

FERRAMENTA DE CÁLCULO DE ENGRENAGENS - ENGREALC

António Garcês Babo

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica – Construções
Mecânicas

Instituto Superior de Engenharia do Porto
Departamento de Engenharia Mecânica



28 de Julho de 2013

Relatório da Unidade Curricular de Dissertação/Projeto/Estágio do 2º ano do Mestrado em
Engenharia Mecânica – Construções Mecânicas

Candidato: António Babo, N° 1081217@isep.ipp.pt

Orientador: Manuel Jorge Dores de Castro
Co-Orientador: Armando José Vilaça de Campos

Mestrado em Engenharia Mecânica – Construções Mecânicas
Departamento de Engenharia Mecânica

Instituto Superior de Engenharia do Porto



28 de Julho de 2013

*Este trabalho é inteiramente dedicado à Débora e à
Lara pelo apoio incondicional ao longo de 5 anos.*

Agradecimentos

Embora esta dissertação seja um trabalho individual, existem porém contributos de natureza diversa que pretendo realçar. Assim, gostaria de agradecer:

Ao Doutor Manuel Jorge Dores de Castro e ao Doutor Armando José Vilaça de Campos, meu orientador e co-orientador respetivamente, pela disponibilidade que demonstraram ter de forma a atender às minhas dificuldades e pela elevada competência científica no acompanhamento da orientação deste trabalho.

Às empresas Irmãos Sousa SA e Bastos Viegas SA, pelos incentivos que me proporcionaram ao longo de 5 anos, que foi o tempo necessário para a realização da Licenciatura e Mestrado e conseqüentemente a presente dissertação.

Por fim, mas não menos importante, a toda a minha família e amigos por todo o apoio dado.

Resumo

As engrenagens com dentes em evolvente de círculo têm sido e continuarão a ser um dos órgãos de máquinas mais utilizados em Engenharia Mecânica. O seu elevado uso e a sua versatilidade têm promovido o seu desenvolvimento permitindo avanços no que diz respeito à sua eficiência, durabilidade, capacidade de carga e fiabilidade. Porém, para além da relativa facilidade de se poder encontrar literatura relativamente às engrenagens, o seu cálculo é complexo. São necessários conhecimentos da geometria de rodas dentadas e dos materiais envolvidos no seu fabrico.

Este trabalho tem por objectivo o estudo de engrenagens de dentado recto com o desenvolvimento de uma ferramenta com base no *software* MatLab[®]. Esta ferramenta permitirá ao utilizador estudar a influência de condições de funcionamento e parâmetros da engrenagem na resistência à fadiga superficial e de flexão.

Palavras-Chave

Engrenagens, Ferramenta de cálculo.

Abstract

The Gears with involute teeth in circle have been and continue to be one of the organs most used machines in Mechanical Engineering. The use and their high versatility have promoted the development allowed to progress with regard to their efficiency, durability, capacity and reliability. However, in addition to being able to relatively easily find literature concerning gears, the calculation is complex. It takes knowledge of the geometry of sprockets and materials involved in their manufacture.

This work aims to study straight toothed gears with the development of a tool based on MatLab ®. This tool will allow the user to study the influence of operating conditions and parameters of the gear surface fatigue resistance and bending.

Keywords

Gears, Calculation Tool.

Résumé

Gears avec des dentures à développante de cercle ont été et continuent d'être l'un des organes les machines les plus utilisées en génie mécanique. L'utilisation et leur grande polyvalence ont favorisé le développement a permis de progresser en ce qui concerne leur efficacité, la durabilité, la capacité et la fiabilité. Cependant, en plus d'être en mesure de trouver relativement facilement la littérature concernant les engins, le calcul est complexe. Il prend connaissance de la géométrie des roues dentées et des matériaux entrant dans leur fabrication.

Ce travail vise à étudier les roues dentées droites avec le développement d'un outil basé sur MATLAB ®. Cet outil permet à l'utilisateur d'étudier l'influence des conditions de fonctionnement et les paramètres de la surface engins résistance à la fatigue et à la flexion.

Mots-clés

Gears, outil de calcul.

Índice

AGRADECIMENTOS	III
RESUMO	IV
ABSTRACT	V
RÉSUMÉ	VI
ÍNDICE	VII
ÍNDICE DE FIGURAS	IX
ÍNDICE DE TABELAS	XII
LISTA DE SÍMBOLOS	XIII
ABREVIATURAS	XVII
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. OBJECTIVOS	1
1.2. MOTIVAÇÃO	2
1.3. METODOLOGIA	2
2. CLASSIFICAÇÃO DAS ENGRENAGENS	4
2.1. ENGRENAGENS DE EIXOS PARALELOS	4
2.2. ENGRENAGENS DE EIXOS CONCORRENTES	7
2.3. ENGRENAGENS DE EIXOS NÃO COMPLANARES	9
3. GEOMETRIA DO DENTADO NAS ENGRENAGENS	11
3.1. PERFIL DO DENTADO DE UMA RODA DENTADA.....	11
3.2. EVOLVENTE DE CÍRCULO	13
3.3. LEI DO ENGRENAMENTO E RELAÇÃO DE VELOCIDADES	15
3.4. LINHA DE ENGRENAMENTO.....	17
3.5. ÂNGULO DE PRESSÃO.....	18
3.6. RAZÃO DE CONDUÇÃO	19
4. ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTADO RETO	21
4.1. PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DAS RODAS DENTADAS – FORMULÁRIO.....	21
4.2. CORREÇÃO DO DENTADO	24
4.3. MOTIVAÇÃO PARA CORREÇÃO DO DENTADO	38
4.4. FORÇAS DESENVOLVIDAS NO CONTACTO ENTRE OS DENTES DE UMA ENGRENAGEM.....	40
5. MATERIAL PARA RODAS DENTADAS, TRATAMENTO TÉRMICO E LUBRIFICAÇÃO. 42	
5.1. MATERIAIS FERROSOS	42

5.2.	QUALIDADE DAS RODAS DENTADAS	51
5.3.	TENSÃO DE FLEXÃO ADMISSÍVEL E TENSÃO DE HERTZ ADMISSÍVEL	52
5.4.	LUBRIFICAÇÃO	54
5.5.	LUBRIFICANTES DE ENGRENAGENS	56
6.	DIMENSIONAMENTO DAS RODAS DENTADAS DE DENTADO RETO.....	57
6.1.	POTÊNCIA, BINÁRIO E FORÇA	57
6.2.	DIMENSIONAMENTO PELO CRITÉRIO DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO.....	58
6.3.	DIMENSIONAMENTO PELO CRITÉRIO DE RESISTÊNCIA À PRESSÃO SUPERFICIAL DOS DENTES	71
7.	CÁLCULO NUMÉRICO.....	77
7.1.	FERRAMENTA DE CÁLCULO EM MATLAB®	77
7.2.	INSTRUÇÕES DE USO DO ENGREGALC	77
7.3.	ELABORAÇÃO DO CÓDIGO DE SUBSTITUIÇÃO DOS ÁBACOS ENVOLVIDOS NO CÁLCULO DE ENGRENAGENS	82
8.	EXEMPLOS DE CÁLCULO DE ENGRENAGENS DE DENTADO RECTO COM RECURSO AO ENGREGALC	107
8.1.	CASO DE ESTUDO DE UMA ENGRENAGEM EM QUE $Z_1+Z_2<60$	107
8.2.	CASO DE ESTUDO DE UMA ENGRENAGEM $Z_1+Z_2\geq 60$	111
9.	CONCLUSÕES E PERSPETIVAS DE TRABALHO FUTURO.....	115
	REFERÊNCIAS DOCUMENTAIS	117
	PÁGINAS NA INTERNET	118
	ANEXO A. CASO DE ESTUDO DE UMA ENGRENAGEM $Z_1+Z_2<60$	119
	ANEXO B. CASO DE ESTUDO DE UMA ENGRENAGEM $Z_1+Z_2\geq 60$	123

Índice de Figuras

Figura 1 – Engrenagem de eixos paralelos de dentado reto [2].	5
Figura 2 – Cremalheira de dentado reto [2].	5
Figura 3 – Engrenagem de eixos paralelos de dentado interior [2].	6
Figura 4 – Engrenagem de eixos paralelos de dentado helicoidal [2].	6
Figura 5 – Cremalheira de dentado helicoidal [2].	7
Figura 6 – Engrenagem de eixos paralelos de dentado helicoidal duplo [2].	7
Figura 7 – Engrenagem cónica de dentes direitos [2].	8
Figura 8 – Engrenagem cónica espiral [1].	9
Figura 9 – Engrenagem cónica hipoide [1].	9
Figura 10 – Engrenagem sem-fim/roda dentada [1].	10
Figura 11 – Engrenagem cruzada helicoidal [2].	10
Figura 12 – Perfil em cicloide [2].	11
Figura 13 – Perfil em arco circular [2].	12
Figura 14 – Perfil em evolvente de círculo [12].	12
Figura 15 – Geração de uma curva evolvente de círculo [4].	13
Figura 16 – Contacto de dois dentes de uma engrenagem em evolvente de círculo [4].	14
Figura 17 – Curva evolvente de círculo [2].	14
Figura 18 – Relação de velocidades [1].	15
Figura 19 – Linha de engrenamento [2].	17
Figura 20 – Ângulo de pressão.	18
Figura 21 – Determinação da razão de condução $\varepsilon\gamma$.	19
Figura 22 – Gráfico para a determinação da razão de condução $\varepsilon\gamma$ [1].	20
Figura 23 – Parâmetros geométricos de uma roda dentada [2].	21
Figura 24 – Valores normalizados de módulos [2].	22
Figura 25 – Obtenção de uma roda dentada com correção negativa (à esquerda) ou com uma correção positiva (à direita) [1].	24
Figura 26 – Correção positiva do dentado [10].	25
Figura 27 – Correção negativa do dentado [10].	26
Figura 28 – Determinação da espessura dos dentes na linha primitiva de corte [5].	27
Figura 29 – Correção do dentado sem variação do entre eixo [10].	28
Figura 30 – Linha de engrenamento com o início e fim do engrenamento [2].	34
Figura 31 – Redução de material na raiz do dente [5].	34
Figura 32 – Exemplos de movimento relativo.	35
Figura 33 – Velocidades relativas durante o engrenamento [4].	36

Figura 34 – Variação dos escorregamentos específicos [2].	37
Figura 35 – Sistema de correção de Henriot [6].	39
Figura 36 – Forças envolvidas no dentado reto [5].	41
Figura 37 – Fator da rugosidade superficial, Z_R [2].	45
Figura 38 – Fator do lubrificante Z_L [2].	56
Figura 39 – Solicitação a que um dente de uma roda dentada está sujeito com as correspondentes tensões na seção de encastramento [1].	58
Figura 40 – Ferramenta de geração do dentado [7].	61
Figura 41 – Forma do dente gerada pela ferramenta de corte e força aplicada [7].	62
Figura 42 – Geração do ângulo de posição da geração do dentado em relação á tangente a 30° do raio do dente na raiz que está a ser produzido por geração [7].	63
Figura 43 – Ângulo α_{Fn} e a distância h_y do ponto de interceção F entre a linha de ação e o eixo de simetria do dente desde o ponto de geração do dente W [7].	65
Figura 44 – Fator de forma Y_F [2].	67
Figura 45 – Pressão superficial no dente [1].	71
Figura 46 – Fator da velocidade de escorregamento, Z_V [2].	74
Figura 47 – Figura do início do programa ENGRCALC.	78
Figura 48 – Menu base do programa ENGRCALC.	79
Figura 49 – Menu nº 2 do programa ENGRCALC.	79
Figura 50 – Instituição / desenvolvimento / versão do programa ENGRCALC.	80
Figura 51 – Base de cálculo de engrenagens de dentado reto.	80
Figura 52 – Obtenção de valores do gráfico do fator da rugosidade Z_R [2].	82
Figura 53 – Gráfico em Excel do fator da rugosidade Z_R .	83
Figura 54 – Obtenção de valores do gráfico do fator do lubrificante Z_L [2].	84
Figura 55 – Gráfico em Excel do fator do lubrificante Z_L [2].	85
Figura 56 – Obtenção de valores do gráfico do fator da velocidade de escorregamento Z_V [2].	86
Figura 57 – Gráfico em Excel do fator da velocidade de escorregamento Z_V .	87
Figura 58 – Obtenção de valores do gráfico do fator de forma Y_F [2].	88
Figura 59 – Curva gerada a partir do número de dentes da correção $x=-0.5$.	90
Figura 60 – Curvas geradas a partir do número de dentes e das funções que albergam as constantes.	91
Figura 61 – Obtenção da constante C1 para equação do Y_F .	92
Figura 62 – Obtenção da constante C2 para equação do Y_F .	92
Figura 63 – Obtenção da constante C3 para equação do Y_F .	92
Figura 64 – Limite mínimo do fator de forma Y_F .	94
Figura 65 – Limite máximo do fator de forma Y_F .	95
Figura 66 – Gráfico do fator de forma Y_F gerado pelo programa ENGRCALC.	96
Figura 67 – Erro de cálculo do fator de forma no programa ENGRCALC.	97
Figura 68 – Equilibragem do escorregamento específico.	99

Figura 69 – Utilização do separador ‘outros módulos’.....	100
Figura 70 – Equilibragem do escorregamento específico no ENGREALC.	100
Figura 71 – Escolha de parâmetros para geração do gráfico do escorregamento específico.	101
Figura 72 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilibragem do escorregamento específico com ângulo de pressão de 20°.	101
Figura 73 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilibragem do escorregamento específico com ângulo de pressão de 18°.	102
Figura 74 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilibragem da velocidade de escorregamento com ângulo de pressão de 20°.	103
Figura 75 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilibragem da velocidade de escorregamento com ângulo de pressão de 23°.	104
Figura 76 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilibragem da velocidade de escorregamento com ângulo de pressão de 24°.	105
Figura 77 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilibragem da velocidade de escorregamento com ângulo de pressão de 25°.	105
Figura 78 – A razão de condução em função da relação de transmissão (u) de uma engrenagem ($\alpha=20^\circ$).....	106
Figura 79 – Dados de entrada para caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$	108
Figura 80 – Dados de saída para caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$	109
Figura 81 – Caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$	110
Figura 82 – Correção de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$ minimizando o escorregamento específico.	110
Figura 83 – Estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2\geq 60$ sem correção e sem alteração da geometria.	111
Figura 84 – Correção de uma engrenagem $Z_1+Z_2\geq 60$ minimizando o escorregamento específico.	112
Figura 85 – Correção de uma engrenagem $Z_1+Z_2\geq 60$ minimizando o escorregamento específico e escolhendo um novo entre eixo.	112
Figura 86 – Gráficos caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$	114
Figura 87 – Gráficos caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2\geq 60$	114

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Geometria da engrenagem sem correção do dentado.	23
Tabela 2 – Parâmetros geométricos das rodas dentadas.	31
Tabela 3 – Parâmetros geométricos das rodas dentadas com correção do dentado com aumento do entre eixo.	32
Tabela 4 – Parâmetros geométricos das rodas dentadas com correção do dentado com diminuição do entre eixo.	33
Tabela 5 – Níveis de dureza nos aços para fabrico de rodas dentadas.	43
Tabela 6 – Rugosidade obtida pelos diferentes tipos de maquinagem [11].	44
Tabela 7 – Dureza de aços com tratamento térmico.	46
Tabela 8 – Durezas recomendadas para alguns tipos de aplicações [2].	46
Tabela 9 – Profundidade de cementação recomendada.	47
Tabela 10 – Fator do material, Z_M [2].	50
Tabela 11 – Fator de vida, K_L [2].	50
Tabela 12 – Qualidade das rodas dentadas.	51
Tabela 13 – Tensão de flexão admissível [5].	52
Tabela 14 – Tensão de Hertz admissível [5].	53
Tabela 15 – Gamas de velocidade tangencial para rodas de dentado reto paralelas e cónicas [2]. .	54
Tabela 16 – Gamas de velocidade de deslizamento para roda/parafuso sem-fim [2].	54
Tabela 17 – Fator de carga dinâmica K_V [2].	69
Tabela 18 – Fator de sobrecarga, K_O [2].	70
Tabela 19 – Fator de vida, K_{HL} [2].	74
Tabela 20 – Fator da distribuição de carga na face do dente, $K_{H\beta}$ [2].	75
Tabela 21 – Valores retirados do gráfico do fator da rugosidade Z_R	83
Tabela 22 – Valores retirados do gráfico do fator do lubrificante Z_L	85
Tabela 23 – Valores retirados do gráfico do fator da velocidade de escorregamento Z_V	87
Tabela 24 – Valores escolhidos para obtenção das equações do Y_F	89
Tabela 25 – Geração de curvas do fator de forma Y_F	90
Tabela 26 – Constantes obtidas para fator de forma Y_F	91
Tabela 27 – Valores retirados para o limite mínimo do fator de forma Y_F	93
Tabela 28 – Valores retirados para o limite máximo do fator de forma Y_F	94
Tabela 29 – Erro de cálculo do fator de forma no programa ENGRCALC.	98

Lista de Símbolos

- a – Entre eixo normal [mm]
- a' – Entre eixo de funcionamento [mm]
- b – Largura do dente [mm]
- c – Folga de fundo [mm]
- d – Diâmetro primitivo [mm]
- d_a – Diâmetro addendum [mm]
- d_b – Diâmetro de base [mm]
- d_f – Diâmetro dedendum [mm]
- e – Espaço entre dentes [mm]
- e_w – Espaço entre dentes corrigido [mm]
- F^r – Força radial [N]
- F^t – Força tangencial [N]
- F_{lim}^t – Força tangencial limite [N]
- g_s – Escorregamento específico [-]
- h – Altura do dente [mm]
- h_a – Altura da cabeça do dente [mm]
- K_L – Fator de vida para a equação de flexão [-]
- K_{HL} – Fator de vida para a equação de resistência à pressão superficial [-]

$K_{H\beta}$ – Fator da distribuição da carga na face do dente [-]

K_V – Fator de carga dinâmica [-]

K_O – Fator de sobrecarga [-]

L – Largura do dentado [mm]

M – Ponto de contacto entre os dentes [-]

m – Módulo [mm]

n – Rotação [rpm]

P – Potência [W]

p – Passo circular [mm]

P_d – Passo diametral [mm^{-1}]

r – Raio primitivo [mm]

s – Espessura do dente [mm]

S_F – Fator de segurança [-]

S_H – Fator de segurança Pitting [-]

S_w – Espessura do dente corrigida [-]

T – Binário [N.m]

u – Relação de transmissão [-]

v – Velocidade instantânea [m/s]

V_r – Velocidade de rolamento [m/s]

V_g – Velocidade de escorregamento [m/s]

X – Correção do dentado [mm]

- x – Correção do dentado [-]
- Y_F – Factor de forma [-]
- Y_ε – Fator de distribuição de carga [-]
- Y_β – Fator de ângulo de hélice [-]
- Z – Número de dentes [-]
- Z_C – Número mínimo de dentes para que não ocorra interferência [-]
- Z_H – Fator de zona [-]
- Z_L – Fator lubrificante [-]
- Z_M – Factor do material [-]
- Z_R – Fator da rugosidade superficial [-]
- Z_V – Fator da velocidade de escorregamento [-]
- Z_ε – Fator de razão de condução [-]
- Z_β – Fator do ângulo de hélice [-]
- Z_W – Fator da velocidade de escorregamento [-]

Caracteres Gregos

- α – Ângulo de pressão [°]
- α' – Ângulo de pressão corrigido [°]
- β – Ângulo de hélice [°]
- ε_α – Razão de condução radial [-]
- ε_β – Razão de condução de sobreposição axial [-]
- ε_γ – Razão de condução total [-]
- μ – Viscosidade dinâmica
- ω – Velocidade angular [rad/s]
- σ_f – Tensão de flexão [N/mm²]
- σ_{flim} – Tensão de flexão limite [N/mm²]
- σ_H – Tensão de Hertz [N/mm²]
- σ_{Hlim} – Tensão de Hertz admissível [N/mm²]

Abreviaturas

AFNOR	–	<i>Association Francaise de Normalisation</i>
DEM	–	<i>Departamento de Engenharia Mecânica</i>
DIN	–	<i>Deutsches Institut für Normung</i>
ENGRECALC	–	<i>Programa de cálculo de engrenagens</i>
Inv	–	<i>Involuta</i>
ISEP	–	<i>Instituto Superior de Engenharia do Porto</i>
JGMA	–	<i>Japanese Gear Manufacturer Association</i>
Lim, lim	–	<i>Limite</i>
Max, max	–	<i>Máximo</i>
Min, min	–	<i>Mínimo</i>
MATLAB	–	<i>MATrix LABoratory- Software iterativo para cálculo numérico</i>
R_{\max}	–	<i>Rugosidade máxima</i>

1. Introdução

A presente dissertação foi realizada no âmbito da unidade Curricular Dissertação/ Projeto/ Estágio no segundo ano do Mestrado de Engenharia Mecânica Ramo de Construções Mecânicas do ano letivo 2012/2013 ministrado no Instituto Superior de Engenharia do Porto.

O projeto de sistemas de transmissão de potência por engrenagens recorre cada vez com frequência à concepção assistida por computador. A correta definição da geometria do perfil dos dentes é fundamental para a fiabilidade dos resultados obtidos.

1.1. Objectivos

O presente trabalho tem como principal objetivo o desenvolvimento e implementação de uma ferramenta de cálculo de engrenagens de dentado reto exterior de eixos paralelos designada ao longo deste texto por ENGREALC, tendo por base o *software* MATLAB[®].

Este assunto assume elevada importância pois permite ao utilizador da ferramenta, a partir de alguns dados de entrada, determinar de forma simples e rápida os principais parâmetros geométricos e verificar/dimensionar à flexão no pé do dente e à pressão superficial as rodas dentadas que constituem a engrenagem em estudo.

1.2. Motivação

Existem muitos *softwares* comerciais que permitem o cálculo de engrenagens. Porém, a sua versatilidade é escassa pelo facto de não poderem ser alterados. As motivações da presente dissertação em que o objetivo principal foi desenvolvimento do programa ENGREALC são:

- Criar uma ferramenta de cálculo mais versátil;
- Possibilidade de introdução de novos módulos no futuro;
- Realização pessoal pelo facto de conhecer melhor a ferramenta de cálculo MATLAB[®] e de poder estudar as engrenagens de uma forma mais profunda;
- Realização a nível profissional, pelo facto de lidar constantemente com engrenagens.

1.3. Metodologia

Este trabalho é iniciado por uma revisão geral a todo o tipo de engrenagens onde é feita uma breve descrição da sua aplicabilidade e funcionamento.

No capítulo 3 é apresentado o estudo da geração de rodas dentadas, onde em primeiro lugar se faz uma abordagem ao perfil do dentado, com a análise da determinação da curva evolvente de círculo e a função involuta de um ângulo. É demonstrada a lei do engrenamento e a relação de velocidades. São também apresentadas algumas noções do engrenamento entre duas rodas dentadas, nomeadamente a linha de engrenamento, o ângulo de pressão e a razão de condução.

No capítulo 4 é abordada a geometria das rodas dentadas com a apresentação do formulário para engrenagens paralelas de dentado reto acompanhado de um exemplo prático. Nos subcapítulos seguintes é feita uma análise das correções do dentado bem como as motivações para fazer essas correções. Contem também subcapítulos dedicados aos

problemas da interferência, escorregamento e a forma de os contornar. O capítulo termina com a análise de forças desenvolvidas durante o contato entre os dentes numa engrenagem.

O capítulo 5 é dedicado aos materiais usados no fabrico de rodas dentadas com uma breve descrição dos materiais mais usados e respetivos tratamentos. É também apresentada descrição dos lubrificantes e tipos de lubrificação usados em engrenagens.

No capítulo 6 é apresentado o modo como é feito o dimensionamento/verificação das rodas dentadas pelo critério de resistência à flexão dos dentes e pelo critério de pressão superficial nos dentes. São também apresentados os fatores envolvidos nas equações dos dois critérios.

Posteriormente, no capítulo 7 é apresentada a ferramenta de calculo desenvolvida para a análise de engrenagens, ENGRECALC, elaborado com base no software Matlab[®].

No capítulo 8 são apresentados dois casos de estudo: uma engrenagem com poucos dentes e uma engrenagem com mais dentes onde pode ser analisada a influência de parâmetros de entrada como a escolha de equilibragem do escorregamento específico ou da velocidade de escorregamento.

As conclusões e perspetivas de trabalhos futuros no último e nono capítulo são apresentados.

2. Classificação das Engrenagens

Quando, num projeto, é necessária a implementação de engrenagens, deve-se ter em conta as diferentes formas construtivas, os custos e as condições de funcionamento. Assim, a primeira distinção a fazer relativamente às engrenagens é relativa aos seus eixos de posicionamento. Pode-se então dividir o tipo de engrenagens no que diz respeito ao posicionamento dos seus eixos, em três grupos distintos, sejam, engrenagens de eixos paralelos, de eixos concorrentes e eixos não coplanares.

2.1. Engrenagens de eixos paralelos

Este tipo de engrenagens, também conhecidas por engrenagens cilíndricas, podem ser montadas com um ou mais pares engrenados. A relação de transmissão máxima por par não deve exceder a 1:8. Podem transmitir potências até 25000 CV com velocidades tangenciais até 200 m/s. Apresentam alto rendimento na ordem dos 95 a 99% [1].

2.2.1. Dentado reto

A engrenagem de dentado recto é a engrenagem com maior campo de aplicação e a de mais fácil obtenção [2]. A Figura 1 mostra a sua configuração.

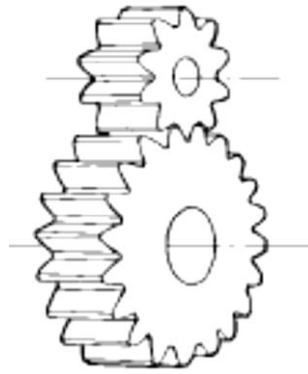


Figura 1 – Engrenagem de eixos paralelos de dentado reto [2].

2.2.2. Cremalheira de dentado reto

A cremalheira é considerada uma roda de raio infinito, conforme ilustra a Figura 2 [2]. Usadas principalmente quando se pretende transformar movimento de rotação em movimento rectilíneo e vice-versa.



Figura 2 – Cremalheira de dentado reto [2].

2.2.3. Dentado reto interior

Neste tipo de engrenagens, os dentes numa das rodas são produzidos no interior da curvatura. São normalmente usadas em sistemas de engrenagens planetárias. A Figura 3 demonstra a disposição das duas rodas dentadas.

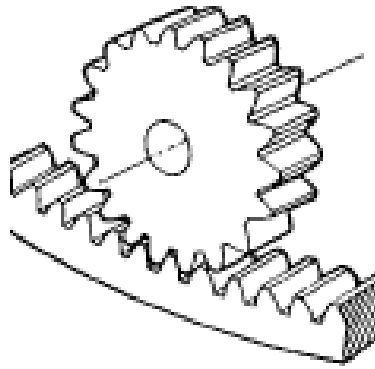


Figura 3 – Engrenagem de eixos paralelos de dentado interior [2].

2.2.4. Dentado helicoidal

Podem transmitir mais carga e são mais silenciosas do que as de dentado reto. Porém, a característica negativa é o facto de, durante o engrenamento, transmitir uma força axial ao veio [2]. A Figura 4 elucida o aspeto deste tipo de engrenagens.



Figura 4 – Engrenagem de eixos paralelos de dentado helicoidal [2].

2.2.5. Cremalheira de dentado helicoidal

Semelhante á cremalheira de dentado reto, que é também considerada uma roda de raio infinito, porém, o dentado é helicoidal e, para além de ser mais silenciosa, produz forças na direção transversal muitas vezes indesejáveis. O seu aspeto pode ser verificado na Figura 5.

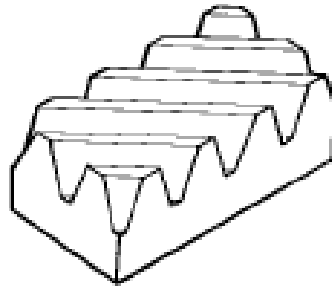


Figura 5 – Cremalheira de dentado helicoidal [2].

2.2.6. Dentado helicoidal duplo

Em tudo semelhante ao dentado helicoidal. É uma roda dentada com dentes helicoidais com ambas as direções esquerda e direita. O objectivo é equilibrar as forças axiais. Pela Figura 6, percebe-se que as forças axiais produzidas por uma das partes da roda são eliminadas pela outra.

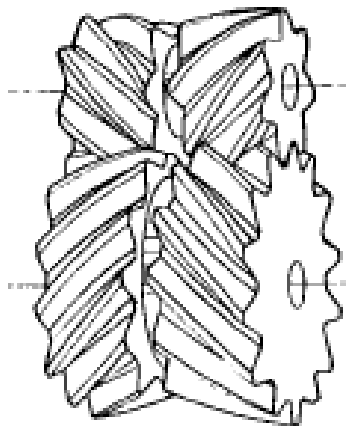


Figura 6 – Engrenagem de eixos paralelos de dentado helicoidal duplo [2].

2.2. Engrenagens de eixos concorrentes

São empregues nos casos de necessidade de transmissão entre veios com direções diferentes. Atingem relações de transmissão até 1:6. Por vezes são montadas no sistema

engrenado com outros pares de engrenagens cilíndricas. Para melhorar a capacidade de carga e o rendimento, atenuando o problema do ruído, utilizam-se dentes helicoidais ou hipoides (com deslocamento).

2.2.1. Engrenagem cônica de dentes direitos

São rodas dentadas cujos dentes têm elementos cónicos com a mesma direção da geratriz do cone primitivo como se pode verificar pela Figura 7. Estas engrenagens são as mais simples e as mais usadas na família das engrenagens cónicas [2].

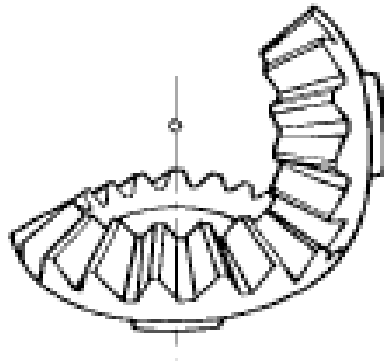


Figura 7 – Engrenagem cônica de dentes direitos [2].

2.2.2. Engrenagem cônica espiral

Este tipo de engrenagens é constituído por rodas cónicas de dentes com ângulo de hélice dos dentes em espiral tal como demonstra a Figura 8. São rodas mais complexas de obter mas apresentam maior capacidade de carga e menor ruído [2].

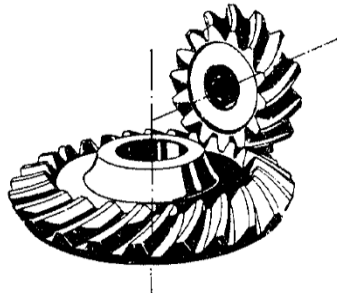


Figura 8 – Engrenagem cônica espiral [1].

2.3. Engrenagens de eixos não coplanares

São usadas para relações de transmissão, num só par, variando de 1:10 até 1:100. Apresentam baixos rendimentos variando entre 45 a 95%. Podem transmitir potências até 1000 CV com velocidades tangenciais máximas de aproximadamente 60 a 70 m/s [1].

2.3.1. Engrenagem cônica hipoide

Têm a vantagem de se poder deslocar o eixo do pinhão em relação à roda, tal como ilustra a Figura 9.

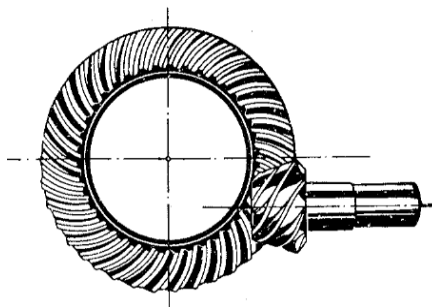


Figura 9 – Engrenagem cônica hipoide [1].

2.3.2. Parafuso sem-fim/roda dentada

O engrenamento é concretizado entre o parafuso sem-fim e uma roda dentada helicoidal, conforme representa a Figura 10. Esta roda dentada helicoidal só permite a entrada de movimento pelo parafuso sem-fim. A grande vantagem é oferecer uma grande relação de transmissão num único patamar de engrenamento. A desvantagem é o baixo rendimento, dadas as elevadas forças de atrito desenvolvidas na transição de movimento. Para tal, requer uma boa seleção de materiais e lubrificantes adaptados a estas condições.

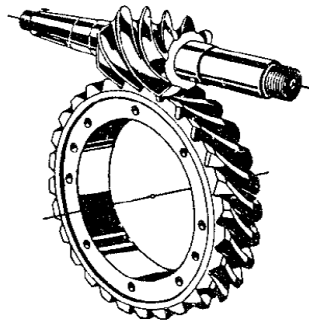


Figura 10 – Engrenagem sem-fim/roda dentada [1].

2.3.3. Engrenagem cruzada helicoidal

Esta engrenagem é constituída por duas rodas dentadas helicoidais com ângulos de hélice com a mesma direção, montadas em eixos não complanares como representa a Figura 11. Os eixos podem formar um ângulo qualquer. Neste tipo de engrenagem, o contacto entre os dentes é pontual traduzindo-se numa grande limitação na capacidade de carga.

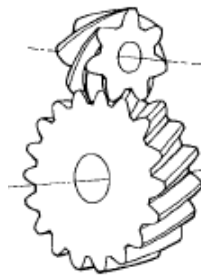


Figura 11 – Engrenagem cruzada helicoidal [2].

3. Geometria do dentado nas engrenagens

As engrenagens sofreram ao longo dos séculos muitas alterações. A concepção era rudimentar, permitindo assim transmissões de binário e velocidade inconstantes e com deficiências no que diz respeito à fiabilidade e à durabilidade. O contacto entre superfícies conjugadas deve ser rigorosamente determinado para que uma transição seja contínua e permanente, de elevada durabilidade e fiabilidade. Assim, este capítulo assume uma grande importância, pois pretende elucidar as variáveis existentes na geração de dentados de engrenagens.

3.1. Perfil do dentado de uma roda dentada

Existem vários tipos de aplicação de engrenagens, dado que para cada uma delas, existem também os perfis mais adequados. A Figura 12 pretende mostrar o perfil em cicloide utilizado em relógios e moinhos de fabrico de papel e açúcar [2].

