



Inteligência Artificial aplicada na previsão de mercados de Ações

JOSÉ NUNO ALVES CALHEIROS

setembro de 2025

Inteligência Artificial Aplicada na Previsão de Mercados de Ações
José Nuno Alves Calheiros

2025

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica

INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL APLICADA NA PREVISÃO DE MERCADOS DE AÇÕES

José Nuno Alves Calheiros

Estudante n.º 1130554

Dissertação apresentada ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial, realizada sob a orientação do Doutor Carlos Manuel Abreu Gomes Ferreira e coorientação do Doutor Carlos Filipe Araújo de Freitas

2025

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica

isep

P.PORTO

AGRADECIMENTOS

A presente dissertação representa o culminar de mais uma etapa importante da minha vida académica e pessoal. Este percurso apenas foi possível graças ao apoio, incentivo e compreensão de todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a sua concretização.

Dirijo um especial voto de gratidão ao meu orientador, Doutor Carlos Manuel Abreu Gomes Ferreira e coorientador Doutor Carlos Filipe Araújo de Freitas, pela orientação rigorosa, pela disponibilidade permanente e pela exigência intelectual que conduziu este trabalho.

Agradeço à minha família, pelo suporte incondicional ao longo de todo este trajeto, e aos meus amigos e colegas, pela motivação, companheirismo e palavras de encorajamento que me ajudaram a superar os momentos mais desafiantes.

Um agradecimento muito especial à minha mãe, pelo amor, dedicação e exemplo de perseverança que sempre me transmitiu, e à minha esposa, pelo apoio constante, paciência e incentivo diário, que foram fundamentais para alcançar este objetivo.

A todos, o meu sincero obrigado.

página propositadamente em branco

RESUMO

A previsão dos mercados financeiros tem sido historicamente um grande desafio da área de Finanças. Esta dissertação investiga a aplicação de técnicas de Inteligência Artificial, nomeadamente os modelos *Support Vector Regression* (SVR) e *Long Short-Term Memory* (LSTM), na previsão dos retornos diários do índice S&P 500. Recorrendo à metodologia CRISP-DM, foram conduzidas experiências que avaliam, por um lado, a eficiência fraca do mercado através de modelos que geram previsões baseados no histórico do próprio índice e, por outro, a eficiência semi-forte com a introdução de variáveis externas selecionadas por correlação. Um aspeto central foi a resolução temporal, onde se exploraram janelas de diferentes granularidades e se construíram ensembles de modelos preditivos com segmentação temporal, permitindo captar padrões sazonais e dependências específicas. Embora os resultados mostrem ganhos apenas marginais na introdução de variáveis externas, confirmando as limitações da hipótese semi-forte, a segmentação temporal revelou-se determinante para melhorar a robustez preditiva. Conclui-se que a análise e modelação da dimensão temporal, aliada a modelos de machine learning, constitui o principal contributo desta dissertação e reforça a importância deste enfoque no estudo da previsão financeira.

PALAVRAS-CHAVE

Inteligência Artificial, Machine Learning, Previsão Financeira, S&P 500, SVR, LSTM, CRISP-DM

página propositadamente em branco

ABSTRACT

Financial market forecasting has historically been a major challenge in the field of Finance. This dissertation investigates the application of Artificial Intelligence techniques, namely Support Vector Regression (SVR) and Long Short-Term Memory (LSTM) models, in predicting the daily returns of the S&P 500 index. Following the CRISP-DM methodology, experiments were conducted to assess, on the one hand, the weak form of market efficiency through models that generate forecasts based on the index's own historical data and, on the other hand, the semi-strong form with the introduction of external variables selected through correlation analysis. A central focus was temporal resolution, where different granularities were explored and predictive models ensembles with temporal segmentation were developed, allowing the capture of seasonal patterns and specific dependencies. Although the results show only marginal gains from the introduction of external variables, thereby confirming the limitations of the semi-strong hypothesis, temporal segmentation proved decisive in enhancing predictive robustness. It is concluded that the analysis and modeling of the temporal dimension, combined with machine learning models, constitutes the main contribution of this dissertation and reinforces the importance of this perspective in the study of financial forecasting.

KEYWORDS

Artificial Intelligence, Machine Learning, Financial Forecasting, S&P 500, SVR, LSTM, CRISP-DM

página propositadamente em branco

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	IX
ÍNDICE DE TABELAS	XI
LISTAS DE SIGLAS E SÍMBOLOS.....	XIII
1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Enquadramento.....	15
1.2. Objetivos de Investigação	16
1.3. Estrutura da Dissertação	17
2. CONCEITOS DE NEGÓCIO E DATA MINING	18
2.1. Mercados Financeiros	18
2.1.1. Ações.....	19
2.1.2. Divisas	20
2.1.3. Matérias-Primas.....	20
2.1.4. Índices	21
2.1.5. Fundos de Investimento.....	23
2.1.6. Eficiência dos Mercados.....	23
2.2. Data Mining	24
2.2.1. Modelos Preditivos	25
2.2.2. Avaliação de Modelos	26
2.3. CRISP-DM.....	27
3. ESTADO DA ARTE.....	29
3.1. Fontes de Dados	29
3.2. Modelos Preditivos.....	32
3.3. Avaliação de Modelos	34
3.4. Trabalho Relacionado.....	34
3.4.1. Modelos de previsão com SVR e LSTM	35
3.4.2. Sazonalidade do S&P 500.....	36
4. ANÁLISE E MODELAÇÃO.....	38
4.1. Business Understanding	38
4.2. Data Understanding	39
4.2.1. Recolha e Descrição dos Dados.....	39
4.2.2. Análise de Correlação	44
4.2.3. Análise de Sazonalidade do S&P 500	46
4.3. Data Preparation	59
4.4. Modeling	60
4.4.1. Seleção dos Modelos de Previsão.....	60
4.4.2. Criação do Modelo de Testes.....	61
4.4.3. Construção dos Modelos	63

4.4.4. Avaliação dos Modelos	65
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	71
6. CONCLUSÃO	74
6.1. Conclusões Finais.....	74
6.2. Limitações e Investigação Futura	75
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77
APÊNDICE A – Resultados detalhados da avaliação dos modelos apenas com historico do S&P 500 81	
APÊNDICE B – Resultados detalhados da avaliação dos modelos de correlação com outros atributos 82	
APÊNDICE C – Resultados detalhados da avaliação dos modelos de sazonalidade trimestral.....	83
APÊNDICE D – Resultados detalhados da avaliação dos modelos de sazonalidade mensal.....	85
APÊNDICE E – Resultados detalhados da avaliação dos modelos de sazonalidade do Dia da semana 89	

página propositadamente em branco

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Hierarquia de modelos de machine learning (Ferreira, 2020b)	24
Figura 2 – Ilustração simplificada do procedimento SVR (Gama et al., 2012)	25
Figura 3 – Metodologia CRISP-DM (Ferreira, 2020b)	27
Figura 4 – Tendência dos diferentes atributos usados em (Jiang, 2021)	30
Figura 5 – Tendência na escolha da granularidade e janela temporal (Kumbure et al., 2022)	31
Figura 6 – Tendência na tipologia de modelos (Kumbure et al., 2022)	32
Figura 7 – Tendência de utilização de modelos (Jiang, 2021)	33
Figura 8 – Tendência em métricas de classificação (Jiang, 2021)	34
Figura 9 – Tendência em métricas de Regressão (Jiang, 2021)	34
Figura 10 – Matriz de correlação dos atributos Adj. Close de diversos ativos com Adj. Close do S&P 500.....	44
Figura 11 – Matriz de correlação dos atributos retornos de diversos ativos com retornos do S&P 500	45
Figura 12 – Preço de Fechamento ajustado diário do S&P 500 para a amostra de 2020-2024	47
Figura 13 - Preço de Fechamento ajustado diário do S&P 500 para a amostra de 2004-2024.....	48
Figura 14 – Valores médios das métricas agrupados por ano	49
Figura 15 – Valores médios das métricas agrupados por trimestre entre 2020 e 2024	50
Figura 16 – Métricas Estandarizadas comparando dados de 2020-2024 com 2004-2024 na granularidade trimestral	51
Figura 17 - Valores médios das métricas agrupados por mês entre 2020 e 2024	53
Figura 18 - Métricas Estandarizadas comparando dados de 2020-2024 com 2004-2024 na granularidade mensal	54
Figura 19 - Valores médios das métricas agrupados por dia da semana entre 2020 e 2024	56
Figura 20 - Métricas Estandarizadas comparando dados de 2020-2024 com 2004-2024 na granularidade de Dia de Semana	57

página propositadamente em branco

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Principais Índices do Mercado Mundial (Investing, 2023).....	21
Tabela 2 – Bases de dados recolhidas para a investigação	40
Tabela 3 – Métricas estatísticas das dimensões do banco de dados.....	42
Tabela 4 – Detalhe dos valores estandardizados para cada amostra, Erro Absoluto e MAE por trimestre	52
Tabela 5 - Detalhe dos valores estandardizados para cada amostra, Erro Absoluto e MAE por mês	55
Tabela 6 - Detalhe dos valores estandardizados para cada amostra, Erro Absoluto e MAE por dia da semana.....	57
Tabela 7 – Espaço de hiperparâmetros para o modelo SVR	63
Tabela 8 – Espaço de hiperparâmetros para o modelo LSTM	63
Tabela 9 – Métricas de avaliação da Experiência 1.....	65
Tabela 10 – Métricas de avaliação da Experiência 2.....	66
Tabela 11 – Métricas de avaliação da Experiência 3.....	66
Tabela 12 - Métricas de avaliação da Experiência 4.....	68
Tabela 13 - Métricas de avaliação da Experiência 5.....	69

página propositadamente em branco

LISTAS DE SIGLAS E SÍMBOLOS

Lista de Siglas

CRISP-DM	Cross Industry Standard Process for Data Mining
SVR	Support Vector Regression
LSTM	Long Short-Term Memory
RMSE	Root Mean Squared Error
MAE	Mean Absolute Error
S&P 500	Standard & Poor's 500 Index
FRED	Federal Reserve Bank of St. Louis

Lista de Símbolos

y	Valor real do retorno
\hat{y}	Valor previsto do retorno
T	Instante temporal (dia)
ϵ	Margem de tolerância no SVR
ξ	Variáveis de folga no SVR
C	Parâmetro de penalização/regularização no SVR
$h(x)$	Função de previsão no SVR

página propositadamente em branco

1. INTRODUÇÃO

Este capítulo enquadra o tema e a motivação desta dissertação salientando a sua significância científica, define o problema e apresenta as questões e objetivos de investigação que guiam a dissertação e por fim, descreve-se a organização do documento, preparando a leitura dos capítulos seguintes.

1.1. Enquadramento

A previsão do comportamento dos mercados financeiros é um dos temas mais desafiantes e atrativos da investigação em Finanças. Desde a formulação da Hipótese de Eficiência dos Mercados (EMH) por (Fama, 1970), segundo a qual os preços refletem integralmente a informação disponível, a comunidade científica tem procurado avaliar em que medida existem padrões previsíveis nos retornos. A EMH distingue as formas fraca, semi-forte e forte, as quais variam conforme o tipo de informação considerada (histórica, pública ou privada). Esta teoria serviu de base para grande parte da investigação subsequente, sendo ainda hoje referência central no estudo da previsibilidade dos preços.

Contudo, diversos estudos apontam para a existência de anomalias e padrões sazonais que sugerem uma previsibilidade residual (Franses & Paap, 2000; Guo, 2025; Samarayanake & Liu, 2015). A investigação recente com algoritmos de *machine learning* procura explorar essa margem, tirando partido do crescimento exponencial das bases de dados financeiras, da evolução computacional e da incorporação de novas fontes de informação, como análise de sentimento em redes sociais (Jiang, 2021). Trabalhos de revisão como (Atsalakis & Valavanis, 2009) ou (Kumbure et al., 2022) demonstram que métodos de inteligência artificial oferecem vantagens face às abordagens tradicionais de análise fundamental e técnica, pela sua capacidade de adaptação a regimes de elevada volatilidade.

Neste enquadramento, a utilização de modelos como Support Vector Regression (SVR) e Long Short-Term Memory (LSTM) tem sido amplamente investigada, mostrando ganhos incrementais, embora muitas vezes estatisticamente modestos (Dixon et al., 2017). Estes resultados sugerem que, mesmo sem contrariar a hipótese de eficiência semi-forte, pode existir espaço para explorar padrões específicos. Assim, a presente dissertação insere-se neste debate, procurando avaliar de forma sistemática a capacidade de diferentes técnicas de machine learning para prever os retornos do índice S&P 500, contribuindo para a compreensão dos limites e potencial da previsibilidade do mesmo.

1.2. Objetivos de Investigação

A presente dissertação tem como objetivo geral avaliar a capacidade de diferentes técnicas de machine learning para prever os retornos diários do índice S&P 500. Para estruturar a investigação, foi definido um conjunto de questões que orientam a análise e permitem avaliar em que medida diferentes fatores influenciam a previsibilidade do índice. Deste modo, são formuladas as seguintes questões de investigação:

- **Questão de Investigação 1** – Sendo que a bolsa tem diferentes regimes de funcionamento ao longo do ano, é possível desenvolver um modelo de machine learning que capture esta volatilidade e se adapte a diferentes regimes?
- **Questão de Investigação 2** - A informação histórica do S&P 500 permite superar um modelo *baseline* de persistência na previsão de retornos?
- **Questão de Investigação 3** - A introdução de variáveis externas selecionadas por correlação melhora a previsão de retornos face apenas à informação histórica?
- **Questão de Investigação 4** - A segmentação trimestral dos modelos reduz o erro face ao modelo global?
- **Questão de Investigação 5** - A segmentação mensal dos modelos reduz o erro face ao modelo global?
- **Questão de Investigação 6** - Modelos específicos por dia da semana reduzem o erro face ao modelo global?
- **Questão de Investigação 7** - Os padrões sazonais identificados na janela recente mantêm-se consistentes num histórico alargado?
- **Questão de Investigação 8** - Os resultados obtidos são compatíveis com a hipótese de eficiência semi-forte dos mercados?

Estas questões enquadram o percurso experimental desenvolvido e serão discutidas no Capítulo 5 – RESULTADOS E DISCUSSÃO à luz das análises e modelos apresentados no Capítulo 4 – ANÁLISE E MODELAÇÃO.

1.3. Estrutura da Dissertação

A presente dissertação organiza-se em seis capítulos. O Capítulo 1 - INTRODUÇÃO introduz o tema, enquadra o problema e apresenta os objetivos e questões de investigação que orientam o estudo.

O Capítulo 2 – CONCEITOS DE NEGÓCIO E DATA MINING desenvolve a revisão da literatura, cobrindo conceitos de mercados e instrumentos financeiros, técnicas de *data mining* e a metodologia CRISP-DM que enquadra o projeto.

O Capítulo 3 – ESTADO DA ARTE sintetiza o estado da arte na previsão do S&P 500, incluindo fontes de dados, modelos e métricas, e posiciona o contributo desta dissertação face ao trabalho relacionado.

O Capítulo 4 – ANÁLISE E MODELAÇÃO descreve os métodos e a aplicação prática segundo o CRISP-DM, detalhando as fases de *Business e Data Understanding* (com a recolha/descrição dos dados, a análise de correlação e a sazonalidade do S&P 500), a preparação dos dados e a modelação.

O Capítulo 5 – RESULTADOS E DISCUSSÃO integra e discute os resultados, relacionando as evidências empíricas com o enquadramento teórico e o trabalho relacionado, respondendo às questões de investigação.

Por fim, o Capítulo 6 - CONCLUSÃO apresenta as conclusões da investigação, limitações e propostas de trabalho futuro.

Em complemento, os Apêndices reúnem resultados detalhados e material de apoio para referência técnica.

2. CONCEITOS DE NEGÓCIO E DATA MINING

De modo a compreender o contexto em que serão feitas previsões, neste capítulo é feita uma revisão literária sobre conceitos fundamentais acerca dos mercados financeiros e diferentes tipos de ativos transacionados nos mesmos; conceitos fundamentais relacionados com a inteligência artificial assim como algoritmos relevantes na previsão de séries temporais; e por fim sobre a metodologia utilizada neste projeto denominada de CRISP-DM.

2.1. Mercados Financeiros

Os mercados financeiros desempenham um papel importante na economia global, facilitando a transferência de recursos entre diversos agentes económicos, tais como indivíduos, empresas e governos. Nestes são negociados diversos instrumentos financeiros com o objetivo de investir, gerir riscos e gerar lucro (Saunders & Cornett, 2019). Existem várias dimensões pelas quais os mercados podem ser categorizados. Podem ser divididos em função do momento da transação dos títulos (Fabozzi et al., 2010):

- **Mercado Primário** - Ocorre a emissão e a venda de novos títulos por parte das entidades emissoras. Estas têm como principal objetivo captar investimentos para financiar projetos ou expandir operações. Aqui os investidores que adquirem os títulos ou ações fornecem recursos diretamente à entidade emissora.
- **Mercado Secundário** - Os títulos previamente emitidos no mercado primário são negociados entre investidores proporcionando liquidez e permitindo a transferência de risco. Aqui a entidade emissora não está envolvida nas transações.

Podem também ser divididos pela maturidade dos instrumentos financeiros (Fabozzi et al., 2010):

- **Mercado Monetário** - São negociados instrumentos financeiros de curto prazo, geralmente com vencimento inferior a um ano e com principal objetivo proporcionar liquidez às entidades emissoras. Devido ao curto prazo de vencimento, os instrumentos do mercado monetário são considerados investimentos de baixo risco e alta liquidez.
- **Mercado dos Capitais** - Os instrumentos financeiros são negociados a médio e longo prazo com o objetivo de proporcionar financiamento para projetos, expansão de operações ou reestruturação de dívidas. Os investimentos no mercado de capitais estão associados a riscos maiores do que os do mercado monetário, devido às incertezas e às flutuações do mercado a longo prazo.

Os autores (Saunders & Cornett, 2019) identificam outras duas tipologias de mercados relevantes:

- **Mercado Cambial** - Mercado global descentralizado que envolve a compra e venda de moedas de diferentes países. As taxas de câmbio, que representam o valor de uma moeda em relação a outra, são determinadas pela oferta e a procura no mercado cambial. Este mercado é essencialmente caracterizado pelo seu grande volume de transações, alta liquidez e por ter participantes no mundo todo.

- **Mercado de derivados** - São negociados instrumentos financeiros cujo valor deriva de outros ativos subjacentes, como ações, taxas de juros, matérias-primas ou moedas.

As bolsas de valores são instituições que proporcionam um mercado organizado para a negociação de ativos financeiros, como ações, obrigações, matérias-primas e derivados. O seu principal objetivo é facilitar o encontro entre investidores e emissores, garantindo liquidez, transparência e eficiência no processo de transação (Saunders & Cornett, 2019).

O funcionamento assenta na negociação diária de títulos, em que cada ativo é registado através de um conjunto de valores fundamentais:

- **Open** - preço de abertura no início da sessão de negociação.
- **High** - valor mais alto atingido durante a sessão.
- **Low** - valor mais baixo atingido durante a sessão.
- **Close** - preço de fecho, utilizado como principal referência de avaliação.
- **Volume** - quantidade de transações efetuadas no período.
- **Adjusted Close** - valor de fecho ajustado a eventos como distribuição de dividendos ou desdobramento de ações (*stock splits*), sendo uma medida mais precisa para análise histórica (Fabozzi et al., 2010).

Estes indicadores são amplamente utilizados em análises financeiras e constituem a base para modelos de previsão de séries temporais, dado que refletem não apenas o preço do ativo, mas também a dinâmica e a liquidez do mercado (Bodie et al., 2017).

Em síntese, foram apresentados os conceitos fundamentais dos mercados financeiros, a sua categorização e o funcionamento da bolsa de valores, incluindo os principais indicadores de negociação (Open, High, Low, Close, Volume e Adjusted Close). Este enquadramento fornece a base necessária para a análise dos instrumentos e indicadores relevantes à previsão do S&P 500.

2.1.1. Ações

O instrumento mais associado às bolsas de valores são as ações, que, na sua definição primária, são instrumentos financeiros que representam uma unidade de participação numa empresa (Fabozzi et al., 2010). Num momento em que uma empresa pretenda financiar-se, pode passar por um processo de *Initial Public Offering* (IPO) onde passa a ser negociada publicamente no mercado de ações, emitindo novos títulos e vendendo-os aos investidores (Saunders & Cornett, 2019). Após a primeira emissão, as ações passam a ser negociadas no mercado secundário onde podem ser compradas e vendidas livremente. Na sua aquisição, os proprietários dos títulos tornam-se acionistas e passam a ter direito aos lucros distribuídos pelas empresas, bem como o direito a decisões de gestão empresarial abordadas nas assembleias gerais anuais. (Saunders & Cornett, 2019). As ações podem ser categorizadas em duas categorias principais:

- **Ações ordinárias** - Concedem aos acionistas direitos de voto e uma parte dos lucros da empresa na forma de dividendos.
- **Ações Preferenciais** - Não concedem aos acionistas direito de voto, no entanto oferecem dividendos fixos e prioridade nos pagamentos em relação aos acionistas ordinários.

2.1.2. Divisas

Nas bolsas de valores existem também os mercados de câmbio, popularizados pelo termo FOREX (Ganti, 2022), é o local onde são negociadas as divisas, também designadas como moedas estrangeiras. Este é o local onde os participantes podem trocar moedas da maneira mais eficiente e com mais baixo custo, facilitando o comércio internacional, a obtenção de capital em moedas estrangeiras, a transferência de risco entre participantes e a especulação destes instrumentos (Saunders & Cornett, 2019). Em termos de liquidez, o FOREX é também o maior mercado financeiro do mundo com um valor estimado de 753 bilhões de dólares no ano de 2022 (Ganti, 2022; IMARC Group, 2023).

A taxa de câmbio é a taxa a que uma moeda nacional pode ser convertida numa moeda estrangeira e geralmente são determinadas pela atividade económica, taxas de juro do mercado, produto interno bruto e a taxa de desemprego de cada país (Bodie et al., 2017; Chen, 2022). Estas taxas são materializadas nos pares de moedas, onde se vê o valor de uma moeda em relação à outra.

2.1.3. Matérias-Primas

As matérias-primas são recursos naturais que podem ser transformados em produtos finais ou utilizados na produção de bens, tais como o petróleo, ouro, gás natural, prata, entre outros. A sua negociação é feita em mercados especializados onde investidores podem investir de diferentes modos, alguns deles (Costa, 2023; Fernando, 2022):

- **Exposição física** - Constitui a compra de uma mercadoria e o seu armazenamento. Esta era a forma tradicional de investimento até ao aparecimento dos mercados bolsistas. Trazia, no entanto, vários desafios assim como o custo associado ao armazenamento dos bens, a segurança do armazenamento e também a potencial degradação dos mesmos.
- **Mercado de ações** - Ao investir em ações de empresas relacionadas com mercadorias investimos indiretamente no valor das mesmas, no sentido em que se o preço de uma matéria-prima subir, o preço das ações relacionadas subirão também.
- **Fundos de investimento** - Há uma grande variedade de fundos que replicam índices ligados ao preço das mercadorias ou apresentam conjuntos de títulos relacionados com o mercado das matérias-primas.
- **Contratos futuros** - São acordos para comprar ou vender uma determinada quantidade de uma matéria-prima a um preço específico numa data futura.

- **Contratos por Diferença (CFD)** - As duas partes acordam em trocar dinheiro com base na variação do valor do ativo

2.1.4. Índices

De modo a medir e a comparar o desempenho dos mercados financeiros, são frequentemente utilizados índices de mercado, estes são indicadores que representam o desempenho de um conjunto específico de ativos (Bodie et al., 2017; Saunders & Cornett, 2019). Cada índice é mantido por uma entidade que calcula o seu valor baseado numa metodologia específica tipicamente associada ao preço ou à capitalização de mercado dos ativos (Young, 2022). Os principais índices do mercado mundial encontram-se resumidos na Tabela 1, sendo alguns exemplos destacados abaixo.

- **Dow Jones Industrial Average (DJIA)** - Composto por 30 das maiores empresas dos Estados Unidos (volume de vendas e ativos) selecionadas pelos editores do *The Wall Street Journal*, o DJIA é um dos índices mais antigos. Este é calculado através da média ponderada pelo preço das ações (Saunders & Cornett, 2019).
- **Standard & Poor's 500 (S&P 500)** - Representa 500 das maiores empresas dos Estados Unidos selecionadas pela *S&P Index Committee* e é dos índices mais relevantes dos Estados Unidos. É calculado através da média ponderada de acordo com a capitalização de mercado (Bodie et al., 2017; Costa, 2022a).
- **Portuguese Stock Index (PSI 20)** - Representa as 20 maiores empresas portuguesas cotadas na Bolsa de Lisboa e é o índice de referência no mercado português (Costa, 2022c).
- **Financial Times Stock Exchange (FTSE 100)** - Representa as 100 maiores empresas pela capitalização de mercado cotadas na bolsa de valores de Londres (Young, 2023).

Tabela 1 – Principais Índices do Mercado Mundial (Investing, 2023)

Sigla do Índice	Nome	País	Continente
Dow Jones	<i>Dow Jones Industrial Average</i>	Estados Unidos	América do Norte
Nasdaq	<i>Nasdaq Composite Index</i>	Estados Unidos	América do Norte
S&P 500	<i>Standard & Poor's 500 Index</i>	Estados Unidos	América do Norte
S&P/BMV IPC	<i>Índice de Precios y Cotizaciones</i>	México	América do Norte
S&P/TSX	<i>S&P/TSX Composite Index</i>	Canadá	América do Norte
Bovespa	<i>B3 São Paulo Stock Exchange</i>	Brasil	América do Sul
BIST 100	<i>Borsa Istanbul 100</i>	Turquia	Ásia
BSE Sensex	<i>Bombay Stock Exchange Sensitive Index</i>	Índia	Ásia
China A50	<i>FTSE China A50 Index</i>	China	Ásia
CSE All-Share	<i>Colombo Stock Exchange All-Share Index</i>	Sri Lanka	Ásia

Tabela 1 - Principais Índices do Mercado Mundial (Investing, 2023) (cont.)

