2 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	6,47	10,91	17,22	34,69	6,47
11	4,68	8,35	15,30	25,74	4,68
12	3,32	6,40	13,71	19,58	3,32
13	2,26	4,89	12,36	15,21	2,26
14	1,42	3,68	11,20	12,02	1,42
15	0,74	2,71	10,20	9,65	0,74
16	0,18	1,92	9,32	7,85	0,18
17	0	1,26	8,54	6,45	0
18		0,71	7,85	5,36	
19		0,24	7,24	4,50	
20		0	6,68	3,80	

- *h=0,45 m (4 cordões)*

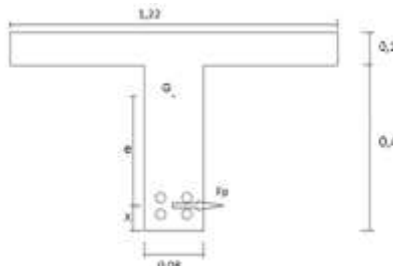


Figura 61 - Seção duplo T h=0,45 (4 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,398 - 0,075 = 0,323 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,405 = 361,341 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,405 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 147,48 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 300,64 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 29 - Cargas disponíveis h=0,45 (4 cordões) com betão complementar

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	16,80	25,01	17,22	31,04	16,80
11	13,21	20,0	15,30	22,73	13,21
12	10,49	16,19	13,71	17,05	10,49
13	8,37	13,23	12,36	13,05	8,37
14	6,68	10,88	11,20	10,16	6,68
15	5,32	8,98	10,20	8,03	5,32
16	4,22	7,42	9,32	6,42	4,22
17	3,29	6,14	8,54	5,19	3,29
18	2,52	5,06	7,85	4,24	2,52
19	1,87	4,14	7,24	3,49	1,87
20	1,31	3,37	6,68	2,89	1,31

- ***h=0,45 m (6 cordões)***

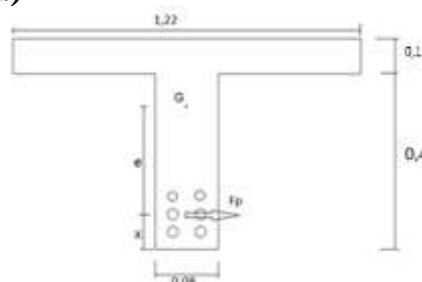


Figura 62 - Seção duplo T h=0,45 (6 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,398 - 0,1 = 0,298 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,405 = 542,01 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,09 \times 0,405 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 147,48 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 425,18 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 30 - Cargas disponíveis h=0,45 (6 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	27,12	36,97	17,22	28,00	17,22
11	21,75	29,88	15,30	20,22	15,30
12	17,66	24,50	13,71	14,94	13,71
13	14,48	20,30	12,36	11,25	11,25
14	11,95	16,98	11,20	8,61	8,61
15	9,92	14,29	10,20	6,68	6,68
16	8,25	12,09	9,32	5,24	5,24
17	6,87	10,27	8,54	4,14	4,14
18	5,71	8,75	7,85	3,30	3,30
19	4,73	7,46	7,24	2,65	2,65
20	3,89	6,35	6,68	2,13	2,13

- $h=0,5\text{ m}$ (2 cordões)

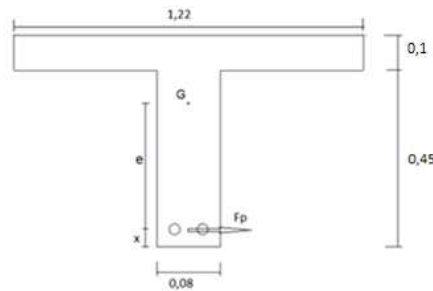


Figura 63 - Seção duplo T $h=0,5$ (2 cordões) com betão complementar

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,55 - 0,05) = 0,45\text{ m}$$

$$A = 0,45 \times 0,09 + 0,1 \times 1,22 = 0,158\text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,158 \times 25 = 3,95\text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,45 \times 0,09) \times 0,225 + (0,1 \times 1,22) \times 0,5}{0,158} = 0,437\text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,437 - 0,05 = 0,387\text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,45^3}{12} + 0,09 \times 0,45 \times (0,437 - 0,225)^2 + \frac{1,22 \times 0,1^3}{12} + 1,22 \times 0,1 \times (0,5 - 0,437)^2$$

$$I = 28,11 \times 10^{-4}\text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,45 = 200,75\text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3\text{ h}$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$\frac{2}{3}h = 0,33 \rightarrow b_w = 0,089 \text{ m}$$

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,45 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 162,04 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 170,23 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 31 - Cargas disponíveis h=0,5 (2 cordões) com betão complementar

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	7,52	12,39	19,20	47,08	7,52
11	5,53	9,56	17,09	35,01	5,53
12	4,02	7,40	15,34	26,70	4,02
13	2,84	5,72	13,86	20,78	2,84
14	1,90	4,39	12,58	16,47	1,90
15	1,15	3,31	11,48	13,25	1,15
16	0,53	2,43	10,52	10,80	0,53
17	0,02	1,70	9,67	8,91	0,02
18	0	1,09	8,91	7,42	0
19		0,58	8,23	6,24	
20		0,14	7,62	5,29	

- $h=0,5 \text{ m}$ (4 cordões)

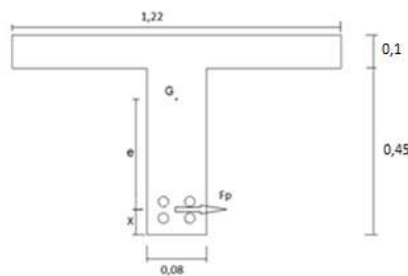


Figura 64 - Seção duplo T h=0,5 (4 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,437 - 0,075 = 0,362 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,45 = 401,49 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,45 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 162,04 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 338,61 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 32 - Cargas disponíveis h=0,5 (4 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	18,99	28,56	19,20	42,95	18,99
11	15,01	22,91	17,09	31,61	15,01
12	11,98	18,62	15,34	23,83	11,98
13	9,63	15,28	13,86	18,34	9,63
14	7,76	12,63	12,58	14,36	7,76
15	6,25	10,50	11,48	11,41	6,25
16	5,01	8,75	10,52	9,19	5,01
17	3,99	7,30	9,67	7,48	3,99
18	3,13	6,08	8,91	6,15	3,13
19	2,41	5,05	8,23	5,10	2,41
20	1,79	4,18	7,62	4,26	1,79

- **h=0,5 m (6 cordões)**

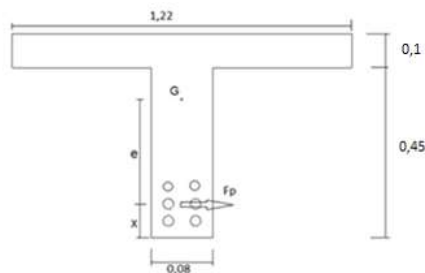


Figura 65 - Seção duplo T h=0,5 (6 cordões) com betão complementar

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$e = y_G \times x = 0,437 - 0,1 = 0,337 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,45 = 602,24 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,45 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 162,04 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 484,68 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 33 - Cargas disponíveis h=0,5 (6 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	30,46	42,58	19,20	39,44	19,20
11	24,49	34,50	17,09	28,70	17,09
12	19,95	28,36	15,34	21,39	15,34
13	16,41	23,58	13,86	16,26	13,86
14	13,61	19,79	12,58	12,57	12,57
15	11,34	16,73	11,48	9,85	9,85
16	9,49	14,23	10,52	7,82	7,82
17	7,96	12,15	9,67	6,27	6,27
18	6,67	10,41	8,91	5,07	5,07
19	5,58	8,94	8,23	4,13	4,13
20	4,65	7,68	7,62	3,38	3,38

- $h=0,6\text{ m}$ (2 cordões)

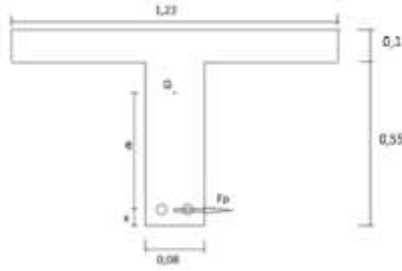


Figura 66 - Seção duplo T $h=0,6$ (2 cordões) com betão complementar

$$z = 0,9 \times d = 0,9 \times (h - 0,05) = 0,9 \times (0,65 - 0,05) = 0,54\text{ m}$$

$$A = 0,55 \times 0,09 + 0,1 \times 1,22 = 0,166\text{ m}^2$$

$$w = PP = 0,166 \times 25 = 4,15\text{ kN/m}$$

$$y_G = \frac{(0,55 \times 0,09) \times 0,275 + (0,1 \times 1,22) \times 0,6}{0,166} = 0,514\text{ m}$$

$$e = y_G \times x = 0,514 - 0,05 = 0,464\text{ m}$$

$$I = \frac{0,09 \times 0,55^3}{12} + 0,09 \times 0,55 \times (0,514 - 0,275)^2 + \frac{1,22 \times 0,1^3}{12} + 1,22 \times 0,1 \times (0,6 - 0,514)^2$$

$$I = 46,26 \times 10^{-4}\text{ m}^4$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 2 \times 1,5 = 3\text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487\text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 446,1\text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 446,1 \times 0,54 = 240,89\text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = b_w \times z \times Y \times \frac{f_{ck}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$Y = 0,6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)$$

b_w corresponde à largura da alma quando $h=2/3\text{ h}$

$$\frac{2}{3}h = 0,4 \rightarrow b_w = 0,089\text{ m}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,54 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 194,45 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 201,60 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 34 - Cargas disponíveis h=0,6 (2 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	9,62	15,20	23,63	79,59	9,62
11	7,23	11,84	21,10	59,37	7,23
12	5,41	9,29	18,99	45,40	5,41
13	3,99	7,30	17,22	35,45	3,99
14	2,87	5,72	15,69	28,18	2,87
15	1,97	4,45	14,37	22,74	1,97
16	1,23	3,41	13,21	18,60	1,23
17	0,61	2,55	12,19	15,39	0,61
18	0,09	1,82	11,28	12,87	0,09
19	0	1,21	10,47	10,86	0
20		0,69	9,74	9,24	

- **h=0,6 m (4 cordões)**

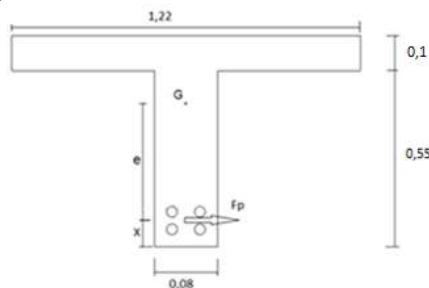


Figura 67 - Seção duplo T h=0,6 (4 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,514 - 0,075 = 0,439 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 892,2 \text{ kN}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 892,2 \times 0,54 = 481,79 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,54 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 194,45 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 414,54 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 35 - Cargas disponíveis h=0,6 (4 cordões) com betão complementar

Vão	M_{Rd}	M_{cr}	V_{Rd}	f	Menor dos valores
10	23,38	35,65	23,63	74,52	23,38
11	18,60	28,74	21,10	55,18	18,60
12	14,97	23,49	18,99	41,88	14,97
13	12,14	19,40	17,22	32,45	12,14
14	9,90	16,16	15,69	25,59	9,90
15	8,09	13,54	14,37	20,49	8,09
16	6,60	11,40	13,21	16,62	6,60
17	5,38	9,62	12,19	13,64	5,38
18	4,35	8,13	11,28	11,30	4,35
19	3,48	6,87	10,47	9,46	3,48
20	2,73	5,80	9,74	7,97	2,73

- **$h=0,6 \text{ m}$ (6 cordões)**

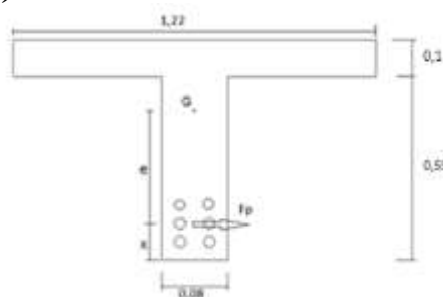


Figura 68 - Seção duplo T $h=0,6$ (6 cordões) com betão complementar

$$e = y_G \times x = 0,514 - 0,1 = 0,414 \text{ m}$$

Área do aço de pré-esforço

$$A_p = 6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}^2$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

Força de pré-esforço

$$f_{pd} = \frac{0,9 \times f_{puk}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1900}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

$$F_p = A_p \times f_{pd} = 9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 = 1338,3 \text{ kN}$$

Momento Resistente

$$M_{Rd} = F_p \times z = 1338,3 \times 0,54 = 722,68 \text{ kN.m}$$

Esforço Transverso

$$V_{Rd} = 0,089 \times 0,54 \times \left(0,6 \times \left(1 - \frac{40}{250}\right)\right) \times \frac{\frac{40000}{1,5}}{2,5 + \frac{1}{2,5}} = 194,45 \text{ kN/m}$$

Fendilhação

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} \times \left(\frac{P}{A} - f_{ctk} + \frac{P \times e \times Y}{I}\right) = 605,17 \text{ kN.m}$$

Variando L de 10 a 20 m obtemos as seguintes cargas disponíveis

Tabela 36 - Cargas disponíveis h=0,6 (6 cordões) com betão complementar

Vão	M _{Rd}	M _{cr}	V _{Rd}	f	Menor dos valores
10	37,15	53,95	23,63	70,07	23,63
11	29,98	43,86	21,10	51,50	21,10
12	24,53	36,19	18,99	38,79	18,99
13	2,029	30,23	17,22	29,82	17,22
14	16,92	25,49	15,69	23,32	15,69
15	14,20	21,67	14,37	18,51	14,20
16	11,98	18,54	13,21	14,88	11,98
17	10,14	15,95	12,19	12,10	10,14
18	8,60	13,78	11,28	9,93	8,60
19	7,29	11,94	10,47	8,22	7,29
20	6,174	10,37	9,74	6,86	6,174

4.2 Eficácia

A eficácia E_f de uma dada secção quantifica-se, neste caso, em unidades de força, uma vez que se trata de um somatório de cargas por unidade de largura e ao longo de um comprimento.

Nestes termos, conhecidos os pontos críticos e as curvas condicionantes da carga disponível, a eficácia é calculada pela soma das parcelas da carga disponível em função dos estados limites intervenientes.