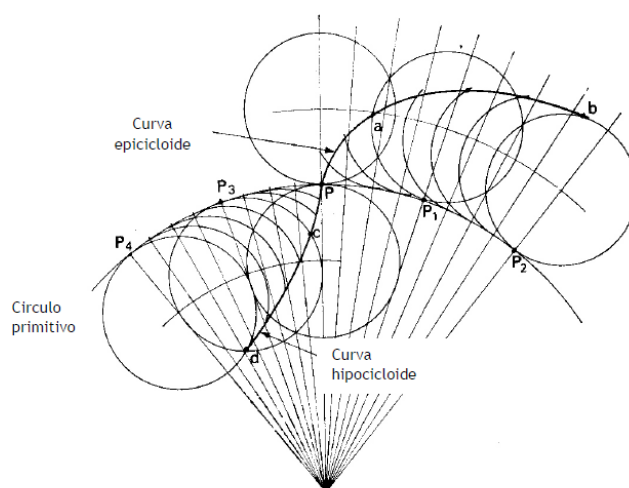


Figura 12 – Perfil em cicloide [2].

3.2. Evolvente de círculo

A evolvente de um círculo é a curva que é gerada desenrolando-se uma linha esticada de um círculo, designado por círculo de base, tal como demonstra a Figura 15. Note-se que a linha está sempre tangente ao círculo e o centro de curvatura da involuta é sempre o ponto de tangência com o círculo de base. Se traçar uma tangente à evolvente, esta fica sempre normal à linha tangente do círculo de base, que é o raio instantâneo de curvatura da curva evolvente.

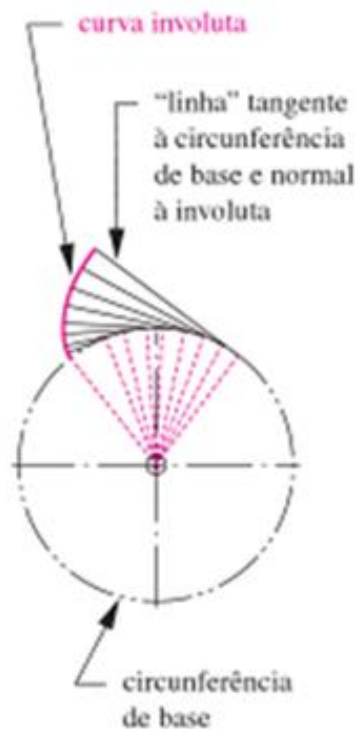


Figura 15 – Geração de uma curva evolvente de círculo [4].

Numa engrenagem, as evolventes dos dois círculos de base representam os dentes das duas rodas dentadas para um perfeito engrenamento. A Figura 16 representa dois dentes em contacto de duas rodas dentadas engrenadas. Repare-se que há uma tangente e uma normal comum a ambas as curvas evolventes no ponto de contacto. A normal comum é designada por linha de ação. E, no ponto de referência que é o ponto de contacto dos círculos primitivos encontra-se a velocidade linear que é comum às duas rodas. O ângulo que entre a linha de ação e o vetor da velocidade linear designa-se por ângulo de pressão, alvo de estudo no subcapítulo 3.4.

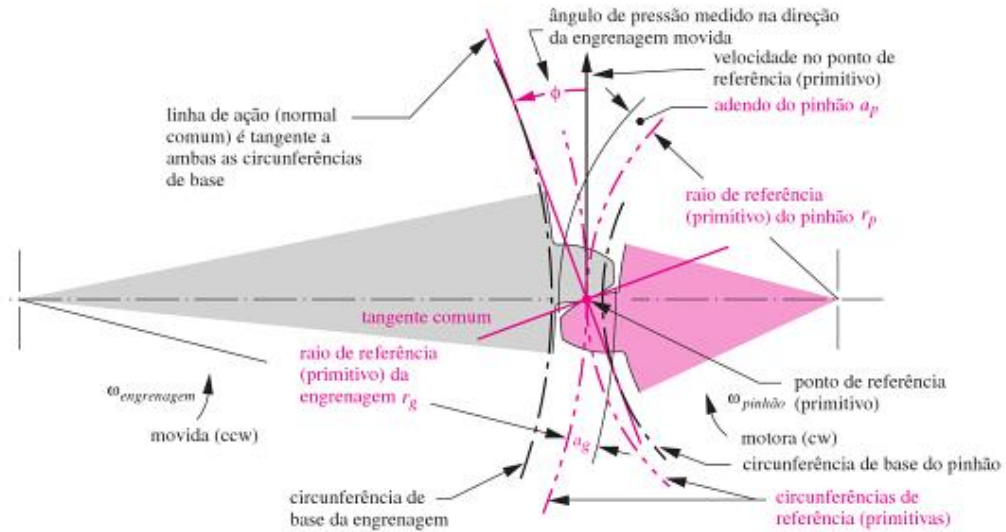


Figura 16 – Contacto de dois dentes de uma engrenagem em evolvente de círculo [4].

Considerando a Figura 17, pode-se verificar que o comprimento do arco AC é igual ao comprimento da linha CB.

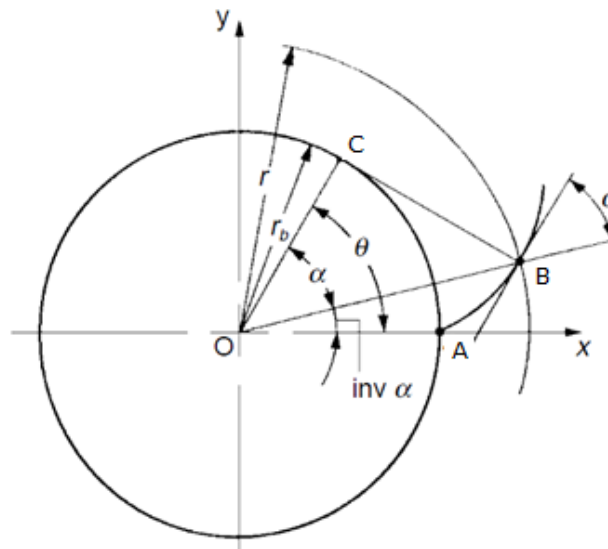


Figura 17 – Curva evolvente de círculo [2].

Como a linha CB é normal a OC, então:

$$\tan \alpha = \frac{CB}{OC} = \frac{r_b \times \theta}{r_b} = \theta (\text{radianos}) \quad \text{Eq. 1}$$

E, porque θ é a soma de α com $\text{inv } \alpha$, então:

$$\tan \alpha = \operatorname{inv} \alpha + \alpha \quad \text{Eq. 2}$$

Isto resulta na definição da função involuta de um ângulo α :

$$\operatorname{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha \quad \text{Eq. 3}$$

3.3. Lei do engrenamento e relação de velocidades

As engrenagens são elementos mecânicos de alta precisão, tendo como principais exigências, a velocidade angular e a relação de transmissão constante.

A Figura 18 representa o contacto entre dois dentes de uma engrenagem em que os seus centros O_1 e O_2 estão posicionados para que os seus flancos se toquem continuamente. A roda dentada 1 roda com a velocidade angular ω_1 que, no ponto de contacto B, transfere à roda 2 uma velocidade de rotação ω_2 . \overline{TT} é a tangente comum aos flancos em B e \overline{NN} é a normal comum de igual modo em B. A distância de B ao centro da roda 1 e roda 2 é l_1 e l_2 respetivamente e g_1 e g_2 as normais a \overline{NN} a partir de O_1 e O_2 .

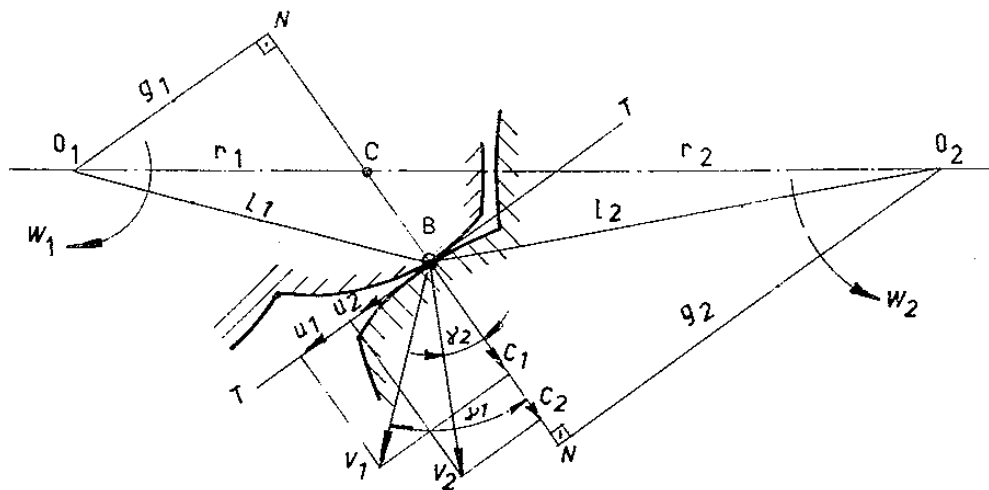


Figura 18 – Relação de velocidades [1].

Assim, a velocidade instantânea do ponto B pertencente à roda 1 e 2 fica:

$$v_1 = \omega_1 \times l_1 \quad \text{Eq. 4}$$

e,

$$v_2 = \omega_2 \times l_2 \quad \text{Eq. 5}$$

Projetando as velocidades nas direções da tangente e normal comum, temos:

$$\frac{c_1}{v_1} = \frac{g_1}{l_1} \quad \text{Eq. 6}$$

e,

$$\frac{c_2}{v_2} = \frac{g_2}{l_2} \quad \text{Eq. 7}$$

Como referido anteriormente, as rodas 1 e 2 tocam-se continuamente, como tal, C_1 deve ser igual a C_2 , então,

$$V_1 \frac{g_1}{l_1} = V_2 \frac{g_2}{l_2} \quad \text{Eq. 8}$$

Substituindo v_1 e v_2 pelas equações 1 e 2, fica:

$$\omega_1 \times l_1 \times \frac{g_1}{l_1} = \omega_2 \times l_2 \times \frac{g_2}{l_2} \quad \text{Eq. 9}$$

Ou seja:

$$\omega_1 \times g_1 = \omega_2 \times g_2 \quad \text{Eq. 10}$$

Compondo a equação, fica:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{g_2}{g_1} \quad \text{Eq. 11}$$

Pela semelhança de triângulos, pode-se escrever:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{g_1}{g_2} \quad \text{Eq. 12}$$

Assim, a relação de transmissão (multiplicação ou redução) pode ser escrita por:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{g_2}{g_1} \quad \text{Eq. 13}$$

Pode-se então afirmar que a lei do engrenamento pode ser enunciada da seguinte forma:

“Duas curvas quaisquer podem ser admitidas como flancos de dentes, sempre que a normal comum \overline{NN} às curvas num ponto de contacto qualquer (B), passe continuamente por C, chamado de pólo e que divide o segmento O_1 e O_2 na relação inversa das velocidades angulares” [1].

3.4. Linha de engrenamento

Tendo em consideração os factos anteriormente mencionados e considerando a linha de engrenamento entre os círculos de base T_1 e T_2 como representado pela Figura 19, esta, é o “lugar geométrico de todos os pontos de engrenamento de um par de flancos em contacto” [1] e representa a direção da força total de contacto entre os dentes das duas rodas dentadas da engrenagem.

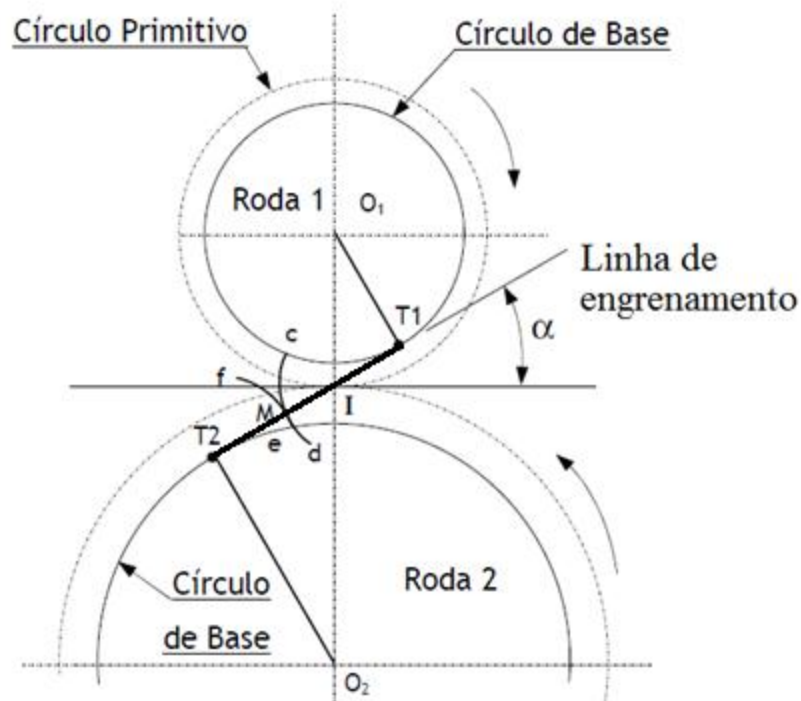


Figura 19 – Linha de engrenamento [2].

3.5. Ângulo de pressão

O ângulo de pressão é o ângulo entre a linha de engrenamento (tangente comum entre os círculos de base) e uma linha perpendicular à linha de centros conforme demonstra a Figura 20. É então possível deduzir que o ângulo de pressão varia em função da distância entre eixos e dos diâmetros de base das rodas. O ponto de contacto numa engrenagem desliza ao longo da tangente comum dos dois círculos de base à medida que rodam. A essa tangente comum, designa-se por linha de contacto ou linha de ação. Assim, numa engrenagem concebida corretamente, o ângulo de pressão e o módulo, devem ser iguais nas duas rodas. Pode-se também afirmar que os diâmetros primitivos das rodas são tangentes na linha de engrenamento.

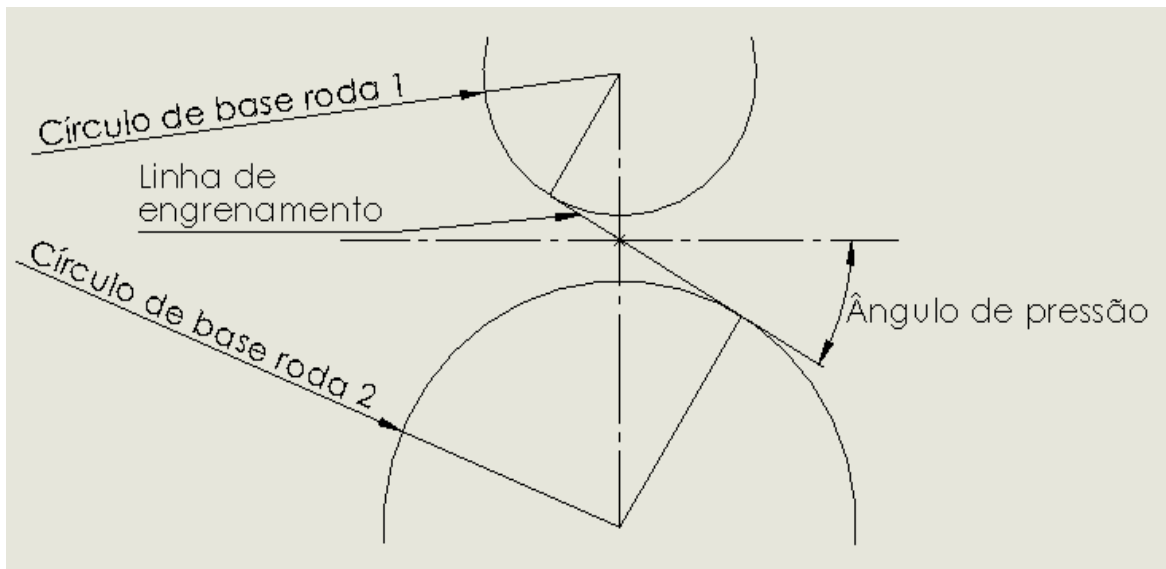


Figura 20 – Ângulo de pressão.

Assim, relacionando o diâmetro de base e o diâmetro primitivo com o ângulo de pressão, é possível escrever a seguinte equação:

$$d_b = d \times \cos \alpha \quad \text{Eq. 14}$$

E, com o diâmetro primitivo de funcionamento e ângulo de pressão de funcionamento, fica:

$$d_b = d_w \times \cos \alpha_w \quad \text{Eq. 15}$$

Pela simples equação apresentada, pode-se verificar que quanto maior for o ângulo de pressão, menor é o diâmetro de base. O ângulo de pressão que é frequentemente usado é de 20°.

3.6. Razão de condução

De forma a garantir um deslizamento suave é necessário que à medida que um par de dentes deixa de estar em contacto, um outro deve já estar engrenado de forma a garantir a continuidade do engrenamento. Quanto mais sobreposição for garantida, mais suave e contínuo se torna o engrenamento. Esta sobreposição é designada por razão de condução, isto é, a razão entre o comprimento \overline{ab} (a é o ponto de início de engrenamento e b o ponto do fim de engrenamento) na linha de ação e o passo de base como representa a Figura 21.

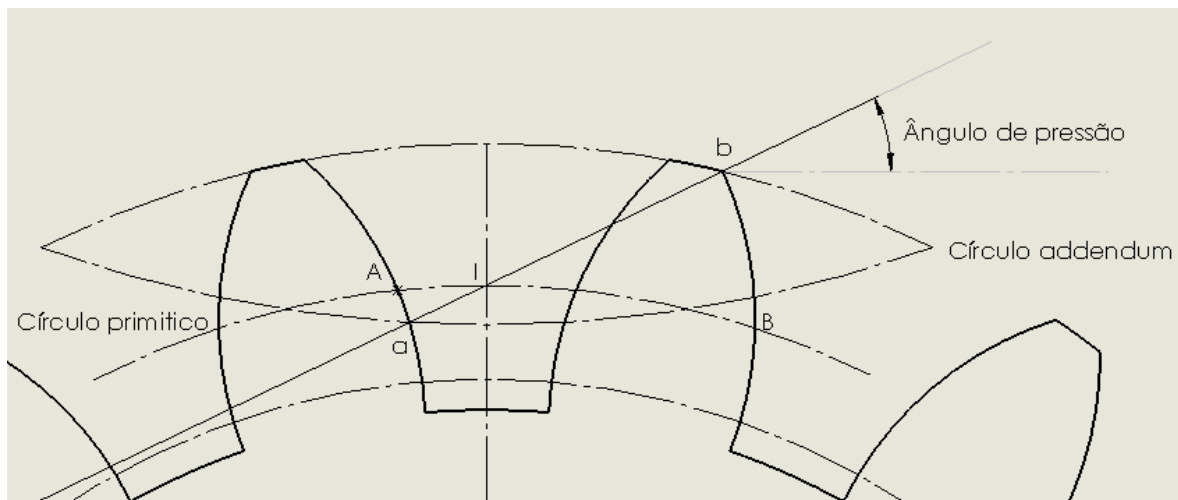


Figura 21 – Determinação da razão de condução ϵ_γ .

$$\epsilon_\gamma = \frac{L_{ab}}{pb} = \frac{L_{ab}}{p \times \cos \alpha} \quad \text{Eq. 16}$$

É normalmente comum manter uma razão de condução acima de 1,2 e nunca abaixo de 1,1 [3]. Outro modo de determinar a razão de condução, ou grau de recobrimento [1] é apresentado pela Figura 22, onde, escolhendo o número de dentes do pinhão e da roda no eixo ordenadas, retira-se o valor das abscissas. A razão de condução da engrenagem é o somatório das duas.

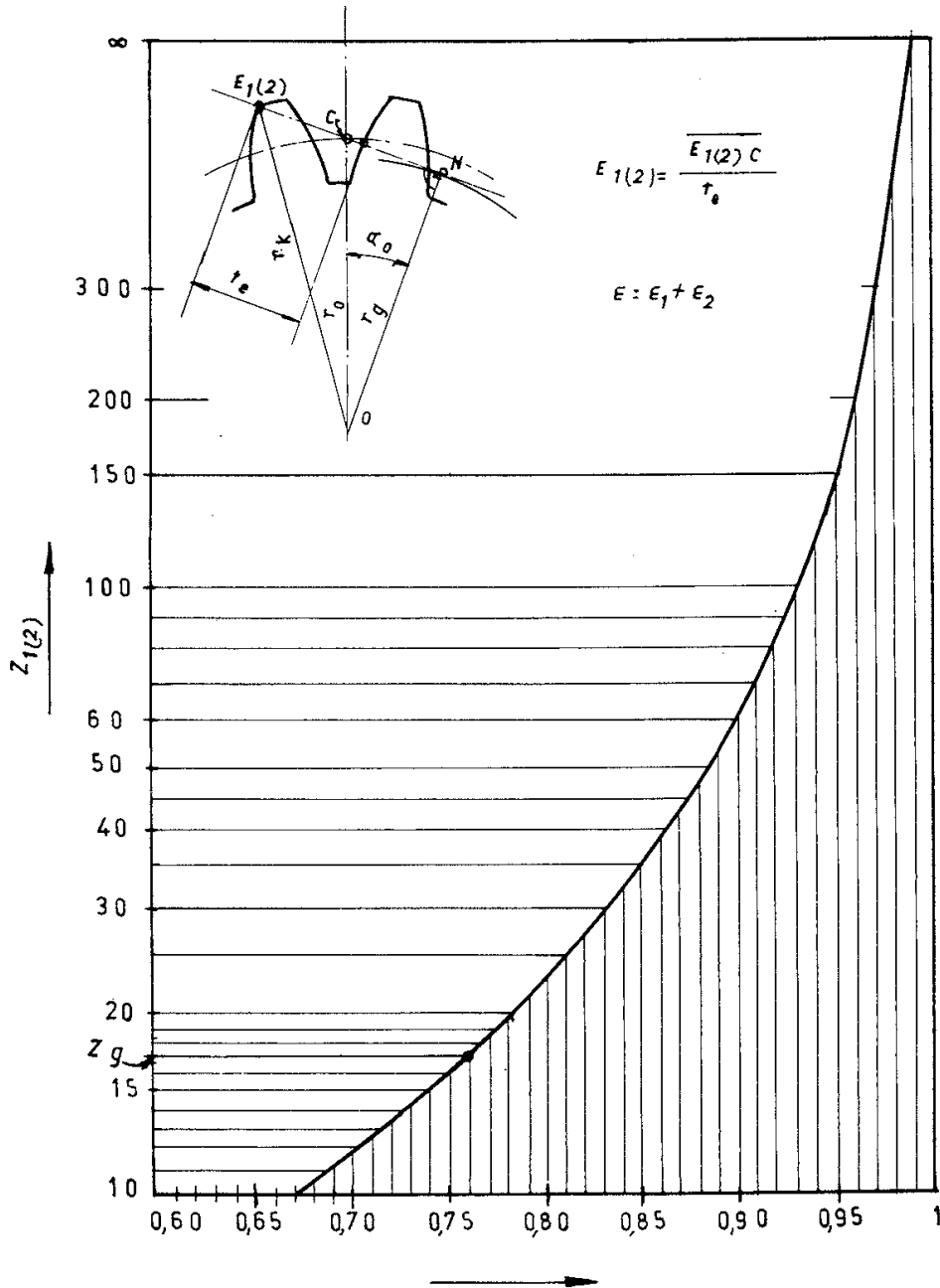


Figura 22 – Gráfico para a determinação da razão de condução ϵ_γ [1].

4. Engrenagens cilíndricas de dentado reto

4.1. Parâmetros geométricos das rodas dentadas – Formulário

A Figura 23 mostra os principais parâmetros geométricos de uma roda dentada.

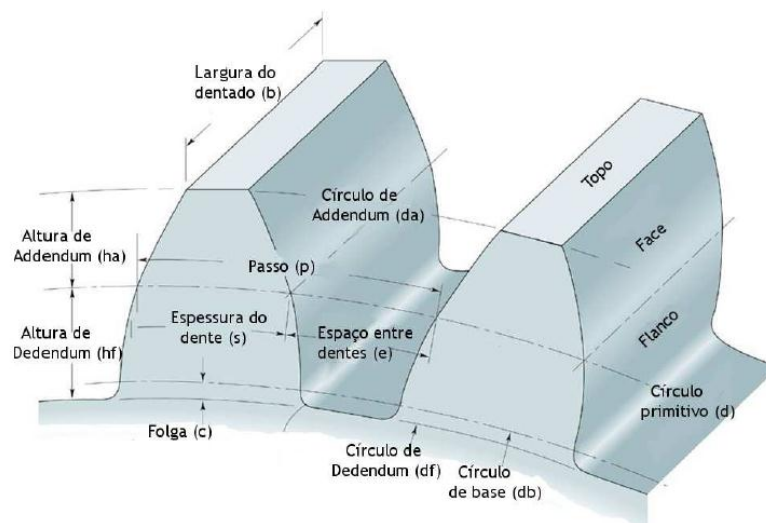


Figura 23 – Parâmetros geométricos de uma roda dentada [2].

- **Círculo de base** representa o círculo de geração de superfícies em evolvente dos dentes, na roda dentada significa o diâmetro de base “ d_b ” e consequentemente, dividido por dois, raio de base r_b ;
- **Círculo primitivo** representa apenas um círculo teórico, na roda dentada, diâmetro primitivo “ d ” e tal como o anterior, dividido por dois, raio primitivo “ r ”. Os círculos primitivos numa engrenagem são tangentes;
- **Passo no primitivo ou passo circular no primitivo ou simplesmente passo “ p ”** é o comprimento do arco medido sobre o diâmetro primitivo entre um ponto num dente e outro ponto no dente adjacente na mesma posição, ou seja, a soma da espessura do dente com o espaço entre dentes;
- **O módulo “ m ”** é a razão entre o diâmetro primitivo e o número de dentes da roda dentada. A Figura 24 representa os valores normais dos módulos devendo ser a escolha pelas séries mais baixas (1ª S1; 2ª S2; 3ª S3).

S1	S2	S3
0,1		
	0,15	
0,2		
	0,25	
0,3		
	0,35	
0,4		
	0,45	
0,5		
	0,55	
0,6		
		0,65
	0,7	
	0,75	
0,8		
	0,9	
1		
1,25		
1,5		
	1,75	
2		
	2,25	
2,5		
	2,75	
3		
		3,25

S1	S2	S3
	3,5	
		3,75
4		
	4,5	
5		
	5,5	
6		
		6,5
	7	
8		
	9	
10		
	11	
12		
	14	
16		
	18	
20		
	22	
25		
	28	
32		
	36	
40		
	45	
50		

Figura 24 – Valores normalizados de módulos [2].

- **Círculo addendum** define o topo superior do dentado. O diâmetro addendum “ d_a ” e raio addendum “ r_a ”;
- **Círculo de dedendum** define o topo inferior do dentado. O diâmetro de dedendum “ d_f ” e raio de dedendum “ r_f ”;
- **A altura do dente “h”** é a distância radial entre o círculo de dedendum e o círculo de addendum;
- **A altura do pé do dente “ h_f ”** é a distância radial entre o círculo primitivo e o círculo de dedendum;
- **A altura da cabeça do dente** é a distância radial entre o círculo primitivo e o círculo de addendum [2].

A título de exemplo, considerando uma engrenagem em que a roda mandante tem 16 dentes e a mandada tem 24 dentes e o módulo igual a 4,5mm, que é a razão entre o diâmetro primitivo e o número de dentes da roda, a Tabela 1 representa as equações necessárias para calcular os parâmetros geométricos das rodas dentadas.

Tabela 1 – Geometria da engrenagem sem correção do dentado.

Designação	Símbolo	Formula	Exemplo		Unidade	
			Mandante (1)	Mandada (2)		
Módulo	m		4,5		mm	
Ângulo de pressão	α		20		graus	
Nº de dentes	Z		16	24	-	
Entre eixo	a	$\frac{(Z_1 + Z_2) \times m}{2}$	90		mm	Eq. 17
Passo circular	p	$\pi \times \frac{d}{Z}$	14,137		mm	Eq. 18
Passo diametral	P_d	$\frac{Z}{d}$	0,222		mm ⁻¹	Eq. 19
Altura do dente	h	$2,25 \times m$	10,125		mm	Eq. 20
Diâmetro primitivo	d	$Z \times m$	72	108	mm	Eq. 21
Diâmetro de base	d_b	$d \times \cos \alpha$	67,657	101,487	mm	Eq. 22
Altura addendum	h_a	$1 \times m$	4,5	4,5	mm	Eq. 23
Altura dedendum	h_f	$1,25 \times m$	5,625	5,625	mm	Eq. 24
Diâmetro addendum	d_a	$d + 2 \times m$	81	117	mm	Eq. 25
Diâmetro dedendum	d_f	$d - 2,5 \times m$	60,75	96,75	mm	Eq. 26
Razão de condução	ε_γ	$\frac{L_{ab}}{p \times \cos \alpha}$	1,55		-	Eq. 16
Relação de transmissão	u	$\frac{Z_2}{Z_1}$	1,5		-	Eq. 27
Involuta de α	$inv \alpha$	$Tg \alpha - \alpha$	0,0149		Rad	Eq. 3
Folga de fundo	c	$a - \left(\frac{d_{a1}}{2} + \frac{d_{f2}}{2} \right)$	1,125		mm	Eq. 28

$$h_a \neq 1 \times m \quad \text{Eq. 29}$$

e,

$$h_f \neq 1,25 \times m \quad \text{Eq. 30}$$

e,

$$e \neq s \quad \text{Eq. 31}$$

Contudo, o dentado continua com a mesma proporção, ou seja,

$$h_a + h_f = 2,25 \times m \quad \text{Eq. 32}$$

e,

$$e + s = \pi \times m \quad \text{Eq. 33}$$

4.2.1. Correção positiva do dentado

A Figura 26 representa a correção positiva do dentado em que a cremalheira geradora está afastada do círculo primitivo. O afastamento é maior que zero, o que faz com que a espessura dos dentes seja maior do que o espaço dos mesmos no círculo primitivo. Note-se porém, que o diâmetro primitivo é inalterável.

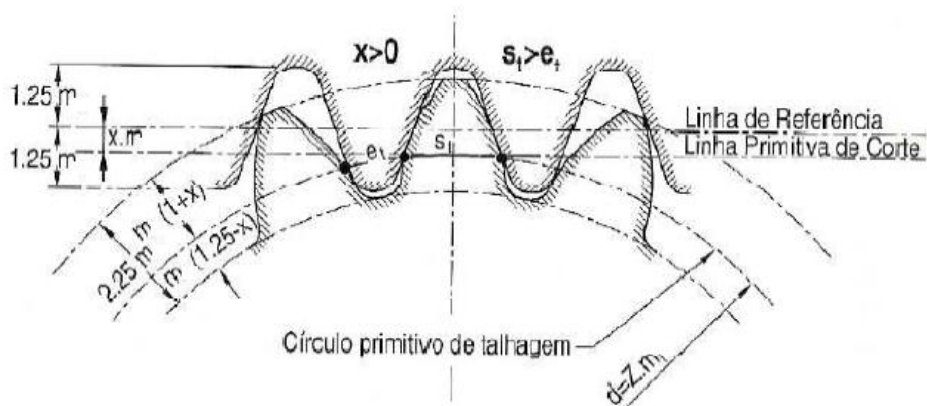


Figura 26 – Correção positiva do dentado [10].

4.2.2. Correção negativa do dentado

Ao invés da correção positiva, a correção negativa apresenta a linha de referência da cremalheira geradora está mais próxima em relação ao centro da roda. Como essa linha está para dentro do diâmetro primitivo da roda, então a correção é menor que zero, ou seja, negativa. Assim a espessura do dente é menor do que o espaço entre eles. Inalterável, continua obviamente o diâmetro primitivo. Tal facto pode ser observado pela Figura 27.

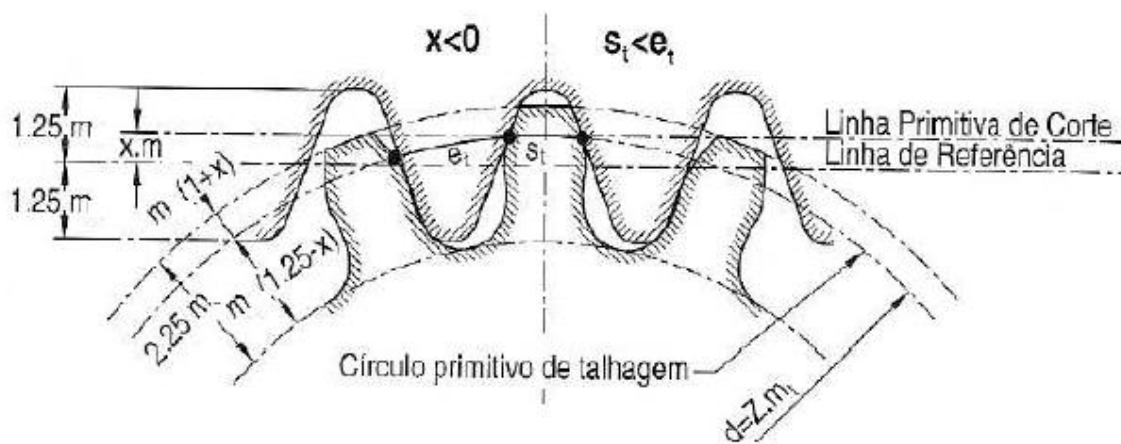


Figura 27 – Correção negativa do dentado [10].

Observando a Figura 28, uma roda dentada e a cremalheira, e para uma correção positiva do dentado, X_m , a espessura dos dentes no círculo primitivo é [2]:

$$s = \frac{\pi \times m}{2} + 2 \times X_m \times \tan \alpha \quad \text{Eq. 34}$$

onde,

$$X_m = x \times m \quad \text{Eq. 35}$$

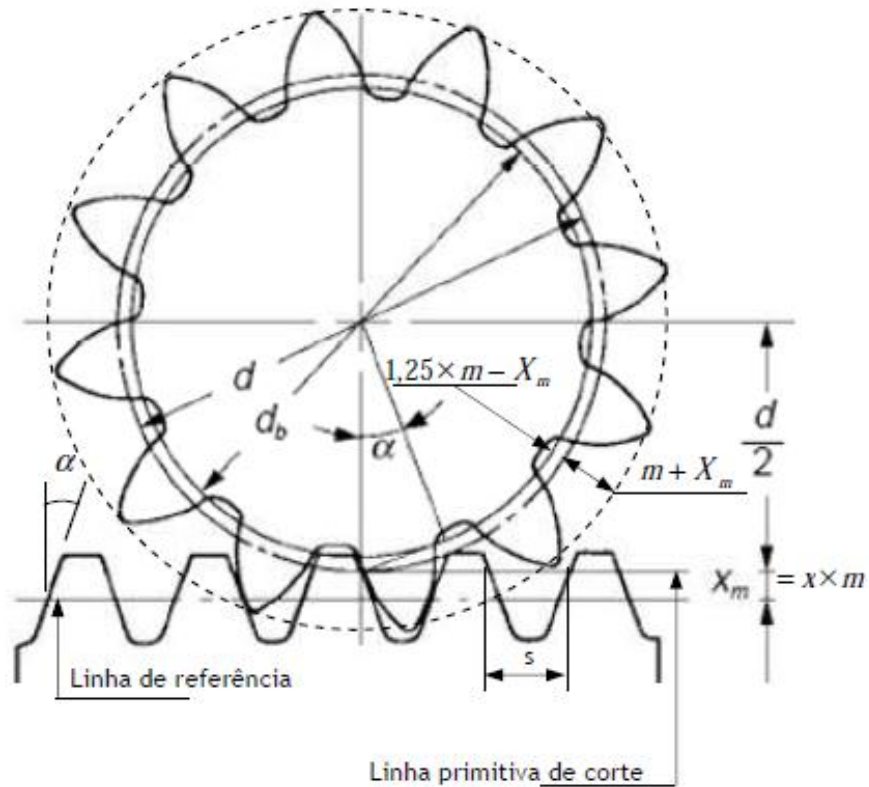


Figura 28 – Determinação da espessura dos dentes na linha primitiva de corte [5].