Sigla do Índice	Nome	País	Continente
DJ Shanghai	<i>Dow Jones Shanghai</i>	China	Ásia
Hang Seng	<i>Hang Seng Index</i>	Hong Kong	Ásia
IDX Composite	<i>Indonesia Stock Exchange Composite Index</i>	Indonésia	Ásia
Karachi 100	<i>Karachi Stock Exchange 100 Index</i>	Paquistão	Ásia
KOSPI	<i>Korea Composite Stock Price Index</i>	Coreia do Sul	Ásia
Nifty 50	<i>Nifty 50 Index</i>	Índia	Ásia
Nikkei 225	<i>Nikkei 225 Stock Average</i>	Japão	Ásia
PSEi Composite	<i>Philippine Stock Exchange Index</i>	Filipinas	Ásia
SET	<i>Stock Exchange of Thailand Index</i>	Tailândia	Ásia
Shanghai	<i>Shanghai Composite Index</i>	China	Ásia
SZSE Component	<i>Shenzhen Component Index</i>	China	Ásia
TA 35	<i>Tel Aviv 35 Index</i>	Israel	Ásia
Tadawul All Share	<i>Tadawul All Share Index</i>	Arábia Saudita	Ásia
Taiwan Weighted	<i>Taiwan Weighted Index</i>	Taiwan	Ásia
VN 30	<i>VN30 Index</i>	Vietnã	Ásia
AEX	<i>Amsterdam Exchange Index</i>	Países Baixos	Europa
ATX	<i>Austrian Traded Index</i>	Áustria	Europa
BEL 20	<i>Brussels All Share</i>	Bélgica	Europa
Budapest SE	<i>Budapest Stock Exchange</i>	Hungria	Europa
CAC 40	<i>Cotation Assistée en Continu</i>	França	Europa
DAX	<i>Deutscher Aktienindex</i>	Alemanha	Europa
Euro Stoxx 50	<i>Euro Stoxx 50 Index</i>	Europa	Europa
FTSE 100	<i>Financial Times Stock Exchange 100 Index</i>	Reino Unido	Europa
IBEX 35	<i>Índice de Bolsa Española</i>	Espanha	Europa
MOEX	<i>Moscow Exchange</i>	Rússia	Europa
OMXC25	<i>OMX Copenhagen 25 Index</i>	Dinamarca	Europa
OMXS30	<i>OMX Stockholm 30 Index</i>	Suécia	Europa
PSI	<i>PSI-20</i>	Portugal	Europa
RTSI	<i>Russian Trading System Index</i>	Rússia	Europa
SMI	<i>Swiss Market Index</i>	Suíça	Europa
WIG20	<i>Warsaw Stock Exchange Index</i>	Polónia	Europa
DJ New Zealand	<i>Dow Jones New Zealand</i>	Nova Zelândia	Oceania
S&P/ASX 200	<i>S&P/ASX 200 Index</i>	Austrália	Oceania

2.1.5. Fundos de Investimento

Existe a possibilidade de os investidores utilizarem fundos de investimento, estes são instrumentos de investimento que permitem aos mesmos aplicar capital em carteiras de ativos financeiros diversificados, tais como ações, obrigações, instrumentos do mercado monetário entre outros (Bodie et al., 2017). Estes são geridos por gestores profissionais que tomam as decisões de investimento, trazendo várias vantagens aos investidores, sendo uma das principais a diversificação (Saunders & Cornett, 2019).

Existem diferentes tipologias de fundos no mercado, (Saunders & Cornett, 2019) identificam duas principais:

- **Fundos de Índice** - Procuram replicar índices significativos do mercado, como o S&P 500, investido nos ativos que compõem o mesmo. Pelo facto de não serem tomadas decisões ativas de investimento pelos gestores do fundo, mas sim por este seguir a composição do índice em questão, estes são frequentemente utilizados como uma estratégia de investimento passiva (Costa, 2022b).
- **Fundos Negociados em Bolsa** - Popularizados pela sigla ETF (*Exchange-Traded Funds*) são fundos de investimento que, para além de replicarem índices significativos do mercado assim como os fundos de índice, têm também como particularidade serem negociados na bolsa de valores. Significando que, assim como numa ação, um ETF pode ser negociado durante o horário do mercado da bolsa, enquanto um fundo de investimento é subscrito, transferido e resgatado ao final do dia. Para além disso, ambos também diferem no modo de tributação, enquanto um fundo de índice é tributado como um fundo de investimento, um ETF é tributado como uma ação (Costa, 2022b).

2.1.6. Eficiência dos Mercados

Dentro do domínio da previsão dos mercados financeiros, é relevante mencionar a teoria da Eficiência dos Mercados Financeiros. Esta é elaborada por (Fama, 1970) e envolve a definição de um mercado eficiente como aquele em que os preços dos ativos financeiros refletem sempre todas as informações disponíveis num determinado momento. (Fama, 1970) classifica ainda 3 formas de eficiência de mercado em função do tipo de informação considerada:

- **Eficiência fraca** - Implica que o preço dos ativos financeiros é dependente apenas de informações relativas aos preços e volume passados.
- **Eficiência semi-forte** - Implica que o preço dos ativos financeiros é dependente de toda a informação pública disponível para todos os participantes do mercado.
- **Eficiência forte** - Implica que o preço dos ativos financeiros é dependente de toda a informação disponível para todos os participantes do mercado, tanto pública como privada.

2.2. Data Mining

O data mining é uma área multidisciplinar que tem como objetivo utilizar técnicas eficientes de análise a grande volume de dados, com o objetivo de extrair padrões inexplorados dos mesmos. Utilizando técnicas de áreas como estatística, inteligência artificial e modelação matemática, os investigadores procuram padrões de dados com o objetivo de transformar a informação que têm disponível em conhecimento que auxilia em processos de tomada de decisão (Ferreira, 2020b).

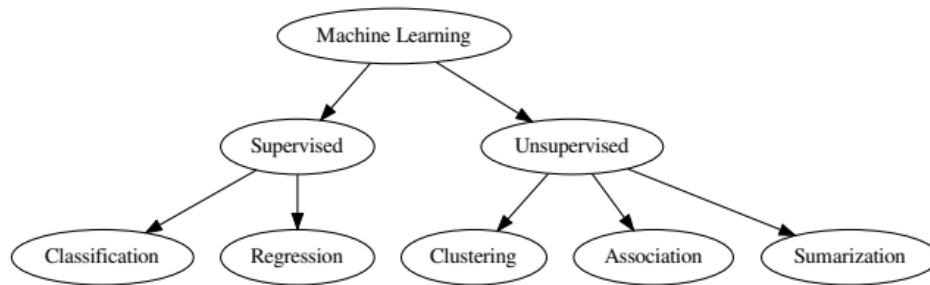


Figura 1 – Hierarquia de modelos de machine learning (Ferreira, 2020b)

A Figura 1 demonstra as diferentes hierarquias de modelos utilizados em data mining, incluindo categorias e as suas subcategorias. Dependendo dos padrões encontrados nos dados, pode-se classificar os problemas como preditivos ou como descritivos, que correspondem a modelação supervisionada e não supervisionada respetivamente (Tinoco, 2012).

A **aprendizagem supervisionada** foca-se em prever um atributo baseado num conjunto de dados categorizados. Os modelos aprendem com cada exemplo individual de dados e comparam o seu resultado com o valor real resultando numa métrica de erro. Estes podem ser ainda divididos entre os modelos de classificação, onde os tipos de dados são discretos, e os modelos de regressão, onde o tipo de dados são contínuos (Ferreira, 2020d; Gama et al., 2012; Tinoco, 2012).

A **aprendizagem não supervisionada** leva uma abordagem diferente, onde os modelos são treinados com dados não categorizados e têm como objetivo procurar padrões escondidos nos dados. Esta pode ainda ser dividida em modelos de agrupamento (*Clustering*), que procura identificar grupos de dados com características similares; associação, que procura encontrar relações fortes entre variáveis; e sumarização, que procura encontrar informação sucinta num conjunto de dados (Ferreira, 2020c; Tinoco, 2012).

Importa ainda referir que, além destas duas abordagens clássicas, existem outras vertentes de aprendizagem, nomeadamente a **aprendizagem semi-supervisionada** e a **aprendizagem por reforço**, que embora não sejam exploradas nesta dissertação, assumem relevância crescente em áreas específicas da inteligência artificial (Sutton & Barto, 2018; Zhu et al., 2009).

Os próximos subcapítulos adiantam-se ao Capítulo 3 -ESTADO DA ARTE, no sentido em que serão apenas aqui abordados os modelos mais relevantes nesta área de investigação. Isto significa também que, pelo facto deste problema de data mining estar relacionado com a previsão do

retorno de ativos financeiros, ou seja, prever um atributo baseado num conjunto de atributos categorizados, o foco será em aprendizagem supervisionada.

2.2.1. Modelos Preditivos

A **aprendizagem supervisionada** utiliza modelos preditivos em sua base para fazer previsões baseada no valor de outros atributos. Diferentes modelos, em função da sua natureza e das técnicas utilizadas, podem ser categorizados em diferentes agrupamentos. Neste subcapítulo serão abordados dois destes agrupamentos relevantes para esta investigação, os **modelos lineares generalizados** e **modelos de otimização**.

A classificação de **modelos lineares generalizados** é utilizada para generalizar alguns modelos estatísticos como a **Regressão Linear** (Nelder & Wedderburn, 1972). Esta tem como propósito resolver problemas de regressão, modelando a relação entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes encontrando uma equação que melhor descreva esta relação. (Gomes, 2023; Han et al., 2011).

O **Support Vector Regression (SVR)** é a extensão das Máquinas de Vetores de Suporte (SVM) para problemas de regressão. O objetivo é encontrar uma função $h(x)$ que produza saídas contínuas mantendo-se, tanto quanto possível, dentro de uma **margem de tolerância** definida por ϵ . Esta margem funciona como um “tubo de insensibilidade”: erros menores que ϵ não são penalizados. A Figura 2 ilustra de forma simplificada este procedimento, mostrando a função de regressão e o intervalo de tolerância delimitado pelas margens $+\epsilon$ e $-\epsilon$. Para lidar com casos em que os dados se afastam dessa zona (por exemplo devido a ruído ou *outliers*) o modelo recorre a **variáveis de folga** (ξ), que permitem ultrapassar a margem mas com custo acrescido. O parâmetro C controla o equilíbrio entre a simplicidade da função e a penalização dos desvios para além de ϵ .

Além do caso linear, o SVR pode recorrer a **funções kernel** que permitem projetar os dados para espaços de maior dimensão, capturando relações não lineares de forma eficiente. Assim, o modelo consegue construir funções de previsão robustas em diferentes contextos.

Entre as principais vantagens estão a boa capacidade de generalização, a robustez em cenários com muitas variáveis e a garantia de um mínimo global devido à convexidade da formulação. As limitações passam sobretudo pela sensibilidade à escolha de parâmetros (C , ϵ e tipo de *kernel*) e pela dificuldade de interpretação dos modelos resultantes.

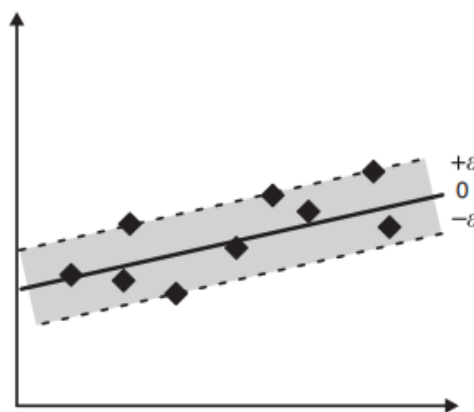


Figura 2 – Ilustração simplificada do procedimento SVR (Gama et al., 2012)

As **redes neuronais artificiais (ANN - Artificial Neural Networks)** são modelos computacionais inspirados no funcionamento do cérebro humano, compostos por unidades elementares chamadas neurónios artificiais. Estas unidades estão organizadas em camadas (*input, hidden e output*) e ligadas por pesos ajustáveis que são otimizados durante o processo de treino. As ANN funcionam tipicamente num esquema *feedforward*, em que a informação flui apenas num sentido, da entrada até à saída. Esta arquitetura é adequada para tarefas de classificação e regressão, mas não possui mecanismos internos de memória, tratando cada observação de forma independente (Okut, 2021).

As **redes neuronais recorrentes (RNN - Recurrent Neural Networks)** são uma extensão das ANN concebida para lidar com dados sequenciais. Introduzem ligações recorrentes nos neurónios da *hidden layer*, que transporta informação de passos anteriores da sequência. Deste modo, conseguem modelar dependências temporais de curto prazo, sendo aplicadas em problemas de séries temporais, reconhecimento de fala ou processamento de linguagem natural. Contudo, as RNN tradicionais enfrentam dificuldades em aprender dependências de longo prazo, o que limita a propagação da informação ao longo de muitas etapas temporais (Okut, 2021).

As redes **Long Short-Term Memory (LSTM)** foram propostas como uma variante das RNN para ultrapassar essas limitações. As LSTM introduzem uma **célula de memória** e um conjunto de portas (*input, forget e output*) que regulam o fluxo de informação: decidir o que guardar, o que esquecer e o que transmitir em cada passo temporal. Graças a este mecanismo, as LSTM conseguem aprender **dependências de curto e longo prazo**, tornando-se adequadas para problemas de previsão em séries temporais complexas (Okut, 2021).

2.2.2. Avaliação de Modelos

A escolha da métrica de erro condiciona tanto a comparação entre modelos como a própria seleção de hiperparâmetros. Entre as medidas mais usadas contam-se o erro absoluto médio (MAE – *Mean Absolute Error*), o erro quadrático médio (MSE – *Mean Squared Error*) e a sua raiz (RMSE - *Root Mean Squared Error*) (Jiang, 2021). De seguida, sintetizam-se definições, fórmulas e a intuição principal.

O **Erro médio absoluto (MAE)** mede a magnitude média dos erros em valor absoluto, penalizando de forma linear desvios grandes e pequenos (Geron, 2019).

$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |\hat{y}_i - y_i|$$

Equação 1 – Erro absoluto médio (MAE)

O **Erro quadrático médio (MSE)** representa a média dos quadrados dos erros. É mais sensível a valores atípicos (outliers) em comparação com o MAE.

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - y_i)^2$$

Equação 2 – Erro quadrático médio (MSE)

A **Raiz do erro quadrático médio (RMSE)** é caracterizada pela raiz quadrada do MSE, sendo uma medida típica de desempenho em regressão e que dá **mais peso a grandes erros** do que o MAE. No entanto, em cenários com muitos outliers pode ser preferível usar MAE (Geron, 2019).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - y_i)^2}$$

Equação 3 – Raiz do erro quadrático médio

2.3. CRISP-DM

Existem diversos modelos de metodologias de aplicação de data mining em projetos, nesta investigação é utilizado o CRISP-DM não só pela sua metodologia estruturada e abrangente que facilita a organização do projeto em fases claras, mas também no seu processo iterativo contínuo.

O CRISP-DM (*Cross Industry Standard Process for Data Mining*) é uma metodologia que pode ser utilizada como guia para um projeto de data mining. Esta divide o projeto em fases claras representadas na Figura 3

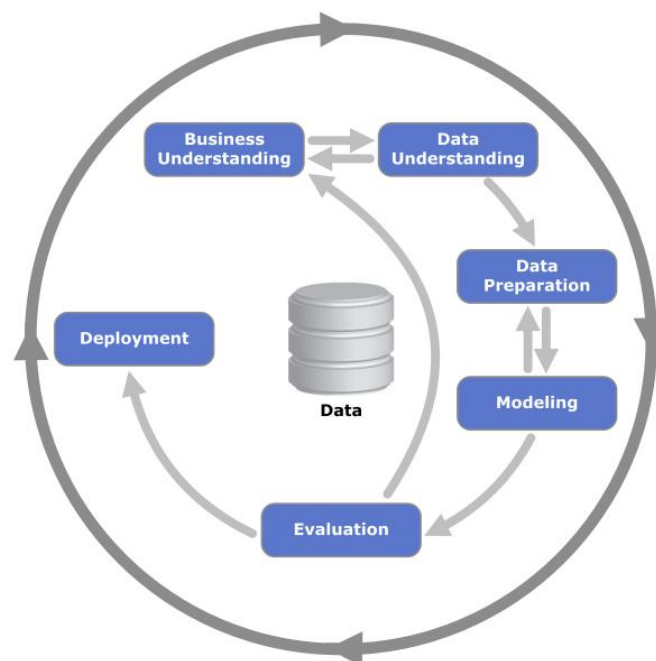


Figura 3 – Metodologia CRISP-DM (Ferreira, 2020b)

Este modelo representa as 6 diferentes fases do projeto e as suas relações entre elas. O círculo externo no diagrama da Figura 3 simboliza a natureza cíclica de processos.

O seu processo é iterativo, no entanto a sequenciação entre fases não é rígida, sendo que, dependendo do projeto e dos resultados de cada fase é expectável saltar ou recuar fases (Chapman et al., 2000). Nos subcapítulos seguintes são descritas as 6 fases da metodologia e a sua relevância para o processo.

A primeira fase, **Business Understanding**, centra-se na compreensão dos objetivos e requisitos do projeto a partir de uma perspetiva de negócio. Esta etapa estabelece a base sobre a qual o problema será posteriormente formulado em termos de data mining, envolvendo a definição dos objetivos de negócio, a análise da situação atual, a clarificação dos objetivos de data mining e a elaboração de um plano de projeto (Chapman et al., 2000; Ferreira, 2020a).

Seguidamente, a fase de **Data Understanding** aprofunda o conhecimento sobre os dados disponíveis. Após uma primeira visão obtida na fase anterior, esta etapa visa a recolha e descrição inicial dos dados, a exploração de padrões e a verificação da sua qualidade. Este processo é fundamental para a identificação de problemas e para a formulação de hipóteses analíticas mais precisas (Chapman et al., 2000).

A terceira fase, **Data Preparation**, engloba todas as atividades necessárias à construção da base de dados final a ser usada na modelação. Este passo tende a ser o mais demorado de todo o projeto, podendo ocupar até 90% do tempo total. Inclui tarefas como a seleção, limpeza, construção, integração e formatação dos dados, muitas das quais são executadas de forma iterativa e não necessariamente sequencial. (Ferreira, 2020a).

A fase de **Modeling** envolve a seleção e aplicação de técnicas de modelação adequadas ao problema, bem como a calibração dos seus parâmetros. Frequentemente, diferentes modelos são testados para o mesmo projeto e, devido à complexidade e especificidade de cada situação, pode ser necessário regressar à fase de preparação dos dados (Chapman et al., 2000).

Após a construção dos modelos, entra-se na fase de **Evaluation**, onde se verifica se os modelos criados correspondem efetivamente aos objetivos do projeto. Para além de validar os resultados, esta fase também avalia o desempenho geral do processo e identifica eventuais lacunas, determinando se devem ocorrer novas iterações ou se o projeto pode avançar para a última fase (Chapman et al., 2000; Ferreira, 2020a).

Por fim, a fase de **Deployment** concretiza a aplicação dos resultados obtidos. Dependendo do caso, esta pode envolver desde a elaboração de um relatório final até à implementação de soluções automatizadas em ambiente produtivo. Também contempla a definição de planos de monitorização e manutenção, assegurando a sustentabilidade do sistema desenvolvido.

3. ESTADO DA ARTE

A literatura é bastante consensual no interesse demonstrado pela previsão do preço de ações, no sentido em que este tipo de investigações têm sido temas interessantes tanto para a comunidade científica como para investidores ao longo das últimas décadas (Atsalakis & Valavanis, 2009; Cuiyuan Wang, 2021). Algumas das razões apontadas advêm, não só dos potenciais lucros associados, mas também do crescimento exponencial das bases de dados financeiras disponíveis, evolução contínua dos algoritmos de IA, aumento exponencial do poder de computação e mais recentemente do crescimento de bases de dados de análise de sentimento de produtos financeiros (Jiang, 2021).

A análise fundamental e análise técnica são técnicas frequentemente utilizadas para prever o comportamento das ações, no entanto, a complexidade e a volatilidade dos mercados financeiros tendem a tornar essa previsão um desafio (Yudong & Lenan, 2009). Neste contexto a utilização de algoritmos de IA, têm demonstrado potencial para superar as limitações destas técnicas tradicionais, uma vez que são capazes de se adaptar às mudanças do mercado (Dixon et al., 2017).

Com o objetivo de sincronizar os potenciais investigadores interessados, os investigadores (Jiang, 2021; Kumbure et al., 2022) apresentam revisões literárias sobre aplicações recentes de inteligência artificial na previsão do comportamento do mercado de ações. Estas análises demonstram várias tendências técnicas deste tipo de problemas de data mining por outros investigadores, assim como tipo e combinações de fontes de dados, modelos e parâmetros utilizados, métricas de avaliação, entre outras. Investigações deste tipo tem uma grande relevância no estado da arte deste tema pois, para além de serem relativamente atuais, contem muita informação agregada útil para nivelar o conhecimento dos investigadores acerca dos trabalhos passados relevantes. Os subcapítulos subsequentes abordam algumas destas tendências técnicas de modo a demonstrar uma visão geral do tipo de investigações nesta área, juntamente com a revisão de artigos que demonstram conceitos mais detalhados neste tipo de investigações.

3.1. Fontes de Dados

Um dos primeiros passos a se dado neste tipo de problemas passa por coletar bases de dados relevantes. Estas podem conter o historio do preço das ações ou mesmo outros tipos de informação extrínseca que possam afetar os mercados financeiros. Numa revisão literária do tema, (Jiang, 2021) categoriza estes dados nos tipos:

- **Dados do mercado** – Dados relativos ao próprio mercado das ações como preço de fecho e o volume de mercado.
- **Dados de texto** – Dados em formato texto provenientes da internet pré-processados com o intuito de fazer análise de sentimento. Estes podem ser publicações em redes sociais, discussões em fóruns, notícias, entre outros.
- **Dados macroeconomicos** – Dados que refletem indicadores macroeconómicos de um determinado país, região ou setor como o PIB ou o Índice de preços do consumidor.

- **Dados Knowledge graph** – Dados provenientes de knowledge graph models. Estes modelos gravam relações entre atributos relevantes. Um exemplo de informação destas fontes poderá ser se um determinado tipo de notícia influencia os preços de determinado setor.
- **Dados de imagem** – Imagens 2D de gráficos de velas representativos das ações.
- **Dados Fundamentais** – Dados relativos à análise contabilística das empresas, geralmente materializados nas demonstrações de resultados das mesmas, como, por exemplo, a receita total ou o EBITDA.

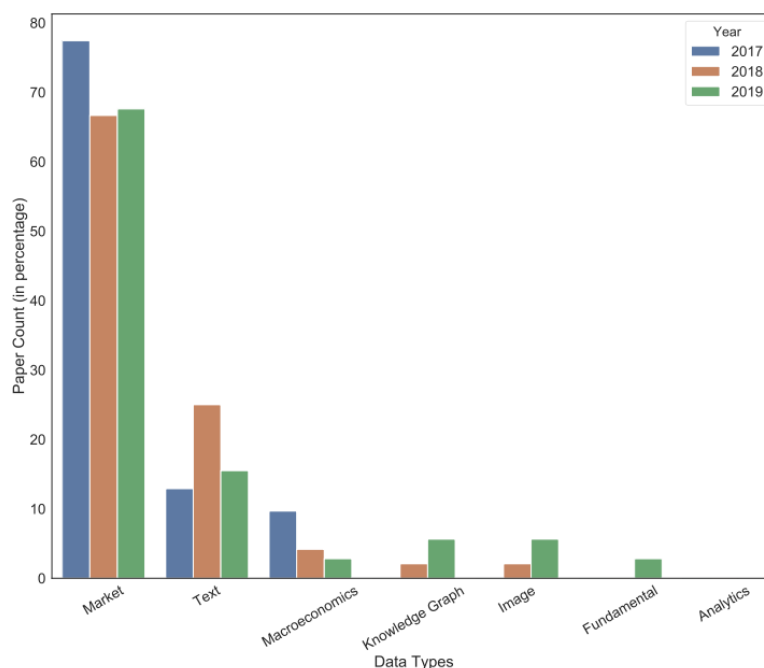


Figura 4 – Tendência dos diferentes atributos usados em (Jiang, 2021)

Na Figura 4 podemos verificar que a maior tendência é serem utilizados os dados dos mercados de ações, seguida dos dados de texto. Podemos também verificar uma **tendência anual decrescente** nos **dados macroeconómicos**, o que pode levar a crer que este tipo de atributo possa não trazer os melhores resultados. Por fim, também é de notar a **tendência anual crescente** no uso de novos tipos de atributos, como o **Knowledge Graph**, **Image** e **Fundamental data**. Esta poderá estar relacionada com novas ferramentas disponíveis que permitem este tipo de inputs ou até com o facto de ser mais difícil fazer previsões precisas ao longo do tempo (Jiang, 2021).