As formulas seguintes foram retiradas de: CAMPOSINHOS, Rui de Sousa; NEVES, Afonso Serra, Lajes Aligeiradas com Vigotas Pré-Tensionadas. Porto: Feup edições, 2005

Desta forma tem-se, para um dado estado limite, a parcela da eficácia correspondente para o esforço transverso:

$$E_{f V_{Rd}} = \frac{2 \times V_{rd} \times \ln(l_s) - w \times l_s \times \gamma - 2 \times V_{rd} \times \ln(l_i) - w \times l_i \times \gamma}{\gamma}$$

Para o momento fletor resistente:

$$E_{f M_{Rd}} = \frac{-8 \times M_{rd} \times l_i - w \times l_s^2 \times \gamma \times l_i + 8 \times M_{rd} \times l_s - w \times l_i^2 \times \gamma \times l_s}{\gamma \times l_s \times l_i}$$

Igualmente para a fendilhação:

$$E_{f M_{cr}} = \frac{-8 \times \zeta_1 \times M_{cr} \times l_i - w \times l_s^2 \times l_i + 8 \times M_{cr} \times l_s + w \times l_i^2 \times l_s}{l_s \times l_i}$$

e finalmente para o estado limite de deformação:

$$E_{f defor} = \frac{192 \times \zeta_2 \times EI \times (l_s^2 - l_i^2) - 5 \times w \times k \times (1 + \theta) \times (l_s^3 \times l_i^2 - l_i^3 \times l_s^2)}{l_s \times l_i}$$

Estabelecido o domínio de avaliação, pelos valores $l_i = l_{min}$ e $l_s = l_{max}$ e identificadas as curvas condicionantes nos respetivos intervalos e pontos críticos, a eficácia fica definida pela seguinte expressão genérica:

$$E_{f_{l_{min}}^{l_{max}}} = \sum E_{f EL}$$

Dados:

$$\gamma = 1,4 ; \zeta_1 = 1,2 \text{ e } \zeta_2 = 1,3$$

4.2.1 Sem betão complementar

- $h=0,3$ (2 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

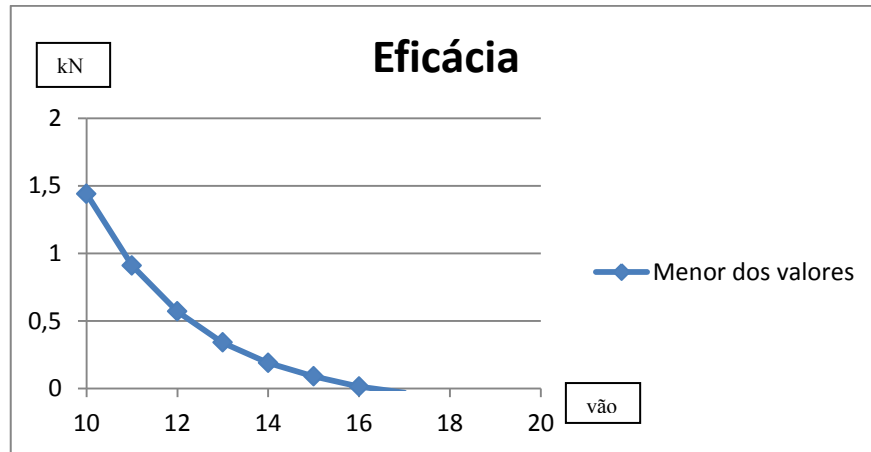


Gráfico 1 - Eficácia h=0,3 (2 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 16,7$ m.

$$E_f = E_{f\ defor} = 2,22\ kN$$

- $h=0,3$ (4 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

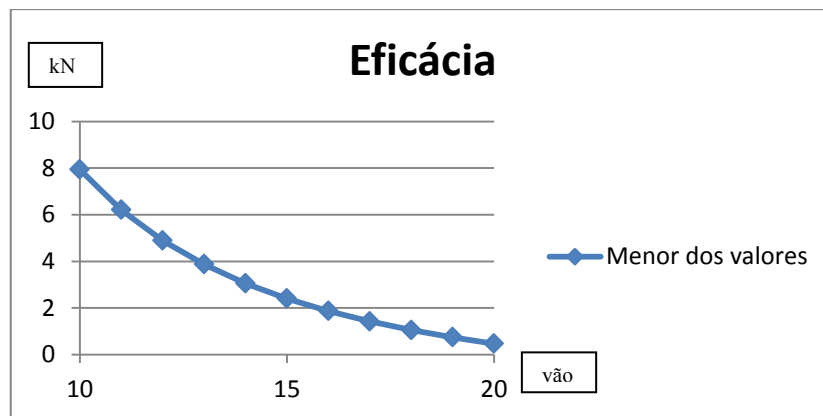


Gráfico 2 - Eficácia h=0,3 (4 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 14,6$ m.

$$E_f = E_{f\ defor} = 35,56\ kN$$

- $h=0,3$ (6 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

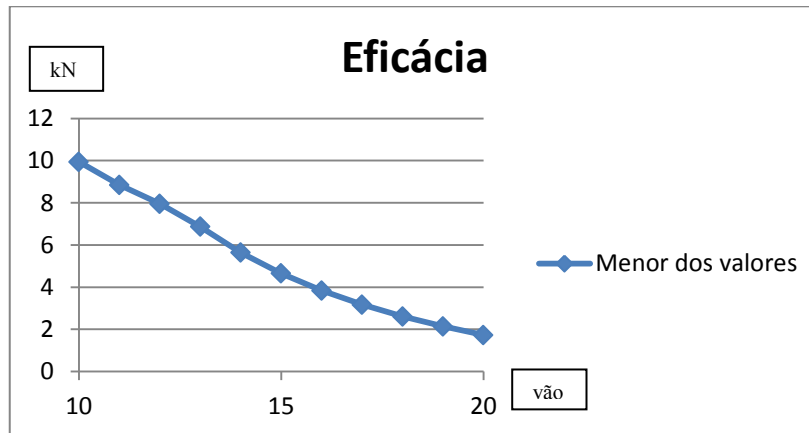


Gráfico 3 - Eficácia $h=0,3$ (6 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 13,4$ m.

$$E_f = E_{f\ defor} = 35,56\ kN$$

- $h=0,35$ (2 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

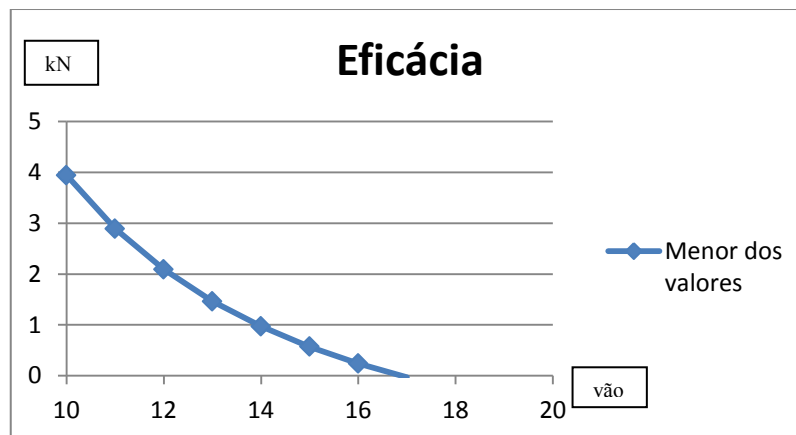


Gráfico 4 - Eficácia $h=0,35$ (2 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 17,1$ m.

$$E_f = E_{f\ M_{cr}} = 10,74\ kN$$

- $h=0,35$ (4 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

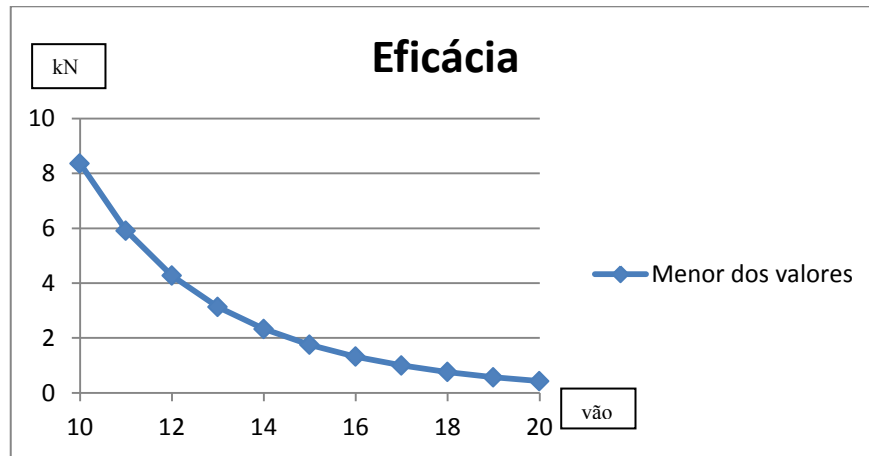


Gráfico 5 - Eficácia $h=0,35$ (4 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 20$ m.

$$E_f = E_{f\ defor} = 25,25\ kN$$

- $h=0,35$ (6 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

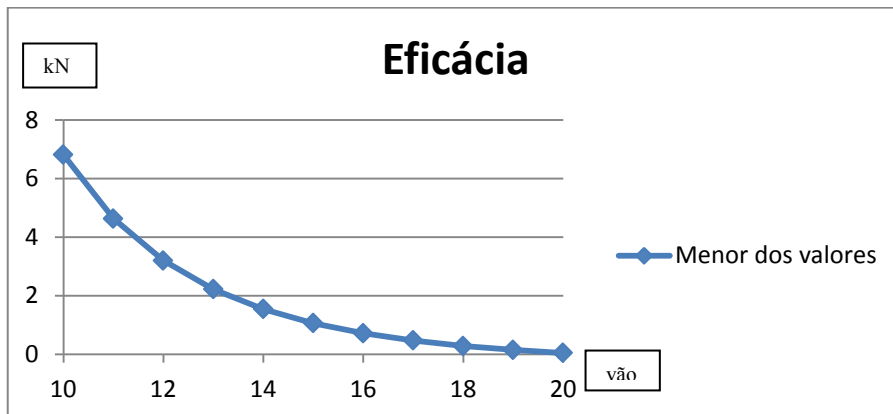


Gráfico 6 - Eficácia $h=0,35$ (6 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 20$ m.

$$E_f = E_{f\ defor} = 25,25\ kN$$

- $h=0,4$ (2 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

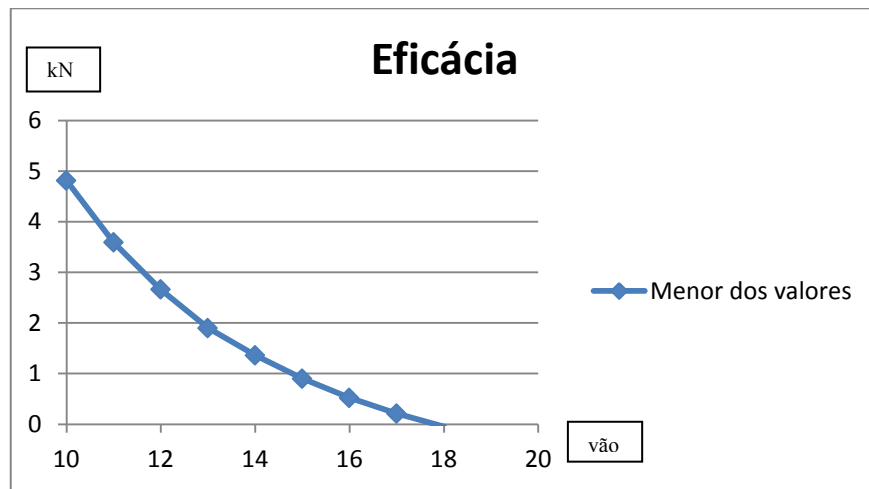


Gráfico 7 - Eficácia $h=0,4$ (2 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 17,9$ m.

$$E_f = E_{f_{M_{cr}}} = 14,87 \text{ kN}$$

- $h=0,4$ (4 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

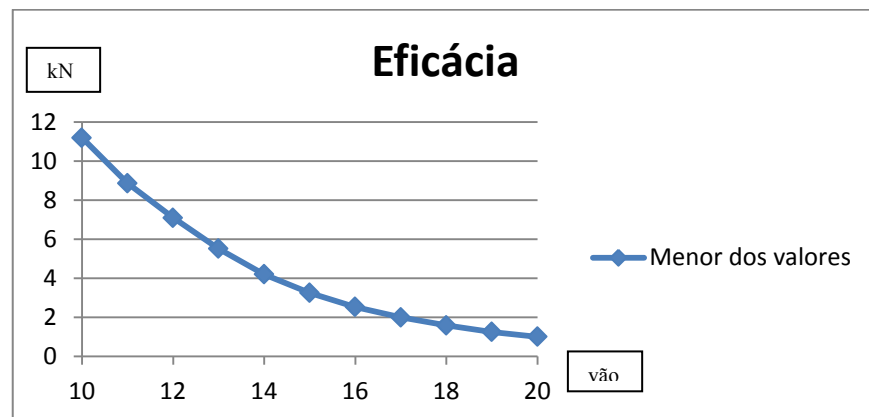


Gráfico 8 - Eficácia $h=0,4$ (4 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0$ m e o ponto crítico com a f , para $l = 12,7$ m, condicionada pela deformação entre este ponto e $l_{max} = 20,0$ m.

$$E_f = E_{f_{M_{cr}}} + E_{f_{defor}} = 4,34 + 17,28 = 21,62 \text{ kN}$$

- $h=0,4$ (6 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

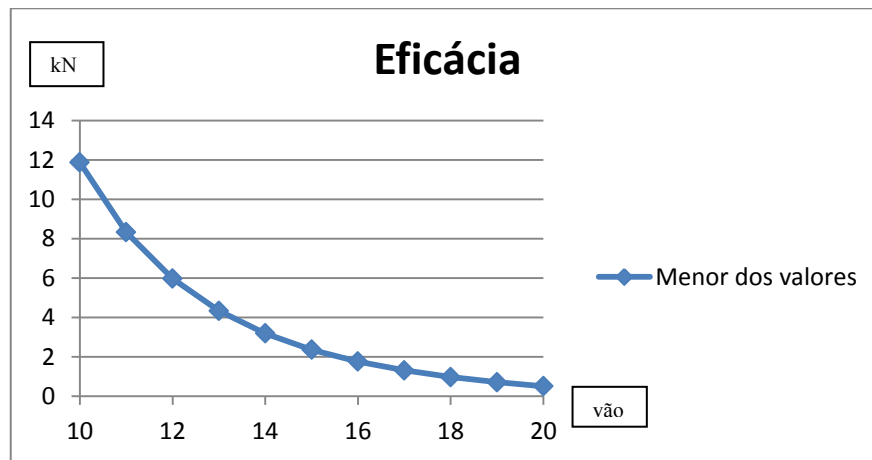


Gráfico 9 - Eficácia $h=0,4$ (6 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 20$ m.

$$E_f = E_{f_{defor}} = 39,83 \text{ kN}$$

- $h=0,45$ (2 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

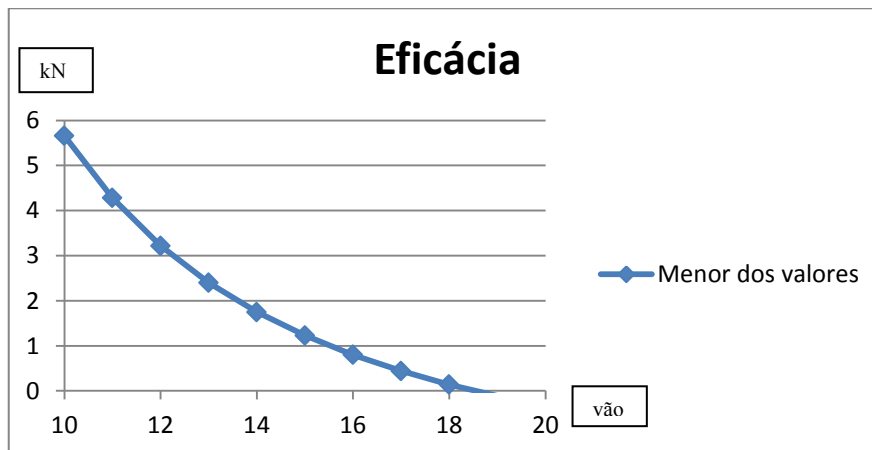


Gráfico 10 - Eficácia $h=0,45$ (2 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 18,6$ m.

$$E_f = E_{f_{Mcr}} = 19,70 \text{ kN}$$

- $h=0,45$ (4 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

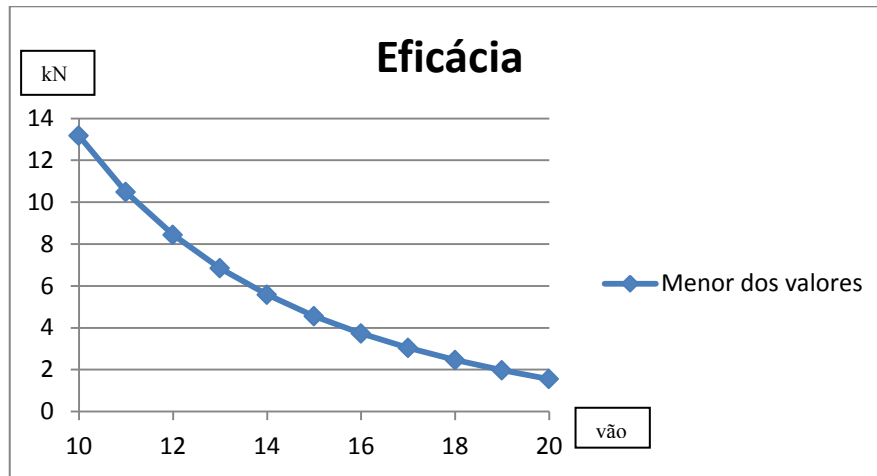


Gráfico 11 - Eficácia $h=0,45$ (4 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 20,0$ m.