4.2.3. Correção do dentado sem variação do entre eixo

Observando a Figura 29 e considerado o engrenamento sem folga, ou seja, o espaço entre os dentes da roda 1 é igual à espessura do dente da roda 2 e o espaço entre os dentes da roda 2 igual à espessura do dente da roda 1, então,

$$s_1 + e_1 = \pi \times m \quad \text{Eq. 36}$$

como $e_1 = s_2$ (engrenamento sem folga),

$$s_1 + s_2 = \pi \times m \quad \text{Eq. 37}$$

com,

$$s_1 = \frac{\pi \times m}{2} + 2 \times x_1 \times m \times \tan \alpha = m \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times x_1 \times \tan \alpha \right) \quad \text{Eq. 38}$$

e,

$$s_2 = \frac{\pi \times m}{2} + 2 \times x_2 \times m \times \tan \alpha = m \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times x_2 \times \tan \alpha \right) \quad \text{Eq. 39}$$

Simplificando conclui-se que:

$$x_1 + x_2 = 0 \quad \text{Eq. 40}$$

Então, numa engrenagem cujo pinhão tem uma correção positiva x_1 e a roda uma correção $x_2 = -x_1$, sem variação do entre eixo, isto é, a soma dos desvios das duas rodas é nulo, os círculos primitivos mantêm-se tangentes o que resulta numa distância entre eixos igual à distância entre eixos normal.

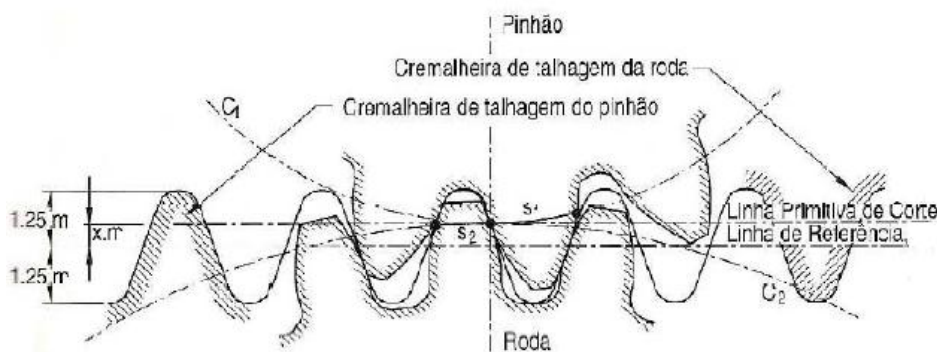


Figura 29 – Correção do dentado sem variação do entre eixo [10].

4.2.4. Correção do dentado com variação do entre eixo

Considerado agora que o espaço entre os dentes da roda 1 é maior do que a espessura do dente da roda 2 e vice-versa, onde o pinhão e a roda são corrigidos das quantidades x_1 e x_2 . Nestas condições, os espaços entre os dentes e as espessuras dos dentes são definidas por [2]:

$$s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times x_1 \times \tan \alpha \right) \quad \text{Eq. 41}$$

$$e_1 = m \left(\frac{\pi}{2} - 2 \times x_1 \times \tan \alpha \right) \quad \text{Eq. 42}$$

$$s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times x_2 \times \tan \alpha \right) \quad \text{Eq. 43}$$

$$e_2 = m \left(\frac{\pi}{2} - 2 \times x_2 \times \tan \alpha \right) \quad \text{Eq. 44}$$

Então, se:

$$s_1 - e_2 > 0 \quad \text{Eq. 45}$$

é necessário aumentar o entre eixo de forma a afastar as duas rodas para que o engrenamento seja possível. Assim, o entre eixo de funcionamento sendo superior ao entre eixo normal, corresponde a [2]:

$$s_1 - e_2 = 2 \times (x_1 + x_2) \times m \times \tan \alpha \quad \text{Eq. 46}$$

ou seja,

$$(x_1 + x_2) > 0 \quad \text{Eq. 47}$$

Então quando a soma algébrica das correções relativas é positiva, o novo entre eixo, ou entre eixo de funcionamento, é superior ao entre eixo de corte. O mesmo se aplica para a situação inversa:

$$(x_1 + x_2) < 0 \quad \text{Eq. 48}$$

Resulta no entre eixo de funcionamento inferior ao entre eixo de normal. Em qualquer uma das situações, é necessário determinar o eixo de funcionamento que é obtido a partir da expressão de cálculo da espessura do dente medida num círculo de qualquer raio. Assim, as espessuras corrigidas são [2]:

$$s'_1 = r'_1 \left[\frac{s_1}{r_1} + 2(\text{inv } \alpha - \alpha') \right] \quad \text{Eq. 49}$$

$$s'_2 = r'_2 \left[\frac{s_2}{r_2} + 2(\text{inv } \alpha - \alpha') \right] \quad \text{Eq. 50}$$

E para as condições de um engrenamento correto:

$$s'_1 + s'_2 = p' = \pi \times m' = \pi \times m \times \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad \text{Eq. 51}$$

Substituído s'_1 , s'_2 , s_1 e s_2 , fica:

$$m \times \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \times [\pi + 2 \times \tan \alpha \times (x_1 + x_2) + (Z_1 + Z_2) \times (\text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha')] = \pi \times m \times \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad \text{Eq. 52}$$

Simplificando:

$$inv \alpha' = inv \alpha + 2 \times \tan \alpha \times \frac{x_1 + x_2}{Z_1 + Z_2} \quad \text{Eq. 53}$$

O entre eixo de funcionamento pode então ser calculado a partir de:

$$a' = a \times \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad \text{Eq. 54}$$

Porém, é necessário garantir a folga normalizada no fundo dos dentes,

$$c = 0,25 \times m \quad \text{Eq. 55}$$

Para tal, é necessário reduzir a altura dos dentes. Considerando K a quantidade a reduzir, fica:

$$K \times m = a_1 - a' \quad \text{Eq. 56}$$

Onde,

$$a_1 = a + (x_1 + x_2) \times m \quad \text{Eq. 57}$$

Substituindo agora a Eq. 54 e a Eq. 57 na Eq. 56, fica:

$$K \times m = a + (x_1 + x_2) \times m - a \times \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad \text{Eq. 58}$$

Simplificando, obtém-se finalmente a correção:

$$K \times m = a \times \left[\left(\frac{2 \times (x_1 + x_2)}{(Z_1 + Z_2)} \right) - \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \right) \right] \quad \text{Eq. 59}$$

Ou seja,

$$K = \frac{(Z_1 + Z_2)}{2} \times \left[\left(\frac{2 \times (x_1 + x_2)}{(Z_1 + Z_2)} \right) - \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \right) \right] \quad \text{Eq. 60}$$

Que afeta diretamente no diâmetro addendum do pinhão e da roda. Assim, o diâmetro corrigido do pinhão fica:

$$d_{a1} = m \times (Z_1 + 2 + 2 \times x_1 - 2 \times K) \quad \text{Eq. 61}$$

E o diâmetro da roda:

$$d_{a2} = m \times (Z_2 + 2 + 2 \times x_2 - 2 \times K) \quad \text{Eq. 62}$$

Recuperando o exemplo prático do capítulo da geometria de engrenagens, considerando os mesmos dados de entrada, impõem-se agora uma correção sem variação do entre eixo, onde a soma algébrica das correções é nula e conseqüentemente o entre eixo mantém-se inalterável. Utilizando as equações enunciadas nestes dois capítulos dedicados é correção do dentado a Tabela 2 mostra os valores encontrados onde se verifica que os valores alterados são os diâmetros addendum e dedendum bem como a razão de condução.

Tabela 2 – Parâmetros geométricos das rodas dentadas.

Designação	Símbolo	Exemplo		Unidade
		Mandante (1)	Mandada (2)	
Módulo	m	4,5		mm
Ângulo de pressão	α	20°		Graus
Nº de dentes	Z	16	24	-
Correção	x	0,2	-0,2	-
Entre eixo	$a' = a$	90		mm
Passo circular	p	14,137		mm
Altura do dente	h	10,125		mm
Diâmetro primitivo	d	72	108	mm
Diâmetro de base	d_b	67,657	101,487	mm
Diâmetro addendum	d_a	82,8	115,2	mm
Diâmetro dedendum	d_f	62,55	94,95	mm
Razão de condução	ε_γ	1,531		-
Relação de transmissão	u	1,5		-
Involuta de α	$inv \alpha$	0,0149		rad
Folga de fundo	c	1,125		mm

Para os mesmos valores de entrada, mas considerando agora a soma algébrica das correções diferente de zero, pode-se verificar pelas Tabelas 3 e 4 que o entre eixo varia. Se

a soma for superior a zero, o entre eixo aumenta e se for inferior a zero o entre eixo diminui. Note-se que para além de alterados os diâmetros addendum, dedendum e da razão de condução, os valores dos diâmetros primitivos alteram conjuntamente, só assim é permitido o engrenamento.

Tabela 3 – Parâmetros geométricos das rodas dentadas com correção do dentado com aumento do entre eixo.

Designação	Símbolo	Exemplo		Unidade
		Mandante (1)	Mandada (2)	
Módulo	m	4,5		mm
Ângulo de pressão	α	20°		Graus
Nº de dentes	Z	16	24	-
Correção	x	0,2	-0,2	-
Entre eixo normal	a	90		mm
Entre eixo de funcionamento	a'	91,686		mm
Passo circular	p	14,137		mm
Altura do dente	h	10,125		mm
Diâmetro primitivo	d	73,349	110,024	mm
Diâmetro de base	d_b	67,657	101,487	mm
Diâmetro addendum	d_a	82,8	115,2	mm
Diâmetro dedendum	d_f	62,55	94,95	mm
Razão de condução	ε_γ	1,455		-
Relação de transmissão	u	1,5		-
Involuta de α	$inv \alpha$	0,0149		rad
Folga de fundo	c	1,125		mm

Tabela 4 – Parâmetros geométricos das rodas dentadas com correção do dentado com diminuição do entre eixo.

Designação	Símbolo	Exemplo		Unidade
		Mandante (1)	Mandada (2)	
Módulo	m	4,5		mm
Ângulo de pressão	α	20		Graus
Nº de dentes	Z	16	24	-
Correção	x	0,2	-0,4	-
Entre eixo	a'	89,062		mm
Passo circular	p	14,137		mm
Altura do dente	h	10,125		mm
Diâmetro primitivo	d	71,249	106,874	mm
Diâmetro de base	d_b	67,657	101,487	mm
Diâmetro addendum	d_a	82,8	113,4	mm
Diâmetro dedendum	d_f	62,55	93,15	mm
Razão de condução	ε_γ	1,599		-
Relação de transmissão	u	1,5		-
Involuta de α	$inv \alpha$	0,0149		rad
Folga de fundo	c	1,125		mm

4.2.5. Interferência

Pode-se verificar pela Figura 30 que o comprimento máximo da linha de engrenamento correspondente ao comprimento T_1-T_2 da tangente comum aos dois círculos de base. Assim, qualquer diâmetro addendum que interseje a linha de engrenamento para além desses pontos de tangencia, interfere com a raiz do dente onde vai engrenar.

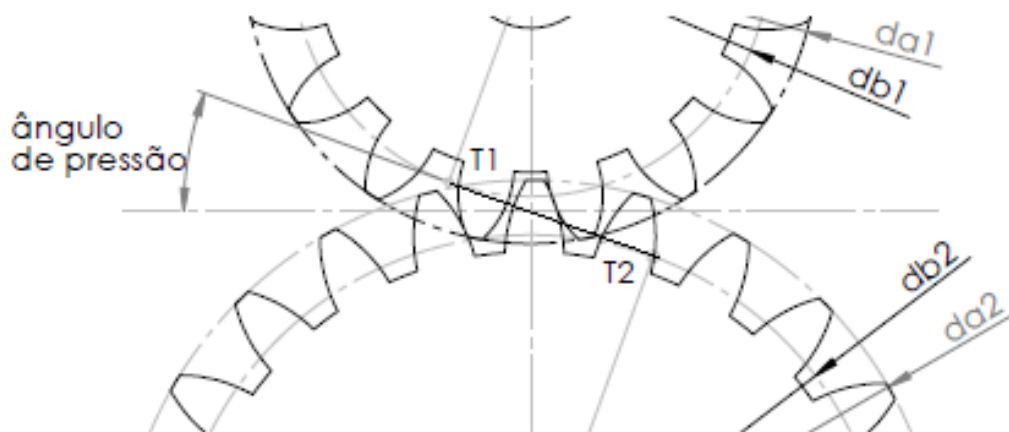


Figura 30 – Linha de engrenamento com o início e fim do engrenamento [2].

A interferência ocorre no topo dos dentes da roda com maior número de dentes e no flanco dos dentes na roda com o menor número de dentes (pinhão).

É sabido que a altura addendum é igual ao módulo, então, a interferência ocorrerá para a condição de quanto maior for o número de dentes da roda. O limite ocorre quando o número de dentes tende para infinito, como é o caso de uma cremalheira. Como o perfil do dente é produzido por um buril que engrena e corta simultaneamente, este desafia a região onde ocorre a interferência. Assim, o pinhão obtido não tem qualquer interferência seja qual for o número de dentes da roda que venha a engrenar. Porém, como apresenta uma redução de material na raiz, este apresenta como desvantagem o facto de ser menos resistente à flexão. O efeito de corte e redução pode ser verificado pela Figura 31 [5].

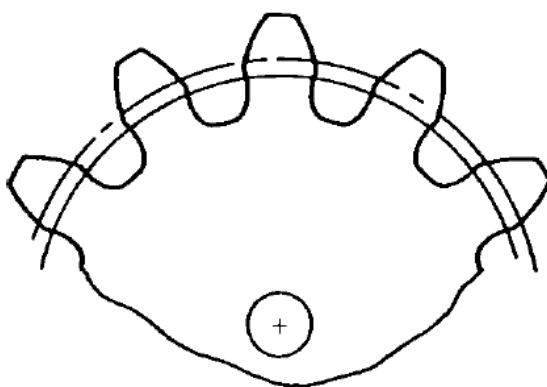


Figura 31 – Redução de material na raiz do dente [5].

Para que não ocorra o efeito de corte excessivo na raiz do dente, a altura máxima de addendum deve cumprir condição apresentada na equação 62 e o número mínimo de dentes na equação seguinte.

$$h_a \leq \frac{m \times Z}{2} \times \text{sen}^2 \alpha \quad \text{Eq. 63}$$

$$Z_c \geq \frac{2}{\text{sen}^2 \alpha} \quad \text{Eq. 64}$$

Para um ângulo de pressão de 20° o número mínimo de dentes Z_c para que não ocorra interferência é de 17 dentes [2,4,5].

4.2.6. Escorregamento

O escorregamento ocorre quando há movimentos relativos entre os sólidos e estes estão em contacto. O desgaste sofrido depende, portanto, das forças envolvidas no contacto, alvo de estudo num capítulo posterior, e dos movimentos relativos. Nas engrenagens, o movimento relativo entre os perfis dos dentes é considerado um rolamento com escorregamento. A Figura 32 mostra a diferença entre os dois tipos de movimento relativo.

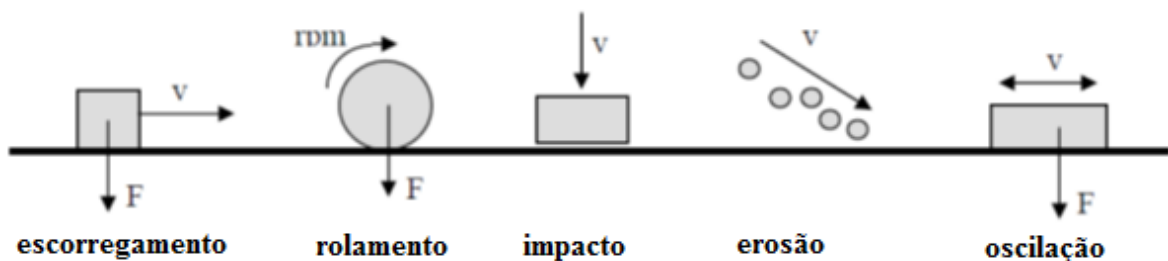


Figura 32 – Exemplos de movimento relativo.

Observando agora a Figura 33 e considerando que o ponto M representa o ponto de contacto entre os dentes do pinhão e da roda, é possível deduzir que:

- A velocidade do ponto M pertencente ao pinhão fica:

- E pertencente à roda, fica:

$$v_{M1} = \omega_1 \times \overline{O_1M} \quad \text{Eq. 65}$$

$$v_{M2} = \omega_2 \times \overline{O_2M} \quad \text{Eq. 66}$$

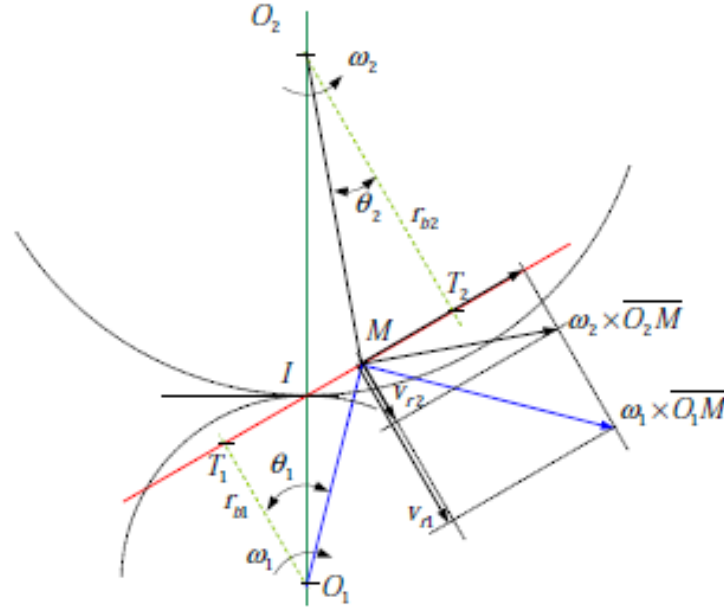


Figura 33 – Velocidades relativas durante o engrenamento [4].

Para determinar a velocidade de avanço (igual no pinhão e na roda) do ponto M , é necessário projetar as velocidades na linha de engrenamento. Então:

$$\omega_1 \times \overline{O_1M} \times \cos \theta_1 = \omega_2 \times \overline{O_2M} \times \cos \theta_2 \quad \text{Eq. 67}$$

$$\omega_1 \times r_{b1} = \omega_2 \times r_{b2} \quad \text{Eq. 68}$$

Para obter a velocidade de rolamento das duas superfícies basta projetar as velocidades na direção perpendicular à linha de engrenamento.

$$V_{r1} = \omega_1 \times \overline{O_1M} \times \sin \theta_1 = \omega_1 \times \overline{T_1M} \quad \text{Eq. 69}$$

$$V_{r2} = \omega_2 \times \overline{O_2M} \times \sin \theta_2 = \omega_2 \times \overline{T_2M} \quad \text{Eq. 70}$$

A velocidade de escorregamento dos pontos M_1 e M_2 é portanto a diferença entre as velocidades de rolamento.

$$V_g = V_{r1} - V_{r2} = \omega_1 \times \overline{T_1 M} - \omega_2 \times \overline{T_2 M} \quad \text{Eq. 71}$$

E o escorregamento específico para o pinhão g_{s1} e para a roda g_{s2} :

$$g_{s1} = \frac{V_{r1} - V_{r2}}{V_{r1}} = \frac{\omega_1 \times \overline{T_1 M} - \omega_2 \times \overline{T_2 M}}{\omega_1 \times \overline{T_1 M}} \quad \text{Eq. 72}$$

$$g_{s2} = \frac{V_{r1} - V_{r2}}{V_{r2}} = \frac{\omega_1 \times \overline{T_1 M} - \omega_2 \times \overline{T_2 M}}{\omega_2 \times \overline{T_2 M}} \quad \text{Eq. 73}$$

Em conclusão, o desgaste da superfície dos dentes tende a aumentar quanto maior for o escorregamento específico. Esse aumento é mais notório no pinhão e aumenta com o aumento da relação de transmissão, ou seja, quantos mais dentes tiver a roda e menos tiver o pinhão. Os pontos de início e fim do engrenamento são os pontos críticos do escorregamento específico. A Figura 34 mostra a variação dos escorregamentos específicos desde o início até ao fim do engrenamento [2].

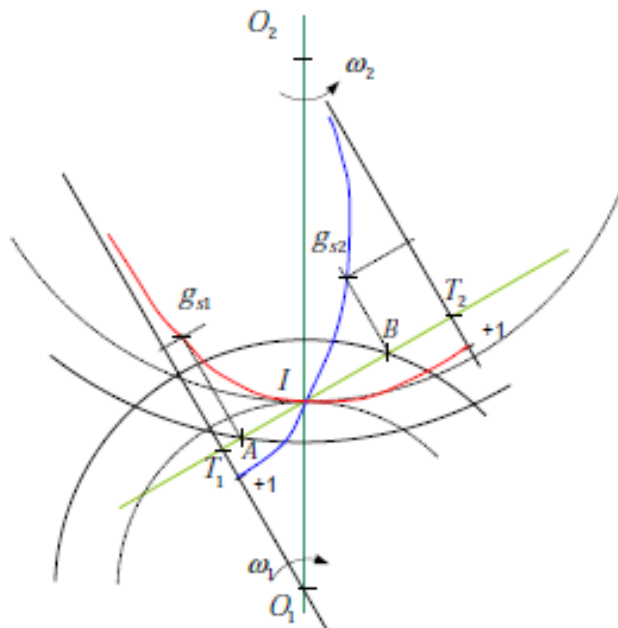


Figura 34 – Variação dos escorregamentos específicos [2].

4.3. Motivação para correção do dentado

As características fundamentais a considerar no funcionamento de uma engrenagem são contraditórias, não se pode pretender determinar condições normalizadas de correção que sejam as melhores em todas as aplicações. Assim, por exemplo, se se pretender uma velocidade elevada e silêncio de funcionamento, a razão de condução tem uma grande importância. Deve-se aumentar o número de dentes, diminuir o ângulo de pressão e aumentar a altura dos dentes. Por outro lado, se o ruído não é importante e pretendemos elevada força e baixa velocidade, estas condições de funcionamento já não são favoráveis. Em resumo, não é possível estabelecer um sistema de correção aplicável a todas as situações, mas apenas desenvolver sistemas que forneçam soluções satisfatórias em problemas correntes.

4.3.1. Correção do dentado tendo em conta a eliminação da interferência

Se se pretender fazer a correção do dentado tendo em conta a eliminação da interferência, é necessário impor uma correção tal que:

$$x = \frac{Z_c - Z}{Z_c} \quad \text{Eq. 74}$$

Note-se porém que a interferência com a cremalheira é a mais crítica, podendo rodas com menos dentes funcionar sem interferência.

4.3.2. Sistema de correção por equilibragem do escorregamento específico

Se se pretender fazer a correção através da equilibragem dos escorregamentos específicos, sistema proposto por G. Henriot [6], este é normalmente apresentado em ábacos como o apresentado na Figura 35, onde:

-se $Z_1 + Z_2 \geq 60$, a correção é feita sem variação de entre eixo, em que $x_2 = -x_1$, de modo a equilibrar g_{s1} e g_{s2} em B e A.

A partir do número de dentes do pinhão Z_1 e da razão de transmissão retira-se do ábaco as correções simétricas [2].

-se $Z_1 + Z_2 < 60$, a correção é feita com variação de entre eixo, em que $a' > a$, e $x_1 \neq x_2$, de modo a equilibrar g_{s1} e g_{s2} em B e A, conservando a folga normal no fundo dos dentes.

A partir do número de dentes do pinhão Z_1 , retira-se do abaco e da curva AB a correção x_1 , e da curva correspondente à relação de transmissão, retira-se a correção x_2 .

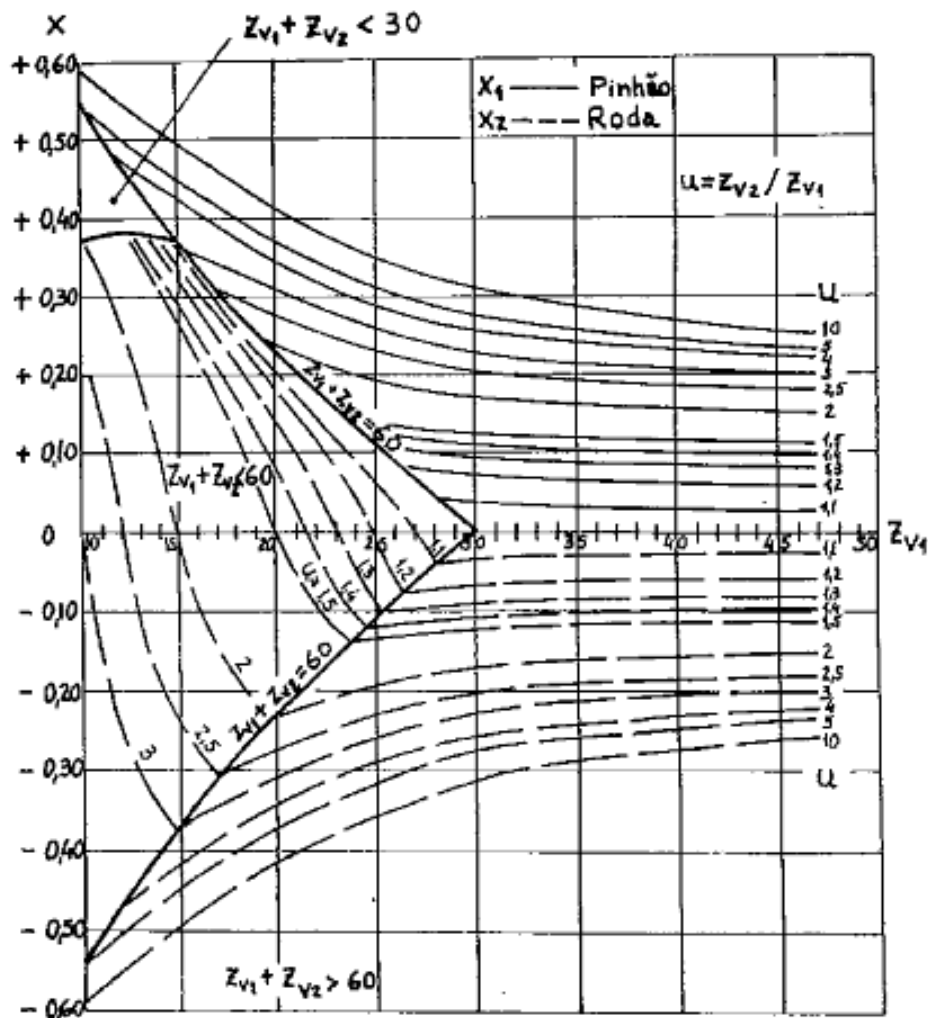


Figura 35 – Sistema de correção de Henriot [6].

4.3.3. Correção de dentado com entre eixo imposto.

Em geral, por razões construtivas, por vezes é necessário impor um entre eixo diferente do normal. Assim,

$$a' \neq \frac{Z_1+Z_2}{2} \times m \quad \text{Eq. 75}$$

Então, aplica-se uma correção de dentado recorrendo às expressões [2]:

$$a' \times \cos \alpha' = a \times \cos \alpha \quad \text{Eq. 76}$$

e,

$$\text{inv } \alpha' = \text{inv } \alpha + 2 \times \tan \alpha \times \frac{x_1+x_2}{Z_1+Z_2} \quad \text{Eq. 77}$$

Para determinar x_1 e x_2 de forma separada:

$$x_2 = \lambda \times \frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1} + (x_2 + x_1) \times \frac{Z_2}{Z_2+Z_1} \quad \text{Eq. 78}$$

Com $0,5 < \lambda < 0,75$ para as engrenagens redutoras e $\lambda=0$ para as engrenagens multiplicadoras [2].

4.4. Forças desenvolvidas no contacto entre os dentes de uma engrenagem

A Figura 36 mostra as forças envolvidas no dente durante o engrenamento. A força de transmissão da roda dentada F_n , que é normal à superfície do dente pode ser relacionada com as componentes tangencial F_t e radial F_r . Assim:

$$F_t = F_n \times \cos \alpha \quad \text{Eq. 79}$$

$$F_r = F_n \times \sin \alpha \quad \text{Eq. 80}$$

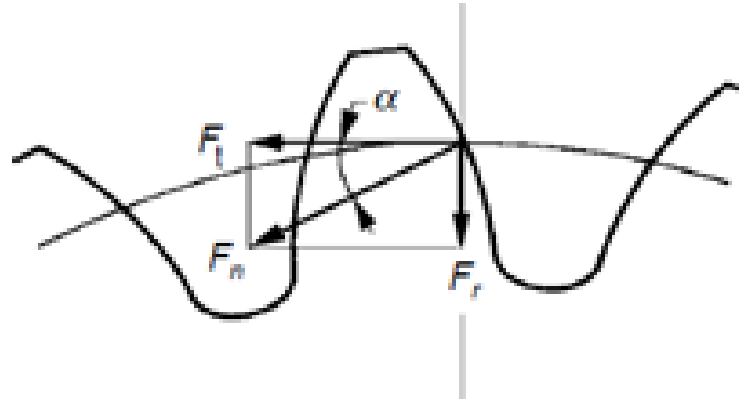


Figura 36 – Forças envolvidas no dentado reto [5].

Das forças apresentadas, a força tangencial é a componente útil e pode ser determinada conhecendo o binário aplicado T e o raio primitivo da roda.

$$T = \frac{d}{2} \times F_t \quad \text{Eq. 81}$$

$$F_t = \frac{2}{d} \times T \quad \text{Eq. 82}$$

Considerando que a roda está a aplicar uma potência P , em Watt, então o binário fica:

$$T = \frac{P}{n} \quad \text{Eq. 83}$$

onde n é a rotação da roda em [rad/s].

Substituindo a Eq. 83 na Eq. 82,

$$F_t = \frac{2}{d} \times \frac{P}{n} \quad \text{Eq. 84}$$

Sendo d em [m], a F_t fica em [N].

5. Material para rodas dentadas, tratamento térmico e lubrificação

Existe uma grande variedade de materiais que podem ser usados no fabrico de rodas dentadas, porém, por razões de ordem técnica e económica os aços continuam a ser os mais usados. A variedade dos aços que podem ser usados nas engrenagens é enorme, juntamente com a facilidade com que as suas propriedades podem ser influenciadas torna-os capazes de oferecer uma elevada gama de possibilidades prática [6]. Porém, há casos em que se requiere características específicas de projeto, tais como o peso, o que obriga ao projetista a considerar fatores como o custo da matéria-prima. Assim, para análise dos materiais para engrenagens, pode-se dividir em ferrosos e não ferrosos [8].

5.1. Materiais ferrosos

Estes materiais possuem elevada resistência e como tal proporcionam grande capacidade de transmissão de potência em relação a outro tipo de materiais.

Em função do tratamento térmico e composição química, as propriedades dos aços e ferros fundidos variam amplamente. O limite de resistência de um aço é quase uma função direta da dureza. Nos aços com 0,2 a 0,6% de carbono podem resultar em uma dureza de aproximadamente de 200 HB. A maioria dos aços pode chegar a durezas na ordem dos 350 HB. Como estes materiais apresentam durezas que variam consideravelmente, a Tabela 5 e mostra alguns níveis de dureza e aplicação no fabrico das rodas dentadas [8].

Tabela 5 – Níveis de dureza nos aços para fabrico de rodas dentadas.

Dureza		Maquinagem	Observações
Brinell	Rockwell		
150-200	...	Fácil	Dureza bastante baixa. Capacidade de carga mínima
200-250	...-24	Fácil	Baixa dureza. Capacidade de carga moderada. Muito usada em engrenagens industriais
250-300	24-32	Moderadamente difícil	Média dureza. Boa capacidade de carga. Também usada em aplicações industriais.
300-350	32-38	Difícil	Alta dureza. Excelente capacidade de carga. Usada em aplicações de baixo peso e alta performance.
350-400	38-43	Muito difícil	Alta dureza. A capacidade de carga é excelente e o tratamento desenvolve boa estrutura.
400-500	43-51	Retificação	Alta dureza, esta faixa de durezas é muito pouco usada.
500-550	51-55	Retificação	Dureza muito alta. Boa resistência ao desgaste. Pode ter baixa resistência à flexão.
587	58-63	Retificação	Dureza total. Normalmente obtida como dureza superficial por cementação. Capacidade de carga bastante alta para engrenagens de aviões, automóveis, caminhões, etc.
	65-70	Retificação	Elevada dureza. Capacidade de carga bastante alta.

Com o apoio da Tabela 6, sabendo o tipo de maquinagem utilizado no fabrico das rodas dentadas, obtém-se, o nível de rugosidade das superfícies dos dentes.

Tabela 6 – Rugosidade obtida pelos diferentes tipos de maquinagem [11].