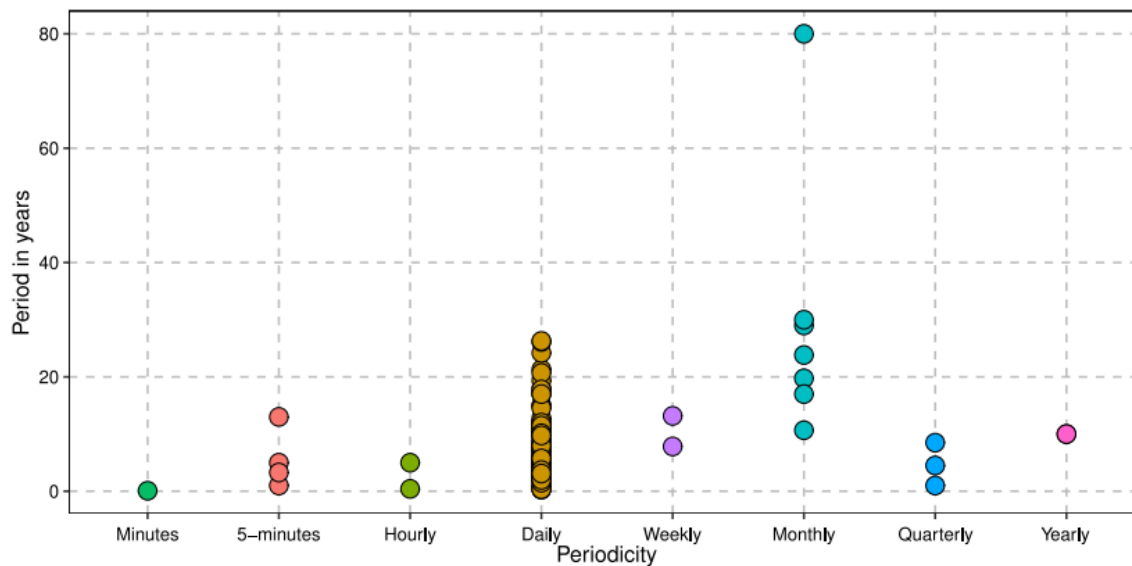


Figura 5 – Tendência na escolha da granularidade e janela temporal (Kumbure et al., 2022)

Para além das categorias dos dados, a periodicidade e a janela temporal têm um peso relevante na precisão dos modelos gerados. Na Figura 5 (Kumbure et al., 2022) apresenta as combinações escolhidas destes atributos numa amostra de artigos científicos. É possível observar que a **maior tendência é a utilização de dados com granularidade diária** com uma janela temporal distribuída relativamente uniformemente entre 1 a 25 anos. A segunda maior tendência passa por uma granularidade mensal com uma janela temporal maior distribuída entre os 15 e os 30 anos. Poderão existir vantagens e desvantagens entre janelas temporais mais longas e mais curtas. Uma janela curta pode não ser suficiente para demonstrar resultados eficazes e correr um maior risco de sobreajuste (*overfitting*), enquanto uma janela mais longa corre o risco de passar por diferentes fases do mercado e no final apresentar resultados desatualizados (Jiang, 2021).

3.2. Modelos Preditivos

A escolha dos modelos usados para fazer previsões constitui também uma parte crucial do problema de data mining. Este problema tem também influência na tipologia de modelo a utilizar. Se o objetivo for prever o valor específico do preço de ativos é chamado um problema de regressão, caso seja prever a direção do preço (se este irá subir ou descer), é chamado um problema de classificação (Jiang, 2021).

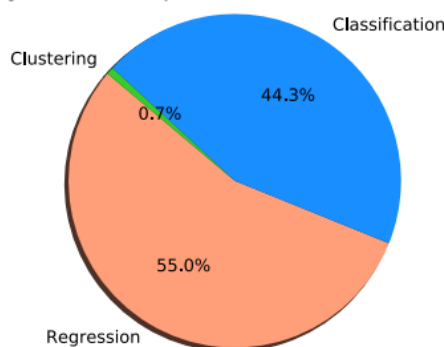


Figura 6 – Tendência na tipologia de modelos (Kumbure et al., 2022)

Na Figura 6 (Kumbure et al., 2022) demonstra, na sua revisão literária, a tendência de escolha na tipologia de modelos entre a opção de modelos de regressão, classificação e clustering. Tanto os modelos de regressão como os modelos de classificação ocupam cerca de metade da amostra, com uma inclinação ligeiramente superior para a regressão, o que pode indicar que, neste estudo, a previsão do preço da moeda é mais popular do que a previsão do movimento do mercado. Uma conclusão mais notável, é o facto dos problemas de clustering ocuparem apenas 0,7% do espaço ao contrário da soma dos problemas de regressão e de classificação que ocupam 99,3%, isto leva a concluir que a grande maioria dos investigadores opta por utilizar modelos de aprendizagem supervisionada face à aprendizagem não-supervisionada.

(Jiang, 2021) na sua revisão literária, utiliza outro tipo de categorização para ver a tendência na utilização de modelos:

- **Feedforward neural network (FFNN)** – Engloba modelos mais simples de redes neurais que não formam um ciclo entre os nós, tais como *Artificial Neural Networks (ANN)* e *Deep Neural Network (DNN)*
- **Convolutional neural network (CNN)** – Modelos desenhados para processar imagens 2D
- **Recurrent neural network (RNN)** – Modelos onde as conexões entre os nós formam um ciclo temporal, o que os ajuda a exibir um comportamento dinâmico, tais como o Long short-term memory (LSTM)
- **Modelos Híbridos** – Modelos que utilizam a combinação de dois ou mais modelos
- **Outros modelos** – Outros modelos como *Generative Adversarial Network (GAN)*, *Graph Neural Network*, *Transfer Learning*, etc.

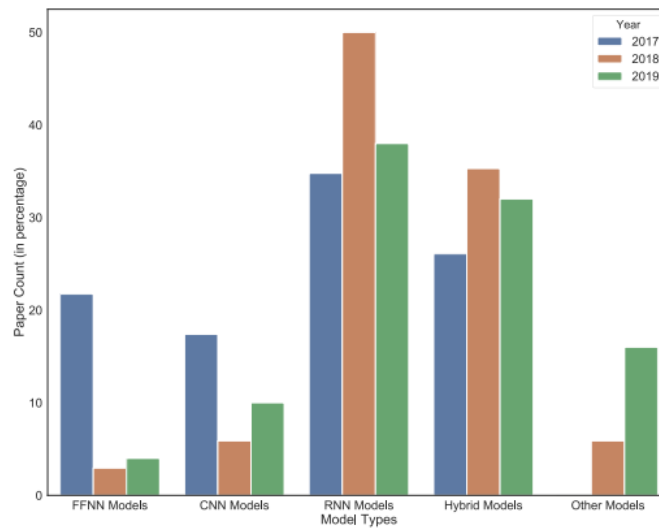


Figura 7 – Tendência de utilização de modelos (Jiang, 2021)

Na Figura 7 é demonstrado o maior destaque para os modelos **RNN** seguido dos **modelos híbridos**. É de notar também que em 2019 esta tendência perde força com uma maior utilização de outros modelos.

(Jiang, 2021) também verifica que os modelos **LSTM** são dos mais utilizados dentro da tipologia RNN. Estes são um tipo de redes neuronais que se destacam na resolução de problemas de series temporais. Pela sua estrutura única, estas têm a capacidade de recordar os dados passados na sua estrutura interna, o que tem um grande impacto na previsão de dados futuros (Zhao et al., 2017).

3.3. Avaliação de Modelos

Existem diferentes métricas para avaliar a performance dos modelos, enquanto modelos de classificação utilizam métricas que avaliam a precisão das previsões (ex. precisão do modelo para prever a direção do mercado), modelos de regressão utilizam métricas baseadas em erro (ex. erro médio entre o valor previsto e o valor real) (Kumbure et al., 2022).

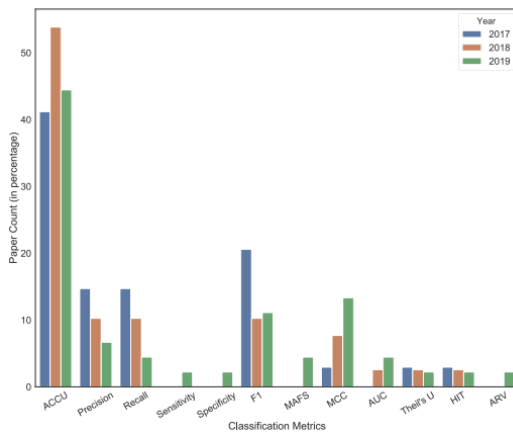


Figura 8 – Tendência em métricas de classificação (Jiang, 2021)

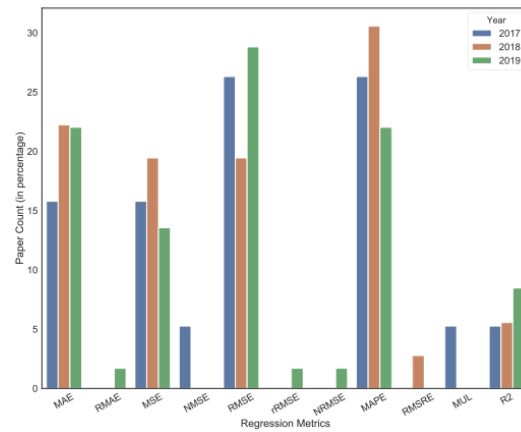


Figura 9 – Tendência em métricas de Regressão (Jiang, 2021)

Na Figura 8 e na Figura 9, (Jiang, 2021) identifica as tendências na escolha de métricas de classificação e regressão por parte dos investigadores. Quanto à classificação, é possível ver uma grande tendência na **ACCU** (Accuracy), seguida da **F1 score** e **MCC** (*Matthews Correlation Coefficient*). É possível também verificar que enquanto a F1 score teve uma menor contagem de artigos onde foi utilizada, a MCC ganhou popularidade ao longo dos 3 anos. Relativamente a métricas de regressão, é possível verificar que a RMSE e a MAPE são as mais utilizadas, seguidas pela MAE e pela MSE.

3.4. Trabalho Relacionado

A previsão do índice S&P 500 tem sido alvo de intensa investigação, tanto pela complexidade inerente ao comportamento dos mercados financeiros como pela relevância prática para estratégias de gestão de risco e investimento. A literatura recente divide-se essencialmente em dois eixos: a aplicação de modelos de machine learning e deep learning, com destaque para o Support Vector Regression (SVR) e as redes Long Short-Term Memory (LSTM), e a análise de padrões sazonais e estruturais do índice, que revelam regularidades persistentes ao longo do tempo. Nesta secção apresentam-se os contributos em ambas as vertentes, realçando detalhes técnicos fundamentais como o período temporal, as janelas de treino e teste, os métodos de seleção de hiperparâmetros e as métricas utilizadas na avaliação.

3.4.1. Modelos de previsão com SVR e LSTM

Estudos comparativos entre SVR e LSTM têm evidenciado que ambos os modelos apresentam desempenhos próximos na previsão de retornos do S&P 500, embora com particularidades dependentes do horizonte temporal e do tipo de pré-processamento.

Os investigadores (Osama et al., 2024) realizaram uma comparação entre SVR, LSTM, *Random Forest* e Regressão Linear na previsão de preços da *Oracle Corporation*, utilizando dados diários entre 1986 e 2024. O *dataset* foi dividido em 80% treino e 20% teste, com normalização *MinMaxScaler* no caso do SVR. O SVR foi otimizado por *grid/random search* e alcançou os melhores resultados (RMSE = 1.12, MAE = 0.90), enquanto o LSTM, com duas camadas de 200 neurónios e *lookback* de 60 dias, apresentou desempenho próximo (RMSE = 1.53, MAE = 0.94). A **Regressão Linear** obteve **resultados razoáveis**, mas inferiores, e o *Random Forest* falhou em capturar as dependências temporais, registando erros muito elevados (RMSE > 33). Estes resultados sugerem que **SVR e LSTM** possam ser métodos mais adequados para previsão em **séries temporais financeiras** complexas.

O autor (Anh, 2023) analisou a previsão de preços de IBM, Intel e Cisco com dados diários entre 2003 e 2023, usando janelas de *lookback* de 5 dias e normalização *MinMaxScaler*. O modelo **LSTM**, com uma camada de 50 unidades treinada por 50 *epochs*, alcançou erros bastante reduzidos (IBM: RMSE = 2.34, MAE = 1.71; CSCO: RMSE = 1.36, MAE = 1.10; INTC: RMSE = 1.20, MAE = 0.85), **superando claramente o SVR**, que apresentou erros muito superiores (MAE até 6.75; RMSE até 8.66). Os resultados confirmam a eficácia do **LSTM** em capturar dependências temporais em **horizontes curtos**, sugerindo-o mais adequado do que o SVR para previsão de séries financeiras.

A investigação de (Stempień & Slepaczuk, 2025) desenvolve uma análise sistemática de modelos individuais e híbridos para previsão de séries financeiras, incluindo o S&P 500, recorrendo a dados diários entre 2002 e 2023. O pré-processamento utilizou retornos logarítmicos e a avaliação foi conduzida através de uma validação cruzada em janelas rolantes (3 anos de treino, 2 anos de validação e 1 ano de teste), o que permitiu robustez face a diferentes regimes de mercado. Os modelos estudados incluíram ARIMA e ARFIMA, combinados com técnicas de machine learning (SVR) e deep learning (LSTM), avaliados segundo métricas de previsão (RMSE e MAE) e métricas de performance financeira como o *Annualized Rate of Return* (ARR). Os resultados mostraram que o **SVR isolado superou o LSTM isolado em termos de precisão** (RMSE = 1,28 e MAE = 0,83 para o SVR contra RMSE = 1,29% e MAE = 0,83% para o LSTM). Os **modelos híbridos** (ARIMA+LSTM e ARIMA+SVR) **reduziram os erros de previsão** (com o ARIMA+LSTM a alcançar MAE = 0,82%), mas a principal melhoria surgiu nas métricas de retorno anualizado: enquanto o LSTM isolado apresentou um ARR residual (0,5%), o ARIMA+LSTM elevou esse valor para mais de 10%, e o SVR manteve-se elevado (12%). Estes resultados evidenciam que, embora as melhorias em termos de erro de previsão sejam marginais, os **modelos híbridos maximizam o impacto prático das previsões**, convertendo-as em estratégias de investimento significativamente mais lucrativas.

Na investigação de (Yaakoub et al., 2025) relativa a previsão de séries financeiras internacionais, incluindo o índice S&P 500, comparando modelos tradicionais (ARIMA), de machine learning (SVR) e de deep learning (LSTM). O estudo utilizou janelas deslizantes de 30 dias para prever um dia à frente, com divisão de dados em 70% treino, 15% validação e 15% teste. As variáveis consideradas incluíram preços de abertura, fecho, máximos, mínimos e volume de negociação, permitindo caracterizar tanto a evolução do preço como a dinâmica de mercado. A afinação de

hiperparâmetros foi realizada através de *Grid Search* para o SVR e *Random Search* para o LSTM, com avaliação baseada em métricas como MAE, RMSE, MAPE e R^2 . Os resultados evidenciaram que o **LSTM alcançou um desempenho superior**, obtendo um MAPE médio de cerca de 1,5% face a 2,1% no SVR, o que demonstra maior **robustez na captura de padrões não lineares de longo prazo**, embora o SVR se mantenha competitivo em horizontes mais curtos e contextos menos voláteis.

Os investigadores (Pilla & Mekonen, 2025) compararam modelos ARIMA e LSTM na previsão do S&P 500 entre 2013 e 2024, utilizando dados diários enriquecidos com indicadores técnicos e macroeconómicos. O pré-processamento incluiu seleção de variáveis por correlação, e normalização MinMaxScaler. O LSTM usou janelas deslizantes de 216 dias e duas camadas com 64 unidades. A avaliação, baseada em RMSE e MAE, demonstrou a **superioridade do LSTM**, sobretudo quando treinado apenas com a série de preços (MAE = 175,9; RMSE = 207,3), em contraste com o LSTM com variáveis adicionais (MAE = 369,3; RMSE = 412,8) e o ARIMA (MAE = 462,1; RMSE = 614). Estes resultados reforçam que os **LSTM** capturam melhor **padrões temporais complexos** do que modelos estatísticos tradicionais, mas também sugerem que a introdução indiscriminada de variáveis externas pode degradar a performance preditiva devido a ruído.

3.4.2. Sazonalidade do S&P 500

A literatura sobre o S&P 500 revela a existência de **efeitos sazonais robustos**, recorrentes em períodos **trimestrais, mensais** e em determinados **dias da semana**. Tradicionalmente investigados por métodos estatísticos, estes padrões também se revelam passíveis de captura através de modelos de machine learning. (Zhang et al., 1998), por exemplo, demonstraram que redes neuronais eram capazes de identificar **dependências sazonais complexas em séries financeiras**, antecipando um campo de investigação que, ainda hoje, permanece ativo.

Estudos recentes evidenciam que a previsibilidade do mercado acionista não é homogênea ao longo dos meses, mas depende da posição relativa dentro do trimestre. (Guo, 2025) mostra que os **primeiros meses de cada trimestre** (janeiro, abril, julho e outubro), que coincidem com a época de divulgação de resultados empresariais, apresentam um padrão robusto no período 1926–2021: **os retornos desses meses preveem negativamente os retornos de futuros primeiros meses de trimestre e positivamente os retornos dos meses intermédios** (não-primeiros). A interpretação económica baseia-se na **extrapolação excessiva dos lucros** pelos investidores nos meses de divulgação, o que gera correções nos meses seguintes. Por exemplo, se em janeiro o S&P 500 registar um retorno elevado, é mais provável que abril, julho e outubro tenham desempenhos mais fracos, mas, em contrapartida, os meses de fevereiro e março tenderão a beneficiar desse excesso de otimismo inicial.

No que toca à **sazonalidade mensal**, análises empíricas apontam que os **melhores retornos** do S&P 500 tendem a ocorrer nos **dias finais ou iniciais de cada mês**, sugerindo um padrão robusto e repetível ao longo do tempo (Oddmund Groette, 2024).

Também são discutidos efeitos sazonais como o “efeito janeiro” (*January effect*) e o efeito “vender em maio” (*Sell in May*):

- O **January effect** sugere retornos mais fortes em janeiro, sobretudo em ações de pequena capitalização, embora sua magnitude tenha diminuído ao longo do tempo (Wikipedia, 2025a).
- A estratégia **“Sell in May and go away”**, baseada em padrões históricos de retorno mais fracos entre maio e outubro, apresenta evidência mista e é amplamente discutida tanto em literatura acadêmica como em meios mais divulgativos (Wikipedia, 2025b).

Quanto à sazonalidade em determinados **dias da semana**, (Franses & Paap, 2000) documentam este efeito (*day-of-the-week*) nas séries de retornos e volatilidade do S&P 500 entre 1980 e 1994. Eles identificaram **correlações positivas nas segundas-feiras e negativas nas terças**, bem como variações na persistência da **volatilidade ao longo da semana**.

Numa abordagem mais atual, (Samarayanake & Liu, 2015) investiga se o efeito **dia-da-semana** existe nos retornos e na volatilidade dos setores do S&P 500, usando retornos diários de fevereiro de 2005 a fevereiro de 2015. Este conclui, usando o modelo GARCH, que os **retornos eram mais altos à quarta-feira e mais baixos à segunda**, e de que a **volatilidade seria maior à sexta e menor à quarta**. Os resultados setoriais são mistos: a presença e o sentido do efeito variam por setor, com dias específicos a exibirem retornos/volatilidades mais altos consoante o setor analisado.

Como nota de subcapítulo, a literatura demonstra que a previsão do S&P 500 é **sensível ao horizonte temporal e ao tipo de abordagem escolhida**. Os modelos SVR e LSTM apresentam erros muito próximos em previsões de curto prazo, mas o **LSTM mostra vantagens crescentes em horizontes mais longos e em contextos de elevada volatilidade**. Os modelos híbridos, como o ARIMA+LSTM, ainda que não reduzam drasticamente os erros de previsão, destacam-se em métricas financeiras práticas, como o ARR. Por outro lado, a análise da sazonalidade evidencia que existem ciclos e padrões temporais que reforçam a previsibilidade do índice em determinados períodos do ano. Assim, a integração entre abordagens de machine learning e fatores sazonais constitui uma via promissora para melhorar a capacidade preditiva em séries financeiras complexas como o S&P 500.

4. ANÁLISE E MODELAÇÃO

Neste capítulo é elaborado o estudo proposto utilizando a metodologia CRISP-DM, seguindo os respetivos passos e descrevendo as análises e resultados. Cada subcapítulo corresponderá a uma fase da metodologia, não querendo isso dizer que não sejam referenciadas técnicas de outras fases nas mesmas. A etapa de Deployment não será desenvolvida por estar relacionada com a passagem de um modelo bem-sucedido para um ambiente de produção, o que não existe neste contexto. Apesar da metodologia ter uma componente iterativa, e este projeto também passar por várias iterações, este capítulo foi resumido a apenas uma iteração para simplificar a sua exposição.

Este projeto tem como objetivo gerar conhecimento na previsão de ativos cotados em bolsa, e como tal foi selecionado para o efeito de estudo o índice do S&P 500. A sua escolha deve-se ao facto de este ser um índice composto pelas 500 empresas com maior capitalização na bolsa dos Estados Unidos, bolsa esta que detém o maior valor de mercado a nível mundial. Este índice contém também indexados a si os 3 ETF's com maior capitalização de mercado a nível mundial (Statista, 2024). Todos estes fatores contribuem para que este índice possa à priori apresentar menos volatilidade quando comparado com outros ativos, dado o seu grande volume. Esta característica poderá ser útil na modelação da sua previsão, pela sua capacidade de ter reações menores a eventos externos.

4.1. Business Understanding

O objetivo principal passa por formular conhecimento na área da previsão de ações com recurso a exploração e modelação de diferentes conjuntos de dados utilizando técnicas de data mining. Este tipo de conhecimento poderá acrescentar valor tanto na tomada de decisão de investidores na bolsa de valores como a qualquer outra entidade interessada em compreender o comportamento destes ativos.

Este processo irá compreender diferentes conjuntos de dados que poderão ser relacionados com as ações em causa, com outros ativos financeiros ou com fatores macroeconómicos relevantes. Sendo estes dados históricos, um dos focos principais será realizar análises que detetem correlações entre estes dados ao longo do tempo de modo a aumentar a fiabilidade dos modelos gerados.

Neste sentido, este projeto compreende como principais objetivos de negócio:

- Identificar ativos de bolsa e indicadores macroeconómicos com potencial correlação com o S&P 500
- Verificar correlações do S&P 500 com as variáveis/atributos identificados
- Prever o retorno do S&P 500 baseado no seu próprio histórico
- Prever o retorno do S&P 500 tendo como base o seu histórico e o histórico dos atributos correlacionados
- Analisar a sazonalidade do S&P 500 no contexto anual, trimestral, semanal, diário e de dia da semana

- Prever o retorno do S&P 500 baseado no seu próprio histórico num contexto sazonal

Este projeto também compreenderá os seguintes objetivos de data mining:

- Recolher e analisar bases de dados dos diferentes atributos para as janelas temporais a ser analisadas
- Pré-processar as diferentes bases de dados, uniformizando e juntando as diferentes variáveis numa só base de dados sobre a granularidade diária
- Elaboração de métricas e gráficos em Power BI de modo a fazer a exploração dos dados e a realizar as análises necessárias
- Desenvolvimento de modelos preditivos de regressão de modo a prever o preço do S&P 500 para diferentes janelas temporais
- Avaliar qual o modelo com melhor performance para as diferentes análises

4.2. Data Understanding

Na etapa atual do projeto, são abordadas as primeiras tarefas relacionadas objetivamente com as bases de dados. Primeiramente, é abordado o processo de recolha de dados, seguido de uma descrição das variáveis que o compõem. Posteriormente, será validada a qualidade dos dados e por último, os mesmos serão explorados através de gráficos e métricas utilizando o software Power BI que permitirá fazer as primeiras análises propostas para este projeto.

4.2.1. Recolha e Descrição dos Dados

Os atributos selecionados para correlacionar com o S&P 500 tiveram como base a literatura analisada no estado da arte. Foram selecionados desta alguns dos que, a priori, terão mais potencial para auxiliar no desenvolvimento de modelos de previsão do preço. Foram escolhidas duas categorias de atributos: Dados de Mercado e Dados Macroeconómicos.

Quanto aos dados de Mercado, foram selecionados dados relativos ao S&P 500, a ações de grande volume que constituem o índice, outros índices relacionados, divisas, matérias-primas, criptomoedas e Títulos do tesouro.

Relativamente aos dados macroeconómicos, foram selecionados a taxa de desemprego nos Estados Unidos e o Índice de preços no consumidor (CPI - *Consumer Price Index*).

Foi definida nesta fase uma janela temporal na qual incidirá a análise entre 2020 e 2024, pelo que um dos critérios de escolha das bases de dados foi de incluírem esta mesma janela.