$$E_f = E_{f_{M_{cr}}} = 63,52 \text{ kN}$$

- $h=0,45$ (6 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

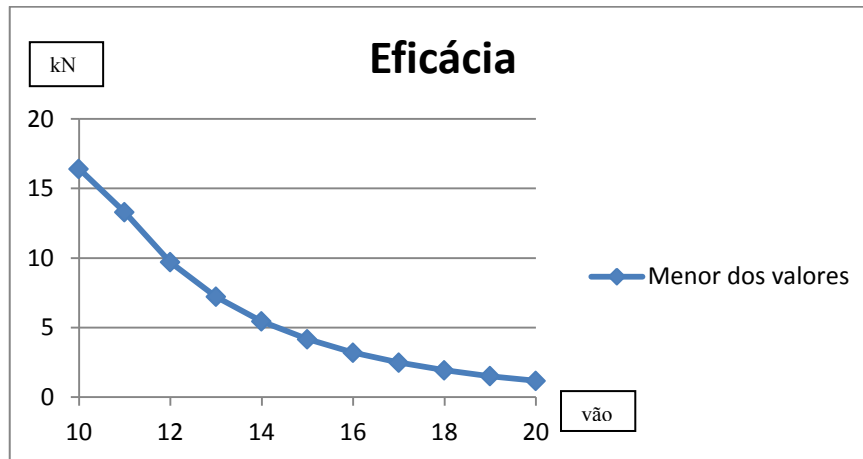


Gráfico 12 - Eficácia $h=0,45$ (6 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo esforço transversal, entre $l_{min} = 10,0$ m e o ponto crítico com a f , para $l = 10,8$ m, condicionada pela deformação entre este ponto e $l_{max} = 20,0$ m.

$$E_f = E_{f_{V_{Rd}}} + E_{f_{defor}} = 12,55 + 45,21 = 57,76 \text{ kN}$$

- $h=0,5$ (2 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

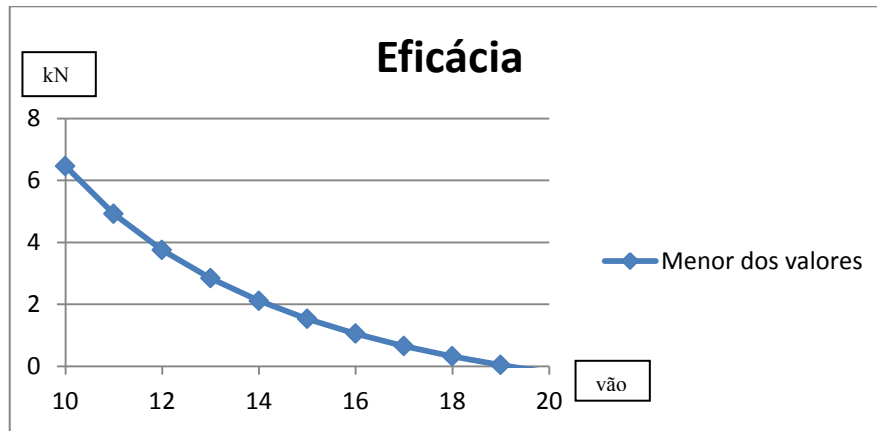


Gráfico 13 - Eficácia $h=0,5$ (2 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 19,1$ m.

$$E_f = E_{f_{M_{cr}}} = 24,19 \text{ kN}$$

- $h=0,5$ (4 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

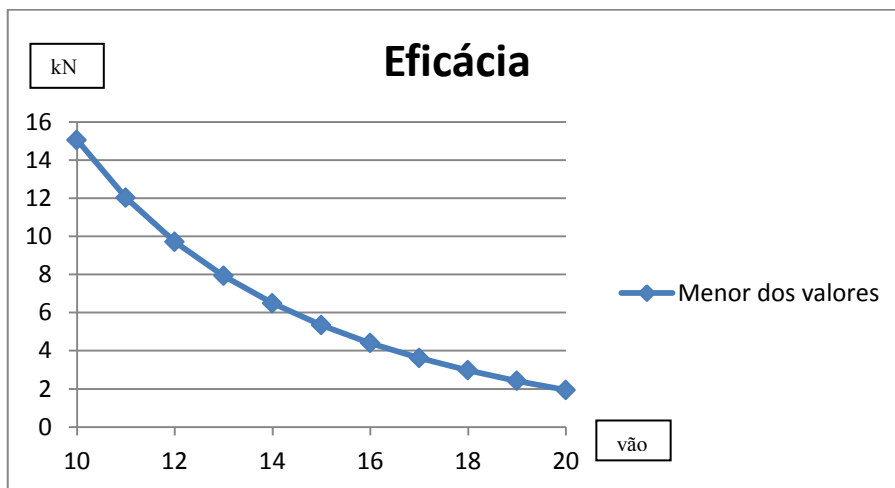


Gráfico 14 - Eficácia $h=0,5$ (4 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 20,0$ m.

$$E_f = E_{f_{M_{cr}}} = 73,63 \text{ kN}$$

- **$h=0,5$ (6 cordões)**

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

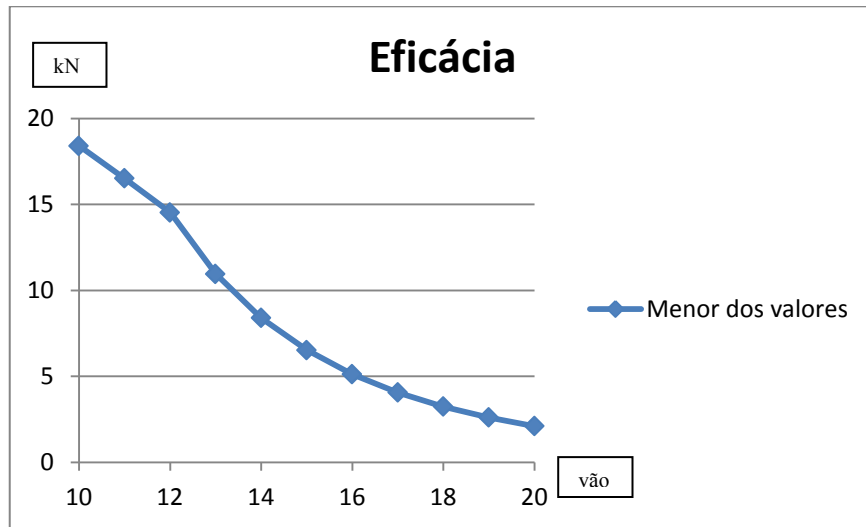


Gráfico 15 - Eficácia $h=0,5$ (6 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo esforço transversal, entre $l_{min} = 10,0 m$ e o ponto crítico com a f , para $l = 11,8 m$, condicionada pela deformação entre este ponto e $l_{max} = 20,0 m$.

$$E_f = E_{f_{V_{RD}}} + E_{f_{deform}} = 30,12 + 46,31 = 76,43 \text{ kN}$$

- **$h=0,6$ (2 cordões)**

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

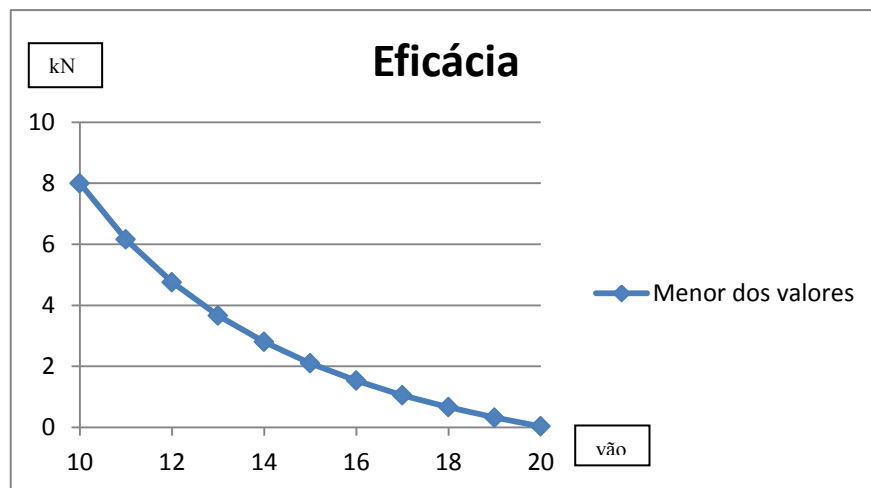


Gráfico 16 - Eficácia $h=0,6$ (2 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0 m$ e $l_{max} = 19,1 m$.

$$E_f = E_{f_{M_{cr}}} = 33,26 \text{ kN}$$

- $h=0,6$ (4 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

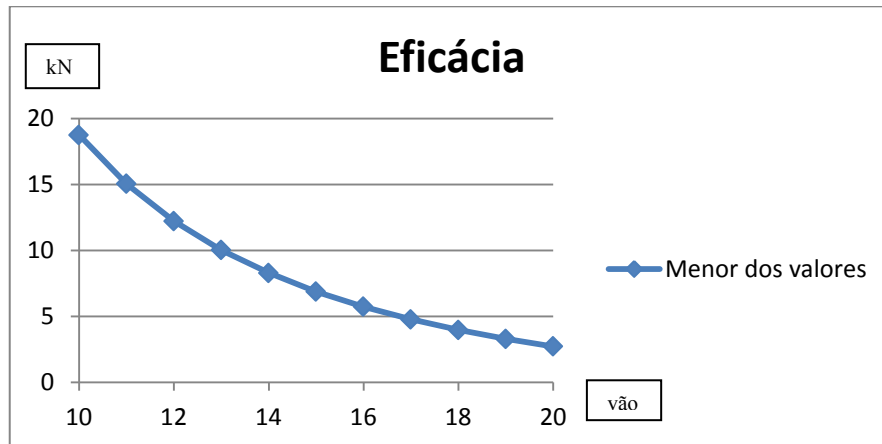


Gráfico 17 - Eficácia $h=0,6$ (4 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela fendilhação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 20,0$ m.

$$E_f = E_{f M_{cr}} = 93,45 \text{ kN}$$

- $h=0,6$ (6 cordões)

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

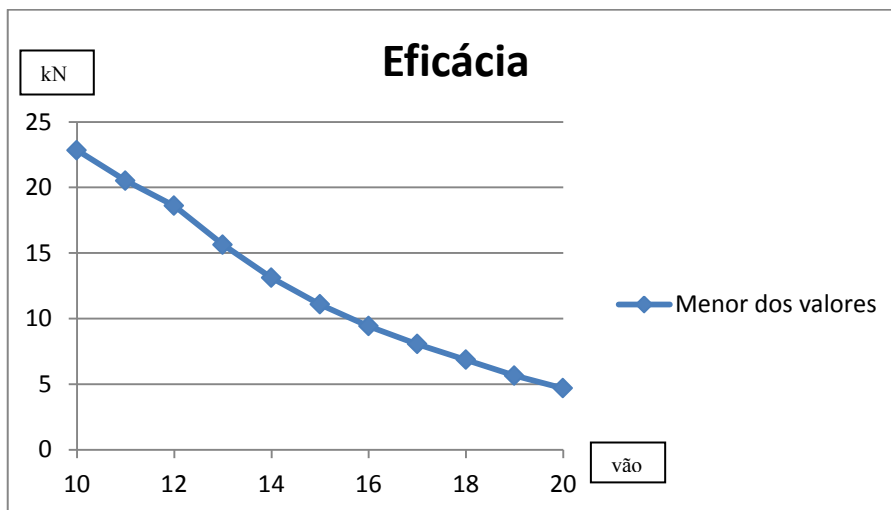


Gráfico 18 - Eficácia $h=0,6$ (6 cordões)

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo esforço transversal, entre $l_{min} = 10,0$ m e o ponto crítico com M_{cr} , para $l = 12,3$ m, condicionada pela fendilhação entre este ponto e $l = 17,9$ m e a partir deste ponto condicionada pela deformação até o $l_{max} = 20,0$

$$E_f = E_{f v_{Rd}} + E_{f M_{cr}} + E_{f defor} = 46,68 + 46,89 + 9,13 = 102,7 \text{ kN}$$

4.2.2 Com betão complementar

- $h=0,3$ (2 cordões) com betão complementar

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

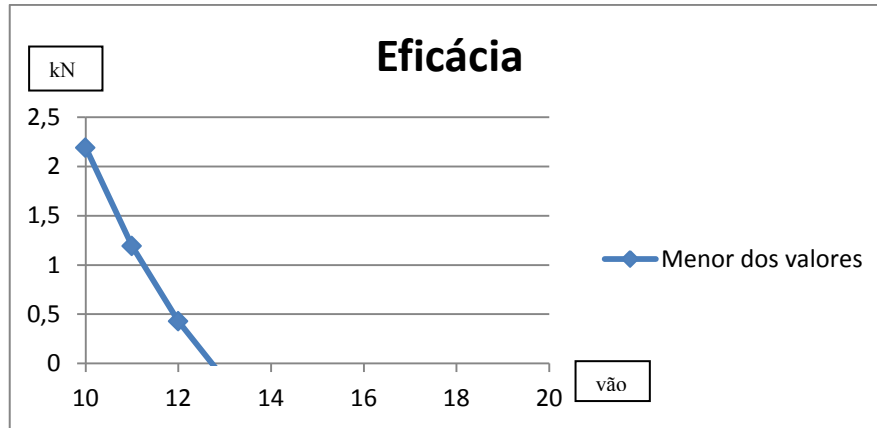


Gráfico 19 - Eficácia $h=0,3$ (2 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 12,7$ m.

$$E_f = E_{f M_{Rd}} = 2,61 \text{ kN}$$

- $h=0,3$ (4 cordões) com betão complementar

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

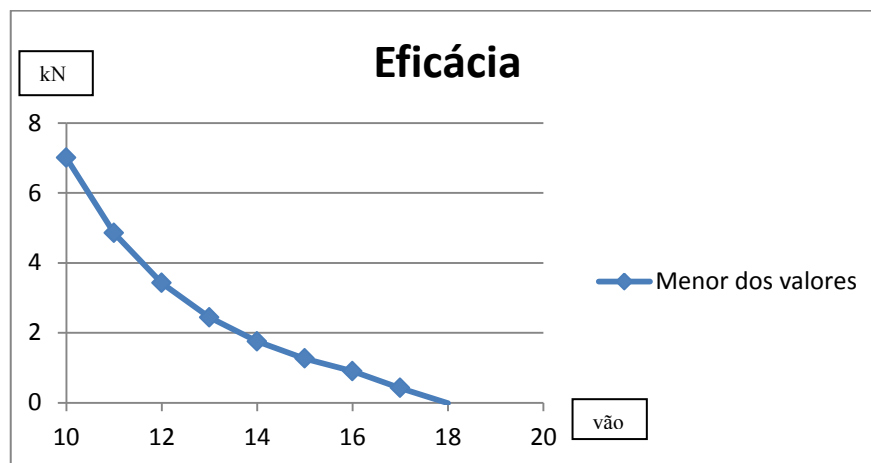


Gráfico 20 - Eficácia $h=0,3$ (4 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0$ m e $l_{max} = 17,9$ m.

$$E_f = E_{f defor} = 10,35 \text{ kN}$$

- ***h=0,3 (6 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

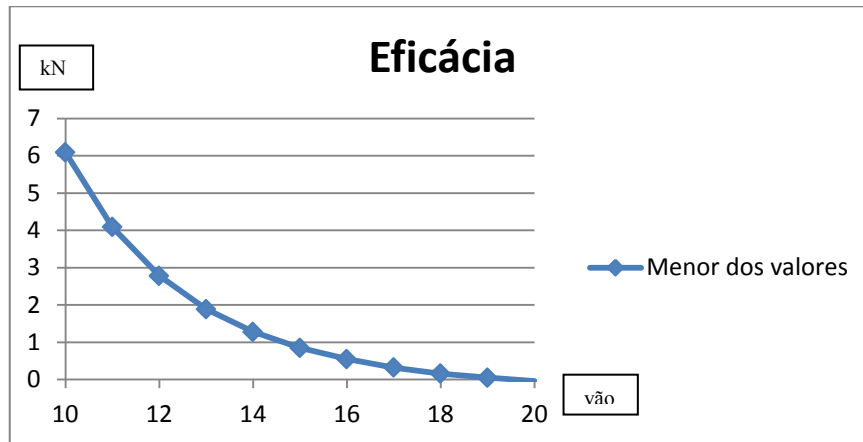


Gráfico 21 - Eficácia h=0,3 (6 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0 m$ e $l_{max} = 19,8 m$.