Grupos de rugosidades	▽			▽▽			▽▽▽			▽▽▽▽		
Rugosidade máxima em (µm)	50			6,3			0,8			0,1		
Grupos de rugosidades	N12	N11	N10	N9	N8	N7	N6	N5	N4	N3	N2	N1
Rugosidade máxima em (µm)	50	25	12,5	6,3	3,2	1,6	0,8	0,4	0,2	0,1	0,050	0,025
Informação sobre os resultados de maquinagem												
Serrar												
Linar												
Plinar												
Tornear												
Furar												
Rebaixar												
Alargar												
Fresar												
Brochar												
Raspar												
Retificar(frontal)												
Retificar(lateral)												
Alisar												
Superfinish												
Lapidar												
Polir												

Unidade da Rugosidade em Ra 1mm=0,001µm

Tendo o valor das rugosidades das superfícies R_{max1} e R_{max2} em (μm), roda e pinhão respetivamente, e a distância entre eixos a em (mm), o fator da rugosidade superficial, usado no dimensionamento de engrenagens pelo critério de resistência, alvo de estudo no capítulo 6, é obtido pela seguinte equação:

$$R_{maxm} = \frac{R_{max1} + R_{max2}}{2} \times \sqrt[3]{\frac{100}{a}} \quad \text{Eq. 85}$$

Com este valor, define-se o fator da rugosidade Z_R através do ábaco da Figura 37.

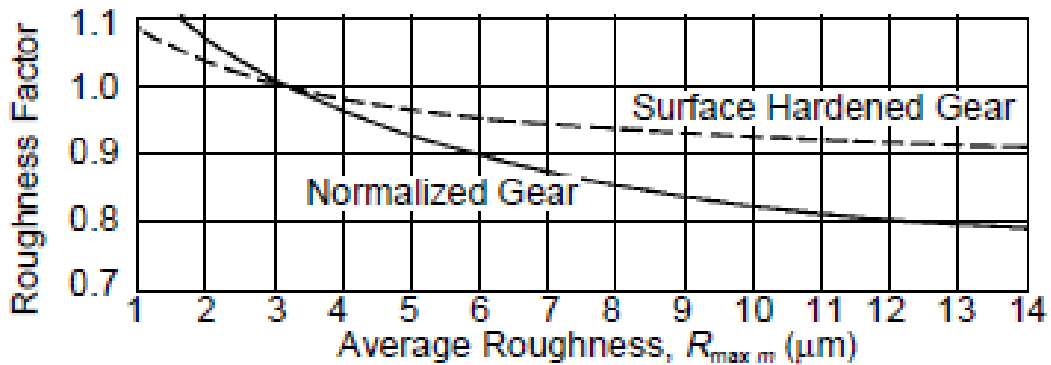


Figura 37 – Fator da rugosidade superficial, Z_R [2].

Quanto maior for a rugosidade superficial, maior serão as tensões superficiais e maior será o desgaste no dente.

5.1.1. Engrenagens de Aço

Os aços possuem limite de resistência maior do que o ferro fundido. Os tratamentos térmicos são necessários para que haja uma resistência ao desgaste apropriada. As engrenagens podem ser maquinadas antes ou após o tratamento térmico [9].

Se após o tratamento, não se corre o risco de empeno da roda devido ao tratamento, em contrapartida, a ferramenta de corte tende a desgastar-se muito mais rapidamente. As engrenagens maquinadas antes do tratamento térmico têm a vantagem de se obter elevada dureza no flanco do dente, porém, o inconveniente é que o tratamento térmico é mais complicado de se controlar, e devido a este facto, o mau controlo à superfície pode prejudicar a resistência do dente. A Tabela 7 mostra dados de dureza para aços típicos nas engrenagens [8].

Tabela 7 – Dureza de aços com tratamento térmico.

AISI nº	Dureza de 90% martensita. Rockwell C
1045	50,5
1060	54
1137	48
1335	46
2340	49
3140	49
3250	55
4047	52
4130	44
4140	49
4340	49
5132	45
5145	51
6150	53
8640	50
9840	49

A dureza pode também ser obtida por tempera seguida de revenido. A este processo designa-se por têmpera total. Conseguem-se durezas de 40 a 60 HRC. É aplicada em aços de 0,3 a 0,5% de carbono.

A cementação é um dos métodos mais utilizados para endurecer os dentes das engrenagens. Para a cementação usam-se aços de baixo teor de carbono, entre 0,1 a 0,25%. Uma engrenagem com endurecimento superficial deve ter uma dureza do núcleo de aproximadamente 20HRC. Porém, a resistência à flexão será baixa e pode ocorrer de a superfície se soltar do núcleo. Para a maioria das aplicações, uma dureza no núcleo de 30 a 40 HRC é o mais indicado. As durezas superficiais rondam os 55 a 63 HRC. A Tabela 8 indica as durezas mais indicadas para alguns tipos de aplicações [8].

Tabela 8 – Durezas recomendadas para alguns tipos de aplicações [2].

Aplicação	Especificação
Engrenagens Industriais de aplicação geral	55 Rockwell C (min)
Engrenagens Industriais de alta capacidade	58 Rockwell C (min)
Engrenagens para aviões	58 a 63 Rockwell C
Engrenagens de máxima capacidade	60 a 63 Rockwell C

Com os valores de dureza do material, ainda no que diz respeito ao dimensionamento de engrenagens pelo critério de resistência, que será abordado posteriormente, é também possível determinar o fator de dureza Z_w . Este fator só se aplica à roda que está engrenada com o pinhão que foi recozido na massa e é obtido através da seguinte equação:

$$Z_w = 1.2 - \frac{HB_2 - 130}{1700} \quad \text{Eq. 86}$$

Em que HB é a dureza Brinell da roda na gama $130 \leq HB \leq 470$. Se a dureza estiver fora desta gama, então o fator é de 1,0 [2,5].

A profundidade da cementação é em função do módulo. Os dentes maiores precisam de maior profundidade para suportar os carregamentos, ou seja, para cada tamanho do dente. Há uma profundidade ideal. Uma profundidade insuficiente reduz a resistência do dente ao “pitting”, enquanto uma profundidade exagerada deixa o dente frágil com tendência de rotura no topo. A Tabela 9 indica alguns valores de referência das profundidades de cementação [8].

Tabela 9 – Profundidade de cementação recomendada.

Passo diametral	Especificação (mm)
20	0,254 - 0,457
16	0,305 - 0,584
10	0,508 - 0,889
8	0,635 - 1,016
6	0,762 - 1,270
4	1,016 - 1,524
2	1,778 - 2,540

A dureza elevada na superfície dos dentes pode ser obtida por aquecimento superficial seguido de arrefecimento rápido. A este método designa-se por tempera superficial. Pode ser obtida com chama de maçarico ou corrente alternada de alta frequência (endurecimento por indução), seguido de arrefecimento brusco por jato de água. Se o aquecimento ocorrer por indução, não deverá ocorrer distorções dos dentes e se ocorrer, serão menores do que os ocorridos por cementação ou tempera total. Ou seja, como o núcleo está frio e só a superfície é aquecida, este funciona como um pilar se suporte para manter a precisão da parte aquecida [8].

Existe ainda um tratamento em que a superfície produzida não possui a mesma dureza do que as rodas cementadas. O núcleo tem uma dureza mais elevada, mas não é indicado para módulos grandes. Os dentes tendem a ter uma boa resistência ao desgaste e à fadiga. É uma combinação de cementação e nitruração e designa-se por carbonitruração [8].

5.1.2. Engrenagens em ferro fundido

Em relação aos aços, os ferros fundidos têm a vantagem de serem mais fáceis de maquinar, custo inferior, alta resistência à abrasão e amortecimento interno, o que faz com que se possa produzir engrenagens mais silenciosas. Podem ser usados ferros fundidos cinzentos, nodulares ou maleáveis. São utilizados em engrenagens de maiores dimensões onde não se utilizam caixas protetoras para proteger de poeiras, pois são resistentes a ações abrasivas. A velocidade de serviço é normalmente baixa. Possuem menor elasticidade e menor resistência, daí exigirem uma maior largura do dente. A capacidade de carga dos dentes e a resistência à flexão é inferior às engrenagens de aço. O ferro fundido cinzento tem baixa resistência ao impacto, não devendo ser aplicado em engrenagens que solicitem choques. Os nodulares substituem em muitos casos os aços pois têm uma resistência maior que o anterior, e possui vantagens no que diz respeito à resistência à abrasão, maquinagem e amortecimento, porém, é mais caro. No pinhão, que é o elemento mais solicitado, é prática comum utilizar aço e ferro fundido na roda [8].

5.1.3. Materiais não ferrosos

Dependendo das aplicações, quando as cargas são leves, usa-se muitas vezes engrenagens em que o pinhão é em aço e a roda em bronze, ligas de alumínio, lisas de zinco e não metálicos, tais como os plásticos.

As ligas de cobre são as mais comuns em engrenagens cuja aplicação necessita de uma alta resistência à corrosão. O módulo de elasticidade menor proporciona maiores flexões dos dentes o que faz com que melhore a distribuição de carga nos dentes [9].

O alumínio ligado é um dos materiais mais usados quando se pretende baixo peso de forma a dar efeito de baixa inércia de partes rotativas. Os mais comuns são os 6061-T6, 2024-T4 e 7075. A resistência ao desgaste e à corrosão é melhorada através da anodização, que resulta na superfície dura de alumínio oxidado [9].

Outros materiais de baixo peso que podem ser referidos são as ligas de zinco, que têm boas características mecânicas, qualidade superficial e precisão dimensional quando a sua produção é feita por processos de fundição [9].

As engrenagens não metálicas são muito silenciosas, mas limitadas no binário máximo. São normalmente termoplásticos, como o nylon e acetal, por vezes combinadas com inorgânicos como o vidro ou silicato de magnésio. O Teflon é usado para reduzir o atrito e os lubrificantes secos como a grafite e dissulfeto de molibdénio podem ser adicionados de forma a substituir lubrificantes líquidos [9].

Assim, com as características elásticas dos materiais do pinhão e da roda, ou seja, do módulo de elasticidade E e do coeficiente de Poisson ν , pode-se determinar o fator do material Z_M , ainda no que diz respeito ao dimensionamento pelo critério de resistência, sendo:

$$Z_M = \sqrt{\frac{1}{\pi \times \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad \text{Eq. 87}$$

A Tabela 10 apresenta algumas combinações de materiais nas engrenagens (pinhão/roda).

Tabela 10 – Fator do material, Z_M [2].

Gear				Meshing Gear				Material Factor Z_M (kgf/mm ²) ^{0.5}
Material	Symbol	E Young's Modulus kgf/mm ²	Poisson's Ratio	Material	Symbol	E Young's Modulus kgf/mm ²	Poisson's Ratio	
Structural Steel	*	21000	0.3	Structural Steel	*	21000	0.3	60.6
				Cast Steel	SC	20500		60.2
				Ductile Cast Iron	FCD	17600		57.9
				Gray Cast Iron	FC	12000		51.7
Cast Steel	SC	20500		Cast Steel	SC	20500		59.9
				Ductile Cast Iron	FCD	17600		57.6
				Gray Cast Iron	FC	12000		51.5
Ductile Cast Iron	FCD	17600		Ductile Cast Iron	FCD	17600		55.5
Gray Cast Iron	FC	12000		Gray Cast Iron	FC	12000		50.0
Gray Cast Iron	FC	12000		Gray Cast Iron	FC	12000		45.8

* NOTE: Structural steels are S...C, SNC, SNCM, SCr, SCM, etc.

E ainda o fator de vida K_L é obtido através do número de ciclos, ou seja, o número de engrenamento esperado, realizados pelos dentes durante a vida útil de funcionamento. Para tal, é necessário consultar a Tabela 11 onde consta o referido número de ciclo esperado e a dureza do material da roda em causa.

Tabela 11 – Fator de vida, K_L [2].

Número de ciclos	Rodas em ferro fundido $120 \geq HB \geq 220$	Rodas temperadas por indução $HB \geq 220$	Rodas cementadas ou nitruradas
Inferior a 10000	1,4	1,5	1,5
Aprox. 10^5	1,2	1,4	1,5
Aprox. 10^6	1,1	1,1	1,1
Superior a 10^7	1,0	1,0	1,0

5.2. Qualidade das rodas dentadas

A Tabela 12 representa a qualidade das rodas dentadas e em que situações são usadas segundo a norma DIN3962.

Tabela 12 – Qualidade das rodas dentadas.

Qualidade	Utilização/designação/mofo de obtenção
1	Praticamente não é utilizada por ser de difícil obtenção.
2	Utilizada em engrenagens padrão na indústria da relojoaria
3	Utilizada em engrenagens padrão em laboratórios de controlo de dimensão.
4	Utilizada também em engrenagens padrão, engrenagens de aviões altamente solicitadas e instrumentos de alta precisão com movimentos sincronizados (ex: torre de radar).
5	Utilizada em engrenagens de aviões, instrumentos de medida, turbinas, etc.
6	Utilizada em automóveis, autocarros e navios.
7	Utilizada em veículos, navios, máquinas de elevação e transporte, turbinas, máquinas de escritório. São obtidas através de maquinagem cuidadosa por geração (cremalheira, fresa helicoidal e pinhão gerador e são posteriormente retificadas.
8 e 9	São as mais utilizadas pois não necessitam de retificação. Utilizadas em máquinas em geral que exigem menor velocidade.
10/11 e 12	Obtidas sem grande dificuldade. Utilizadas em máquinas agrícolas e de levantamento.

5.3. Tensão de flexão admissível e tensão de Hertz admissível

5.3.1. Tensão de flexão admissível σ_{flim}

A Tabela 13 fornece os valores orientativos da tensão de flexão admissível de alguns materiais para engrenagens sem tratamento, endurecidas por indução, nitruradas e cementadas. A dureza apresentada do núcleo significa a dureza na região do centro da raiz do dente [5].

Tabela 13 – Tensão de flexão admissível [5].

Material	Tratamento	Dureza		σ_{flim} (N/mm ²)
		HB	HV	
Aço vazado	Sem tratamento	-	-	10,4-17,2
Aço ao carbono	Sem tratamento	120-250	126-263	13,8-22,5
Aço ao carbono temperado	Sem tratamento	160-290	167-305	18,2-26,5
Aço ligado temperado	Sem tratamento	220-360	231-380	25-41
Aço construção	Temperado por indução	160-250	167-263	21-25
Aço construção ligado	Temperado por indução	230-320	242-337	27-36,5
Aço construção	Cementação	140-190	147-200	18,2-24
Aço construção ligado	Cementação	220-370	231-390	34-52
Aço ligado	Nitruração	220-360	231-380	30-46
Aço nitrurado	Nitruração	220-300	231-316	32-44

5.3.2. Tensão de Hertz admissível σ_{Hlim}

A Tabela 14 apresenta a tensão de Hertz admissível para os materiais usados em engrenagens sem tratamento, temperadas por indução, cementadas e nitruadas.

Tabela 14 – Tensão de Hertz admissível [5].

Material	Tratamento	Dureza		σ_{Hlim} (N/mm ²)
		HB	HV	
Aço vazado	Sem tratamento	-	-	34-40
Aço ao carbono	Sem tratamento	120-250	126-263	41,5-57,5
Aço ao carbono temperado	Sem tratamento	160-350	167-369	51-78,5
Aço ligado temperado	Sem tratamento	220-400	231-424	70-98
Aço construção	Temperado por indução	-	420-680(*)	77-109,5
Aço construção ligado	Temperado por indução	-	500-680(*)	109-126
Aço construção	Cementação	-	580-800(*)	115-113
Aço construção ligado	Cementação	-	580-800(*)	131-146
Aço ligado	Nitruração	-	-	80-120
Aço nitruado	Nitruração	-	>650(*)	120-140

(*) Nota: dureza da superfície.

5.4. Lubrificação

O objetivo da lubrificação nas engrenagens é promover um escorregamento suave entre os dentes de forma a reduzir o atrito entre eles e impedir que a temperatura aumente. Deve-se portanto escolher corretamente o lubrificante e o método de lubrificação de forma a evitar o desgaste prematuro dos dentes.

5.4.1. Métodos de lubrificação

A escolha do método de lubrificação depende da velocidade tangencial e da velocidade de rotação. Se a velocidade for baixa, pode-se lubrificar a engrenagem com massa lubrificante, mas se a velocidade for média ou elevada, então a lubrificação deve ser feita em lubrificação por imersão ou em lubrificação forçada por circulação. Por vezes, por motivos de manutenção, mesmo com velocidades elevadas, é usado o método de massa lubrificante. A Tabela 15 e a Tabela 16 apresentam a gama de velocidades e os diferentes tipos de lubrificação aconselhados [5].

Tabela 15 – Gamas de velocidade tangencial para rodas de dentado reto paralelas e cónicas [2].

Lubrificação	Gama de velocidade tangencial (m/s)					
	0	5	10	15	20	25
Massa lubrificante						
Lubrificação por imersão						
Lubrificação forçada por circulação						

Tabela 16 – Gamas de velocidade de deslizamento para roda/parafuso sem-fim [2].

Lubrificação	Gama de velocidade tangencial (m/s)					
	0	5	10	15	20	25
Massa lubrificante						
Lubrificação por imersão						
Lubrificação forçada por circulação						

5.4.2. Massa lubrificante

Conforme se pode observar pela Tabela 15 e Tabela 16, este tipo de lubrificação é adequado para qualquer sistema de engrenagens, quer em sistemas abertos ou fechados,

desde que em baixas velocidades. Porém, não é adequado para elevadas cargas nem em operações contínuas sob pena de o sistema poder aquecer. A quantidade de massa a aplicar deve ser estritamente necessária, pois, em excesso pode ser prejudicial, particularmente num sistema fechado. Esse excesso tenderá a causar perda de potência [5].

5.4.3. Lubrificação por imersão

Este tipo de lubrificação é usada em sistemas fechados e requer, pelo menos, de uma velocidade tangencial de 3m/s para ser eficaz. O nível do óleo deve ser cuidadosamente monitorizado. Se o nível for demasiado elevado, haverá perda de potência excessiva por chapinagem. Se o nível for demasiado baixo, não haverá lubrificação eficaz e conseqüentemente capacidade de arrefecer a engrenagem [5].

A temperatura de um sistema de engrenagens pode subir por causa da perda potência resultante da chapinagem do lubrificante. Esse aumento de temperatura pode baixar a viscosidade do lubrificante e degrada-lo prematuramente [5].

Existe porém lubrificantes de alto desempenho que suportam temperaturas até aos 90°C. Se a temperatura exceder este limite, deve-se criar condições de arrefecimento, tais como, acionamentos de mecanismos de arrefecimento, ventiladores de refrigeração [5].

5.4.4. Lubrificação forçada por circulação

Este tipo de lubrificação consiste em injetar lubrificante onde existe contacto entre os dentes com recurso a uma bomba de óleo. Este, pode ser sugado a partir de um depósito e soltado diretamente na zona de contacto. É um método apropriado para engrenagens de alta velocidade e é considerado o melhor modo de lubrificação [5].

5.5. Lubrificantes de engrenagens

De forma a minimizar o atrito, deve ser formada uma película de óleo entre as superfícies de contacto dos dentes das engrenagens. A viscosidade correta torna-se o fator mais importante a ter em conta na escolha do lubrificante.

A viscosidade é a resistência interna oferecida pelas moléculas de uma camada do óleo, quando esta é deslocada em relação à outra, sendo portanto o resultado do atrito interno no próprio lubrificante. O quociente entre a viscosidade absoluta e o peso específico do fluido é denominado de viscosidade cinemática. Como as engrenagens são projetadas para trabalharem protegidas por uma película contínua de lubrificante entre os dentes em contato, a viscosidade do lubrificante tem que ser grande o suficiente para assegurar a formação da película sem permitir o contacto entre os dois dentes. Note-se que a viscosidade do óleo lubrificante diminui com o aumento da temperatura. É, portanto, necessário conhecer as propriedades que os lubrificantes devem ter e, para tal, deve ser consultado o manual ou catálogo técnico do fabricante [13].

Assim, a equação que permite dimensionar engrenagens pelo critério de pressão, que será alvo de estudo no capítulo 6, depende, entre outros, do fator do lubrificante Z_L . Este fator retira-se a partir do ábaco da Figura 38. A viscosidade cinemática do lubrificante é lido no eixo das abcissas quando aplicado a uma temperatura de 50°C [2,5].

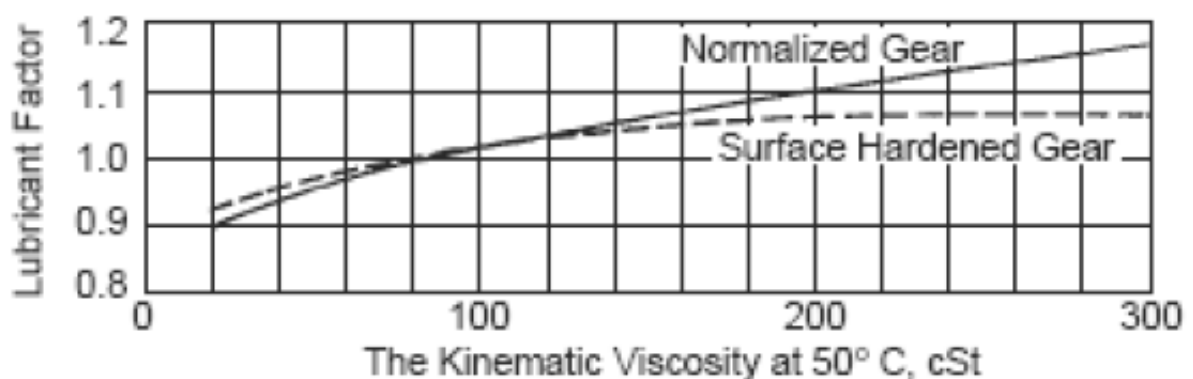


Figura 38 – Fator do lubrificante Z_L [2].

6. Dimensionamento das rodas dentadas de dentado reto

A análise apresentada seguidamente no dimensionamento de rodas dentadas de dentado reto, quer pelo critério de resistência à pressão superficial, quer pelo critério de resistência à flexão tem como base as especificações da norma JGMA. Porém, nos critérios mencionados, é idêntica a outras normas tais como a DIN, AFNOR, etc.

Esta norma define uma gama de aplicabilidade das equações de resistência à flexão e à pressão superficial de:

- Módulo de 1,5 a 25mm;
- Diâmetro primitivo de 25 a 3200mm;
- Velocidade tangencial inferior a 25m/s;
- Velocidade de rotação inferior a 3600rpm.

6.1. Potência, binário e força

A resistência e a durabilidade das engrenagens estão obviamente relacionadas com as forças que a estas estão a transmitir. De seguida são apresentadas as equações que relacionam a velocidade no primitivo v (m/s), a força tangencial F_t (N), a potência P (kW) e o binário T (N.m) [5].

$$v = \frac{d_w \times n}{19100} \quad \text{Eq. 88}$$

$$F_t = \frac{102 \times P}{v} = \frac{1.95 \times 10^6 \times P}{d_w \times n} = \frac{2000 \times T}{d_w} \quad \text{Eq. 89}$$

$$P = \frac{F_t \times v}{102} = \frac{10^{-6}}{1.95} \times F_t \times d_w \times n \quad \text{Eq. 90}$$

$$T = \frac{F_t \times d_w}{2000} = \frac{974 \times P}{n} \quad \text{Eq. 91}$$

6.2. Dimensionamento pelo critério de resistência à flexão

A solicitação a que um dente de uma roda dentada está sujeito, segundo a análise de Lewis, é equivalente a uma viga encastrada. Tal facto pode ser observado pela Figura 39 que mostra o diagrama de tensões normais, na secção de encastramento do dente, provocadas pela força tangencial e o diagrama de tensões normais também na secção de encastramento do dente, mas provocadas pela força radial [2].

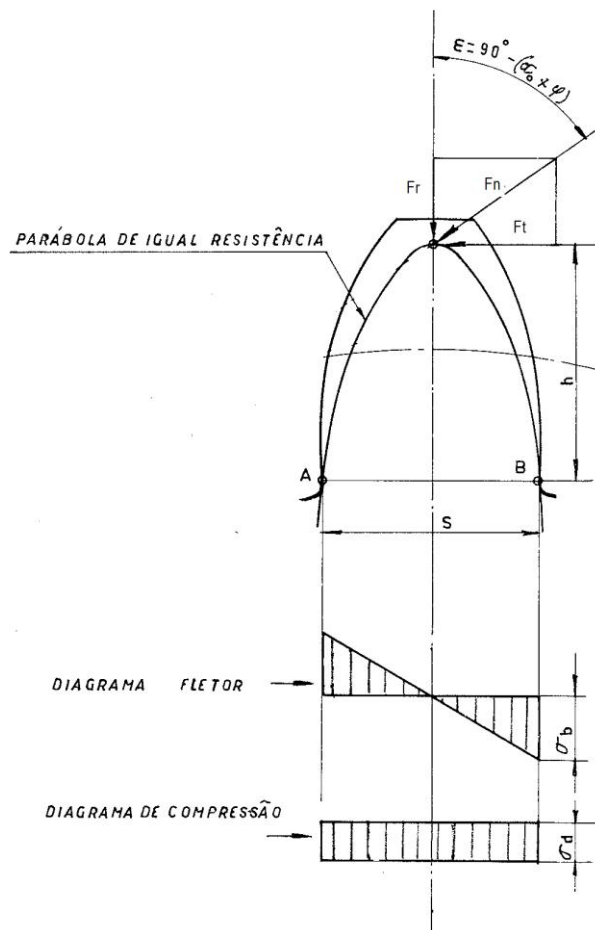


Figura 39 – Solicitação a que um dente de uma roda dentada está sujeito com as correspondentes tensões na seção de encastramento [1].

Assim, é necessário que a força tangencial aplicada no diâmetro primitivo não seja superior à força tangencial limite, ou seja:

$$F_t \leq F_{tlim} \quad \text{Eq. 92}$$

onde a F_{tlim} é definida pela maior tensão provocada que ocorre na raiz do dente, ou seja, na base do dedendum.

$$\sigma_F \leq \sigma_{Flim} \quad \text{Eq. 93}$$

Para determinar a tensão na raiz do dente, e como já referido anteriormente, tratando o dente como uma viga encastrada, sujeita à força de contato, deve-se determinar a força tangencial limite $F_{tlim} (N)$, pela equação seguinte:

$$F_{tlim} = \sigma_{Flim} \times \frac{m_n \times b}{Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta} \times \left(\frac{K_L \times K_{FX}}{K_V \times K_O} \right) \times \frac{1}{S_F} \quad \text{Eq. 94}$$

Ou, convertendo então em termos de tensão:

$$\sigma_F = F_t \times \frac{Y_F \times Y_\varepsilon \times Y_\beta}{m_n \times b} \times \left(\frac{K_V \times K_O}{K_L \times K_{FX}} \right) \times S_F \quad \text{Eq. 95}$$

6.2.1. Fatores de contribuição no dimensionamento pelo critério de resistência à flexão

Se a engrenagem tiver rodas com larguras diferentes, considera-se a mais larga b_w e a mais estreita b_s . Assim:

- se:

$$b_w - b_s \leq m_n \quad \text{Eq. 96}$$

então, na Eq. 94 e na Eq. 95 os valores de b_w e b_s são aplicados diretamente.

se:

$$b_w - b_s > m_n \quad \text{Eq. 97}$$

então, nas Eq. 94 e na Eq. 95, para a roda mais larga:

$$b = b_s + m_n \quad \text{Eq. 98}$$

e para a mais estreita:

$$b = b_s \quad \text{Eq. 99}$$

Note-se que a força tangencial limite aumenta com o aumento da largura da engrenagem.

6.2.1.1. Fator de forma Y_F

O fator de forma Y_F refere-se à forma de dente de uma roda dentada. A forma do dente da roda dentada é produzida pelo princípio da geração com o perfil de geração de cremalheira e a forma final do dente gerado pode ser considerado igual ao espaço do perfil que a gerou, embora se note ligeiros desvios causados pela ferramenta de corte que não têm qualquer influência no fator de forma.

O fator de forma Y_F está diretamente relacionado com o raio de canto na raiz do dente na seção crítica Q_F .

A Figura 40 mostra a ferramenta que gera os dentes de uma roda dentada. Nesta, pode-se ver a linha que corresponde ao eixo normal da geração da engrenagem (1) e a linha correspondente à geração da engrenagem com uma correção x (2) [7].

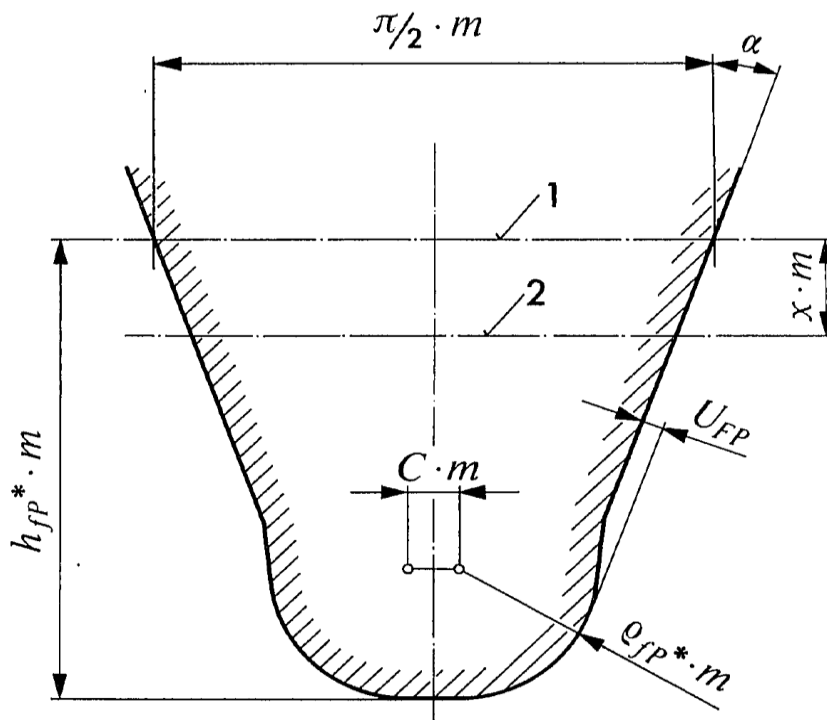


Figura 40 – Ferramenta de geração do dentado [7].

onde,

h_{FP} , representa a altura dedendum do perfil ;

Q_{FP} , representa o raio de canto da ferramenta de corte;

U_{FP} , representa a folga dada no raio de canto em mm.

A Figura 41 representa a forma do dente gerada pela ferramenta de corte anteriormente apresentada onde se pode ver l_x que representa a distância do ponto de aplicação da força normal ao centro do dente e S_{Fn} que representa a espessura do dente na zona crítica no ponto de tangencia a 30° [7].

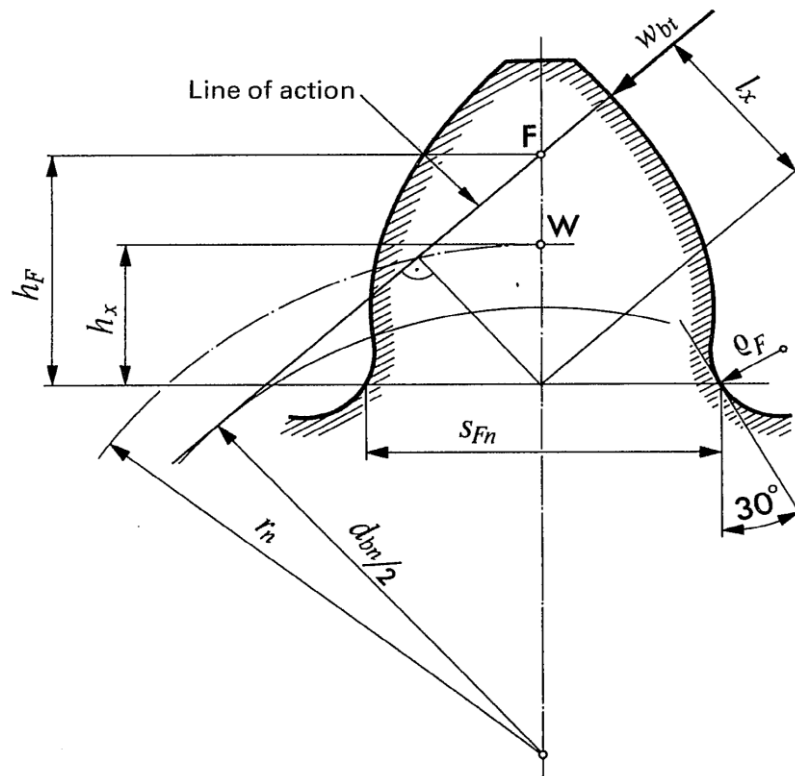


Figura 41 – Forma do dente gerada pela ferramenta de corte e força aplicada [7].

Como se pode constatar, l_x e S_{Fn} não podem ser calculados de forma explícita. O fator de forma é determinado individualmente para cada caso de acordo com cada dente da roda, incluindo o valor da razão de condução. Estes, dependem obviamente da roda que está engrenada nesta. Só assim é possível determinar distâncias dos pontos de aplicação de forças até á raiz do dente. Então, estes valores devem ser aproximados por iteração.

A Figura 42 descreve a geração do ângulo de posição φ da roda em relação ao perfil da cremalheira geradora do dente, em que o ponto de tangência a 30° do raio do dente na raiz está a ser produzido por geração. O ângulo φ não pode ser calculado explicitamente, mas apenas por iteração. Assim, a espessura do dente na raiz S_{Fn} , a distância h_x a partir do ponto W e o raio de curvatura Q_F do raio da raiz do dente no ponto crítico podem posteriormente ser calculados [7].

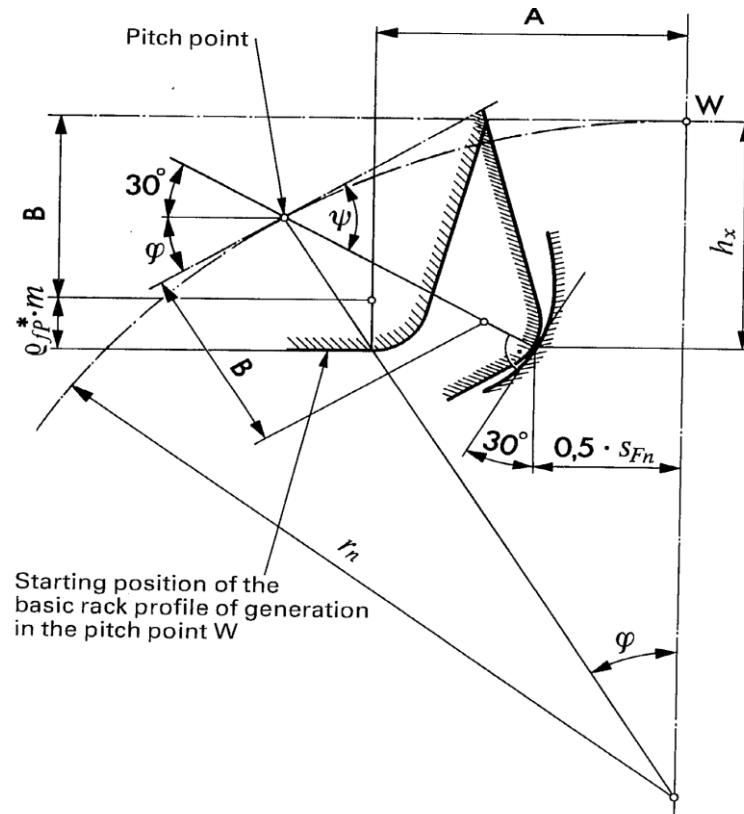


Figura 42 – Geração do ângulo de posição da geração do dentado em relação á tangente a 30° do raio do dente na raiz que está a ser produzido por geração [7].