Na Tabela 2 observa-se as diferentes bases de dados recolhidas neste âmbito:

Tabela 2 – Bases de dados recolhidas para a investigação

Grupo	Base de Dados	Descrição
Dados de Mercado	S&P 500	Índice Standard and Poor 500, contem as 500 maiores empresas dos EUA por capitalização de mercado
	Nikkei 225	Índice Nikkei Stock Average, contem as 225 maiores empresas do Japão por capitalização de mercado
	FTSE 100	Índice Financial Times Stock Exchange 100 Index, contem as 100 maiores empresas do Reino Unido por capitalização de mercado
	NASDAQ 100	Índice NASDAQ 100, contem as 100 maiores empresas não financeiras da bolsa de valores NASDAQ por capitalização de mercado
	DOW 30	Índice Dow Jones Industrial Average, contem 30 empresas dos EUA com grande capitalização de mercado selecionada pela Dow Jones & Company
	Apple	Ação da Apple, maior empresa do S&P 500 dentro do setor de Information Technology à data atual em dólares
	UnitedHealth Group	Ação da UnitedHealth Group, maior empresa do S&P 500 dentro do setor Health Care à data atual em dólares
	Berkshire Hathaway	Ação da Berkshire Hathaway, maior empresa do S&P 500 dentro do setor Financials à data atual em dólares
	EUR/USD	Preço de câmbio do par de moedas Euro/Dólar dos EUA
	GBP/USD	Preço de câmbio do par de moedas Libra Esterlina/Dólar dos EUA
	USD/CAD	Preço de câmbio do par de moedas Dólar dos EUA /Dólar Canadiano
	USD/JPY	Preço de câmbio do par de moedas Dólar dos EUA /Iene Japonês
	USD/CNY	Preço de câmbio do par de moedas Dólar dos EUA /Yuan Chinês
	BTC/USD	Preço de câmbio do par de ativos Bitcoin/Dólar dos EUA
	ETH/USD	Preço de câmbio do par de ativos Ethereum/Dólar dos EUA
	Gold	Preço da matéria-prima Ouro em dólares
Silver	Preço da matéria-prima Prata em dólares	
Oil	Preço da matéria-prima Petróleo em dólares	
Dados Macroeconómicos	DGS1MO	Taxas de Juro dos títulos de Tesouro dos EUA a 1 mês em percentagem
	DGS3MO	Taxas de Juro dos títulos de Tesouro dos EUA a 3 meses em percentagem
	DGS6MO	Taxas de Juro dos títulos de Tesouro dos EUA a 6 meses em percentagem
	UNRATE	Taxa de Desemprego dos EUA em Percentagem
	CPI	Índice de Preços do consumidor nos EUA e
	GDP	Produto Interno Bruto dos EUA em biliões de dólares

As bases de dados relativas aos dados de mercado foram todos recolhidos no site da *Yahoo Finance*. Este oferece uma biblioteca de *Python* que integra com a sua API que permite uma rápida e dinâmica recolha de dados. Todas contêm os mesmos atributos:

- **Date** – Data do registo em questão
- **Close** – Valor de fecho em formato numérico
- **Adj. Close** – Valor de fecho ajustado à distribuição de dividendos em formato numérico
- **Open** – Valor de abertura em formato numérico
- **Low** – Valor mínimo em formato numérico
- **High** – Valor máximo em formato numérico
- **Volume** – Volume de transações em formato numérico

Quanto aos dados Macroeconómicos, estes foram recolhidos pelo FRED (*Federal Reserve Bank of St. Louis*). Estes contêm também os mesmos atributos:

- **Date** – Data da Análise
- **Close** – Valor de Fecho

Diferentes bases de dados, em função da sua tipologia, têm também diferentes granularidades temporais. No caso dos dados de mercado, estes apresentam uma granularidade diária para todos os dias da semana, à exceção dos pares de moedas que também apresentam uma granularidade diária para todos os dias do ano. Por outro lado, os dados macroeconómicos apresentam a seguinte granularidade:

- **DGS** – Granularidade diária para todos os dias da semana
- **UNRATE e CPI** – Granularidade mensal
- **GDP** – Granularidade trimestral

Após estabelecidas a descrição dos atributos, é pertinente fazer uma análise descritiva inicial de algumas métricas estatísticas primárias. Para esta análise foram analisados os atributos Adj. Close e Close de todas as bases de dados. Foram escolhidos apenas estes, não só de modo reduzir o número de variáveis tanto nas análises como na modelação, mas também porque o preço de fecho é o atributo mais relevante no preço dos ativos. A escolha do Adj. Close face ao Close passa por, ao englobar a distribuição de dividendos no preço de fecho, é possível obter uma análise mais real do valor do ativo. De notar também que nos ativos que não contêm distribuição de dividendos, o atributo Adj. Close terá sempre o mesmo valor que Close.

Para efeitos desta análise serão observadas as métricas estatísticas descritivas de valor médio, desvio padrão, valor mínimo, valor máximo, *Kurtosis* e *Skewness*. Foi acrescentada também uma métrica de volatilidade relativa onde é dividido o desvio padrão pela média de modo a comparar a

dispersão entre as variáveis. Estas são todas analisadas na mesma janela temporal (ano 2020 a 2024) de modo a obter uma comparação fidedigna. Na Tabela 3 está evidenciadas as mesmas.

Tabela 3 – Métricas estatísticas das dimensões do banco de dados

Atributo	Média	Desvio Padrão	Volatilidade Relativa	Mínimo	Máximo	Kurtosis	Skewness
S&P 500 Adj Close	3446,83	665,84	0,19	2237,4	4793,54	-1,29	0,37
Nikkei 225 Adj Close	24548,84	3179,09	0,13	16552,83	30670,01	-1,27	0,16
FTSE 100 Adj Close	7052,99	536,09	0,08	4993,9	7877,5	0,94	-1,23
NASDAQ Adj Close	10423,77	2786,25	0,27	6332,99	16057,44	-1,29	0,37
DOW 30 Adj Close	29038,28	4012,44	0,14	18591,93	36799,65	-1,24	0,27
Apple Adj Close	96,08	46,33	0,48	35,49	177,67	-1,57	0,16
Berk Adj Close	238,44	45,1	0,19	162,13	359,57	-0,82	0,65
Health Adj Close	327,3	107,04	0,33	184,68	545,23	-1,05	0,64
EUR/USD Adj Close	1,13	0,06	0,05	0,95	1,25	0,11	-0,58
GBP/USD Adj Close	1,3	0,07	0,05	1,07	1,43	-0,03	-0,47
USD/CAD Adj Close	1,3	0,04	0,03	1,2	1,44	0,18	0,26
USD/JPY Adj Close	113,51	10,48	0,09	102,67	150,17	2,56	1,9
USD/CNY Adj Close	6,72	0,27	0,04	6,26	7,3	-1,33	0
BTC-USD Adj Close	20252,79	16943,39	0,84	3242,48	67566,83	-0,25	1,04
ETH-USD Adj Close	1140,34	1192,95	1,05	84,3	4812,08	0,27	1,17
Gold Adj Close	1605,23	246,68	0,15	1176,2	2051,5	-1,41	-0,3
Silver Adj Close	19,85	4,33	0,22	11,73	29,39	-1,32	0,34
Oil Adj Close	64,75	19,88	0,31	-37,63	123,7	0,89	0,28
DGS1MO Close	1,18	1,08	0,92	-0,06	4,022	-0,98	0,35
DGS3MO Close	1,3	1,1	0,85	-0,05	4,456	-0,51	0,5
DGS6MO Close	1,44	1,26	0,88	0,01	4,74	-0,3	0,56
UNRATE Close	4,93	2,31	0,47	3,5	14,7	6,16	2,47
CPI Close	265,85	15,42	0,06	248,85	298,99	-0,48	0,95
GDP Close	22964,1	2250,15	0,10	19913,14	27063,01	-1,16	0,51

Relativamente ao S&P 500, este apresenta uma volatilidade relativa de 0,19 sugerindo ser mais volátil que o Nikkei 225, o FTSE 100 e o DOW 30 mas menos que o NASDAQ. Pode-se também realçar o valor de Skewness baixo (0,37) e um kurtosis negativo (-1,29) o que indica uma leve assimetria positiva e uma distribuição achatada com menos tendência a valores extremos. Isto reflete-se também nos restantes índices à exceção do FTSE 100. Este demonstra um comportamento diferente dos restantes apresentando o menor valor de volatilidade relativa dos três índices (0,08) sugerindo ser o menos volátil. Por outro lado, possui um valor negativo de

Skewness de (-1,23) e kurtosis levemente positivo (0,94) revelando uma assimetria negativa e uma distribuição mais estreita sugerindo há uma tendência para quedas extremas no Reino Unido.

As ações escolhidas apresentam comportamentos semelhantes entre si e semelhantes com o S&P 500, apresentando um valor de skewness baixo e um valor de kurtosis negativo, revelando também uma leve assimetria positiva com uma distribuição achatada.

Quanto aos pares de moedas analisados, o EUR/USD, GBP/USD e USD/CAD apresentam características semelhantes provavelmente por pertencerem a países com proximidade cultural e económica. Estes demonstram uma volatilidade relativa baixa, e distribuições próximas do normal com leve assimetria. Esses comportamentos indicam que, enquanto há flutuações diárias, estas são relativamente pequenas e tenderão a seguir um padrão. O par USD/JPY destaca-se pelo alto valor de skewness (1,90) indicando uma forte assimetria positiva e de kurtosis (2,56) indicando uma distribuição mais estreita e assim com mais outliers e mais volatilidade. O par USD/CNY mostra uma distribuição com kurtosis negativa (-1,33) e skewness zero indicando um achatamento próximo da distribuição normal.

Os Pares de USD com criptomoedas representam ambos alta volatilidade, com valores de desvio padrão muito altos em relação à média. Apresentam também uma assimetria positiva que representa uma tendência para ocorrência de valores extremos altos.

Relativamente às matérias primas, pode notar-se alguma semelhança entre o Ouro e a Prata, valores de volatilidade de relativa próximos (0,15 e 0,22 respetivamente) revelando uma volatilidade significativa, Os valores de skewness relativamente baixos com direções opostas (-0,30 e 0,34 respetivamente) e kurtosis negativos (-1,41 e -1,32 respetivamente) indicam baixas assimetrias opostas e distribuições achatadas, sugerindo menos eventos extremos que a distribuição normal.

Por outro lado, o Petróleo uma volatilidade relativa mais elevada que as outras matérias-primas (0,31) demonstrando assim ser a mais volátil. Demonstra também um valor de skewness levemente positivo (0,28) e um valor de kurtosis igualmente levemente positivo (0,89) indicando assim uma leve assimetria e valores extremos mais comuns que as restantes. É também destacado o seu valor mínimo ser negativo (-37,63), refletindo um evento extraordinário da queda no preço de petróleo durante a pandemia (Johnston, 2022).

Todos os títulos de tesouro em análise apresentam, naturalmente, características semelhantes, pois apenas diferem no seu tempo de maturidade. É notável o elevado valor de volatilidade relativa (0,92 para DGS1MO, 0,85 para DGS3MO, 0,88 para DGS6MO) apresentando assim uma grande volatilidade. Observa-se também mínimos negativos no caso do DGS1MO e DGS3MO (-0,06 e -0,05, respetivamente), indicando que em determinados períodos, os investidores obtiveram rendimentos negativos. Relativamente aos valores de skewness, estes apresentam-se ligeiramente positivos (0,35 para DGS1MO, 0,50 para DGS3MO, 0,56 para DGS6MO) e valores de kurtosis negativos (-0,98 para DGS1MO, -0,51 para DGS3MO, -0,30 para DGS6MO) demonstrando leve assimetria e uma distribuição mais achatada sugerindo menos eventos externos que numa distribuição normal.

A taxa de desemprego dos estados unidos apresenta uma volatilidade relativa elevada (0,47) algumas incertezas de empregabilidade. Apresenta também um valor de Skewness bastante alto (6,16), e um valor alto de Kurtosis (2,47), revelando uma forte assimetria positiva e uma distribuição

mais pontiaguda. Isto sugere que pode haver uma maior concentração de valores em redor da média juntamente com um conjunto de valores elevados acima da média. Isto poderá indicar um período de desequilíbrio durante a pandemia COVID-19.

O índice de preços do consumidor revela uma baixa volatilidade relativa (0,08), um valor positivo de Skewness (0,95) e um valor de Kurtosis negativo (-0,48) revelam assim baixa volatilidade, uma assimetria positiva e uma distribuição mais achatada, sugerindo haver uma concentração de preços abaixo da média e estar menos vulnerável a eventos externos.

O produto interno bruto dos Estados Unidos apresenta uma volatilidade relativa baixa (0,10), um valor negativo de Skewness (-1,16) e o valor de Kurtosis positivo (0,51) revelam uma assimetria negativa e uma distribuição mais pontiaguda, sugerindo haver uma concentração de preços acima da média e estar mais vulnerável a eventos externos.

4.2.2. Análise de Correlação

Este subcapítulo passa por uma análise detalhada de relações entre as variáveis das diferentes bases de dados, focando na sua relação com o S&P 500. Será explorada a correlação entre todos os atributos com o Índice de forma a detetar fortes correlações entre os mesmos. Esta análise foi elaborada em linguagem python com o apoio de algumas bibliotecas de *data science*, nomeadamente a bibliotecas *pandas* para criação e manipulação das *dataframes*, e a *matplotlib* para criação de gráficos.

Numa primeira etapa foi criada uma dataframe unificada com todos os atributos para a mesma janela temporal (ano 2020 a 2024). Foram também uniformizadas as granularidades temporais para que todas as variáveis tenham valores em função da data em análise do S&P 500. Este pre-processamento está detalhado no Capítulo 4.3 – Data Preparation. Após este passo foi calculada a correlação entre o preço de fecho ajustado (Adj. Close) do S&P 500 e o preço de fecho ajustado dos restantes ativos Figura 10.

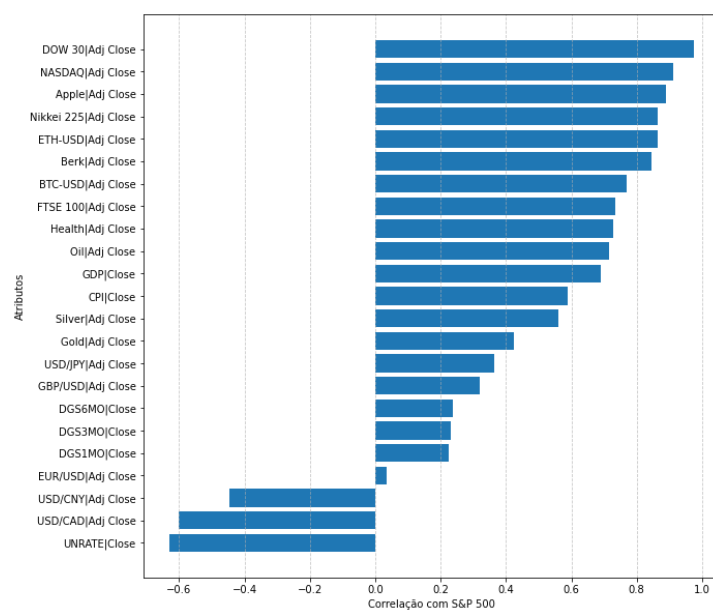


Figura 10 – Matriz de correlação dos atributos Adj. Close de diversos ativos com Adj. Close do S&P 500

Observa-se que, com exceção do FTSE 100, os principais índices acionistas apresentam correlação forte com o S&P 500, tal como várias ações que o compõem. Nos pares de moedas, as correlações com o índice não são expressivas ($<0,6$), ao passo que as criptomoedas evidenciam correlação elevada. Entre matérias-primas, ouro e prata mostram padrões semelhantes e correlação forte, enquanto o petróleo surge ainda mais correlacionado. Já as taxas dos títulos do Tesouro exibem correlação fraca, diminuindo à medida que a maturidade encurta. Por fim, nos indicadores macroeconómicos, CPI e GDP apresentam correlação razoável, e a taxa de desemprego (UNRATE) relaciona-se negativamente com o índice.

Pelo facto desta investigação se focar nos retornos face ao dia anterior do S&P 500, é relevante analisar a sua correlação entre atributos. A matriz de correlação dos retornos, representada na Figura 11, foca-se no movimento diário das variações, em vez dos níveis de preço. Este retrato é útil para modelação de retornos porque atenua efeitos de tendência comum dos preços e evidencia relações entre ativos no curto prazo.

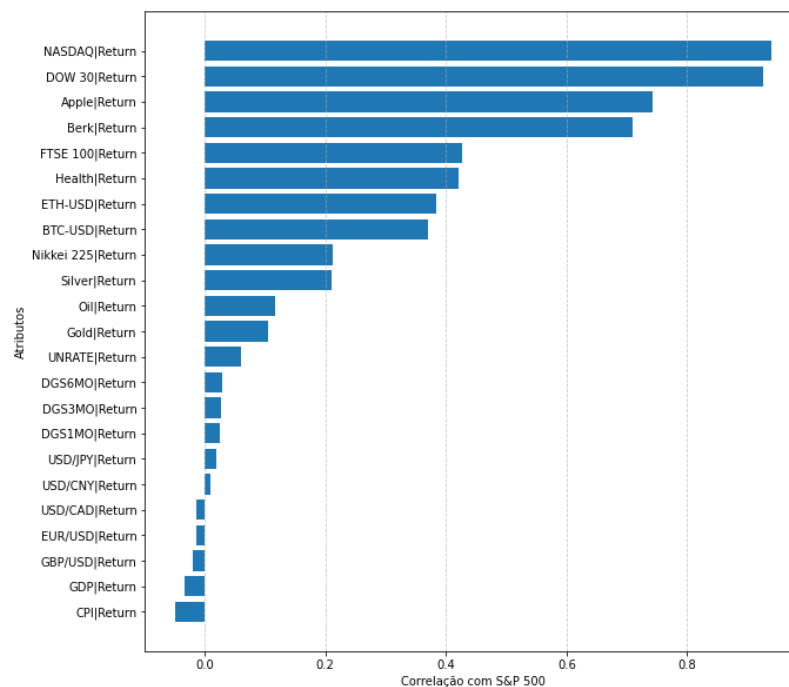


Figura 11 – Matriz de correlação dos atributos retornos de diversos ativos com retornos do S&P 500

Quando a análise é realizada sobre os retornos, as correlações reduzem-se de forma significativa, como esperado devido à maior aleatoriedade e ruído associados às variações diárias. Apesar disso, mantêm-se algumas tendências: índices como NASDAQ e DOW 30 continuam a apresentar correlações relativamente fortes com os retornos do S&P 500. Nas matérias-primas, o petróleo, ouro e prata registam valores inferiores á correlação através de níveis de preço. As criptomoedas continuam a revelar ligação apreciável, mas inferior. Já os títulos do Tesouro e a maioria das moedas apresentam correlações fracas ou negligenciáveis com os retornos diários.

No conjunto, estas análises revelam que, embora os preços de fecho ajustados do S&P 500 mantenham fortes correlações com diversos índices, ações e até algumas matérias-primas, essas relações tornam-se consideravelmente mais fracas quando avaliadas ao nível dos retornos. Tal diferença confirma a previsibilidade entre séries de preços no longo prazo, mas evidencia também a dificuldade em capturar dependências lineares de curto prazo nos retornos diários — o que justifica a utilização de modelos não lineares e de machine learning, como SVR e LSTM, explorados nos capítulos seguintes.

4.2.3. Análise de Sazonalidade do S&P 500

Este capítulo é dedicado à exploração dos dados do preço de fecho ajustado do S&P 500 com o objetivo de fazer uma análise à sua sazonalidade para diferentes atributos temporais. Inicialmente é feita uma análise macro anual, apresentando assim as características de cada ano da amostra. Numa segunda fase o preço é analisado em grãos temporais inferiores começando pelo trimestre, seguindo para o mês, dia da semana e dia do mês, analisando assim se o S&P 500 apresenta sazonalidade para alguma destas dimensões.

Para esta análise serão utilizadas 4 métricas que serão agregadas pelo valor médio quando analisadas em diferentes dimensões. As mesmas são descritas:

- **Preço de Fecho do S&P 500 Ajustado**
- **Diferença Percentual face ao dia anterior** – Permite saber o valor médio de retorno percentual do S&P 500 ao dia
- **Diferença Percentual Absoluta face ao dia anterior** – O valor absoluto é utilizado para medir a variação absoluta do ativo, sendo assim usada como medida de volatilidade diária
- **Direção do preço face ao dia anterior** – A direção do preço tem o valor de 0 ou 1 e é utilizada para saber se o valor é superior ou inferior ao dia anterior.

Dado o facto da janela temporal de 2020 - 2024 escolhida para a amostra em análise incluir eventos globais de grande relevância, como a pandemia COVID-19 e a guerra Rússia-Ucrânia, é relevante avaliar a significância da mesma comparando-a a uma amostra mais alargada com dados desde 2004 até 2024. Para além disso, é também relevante para avaliar a presença de padrões de sazonalidade semelhantes em janelas temporais diferentes. Neste subcapítulo, esta comparação é realizada em todas as dimensões temporais normalizando as métricas de ambas as amostras utilizando o processo de z-score.

A Equação 4 representa este cálculo, subtraindo ao valor em análise a média global da amostra e dividindo pelo respetivo desvio padrão global.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Equação 4 – Equação z-score

Onde:

- z – Z-Score
- x – Valor em análise
- μ – Média da amostra
- σ – Desvio padrão da amostra

Esta comparação será não só realizada de um modo visual, analisando tendências temporais de ambas as amostras estandardizadas, mas também analisando o erro absoluto entre os pontos em análise e o Erro Médio Absoluto das métricas faces à dimensão em análise.

Análise anual

Esta análise servirá para verificar a evolução do S&P 500 ao longo dos anos. Numa primeira fase é feita uma análise macro ao preço de fecho diário pela janela temporal em análise. Pelo facto desta amostra incluir os anos da pandemia do COVID-19, esta será comparada com uma amostra mais alargada (2004-2024) de modo a pôr a mesma em contexto.

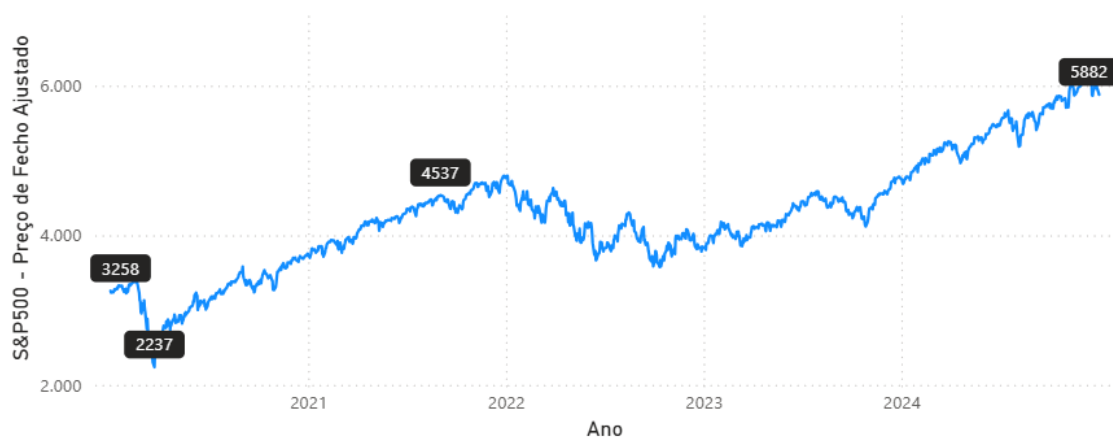


Figura 12 – Preço de Fecho ajustado diário do S&P 500 para a amostra de 2020-2024

O gráfico da Figura 12 evidencia uma evolução globalmente positiva do S&P 500 no período de 2020 a 2024, com um crescimento de cerca de +2.645 pontos, passando de 2.237 para 5.882 pontos, o que corresponde a uma valorização superior a 118%.

Em 2020, observa-se uma queda abrupta no início do ano, com o índice a recuar de 3.258 para 2.237 pontos (cerca de -31%), refletindo os efeitos da pandemia da COVID-19 sobre os mercados financeiros. No entanto, a recuperação foi igualmente rápida, com o índice a recuperar a trajetória ascendente ainda no segundo semestre.

Durante 2021, a tendência de crescimento manteve-se estável e consistente, culminando num máximo relativo em torno dos 4.537 pontos. Este ano marcou um dos períodos mais robustos de valorização do índice no intervalo em análise.

Em 2022, verifica-se uma correção significativa, acompanhada de elevada volatilidade. O índice recuou face ao máximo de 2021 e registou sucessivas quedas intermédias ao longo do ano, associadas ao impacto económico da guerra Rússia–Ucrânia, pressões inflacionistas globais e início do ciclo de subida de taxas de juro pela Reserva Federal.

O ano de 2023 apresentou um comportamento de consolidação, com o índice a oscilar entre aproximadamente 3.800 e 4.200 pontos. Este padrão sugere um período de ajustamento e de incerteza macroeconómica, em linha com a política monetária restritiva e receios de recessão.

Por fim, em 2024, o S&P 500 retomou a trajetória ascendente de forma mais expressiva, atingindo um novo máximo histórico de 5.882 pontos. Este crescimento reflete não só a recuperação económica, mas também a confiança renovada dos investidores, com destaque para o desempenho das empresas de tecnologia e para a estabilização das expectativas inflacionistas.

O período 2020–2024 evidencia um ciclo completo de queda, recuperação e crescimento, com destaque para três eventos-chave: a queda associada à COVID-19 em 2020, a correção de 2022 e o subsequente máximo histórico de 2024. Este intervalo, apesar de curto, apresenta grandes variações de preços e episódios de alta volatilidade, tornando-o relevante para análise de sazonalidade e modelação preditiva.



Figura 13 - Preço de Fechamento ajustado diário do S&P 500 para a amostra de 2004-2024

Quando comparado com a janela 2004–2024 representada na Figura 13, observa-se que o comportamento do índice segue um padrão semelhante ao de outros períodos de crise e recuperação. Por exemplo, a queda de 2008–2009 levou o índice para cerca de 677 pontos, antes de iniciar uma trajetória ascendente. Da mesma forma, a pandemia em 2020 originou uma queda abrupta, seguida de rápida recuperação.

Ao longo do histórico alargado, verificam-se múltiplos episódios de correção (2011, 2015, 2018 e 2022), sempre seguidos de recuperações que culminaram em novos máximos. Esta recorrência confirma que choques temporários são comuns na trajetória do S&P 500, mas não alteram a sua tendência estrutural de longo prazo.