$$E_f = E_{f_{defor}} = 9,96 kN$$

- ***h=0,35 (2 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

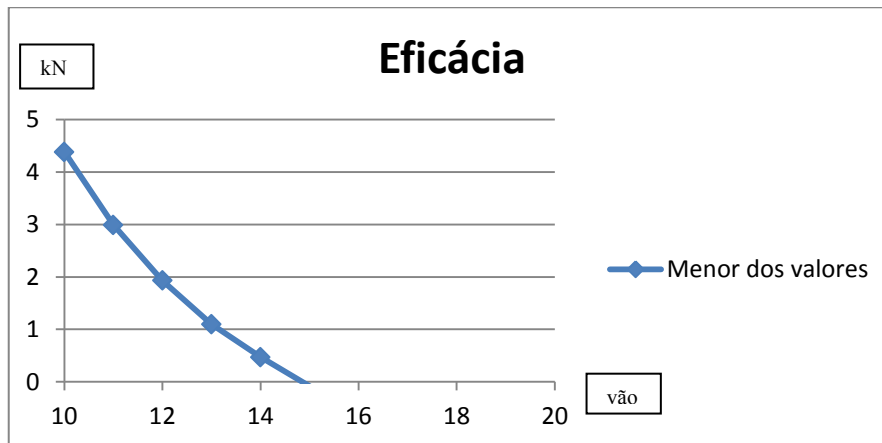


Gráfico 22 - Eficácia h=0,35 (2 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0 m$ e $l_{max} = 14,8 m$.

$$E_f = E_{f_{MRd}} = 7,52 kN$$

- ***h=0,35 (4 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

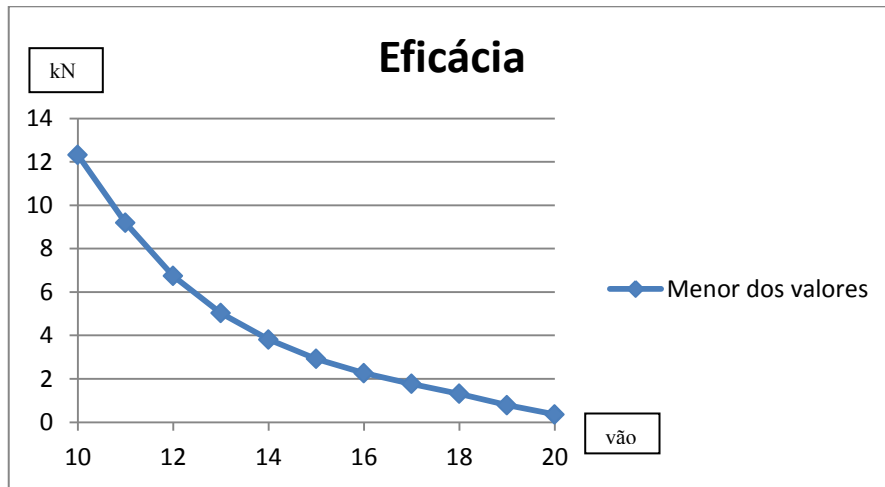


Gráfico 23 - Eficácia h=0,35 (4 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0 m$ e o ponto crítico com M_{Rd} , para $l = 17,7 m$, condicionada pelo momento flector resistente entre este ponto e $l_{max} = 20,0 m$.

$$E_f = E_{f\ defor} + E_{f\ M_{Rd}} = 18,61 + 33,80 = 52,41\ kN$$

- ***h=0,35 (6 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

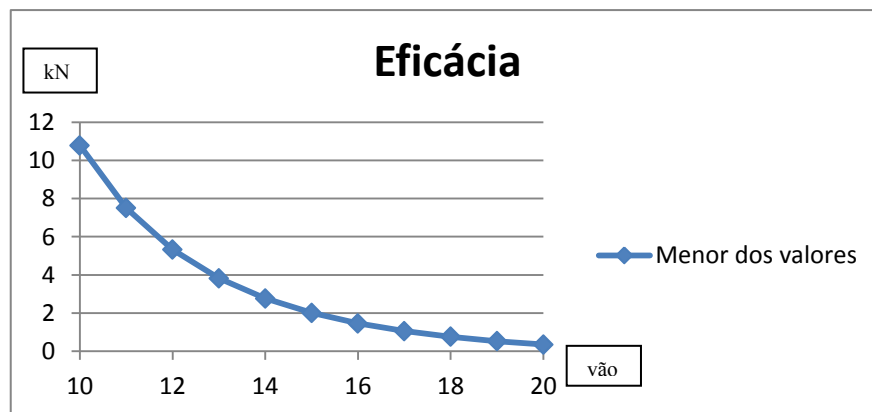


Gráfico 24 - Eficácia h=0,35 (6 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pela deformação, entre $l_{min} = 10,0 m$ e $l_{max} = 20 m$.

$$E_f = E_{f\ defor} = 18,98\ kN$$

- ***h=0,4 (2 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

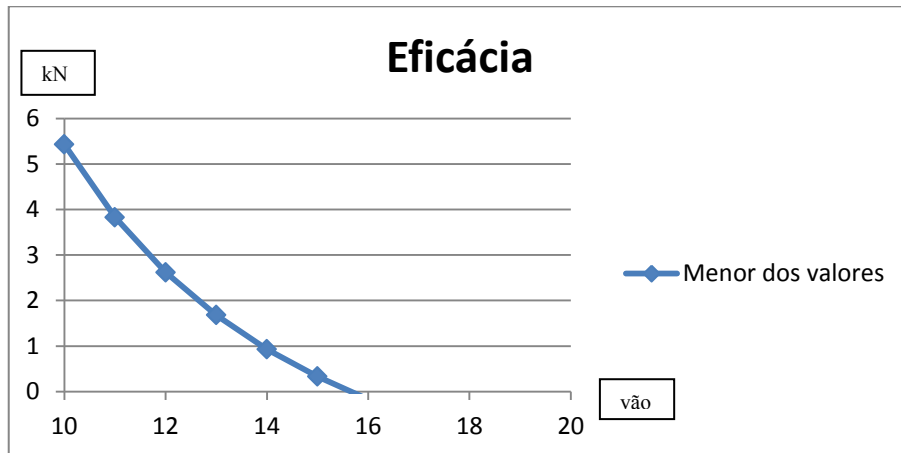


Gráfico 25 - Eficácia h=0,4 (2 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0\text{ m}$ e $l_{max} = 15,6\text{ m}$.

$$E_f = E_{f M_{Rd}} = 11,95\text{ kN}$$

- ***h=0,4 (4 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

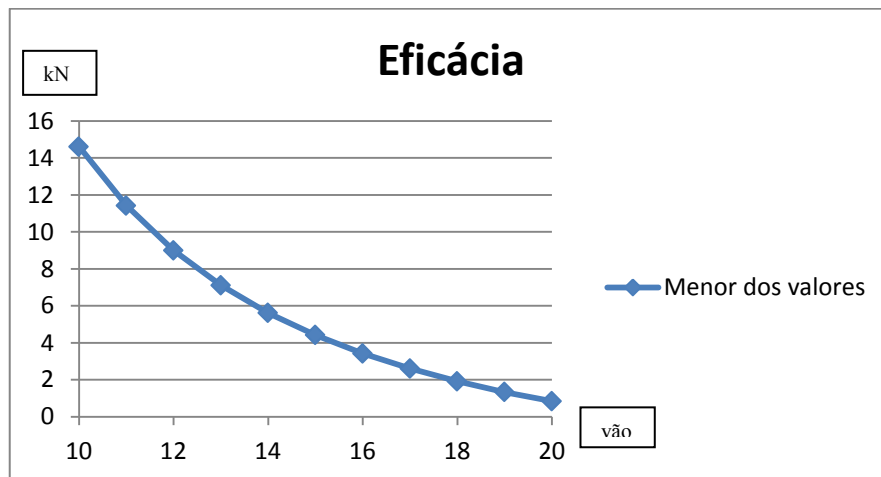


Gráfico 26 - Eficácia h=0,4 (4 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0\text{ m}$ e $l_{max} = 20\text{ m}$.

$$E_f = E_{f M_{Rd}} = 54,27\text{ kN}$$

- ***h=0,4 (6 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

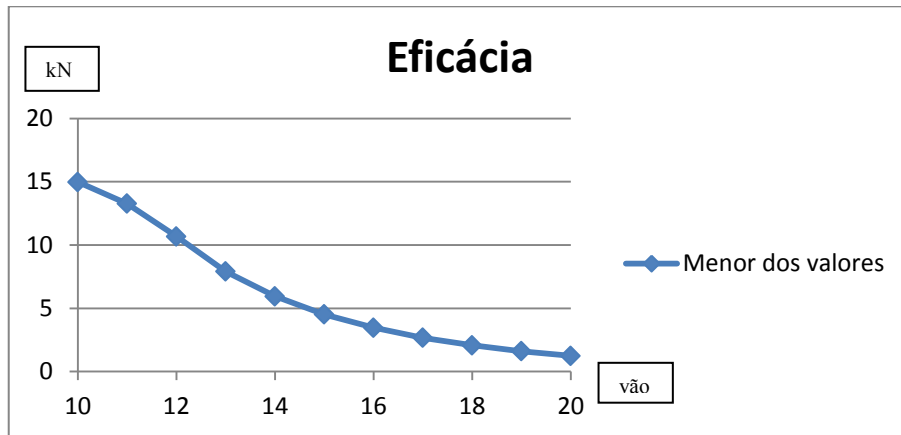


Gráfico 27 - Eficácia h=0,4 (6 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo esforço transversal, entre $l_{min} = 10,0 m$ e o ponto crítico com a f , para $l = 11,6 m$, condicionada pela deformação entre este ponto e $l_{max} = 20,0 m$.

$$E_f = E_f v_{Rd} + E_f defor = 21,79 + 22,49 = 44,28 kN$$

- ***h=0,45 (2 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

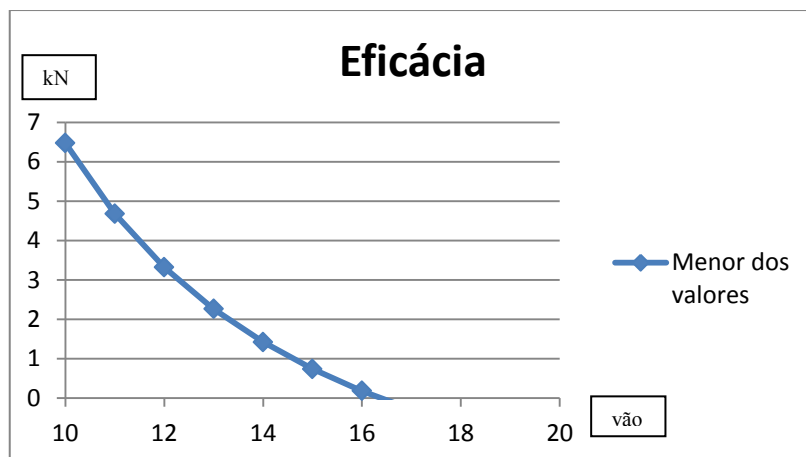


Gráfico 28 - Eficácia h=0,45 (2 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0 m$ e $l_{max} = 16,4 m$.

$$E_f = E_f M_{Rd} = 15,65 kN$$

- ***h=0,45 (4 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

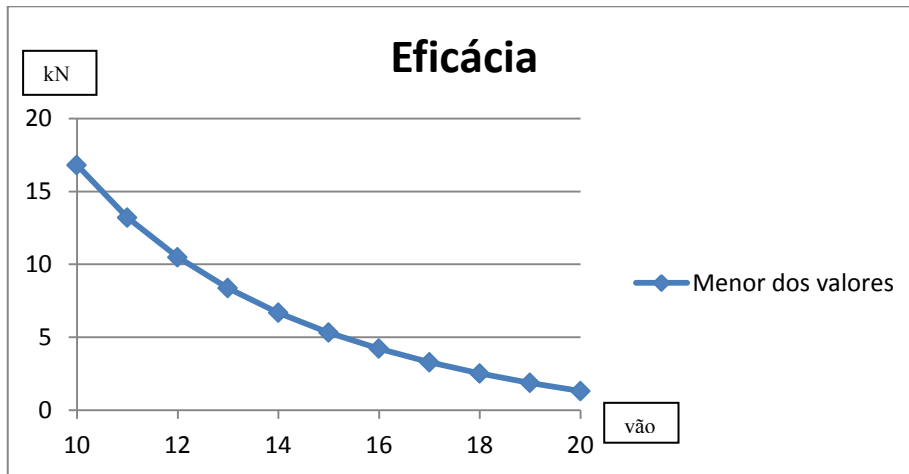


Gráfico 29 - Eficácia h=0,45 (4 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0 m$ e $l_{max} = 20 m$.

$$E_f = E_{f M_{Rd}} = 64,74 kN$$

- ***h=0,45 (6 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

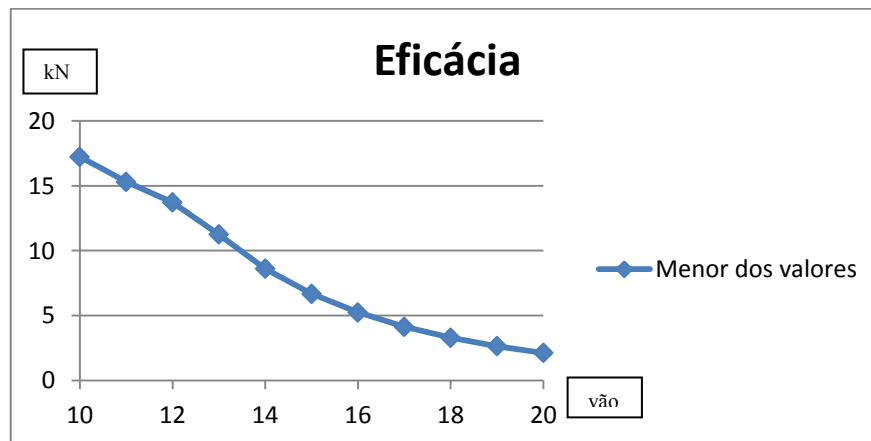


Gráfico 30 - Eficácia h=0,45 (6 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo esforço transversal, entre $l_{min} = 10,0 m$ e o ponto crítico com a f , para $l = 12,7 m$, condicionada pela deformação entre este ponto e $l_{max} = 20,0 m$.

$$E_f = E_{f V_{Rd}} + E_{f defor} = 39,96 + 20,86 = 60,82 kN$$

- ***h=0,5 (2 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

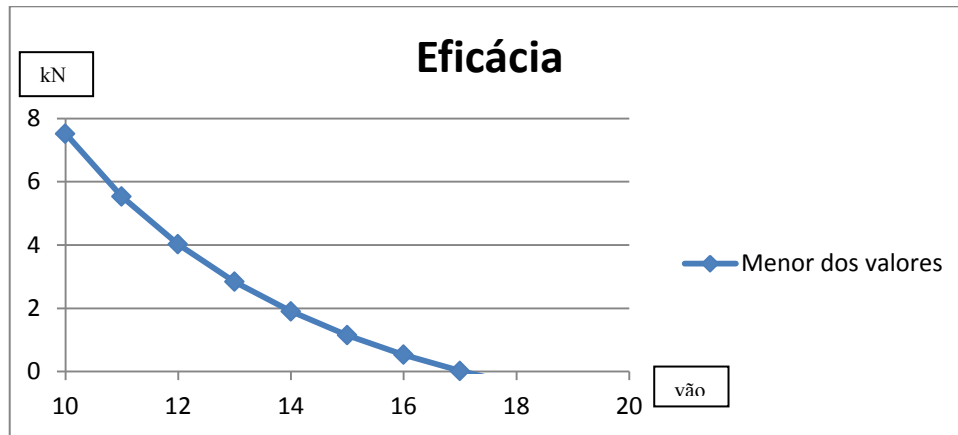


Gráfico 31 - Eficácia h=0,5 (2 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0\text{ m}$ e $l_{max} = 17,8\text{ m}$.