De seguida são apresentadas as equações para a obtenção do fator de forma Y_F .

$$C = \frac{\pi}{2} + \frac{2 \times U_{FP}}{m \times \cos \alpha} - 2 \times \tan \alpha \times h_{FP} - 2 \times q_{FP} \times \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha \right) \quad \text{Eq. 100}$$

$$A = m \times \frac{\pi - C}{2} \quad \text{Eq. 101}$$

$$B = m \times (h_{FP} - q_{FP} - x) \quad \text{Eq. 102}$$

O número de dentes virtual equivalente é:

$$Z_n = \frac{z}{\cos^2 \times \beta_b \times \cos \beta} \quad \text{Eq. 103}$$

E o raio do círculo de referencia equivalente:

$$r_n = 0,5 \times z_n \times m \quad \text{Eq. 104}$$

Para obter o ângulo ψ para prosseguir com a iteração deve-se seguir a seguinte equação:

$$\frac{\pi}{6} + \frac{A}{r_n} + \frac{B}{r_n \times \tan \psi} - \psi = 0 \quad \text{Eq. 105}$$

Onde, a iteração começa com a aproximação a:

$$\psi = \frac{\pi}{6} \quad \text{Eq. 106}$$

Em que o resultado do processo de iteração, fornece em seguida a geração do ângulo:

$$\varphi = \psi - \frac{\pi}{6} \quad [\text{rad}] \quad \text{Eq. 107}$$

A espessura do dente S_{Fn} na zona crítica pode ser escrita como:

$$S_{Fn} = 2 \times \left[r_n \times \sin \varphi - \frac{B \times \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)} - Q_{FP} \times m \times \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \right] \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. 108}$$

E a distância entre a seção crítica e o ponto w fica:

$$h_x = r_n \times (1 - \cos \varphi) + 0.5 \times \left[\frac{B}{\sin(\varphi + \frac{\pi}{6})} + Q_{FP} \times m \right] [\text{mm}] \quad \text{Eq. 109}$$

Para calcular o comprimento l_x do braço de flexão, tem de se determinar o ponto de intercepção F entre a linha de ação e o eixo de simetria do dente. De acordo com a Figura 43, a distância G é a distância do ponto E até ao ponto de contato D entre dois dentes colinear com a linha de ação. Assim [7]:

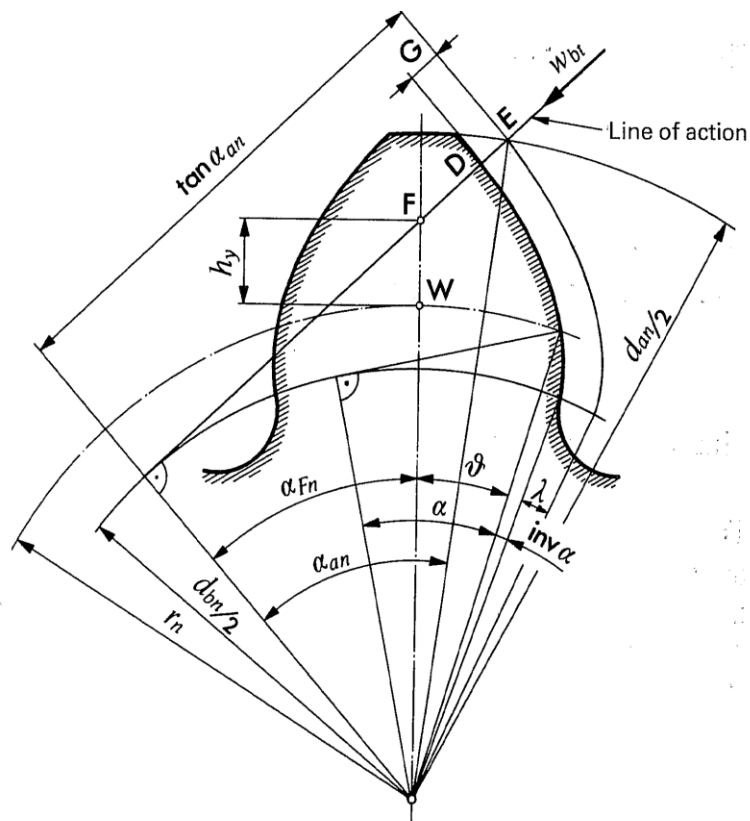


Figura 43 – Ângulo α_{Fn} e a distância h_y do ponto de intercepção F entre a linha de ação e o eixo de simetria do dente desde o ponto de geração do dente W [7].

Assim,

$$G = p_b \times (\varepsilon_{an} - 1) \quad \text{Eq. 110}$$

Em que, para uma roda equivalente:

$$\varepsilon_{an} = \frac{\varepsilon_{\alpha}}{\cos^2 \beta_b} \quad \text{Eq. 111}$$

$$d_{bn} = m \times z_n \times \cos \alpha \quad \text{Eq. 112}$$

$$d_{an} = m \times z_n \times d_a - \frac{z \times m}{\cos \beta} \quad \text{Eq. 113}$$

$$\cos \alpha_{an} = \frac{d_{bn}}{\cos \beta} \quad \text{Eq. 114}$$

$$\text{arc } \alpha_{Fn} = \tan \alpha_{an} - \vartheta - \lambda - \text{inv } \alpha \quad \text{Eq. 115}$$

$$\vartheta = \frac{\frac{\pi}{2} + 2 \times x \times \tan \alpha}{z_n} \quad \text{Eq. 116}$$

$$\lambda = \frac{2 \times G}{d_{bn}} \quad \text{Eq. 117}$$

$$\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha \quad \text{Eq. 118}$$

Por isso:

$$h_y = \frac{d_{bn}}{2 \times \cos \alpha_{Fn}} - r_n \quad \text{Eq. 119}$$

$$h_F = h_x + h_y \quad \text{Eq. 120}$$

Então o comprimento l_x pode ser escrito como:

$$l_x = h_F \times \cos \alpha_{Fn} \text{ [mm]} \quad \text{Eq. 121}$$

E finalmente o fator de forma Y_F ,

$$Y_F = \frac{6 \times m \times l_x}{s_{Fn}^2 \times \cos \alpha} \quad \text{Eq. 122}$$

Note-se que a informação sobre o raio de canto da ferramenta de corte q_{FP} e da folga dada U_{FP} é escassa.

Uma outra forma de determinar o fator de forma Y_F , é através de um ábaco conforme demonstra a Figura 44 que, em função do número de dentes equivalente ou do número de dentes virtual no eixo das abcissas e do valor da correção, retira-se o valor de Y_F no eixo das ordenadas [7].

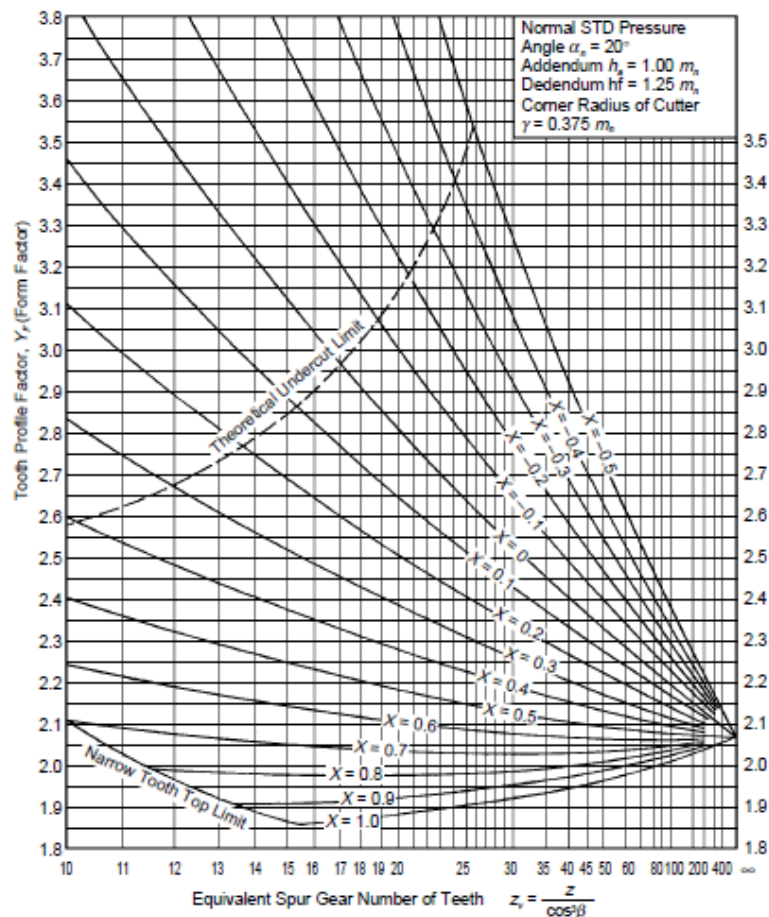


Figura 44 – Fator de forma Y_F [2].

6.2.1.2. Fator de distribuição de carga, Y_ε

Este fator é obtido pelo inverso da razão de condução:

$$Y_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon_\gamma} \quad \text{Eq. 123}$$

Quanto maior for a razão de condução, menor será o valor de Y_ε e conseqüentemente maior será a força tangencial limite.

6.2.1.3. Fator do ângulo de hélice, Y_β

Este fator é obtido através do ângulo de hélice β .

Se β estiver compreendido entre 0 e 30°, então:

$$Y_\beta = 1 - \frac{1}{120} \quad \text{Eq. 124}$$

Se β for maior do que 30°, então:

$$Y_\beta = 0,75 \quad \text{Eq. 125}$$

Nas rodas dentadas de dentado reto, o ângulo β é nulo, então:

$$Y_\beta = 1 \quad \text{Eq. 126}$$

6.2.1.4. Fator de vida, K_L

Já foi descrito como se obtém o fator de vida no capítulo 5 referente aos materiais e quanto maior for este valor maior será a força tangencial limite (ver Tabela 11).

6.2.1.5. Fator de carga dinâmica, K_V

O fator de carga dinâmica é obtido em função da qualidade da roda dentada e da velocidade linear no diâmetro primitivo conforme definido na Tabela 17.

Tabela 17 – Fator de carga dinâmica K_V [2].

Grau de qualidade da engrenagem segundo JIS B 1702		Velocidade tangencial no diâmetro primitivo (m/s)						
		Abaixo de 1	De 1 a 3	De 3 a 5	De 5 a 8	De 8 a 12	De 12 a 18	De 18 a 25
Não modificado	Modificado							
			1	-	-	1,0	1,0	1,1
1	2	-	1,0	1,05	1,1	1,2	1,3	1,5
2	3	1,0	1,1	1,15	1,2	1,3	1,5	
3	4	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5		
4	-	1,0	1,3	1,4	1,5			
5	-	1,1	1,4	1,5				
6	-	1,2	1,5					

6.2.1.6. Fator de dimensão da tensão na raiz, K_{FX}

Normalmente este fator é unitário.

$$K_{FX} = 1,0$$

Eq. 127

6.2.1.7. Fator de sobrecarga, K_O

Este fator é determinado através do quociente entre a força tangencial atuante pela força tangencial nominal.

$$K_O = \frac{\text{Força tangencial atuante}}{\text{Força tangencial nominal}} \quad \text{Eq. 128}$$

A Tabela 18 representa alguns valores de K_O de orientação.

Tabela 18 – Fator de sobrecarga, K_O [2].

Tipo de motor	Tipo de carga		
	Carga uniforme	Médio Impacto	Alto impacto
Motor uniforme	1,0	1,25	1,75
Ligeiro impacto	1,25	1,5	2,0
Médio impacto	1,5	1,75	2,25

6.2.1.8. Fator de segurança, S_F

O fator de segurança é normalmente 1,2.

6.2.1.9. Tensão de flexão admitida na raiz do dente, σ_{Flim} .

Para determinar a tensão admissível do material na raiz do dente, embora já tenham sido referenciados alguns materiais num capítulo 5, é necessário consultar tabelas dos fabricantes pois, este, é em função do material e do tratamento térmico aplicado.

6.3. Dimensionamento pelo critério de resistência à pressão superficial dos dentes

Este cálculo é baseado na pressão determinada no contacto entre os flancos de duas rodas dentadas. A Figura 45 apresenta a distribuição de pressão e a pressão máxima geradas no contacto entre dois dentes durante o engrenamento [1].

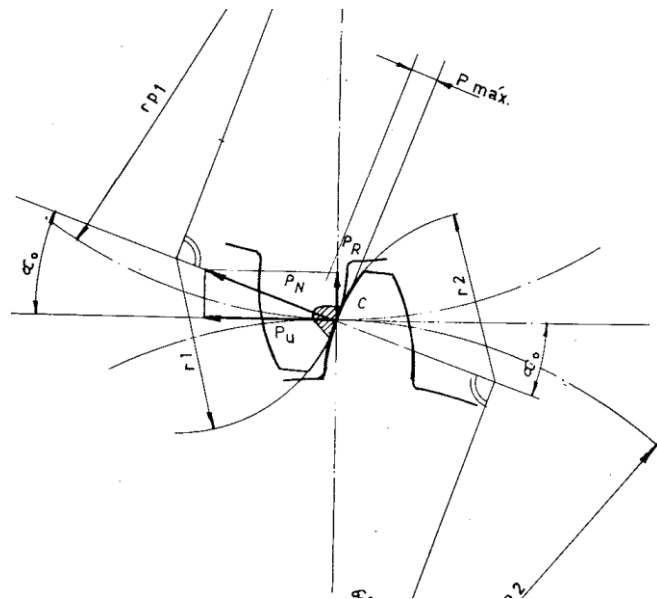


Figura 45 – Pressão superficial no dente [1].

Para efeitos de cálculo, a força tangencial não pode impor tensões de Hertz superiores à admissível do material, ou seja [2,5]:

$$\sigma_H \leq \sigma_{Hlim} \quad \text{Eq. 129}$$

A força tangencial limite, F_{tlim} (N), no diâmetro primitivo é dada por:

$$F_{tlim} = (\sigma_{Hlim})^2 \times d_1 \times b_H \times \frac{u}{u \pm 1} \times \left(\frac{K_{HL} \times Z_L \times Z_R \times Z_V \times Z_W}{Z_H \times Z_M \times Z_\epsilon \times Z_\beta} \right)^2 \times \frac{1}{K_{H\beta} \times K_V \times K_O \times S^2_H} \quad \text{Eq. 130}$$

Recorde-se que u é a razão do número de dentes na engrenagem.

A tensão de Hertz na superfície σ_H (N/mm^2) provocada pela força tangencial é obtida por:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \times b_H} \times \frac{u \pm 1}{u} \times \frac{Z_H \times Z_M \times Z_\epsilon \times Z_\beta}{K_{HL} \times Z_L \times Z_R \times Z_V \times Z_W}} \times \sqrt{K_{H\beta} \times K_V \times K_o \times S_H} \quad \text{Eq. 131}$$

Nas duas equações anteriores Eq. 130 e Eq. 131, para engrenamento exterior aplica-se o sinal “+” e para engrenamento interior o sinal “-“. Para o caso do engrenamento com cremalheira,

$$\frac{u}{u \pm 1} = 1 \quad \text{Eq. 132}$$

6.3.1. Factores de contribuição no dimensionamento pelo critério de resistência à pressão superficial

6.3.1.1. Largura dos dentes efetiva, b_H

Para efeito de cálculo da resistência à pressão superficial, a largura do dentado b_H (mm) deve ser considerada a largura efetiva de corte, ou seja, se as rodas que apresentem modificações na largura do dente, essa é a largura que deve ser considerada [5].

6.3.1.2. Fator do lubrificante, Z_L

Este fator é obtido a partir do gráfico da Figura 38 conforme descrito no capítulo 5. Este fator depende da viscosidade do material, e quanto maior for o seu valor, menor será a tensão na superfície.

6.3.1.3. Fatores obtidos com recurso às características dos materiais

Os fatores apresentados de seguida já foram analisados no capítulo 5 referente aos materiais:

- Fator da rugosidade superficial, Z_R , (gráfico da Figura 37);
- Fator do material, Z_M , (Tabela 10);
- Fator da razão de dureza, Z_W (Eq.85).

Os seguintes fatores foram também alvo de estudo no capítulo 6:

- Fator de carga dinâmica, K_V (Tabela 17);
- Fator de sobrecarga, K_O (Tabela 18).

Somente o aumento do valor do fator de razão de dureza permite o aumento da carga máxima admissível. O aumento dos fatores do material, da carga dinâmica e de sobrecarga diminuirá a carga máxima admissível.

6.3.1.4. Fator de zona, Z_H

O fator de zona Z_H é obtido pela seguinte equação:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \times \cos \beta_b \times \cos \alpha_{wt}}{\cos^2 \alpha_t \times \sin \alpha_{wt}}} = \frac{1}{\cos \alpha_t} \times \sqrt{\frac{2 \times \cos \beta_b}{\tan \alpha_{wt}}} \quad \text{Eq. 133}$$

onde,

$$\beta_b = \tan^{-1}(\tan \beta \times \cos \alpha_t) \quad \text{Eq. 134}$$

6.3.1.5. Fator da razão de condução, Z_ϵ

O fator da razão de condução para engrenagens paralelas de dentado reto é de 1,0.

6.3.1.6. Fator do ângulo de hélice, Z_β

Não havendo qualquer outra informação, este fator é normalmente considerado 1,0.

6.3.1.7. Fator de vida, K_{HL}

Este fator reflete o número de ciclos de tensão e é normalmente considerado 1,0. Se o número de ciclos é desconhecido é também considerado 1,0. No caso do número de ciclos ser conhecido, então usa-se a Tabela 19 [2,5].

Tabela 19 – Fator de vida, K_{HL} [2].

Ciclos de carga	Fator de vida
Menor do que 10^5	1.5
Aprox. 10^5	1.3
Aprox. 10^6	1.15
Acima de 10^7	1.0

6.3.1.8. Fator da velocidade de escorregamento, Z_V

Conhecendo a velocidade no círculo primitivo v em (m/s), a partir do gráfico da Figura 46 obtém-se o fator da velocidade de escorregamento [2,5].

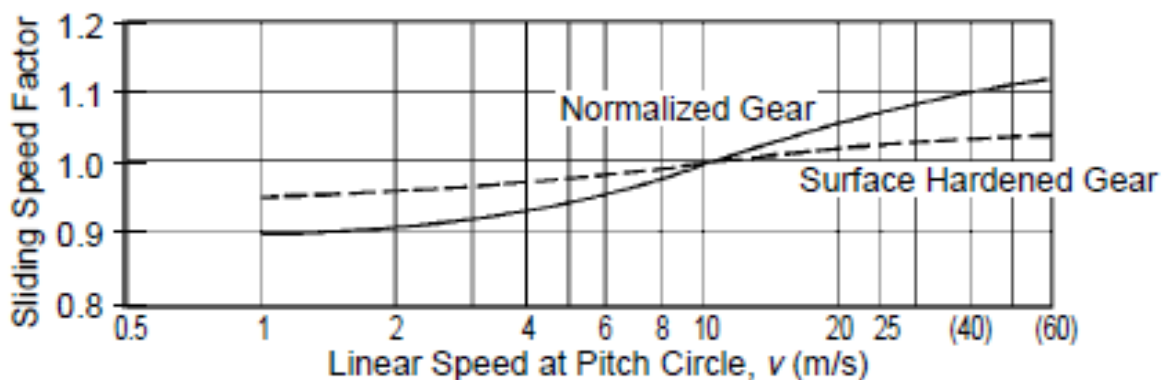


Figura 46 – Fator da velocidade de escorregamento, Z_V [2].

Portanto, quanto maior for a velocidade tangencial no diâmetro primitivo, maior será o valor do fator da velocidade de escorregamento e conseqüentemente menor será a tensão de Hertz na superfície.

6.3.1.9. Fator da distribuição de carga na face do dente, $K_{H\beta}$.

Quando a distribuição de carga na largura do dentado é mais uniforme, como por exemplo veios paralelos e apoios próximos das rodas de dentadas, este fator varia entre 1,0 a 1,2. Se for desconhecida ou não sendo a mais correta, este fator é obtido pela Tabela 20.

Tabela 20 – Fator da distribuição de carga na face do dente, $K_{H\beta}$ [2].

$\frac{b}{d_f}$	Tipo de suporte da roda dentada			
	Rolamentos nas duas extremidades			Rolamento numa só extremidade
	Roda dentada com rolamentos equidistantes	Roda dentada com rolamentos equidistantes	Roda dentada com rolamentos equidistantes	
0,2	1	1	1,1	1,2
0,4	1	1,1	1,3	1,45
0,6	1,05	1,2	1,5	1,65
0,8	1,1	1,3	1,7	1,85
1	1,2	1,45	1,85	2
1,2	1,3	1,6	2	2,15
1,4	1,4	1,8	2,1	-
1,6	1,5	2,05	2,2	-
1,8	1,8	-	-	-
2	2,1	-	-	-

6.3.1.10. Fator de segurança “pitting”, S_H .

Normalmente o fator de segurança no dimensionamento à pressão superficial usado é de 1,15.

6.3.1.11. Tensão de Hertz admissível, σ_{Hadm} .

Para determinar a tensão de Hertz admissível do material na raiz do dente, embora já tenham sido referenciados alguns materiais no capítulo 5, é necessário consultar tabelas dos fabricantes.

7. Cálculo numérico


7.1. Ferramenta de cálculo em Matlab®

A ferramenta de cálculo criada, de forma a tornar o cálculo de engrenagens mais rápido é apresentada neste capítulo. Foi gerado um código no software MatLab® com a designação ENGRECALC. Este possibilita o utilizador de, a partir da introdução de alguns dados de entrada, calcular de forma simples e rápida, engrenagens de eixos paralelos de dentado reto. Esta ferramenta foi criada com o intuito de posteriormente ser possível adicionar outros módulos, tais como, cálculo de engrenagens de dentado helicoidal, rodas cónicas (dentado reto e helicoidal).

O MatLab® é um software conhecido pela sua excelente capacidade de resolver problemas de cálculo numérico. Porém, os programas normalmente escritos têm interfaces simples, em que, só o autor que o escreveu, é que o usa. Quando o programa é feito para ser usado por muitos utilizadores, exige-se uma interface mais elaborada. O ENGRECALC foi desenvolvido a partir de um programa base já existente, criado pelo Professor Jorge Castro (Docente DEM- ISEP), gerando uma interface GUIDE, que tornou o programa muito mais fácil de utilizar e com mais funcionalidades.

7.2. Instruções de uso do ENGRECALC

Para utilizar o programa ENGRECALC, o utilizador tem duas opções:

1º- Se tiver o software MatLab® instalado, deve correr o próprio, escrever o código guide e abrir o ficheiro *base0*. Surge então no ecrã a Figura 47 ao qual o utilizador deverá pressionar o ícone  (run_figure) que faz com que o programa se inicie.

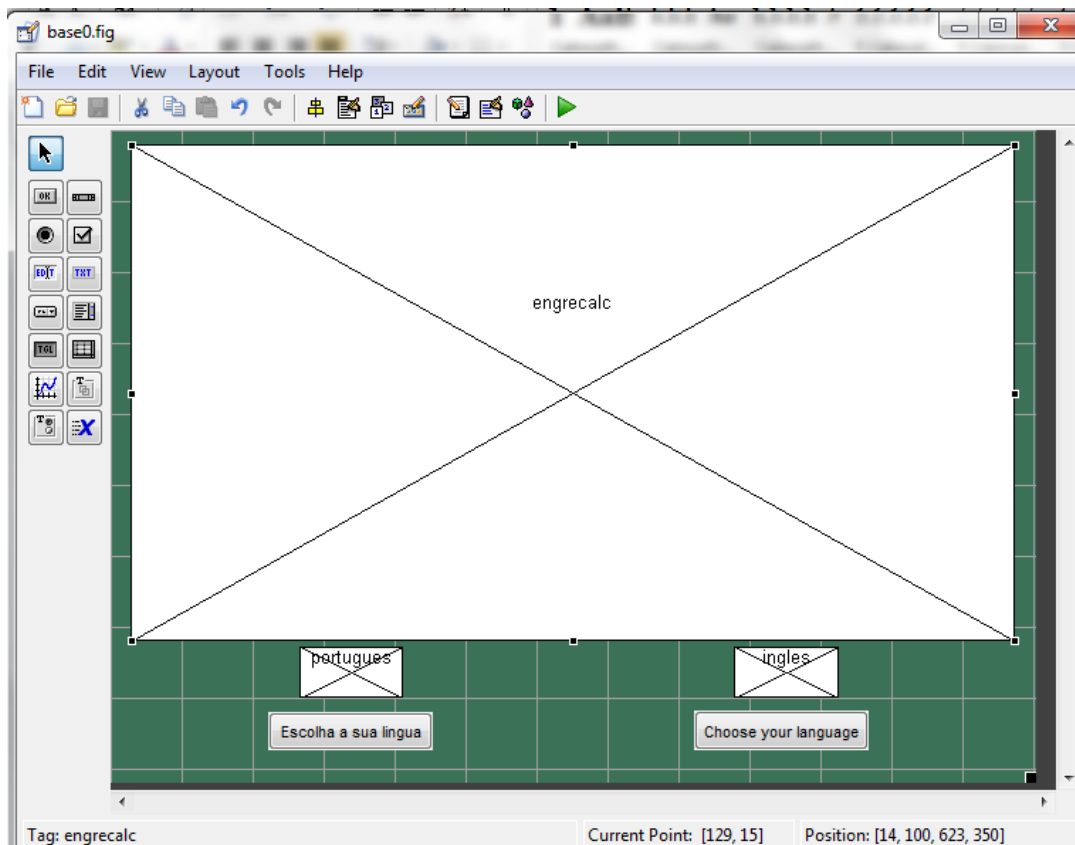


Figura 47 – Figura do início do programa ENGREALC.

Seguidamente surge o primeiro menu do programa criado conforme mostra a Figura 48. Este menu tem a possibilidade de, para prosseguir, escolher a língua em que os menus são apresentados. Como já referido anteriormente, o programa ainda não está preparado para a língua inglesa, pelo que o utilizador deverá optar pelo português.

2º- Se não tiver o *software* MatLab® instalado, deve correr o ficheiro de aplicação *MagicDisc* que automaticamente instala o compilador *MCRinstaler* que contem as bibliotecas necessárias. De seguida, o utilizador pode abrir o ficheiro executável ENGREALC o que faz que entre diretamente no menu da Figura 48.



Figura 48 – Menu base do programa ENGRECALC.

O segundo menu surge no ecrã, como mostra a Figura 49, e o utilizador fica também impossibilitado de escolher a opção dentado helicoidal. Porém, para além de poder escolher o dentado reto, pode ver a versão do programa que está a ser utilizada, tal como demonstra a Figura 50.



Figura 49 – Menu nº 2 do programa ENGRECALC.



Figura 50 – Instituição / desenvolvimento / versão do programa ENGREALC.

Após a escolha da opção *Dentado Reto*, o utilizador entra na base de cálculo de engrenagens de eixos paralelos de dentado reto conforme a Figura 51.

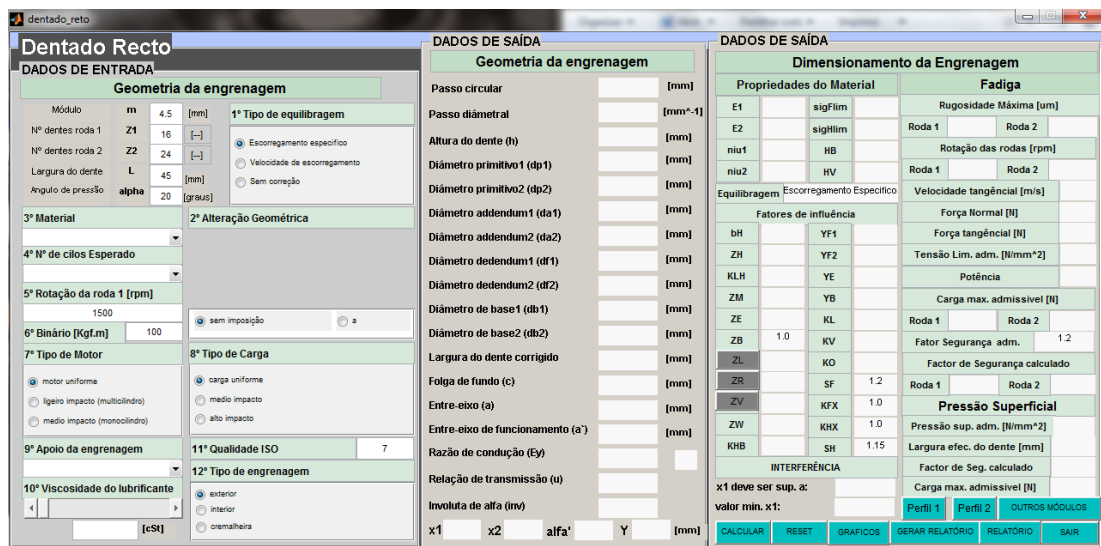


Figura 51 – Base de cálculo de engrenagens de dentado reto.

Pode-se ver, a partir da Figura 51, que o menu está dividido em três separadores. No primeiro, introdução de dados, está destinado aos dados de entrada, onde consta alguns valores de base estão colocados por defeito. O utilizador é livre de os poder alterar.

Posteriormente, ainda no mesmo separador, deve seguir os passos de 1 a 12 de forma a introduzir todos os valores necessários ao cálculo da engrenagem, sendo:

1º-Tipo de equilibragem - Por defeito encontra-se o escorregamento específico, mas o utilizador pode optar por velocidade de escorregamento ou simplesmente sem correção.

2º-Alteração geométrica - este passo depende do que for escolhido no primeiro passo ou seja, se no primeiro optar por escorregamento específico ou velocidade de escorregamento, neste, o utilizador pode, ou não, impor um entre eixo. Se escolher sem correção, neste, tem a opção de não fazer qualquer alteração geométrica, pode optar escolher um x_1 e o entre eixo, x_2 e entre eixo ou x_1 e x_2 .

3º-Material – escolha do material da engrenagem.

4º- Número de ciclos – o número de ciclos esperado da engrenagem.

5º- Rotação da roda – em rpm, a rotação da roda motora da engrenagem.

6º- Binário aplicado – o binário aplicado em Kgf.m.

7º-Tipo de motor – o tipo de motor usado na engrenagem.

8º-Tipo de carga – a carga esperada durante o engrenamento.

9º-Apoio da engrenagem – o tipo de apoio projetado para a engrenagem.

10º-Viscosidade do lubrificante – a viscosidade do lubrificante usado na engrenagem.

11º-Qualidade ISO da engrenagem – a qualidade da engrenagem segundo a norma ISO.

12º-Tipo de engrenagem – o tipo de engrenagem de dentado reto.

Note-se que o utilizador não necessita de seguir qualquer tipo de ordem na introdução dos dados e pode modifica-los a qualquer instante.

Após a introdução de todos os dados, o utilizador clica em calcular e obtém no separador da geometria da engrenagem todos os cálculos geométricos relativos ao cálculo da engrenagem. No terceiro separador obtém todos os cálculos no que diz respeito ao dimensionamento da engrenagem. Neste separador, encontra também as opções de *reset*, que faz com que apague todos os dados introduzidos e calculados, *gráficos*, em que faz com que abra uma figura onde são mostrados os gráficos elaborados pelo programa. Pode também gerar e abrir um relatório dos cálculos efetuados.

7.3. Elaboração do código de substituição dos ábacos envolvidos no cálculo de engrenagens

No presente trabalho, em capítulos anteriores, foram apresentados ábacos de suporte ao dimensionamento das engrenagens. Para a elaboração do programa ENGREALC foi necessário desenvolver códigos de substituição desses ábacos. De seguida é apresentada a forma como é que cada um desses ábacos foi substituído por código implementado no MATLAB®.

7.3.1. Código de substituição do gráfico do fator da rugosidade Z_R

A partir do ábaco representado na Figura 52, foram retirados os valores da rugosidade máxima e do fator da rugosidade, apresentados na Tabela 21, de forma a se poder construir um gráfico em Excel e seguidamente retirar as equações das curvas.

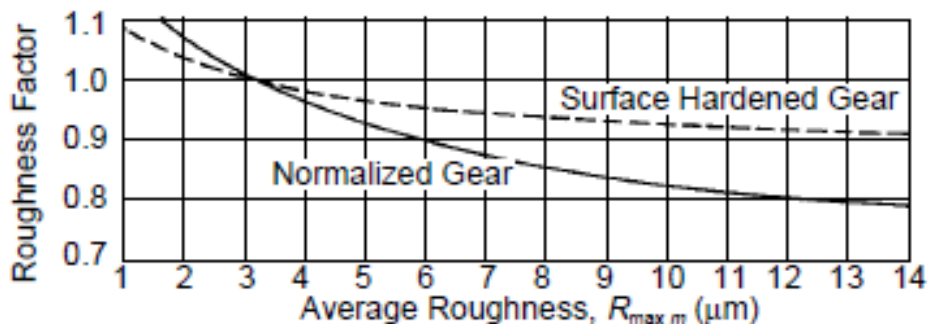


Figura 52 – Obtenção de valores do gráfico do fator da rugosidade Z_R [2].

Note-se que a curva representada como *Normalized Gear* (Roda normalizada) representa a curva que deve ser seguida se o material escolhido não tiver tratamento térmico ou endurecido na massa, e a curva *Surface Hardened Gear* (superfície da roda endurecida), se o material tiver tratamentos superficiais.

Os valores encontrados estão representados na Tabela 21:

Tabela 21 – Valores retirados do gráfico do fator da rugosidade Z_R

R_{max}	Fator Z_R	
	Roda normalizada	Superfície da roda endurecida
1	1,220	1,085
2	1,075	1,043
3	1,017	1,005
4	0,962	0,985
5	0,932	0,967
6	0,900	0,956
7	0,872	0,945
8	0,855	0,935
9	0,840	0,930
10	0,830	0,922
11	0,815	0,921
12	0,800	0,918
13	0,785	0,914
14	0,780	0,910

Com os dados apresentados, é possível refazer o gráfico e retirar as expressões a utilizar no código do programa ENGRECALC.