Assim, conclui-se que a janela de 2020–2024 é uma amostra significativa e representativa, pois condensa padrões que já se verificaram em períodos anteriores:

- Quedas abruptas associadas a crises económicas ou geopolíticas,
- Fases de consolidação e incerteza,
- Recuperações subsequentes que impulsionam o índice para novos máximos.

Este paralelismo entre janelas reforça a robustez das análises de sazonalidade e da modelação preditiva desenvolvidas nesta dissertação.

A Figura 14 apresenta uma análise para cada ano das métricas referenciadas anteriormente.

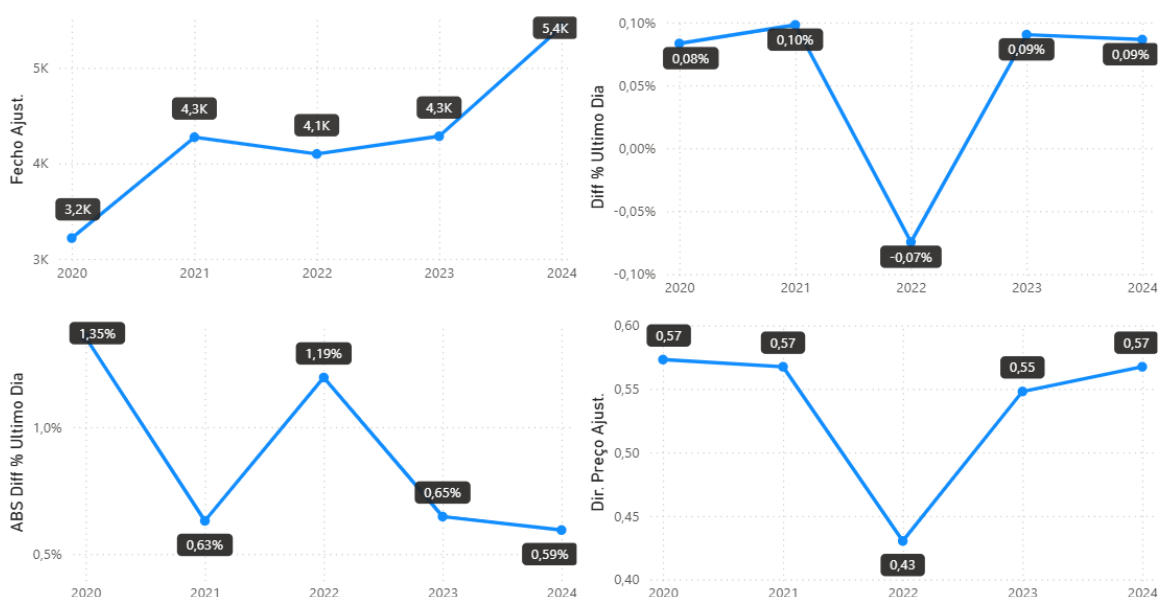


Figura 14 – Valores médios das métricas agrupados por ano

No período de 2020 a 2024 observa-se uma trajetória globalmente crescente do S&P 500, embora marcada por fases de elevada volatilidade.

- **Preço de Fecho Ajustado:** o índice passou de cerca de 3.200 pontos em 2020 para 5.400 pontos em 2024, correspondendo a uma valorização acumulada superior a 65%. Destaca-se o recuo em 2022, quando o valor médio anual caiu para 4.100 pontos, refletindo a correção associada ao ciclo de subida de taxas de juro e às tensões geopolíticas internacionais.
- **Diferença Percentual face ao Dia Anterior:** a variação média manteve-se positiva na maioria dos anos, situando-se entre 0,08% e 0,10%, com exceção de 2022, em que o valor foi negativo (-0,07%). Este dado confirma que 2022 foi um ano de retração, em contraste com a tendência de valorização dos restantes anos.

- **Diferença Percentual Absoluta:** os valores revelam picos de volatilidade em 2020 (1,35%) e 2022 (1,19%), ambos anos de elevada incerteza, em contraste com a estabilização de 2021 (0,63%), 2023 (0,65%) e 2024 (0,59%).
- **Direção do Preço Ajustado:** a proporção de dias com variação positiva manteve-se em torno de 0,55–0,57 na maioria dos anos, reforçando a tendência estrutural de subida. O único desvio relevante ocorreu em 2022 (0,43), evidenciando que, nesse ano, as quedas foram mais frequentes do que as subidas.

De um modo geral, a análise anual confirma que o período de 2020–2024 pode ser caracterizado por três fases distintas: a queda abrupta e recuperação em 2020, a consolidação em 2021, a correção significativa em 2022, seguida de nova trajetória ascendente em 2023 e 2024. Este padrão está em linha com outros períodos históricos de crise e recuperação do S&P 500, reforçando a relevância desta janela temporal como amostra representativa para a análise de sazonalidade e modelação preditiva.

Análise Trimestral

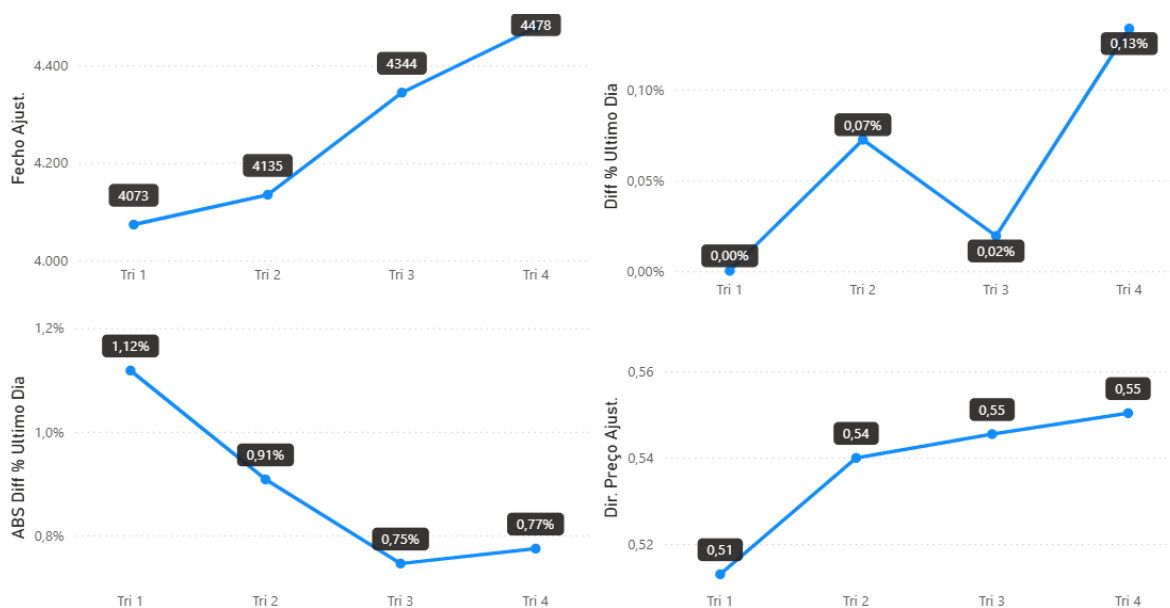


Figura 15 – Valores médios das métricas agrupados por trimestre entre 2020 e 2024

A análise por trimestre revela uma evolução positiva do índice ao longo do ano, com diferenças nos níveis de volatilidade e de direção dos preços.

- **Preço de Fecho Ajustado:** o valor médio aumentou progressivamente de 4.073 pontos no 1º trimestre para 4.478 pontos no 4º trimestre, refletindo uma tendência de valorização contínua.
- **Diferença Percentual face ao Dia Anterior:** o comportamento foi mais modesto no 1º trimestre (0,00%), registando uma aceleração no 2º trimestre (0,07%), uma ligeira

desaceleração no 3º trimestre (0,02%) e um pico no 4º trimestre (0,13%). Este padrão sugere que os ganhos se concentraram mais fortemente na segunda metade do ano.

- **Diferença Percentual Absoluta:** os valores demonstram maior volatilidade no início do ano, com 1,12% no 1º trimestre, seguida de uma descida gradual até 0,75% no 3º trimestre e uma estabilização em 0,77% no 4º trimestre. Assim, verifica-se que os movimentos de preço foram mais intensos no início do ano e menos acentuados no período final.
- **Direção do Preço Ajustado:** a proporção de dias positivos aumentou ao longo do ano, passando de 0,51 no 1º trimestre para 0,55 no 4º trimestre. Este dado confirma que, apesar da menor volatilidade na segunda metade do ano, o índice registou maior consistência em movimentos ascendentes.

De forma geral, os resultados trimestrais indicam que o 1º trimestre concentrou maior volatilidade, mas sem ganhos significativos, enquanto os 2º e 4º trimestres foram os mais favoráveis em termos de crescimento sustentado, tanto em magnitude de variação como na consistência de subidas.

A análise comparativa entre as janelas de 2020–2024 e 2004–2024 permite avaliar em que medida o período mais curto é representativo do comportamento histórico do S&P 500. A Figura 16 apresenta a evolução das métricas em formato gráfico, enquanto a Tabela 4 detalha os valores numéricos e os erros médios absolutos (MAE) associados.

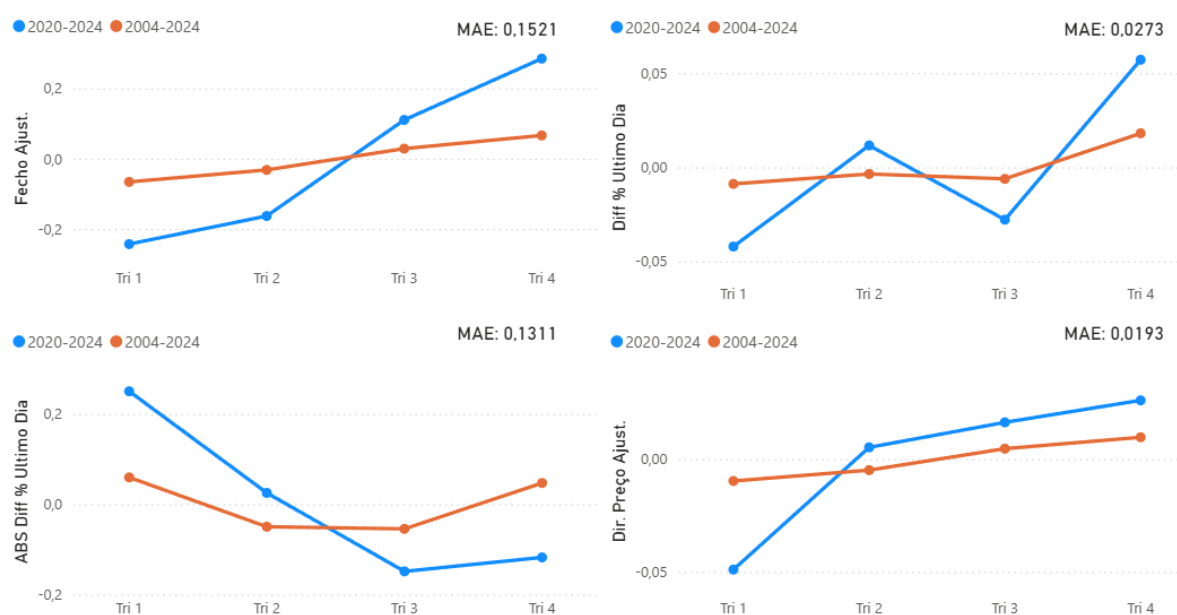


Figura 16 – Métricas Estandarizadas comparando dados de 2020-2024 com 2004-2024 na granularidade trimestral

Tabela 4 – Detalhe dos valores estandardizados para cada amostra, Erro Absoluto e MAE por trimestre

Fecho Ajust.				Diff %			
Trimestre	2020-2024	2004-2024	MAE	Trimestre	2020-2024	2003-2023	MAE
Tri 1	-0,243	-0,066	0,177	Tri 1	-0,042	-0,009	0,033
Tri 2	-0,163	-0,032	0,131	Tri 2	0,012	-0,004	0,015
Tri 3	0,110	0,029	0,082	Tri 3	-0,028	-0,006	0,022
Tri 4	0,285	0,066	0,219	Tri 4	0,057	0,018	0,039
			0,152				0,027

ABS Diff %				Dir. Preço Ajust.			
Trimestre	2020-2024	2004-2024	MAE	Trimestre	2020-2024	2004-2024	MAE
Tri 1	0,250	0,059	0,191	Tri 4	0,026	0,010	0,016
Tri 2	0,025	-0,050	0,075	Tri 3	0,016	0,005	0,012
Tri 3	-0,149	-0,055	0,094	Tri 2	0,005	-0,005	0,010
Tri 4	-0,118	0,047	0,165	Tri 1	-0,049	-0,010	0,039
			0,131				0,019

- **Preço de Fecho Ajustado:** a série curta mostra oscilações muito mais acentuadas, com quedas significativas nos dois primeiros trimestres (-0,243 e -0,163), seguidas de fortes recuperações no 3º (0,110) e 4º trimestre (0,285). A série longa, pelo contrário, apresenta variações mais suaves e consistentes. O MAE de 0,152 confirma que esta é a métrica com maior divergência, refletindo o impacto dos choques recentes (pandemia e subida de taxas de juro).
- **Diferença Percentual face ao Dia Anterior:** ambas as séries mantêm padrões semelhantes, mas novamente a janela curta apresenta maior volatilidade: valores negativos no 1º (-0,042) e 3º trimestre (-0,028) e positivos no 2º (0,012) e 4º (0,057). A série longa é mais estável, sem quedas tão acentuadas. O MAE de 0,027 é baixo, sugerindo que apesar da maior amplitude da série curta, a tendência estrutural se mantém.
- **Diferença Percentual Absoluta:** é a métrica que mais evidencia divergências. Na série curta, observa-se uma forte volatilidade no 1º trimestre (0,250), enquanto a série longa apresenta valores substancialmente mais baixos (0,059). Os restantes trimestres seguem padrões semelhantes, mas com maior dispersão na amostra recente. O MAE de 0,131, o mais elevado entre todas as métricas, confirma que a volatilidade dos últimos anos foi significativamente superior à tendência histórica.
- **Direção do Preço Ajustado:** os valores revelam grande convergência entre as duas janelas, sobretudo no 3º e 4º trimestre, com diferenças residuais. O MAE de 0,019 é o mais baixo entre todos os indicadores, reforçando a consistência desta métrica e a representatividade do período curto relativamente ao comportamento histórico.

Em síntese, os dados anteriores mostram que o período de 2020–2024 apresenta padrões estruturais semelhantes aos observados em 2004–2024, sobretudo nas métricas de direção e variação percentual. Contudo, os desvios mais acentuados nas métricas de fecho ajustado e volatilidade confirmam que os últimos anos foram marcados por maior instabilidade, explicada por

fatores extraordinários como a pandemia da COVID-19, a guerra Rússia–Ucrânia e grandes alterações nas taxas de juros.

Análise Mensal

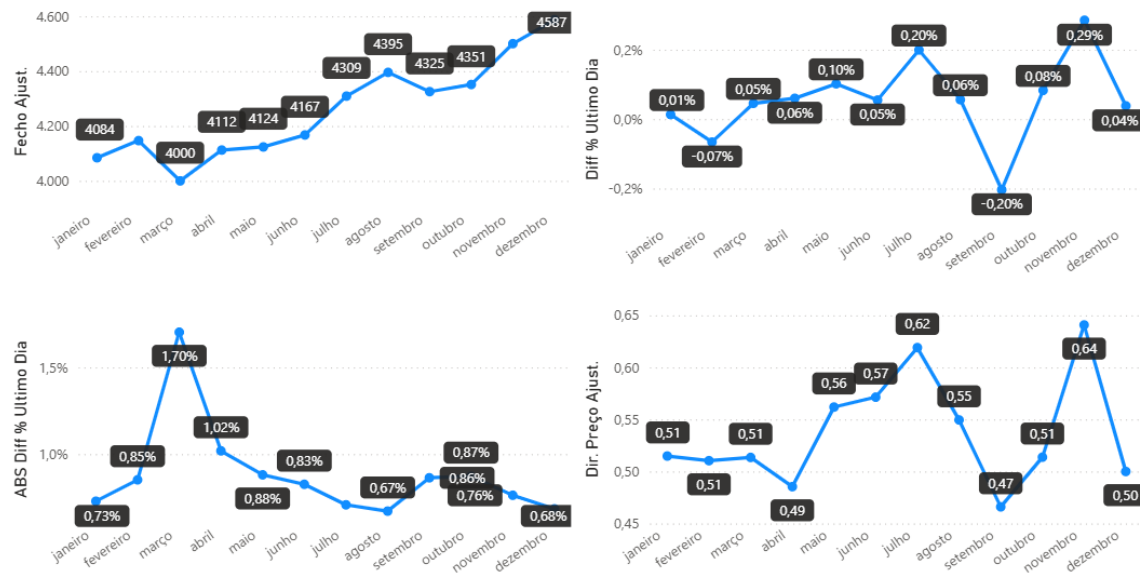


Figura 17 - Valores médios das métricas agrupados por mês entre 2020 e 2024

A análise mensal permite observar padrões de sazonalidade mais granulares no comportamento do S&P 500 entre 2020 e 2024.

- **Preço de Fecho Ajustado:** verifica-se uma tendência global ascendente ao longo do ano, com o índice a evoluir de 4.084 pontos em janeiro para 4.587 pontos em dezembro. Destacam-se os máximos relativos em setembro (4.395) e dezembro (4.587), ainda que outubro tenha registado uma correção temporária.
- **Diferença Percentual face ao Dia Anterior:** a evolução mensal revela maior dispersão, com valores positivos consistentes entre março e agosto (máximo de 0,20% em julho) e novo pico em dezembro (0,29%). Em contraste, registam-se quebras em fevereiro (-0,07%) e setembro (-0,20%), meses tradicionalmente associados a maior instabilidade nos mercados.
- **Diferença Percentual Absoluta:** a volatilidade mensal apresenta um pico marcado em março (1,70%), refletindo episódios de forte incerteza. Abril (1,02%) também se destacou como um mês de elevada oscilação. Nos restantes meses, a volatilidade situou-se em torno de 0,7%–0,9%, sugerindo um padrão de maior estabilidade relativa fora dos choques iniciais do ano.
- **Direção do Preço Ajustado:** a proporção de dias com retornos positivos reforça os padrões anteriores. Após valores estáveis no primeiro trimestre (0,51), observa-se um mínimo em abril (0,49), seguido de recuperação até julho (0,62) e novo pico em novembro (0,64).

setembro volta a destacar-se pela fraqueza relativa (0,47), confirmando o impacto negativo registado nesse mês.

Em síntese, os resultados mensais para 2020–2024 evidenciam um padrão consistente de valorização mais forte no segundo semestre, em especial nos meses de julho e novembro. Por outro lado, fevereiro, março, abril e setembro, revelam maior fragilidade, seja em termos de quedas de preço ou de aumento da volatilidade. Estes resultados alinham-se com evidência empírica da literatura que associa determinados meses a maior instabilidade ou a retornos mais acentuados, reforçando a importância da sazonalidade na previsão do S&P 500.

A comparação entre as janelas de 2020–2024 e 2004–2024, apresentada na Figura 18 e na Tabela 5 (valores numéricos e MAE), permite avaliar a representatividade da amostra recente face ao comportamento histórico do S&P 500.

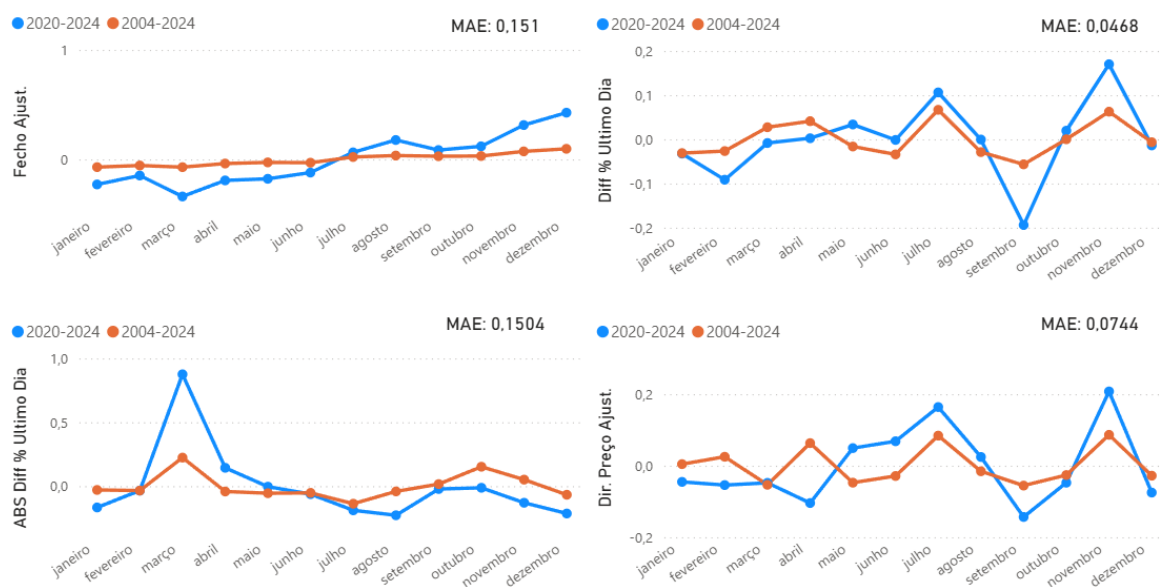


Figura 18 - Métricas Estandarizadas comparando dados de 2020-2024 com 2004-2024 na granularidade mensal

Tabela 5 - Detalhe dos valores estandardizados para cada amostra, Erro Absoluto e MAE por mês

Fecho Ajust.				Diff %			
Mês	2020-2024	2004-2024	MAE	Mês	2020-2024	2004-2024	MAE
janeiro	-0,229	-0,070	0,158	janeiro	-0,032	-0,031	0,001
fevereiro	-0,147	-0,056	0,092	fevereiro	-0,091	-0,027	0,065
março	-0,339	-0,071	0,268	março	-0,008	0,027	0,036
abril	-0,192	-0,038	0,154	abril	0,002	0,041	0,039
maio	-0,177	-0,027	0,150	maio	0,034	-0,016	0,050
junho	-0,120	-0,030	0,090	junho	-0,001	-0,034	0,033
julho	0,064	0,022	0,042	julho	0,106	0,067	0,039
agosto	0,177	0,035	0,142	agosto	0,000	-0,029	0,028
setembro	0,086	0,029	0,057	setembro	-0,194	-0,057	0,137
outubro	0,119	0,031	0,089	outubro	0,020	0,000	0,019
novembro	0,314	0,073	0,240	novembro	0,170	0,063	0,107
dezembro	0,427	0,097	0,330	dezembro	-0,014	-0,007	0,007
			0,151				0,047

ABS Diff %				Dir. Preço Ajust.			
Mês	2020-2024	2004-2024	MAE	Mês	2020-2024	2004-2024	MAE
janeiro	-0,167	-0,029	0,137	janeiro	-0,045	0,004	0,050
fevereiro	-0,035	-0,034	0,000	fevereiro	-0,054	0,025	0,079
março	0,876	0,223	0,652	março	-0,048	-0,053	0,005
abril	0,144	-0,042	0,185	abril	-0,104	0,063	0,167
maio	-0,004	-0,055	0,051	maio	0,049	-0,047	0,097
junho	-0,062	-0,052	0,010	junho	0,068	-0,029	0,097
julho	-0,189	-0,137	0,052	julho	0,164	0,084	0,080
agosto	-0,228	-0,041	0,187	agosto	0,024	-0,016	0,040
setembro	-0,022	0,016	0,039	setembro	-0,143	-0,056	0,088
outubro	-0,013	0,152	0,165	outubro	-0,047	-0,026	0,021
novembro	-0,130	0,051	0,181	novembro	0,208	0,086	0,121
dezembro	-0,214	-0,067	0,147	dezembro	-0,075	-0,028	0,047
			0,150				0,074

- **Preço de Fecho Ajustado:** a série curta apresenta oscilações mais pronunciadas, com quedas acentuadas no primeiro trimestre (máximas negativas em janeiro e março) e fortes recuperações em novembro (0,314) e dezembro (0,427). A série longa, em contraste, mostra variações mais suaves e consistentes ao longo do ano. O MAE de 0,151 confirma que esta métrica apresenta diferenças relevantes entre as duas janelas.
- **Diferença Percentual face ao Dia Anterior:** os padrões gerais são semelhantes, mas a série curta regista maior amplitude. Destacam-se os valores negativos de fevereiro e setembro, bem como os picos positivos em julho (0,106) e novembro (0,170). A série longa mantém-se mais estável, sem desvios acentuados. O MAE de 0,047 é relativamente baixo, sugerindo proximidade estrutural entre os períodos.
- **Diferença Percentual Absoluta:** evidencia a maior divergência entre janelas. Em março, a série curta apresenta um valor extremamente elevado (0,876), muito acima da série longa (0,223), refletindo a volatilidade acentuada em anos recentes. No resto do ano, as diferenças são menos expressivas, mas o MAE global (0,150) reforça a discrepância desta métrica, sobretudo no 1º trimestre.
- **Direção do Preço Ajustado:** observa-se uma boa convergência, com valores relativamente próximos entre séries, exceto nos meses de março e setembro, onde a série curta apresenta desempenhos mais fracos. O MAE de 0,074 confirma a proximidade entre períodos, embora com alguns desvios pontuais.

Em síntese, os dados mostram que a janela de 2020–2024 reproduz a tendência sazonal histórica de 2004–2024 em termos de direção e variação percentual média, mas apresenta diferenças mais visíveis em métricas relacionadas com volatilidade. Estes desvios são particularmente visíveis em março, mês que registou choques anómalos nos últimos anos, confirmando que a amostra recente, embora representativa da tendência geral, é mais marcada por episódios de instabilidade excepcional.