$$E_f = E_f M_{Rd} = 18,94\text{ kN}$$

- ***h=0,5 (4 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

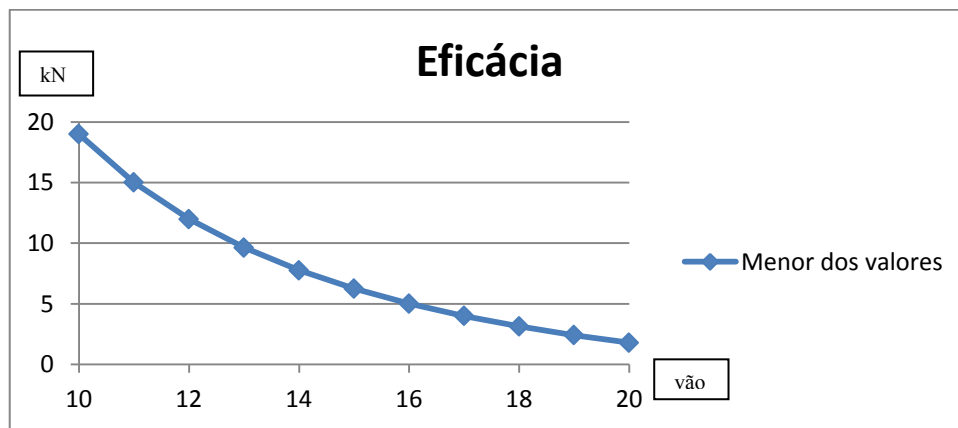


Gráfico 32 - Eficácia h=0,5 (4 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0\text{ m}$ e $l_{max} = 20\text{ m}$.

$$E_f = E_f M_{Rd} = 75,21\text{ kN}$$

- ***h=0,5 (6 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

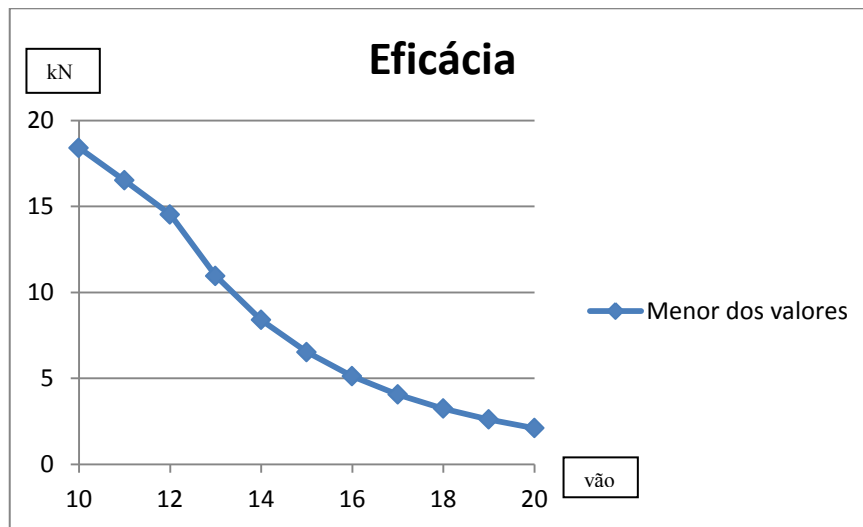


Gráfico 33 - Eficácia h=0,5 (6 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo esforço transversal, entre $l_{min} = 10,0 m$ e o ponto crítico com a f , para $l = 14 m$, condicionada pela deformação entre este ponto e $l_{max} = 20,0 m$.

$$E_f = E_{f V_{Rd}} + E_{f defor} = 77,89 + 19,68 = 97,57 kN$$

- ***h=0,6 (2 cordões) com betão complementar***

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

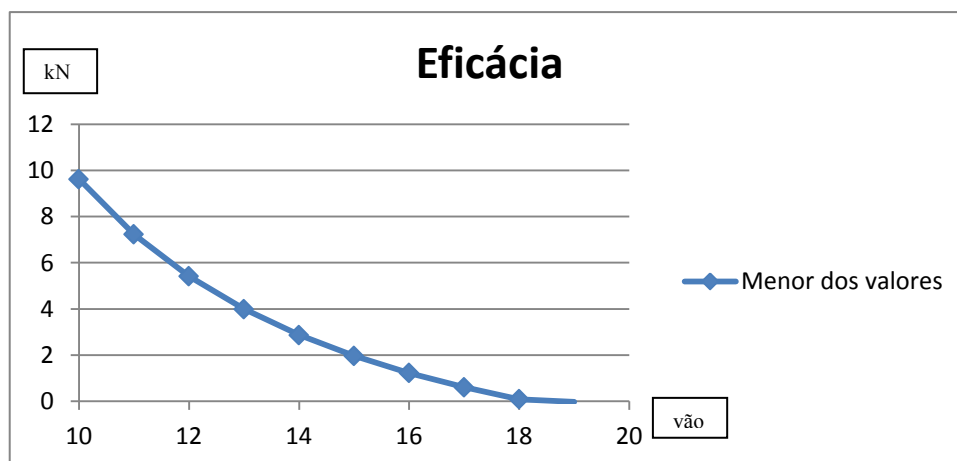


Gráfico 34 - Eficácia h=0,6 (2 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0 m$ e $l_{max} = 18,9 m$.

$$E_f = E_{f M_{Rd}} = 27,89 kN$$

- **h=0,6 (4 cordões) com betão complementar**

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

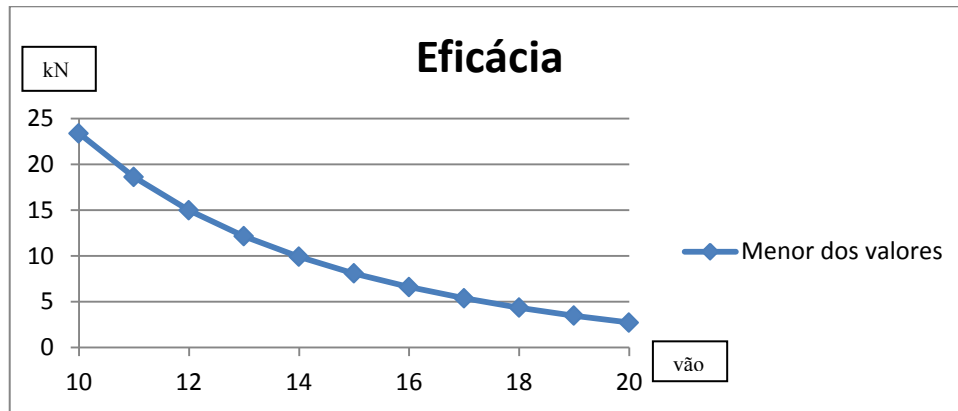


Gráfico 35 - Eficácia h=0,6 (4 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo momento flector resistente, entre $l_{min} = 10,0 m$ e $l_{max} = 20,0 m$.

$$E_f = E_{f M_{Rd}} = 96,15 kN$$

- **h=0,6 (6 cordões) com betão complementar**

Através da tabela das cargas disponíveis e utilizando o menor valor dos estados limites intervenientes obteve-se o seguinte gráfico para o cálculo da eficácia.

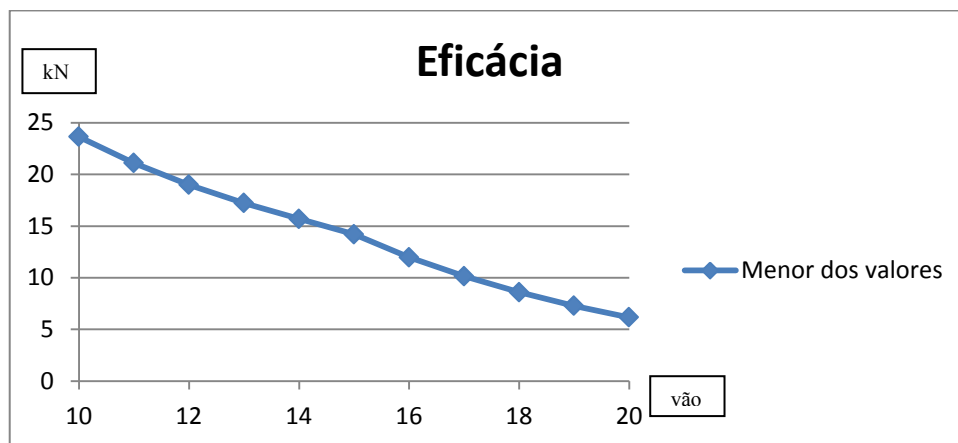


Gráfico 36 - Eficácia h=0,6 (6 cordões) com betão complementar

Neste caso as cargas disponíveis são condicionadas pelo esforço transversal, entre $l_{min} = 10,0 m$ e o ponto crítico com M_{Rd} , para $l = 14,9 m$, condicionada pelo momento flector resistente entre este ponto e $l_{max} = 20 m$.

$$E_f = E_{f V_{Rd}} + E_{f M_{Rd}} = 90,44 + 49,51 = 139,95 kN$$

4.3 Custo estrutural

O custo deve ser entendido num contexto generalizado, representando a valoração dos recursos utilizados na obtenção de um determinado benefício.

De forma a se poder analisar se um determinado benefício é compensado pelo custo, é necessário que ambos sejam expressos numa mesma unidade comum de medida. Os sistemas económicos utilizam as unidades monetárias como medida de comparação entre recursos e benefícios.

Unidades de custo

As unidades de custo permitem quantificar os custos no mesmo sistema de unidades dos benefícios, neste caso da eficácia expressa e definida em kN.

O custo assim definido abrange exclusivamente as partes do pavimento que contribuem para a formação da eficácia e correspondem a considerar:

- as armaduras com ou sem pré-esforço instalado;
- betão das nervuras prefabricadas;
- betão complementar de enchimento.

$$C = (A_b \times f_{ck}) + (A_p \times f_{pyd}) + (A_{bc} \times f_{ckc})$$

4.3.1 Sem betão complementar

- *h=0,3 (2 cordões)*

$$C = (0,081 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 2471,1 \text{ kN}$$

- *h=0,3 (4 cordões)*

$$C = (0,081 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 2917,2 \text{ kN}$$

- *h=0,3 (6 cordões)*

$$C = (0,081 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3363,3 \text{ kN}$$

- *h=0,35 (2 cordões)*

$$C = (0,085 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 2571,1 \text{ kN}$$

- *h=0,35 (4 cordões)*

$$C = (0,085 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3017,2 \text{ kN}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- ***h=0,35 (6 cordões)***

$$C = (0,085 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3463,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,4 (2 cordões)***

$$C = (0,089 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 2671,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,4 (4 cordões)***

$$C = (0,089 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3117,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,4 (6 cordões)***

$$C = (0,089 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3563,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,45 (2 cordões)***

$$C = (0,093 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 2771,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,45 (4 cordões)***

$$C = (0,093 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3217,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,45 (6 cordões)***

$$C = (0,093 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3663,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,5 (2 cordões)***

$$C = (0,097 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 2871,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,5 (4 cordões)***

$$C = (0,097 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3317,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,5 (6 cordões)***

$$C = (0,097 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3763,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,6 (2 cordões)***

$$C = (0,105 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3071,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,6 (4 cordões)***

$$C = (0,105 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3517,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,6 (6 cordões)***

$$C = (0,105 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + (0)$$
$$C = 3963,3 \text{ kN}$$

4.3.2 Com betão complementar

- ***h=0,3 (2 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,142 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7046,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,3 (4 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,142 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7492,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,3 (6 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,142 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7938,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,35 (2 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,146 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7146,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,35 (4 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,146 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7592,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,35 (6 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,146 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 8038,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,4 (2 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,150 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7246,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,4 (4 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,150 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7692,2 \text{ kN}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- ***h=0,4 (6 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,150 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 8138,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,45 (2 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,154 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7346,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,45 (4 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,154 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7792,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,45 (6 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,154 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 8238,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,5 (2 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,158 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7446,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,5 (4 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,158 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7892,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,5 (6 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,158 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 8338,3 \text{ kN}$$

- ***h=0,6 (2 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,166 \times 25 \times 10^3) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 7646,1 \text{ kN}$$

- ***h=0,6 (4 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,166 \times 25 \times 10^3) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 8092,2 \text{ kN}$$

- ***h=0,6 (6 cordões) com betão complementar***

$$C = (0,166 \times 25 \times 10^3) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3) + ((1,22 \times 0,05) \times 50 \times 10^3)$$
$$C = 8538,3 \text{ kN}$$

4.4 Eficiência

Independentemente do referencial de unidades utilizado para o custo, a relação entre benefício e custo, neste caso, eficácia/custo, é definida como eficiência.

A eficiência, e_f , é assim definida de forma generalizada:

$$e_f = \frac{E_f}{C}$$

4.4.1 Eficiência estrutural

Em termos estruturais, o custo de uma secção é equivalente ao “consumo” dessa secção em termos de valor equivalente da força representativa dos recursos mobilizados, medidos pela resistência característica dos materiais utilizados que contribuem para a quantificação da eficácia dessa secção.

A eficiência, calculada com base nos custos assim definidos, é designada por eficiência estrutural.

4.4.1.1 Sem betão complementar

- $h=0,3$ (2 cordões)

$$e_f = \frac{2,22}{2471,1} \times 100 = 0,090 \%$$

- $h=0,3$ (4 cordões)

$$e_f = \frac{35,56}{2917,2} \times 100 = 1,219 \%$$

- $h=0,3$ (6 cordões)

$$e_f = \frac{50,65}{3363,3} \times 100 = 1,506 \%$$

- $h=0,35$ (2 cordões)

$$e_f = \frac{10,74}{2571,1} \times 100 = 0,428 \%$$

- $h=0,35$ (4 cordões)

$$e_f = \frac{25,25}{3017,2} \times 100 = 0,837 \%$$

- $h=0,35$ (6 cordões)

$$e_f = \frac{25,25}{3463,3} \times 100 = 0,729 \%$$

- ***h=0,4 (2 cordões)***

$$e_f = \frac{14,87}{2671,1} \times 100 = 0,557 \%$$

- ***h=0,4 (4 cordões)***

$$e_f = \frac{21,62}{3117,2} \times 100 = 0,694 \%$$

- ***h=0,4 (6 cordões)***

$$e_f = \frac{39,83}{3563,3} \times 100 = 1,12 \%$$

- ***h=0,45 (2 cordões)***

$$e_f = \frac{19,70}{2771,1} \times 100 = 0,711 \%$$

- ***h=0,45 (4 cordões)***

$$e_f = \frac{63,52}{3217,2} \times 100 = 1,974 \%$$

- ***h=0,45 (6 cordões)***

$$e_f = \frac{57,76}{3663,3} \times 100 = 1,577 \%$$

- ***h=0,5 (2 cordões)***

$$e_f = \frac{24,19}{2871,1} \times 100 = 0,843 \%$$

- ***h=0,5 (4 cordões)***

$$e_f = \frac{73,63}{3317,2} \times 100 = 2,220 \%$$

- ***h=0,5 (6 cordões)***

$$e_f = \frac{76,43}{3763,3} \times 100 = 2,031 \%$$

- ***h=0,6 (2 cordões)***

$$e_f = \frac{33,26}{3071,1} \times 100 = 1,083 \%$$

- ***h=0,6 (4 cordões)***

$$e_f = \frac{93,45}{3517,2} \times 100 = 2,657 \%$$

- ***h=0,6 (6 cordões)***

$$e_f = \frac{102,7}{3963,3} \times 100 = 2,591 \%$$

4.4.1.2 Com betão complementar

- ***h=0,3 (2 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{2,61}{7046,1} \times 100 = 0,037 \%$$

- ***h=0,3 (4 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{10,35}{7492,2} \times 100 = 0,138 \%$$

- ***h=0,3 (6 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{9,96}{7938,3} \times 100 = 0,125 \%$$

- ***h=0,35 (2 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{7,52}{7146,1} \times 100 = 0,105 \%$$

- ***h=0,35 (4 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{52,41}{7592,2} \times 100 = 0,690 \%$$

- ***h=0,35 (6 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{18,98}{8038,3} \times 100 = 0,236 \%$$

- *h=0,4 (2 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{11,95}{7246,1} \times 100 = 0,165 \%$$

- *h=0,4 (4 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{54,27}{7692,2} \times 100 = 0,706 \%$$

- *h=0,4 (6 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{44,28}{8138,3} \times 100 = 0,544 \%$$

- *h=0,45 (2 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{15,65}{7346,1} \times 100 = 0,213 \%$$

- *h=0,45 (4 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{64,74}{7792,2} \times 100 = 0,831 \%$$

- *h=0,45 (6 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{60,82}{8238,3} \times 100 = 0,738 \%$$

- *h=0,5 (2 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{18,94}{7446,1} \times 100 = 0,254 \%$$

- *h=0,5 (4 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{75,21}{7892,2} \times 100 = 0,953 \%$$

- *h=0,5 (6 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{97,57}{8338,3} \times 100 = 1,170 \%$$

- *h=0,6 (2 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{27,89}{7646,1} \times 100 = 0,365 \%$$

- *h=0,6 (4 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{96,15}{8092,2} \times 100 = 1,188 \%$$

- *h=0,6 (6 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{139,95}{8538,3} \times 100 = 1,639 \%$$

4.4.2 Eficiência económica

A eficiência económica é obtida a partir dos custos definidos em unidades monetárias.