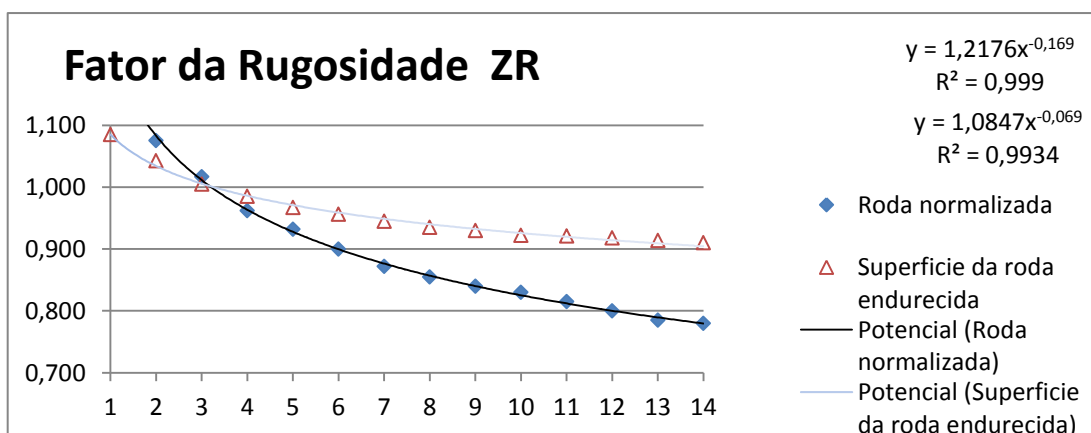


Figura 53 – Gráfico em Excel do fator da rugosidade Z_R .

Em consequência, as equações usadas para a determinação do fator da rugosidade são:

$$Z_R = 1.2176 \times R_{max}^{-0.169} \quad \text{Eq. 135}$$

$$Z_R = 1.0847 \times R_{max}^{-0.069} \quad \text{Eq. 136}$$

Para roda normalizada e superfície da roda endurecida respectivamente.

7.3.2. Código de substituição do gráfico do fator do lubrificante Z_L .

A partir do ábaco representado na Figura 54, foram retirados os valores da viscosidade cinemática do lubrificante à temperatura de 50°C e do fator do lubrificante. Estes valores estão apresentados na Tabela 22.

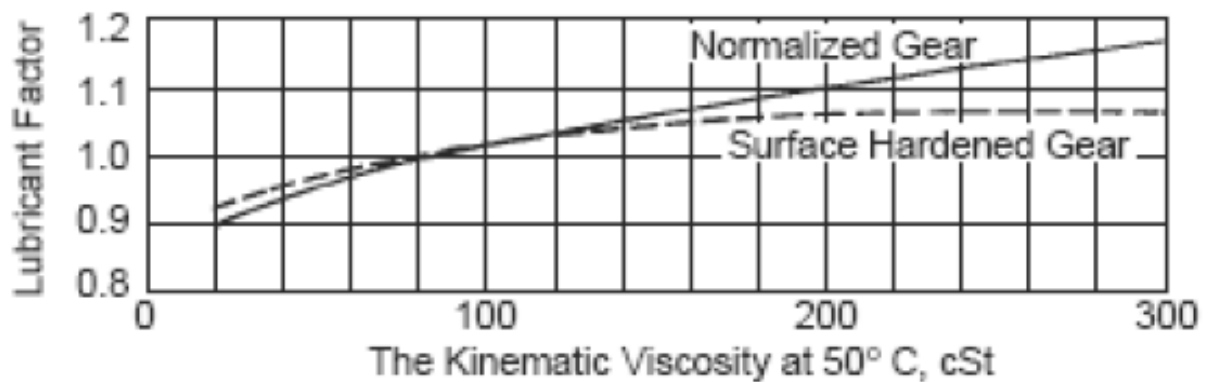


Figura 54 – Obtenção de valores do gráfico do fator do lubrificante Z_L [2].

Tabela 22 – Valores retirados do gráfico do fator do lubrificante Z_L .

Viscosidade	Fator Z_L	
	Roda normalizada	Superfície da roda endurecida
20	0,900	0,930
40	0,940	0,960
60	0,970	0,980
80	1,000	1,000
100	1,020	1,018
120	1,040	1,030
140	1,060	1,035
160	1,075	1,040
180	1,090	1,047
200	1,110	1,053
220	1,120	1,055
240	1,130	1,056
260	1,140	1,059
280	1,150	1,062
300	1,160	1,063

Com estes valores, foi construído um gráfico em Excel tal como mostra a Figura 55.

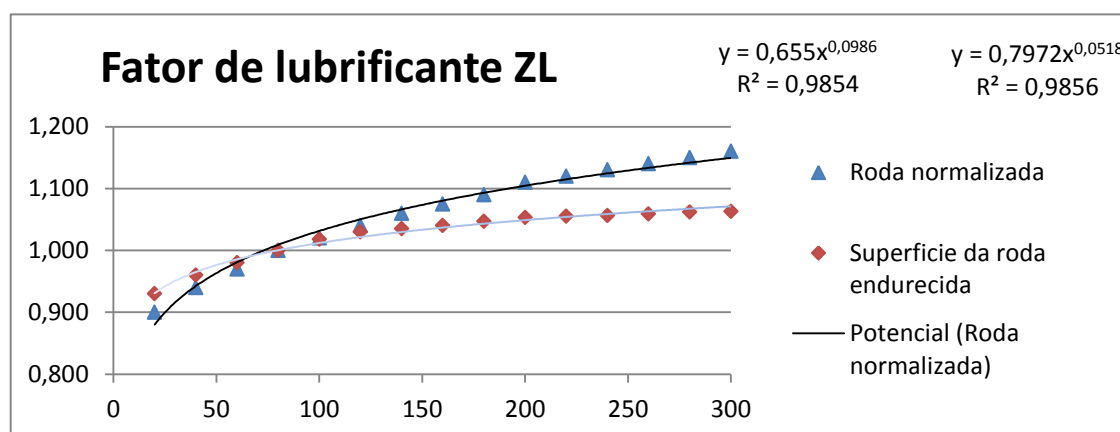


Figura 55 – Gráfico em Excel do fator do lubrificante Z_L [2].

Seguidamente, são escritas as equações utilizadas no programa ENGREALC retiradas a partir do gráfico da Figura 55.

$$Z_L = 0.655 \times visc^{0.0986} \quad \text{Eq. 137}$$

$$Z_L = 0.7972 \times visc^{0.0518} \quad \text{Eq. 138}$$

7.3.3. Código de substituição do gráfico do fator da velocidade de escorregamento, Z_V

A partir do ábaco representado na Figura 56, foram retirados os valores da velocidade linear no círculo primitivo e do fator da velocidade de escorregamento. Estes valores estão apresentados na Tabela 23.

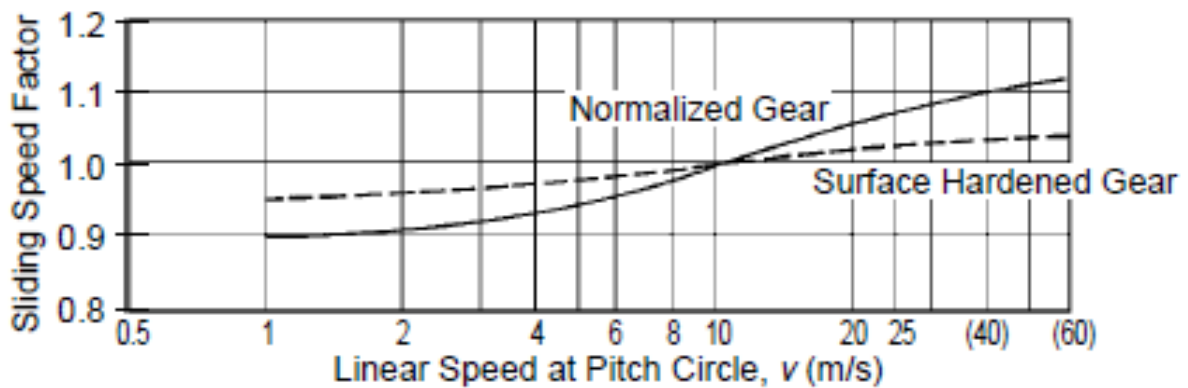


Figura 56 – Obtenção de valores do gráfico do fator da velocidade de escorregamento Z_V [2].

Tabela 23 – Valores retirados do gráfico do fator da velocidade de escorregamento Z_v .

v_t	Fator Z_v	
	Roda normalizada	Superfície da roda endurecida
1	0,900	0,950
2	0,910	0,960
3	0,930	0,965
4	0,940	0,970
5	0,950	0,975
6	0,960	0,980
8	0,980	0,988
10	1,000	1,000
20	1,060	1,020
25	1,075	1,030
30	1,085	1,037
40	1,100	1,040
50	1,110	1,043
60	1,115	1,044

Com estes valores, foi construído um gráfico em Excel, representado pela Figura 57, e seguidamente retiradas as equações das curvas usadas no programa ENGRECALC.

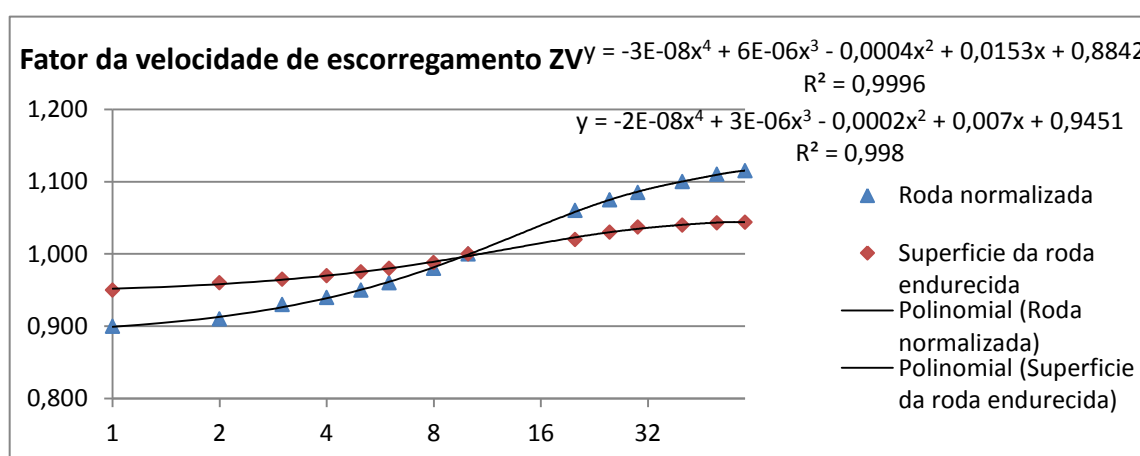


Figura 57 – Gráfico em Excel do fator da velocidade de escorregamento Z_v .

$$Z_V = -3 \times 10^{-8} \times V_t^4 + 6 \times 10^{-6} \times V_t^3 - 4 \times 10^{-3} \times V_t^2 + 0,0153 \times V_t + 0,8842 \quad \text{Eq. 139}$$

$$Z_V = -2 \times 10^{-8} \times V_t^4 + 3 \times 10^{-6} \times V_t^3 - 2 \times 10^{-3} \times V_t^2 + 0,007 \times V_t + 0,9451 \quad \text{Eq. 140}$$

7.3.4. Código de substituição do gráfico do fator de forma Y_F .

As equações obtidas a partir do ábaco representado na Figura 58 para a determinação do fator de forma Y_F foram conseguidas através do mesmo conceito que os fatores já apresentados. Porém, é evidente que estas equações são mais difíceis de obter, já que o fator de forma é obtido em função do número de dentes equivalente (Z_V) e da correção (x) da roda em causa que, analisando o gráfico, pode variar de -0,5 a 1,0 com incrementos de 0,1. Assim, foram escolhidas algumas das curvas do gráfico do fator de forma Y_F de forma a representar toda a amplitude de x [-0,5;1,0].

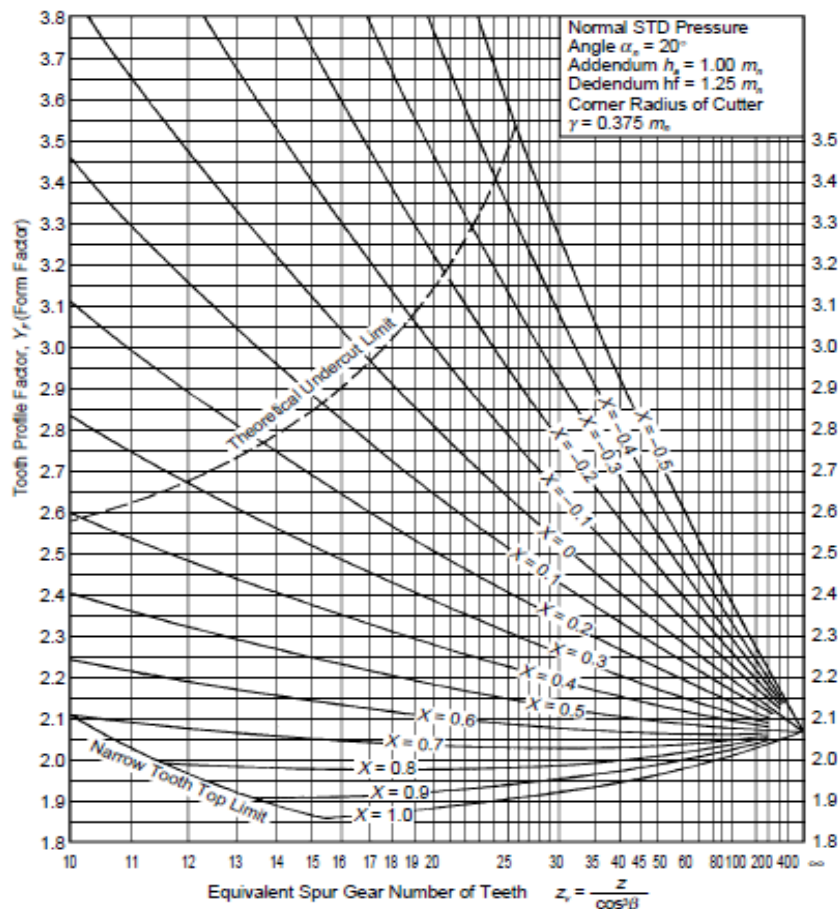


Figura 58 – Obtenção de valores do gráfico do fator de forma Y_F [2].

A Tabela 24 apresenta os pontos escolhidos do gráfico do fator de forma em função da correção do dentado e do número de dentes das curvas escolhidas.

Tabela 24 – Valores escolhidos para obtenção das equações do Y_F .

Z_V	$x=-0.5$	$x=-0.2$	$x=0$	$x=0.5$	$x=0.7$	$x=1$
10			3,9	2,405	2,11	
11			3,65	2,365	2,095	
12			3,475	2,325	2,08	
13			3,33	2,295	2,07	
14			3,22	2,275	2,06	
15		3,73	3,125	2,25	2,056	
16		3,6	3,04	2,235	2,05	1,865
17		3,475	2,97	2,22	2,045	1,87
18		3,39	2,91	2,21	2,042	1,875
19		3,3	2,855	2,19	2,039	1,88
20		3,23	2,81	2,185	2,036	1,885
25	3,58	2,95	2,64	2,15	2,033	1,905
30	3,26	2,775	2,525	2,13	2,03	1,925
50	2,75	2,47	2,345	2,1	2,035	1,97
100	2,38	2,26	2,195	2,08	2,05	2,015
250	2,075	2,075	2,075	2,075	2,075	2,075

A partir da representação do número de dentes em escala logarítmica e os valores escolhidos da correção, foi possível determinar uma curva polinomial para cada correção. Para cada curva, aproximou-se uma função do tipo:

$$Y_F = C_1 + C_2 \times \ln Z + \frac{C_3}{\ln Z} \quad \text{Eq. 141}$$

Tomando como exemplo a linha da correção de $x=-0.5$, a Tabela 25 mostra os valores escolhidos de Y_F para essa correção, a escala logarítmica do número de dentes, e a função f que permite a obtenção das constantes C_1 , C_2 e C_3 .

Tabela 25 – Geração de curvas do fator de forma Y_F .

z_v	$x=-0.5$	$\log Z$	f1	f2	F	dif1	sum	520,49	
10		2,303	-3,118	8,671	5,553				
11		2,398	-3,071	8,327	5,256				C1 -4,251
12		2,485	-3,028	8,035	5,007				C2 0,492
13		2,565	-2,989	7,784	4,796				C3 19,967
14		2,639	-2,952	7,566	4,613				
15		2,708	-2,918	7,373	4,455				
16		2,773	-2,887	7,201	4,315				
17		2,833	-2,857	7,047	4,191				
18		2,89	-2,829	6,908	4,079				
19		2,944	-2,802	6,781	3,979				
20		2,996	-2,777	6,665	3,888				
25	3,58	3,219	-2,667	6,203	3,536	151,024			
30	3,26	3,401	-2,577	5,87	3,293	103,846			
50	2,75	3,912	-2,326	5,104	2,778	104,133			
100	2,38	4,605	-1,985	4,336	2,351	148,738			
250	2,075	5,521	-1,534	3,616	2,082	12,745			

O gráfico da Figura 59 representa os pontos escolhidos no gráfico do fator de forma Y_F para a correção de $x=-0,5$ e a curva gerada pela função f .

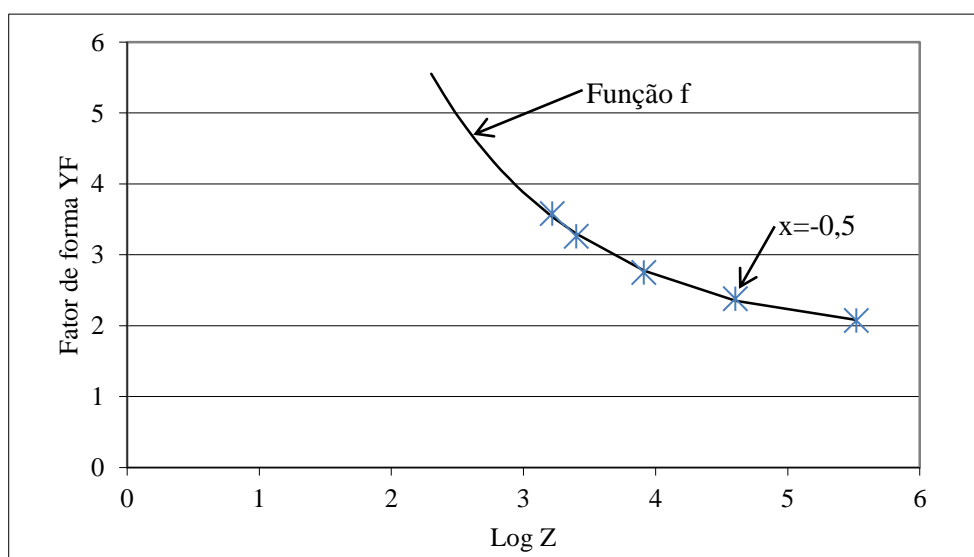


Figura 59 – Curva gerada a partir do número de dentes da correção $x=-0.5$.

Foi então possível obter cada uma das constantes C1, C2 e C3 em função do x escolhido. As constantes obtidas estão representadas na Tabela 26.

Tabela 26 – Constantes obtidas para fator de forma Y_F .

x	-0,5	-0,2	0	0,5	0,7	1
C1	-4,2512	-3,6969	-2,8173	0,78196	1,33816	1,92611
C2	0,49215	0,52022	0,4789	0,13866	0,09322	0,04377
C3	19,9667	16,1389	12,6446	2,97541	1,26611	-0,5122

A Figura 60 representa as curvas geradas a partir do número de dentes e das funções que contêm as constantes para cada correção escolhida.

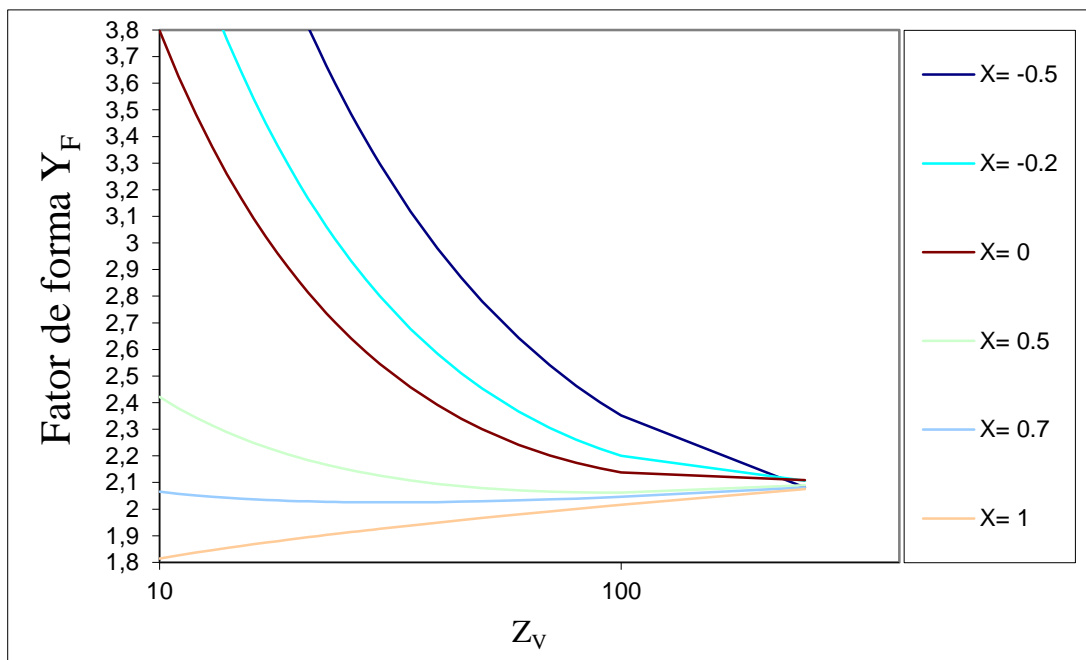


Figura 60 – Curvas geradas a partir do número de dentes e das funções que albergam as constantes.

Com as constantes de cada curva escolhida calculada para cada x, foram aproximadas funções a polinômios de 3º grau que permitem a obtenção do fator de forma Y_F a partir da escolha de uma qualquer correção.

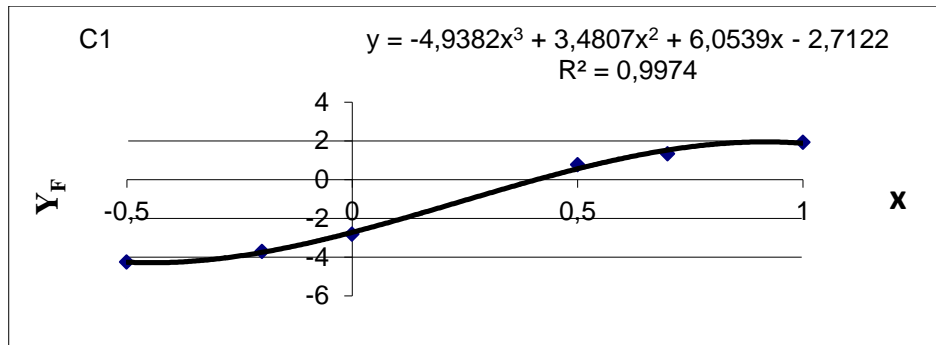


Figura 61 – Obtenção da constante C1 para equação do Y_F .

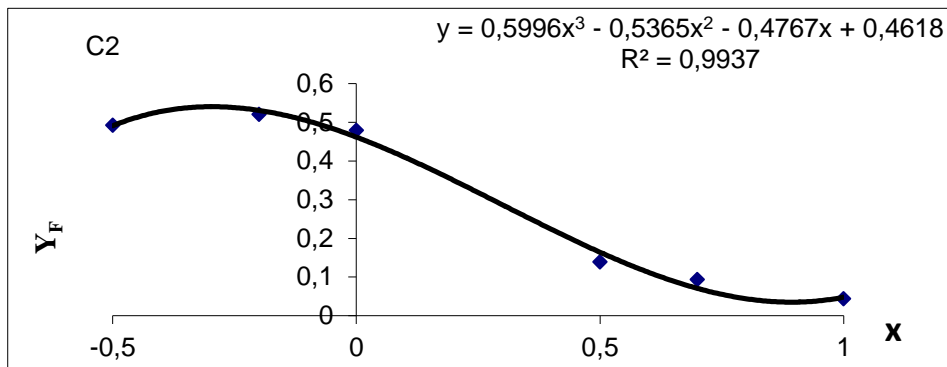


Figura 62 – Obtenção da constante C2 para equação do Y_F .

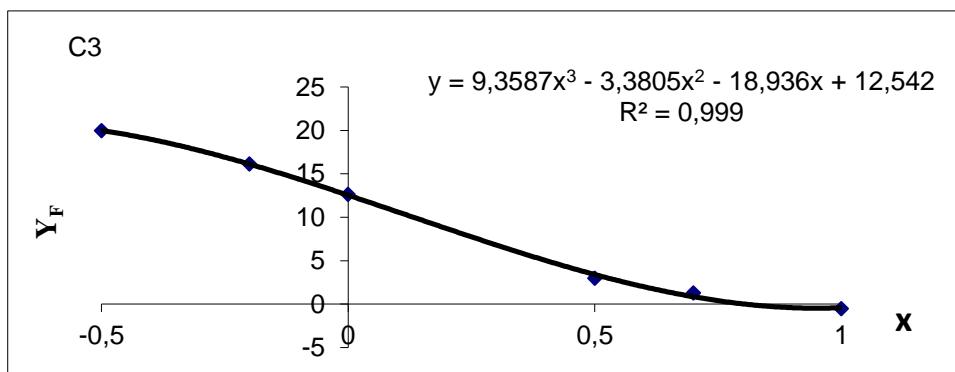


Figura 63 – Obtenção da constante C3 para equação do Y_F .

E, retiradas as equações a colocar no programa ENGREGALC:

$$C_1 = -4,9382 \times x^3 + 3,4807 \times x^2 + 6,0539 \times x - 2,7122 \quad \text{Eq. 142}$$

$$C_2 = 0,5996 \times x^3 - 0,5365 \times x^2 - 0,4767 \times x + 0,4618 \quad \text{Eq. 143}$$

$$C_3 = 9,3587 \times x^3 - 3,3805 \times x^2 - 18,93 \times x + 12,542 \quad \text{Eq. 144}$$

$$Z_V = \frac{Z}{\cos\left(\frac{\alpha \times \pi}{180}\right)^3} \quad \text{Eq. 145}$$

Onde, para a roda 1 $z=z_1$ e $x=x_1$ e para a roda 2 $z=z_2$ e $x=x_2$.

Porém, estas equações não limitam os fatores de forma máximos e mínimos em determinadas zonas do gráfico. Para tal, foi necessário criar duas novas equações e introduzi-las no programa. A partir dos valores encontrados nos gráficos reproduziu-se as curvas para o máximo e mínimo valor do fator de forma Y_F .

A Tabela 27 representa os valores retirado a partir do gráfico do fator de forma para os valores de limite mínimo.

Tabela 27 – Valores retirados para o limite mínimo do fator de forma Y_F .

Z_V	Fator de Forma Y_F
10	2,10
11	2,03
12	1,97
13	1,92
14	1,89
15	1,86
16	1,84

Em consequência, gerado o gráfico apresentado na Figura 64 que representa a curva que limita o valor mínimo do fator de forma Y_F .

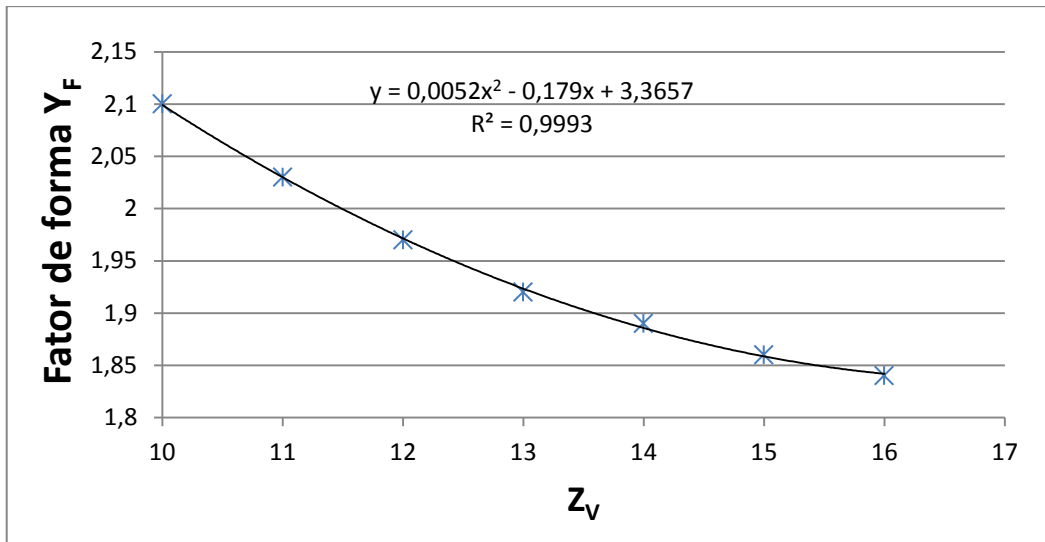


Figura 64 – Limite mínimo do fator de forma Y_F .

A Tabela 28 representa os valores retirado a partir do gráfico do fator de forma para os valores de limite máximo.

Tabela 28 – Valores retirados para o limite máximo do fator de forma Y_F .

Z_V	Fator de Forma Y_F
10	2,58
11	2,62
12	2,65
13	2,70
14	2,76
15	2,82
16	2,87
17	2,93
18	2,99
19	3,05
20	3,12
25	3,50

Em consequência, gerado o gráfico apresentado na Figura 65 que representa a curva que limita o valor máximo do fator de forma Y_F .

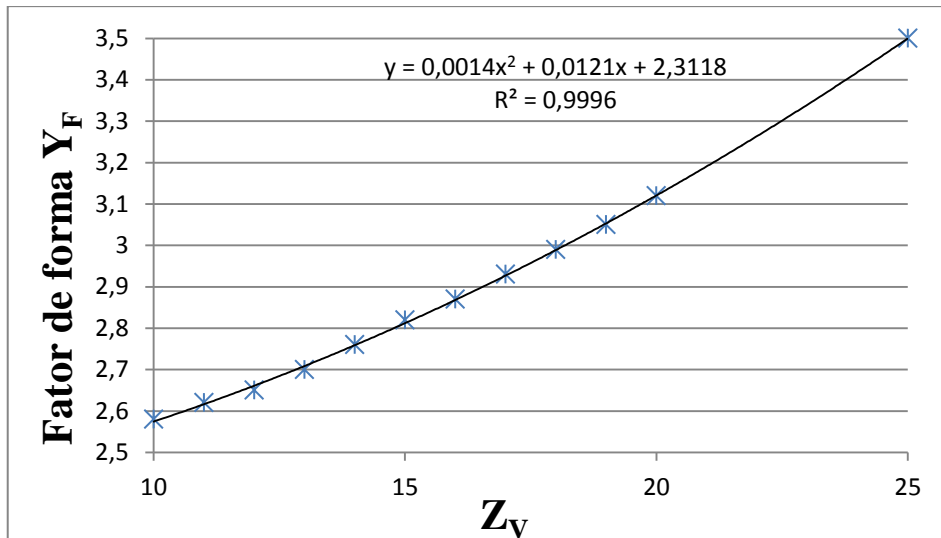


Figura 65 – Limite máximo do fator de forma Y_F .

$$YF_{min} = 0,0052 \times x^2 - 0,179 \times x + 3,3657 \quad \text{Eq. 146}$$

$$YF_{max} = 0,0014 \times x^2 + 0,0121 \times x + 2,31187 \quad \text{Eq. 147}$$

Assim, juntando as equações obtidas das curvas das correções com as curvas do limite mínimo e máximo, obtém-se o gráfico do fator de forma Y_F representado na Figura 66.

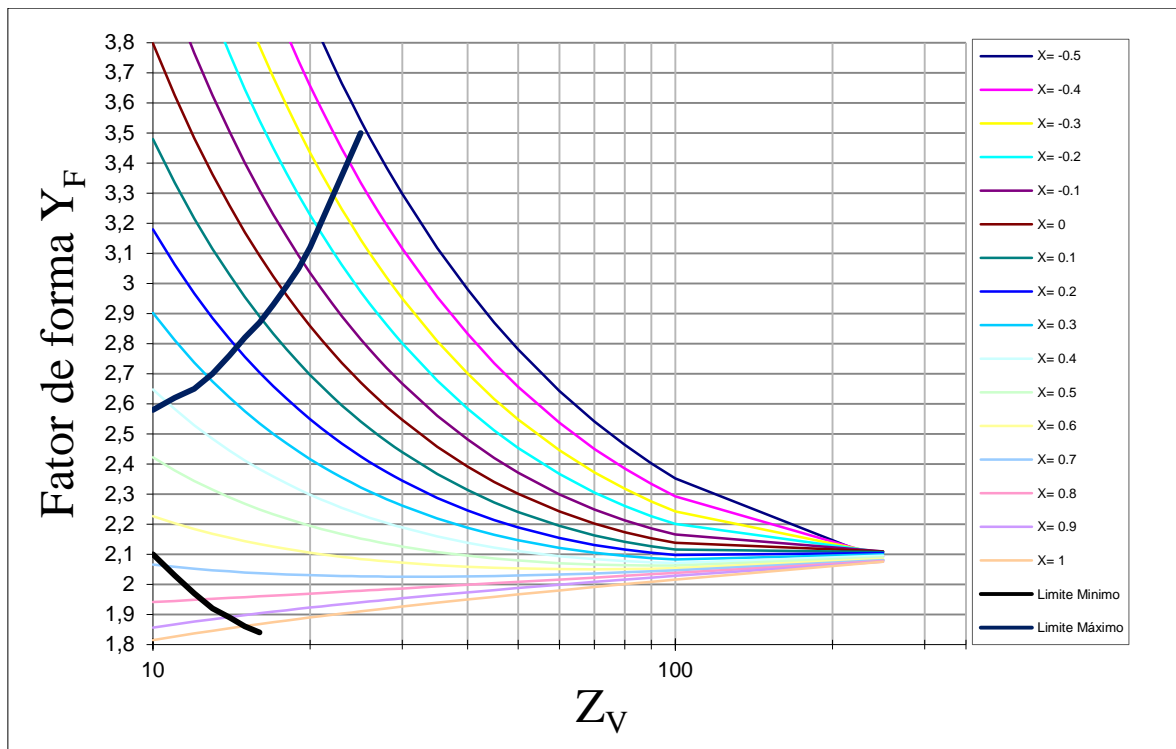


Figura 66 – Gráfico do fator de forma Y_F gerado pelo programa ENGREALC.