Análise Dia Semana

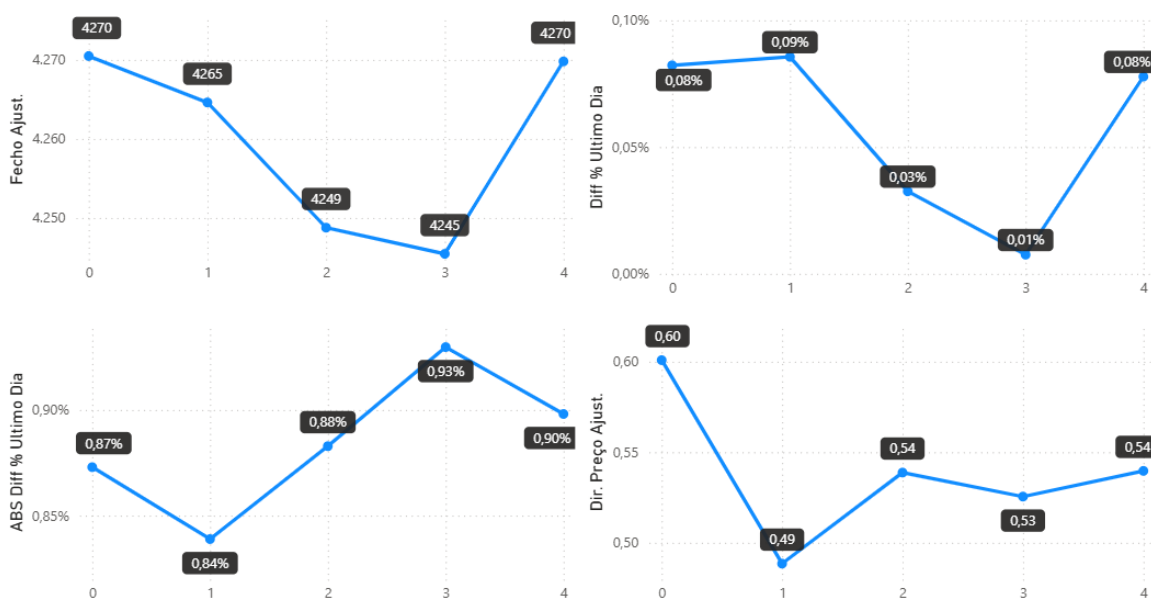


Figura 19 - Valores médios das métricas agrupados por dia da semana entre 2020 e 2024

A análise da sazonalidade semanal entre 2020 e 2024 revela diferenças relevantes entre os dias de negociação, tanto em termos de nível de preços como de volatilidade.

- **Preço de Fecho Ajustado:** os valores mantêm-se relativamente estáveis ao longo da semana, oscilando entre 4.245 (quinta-feira) e 4.270 pontos (segunda e sexta-feira). Este padrão sugere que os extremos da semana tendem a concentrar preços mais elevados, enquanto os dias intermédios registam níveis ligeiramente mais baixos.
- **Diferença Percentual face ao Dia Anterior:** a maior valorização média ocorre à terça-feira (0,09%) e à segunda/sexta-feira (0,08%), enquanto quinta-feira apresenta um valor quase nulo (0,01%). Assim, os ganhos semanais parecem concentrar-se no início e final da semana, com menor dinamismo a meio.
- **Diferença Percentual Absoluta:** a volatilidade é relativamente homogénea, variando entre 0,84% (terça-feira) e 0,93% (quinta-feira). O pico na quinta-feira sugere que este é o dia com maior intensidade de movimentos de preço, enquanto a terça-feira apresenta oscilações mais contidas.

- **Direção do Preço Ajustado:** a proporção de dias positivos é mais elevada à segunda-feira (0,60), seguida da quarta e sexta-feira (0,54). O valor mais baixo surge à terça-feira (0,49), confirmando que este dia apresenta maior probabilidade de quedas.

Em síntese, a sazonalidade semanal no período de 2020–2024 indica um padrão de força nos inícios e finais de semana (segunda e sexta-feira), associado a maior consistência de subidas, e uma fragilidade relativa a meio da semana (terça-feira e quarta-feira), com menor probabilidade de valorização e maior instabilidade. Estes resultados estão alinhados com evidência histórica que documenta o chamado day-of-the-week effect de (Franses & Paap, 2000; Samarayanake & Liu, 2015) que evidencia fatores comportamentais ao longo da semana.

A comparação entre as duas janelas temporais, apresentada na Figura 20 e na Tabela 6 (valores numéricos e MAE), permite avaliar se o comportamento semanal recente segue os padrões históricos do S&P 500.

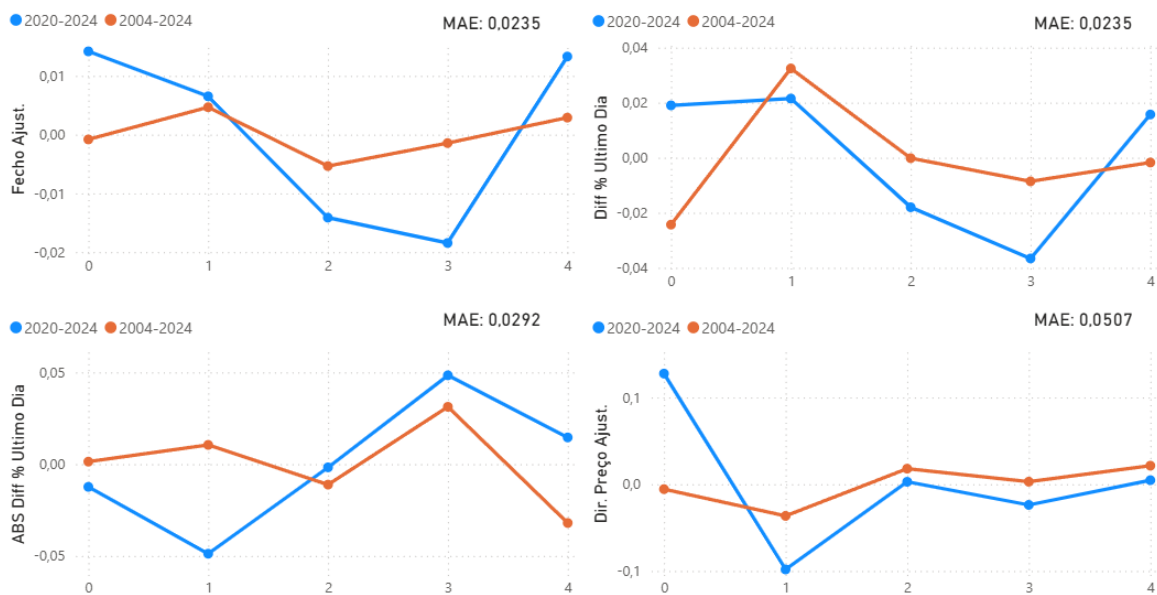


Figura 20 - Métricas Estandarizadas comparando dados de 2020-2024 com 2004-2024 na granularidade de Dia de Semana

Tabela 6 - Detalhe dos valores estandarizados para cada amostra, Erro Absoluto e MAE por dia da semana

Fecho Ajust.				Diff %			
Dia Semana	2020-2024	2004-2024	MAE	Dia Semana	2020-2024	2004-2024	MAE
0	0,014	-0,001	0,015	0	0,019	-0,024	0,043
1	0,007	0,005	0,002	1	0,021	0,032	0,011
2	-0,014	-0,005	0,009	2	-0,018	0,000	0,018
3	-0,018	-0,001	0,017	3	-0,037	-0,009	0,028
4	0,013	0,003	0,010	4	0,016	-0,002	0,017
			0,011				0,024

ABS Diff %				Dir. Preço Ajust.			
Dia Semana	2020-2024	2004-2024	MAE	Dia Semana	2020-2024	2004-2024	MAE
0	-0,012	0,001	0,014	0	0,127	-0,006	0,133
1	-0,049	0,010	0,059	1	-0,098	-0,037	0,062
2	-0,002	-0,011	0,009	2	0,003	0,018	0,015
3	0,048	0,031	0,017	3	-0,024	0,003	0,027
4	0,015	-0,032	0,047	4	0,005	0,021	0,017
			0,029				0,051

- **Preço de Fecho Ajustado:** ambas as séries apresentam valores próximos, com oscilações reduzidas entre os dias da semana. O MAE de 0,011 confirma a grande proximidade entre períodos, sugerindo que o nível médio dos preços semanais manteve consistência estrutural.
- **Diferença Percentual face ao Dia Anterior:** observa-se uma tendência semelhante, com picos positivos à segunda-feira e à sexta-feira (0,019 e 0,016 em 2020–2024), e valores negativos a meio da semana (quarta e quinta-feira). A série longa apresenta um padrão mais suave, mas convergente. O MAE de 0,024 é baixo, reforçando a estabilidade da métrica ao longo do tempo.
- **Diferença Percentual Absoluta:** revela maior discrepância, em especial à quinta-feira, em que a janela curta regista maior volatilidade (0,048) face à longa (0,031). Apesar destas diferenças, os restantes dias mantêm-se próximos, e o MAE global (0,029) indica divergência moderada, sobretudo associada a choques recentes.
- **Direção do Preço Ajustado:** mostra a maior diferença entre janelas, com a série curta a apresentar valores positivos mais acentuados à segunda-feira (0,127) e negativos à terça (-0,098). Já a série longa mantém valores mais estáveis, próximos de zero. O MAE de 0,051 confirma que esta é a métrica com maior afastamento relativo, refletindo alterações no padrão de ganhos e perdas ao longo da semana no período mais recente.

Em síntese, os dados mostram que a janela de 2020–2024 reproduz de forma geral os padrões sazonais históricos da semana de negociação, mas com maior volatilidade e alterações na direção dos preços em dias específicos. Este comportamento reforça que, embora a sazonalidade ao nível do dia da semana seja estruturalmente estável, o período recente esteve mais sujeito a choques externos e instabilidade conjuntural, o que amplificou os desvios face ao histórico.

Resumindo, a análise da sazonalidade do S&P 500 entre 2020 e 2024, comparada com janelas históricas mais longas, confirma a existência de padrões consistentes em diferentes horizontes temporais. A nível anual, o período recente reproduziu a trajetória típica de choques, consolidação e recuperação. A nível trimestral, observaram-se diferenças mais acentuadas em termos de volatilidade, mas uma tendência de valorização estável ao longo do ano. Na análise mensal, destacaram-se meses de maior fragilidade, como março e setembro, e meses de maior força, como julho e novembro. Já a sazonalidade semanal mostrou padrões semelhantes aos históricos, com maior consistência de ganhos no final da semana (sexta-feira) e maior instabilidade a meio (quarta e quinta-feira). Apesar de os resultados recentes evidenciarem maior volatilidade, sobretudo associada a choques extraordinários (COVID-19, guerra Rússia–Ucrânia e ciclo de taxas de juro), a comparação com séries longas demonstra que a estrutura sazonal do S&P 500 permanece válida, reforçando a sua importância como variável explicativa em modelos de previsão.

4.3. Data Preparation

A preparação dos dados constitui uma etapa fundamental no processo de modelação, assegurando a qualidade, consistência e coerência das variáveis utilizadas. De acordo com a metodologia CRISP-DM, esta é uma etapa iterativa, sendo que algumas transformações ou integrações podem ter sido realizadas em momentos anteriores ou posteriores às etapas aqui descritas.

Para a presente análise, foram considerados dados de mercado e dados macroeconómicos, integrados de forma a garantir a correta sincronização temporal. Os dados de mercado incluíram ações, índices, pares de moedas e matérias-primas, obtidos através da API do Yahoo Finance, abrangendo a janela temporal em estudo. Os dados macroeconómicos, por sua vez, foram recolhidos a partir de ficheiros CSV, integrados seguindo o mesmo critério temporal.

O calendário de referência adotado foi o do S&P 500, uma vez que constitui a série central do projeto. Devido às diferenças de funcionamento entre mercados internacionais e à frequência distinta dos indicadores macroeconómicos, foi necessário aplicar técnicas de tratamento de dados em falta. Para tal, utilizou-se o método *forward fill*, que replica o último valor conhecido sempre que não exista registo para uma determinada data. Esta abordagem foi particularmente relevante em dois cenários:

- **Índices de outros mercados:** devido a feriados locais ou horários distintos, existem dias em que não se registam valores, sendo necessária a replicação do último disponível para manter a consistência temporal.
- **Indicadores macroeconómicos:** muitos destes indicadores são reportados em granularidades diferentes da diária, como é o caso do PIB (GDP), divulgado trimestralmente. Nestes casos, o valor correspondente ao início do período é replicado até ao final do trimestre, assegurando que o dataset mantém a estrutura temporal uniforme.

Após a fase de integração e limpeza, foram gerados os atributos de retornos percentuais face ao dia anterior para todas as variáveis, utilizando a propriedade de preço do fecho ajustado de cada uma como referência. De modo a reduzir a dimensionalidade do conjunto de dados, e também por ter alguma informação redundante, todas as restantes propriedades das variáveis (Open, Close, High, Low, Volume) foram eliminadas do mesmo, ficando apenas o atributo *Return* para todas as variáveis.

De seguida foram geradas variáveis históricas para cada atributo, de modo a capturar dependências temporais. Para cada variável original, foram criadas colunas correspondentes aos valores dos dez dias anteriores (T-1 a T-10).

O dataset final, resultante da integração, limpeza e transformação das variáveis, foi armazenado para utilização na fase de modelação. Nessa etapa, são selecionadas apenas as colunas consideradas mais relevantes, de acordo com os critérios definidos em cada abordagem, garantindo a eficiência do treino e a robustez da previsão.

4.4. Modeling

Nesta fase, procede-se à consolidação do trabalho desenvolvido nas etapas anteriores, com o objetivo de construir modelos preditivos capazes de responder aos propósitos da investigação. A seleção dos modelos fundamentou-se no estado da arte, nas análises exploratórias realizadas e nas características do conjunto de dados, assegurando que as escolhas metodológicas se encontram alinhadas com a natureza do problema.

Como referência, foi definido um modelo de baseline assente na persistência, que estabelece o desempenho mínimo esperado e permite aferir se os modelos propostos acrescentam valor face a uma abordagem trivial. Para além deste, foram considerados três algoritmos principais: a Regressão Linear, pela sua simplicidade e interpretabilidade; o Support Vector Regression (SVR), pela sua capacidade de capturar relações mais complexas através de diferentes funções kernel e as Redes Neurais Recorrentes do tipo Long Short-Term Memory (LSTM), reconhecidas pela sua aptidão em lidar com séries temporais e em captar dependências de longo prazo entre observações sequenciais.

O desempenho será comparado com recurso a métricas como MAE, MSE e RMSE, permitindo identificar o modelo mais robusto e avaliar em que medida o conhecimento gerado nas etapas anteriores contribui para previsões mais fiáveis do S&P 500. Assim, a fase de modelação constitui o elo entre a fundamentação teórica e a experimentação prática, validando o impacto das transformações e variáveis construídas no processo preditivo.

4.4.1. Seleção dos Modelos de Previsão

A seleção dos modelos foi suportada pela revisão da literatura científica, que evidencia a sua eficácia em contextos financeiros, e pelas análises exploratórias realizadas sobre o conjunto de dados. Optou-se por algoritmos adequados a problemas de regressão com variáveis exclusivamente numéricas, sendo a única variável não numérica a data, utilizada apenas como índice temporal e não como variável explicativa. Tendo em conta estas considerações, foram definidos os seguintes modelos:

- **Modelo de Persistência (Baseline):** assume que o valor futuro será igual ao valor anterior, sendo amplamente utilizado como referência simples em problemas de séries temporais. Apesar da sua simplicidade, pode apresentar resultados competitivos em contextos voláteis como os mercados financeiros. A sua inclusão estabelece o desempenho mínimo esperado, permitindo avaliar a mais-valia dos restantes modelos.
- **Regressão Linear:** assume uma relação linear entre as variáveis independentes e a variável alvo. A sua principal vantagem é a simplicidade e facilidade de interpretação, o que justifica a sua utilização frequente como modelo de referência. Embora limitado na captura de padrões não lineares, pode ser eficaz quando as relações entre variáveis são relativamente estáveis.
- **Support Vector Regression (SVR):** extensão do algoritmo Support Vector Machine para problemas de regressão. Em vez de procurar um hiperplano de separação, o SVR ajusta uma função que se mantém dentro de um intervalo de tolerância em torno dos valores reais, penalizando apenas desvios significativos. Esta abordagem é eficaz em contextos com

dados ruidosos ou padrões complexos, como é o caso das séries financeiras. Adicionalmente, a possibilidade de utilizar diferentes kernels permite captar relações não lineares entre as variáveis.

- **LSTM (*Long Short-Term Memory*):** rede neuronal recorrente concebida para modelar sequências temporais, capaz de captar dependências de curto e longo prazo através de portas de entrada/esquecimento/saída. É especialmente adequada a padrões não lineares e dinâmicos dos mercados financeiros, permitindo prever variáveis contínuas (regressão) a partir de janelas deslizantes de observações passadas.

Em conjunto, estes modelos oferecem uma base equilibrada de comparação entre abordagens simples e complexas, permitindo avaliar de forma crítica se o aumento da sofisticação algorítmica se traduz em ganhos efetivos de desempenho na previsão do S&P 500.

4.4.2. Criação do Modelo de Testes

A criação do modelo de testes teve como objetivo garantir a robustez e fiabilidade dos resultados obtidos na modelação. Para tal, os dados foram divididos em dois subconjuntos: 80% para treino e 20% para teste respeitando a ordem temporal da série, não existindo sobreposição entre dados de treino e teste.

Para refletir a estrutura temporal dos dados financeiros, foi aplicada uma abordagem de janela deslizante. Os modelos foram alimentados com janelas que variaram entre T-1 e T-10, isto é, valores desfasados entre um e dez dias anteriores foram utilizados como variáveis explicativas. Esta variação foi testada iterativamente nos modelos de Regressão Linear e SVR, permitindo uma análise de sensibilidade que identificou a melhor janela temporal para cada modelo. Por outro lado, nos modelos de LSTM os números de dias de histórico presentes são considerados como um hiperparâmetro e assim sendo, durante a fase de validação na busca dos melhores hiperparâmetros será devolvido a melhor janela de histórico que será usada para testar o modelo.

A preparação dos dados incluiu processos de normalização distintos para o SVR e para o LSTM, refletindo as exigências específicas de cada algoritmo.

No SVR, recorreu-se ao *StandardScaler*, que ajusta cada variável para média zero e desvio padrão unitário. Este procedimento é crucial porque o SVR é particularmente sensível à escala das variáveis, e diferenças de magnitude poderiam comprometer a definição ótima do hiperplano de regressão.

No LSTM, por sua vez, adotou-se a normalização Min-Max, que transforma os valores para uma escala de 0 a 1. Esta abordagem é amplamente recomendada em redes neuronais, uma vez que assegura que todos os inputs têm a mesma ordem de grandeza, promovendo uma convergência mais rápida e estável durante o treino.

A arquitetura da rede LSTM implementada nesta dissertação seguiu uma configuração clássica para problemas de previsão em séries temporais. A estrutura incluiu:

- Uma camada LSTM recorrente, responsável por capturar dependências temporais nos dados de entrada, com número de *units* a ser otimizado via Random Search;
- Uma camada de *dropout*, aplicada após a LSTM, com a função de atenuar o risco de sobreajuste (*overfitting*) ao eliminar aleatoriamente uma proporção das ativações durante o treino;
- Uma camada *dense* final, com um único neurónio e ativação, encarregue de produzir a previsão numérica do retorno diário do S&P 500.

A função de perda (*loss function*) do LSTM foi o MAE, pelo que a métrica *val_loss* corresponde ao MAE no conjunto de validação. O treino foi conduzido com um máximo de 100 *epochs*, acompanhado por mecanismos de controlo para melhorar a eficiência e evitar sobreajuste. Foi aplicado *EarlyStopping* (monitorizando a *val_loss*, com *patience* de 10 épocas e restauração dos melhores pesos) de forma a interromper o treino quando não se verificavam melhorias consistentes, bem como *ReduceLRonPlateau* (também monitorizando a *val_loss*, com *factor* de 0,5, *patience* de 5), que ajustava dinamicamente a taxa de aprendizagem sempre que a convergência abrandava.

Optou-se por uma arquitetura relativamente simples, em linha com estudos semelhantes na literatura, dado que o horizonte de informação incluído no modelo é reduzido (janelas entre 1 e 10 dias). Trabalhos que utilizam janelas temporais curtas tendem a adotar arquiteturas mais leves, enquanto abordagens com horizontes mais longos recorrem a redes mais profundas e complexas. Desta forma, manteve-se um equilíbrio entre a capacidade de aprendizagem e o custo computacional, favorecendo a interpretabilidade dos resultados.

Não existe consenso na literatura quanto à escolha dos melhores hiperparâmetros para modelos aplicados à previsão de séries financeiras, sendo frequente observar variações entre estudos. Por esse motivo, seguiu-se a prática comum encontrada em diversos trabalhos científicos, recorrendo a Random Search como método de otimização. Esta técnica, ao selecionar combinações aleatórias dentro de um espaço pré-definido, permite explorar de forma eficiente múltiplas configurações, equilibrando custo computacional e qualidade dos resultados. Os valores e intervalos de parâmetros foram definidos com base em referências encontradas na literatura e na documentação técnica das bibliotecas utilizadas.

A validação dos modelos foi realizada com uma abordagem de validação cruzada adaptada a séries temporais (função *TimeSeriesSplit=3*). Neste esquema, os dados são divididos em múltiplas partições sequenciais, em que cada *split* utiliza um bloco inicial como treino e o bloco subsequente como teste, preservando sempre a ordem temporal da série. Este processo assegura que não há fuga de informação do futuro para o passado, simulando de forma mais realista o ambiente de previsão. No SVR, foram testadas 50 iterações de combinações de parâmetros, selecionando-se a configuração com menor MSE no conjunto de validação. No LSTM, as 50 iterações foram avaliadas pela minimização da *loss function* no conjunto de validação, correspondendo essa *loss* ao MAE. Este procedimento assegurou uma escolha objetiva e comparável das melhores configurações.

No caso do SVR foram testados diferentes valores para os parâmetros C, epsilon, gamma, kernel e degree, de forma a maximizar a performance do modelo de forma eficiente. O espaço de parâmetros disponível é mencionado na Tabela 7.

Tabela 7 – Espaço de hiperparâmetros para o modelo SVR

Kernel	Linear; rbf; poly; sigmoid
C	0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 5; 10; 50
Epsilon	0,001; 0,01; 0,1; 0,2; 0,5; 1
Gamma	scale; auto; 0,001; 0,01; 0,1; 0,2; 0,5
Degree	2; 3; 4; 5

De forma análoga, no LSTM são incluídos como parâmetros o número de dias de histórico (*lookback*) o número de neurónios (*units*) da camada recorrente, o dropout, a função de ativação (*activation*), e o otimizador (*optimizer*). O espaço de parâmetros disponível é mencionado na Tabela 8.

Tabela 8 – Espaço de hiperparâmetros para o modelo LSTM

lookback	1;2;3;4;5;6;7;8;9;10
units	16; 32; 48; 64; 80; 96; 112; 128
dropout	0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5
activation	Linear; relu; tanh
optimizer	Adam; rmsprop; sgd

A avaliação dos modelos foi conduzida principalmente através do erro absoluto médio (MAE), sendo também consideradas outras métricas complementares (MSE e RMSE) para uma análise mais abrangente e consistente do desempenho.

4.4.3. Construção dos Modelos

As experiências foram divididas em dois grupos: sem sazonalidade (Experiência 1 e 2) e com sazonalidade (Experiência 3,4 e 5). O objetivo é avaliar em que medida a informação histórica dos retornos, a utilização de atributos externos e a especialização em diferentes contextos temporais contribuem para melhorar a previsão.

Experiência 1 – Retornos Históricos

Na primeira experiência foram utilizados apenas os retornos do S&P 500, considerando janelas deslizantes de 1 a 10 dias. O objetivo foi comparar os modelos de Regressão Linear, SVR e LSTM com o modelo de persistência, verificando se conseguem superar esta abordagem simples. O melhor modelo obtido nesta experiência (com base nos dados de 2020 a 2023) é também usado como referência nas experiências seguintes, sendo aplicado diretamente em 2024.

Experiência 2 – Atributos relevantes por correlação

Na segunda experiência foram adicionados atributos externos ao índice. Para selecionar os mais relevantes foi construída uma matriz de correlação entre cada atributo e os retornos do S&P 500. Foi realizada uma iteração de limiares de correlação, variando entre 0,2 e 0,8 com passo de 0,2. Em cada iteração foram escolhidos os atributos que cumpriam o critério e treinados modelos de Regressão Linear, SVR e LSTM, aplicando as mesmas janelas deslizantes da experiência 1. Os resultados foram comparados de forma a identificar se a inclusão de variáveis externas traz melhorias face à experiência 1.

Experiência 3 - Contexto Trimestral

Na terceira experiência foram criados modelos específicos para cada trimestre. Para isso, foram usados apenas os dados de 2020 a 2023 correspondentes ao trimestre em questão (ex.: só os primeiros trimestres), e em seguida o modelo foi aplicado ao mesmo trimestre de 2024.

Uma primeira comparação realizada entre os seguintes modelos:

- **Melhor modelo global da experiência 1:** treinado com todos os dados de 2020 a 2023 e testado diretamente no T1, T2, T3 e T4 de 2024.
- **Modelos específicos da experiência 3:** treinados apenas com o trimestre correspondente em 2020 a 2023, aplicados no mesmo trimestre de 2024.

Deste modo, é possível verificar se um modelo global é suficiente ou se os modelos específicos por trimestre conseguem obter melhores resultados.