A eficiência económica de uma secção varia com diversas contingências e apenas é válida para o momento em que é calculada.

A eficiência económica é então definida com base num custo económico, em que o vector dos custos unitários é dado por:

- Custo unitário do betão das nervuras
- Custo do betão complementar
- Custo de um dado fio ou cordão de pré-esforço

A eficiência económica é assim dada pela expressão:

$$e_f = \frac{E_f}{C_{económico}}$$

Dados:

- ϵ_1 →Custo unitário do betão das nervuras (*betão C35 = 65 €/m³*)
- ϵ_2 →Custo do betão complementar (*betão C50 = 95 €/m³*)
- ϵ_3 →Custo de um dado fio ou cordão de pré-esforço = 0,0105 €/kN

$$C_{económico} = (A_b \times \epsilon_1) + (A_p \times f_{pyd} \times \epsilon_3) + (A_{bc} \times \epsilon_2)$$

4.4.2.1 Sem betão complementar

- *h=0,3 (2 cordões)*

$$e_f = \frac{2,22}{(0,081 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 0,223 \text{ kN/€}$$

- *h=0,3 (4 cordões)*

$$e_f = \frac{35,56}{(0,081 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 2,430 \text{ kN/€}$$

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,3$ (6 cordões)

$$e_f = \frac{50,65}{(0,081 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 2,622 \text{ kN/€}$$

- $h=0,35$ (2 cordões)

$$e_f = \frac{10,74}{(0,085 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 1,052 \text{ kN/€}$$

- $h=0,35$ (4 cordões)

$$e_f = \frac{25,25}{(0,085 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 1,695 \text{ kN/€}$$

- $h=0,35$ (6 cordões)

$$e_f = \frac{25,25}{(0,085 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 1,290 \text{ kN/€}$$

- $h=0,4$ (2 cordões)

$$e_f = \frac{14,87}{(0,089 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 1,420 \text{ kN/€}$$

- $h=0,4$ (4 cordões)

$$e_f = \frac{21,62}{(0,089 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 1,427 \text{ kN/€}$$

- $h=0,4$ (6 cordões)

$$e_f = \frac{39,83}{(0,089 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 2,008 \text{ kN/€}$$

- $h=0,45$ (2 cordões)

$$e_f = \frac{19,70}{(0,093 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 1,836 \text{ kN/€}$$

- $h=0,45$ (4 cordões)

$$e_f = \frac{63,52}{(0,093 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 4,121 \text{ kN/€}$$

- $h=0,45$ (6 cordões)

$$e_f = \frac{57,76}{(0,093 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 2,874 \text{ kN/€}$$

- $h=0,5$ (2 cordões)

$$e_f = \frac{24,19}{(0,097 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 2,201 \text{ kN/€}$$

- $h=0,5$ (4 cordões)

$$e_f = \frac{73,63}{(0,097 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 4,698 \text{ kN/€}$$

- $h=0,5$ (6 cordões)

$$e_f = \frac{76,43}{(0,097 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 3,754 \text{ kN/€}$$

- $h=0,6$ (2 cordões)

$$e_f = \frac{33,26}{(0,105 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 2,890 \text{ kN/€}$$

- $h=0,6$ (4 cordões)

$$e_f = \frac{93,45}{(0,105 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 5,771 \text{ kN/€}$$

- $h=0,6$ (6 cordões)

$$e_f = \frac{102,7}{(0,105 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + (0)} = 4,919 \text{ kN/€}$$

4.4.2.2 Com betão complementar

- $h=0,3$ (2 cordões) com betão complementar

$$e_f = \frac{2,61}{(0,142 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 0,132 \text{ kN/€}$$

- $h=0,3$ (4 cordões) com betão complementar

$$e_f = \frac{10,35}{(0,142 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 0,424 \text{ kN/€}$$

- $h=0,3$ (6 cordões) com betão complementar

$$e_f = \frac{9,96}{(0,142 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 0,343 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,35 (2 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{7,52}{(0,146 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 0,377 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,35 (4 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{52,41}{(0,146 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 2,123 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,35 (6 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{18,98}{(0,146 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 0,647 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,4 (2 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{11,95}{(0,150 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 0,591 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,4 (4 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{54,27}{(0,150 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 2,178 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,4 (6 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{44,28}{(0,150 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 1,496 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,45 (2 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{15,65}{(0,154 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 0,764 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,45 (4 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{64,74}{(0,154 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 2,572 \text{ kN/€}$$

- ***h=0,45 (6 cordões) com betão complementar***

$$e_f = \frac{60,82}{(0,154 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)}$$

$$= 2,037 \text{ kN/€}$$

- *h=0,5 (2 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{18,94}{(0,158 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 0,913 \text{ kN/€}$$

- *h=0,5 (4 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{75,21}{(0,158 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 2,957 \text{ kN/€}$$

- *h=0,5 (6 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{97,57}{(0,158 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 3,240 \text{ kN/€}$$

- *h=0,6 (2 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{27,89}{(0,166 \times 65) + (3 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 1,311 \text{ kN/€}$$

- *h=0,6 (4 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{96,15}{(0,166 \times 65) + (6 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 3,705 \text{ kN/€}$$

- *h=0,6 (6 cordões) com betão complementar*

$$e_f = \frac{139,95}{(0,166 \times 65) + (9 \times 10^{-4} \times 1487 \times 10^3 \times 0,0105) + ((1,22 \times 0,05) \times 95)} = 4,568 \text{ kN/€}$$

4.5 Tabela Geral

Tabela 37 - Tabela geral

<i>h (m)</i>	<i>Betão Complementar</i>	<i>Número de cordões</i>	<i>Eficácia (kN)</i>	<i>Eficiência estrutural (%)</i>	<i>Eficiência económica (€/kN)</i>
0,3	Sem	2	2,22	0,006	0,223
		4	35,56	0,098	2,43
		6	50,65	0,138	2,622
	Com	2	2,61	0,004	0,132
		4	10,35	0,016	0,424
		6	9,96	0,015	0,343
0,35	Sem	2	10,74	0,062	1,052
		4	25,25	0,067	1,695
		6	25,25	0,066	1,29
	Com	2	7,52	0,011	0,337
		4	52,41	0,078	2,123
		6	18,98	0,028	0,647
0,4	Sem	2	14,87	0,038	1,42
		4	21,62	0,055	1,427
		6	39,83	0,099	2,008
	Com	2	11,95	0,018	0,591
		4	54,27	0,079	2,178
		6	44,28	0,064	1,496
0,45	Sem	2	19,7	0,048	1,836
		4	63,52	0,153	4,121
		6	57,76	0,138	2,874
	Com	2	15,65	0,022	0,764
		4	64,74	0,092	2,572
		6	60,82	0,086	2,037
0,5	Sem	2	24,19	0,057	2,201
		4	73,63	0,17	4,698
		6	76,43	0,176	3,754
	Com	2	18,94	0,026	0,913
		4	75,21	0,104	2,957
		6	97,57	0,135	3,24
0,6	Sem	2	33,26	0,072	2,89
		4	93,45	0,2	5,771
		6	102,7	0,218	4,919
	Com	2	27,89	0,037	1,311
		4	96,15	0,092	3,705
		6	139,95	0,184	4,568

4.6 Comparação da eficácia

- $h=0,3$ (2 cordões)

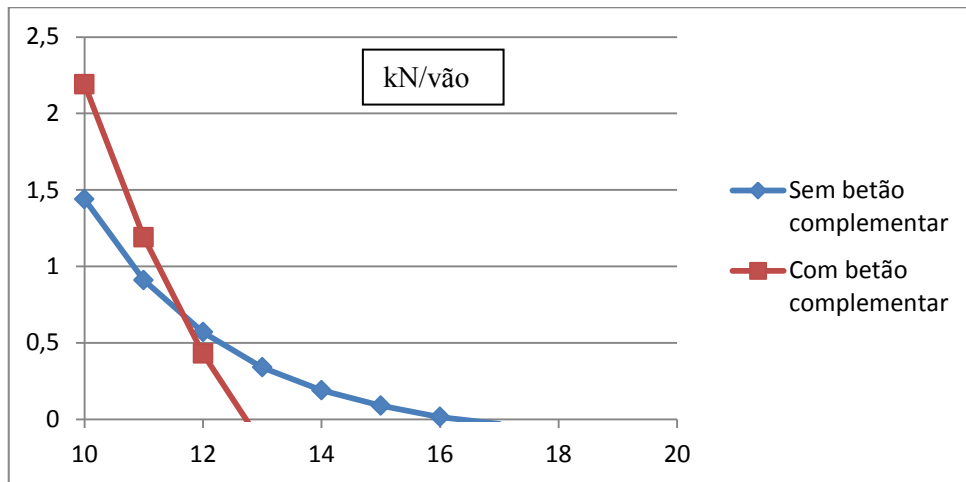


Gráfico 37 - Comparação da eficácia para $h=0,3$ (2 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz até um vão de 11,8 m, valor a partir do qual as posições se alteram.

- $h=0,3$ (4 cordões)

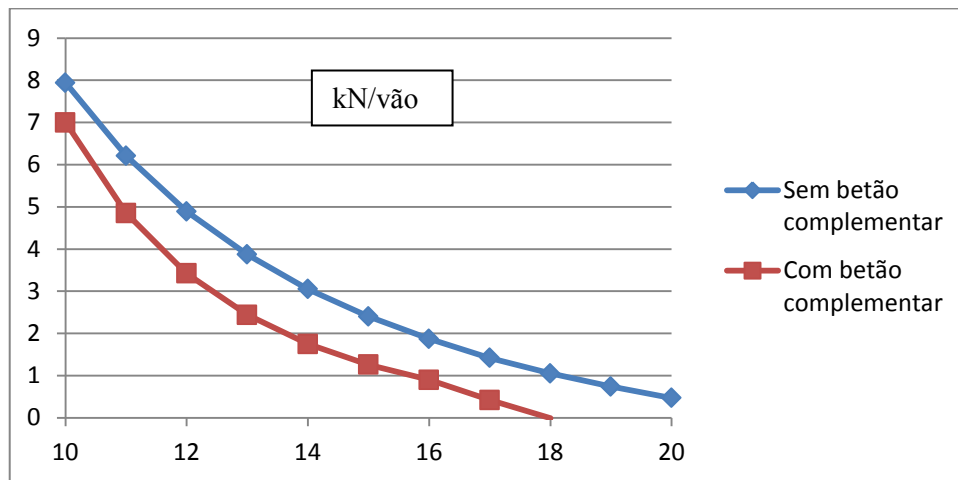


Gráfico 38 - Comparação da eficácia para $h=0,3$ (4 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga sem betão complementar é mais eficaz.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,3$ (6 cordões)

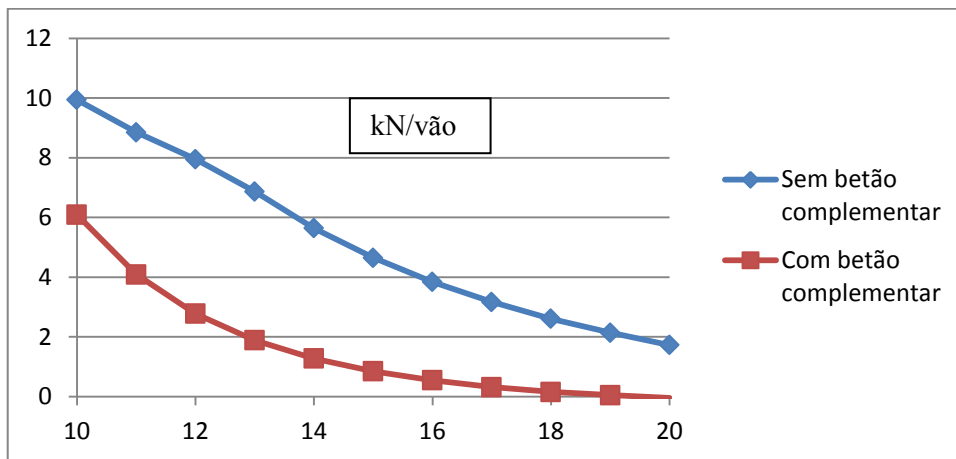


Gráfico 39 - Comparação da eficácia para $h=0,3$ (6 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga sem betão complementar é mais eficaz.