Para verificar o erro de cálculo do fator de forma no programa ENGREALC em relação ao ábaco original, foram escolhidos os números de dentes de 12, 20, 40 e 60 e feitas as respectivas leituras do fator de forma para todas as correções representadas no gráfico da Figura 67. Note-se que a escolha do número de dentes e das correções, teve como objetivo, fazer a leitura da maior parte das zonas do gráfico.

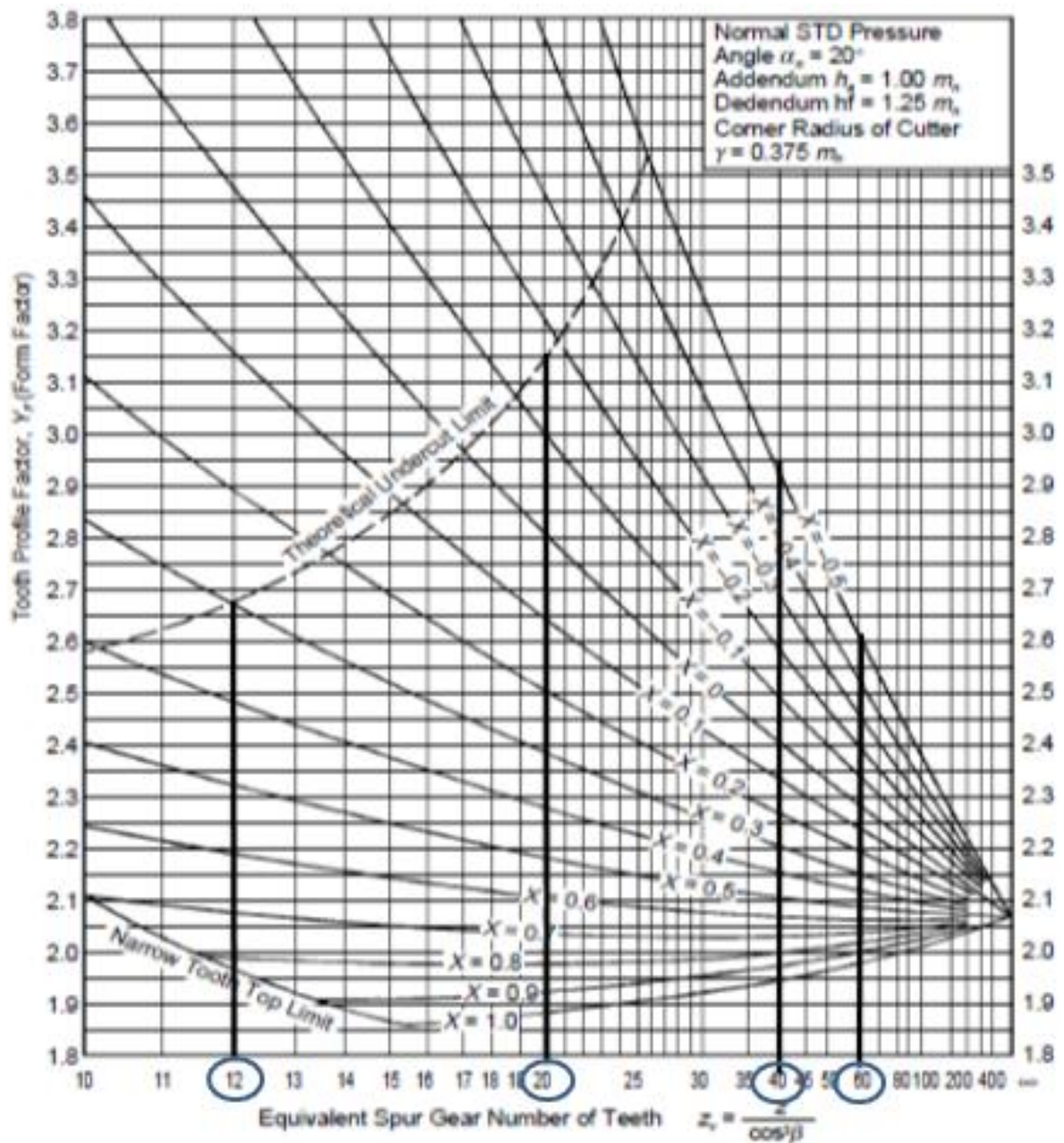


Figura 67 – Erro de cálculo do fator de forma no programa ENGRCALC.

A Tabela 29 representa os valores retirados do fator de forma Y_F a partir do programa ENGRCALC e da leitura do gráfico da figura 67 de forma a poder comparar os dois valores. Pode-se verificar que o maior erro não passa dos 2,09%, sendo o menor valor nulo.

Tabela 29 – Erro de cálculo do fator de forma no programa ENGREALC.

Correção	ENGREALC				Gráfico fator de forma Y_F				Erro (%) Z12	Erro (%) Z20	Erro (%) Z40	Erro (%) Z60
	Z12	Z20	Z40	Z60	Z12	Z20	Z40	Z60				
	YF	YF	YF	YF	YF	YF	YF	YF				
-0,5	2,65	3,11	2,98	2,64	2,67	3,15	2,93	2,63	0,75	1,17	1,64	0,38
-0,4	2,65	3,11	2,83	2,54	2,67	3,15	2,80	2,54	0,75	1,17	1,10	0,16
-0,3	2,65	3,11	2,70	2,44	2,67	3,15	2,68	2,46	0,75	1,17	0,70	0,65
-0,2	2,65	3,11	2,58	2,37	2,67	3,15	2,58	2,40	0,75	1,17	0,12	1,42
-0,1	2,65	3,03	2,48	2,30	2,67	3,00	2,48	2,34	0,75	1,12	0,00	1,79
0,0	2,65	2,86	2,39	2,24	2,67	2,82	2,41	2,28	0,75	1,30	0,79	1,71
0,1	2,65	2,70	2,31	2,19	2,67	2,64	2,33	2,23	0,75	2,04	0,73	1,61
0,2	2,65	2,55	2,25	2,15	2,67	2,52	2,27	2,20	0,75	1,10	1,10	2,09
0,3	2,65	2,42	2,19	2,12	2,67	2,37	2,21	2,15	0,75	1,90	1,04	1,35
0,4	2,52	2,30	2,14	2,09	2,48	2,28	2,16	2,12	1,70	0,78	1,02	1,23
0,5	2,34	2,20	2,10	2,07	2,33	2,18	2,11	2,08	0,60	0,68	0,71	0,43
0,6	2,19	2,11	2,06	2,05	2,19	2,12	2,07	2,06	0,23	0,66	0,53	0,44
0,7	2,05	2,03	2,03	2,03	2,07	2,04	2,04	2,04	0,82	0,44	0,64	0,34
0,8	1,97	1,97	2,00	2,02	1,99	1,97	1,99	2,02	1,21	0,00	0,45	0,15
0,9	1,97	1,92	1,97	2,00	1,97	1,93	1,97	2,00	0,20	0,31	0,20	0,00
1,0	1,97	1,89	1,95	1,98	1,97	1,87	1,95	1,97	0,20	1,11	0,00	0,56

7.3.5. Equilibragem do escorregamento específico

O escorregamento específico, num dado ponto de contato de dois perfis conjugados, resultam das razões entre a velocidade de escorregamento dos perfis aparentes e a velocidade de rolamento de cada perfil na direção da tangente comum nesse mesmo ponto. Esta característica é um fator preponderante no desgaste dos dentes. O programa ENGREALC está preparado para equilibrar o escorregamento específico de forma a minimizar o desgaste da roda e do pinhão determinando as correções de dentado (e/ou entre eixo) que permitem minimizar em valor absoluto g_{s1} e g_{s2} .

Embora o código analise vários pontos da linha de engrenamento, para efeitos da equilibragem do escorregamento específico é apenas necessário determinar a diferença entre o ponto de início de engrenamento (A) onde o escorregamento específico é máximo

para o pinhão (g_{s1A}) e o ponto de fim do engrenamento (B) onde escorregamento específico é máximo para a roda (g_{s2B}). Fazendo variar a correção do pinhão e determinando valores compatíveis de correção para a roda e/ ou para o entre eixo, dependendo da escolha do utilizador do programa, são obtidos os valores para os quais o valor absoluto de g_{s1A} é igual ao valor absoluto de g_{s2B} . Ao fazer o equilíbrio dos escorregamentos implica também que os valores obtidos são os mínimos possíveis. A Figura 68 mostra os escorregamentos específicos com e sem equilibragem quer desenhados manualmente, de forma a mostrar como é feita a equilibragem, quer gerados pelo programa ENGREALC.

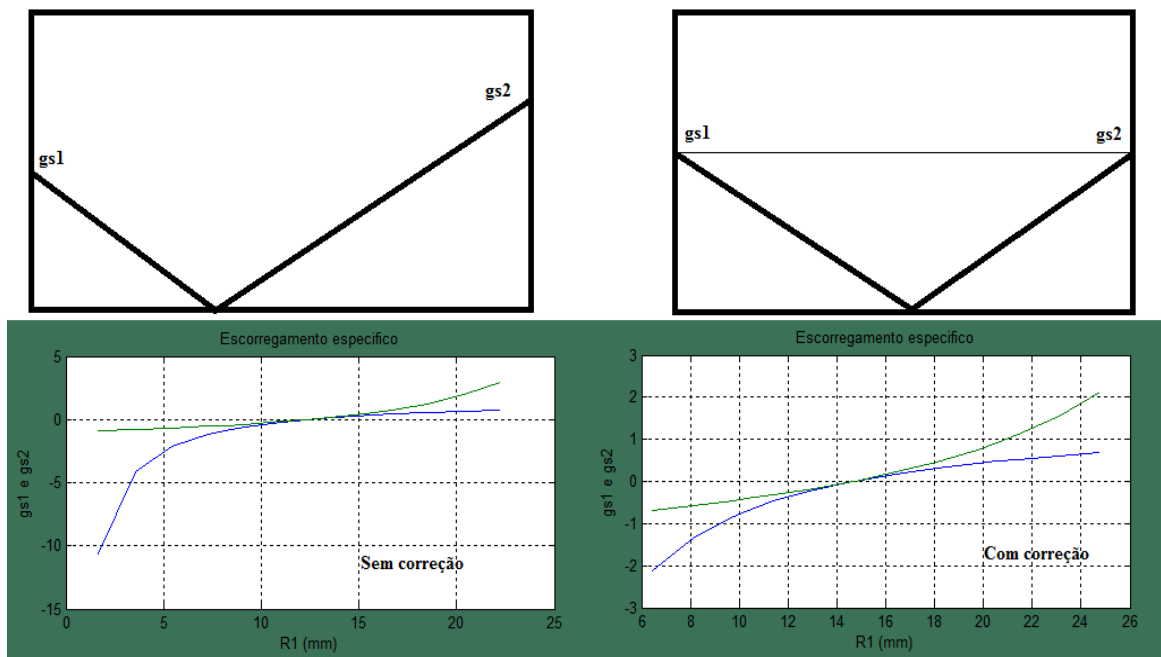


Figura 68 – Equilibragem do escorregamento específico.

De forma a verificar se o código relativo ao escorregamento específico está a efetuar o cálculo corretamente, o utilizador pode aceder à análise da sua variação clicando em ‘outros módulos’. Após a abertura do novo separador, e clicando em ‘escorregamento específico’ conforme indicam as Figuras 69 e 70.

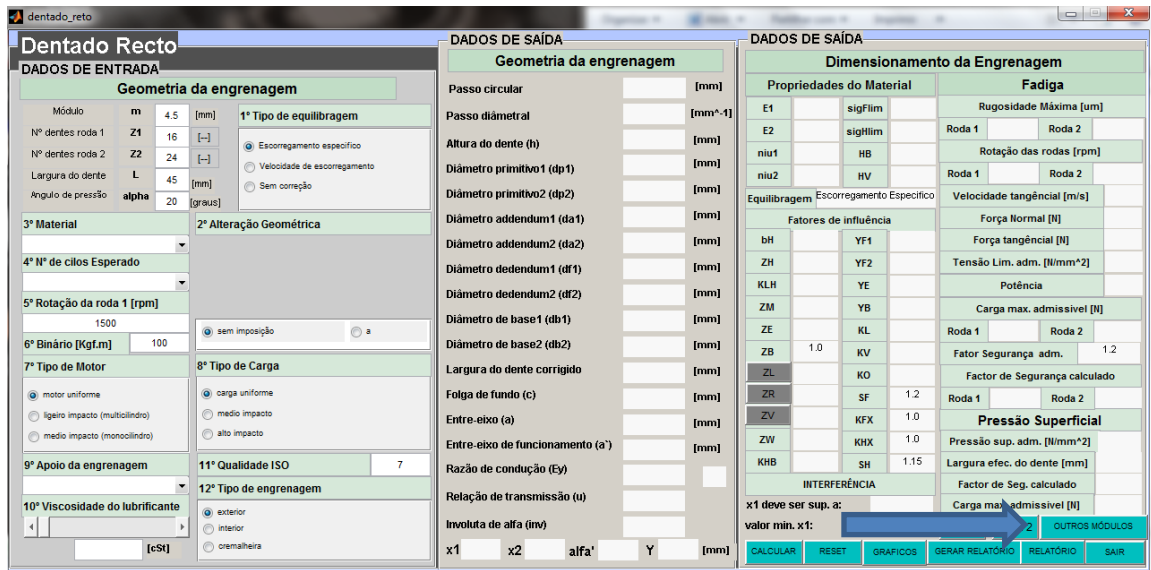


Figura 69 – Utilização do separador ‘outros módulos’.



Figura 70 – Equilibragem do escorregamento específico no ENGRECALC.

Seguidamente, abre-se uma nova janela onde se pode escolher o módulo, o ângulo de pressão e os desvios x_1 e x_2 .

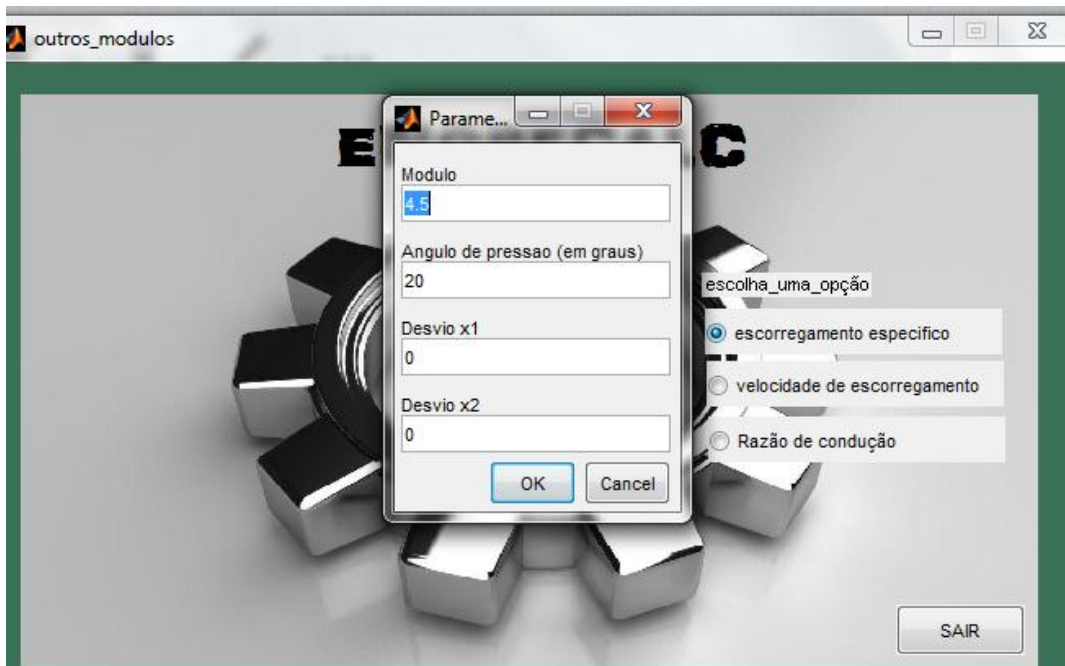


Figura 71 – Escolha de parâmetros para geração do gráfico do escorregamento específico.

Tomando como valores de referência de módulo de 4,5 mm e ângulo de pressão de 20°, o programa gera uma folha de cálculo do Excel com um gráfico da equilibragem do escorregamento específico.

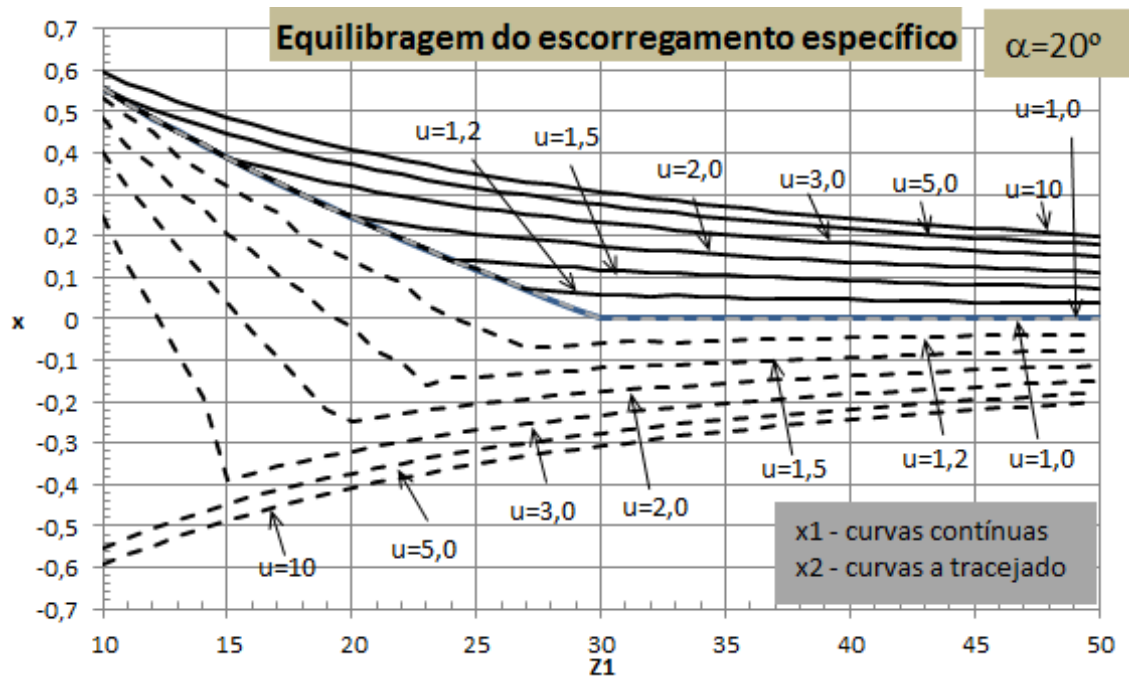


Figura 72 – Gráfico gerado por ENGREGALC para equilibragem do escorregamento específico com ângulo de pressão de 20°.

O gráfico gerado pelo programa é semelhante ao gráfico de Henriot da Figura 35 [6] apresentado no capítulo 4, onde se pode verificar a correção x_1 e x_2 do pinhão e da roda respetivamente, de forma a minimizar o escorregamento específico em função do número de dentes do pinhão e da razão de condução. Note-se também que o programa permite ao utilizador fazer outro tipo de análises, como por exemplo, mudando o ângulo de pressão de 20° para 18° tal como demonstra a Figura 73.

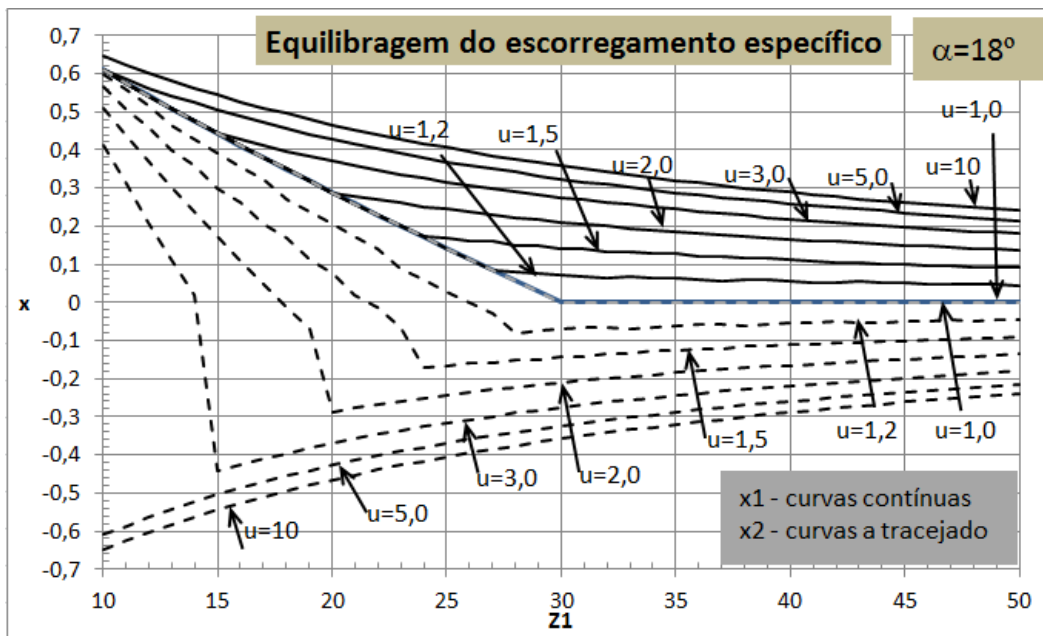


Figura 73 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilíbrio do escorregamento específico com ângulo de pressão de 18° .

7.3.6. Equilíbrio da velocidade de escorregamento

A velocidade de escorregamento num ponto da linha de engrenamento resulta da diferença de velocidades entre o pinhão e a roda na direção da tangente comum nesse mesmo ponto de contacto. Embora não tenha uma utilização muito significativa ao contrário da equilíbrio do escorregamento específico, é utilizado sobretudo quando o desgaste ocorre sob a forma de gripagem [12]. O programa ENGREALC está preparado para equilibrar a velocidade de escorregamento de forma a minimizar o desgaste da roda e do pinhão determinando os desvios que permitem minimizar em valor absoluto V_{S1} e V_{S2} .

Tal como acontece para o escorregamento específico, e embora o código analise vários pontos da linha de engrenamento, para efeitos da equilibragem de escorregamento é apenas necessário determinar a diferença entre o ponto de início de engrenamento (A) onde a velocidade de escorregamento é máxima para o pinhão (V_{1A}) e o ponto de fim do engrenamento (B) onde a velocidade de escorregamento é máxima para a roda (V_{2B}). Fazendo variar a correção do pinhão e determinando valores compatíveis de correção para a roda, são obtidos os valores para os quais o valor absoluto de V_{S1A} é igual ao valor absoluto de V_{S2B} . Ao fazer o equilíbrio das velocidades escorregamentos implica também que os valores obtidos são os mínimos possíveis.

De forma a verificar se o código relativo à velocidade de escorregamento está a proceder ao cálculo conforme o esperado, o utilizador pode aceder à geração deste parâmetro e consequentemente ao gráfico clicando em ‘outros módulos’. Após a abertura do novo separador clicando em ‘velocidade de escorregamento’, conforme indica a Figura 69 e 70, poderá aceder aos gráficos pretendidos. Tomando como um exemplo, uma engrenagem em que o ângulo de pressão de 20° , o utilizador pode verificar a correção de dentado pela equilibragem da velocidade de escorregamento. Nota-se que se Z_1 for inferior a 15 dentes, as correções aumentam drasticamente. Isto porque a partir deste ponto existe interferência e as correções para evitar a interferência são sobrepostas às obtidas pela equilibragem da velocidade de escorregamento.

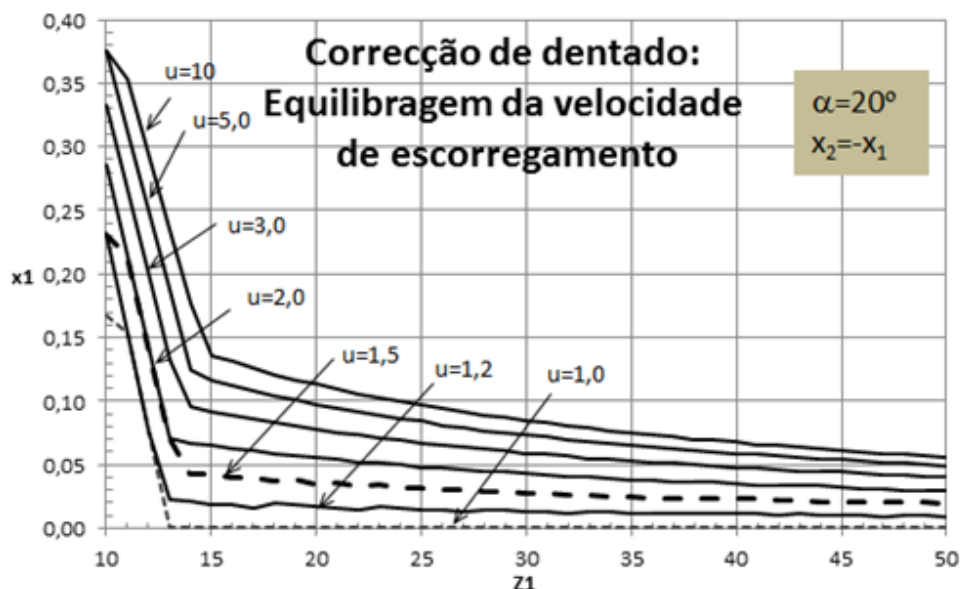


Figura 74 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilibragem da velocidade de escorregamento com ângulo de pressão de 20° .

Como o número mínimo de dentes de uma roda para que não ocorra interferência depende do ângulo de pressão, e sabendo que quanto maior for esse ângulo, menor será o número mínimo de dentes para não ocorrer interferência, o utilizador pode verificar tal fato se na introdução de dados colocar por exemplo um ângulo de 23° . A Figura 75 mostra a geração do gráfico para a equilibragem da velocidade de escorregamento com um ângulo de 23° . Como era de esperar e como se pode ver pela Figura 75, a interferência diminuiu. Pode-se verificar que a interferência ocorre com um número inferior a 13 dentes.

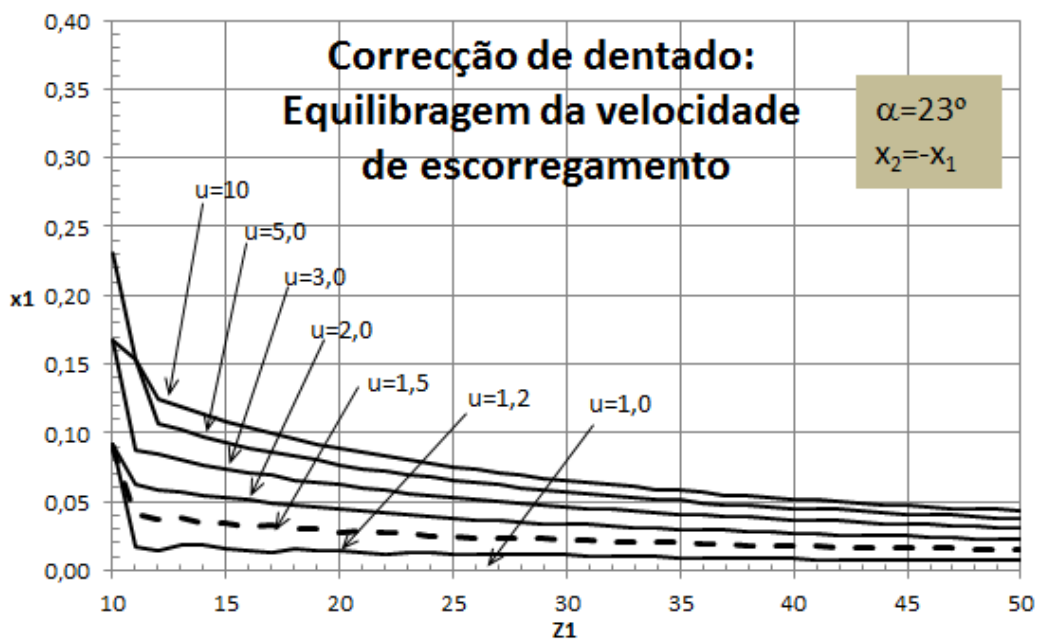


Figura 75 – Gráfico gerado por ENGREALC para equilibragem da velocidade de escorregamento com ângulo de pressão de 23° .

A Figura 76 representa a correção do dentado pela equilibragem da velocidade de escorregamento com um ângulo de 24° . Verifica-se agora que o número mínimo de dentes para que não ocorra interferência é de 12. Portanto, com o programa ENGREALC pode-se deduzir que quanto maior o ângulo de pressão, menor é o número mínimo de dentes para que não ocorra interferência. A Figura 77 representa a correção do dentado pela equilibragem da velocidade de escorregamento com um ângulo de 25° , podendo-se verificar que deixa de existir interferência. Obviamente, como o ângulo de pressão mudou, a própria geometria da engrenagem foi modificada, pelo que não significa que o fato de não haver interferência se deva somente ao aumento do ângulo de pressão.

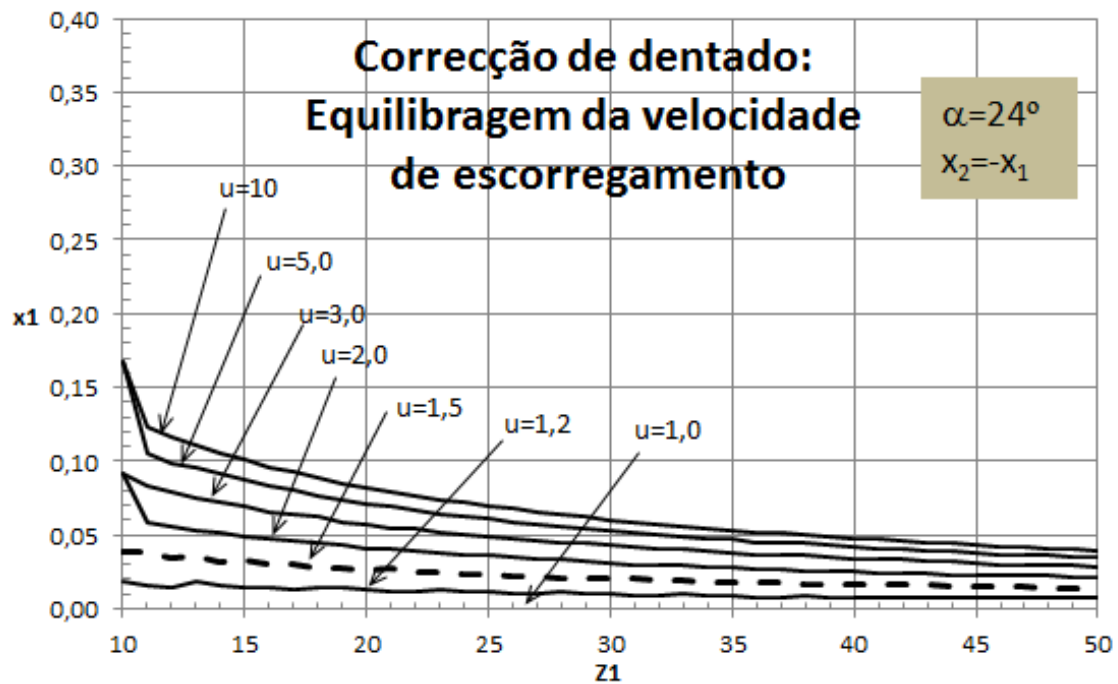


Figura 76 – Gráfico gerado por ENGREGALC para equilibragem da velocidade de escorregamento com ângulo de pressão de 24°.

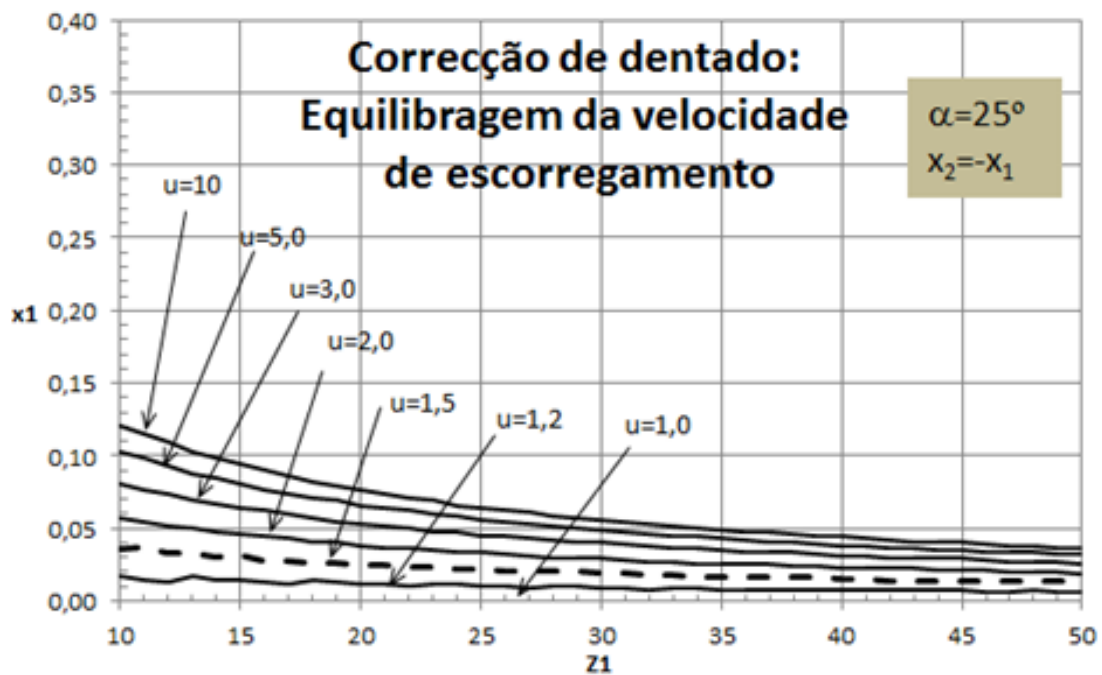


Figura 77 – Gráfico gerado por ENGREGALC para equilibragem da velocidade de escorregamento com ângulo de pressão de 25°.

Resumindo, não há muitas diferenças nos critérios de equilibragem do dentado. No caso da equilibragem do escorregamento específico, para engrenagens com poucos

dentes ($Z_1+Z_2<60$), mesmo equilibrando os escorregamentos, não é possível obter valores baixos, pouco superiores a 2, sem modificar o entre eixo, enquanto que a equilibragem da velocidade de escorregamento não se coloca este problema limite, sendo necessário aumentar o x_1 , sem alteração do entre eixo.