Adicionalmente, foi criado um *ensemble* trimestral, em que cada trimestre de 2024 é previsto pelo modelo treinado no respectivo contexto de 2023. As métricas de desempenho deste ensemble são comparadas com as do modelo global da experiência 1.

Experiência 4 – Contexto Mensal

Esta experiência segue a mesma lógica da experiência 3, mas com segmentação ao nível de cada mês. Foram treinados modelos usando apenas os dados do mês correspondente entre 2020 e 2023, aplicados depois ao mesmo mês de 2024.

Foi também criado um ensemble mensal, no qual cada mês de 2024 é previsto pelo modelo do mesmo mês, permitindo comparar as métricas agregadas do ano com o modelo global da experiência 1.

Experiência 5 – Contexto por Dia da Semana

De forma semelhante, a segmentação foi feita por dia da semana. Foram gerados modelos treinados apenas com os dados de cada dia (segunda a sexta-feira) entre 2020 e 2023, aplicados depois ao mesmo dia em 2024.

Tal como nas experiências anteriores, foi construído um ensemble semanal, em que cada dia é previsto pelo modelo correspondente, permitindo calcular métricas anuais agregadas e compará-las com o modelo global da experiência 1.

Sintetizando, as cinco experiências permitem avaliar três dimensões principais:

- se apenas os retornos históricos são suficientes (experiência 1),
- se variáveis externas, selecionadas de forma sistemática por correlação, aumentam o desempenho (experiência 2),
- e se modelos especializados em diferentes contextos temporais (trimestre, mês e dia da semana) superam um modelo global (experiências 3, 4 e 5).

4.4.4. Avaliação dos Modelos

A avaliação dos resultados foi organizada de acordo com as cinco experiências definidas no subcapítulo anterior. Em cada uma delas são apresentados os valores obtidos e discutidos os detalhes observados nos apêndices, permitindo identificar padrões específicos de desempenho.

Experiência 1 – Histórico de retornos

Na Tabela 9, que resume os resultados obtidos apenas com os retornos históricos do S&P 500, a baseline de persistência registou um MAE em torno de 1.235, servindo de referência. Todos os modelos testados conseguiram reduções significativas, atingindo valores próximos de 0.59–0.60, sendo o SVR com melhor valor de MAE (0,587) e o único com coeficiente de variação positivo o que representa uma melhoria clara face à baseline.

Tabela 9 – Métricas de avaliação da Experiência 1

Modelo Previsão	MAE	MSE	RMSE
Persistência	1,235	2,728	1,652
Regressão Linear	0,591	0,645	0,803
SVR	0,587	0,634	0,796
LSTM	0,588	0,634	0,796

Os detalhes do Apêndice A mostram que as janelas temporais curtas foram determinantes, mas com diferenças entre modelos: a RL beneficiou sobretudo do uso de T-1, enquanto SVR e LSTM obtiveram melhores resultados com T-5, sugerindo que estes últimos conseguem explorar alguma informação adicional ao considerar um horizonte ligeiramente mais longo. No caso do SVR, destacou-se a escolha de um kernel polinomial, o que indica a presença de alguma não linearidade captável com funções mais flexíveis do que o kernel linear. Já no LSTM, a configuração ótima envolveu um número intermédio de neurónios na camada recorrente, confirmando que redes simples são adequadas quando se trabalha com janelas curtas.

Em síntese, a Experiência 1 evidencia que, mesmo sem variáveis externas ou segmentação sazonal, é possível superar a baseline através de modelos relativamente simples. No entanto pode exigir métodos não lineares ou redes recorrentes para ser captado padrões mais complexos.

Experiência 2 – Atributos relevantes por correlação

Na Tabela 10, observa-se que a introdução de variáveis externas, escolhidas com base na correlação com os retornos do S&P 500 trouxe ganhos marginais relativamente à Experiência 1. O SVR com kernel RBF obteve o menor MAE (0.586), superando ligeiramente a Regressão Linear e o LSTM, que se mantiveram estáveis em torno de 0.588. Não obstante deste facto, apenas a regressão linear apresentou melhorias significativas face à experiência 1.

Tabela 10 – Métricas de avaliação da Experiência 2

Modelo Previsão	MAE	MSE	RMSE	MAE Diff vs Experiência 1
Regressão Linear	0,588	0,636	0,797	0,51%
SVR	0,586	0,629	0,793	0,17%
LSTM	0,588	0,631	0,794	0,00%

Os detalhes do Apêndice B mostram que a configuração vencedora do SVR beneficiou da escolha do kernel RBF em detrimento do linear, sinal de que a introdução de variáveis externas trouxe alguma não linearidade. Por outro lado, o modelo de Regressão Linear foi o que teve mais melhorias face à experiência 1, sugerindo que relações lineares também podem ter sido introduzidas.

Em suma, a Experiência 2 indica que as variáveis externas, embora não transformem radicalmente a capacidade preditiva, favorecem sobretudo o SVR com kernel RBF, enquanto RL e LSTM mantêm desempenhos muito próximos entre si. Estes resultados sugerem que o benefício da introdução de variáveis externas está associado tanto a relações ligeiramente não lineares, capturadas por kernels adequados, como também a relações lineares adicionais que a regressão linear conseguiu explorar.

Experiência 3 – Contexto trimestral

Os resultados apresentados na Tabela 11 permitem comparar o desempenho dos modelos de ensemble com os modelos genéricos das experiências anteriores. A análise evidencia que a Regressão Linear foi a que mais beneficiou da segmentação trimestral, reduzindo o seu erro médio absoluto de 0,581 (+1,69%). O SVR manteve-se praticamente inalterado (0,587), enquanto o LSTM apresentou uma degradação no desempenho um MAE de 0,599 (-1,87%). Estes resultados sugerem que a divisão temporal por trimestre permite capturar padrões lineares simples, mas não acrescenta robustez às arquiteturas não lineares, como a rede recorrente.

Tabela 11 – Métricas de avaliação da Experiência 3

Modelo Previsão	MAE	MSE	RMSE	MAE Diff vs Global
Modelo Global				
Regressão Linear	0,591	0,645	0,803	N/A
SVR	0,587	0,634	0,796	N/A
LSTM	0,588	0,634	0,796	N/A

Tabela 11 – Métricas de avaliação da Experiência 3 (cont.)

Modelo Previsão	MAE	MSE	RMSE	MAE Diff vs Global
Modelo Ensemble - Trimestre				
Regressão Linear	0,581	0,625	0,791	1,69%
SVR	0,587	0,636	0,797	0,00%
LSTM	0,599	0,657	0,811	-1,87%

O Apêndice C contém os resultados detalhados desta experiência, incluindo os desempenhos dos modelos genéricos aplicados a cada trimestre, os resultados dos modelos específicos desenvolvidos para cada trimestre e os hiperparâmetros ajustados em cada treino.

Em termos de resultados, destaca-se o Trimestre 2, que apresentou sistematicamente bons desempenhos, com MAE na ordem dos 0,500–0,504, refletindo maior previsibilidade nesse período. Por outro lado, o Trimestre 3 registou os piores resultados, com erros a subir para 0,740 a 0,771 em todos os modelos, sugerindo maior volatilidade e menor capacidade preditiva neste intervalo. No Trimestre 4 registou-se também melhoria específica face ao modelo global de todos os algoritmos com destaque para o LSTM (+6,13%).

No caso do LSTM, os hiperparâmetros mantiveram-se relativamente estáveis em termos de número de neurónios e épocas de treino, mas, apesar desta consistência, os resultados degradaram em T3 e T4. Isto demonstra que o desempenho mais fraco não está relacionado com afinação paramétrica, mas sim com a incapacidade do modelo em lidar com a previsão destes períodos.

Em síntese, a Experiência 3 evidencia que a segmentação temporal por trimestre é vantajosa apenas para modelos lineares, que conseguem explorar padrões regulares de forma eficaz. Nos modelos mais complexos, como o SVR e o LSTM, a granularidade trimestral não trouxe benefícios significativos, destacando que a robustez do modelo depende menos da afinação de hiperparâmetros e mais da qualidade e estabilidade do sinal temporal em cada trimestre. Estes resultados reforçam a necessidade de combinar abordagens sazonais com técnicas de modelação mais sofisticadas para capturar a verdadeira complexidade dos mercados financeiros.

Experiência 4 – Contexto Mensal

Os resultados apresentados na Tabela 12 permitem avaliar o impacto da segmentação mensal em comparação com os modelos globais da Experiência 1. O ensemble mensal apresentou uma ligeira melhoria face ao modelo histórico: a Regressão Linear reduziu o erro médio absoluto 0,577 (+2,37%), o SVR passou para 0,579 (+ 1,36%), e o LSTM com a melhor melhoria para 0,576 (+3,52%). Estes ganhos, embora modestos, indicam que a granularidade mensal permite captar padrões específicos sazonais, que não são totalmente aproveitados pelo modelo global.

Tabela 12 - Métricas de avaliação da Experiência 4

Modelo Previsão	MAE	MSE	RMSE	MAE Diff vs Global
Modelo Global				
Regressão Linear	0,591	0,645	0,803	N/A
SVR	0,587	0,634	0,796	N/A
LSTM	0,597	0,639	0,799	N/A
Modelo Ensemble - Mês				
Regressão Linear	0,577	0,625	0,790	2,37%
SVR	0,579	0,638	0,799	1,36%
LSTM	0,576	0,617	0,785	3,52%

O Apêndice D apresenta os resultados mensais detalhados da Experiência 4, incluindo os desempenhos dos modelos específicos de cada mês e os respectivos hiperparâmetros. A análise evidencia resultados heterogêneos para todos os meses, com modelos a piorar entre -22,15% (no caso da Regressão linear para setembro) como modelos a melhorar +17,34% (regressão linear em novembro). Os melhores resultados de MAE apontam para o mês de junho. Neste mês, os modelos específicos obtiveram desempenhos superiores: a Regressão Linear mensal atingiu um MAE de 0,297 (+1,33%), o SVR mensal de 0,289 (+2,36%) e o LSTM mensal de 0,287 (+6,82%). Este resultado mostra que a segmentação mensal, quando aplicada a períodos de elevada regularidade, potencia ganhos modestos em todos os algoritmos.

Em contrapartida, os piores desempenhos ocorreram em agosto, mês em que, apesar de melhorias da regressão linear e do SVR, os valores se mantiveram muito elevados.

Em termos de hiperparâmetros, observa-se uma maior diversidade na configuração dos modelos. No caso do SVR, os kernels e parâmetros variaram de forma irregular: alguns meses recorreram a funções polinomiais com valores elevados de C, enquanto noutros se optou por kernels sigmóides ou RBF. Isto sugere que a complexidade do sinal muda substancialmente ao longo do ano, obrigando o modelo a adaptações mais radicais. Já no LSTM, o número de neurónios oscilou entre 16 e 128 e a janela temporal variou entre T-1 e T-10. Tal diversidade indica que, em alguns meses, bastam arquiteturas simples (ex.: março e novembro), enquanto noutros é necessária maior profundidade para tentar capturar padrões complexos (ex.: setembro e outubro).

A Experiência 4 mostrou que a segmentação mensal permite captar padrões sazonais, traduzindo-se em ganhos relevantes em meses como junho, onde todos os modelos específicos superaram os globais, mas também evidenciou limitações em períodos como agosto, em que o erro se manteve elevado independentemente do algoritmo. A variabilidade observada nos hiperparâmetros, sobretudo no SVR e no LSTM, confirma que a complexidade do sinal varia substancialmente ao longo do ano, exigindo ora modelos simples, ora arquiteturas mais profundas. Em suma, a granularidade mensal potencia melhorias pontuais, mas a sua eficácia depende fortemente da estabilidade do período analisado, não constituindo uma solução universal.

Experiência 5 – Contexto de Dia da Semana

Os resultados apresentados na Tabela 13 permitem avaliar o impacto da segmentação semanal em comparação com os modelos globais. O ensemble semanal trouxe pequenas melhorias em alguns casos: a Regressão Linear manteve-se praticamente inalterada (MAE 0,591 em ambos), o SVR aumentou ligeiramente de 0,587 para 0,589, e o LSTM registou melhoria de 0,597 para 0,581. Estes resultados sugerem que a granularidade semanal beneficia sobretudo o modelo baseado em redes neurais.

Tabela 13 - Métricas de avaliação da Experiência 5

Modelo Previsão	MAE	MSE	RMSE	MAE Diff vs Global
Modelo Global				
Regressão Linear	0,591	0,645	0,803	N/A
SVR	0,587	0,634	0,796	N/A
LSTM	0,597	0,639	0,799	N/A
Modelo Ensemble – Dia da Semana				
Regressão Linear	0,591	0,630	0,794	0,00%
SVR	0,589	0,629	0,793	-0,34%
LSTM	0,581	0,605	0,778	2,68%

O Apêndice E contém os resultados semanais detalhados da Experiência 5, incluindo os desempenhos dos modelos específicos por dia da semana e os respetivos hiperparâmetros.

A análise mostra que os maiores ganhos se verificaram ao longo da segunda-feira (dia 0), onde os modelos específicos superaram os globais: a Regressão Linear semanal atingiu um MAE de 0,481 (contra 0,481 do global, mas com menor MSE), o SVR semanal obteve 0,476 (+2,86%), e o LSTM semanal reduziu o erro para 0,482 (+2,03%). Estes resultados mostram que, no início da semana, a segmentação permitiu ganhos, ainda que ligeiros, em todos os algoritmos.

Por outro lado, os modelos demonstram menor previsibilidade à quarta-feira (dia 2). A Regressão Linear semanal registou um MAE de 0,704 (ligeiramente pior que os 0,701 globais), e o SVR semanal obteve 0,700 (melhor que os 0,703 globais, mas com diferença mínima). Já o LSTM semanal destacou-se positivamente, alcançando um MAE de 0,695, significativamente melhor que os 0,711 globais, sugerindo que este modelo, apesar de ter pouca previsibilidade neste dia, consegue beneficiar mais da segmentação.

Em termos de hiperparâmetros, observa-se uma diversidade ainda maior do que nas experiências anteriores. No SVR, a escolha do kernel variou entre polinomial e sigmoide, com valores de C que oscilaram de 0,05 a 10, revelando tentativas do modelo em adaptar-se a padrões mais complexos em alguns dias. Já o LSTM apresentou arquiteturas significativamente diferentes entre dias: em certos casos utilizou apenas 48 neurónios com funções lineares, enquanto noutros recorreu a redes mais profundas com 96 neurónios e janelas de observação até T-10, confirmando que a complexidade necessária para a previsão varia consoante o dia da semana.

A Experiência 5 mostrou que a segmentação semanal gera ganhos marginais, mas com variações relevantes entre dias. A segunda-feira foi o período em que todos os modelos específicos beneficiaram da segmentação, ainda que de forma ligeira, enquanto a quarta-feira revelou desempenhos mistos: a Regressão Linear piorou face ao modelo global, o SVR manteve diferenças

residuais, mas o LSTM conseguiu melhorar de forma mais expressiva. A diversidade dos hiperparâmetros, sobretudo no SVR (com kernels que oscilaram entre polinomial e sigmoide) e no LSTM (com arquiteturas que variaram de modelos simples a redes mais profundas), evidencia que a complexidade da série muda significativamente ao longo da semana, exigindo ajustes diferenciados. Em síntese, a granularidade semanal permite ganhos pontuais, mas a sua eficácia depende fortemente do dia analisado e do modelo utilizado.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo integra e discute a dissertação de forma integral, articulando o estado da arte com as evidências do data understanding (correlações e sazonalidade) e com o desempenho dos modelos nas experiências realizadas. Mais do que comparar métricas, a discussão procura ligar resultados e mecanismos, explicando como os padrões sazonais e as relações identificadas nas análises exploratórias ajudam a explicar o comportamento dos modelos, em que condições surgem ganhos e por que razão eles se esbatem noutros contextos. Esta leitura é enquadrada no processo CRISP-DM, cruzando o que foi observado nas fases de exploração e modelação com o conhecimento teórico da literatura. Para guiar este capítulo, primeiro respondem-se as questões específicas (Questão 2 à Questão 8) e apenas no final sintetiza-se a evidência para responder à Questão de Investigação 1.

Começando pela linha de base, a Experiência 1 avalia se o valor dos retornos do índice contém informação suficiente para ultrapassar a persistência. Os resultados mostram que modelos treinados apenas com histórico superam consistentemente o baseline com ganhos estáveis nas métricas. Observa-se ainda que janelas muito curtas tendem a favorecer a Regressão Linear, enquanto SVR e LSTM beneficiam de janelas ligeiramente maiores, sugerindo pequenas não linearidades exploráveis. Este resultado pode ser enquadrado na teoria da eficiência fraca de (Fama, 1970), segundo a qual os preços já incorporam toda a informação passada, o que impossibilitaria obter retornos anormais apenas com base em dados históricos. No entanto, o facto de os modelos superarem a persistência sugere que a forma fraca não se verifica de forma absoluta no S&P 500, uma vez que existem padrões estatísticos mínimos que podem ser explorados. Em suma, a informação histórica, por si só, mostrou-se suficiente para bater a persistência no horizonte diário, respondendo assim à **Questão de Investigação 2**, mas também sugerindo pequenas limitações na hipótese de eficiência fraca.

Revisitando a correlação, as relações são fortes e estáveis nos preços ajustados, mas enfraquecem claramente nos retornos diários devido à maior aleatoriedade e ruído de curto prazo, subsistindo sobretudo ligações com NASDAQ, DOW e Apple. Esta observação é coerente com a eficiência semi-forte do mercado de (Fama, 1970): muita da informação pública externa já se encontra incorporada nos preços, limitando o que ainda pode ser acrescentado na previsão de retornos. A Experiência 2 confirma ganhos curtos com variáveis externas, com a Regressão Linear a beneficiar ligeiramente mais do que SVR e LSTM, sugerindo que, por outro lado, a eficiência semi-forte ainda possa ter padrões exploráveis, mesmo que mínimos. Contudo, importa notar que a introdução indiscriminada de atributos externos pode injetar ruído e degradar a performance, como evidencia (Pilla & Mekonen, 2025). Em suma as variáveis externas acrescentam pouca informação, necessitando também de seleção criteriosa para evitar sobreajuste e perda de generalização respondendo positivamente, mas de forma conservadora à **Questão de Investigação 3**.

Avançando para a sazonalidade trimestral, a análise do Capítulo 4.2.3 – Sazonalidade do S&P 500 evidencia diferenças sistemáticas ao longo do ano, com maior volatilidade no início e maior consistência de subidas na segunda metade, bem como aceleração média dos ganhos no 2.º e 4.º trimestres. Na Experiência 3, a segmentação por trimestre gerou uma pequena melhoria na Regressão Linear e resultados mais frágeis no SVR e no LSTM quando comparados ao modelo global. Contudo, no 4.º trimestre todos os modelos registaram melhorias face ao global, destacando o LSTM. Estes resultados estão em linha com a leitura sazonal que aponta para baixa volatilidade

relativa e maior percentagem de retornos positivos no T4. Em suma, a granularidade trimestral acrescenta valor de forma contextual, respondendo de modo positivo, ainda que contido, à **Questão de Investigação 4**.

Prosseguindo para a sazonalidade mensal, a leitura do Capítulo 4.2.3 – Sazonalidade do S&P 500 evidencia assimetrias claras entre meses, com alguns mais estáveis (janeiro, agosto e dezembro) e outros marcados por maior volatilidade (como março, abril, setembro e outubro). Quando testadas na Experiência 4, essas diferenças traduzem-se num ganho modesto, mas recorrente face ao modelo global, observável nos três algoritmos e mais evidente em alguns meses (como junho), sendo neutro ou residual nos restantes. Importa destacar que esta foi a experiência onde os ensembles obtiveram melhores resultados globais, mostrando que a granularidade mensal ajuda a captar mudanças de regime de curta duração que o modelo único tende a diluir. Assim, a segmentação mensal acrescenta valor de forma contida, mas consistente, respondendo à **Questão de Investigação 5**.

Por fim, explorou-se a sazonalidade semanal. A leitura do Capítulo 4.2.3 – Sazonalidade do S&P 500 indicou um padrão de força no início e no fim da semana (segunda e sexta-feira) e maior fragilidade a meio (quarta e quinta-feira), sugerindo assimetrias intra-semanais. Quando testada na Experiência 5, a segmentação por dia da semana gerou melhorias marginais face ao modelo global, mais consistentes no LSTM, com a Regressão Linear praticamente inalterada e o SVR a variar de forma residual. Os ganhos concentraram-se sobretudo na segunda-feira, em linha com (Franses & Paap, 2000), que documentam retornos positivos à segunda. Já a quarta-feira, os resultados do modelo demonstraram baixa previsibilidade e apenas melhoria modesta sob segmentação — um resultado que não coincide com (Samarayanake & Liu, 2015), onde a quarta surge com retornos mais altos (e menor volatilidade) em certos setores. Esta divergência é compatível com a própria evidência desses autores de heterogeneidade por setor e período, e sugere que efeitos intra-semana podem depender do regime e da composição do índice. Em síntese, a granularidade semanal acrescenta valor preditivo contido e localizado, respondendo assim de forma positiva, mas prudente, à **Questão de Investigação 6**.

A comparação entre a janela recente (2020–2024) e séries históricas mais longas (2004–2024) confirma que os principais efeitos sazonais do S&P 500 se mantêm estruturalmente estáveis, ainda que com maior volatilidade e alguns desvios induzidos por choques recentes. A nível anual e observa-se a mesma trajetória típica de choques, consolidação e recuperação; trimestralmente verifica-se maior valorização nos trimestre pares (2º e 4º Trimestre) e uma maior volatilidade no início do ano (1º Trimestre); mensalmente persistem meses de maior fragilidade (março e setembro) e de maior força (julho e novembro); e, semanalmente, repete-se o padrão de maior robustez no fim da semana (sexta-feira) face a maior instabilidade a meio (quarta e quinta-feira). Em síntese, os padrões sazonais identificados no período recente reproduzem-se no histórico alargado, embora com amplitudes mais pronunciadas, sugerindo mais influencia dos fatores atípicos mencionados (COVID, Guerra Rússia-Ucrânia e ciclo das Taxas de Juro), respondendo positivamente à **Questão de Investigação 7**.

Os resultados são globalmente compatíveis com a hipótese de eficiência semi-forte, uma vez que correlações que parecem fortes em preços se diluem nos retornos diários, sugerindo que a informação pública está, em grande medida, incorporada nos preços e limitando ganhos substanciais de previsibilidade diária. Ainda assim, o estudo evidencia capacidade de previsibilidade

residual, pequenas e localizadas. Nesta janela estreita, os ensembles temporais mostram-se a mais eficazes para captar diferenças de regime, sendo a segmentação mensal a que mais acrescenta valor, a segmentação trimestral útil em contextos específicos com destaque para o 4.º trimestre e a segmentação intra-semanal geradora de benefícios marginais e concentrados sobretudo à segunda-feira. As variáveis externas, mesmo quando selecionadas por correlação, produzem ganhos modestos e exigem um uso criterioso. Em síntese, quanto à **Questão de Investigação 8**, o mercado revela ampla eficiência com oportunidades residuais e dependentes do regime, e por fim, quanto à **Questão de Investigação 1**, é possível adaptar modelos aos regimes através de segmentação temporal, obtendo ganhos consistentes, mas moderados face a um modelo global, desde que se recorra a seleção criteriosa de atributos e a validação temporal rigorosa.

6. CONCLUSÃO

Este capítulo apresenta as conclusões finais da dissertação, sintetizando os principais resultados alcançados e relacionando-os com os objetivos de investigação definidos no início da dissertação. Para além de sumarizar o conhecimento gerado, discute-se também as limitações identificadas e propõem-se linhas de investigação futura que poderão aprofundar ou complementar as contribuições aqui apresentadas.

6.1. Conclusões Finais

A presente dissertação teve como objetivo avaliar a previsibilidade dos retornos diários do índice S&P 500 recorrendo a diferentes abordagens de machine learning, nomeadamente Regressão Linear, Support Vector Regression (SVR) e Redes Neurais LSTM, enquadradas no processo CRISP-DM. Para tal, foram conduzidas análises exploratórias de correlação e de sazonalidade, seguidas de cinco experiências de modelação, procurando responder às questões de investigação formuladas no Capítulo 1 - INTRODUÇÃO.

Os resultados confirmam que é possível superar de forma consistente a baseline de persistência, mas apenas com margens curtas. Não emergiu um modelo vencedor absoluto: cada algoritmo mostrou pontos fortes em contextos distintos. A Regressão Linear destacou-se na introdução de variáveis externas (Experiência 2), sugerindo que relações predominantemente lineares ainda podem ser exploradas. O LSTM revelou-se mais eficaz em contextos de segmentação temporal (Experiência 4 e 5), captando padrões sazonais que os modelos globais tendem a suavizar. Já o SVR manteve um desempenho competitivo em quase todas as experiências, ainda que sem vantagens sistemáticas, em linha com estudos que destacam a sua solidez em séries temporais financeiras (Osama et al., 2024; Stempień & Slepaczuk, 2025).

A análise de variáveis externas selecionadas por correlação trouxe apenas ganhos marginais, confirmando que grande parte da informação pública já se encontra refletida nos preços, demonstrando um resultado coerente com a eficiência semi-forte de (Fama, 1970). Ao mesmo tempo, verificou-se que a introdução indiscriminada de atributos pode degradar a performance por efeito de ruído (Pilla & Mekonen, 2025), reforçando a necessidade de seleção parcimoniosa de variáveis.