- $h=0,35$ (2 cordões)

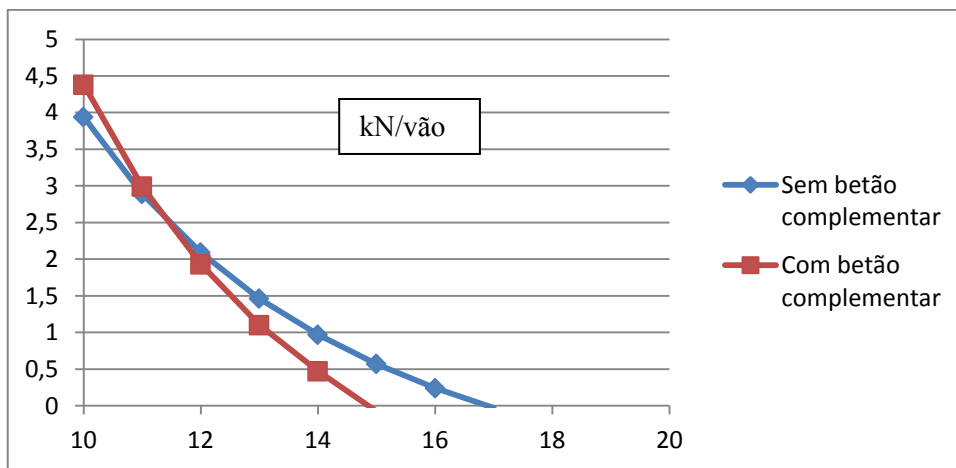


Gráfico 40 - Comparação da eficácia para $h=0,35$ (2 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz até um vão de 10,5 m, valor a partir do qual as posições se alteram.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,35$ (4 cordões)

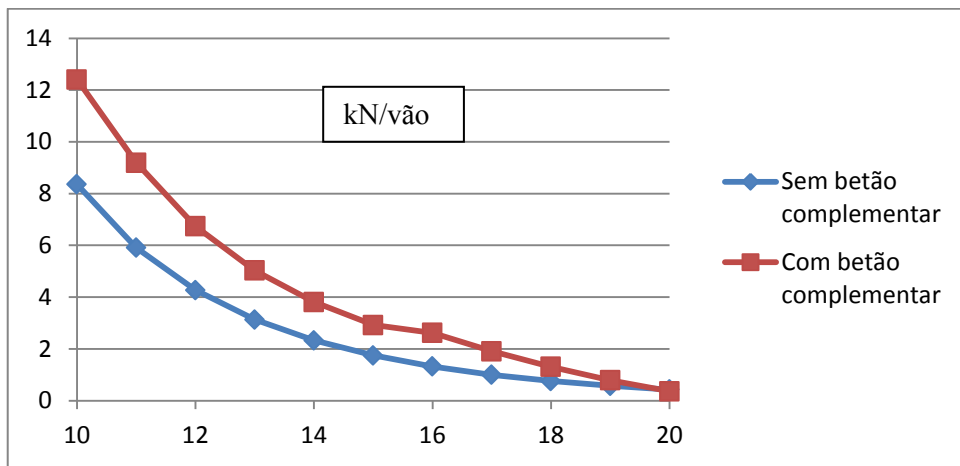


Gráfico 41 - Comparação da eficácia para $h=0,35$ (4 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

- $h=0,35$ (6 cordões)

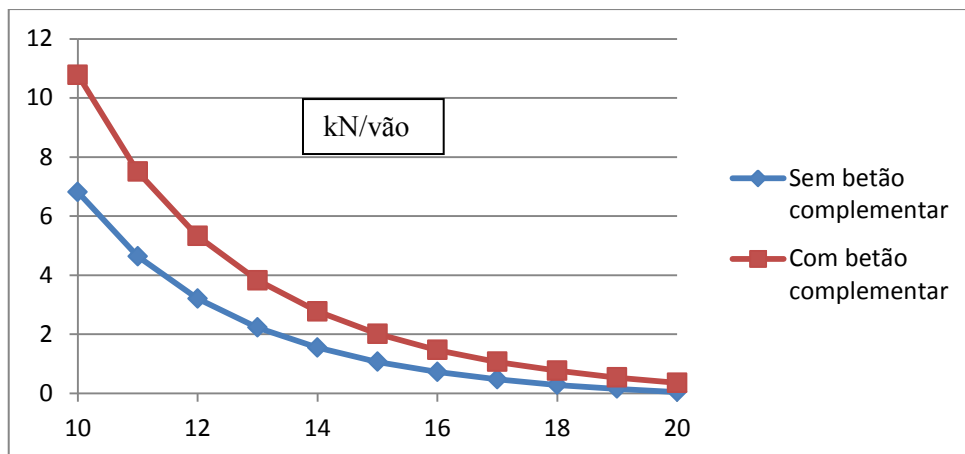


Gráfico 42 - Comparação da eficácia para $h=0,35$ (6 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,4$ (2 cordões)

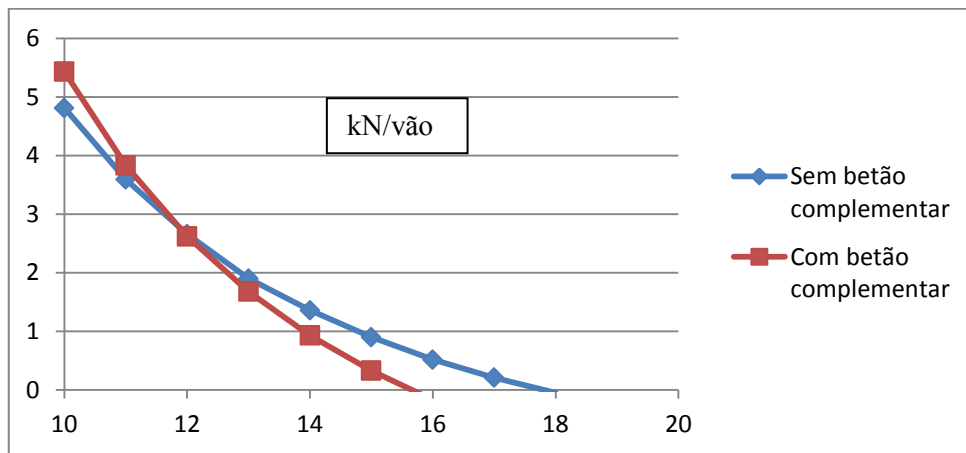


Gráfico 43 - Comparação da eficácia para $h=0,4$ (2 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz até um vão de 11,7 m, valor a partir do qual as posições se alteram.

- $h=0,4$ (4 cordões)

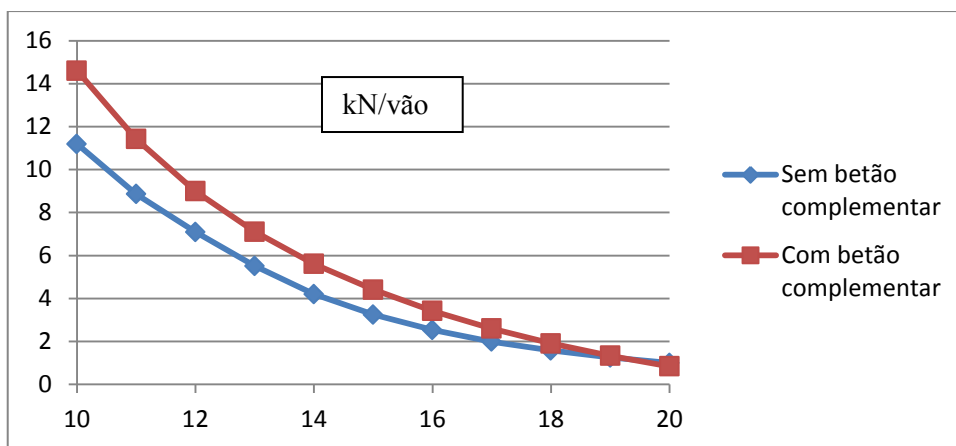


Gráfico 44 - Comparação da eficácia para $h=0,4$ (4 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,4$ (6 cordões)

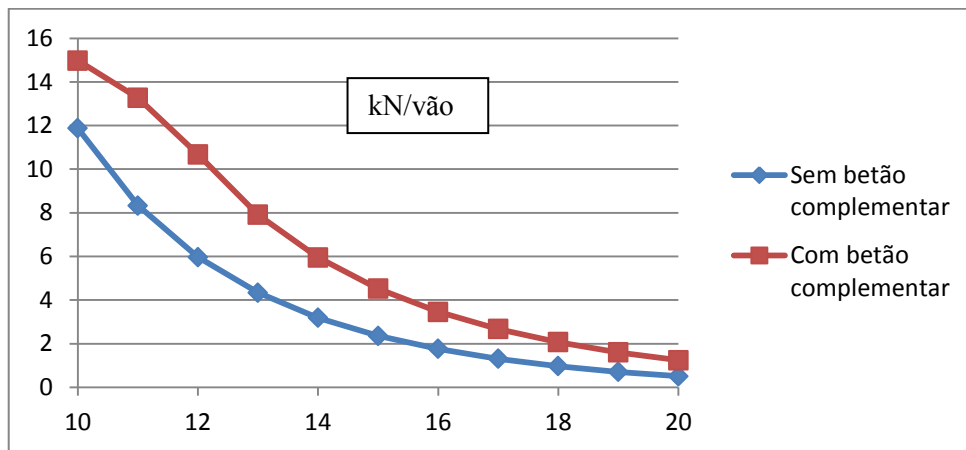


Gráfico 45 - Comparação da eficácia para $h=0,4$ (6 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

- $h=0,45$ (2 cordões)

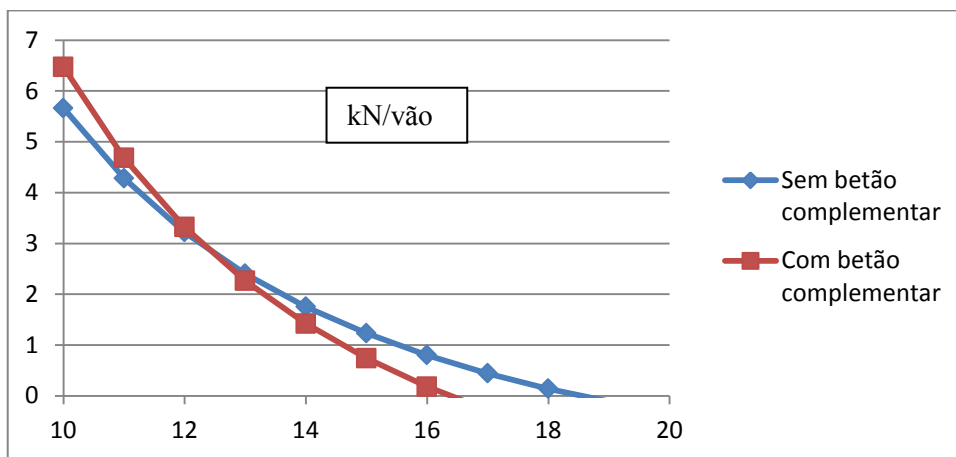


Gráfico 46 - Comparação da eficácia para $h=0,45$ (2 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz até um vão de 12 m, valor a partir do qual as posições se alteram.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,45$ (4 cordões)

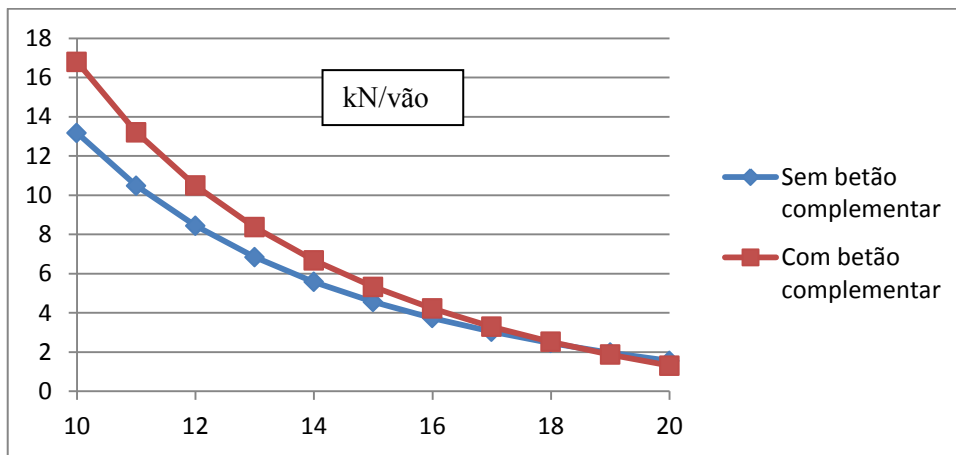


Gráfico 47 - Comparação da eficácia para $h=0,45$ (4 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

- $h=0,45$ (6 cordões)

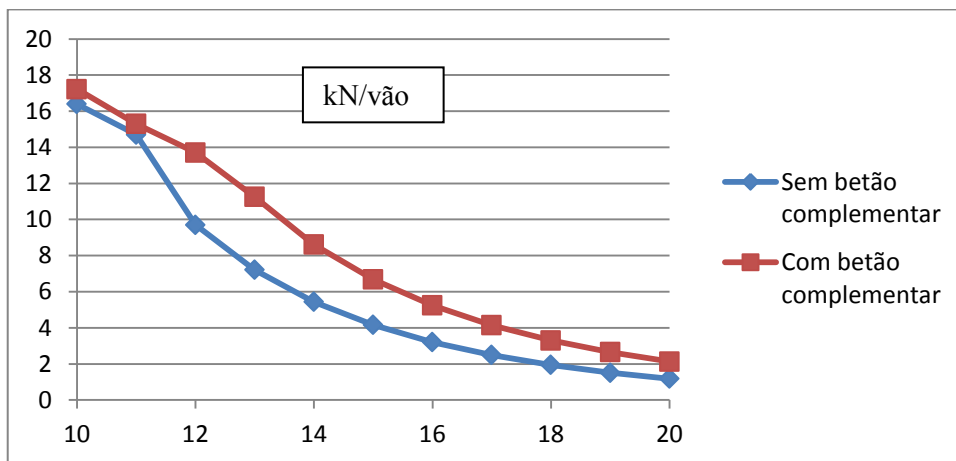


Gráfico 48 - Comparação da eficácia para $h=0,45$ (6 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,5$ (2 cordões)

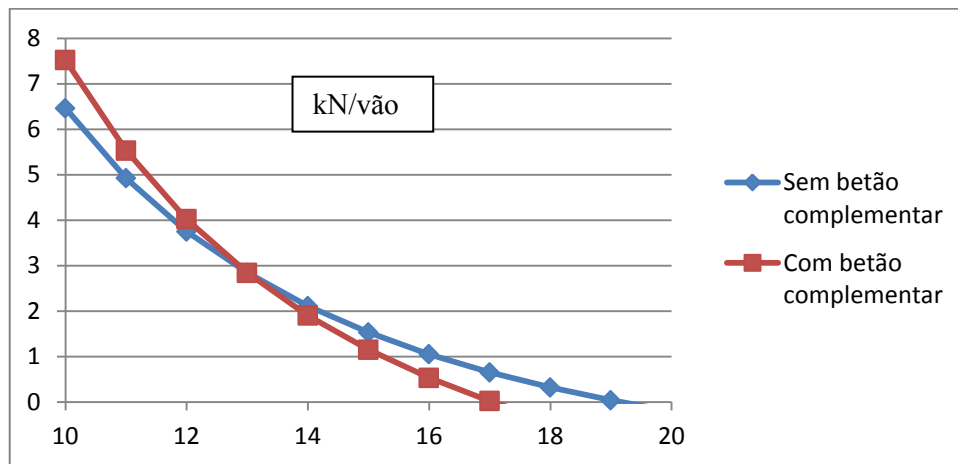


Gráfico 49 - Comparação da eficácia para $h=0,5$ (2 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz até um vão de 13 m, valor a partir do qual as posições se alteram.

- $h=0,5$ (4 cordões)

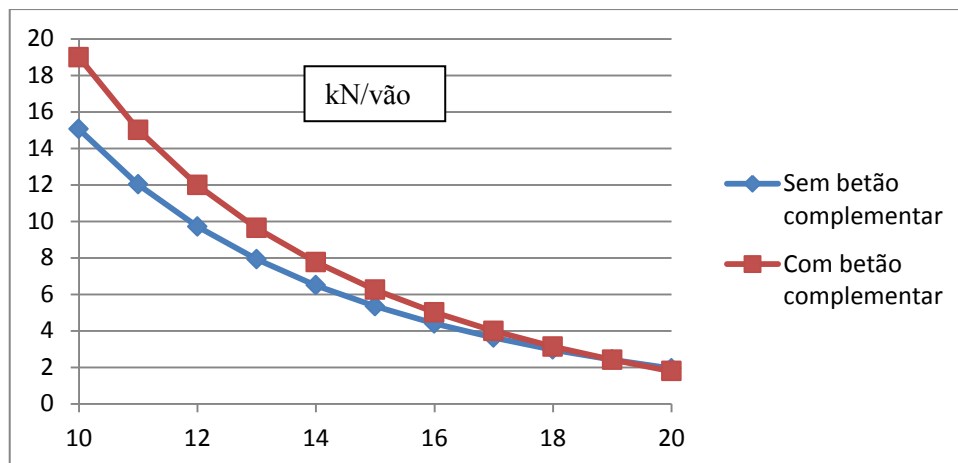


Gráfico 50 - Comparação da eficácia para $h=0,5$ (4 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,5$ (6 cordões)

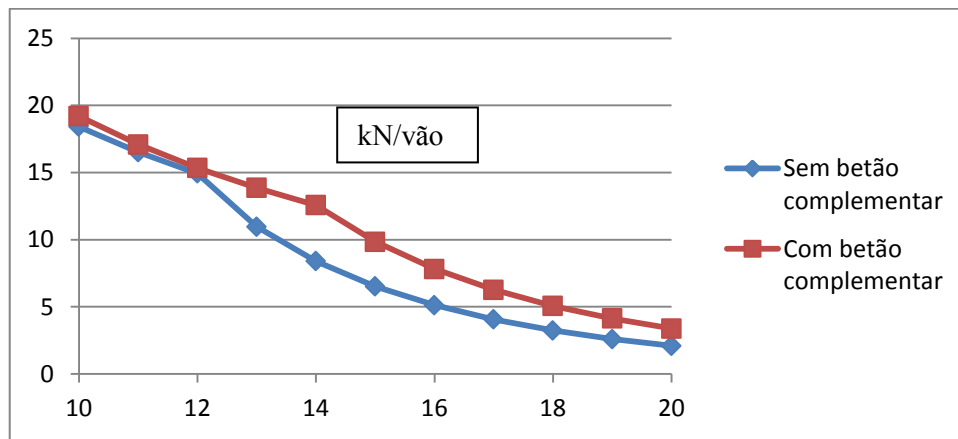


Gráfico 51 - Comparação da eficácia para $h=0,5$ (6 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

- $h=0,6$ (2 cordões)

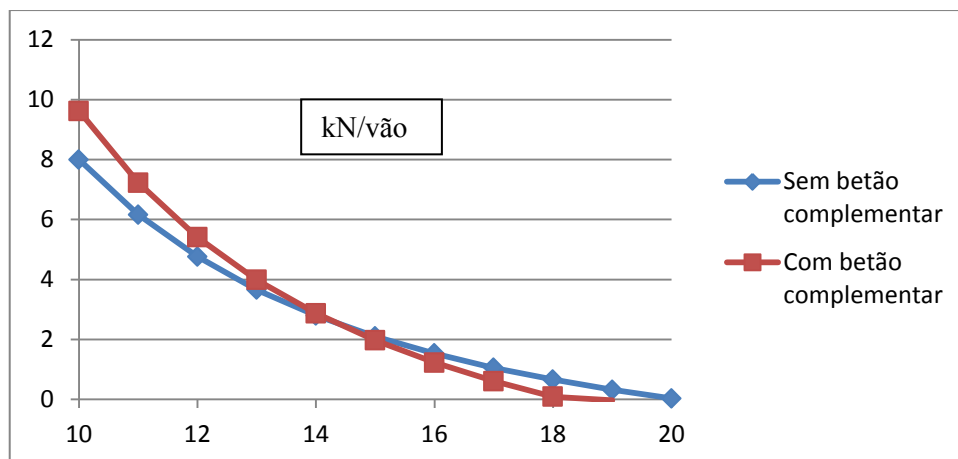


Gráfico 52 - Comparação da eficácia para $h=0,6$ (2 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz até um vão de 14 m, valor a partir do qual as posições se alteram.

Abordagem Comparativa – Lajes Pré-esforçadas tipo TT

- $h=0,6$ (4 cordões)

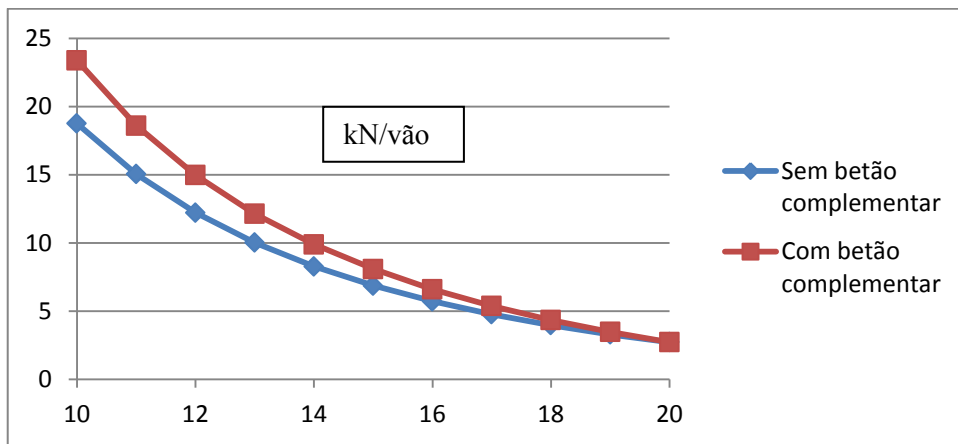


Gráfico 53 - Comparação da eficácia para $h=0,6$ (4 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

- $h=0,6$ (6 cordões)

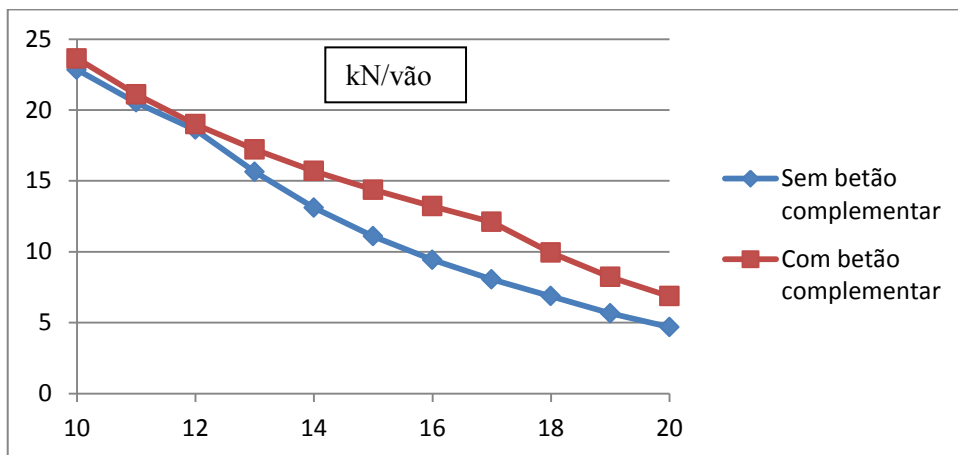


Gráfico 54 - Comparação da eficácia para $h=0,6$ (6 cordões)

Da observação do gráfico anterior observa-se que a viga com betão complementar é mais eficaz.

4.7 Comparação da eficiência

4.7.1 Eficiência estrutural

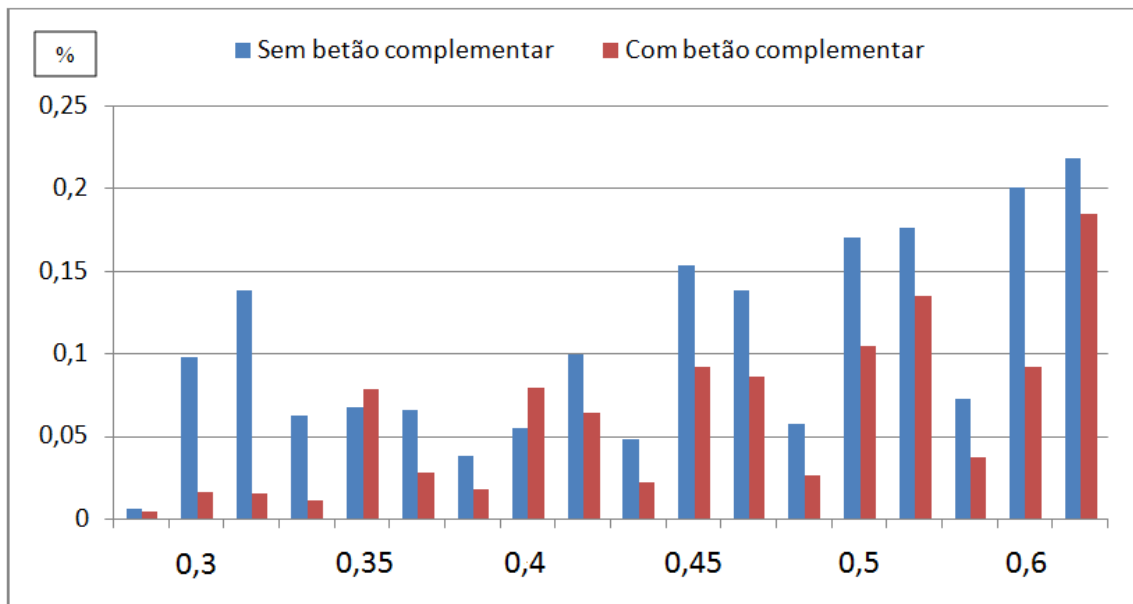


Gráfico 55 - Eficiência estrutural

Da observação do gráfico anterior observa-se que as vigas sem betão complementar têm uma melhor eficiência estrutural do que as vigas com betão complementar. Se comparando as vigas, em termos de eficiência, é melhor usar vigas com betão complementar com $h=0,45$, $h=0,5$ ou $h=0,6$ do que vigas sem betão complementar com $h=0,3$, $h=0,35$ ou $h=0,4$.

4.7.2 *Eficiência económica*

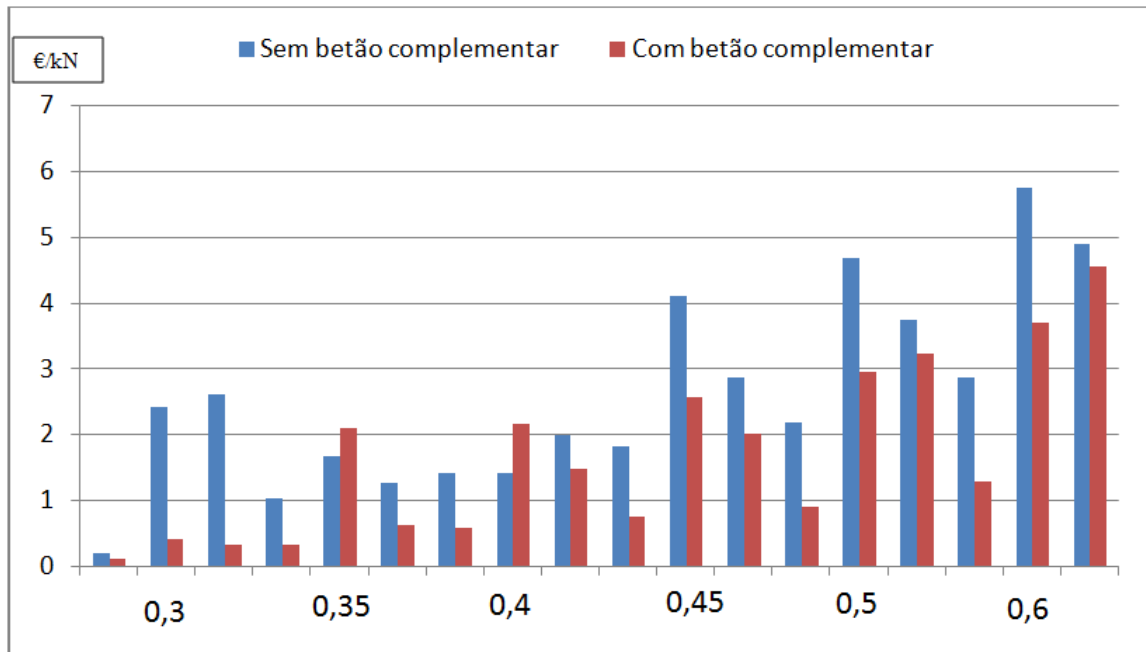


Gráfico 56 - Eficiência económica

Da observação do gráfico anterior observa-se que as vigas sem betão complementar têm uma melhor eficiência económica do que as vigas com betão complementar. Se comparando as vigas, em termos de eficiência, é melhor usar vigas com betão complementar com $h=0,45$, $h=0,5$ ou $h=0,6$ do que vigas sem betão complementar com $h=0,3$, $h=0,35$ ou $h=0,4$.

5 Conclusões

Para as lajes em estudo as exigências associadas aos estados limites de resistência aparentam ser as determinantes para a economia da construção de edifícios sob o ponto de vista estrutural dos pavimentos. No entanto não deixa de ser considerável a influência dos estados limites de utilização para as lajes pré-esforçadas com secção TT.

Com este estudo pode concluir-se que, para este tipo de pavimentos, tanto as vigas sem betão complementar como as vigas com betão complementar têm vantagens.

Nesta dissertação para as secções com duplo T comparou-se o desempenho das vigas em função das cargas máximas disponíveis para vãos entre os 10 e 20 m.

A eficácia das vigas foi analisada para valores da altura total entre 0,3 a 0,6 m e tanto o custo estrutural como o custo económico com valores estimados do ano de 2014 foram determinados com vista à determinação da eficiência estrutural e eficiência económica.

De uma forma geral podemos concluir que as vigas com betão complementar apresentam valores de eficácia maiores do que o das vigas sem betão complementar. Esta situação é perfeitamente expectável uma vez que com uma maior área de secção e um ligeiro aumento do peso estrutural obtêm-se melhores valores de carga disponível e por isso valores de eficácia superiores.

No que diz respeito ao custo estrutural e ao custo económico verifica-se que as vigas com betão complementar apresentam valores mais elevados do que as vigas sem betão complementar. Esta situação deve-se ao facto de as vigas com betão complementar apresentarem maior volume influenciando de forma relevante os valores do custo, tanto em kN como em €.

Sob o ponto de vista da eficiência estrutural ou da eficiência económica, as lajes sem betão complementar apresentam valores superiores comparando com as lajes com betão complementar.

Em suma, verifica-se que as lajes vigadas sem betão complementar apresentam maior eficiência. Esta situação permite concluir que será mais vantajoso utilizar vigas solidarizadas sem camada complementar porque para além de o custo ser inferior às lajes com betão complementar apresentam valores superiores de eficiência para todas as secções e para as diferentes alturas calculadas.

Por outro lado, parece ser vantajoso utilizar lajes vigadas com betão complementar para as alturas maiores da secção se compararmos com as vigas sem betão complementar para os valores menor de altura.

Por exemplo se se pretender uma laje vigada com altura entre 0,4 a 0,5 m, é preferível utilizar vigas com betão complementar de 0,5 m do que vigas sem betão complementar de 0,4 m, pese embora com maior custo a eficiência obtida é superior.

Haverá ainda que ressaltar o facto de o conceito de eficiência estrutural e eficiência económica poderem em determinadas circunstâncias do mercado não indicarem o mesmo sentido de escolha.

A relação entre o valor do custo económico do aço pré-esforçado e do betão são determinantes para cada momento de análise.

O custo estrutural, embora intemporal, encerra um conceito que sendo invariável no tempo, é indicador da optimização obtida na materialização de uma determinada secção pré-esforçado para o trinómio, pré-esforço, betão de alta resistência e betão complementar.

Referências bibliográficas

Artigos e sites consultados

1. CAMPOSINHOS, Rui de Sousa; NEVES, Afonso Serra, *Lajes Aligeiradas com Vigotas Pré-Tensionadas*. Porto: Feup edições, 2005
2. EUROCÓDIGO 2: Projecto de Estruturas de Betão. Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios, Março 2010.
3. *Figueiras, Joaquim A.*; Curso de Formação - DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE BETÃO PRÉ-ESFORÇADO, Junho 1993, CAP. I
4. *Figueiras, Joaquim A.*; Curso de Formação - DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE BETÃO PRÉ-ESFORÇADO, Junho 1993, CAP. II
5. Cristina, EBAP, *execução em estruturas*, 2014 [Consult. 05-08-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.civil.ist.utl.pt/~cristina/EBAP/ExecucaoEstruturas/VSL.pdf>
6. Materiais de pré-esforço [Consult. 06-05-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.httphttp://www.preceram.pt/estruturas.php>>
7. Materiais de pré-esforço [Consult. 06-05-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.pregaia.com/portfolio/catalogo-por-obras/itemlist/category/40-estruturas-prefabricadas>>
8. Lajes prefabricadas [Consult. 20-06-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.paviprel.pt/>
9. Lajes prefabricadas [Consult. 20-06-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.vigobloco.pt/>
10. Materiais de pré-esforço [Consult. 17-06-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.archiproducts.com/pt/9/estruturas-estruturas-pre-fabricadas-em-betao-armado.html>>
11. Lajes duplo T [Consult. 20-06-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.premart.com.br/pre-fabricados/laje-duplo-t>>
12. Lajes alveoladas [Consult. 20-06-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.secilprebetao.pt/catalogo/index.php?cat=22&sessao=1>>
13. Lajes alveoladas [Consult. 20-06-2014]. Disponível na www: <URL: <http://www.lajealveolar.com/>>