No eixo da sazonalidade, tanto a análise histórica (Capítulo 4.2.3 – Sazonalidade do S&P 500) como as experiências de segmentação (Experiência 3–5) revelam que a primeira metade do ano apresenta sinais mistos, com meses estáveis como janeiro e outros mais voláteis como março e abril, enquanto a segunda metade evidencia maior robustez, sobretudo no 4.º trimestre, com destaque para julho, novembro e dezembro, bem como para a segunda-feira. A granularidade mensal foi a que acrescentou valor de forma mais recorrente, sendo esta também a experiência com melhor desempenho global. Estes achados estão em linha com estudos como (Guo, 2025), que documenta padrões robustos nos primeiros meses de cada trimestre, indicando sazonalidade mensal, e com (Franses & Paap, 2000) e (Samarayanake & Liu, 2015), que evidenciam assimetrias nos retornos intra-semana.

Em conjunto, os resultados não refutam a eficiência semi-forte, mas sugerem a existência de previsibilidade residual, localizada e explorável através de segmentações temporais e de modelos adequados a cada contexto. Este enquadramento é compatível com a literatura que identifica ganhos incrementais com LSTM e SVR, mas reforça que tais ganhos são estatisticamente modestos, sensíveis ao regime e de difícil tradução económica.

Assim, as principais contribuições desta dissertação são:

- Confirmar empiricamente a previsibilidade limitada, mas existente, dos retornos do S&P 500
- Mostrar que diferentes modelos apresentam vantagens em contextos distintos, reforçando a importância da escolha contextual da abordagem
- Evidenciar que a segmentação mensal é uma estratégia robusta para explorar padrões sazonais;
- Consolidar a ligação entre análises exploratórias (correlação, sazonalidade) e desempenho preditivo, num quadro consistente com a hipótese de eficiência semi-forte.

6.2. Limitações e Investigação Futura

Apesar dos contributos alcançados, esta dissertação apresenta algumas limitações que importa reconhecer. Em primeiro lugar, a análise considerou apenas um conjunto limitado de variáveis externas, selecionadas com base em correlação simples, o que pode ter restringido o potencial explicativo do *feature set*. Em segundo lugar, a avaliação centrou-se em métricas estatísticas (MAE, MSE, RMSE), sem avançar para métricas financeiras como o *Annualized Rate of Return* (ARR) proposto por (Stempień & Slepaczuk, 2025), o que restringe a análise da aplicabilidade prática em cenários reais de investimento.

Estes pontos abrem caminho para várias linhas de investigação futura. Uma primeira linha passa pela exploração de efeitos sazonais específicos. Tal como defendido por (Guo, 2025), os primeiros meses de cada trimestre (janeiro, abril, julho e outubro) apresentam padrões robustos associados à divulgação de resultados empresariais, o que poderá justificar a criação de modelos especializados para capturar tais dinâmicas. De igual forma, a literatura identifica padrões de início e fim de mês (*turn-of-the-month effect*), documentados por (Oddmund Groette, 2024), cuja integração em segmentações adicionais pode revelar ganhos de previsibilidade.

No plano da modelação, torna-se relevante investigar o impacto de janelas temporais maiores sobre o desempenho das redes LSTM. Estudos como (Yaakoub et al., 2025) mostram que este tipo de redes tende a beneficiar de horizontes de 30 dias ou superiores, o que pode melhorar a captura de dependências temporais de longo alcance. Outra via promissora é o recurso a modelos híbridos, como ARIMA-LSTM ou ARIMA-SVR, que segundo (Stempień & Slepaczuk, 2025) não só reduzem os erros de previsão, como também potenciam métricas financeiras como o *annualized return*, sugerindo um maior valor prático. Esta orientação é consistente com (Jiang, 2021) que destaca que os modelos híbridos têm vindo a ganhar grande expressão na investigação científica em previsão financeira.

Outra linha de aprofundamento passa pelo reforço do *feature engineering*. Para além de variáveis técnicas, macroeconómicas e de sentimento, a literatura recente aponta (Jiang, 2021) para novas fontes com crescente popularidade, nomeadamente grafos de conhecimento (*knowledge graphs*), informação visual extraída de imagens e dados fundamentais de empresas, que podem acrescentar sinal relevante. Esta expansão deve ser acompanhada de seleção criteriosa para mitigar a introdução de ruído, em linha com a advertência de (Pilla & Mekonen, 2025).

Finalmente, um passo natural é a transição da previsão para a sua aplicabilidade prática. Para além da avaliação estatística, será fundamental testar estratégias de investimento simples, de forma a avaliar se os ganhos marginais em métricas de erro se traduzem em estratégias lucrativas. Adicionalmente, importa explorar o uso de modelos de classificação, nos quais a tarefa se centra em prever a direção do mercado (subida ou queda). Esta abordagem, ao simplificar o problema e ligá-lo diretamente a decisões de trading, pode revelar-se mais adequada para a implementação de estratégias práticas de investimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anh, N. (2023). *Long Short-Term Memory Architectures: Towards a Superlative Tech Stock Price Forecasting Model for Sustainable Economic Prosperity*.
<https://doi.org/10.5281/zenodo.11081926>
- Atsalakis, G. S., & Valavanis, K. P. (2009). Surveying stock market forecasting techniques – Part II: Soft computing methods. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5932–5941.
<https://doi.org/10.1016/J.ESWA.2008.07.006>
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2017). *Investments* (Tenth Edition). McGraw Hill Education.
- Chapman, P., Clinton, J., Kerber, R., Khabaza, T., Reinartz, T., Shearer, C., & Wirth, R. (2000). *CRISP-DM 1.0 Step-by-step data mining guide*.
- Chen, J. (2022). *Exchange Rates: What They Are, How They Work, Why They Fluctuate*.
<https://www.investopedia.com/terms/e/exchangerate.asp>
- Costa, D. (2022a). *Dow Jones, Nasdaq e S&P 500: diferenças entre os índices*.
<https://www.rankia.pt/Bolsa/Diferencas-Entre-Dow-Jones-Nasdaq-e-Sp-500/>
- Costa, D. (2022b). *Fundos de Índice (Index Funds): o que são?*
<https://www.rankia.pt/Etfs/Diferencas-Entre-Fundos-de-Investimento-Tradicionais-Fundos-de-Indices-e-Etfs/>
- Costa, D. (2022c). *PSI (PSI-20): o que é e, como funciona e empresas*.
<https://www.rankia.pt/Bolsa/o-Que-e-o-Psi-20/>
- Costa, D. (2023). *Como investir em commodities*. <https://www.rankia.pt/Bolsa/Diferentes-Maneiras-de-Investir-Em-Materias-Primas-Commodities/>
- Cuiyuan Wang. (2021). *Applying Deep Learning on Financial Sentiment Analysis*. The Graduate Center, City University of New York.
- Dixon, M., Klabjan, D., & Bang, J. (2017). Classification-based financial markets prediction using deep neural networks. *Algorithmic Finance*, 6, 1–11. <https://doi.org/10.3233/AF-170176>
- Fabozzi, F., Modigliani, F., & Jones, F. (2010). *Foundations of Financial Markets and Institutions* (4th ed.). Prentice Hall.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417. <https://doi.org/10.2307/2325486>
- Fernando, J. (2022). *What Is a Commodity and Understanding Its Role in the Stock Market*.
<https://www.investopedia.com/terms/c/commodity.asp>
- Ferreira, C. (2020a). *CRISP-DM: A Data Mining & Knowledge Discovery Process Model*.
- Ferreira, C. (2020b). *Data Mining and Knowledge Discovery*.
- Ferreira, C. (2020c). *Descriptive Modeling*.
- Ferreira, C. (2020d). *Predictive Models*.
- Franses, P., & Paap, R. (2000). Modelling Day-of-the-Week Seasonality in the S&P 500 Index. *Applied Financial Economics*, 10, 483–488. <https://doi.org/10.1080/096031000416352>
- Gama, J., Carvalho, A., Faceli, K., Lorena, A., & Oliveira, M. (2012). *Extração de Conhecimento de Dados* (3a Edição). Silabo.
- Ganti, A. (2022). *Foreign Exchange Market: How It Works, History, and Pros and Cons*.
<https://www.investopedia.com/terms/f/foreign-exchange-markets.asp>
- Geron, A. (2019). *Hands-on machine learning with scikit-learn, keras, and TensorFlow: Concepts, tools, and techniques to build intelligent systems* (2nd ed.). O'Reilly Media.
- Gomes, M. (2023). *Análise e Modelação do Mercado de Ações*. Instituto Superior de Engenharia do Porto.

- Guo, H. (2025). Earnings Extrapolation and Predictable Stock Market Returns. *The Review of Financial Studies*, 38(6), 1730–1782.
<https://ideas.repec.org/a/oup/rfinst/v38y2025i6p1730-1782..html>
- Han, J., Kamber, M., & Pei, J. (2011). *Data Mining: Concepts and Techniques* (3rd ed.). Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- IMARC Group. (2023). *Foreign Exchange Market: Global Industry Trends, Share, Size, Growth, Opportunity and Forecast 2023-2028*.
- Investing. (2023). *Major World Market Indices*. <https://www.investing.com/indices/major-indices>.
- Jiang, W. (2021). Applications of deep learning in stock market prediction: Recent progress. *Expert Systems with Applications*, 184, 115537.
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115537>
- Johnston, M. (2022). *What Happened to Oil Prices in 2020*.
<https://www.investopedia.com/articles/investing/100615/will-oil-prices-go-2017.asp>.
- Kumbure, M., Lohrmann, C., Luukka, P., & Porras, J. (2022). Machine learning techniques and data for stock market forecasting: A literature review. *Expert Systems with Applications*, 197.
- Nelder, J. A., & Wedderburn, R. W. M. (1972). Generalized Linear Models. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 135(3), 370–384.
<https://doi.org/10.2307/2344614>
- Oddmund Groette. (2024). *Daily Seasonalities in the S&P 500: Patterns and Insights*.
<https://www.quantifiedstrategies.com/daily-seasonalities-in-sp-500>.
- Okut, H. (2021). *Deep Learning: Long-Short Term Memory*.
- Osama, A., Saeid, H., Mohsen, S., & Eldin, S. S. (2024). Comparative Analysis of Stock Price Prediction Using Machine Learning. *2024 International Mobile, Intelligent, and Ubiquitous Computing Conference (MIUCC)*, 69–75.
<https://doi.org/10.1109/MIUCC62295.2024.10783647>
- Pilla, P., & Mekonen, R. (2025). *Forecasting S&P 500 Using LSTM Models*.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2501.17366>
- Samarayanake, V. A., & Liu, J. (2015). An Investigation of the Day-of-the-Week Effect on the Volatility and Returns of Individual S&P 500 Sectors. *Proceedings of the Joint Statistical Meetings*, 2991–3001.
- Saunders, A., & Cornett, M. (2019). *Financial Markets and Institutions* (Seventh ed.). McGraw-Hill Education.
- Statista. (2024). *Market capitalization of largest exchange traded funds (ETFs) worldwide as of March 2024*. <https://www.statista.com/statistics/1181252/largest-etfs-market-cap-global/>.
- Stempień, D., & Slepaczuk, R. (2025). *Hybrid Models for Financial Forecasting: Combining Econometric, Machine Learning, and Deep Learning Models*.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.19617>
- Sutton, R. S., & Barto, A. G. (2018). Reinforcement learning: An introduction, 2nd ed. In *Reinforcement learning: An introduction, 2nd ed.* The MIT Press.
- Tinoco, J. A. B. (2012). *Application of data mining techniques to jet grouting columns design*.
- Wikipedia. (2025a). *January effect*. https://en.wikipedia.org/wiki/January_effect.
- Wikipedia. (2025b). *Sell in May*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Sell_in_May?utm_source=chatgpt.com.
- Yaakoub, A., Oukhouya, H., Elhia, M., Zari, T., & Guerbaz, R. (2025). Deep Learning for Financial Time Series: Does LSTM Outperform ARIMA and SVR in International Stock Market Predictions? *Statistics, Optimization & Information Computing*.
<https://doi.org/10.19139/soic-2310-5070-2602>

- Young, J. (2022). *Market Index: Definition, How Indexing Works, Types, and Examples*. <https://www.investopedia.com/terms/m/marketindex.asp#toc-Understanding-a-Market-Index>.
- Young, J. (2023). *Financial Times Stock Exchange Group (FTSE): Definition*. <https://www.investopedia.com/terms/f/ftse.asp>.
- Yudong, Z., & Lenan, W. (2009). Stock market prediction of S&P 500 via combination of improved BCO approach and BP neural network. *Expert Systems with Applications*, 36(5), 8849–8854. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.11.028>
- Zhang, P., Patuwo, E., & Hu, M. (1998). Forecasting With Artificial Neural Networks: The State of the Art. *International Journal of Forecasting*, 14, 35–62. [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(97\)00044-7](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(97)00044-7)
- Zhao, Z., Rao, R., Tu, S., & Shi, J. (2017). Time-Weighted LSTM Model with Redefined Labeling for Stock Trend Prediction. *IEEE 29th International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI)*.
- Zhu, X., Goldberg, A. B., Brachman, R., & Dietterich, T. (2009). *Introduction to Semi-Supervised Learning*. Morgan and Claypool Publishers.

APÊNDICE A – RESULTADOS DETALHADOS DA AVALIAÇÃO DOS MODELOS APENAS COM HISTORICO DO S&P 500

Experiência 1 – Hiperparâmetros por modelo	
Modelo Previsão	Hiperparâmetros
Regressão Linear	Janela temporal: T-1
SVR	Janela temporal: T-5 Kernel: poly C: 0,5 Epsilon: 1 Gamma: 0,1 Degree: 3
LSTM	Janela Temporal: T-5 Neurónios:80 Dropout: 0.2 Func. Activação: tanh Otimizador: sgd

APÊNDICE B – RESULTADOS DETALHADOS DA AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE CORRELAÇÃO COM OUTROS ATRIBUTOS

Experiência 2 – Hiperparâmetros por modelo	
Modelo Previsão	Hiperparâmetros
Regressão Linear	Janela temporal: T-1 Perc. Corr: 0,8
SVR	Janela temporal: T-2 Perc. Corr: 0,2 Kernel: rbf C: 0,5 Epsilon: 0.05 Gamma: 0,5 Degree: 2
LSTM	Janela Temporal: T-10 Perc. Corr: 0,6 Neurónios:128 Dropout: 0.4 Func. Activação: relu Otimizador: sgd

APÊNDICE C – RESULTADOS DETALHADOS DA AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE SAZONALIDADE TRIMESTRAL

Experiência 3 – Métricas de avaliação modelo global				
Modelo Previsão	Trimestre	MAE	MSE	RMSE
Regressão Linear	T1	0,538	0,477	0,691
	T2	0,502	0,434	0,659
	T3	0,744	0,990	0,995
	T4	0,559	0,616	0,785
SVR	T1	0,555	0,485	0,696
	T2	0,510	0,441	0,664
	T3	0,746	1,012	1,006
	T4	0,571	0,625	0,791
LSTM	T1	0,533	0,464	0,681
	T2	0,500	0,434	0,659
	T3	0,745	0,995	0,998
	T4	0,571	0,634	0,796

Experiência 3 – Métricas de avaliação do modelo específico por trimestre					
Modelo Previsão	Trimestre	MAE	MSE	RMSE	MAE Diff vs Global
Regressão Linear	T1	0,525	0,450	0,671	2,42%
	T2	0,504	0,438	0,662	-0,40%
	T3	0,740	0,983	0,992	0,54%
	T4	0,552	0,619	0,787	1,25%
SVR	T1	0,544	0,488	0,699	1,98%
	T2	0,500	0,432	0,657	1,96%
	T3	0,740	0,990	0,995	0,80%
	T4	0,561	0,623	0,789	1,75%
LSTM	T1	0,547	0,494	0,703	-2,63%
	T2	0,504	0,443	0,666	-0,80%
	T3	0,771	1,015	1,007	-3,49%
	T4	0,536	0,577	0,760	6,13%

Experiência 3 – Hiperparâmetros Regressão Linear	
Trimestre	T-Dias
Modelo Global	
T1-T4	T-1
Modelo Específico Trimestre	
T1	T-2
T2	T-1
T3	T-2
T4	T-4

Experiência 3 – Hiperparâmetros SVR						
Trimestre	T-Dias	Kernel	C	Epsilon	Gamma	Degree
Modelo Global						
T1-T4	T-3	sigmoid	0,1	1	0,2	2
Modelo Específico Trimestre						
T1	T-4	poly	0,05	0,05	0,1	4
T2	T-2	poly	0,5	0,001	0,001	3
T3	T-2	poly	0,5	1	0,1	3
T4	T-4	rbf	0,5	0,05	0,001	5

Experiência 3 – Hiperparâmetros LSTM					
Trimestre	T-Dias	Neurónios	Dropout	Func. Ativação	Otimizador
Modelo Global					
T1-T4	T-3	16	0,4	linear	adam
Modelo Específico Trimestre					
T1	T-9	112	0,4	relu	adam
T2	T-2	32	0,5	linear	rmsprop
T3	T-2	32	0,4	tanh	adam
T4	T-4	32	0,4	relu	adam

APÊNDICE D – RESULTADOS DETALHADOS DA AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE SAZONALIDADE MENSAL

Experiência 3 – Métricas de avaliação modelo global				
Modelo Previsão	Mês	MAE	MSE	RMSE
Regressão Linear	1	0,512	0,466	0,683
	2	0,573	0,591	0,769
	3	0,531	0,375	0,612
	4	0,707	0,738	0,859
	5	0,469	0,359	0,599
	6	0,301	0,168	0,410
	7	0,699	0,792	0,890
	8	0,918	1,440	1,200
	9	0,605	0,717	0,846
	10	0,520	0,467	0,683
	11	0,548	0,612	0,782
	12	0,644	0,845	0,919
SVR	1	0,512	0,460	0,679
	2	0,579	0,592	0,770
	3	0,530	0,373	0,611
	4	0,713	0,744	0,863
	5	0,464	0,349	0,591
	6	0,296	0,165	0,406
	7	0,694	0,794	0,891
	8	0,915	1,433	1,197
	9	0,604	0,722	0,850
	10	0,526	0,474	0,689
	11	0,541	0,591	0,769
	12	0,642	0,836	0,914
LSTM	1	0,513	0,463	0,680
	2	0,587	0,612	0,782
	3	0,532	0,383	0,619
	4	0,700	0,722	0,850
	5	0,470	0,360	0,600
	6	0,308	0,176	0,419
	7	0,704	0,793	0,891
	8	0,918	1,431	1,196
	9	0,605	0,723	0,851
	10	0,521	0,466	0,683
	11	0,552	0,607	0,779
	12	0,634	0,823	0,907

Experiência 4 - Métricas de avaliação do modelo específico por Mês					
Modelo Previsão	Mês	MAE	MSE	RMSE	MAE Diff % vs Global
Regressão Linear	1	0,502	0,470	0,686	1,95%
	2	0,559	0,590	0,768	2,44%
	3	0,479	0,302	0,549	9,79%
	4	0,739	0,778	0,882	-4,53%
	5	0,470	0,364	0,603	-0,21%
	6	0,297	0,162	0,403	1,33%
	7	0,692	0,854	0,924	1,00%
	8	0,887	1,311	1,145	3,38%
	9	0,739	0,881	0,939	-22,15%
	10	0,514	0,479	0,692	1,15%
	11	0,453	0,505	0,710	17,34%
	12	0,543	0,725	0,852	15,68%
SVR	1	0,512	0,460	0,679	0,00%
	2	0,597	0,630	0,794	-3,11%
	3	0,540	0,371	0,609	-1,89%
	4	0,718	0,760	0,872	-0,70%
	5	0,449	0,338	0,581	3,23%
	6	0,289	0,158	0,397	2,36%
	7	0,687	0,890	0,943	1,01%
	8	0,852	1,299	1,140	6,89%
	9	0,654	0,798	0,893	-8,28%
	10	0,525	0,489	0,699	0,19%
	11	0,515	0,621	0,788	4,81%
	12	0,561	0,776	0,881	12,62%
LSTM	1	0,520	0,486	0,697	-1,36%
	2	0,596	0,627	0,792	-1,53%
	3	0,532	0,392	0,626	0,00%
	4	0,696	0,713	0,844	0,57%
	5	0,477	0,372	0,610	-1,49%
	6	0,287	0,157	0,397	6,82%
	7	0,697	0,796	0,892	0,99%
	8	0,923	1,506	1,227	-0,54%
	9	0,613	0,756	0,870	-1,32%
	10	0,519	0,466	0,682	0,38%
	11	0,534	0,573	0,757	3,26%
	12	0,630	0,805	0,897	0,63%

Experiência 4 – Hiperparâmetros Regressão Linear	
Mês	T-Dias
Modelo Experiência 1 - Preço Histórico	
1 - 12	T-1
Modelo Específico Mês	
1	T-2
2	T-2
3	T-3
4	T-1
5	T-2
6	T-4
7	T-1
8	T-4
9	T-1
10	T-4
11	T-5
12	T-4

Experiência 4 – Hiperparâmetros SVR						
Mês	T-Dias	Kernel	C	Epsilon	Gamma	Degree
Modelo Experiência 1 - Preço Histórico						
1 - 12	T-1	poly	0,05	0,05	0,5	4
Modelo Específico Mês						
1	T-2	poly	5	0,5	0.001	5
2	T-2	poly	10	0,1	0.01	5
3	T-2	poly	10	0,2	0.1	4
4	T-3	poly	0,5	1	0.1	3
5	T-5	sigmoid	0,5	1	auto	4
6	T-2	poly	10	0,01	0.01	5
7	T-2	sigmoid	0,2	0,1	scale	4
8	T-3	sigmoid	0,5	1	auto	4
9	T-2	poly	0,5	1	0.1	3
10	T-4	sigmoid	0,2	0,1	scale	4
11	T-2	rbf	0,5	0,05	0.5	2
12	T-4	sigmoid	0,5	1	auto	4

Experiência 4 – Hiperparâmetros LSTM					
Mês	T-Dias	Neurónios	Dropout	Func. Ativação	Otimizador
Modelo Experiência 1 - Preço Histórico					
1-12	T-4	32	0,1	tanh	sgd
Modelo Específico Mês					
1	T-5	128	0,3	linear	rmsprop
2	T-3	128	0,1	relu	adam
3	T-1	32	0,2	linear	rmsprop
4	T-1	48	0,4	tanh	rmsprop
5	T-3	80	0,2	linear	adam
6	T-2	96	0,5	relu	adam
7	T-5	80	0,5	relu	rmsprop
8	T-5	64	0,1	tanh	rmsprop
9	T-2	128	0,4	tanh	adam
10	T-2	128	0,4	relu	rmsprop
11	T-3	16	0,3	tanh	sgd
12	T-10	16	0,4	relu	rmsprop

APÊNDICE E – RESULTADOS DETALHADOS DA AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE SAZONALIDADE DO DIA DA SEMANA

Experiência 5 – Métricas de Avaliação				
Modelo Previsão	Dia da Semana	MAE	MSE	RMSE
Regressão Linear	0	0,481	0,514	0,717
	1	0,521	0,502	0,708
	2	0,701	0,895	0,946
	3	0,628	0,682	0,826
	4	0,612	0,595	0,772
SVR	0	0,490	0,515	0,718
	1	0,515	0,482	0,695
	2	0,703	0,889	0,943
	3	0,626	0,665	0,815
	4	0,600	0,591	0,769
LSTM	0	0,492	0,522	0,722
	1	0,536	0,522	0,722
	2	0,711	0,919	0,959
	3	0,624	0,682	0,826
	4	0,618	0,610	0,781

Experiência 5 – Métricas de Avaliação do modelo específico por Dia da Semana					
Modelo Previsão	Dia da Semana	MAE	MSE	RMSE	MAE Diff vs Global
Regressão Linear	0	0,481	0,474	0,689	0,00%
	1	0,520	0,490	0,700	0,19%
	2	0,704	0,904	0,951	-0,43%
	3	0,646	0,700	0,837	-2,87%
	4	0,604	0,580	0,761	1,31%
SVR	0	0,476	0,500	0,707	2,86%
	1	0,531	0,505	0,711	-3,11%
	2	0,700	0,889	0,943	0,43%
	3	0,624	0,665	0,816	0,32%
	4	0,609	0,585	0,765	-1,50%
LSTM	0	0,482	0,512	0,716	2,03%
	1	0,534	0,507	0,712	0,37%
	2	0,695	0,866	0,931	2,25%
	3	0,625	0,691	0,831	-0,16%
	4	0,615	0,593	0,770	0,49%

Experiência 5 – Hiperparâmetros Regressão Linear	
Dia Semana	T-Dias
Modelo Experiência 1 - Preço Histórico	
0 - 4	T-1
Modelo Específico Dia Semana	
0	T-3
1	T-5
2	T-2
3	T-2
4	T-3

Experiência 5 – Hiperparâmetros SVR						
Dia Semana	T-Dias	Kernel	C	Epsilon	Gamma	Degree
Modelo Experiência 1 - Preço Histórico						
0 - 4	T-4	rbf	0,05	1	0,2	2
Modelo Específico Dia Semana						
0	T-4	poly	0,5	1	0.1	3
1	T-3	poly	0,05	0,2	0.1	2
2	T-3	poly	1	0,05	0.001	2
3	T-3	sigmoid	10	0,5	0.001	3
4	T-5	poly	0,1	0,1	0.1	3

Experiência 5 – Hiperparâmetros LSTM					
Dia da Semana	T-Dias	Neurónios	Dropout	Func. Ativação	Otimizador
Modelo Experiência 1 - Preço Histórico					
1	T-10	16	0,4	tanh	sgd
Modelo Específico Dia da Semana					
0	T-1	48	0,5	linear	sgd
1	T-10	96	0,2	linear	adam
2	T-2	16	0,5	linear	adam
3	T-1	16	0,2	linear	adam
4	T-2	96	0,1	linear	adam