É de realçar que, minimizar o escorregamento específico é também minimizar o produto da pressão p , que é em função dos raios de curvatura do dente, pela velocidade de escorregamento V_g . Se este produto for minimizado, é evitado a avaria por gripagem.

7.3.7. Variação da Razão de condução com o número de dentes

Uma outra funcionalidade que o programa dispõe é visualização da variação da razão de condução com o número de dentes da roda e do pinhão. A Figura 78 mostra a evolução da razão de condução em função da relação de transmissão ($1 < u < 10$) da engrenagem, válida para um ângulo de 20° .

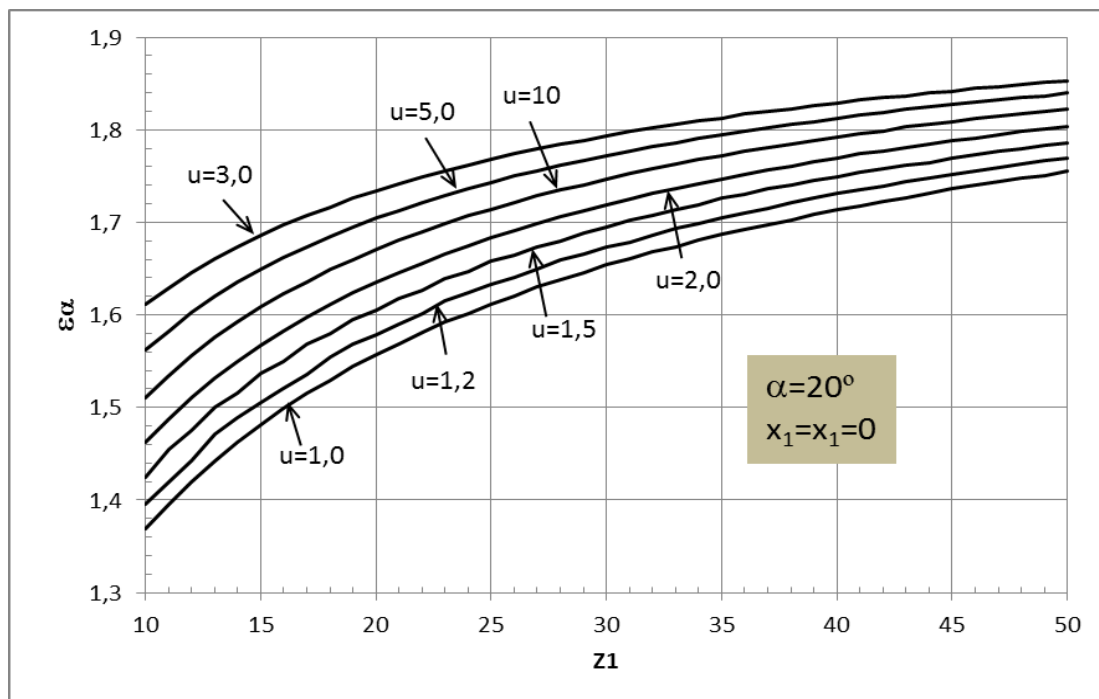


Figura 78 – A razão de condução em função da relação de transmissão (u) de uma engrenagem ($\alpha=20^\circ$).

8. Exemplos de cálculo de engrenagens de dentado recto com recurso ao ENGREALC

Neste capítulo, pretende-se demonstrar a utilidade e versatilidade de cálculo do programa ENGREALC. Para tal foram escolhidos dois casos de estudo em duas situações distintas, uma engrenagem em que o somatório dos dentes do pinhão e da roda é inferior a 60 e outro, superior a 60. O objetivo do estudo é dimensionar as engrenagens a partir dos dados de entrada, escolhendo critérios diferentes.

- No caso de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$:

1º - Sem correções;

2º - Corrigir a interferência;

3º - Corrigir escorregamento específico com variação de entre eixo.

- No caso de uma engrenagem $Z_1+Z_2\geq 60$:

1º - Sem correções;

2º - Corrigir escorregamento específico impondo um novo entre eixo.

8.1. Caso de estudo de uma engrenagem em que $Z_1+Z_2<60$

O utilizador do programa coloca os dados de entrada no separador de dentado reto. Deve preencher os 12 passos seguidos conforme ilustra a Figura 79. A engrenagem escolhida é com 12 e 24 dentes, pinhão e roda respetivamente com módulo de 4,5mm sendo o material escolhido um aço ck45 temperado. O número de ciclos inferior a 10^5 , 1500 rpm do pinhão, binário de 100 N.m, motor e carga uniforme com os apoios da

engrenagem equidistantes. A viscosidade do lubrificante escolhido é de 150cSt e a classe da roda é 7.

A primeira análise será feita sem correção e sem impor qualquer valor relativo à geometria da engrenagem.

Dentado Recto

DADOS DE ENTRADA

Geometria da engrenagem

Módulo	m	4.5	[mm]
Nº dentes roda 1	Z1	12	[--]
Nº dentes roda 2	Z2	24	[--]
Largura do dente	L	45	[mm]
Angulo de pressão	alpha	20	[graus]

1º Tipo de equilibragem

- Escorregamento específico
- Velocidade de escorregamento
- Sem correção

3º Material

Ck45 (temperado)

4º N° de cilos Esperado

menor que 10^5

5º Rotação da roda 1 [rpm]

1500

6º Binário [Kgf.m]

100

7º Tipo de Motor

- motor uniforme
- ligeiro impacto (multicilindro)
- medio impacto (monocilindro)

8º Tipo de Carga

- carga uniforme
- medio impacto
- alto impacto

9º Apoio da engrenagem

-Equidistante

10º Viscosidade do lubrificante

150 [cSt]

2º Alteração Geométrica

- Sem alteração
- x1 e entre-eixo (a)
- x2 e entre-eixo (a)
- x1 e x2

11º Qualidade ISO

7

12º Tipo de engrenagem

- exterior
- interior
- cremalheira

Figura 79 – Dados de entrada para caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$.

Após a introdução de todos os dados, o utilizador pode efetuar o cálculo da engrenagem clicando em **CALCULAR**. O cálculo da engrenagem é feito de imediato e todos os valores obtidos são mostrados no ecrã.

DADOS DE SAÍDA				DADOS DE SAÍDA			
Geometria da engrenagem				Dimensionamento da Engrenagem			
Passo circular	14.1372	[mm]	Propriedades do Material		Fadiga		
Passo diâmetral	0.222222	[mm ⁻¹]	E1	2.06e+01	sigFlim	21.4	
Altura do dente (h)	10.125	[mm]	E2	2.06e+01	sigHlim	55.1	
Diâmetro primitivo1 (dp1)	54	[mm]	niu1	0.3	HB	186	
Diâmetro primitivo2 (dp2)	108	[mm]	niu2	0.3	HV	186	
Diâmetro addendum1 (da1)	63	[mm]	Equilibragem		Sem correção		
Diâmetro addendum2 (da2)	117	[mm]	Fatores de influência				
Diâmetro dedendum1 (df1)	42.75	[mm]	bH	45	YF1	2.6586	
Diâmetro dedendum2 (df2)	96.75	[mm]	ZH	2.49457	YF2	2.70187	
Diâmetro de base1 (db1)	50.7434	[mm]	KLH	1.5	YE	0.66176	
Diâmetro de base2 (db2)	101.487	[mm]	ZM	60.0237	YB	1	
Largura do dente corrigido	45	[mm]	ZE	1	KL	1.4	
Folga de fundo (c)	1.125	[mm]	ZB	1.0	KV	1.3	
Entre-eixo (a)	81	[mm]	ZL	1.0735	KO	1	
Entre-eixo de funcionamento (a')	81	[mm]	ZR	0.973648	SF	1.2	
Razão de condução (Ey)	1.51112	1	ZV	0.941783	KFX	1.0	
Relação de transmissão (u)	2		ZW	1.16706	KHX	1.0	
Involuta de alfa (inv)	0.014903		KHB	1.1	SH	1.15	
x1	0	x2	INTERFERÊNCIA				
x2	0	alfa'	x1 deve ser sup. a:		0.333333		
alfa'	20	Y	valor min. x1:		0.142857		
Y		[mm]	Perfil 1		Perfil 2		
			OUTROS MÓDULOS				
			CARGA MÁX. ADMISSÍVEL [N]		344.452		
			Roda 1		Roda 2		
			2210.49		2175.09		
			Fator Segurança adm.		1.2		
			Factor de Segurança calculado				
			Roda 1		Roda 2		
			7.02591		6.91339		
			Pressão Superficial				
			Pressão sup. adm. [N/mm ²]		55.1		
			Largura efec. do dente [mm]		45		
			Factor de Seg. calculado		1.09845		
			Carga max. admissível [N]		344.452		
			CALCULAR		RESET		
			GRAFICOS		GERAR RELATÓRIO		
			RELATÓRIO		SAIR		

Figura 80 – Dados de saída para caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$.

Note-se que com esta escolha do número de dentes, o programa mostra que para não ocorra interferência, o utilizador deverá adotar um valor mínimo da correção do pinhão de 0,143 e o mais aconselhado de 0,33. Assim, se o utilizador clicar em “RESET”, e introduzir novamente os dados, mas escolhendo a correção sugerida em x_1 , obtém novos valores da engrenagem sem que ocorra interferência, tal como demonstra a Figura 81.

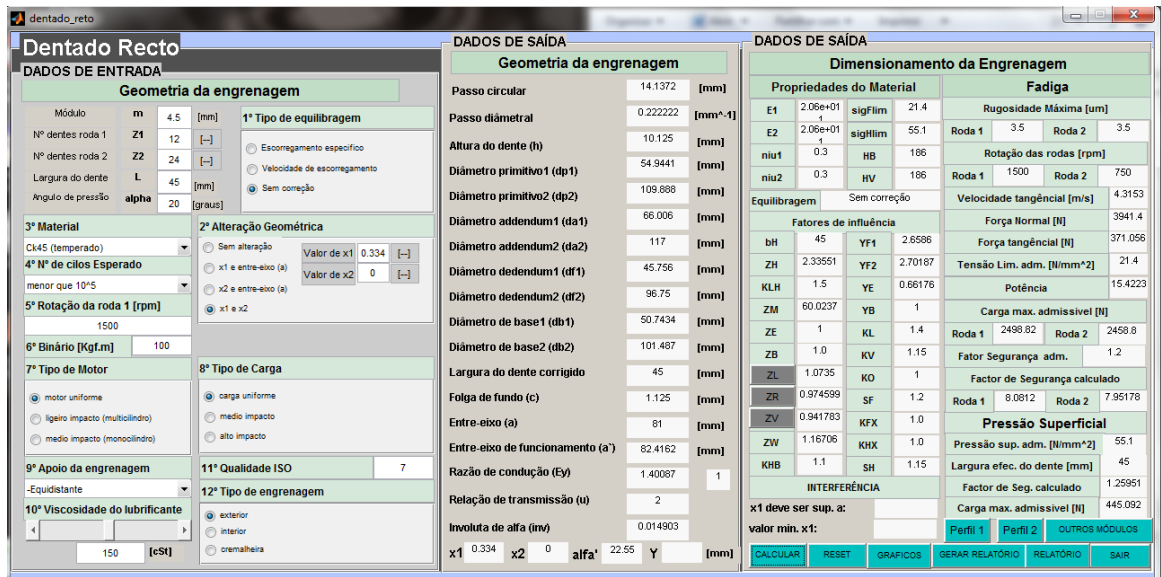


Figura 81 – Caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$.

O utilizador pode também optar por escolher corrigir a engrenagem minimizando o escorregamento específico. Para tal, basta clicar em escorregamento específico no separador dos dados de entrada e escolher se pretende ou não escolher o novo entre eixo.

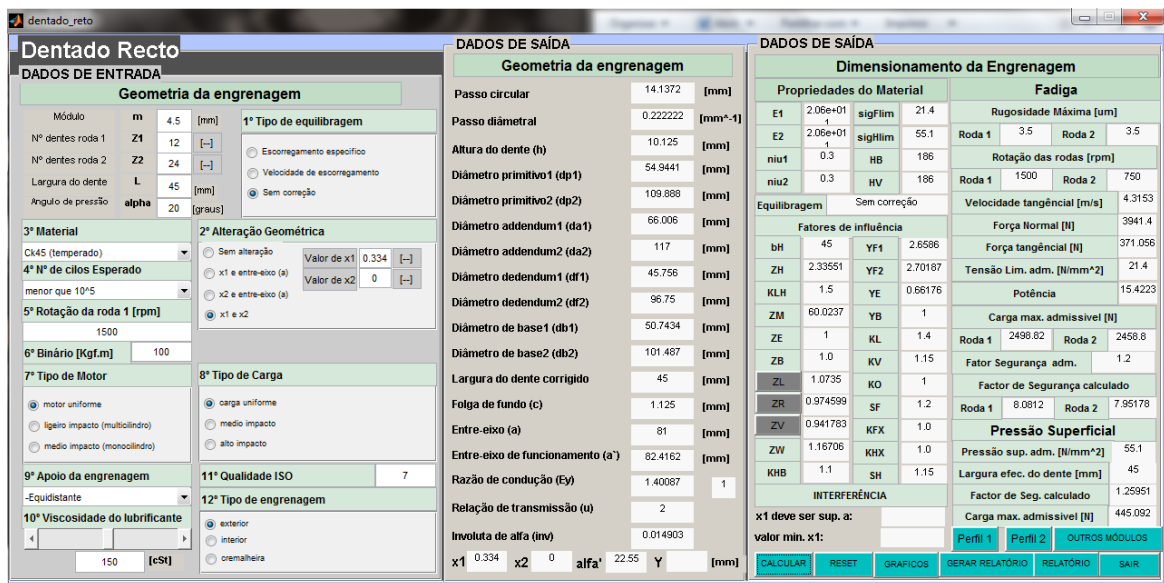


Figura 82 – Correção de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$ minimizando o escorregamento específico.

Note-se que neste ultimo caso, não ocorre interferência, pois o programa é livre de escolher as correções necessárias x_1 e x_2 e o novo entre eixo. Como o valor de x_1 ultrapassa 0,33, então não ocorre interferência. O utilizador pode também gerar e abrir o relatório.

8.2. Caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2 \geq 60$

Para este caso de estudo, a engrenagem escolhida é com 50 e 90 dentes, pinhão e roda respetivamente, e os restantes valores iguais ao estudo anterior.

À semelhança do primeiro caso de estudo, a primeira análise será feita sem correção e sem impor qualquer valor relativo à geometria da engrenagem.

The screenshot shows the 'Dentado Recto' software interface. It is divided into several sections:

- DADOS DE ENTRADA (Input Data):**
 - Geometria da engrenagem:** Módulo (m) = 4.5 [mm], Nº dentes roda 1 (Z1) = 50 [-], Nº dentes roda 2 (Z2) = 90 [-], Largura do dente (L) = 45 [mm], Ângulo de pressão (alpha) = 20 (graus).
 - 1º Tipo de equilibragem:** Radio buttons for 'Escorregamento específico', 'Velocidade de escorregamento', and 'Sem correção' (selected).
 - 3º Material:** CK45 (temperado).
 - 4º Nº de cilos Esperado:** menor que 10^5.
 - 5º Rotação da roda 1 [rpm]:** 1500.
 - 6º Binário [Kgf.m]:** 100.
 - 7º Tipo de Motor:** radio buttons for 'motor uniforme' (selected), 'ligeiro impacto (multicilindro)', and 'medio impacto (monocilindro)'.
 - 9º Apoio da engrenagem:** Equidistante.
 - 10º Viscosidade do lubrificante:** 150 [cSt].
 - 2º Alteração Geométrica:** radio buttons for 'Sem alteração' (selected), 'x1 e entre-eixo (a)', 'x2 e entre-eixo (a)', and 'x1 e x2'.
 - 8º Tipo de Carga:** radio buttons for 'carga uniforme' (selected), 'medio impacto', and 'alto impacto'.
 - 11º Qualidade ISO:** 7.
 - 12º Tipo de engrenagem:** radio buttons for 'exterior' (selected), 'interior', and 'cremalheira'.
- DADOS DE SAÍDA (Output Data):**
 - Geometria da engrenagem:**
 - Passo circular: 14.1372 [mm]
 - Passo diâmetral: 0.222222 [mm^-1]
 - Altura do dente (h): 10.125 [mm]
 - Diâmetro primitivo1 (dp1): 225 [mm]
 - Diâmetro primitivo2 (dp2): 405 [mm]
 - Diâmetro addendum1 (da1): 234 [mm]
 - Diâmetro addendum2 (da2): 414 [mm]
 - Diâmetro dedendum1 (df1): 213.75 [mm]
 - Diâmetro dedendum2 (df2): 393.75 [mm]
 - Diâmetro de base1 (db1): 211.431 [mm]
 - Diâmetro de base2 (db2): 380.576 [mm]
 - Largura do dente corrigido: 45 [mm]
 - Folga de fundo (c): 1.125 [mm]
 - Entre-eixo (a): 315 [mm]
 - Entre-eixo de funcionamento (a'): 315 [mm]
 - Razão de condução (Eγ): 1.79754
 - Relação de transmissão (u): 1.8
 - Involuta de alfa (inv): 0.014903
 - x1: 0, x2: 0, alfa': 20, Y: [mm]
 - Dimensionamento da Engrenagem:**
 - Propriedades do Material:** E1, E2, nu1, nu2, sigFlim, sigHlim, HB, HV.
 - Fadiga:** Rugosidade Máxima [um], Rotação das rodas [rpm], Velocidade tangencial [m/s], Força Normal [N], Força tangencial [N], Tensão Lim. adm. [N/mm^2], Potência, Carga max. admissível [N], Fator Segurança adm., Factor de Segurança calculado.
 - Pressão Superficial:** Pressão sup. adm. [N/mm^2], Largura efec. do dente [mm], Factor de Seg. calculado, Carga max. admissível [N].
 - INTERFERÊNCIA:** x1 deve ser sup. a: [], valor min. x1: []

Figura 83 – Estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2 \geq 60$ sem correção e sem alteração da geometria.

Se o utilizador quiser corrigir o escorregamento pode clicar em “RESET”, e introduzir escolher a opção de tipo de equilibragem tal como mostra a Figura 84.

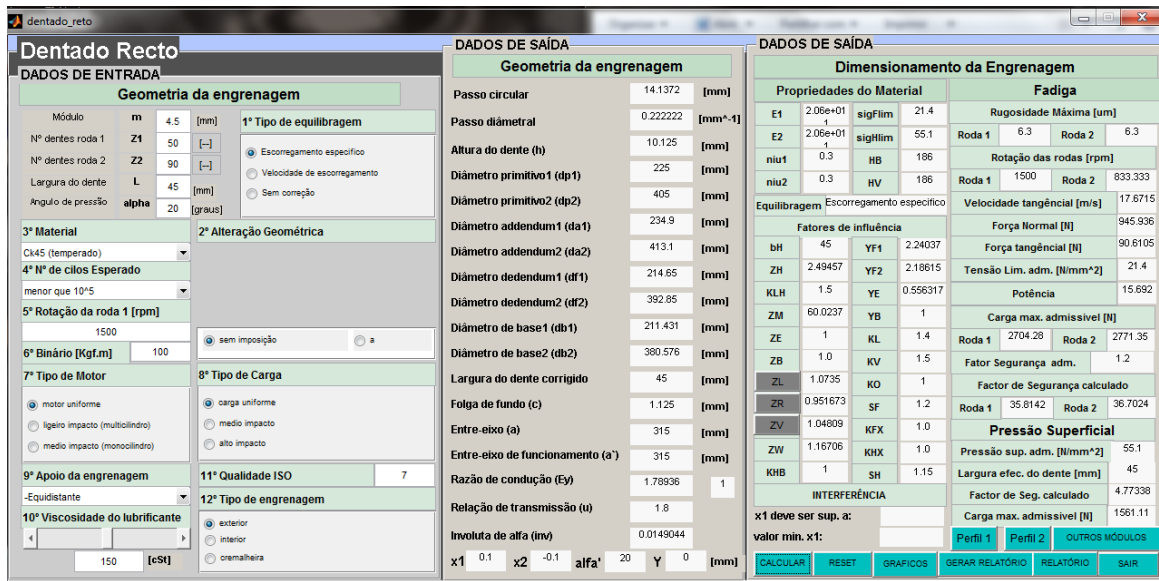


Figura 84 – Correção de uma engrenagem $Z_1+Z_2 \geq 60$ minimizando o escorregamento específico.

O utilizador pode novamente optar por escolher corrigir a engrenagem minimizando o escorregamento específico e escolher também um novo entre eixo. Para tal, basta clicar em escorregamento específico no separador dos dados de entrada e escolher variar o entre eixo tal como mostra a Figura 85.

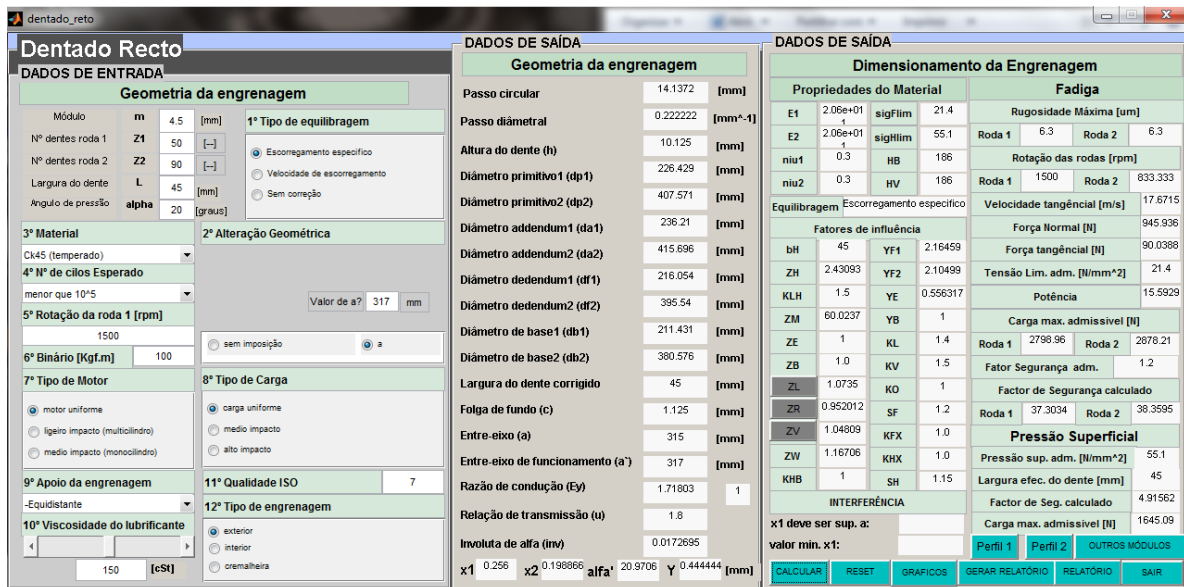


Figura 85 – Correção de uma engrenagem $Z_1+Z_2 \geq 60$, minimizando o escorregamento específico e escolhendo um novo entre eixo.

Note-se que, o programa determinou todos os valores necessários de forma a obter o entre eixo desejado.

O utilizador pode escolher todas as outras opções relativas às correções no ponto 1 e 2 do programa de forma a obter a correção pretendida e/ou a geometria desejada.

Para além de poder visualizar no ecrã todos os dados calculados, pode também gerar um relatório e abri-lo em Excel clicando em **GERAR RELATÓRIO** e **RELATÓRIO**.

Assim, o utilizador pode guardar os relatórios para cada situação para posteriormente os poder comparar. O relatório é apresentado numa folha em *EXCEL* que pode posteriormente ser guardada em formato *pdf*.

Em anexo, são apresentados dois relatórios gerados pelo ENGREALC. No anexo A é apresentado o relatório para o caso de uma engrenagem $Z_1+Z_2<60$ com a correção feita de forma a minimizar o escorregamento específico. No anexo B é apresentado o relatório correspondente à engrenagem $Z_1+Z_2\geq 60$ com a correção feita de forma a minimizar o escorregamento específico impondo um novo entre eixo.

O relatório contém 3 páginas, em que o utilizador após a sua abertura, deve introduzir uma designação/título. A 1ª página é destinada a todos os dados da geometria da engrenagem, a 2ª ao dimensionamento á fadiga e a 3ª ao dimensionamento pela pressão superficial.

Uma outra funcionalidade disponível no programa é a opção **GRAFICOS**. Esta opção permite observar gráficos de como a força normal, a pressão máxima de Hertz, o escorregamento específico e a velocidade de escorregamento variam ao longo da linha de engrenamento.

Nas figuras 86 e 87 são apresentados os gráficos gerados pelo programa para os dois casos de estudo anteriormente analisados. Em relação à carga normal, pode-se verificar que esta assume um valor mais acentuado e alongado na engrenagem $Z_1+Z_2<60$ e conseqüentemente uma maior pressão máxima de Hertz. Nota-se também que embora a velocidade de escorregamento seja muito aproximada nas duas engrenagens, a engrenagem $Z_1+Z_2<60$ mostra um maior escorregamento específico.

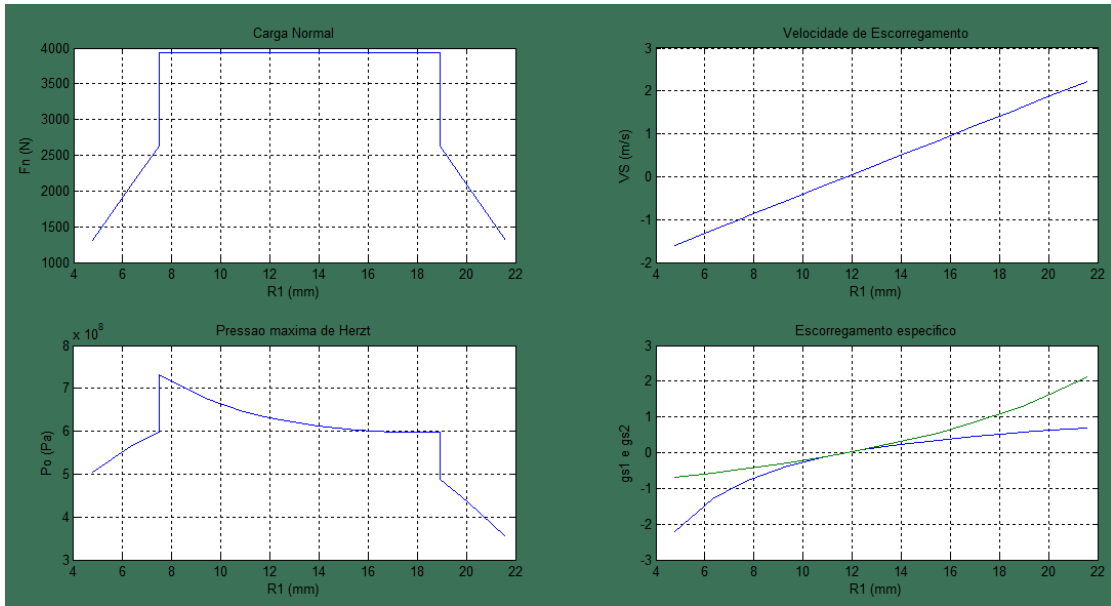


Figura 86 – Gráficos caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2 < 60$.

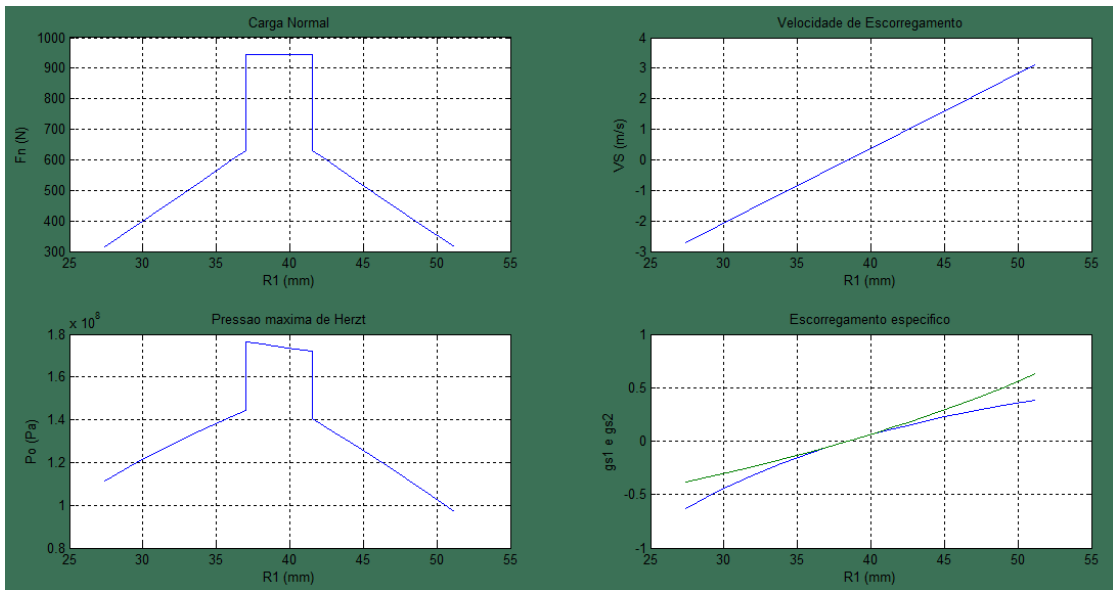


Figura 87 – Gráficos caso de estudo de uma engrenagem $Z_1+Z_2 \geq 60$.

9. Conclusões e perspectivas de trabalho futuro

A necessidade de sistemas de engrenagens cada vez mais sofisticados, provocada pelo desenvolvimento tecnológico e pela implementação de sistemas computacionais, relançam o interesse pela definição geométrica do perfil em evolvente de círculo dos dentes em análise.

A concepção do programa ENGREALC estende-se desde a análise da geometria da engrenagem ao cálculo e dimensionamento quer pelo critério de flexão, quer pelo critério de pressão superficial do dente.

Na presente dissertação foi feita uma revisão bibliográfica onde foram abordados todos os tipos de engrenagem de uma forma geral, mas de um modo mais aprofundado as engrenagens de dentado reto de eixos paralelos. Foi feita uma análise da geração da geometria dos dentes das rodas dentadas, onde foi explicada a forma do perfil do dentado, a linha do engrenamento e a importância do ângulo de pressão e determinação da curva evolvente de círculo em conjunto com a involuta de um ângulo. Foi também apresentado o formulário para engrenagens paralelas de dentado reto acompanhado de um exemplo prático.

É abordada a forma como se faz as correções do dentado e as razões para fazer essas correções, porém, sendo complexo e moroso esse cálculo, o programa ENGREALC está preparado para efetuar as correções conforme o utilizador o entender de uma forma prática e rápida.

Os materiais a usar foram também alvo de estudo onde foram tabelados alguns deles onde constam as características mecânicas necessárias para o cálculo e dimensionamento de engrenagens, tais como a dureza, a tensão de Hertz admissível e a tensão de flexão admissível na raiz do dente.

Foi apresentada a ferramenta de cálculo de engrenagens e o seu modo de funcionamento como de um manual do utilizador se tratasse. Foram também apresentados

dois casos de estudos comuns de engrenagens com dados de entradas escolhidos de forma a se poder estudar a influência da correção do dentado e da interferência.

O programa gera gráficos que podem ser comparados com os gráficos originais em que se mostra extremamente preciso, como é o caso do gráfico do fator de forma. Gera também gráficos relativos à correção do dentado por equilibragem do escorregamento específico e da velocidade de escorregamento, onde se pode verificar a influência da variação do ângulo de pressão quer em relação às correções quer em relação à interferência. A possibilidade de calcular engrenagens e de gerar gráficos com um ângulo de pressão diferente de 20° apresenta-se como uma vantagem em relação aos recursos tradicionais por consulta de gráficos e tabelas, onde por exemplo não é possível equilibrar os escorregamentos específicos através da consulta do gráfico de Henriot, pois este é válido apenas para o ângulo de pressão de 20° .

Uma outra vantagem que o ENGREALC apresenta é que é capaz otimizar os desvios equilibrando os escorregamentos, quer pelo escorregamento específico, quer pela velocidade de escorregamento, na condição de entre eixo imposto.

Como perspectiva de trabalho futuro, sublinhe-se a necessidade de alargar o programa à linguagem universal, o inglês. Será também importante fazer o levantamento dos raios das ferramentas de corte de forma a poder calcular o fator de forma para outros ângulos diferentes de 20° . Outro aspeto relevante é a possibilidade do programa ENGREALC poder utilizar dois materiais diferentes no pinhão e na roda de forma a estudar a sua influência no cálculo e dimensionamento de engrenagens. Por fim, o programa deverá estender-se às restantes engrenagens, helicoidais, cónicas, etc...

Referências Documentais

- [1] *Engrenagens, Marco Stipkovic Filho, Editora McGraw-Hill do Brasil, Ltda-138 páginas,1975.*
- [2] *Órgãos de máquinas - Armando Vilaça Campos, Apontamentos da Disciplina de Órgãos de Máquinas, ISEP, 2010.*
- [3] *McGraw.Hill,Marks, Standard Handbook for Mechanical Engineers (1996)- 10Ed.TLF.LotB.*
- [4] *Projeto de Máquinas: Uma Abordagem, Robert L. Norton, Bookman, 2004 - 931 páginas.*
- [5] *Elements of Metric Gear Technology, Metric Master Catalog D805, SDP/SI Stock Drive Products, Sterling Instruments, 2010.*
- [6] *Henriot, G., Étude des correctiones de Denture. Bulletin de la S.e.I.E. france 1953, n° 20.*
- [7] *Maag Gear Book: Calculation and Practice of Gears, Gear Drives Toothed Couplings and Synchronous Clutch Couplings,MAAG Gear Company Ltd, 1990.*
- [8] *Dudley, D.W., Handbook of Pratical Gear Design. McGraw Hill Book Company, 1984.*
- [9] *Norton, R.L., Machine Design: An Integrated Approach. Prentice Hall. 1996.*
- [10] *Mecânica dos Materiais, Carlos A. G. Moura Branco, Fundação Calouste Gulbenkian, 1060 páginas, 1998, ISBN: 9789723108255.*
- [11] *Manual Prático do Mecânico, Lauro Salles Cunha, Marcelo Padovani Cravenco Hemus, 592 páginas, 2006, ISBN: 8528905063, 9788528905069.*

Páginas na Internet

[12] (16/06/2013) *CORRECÇÃO DE DENTADO EM RODAS CÍLINDRICAS DE ENGRENAGENS EXTERIORES REDUTORAS E MULTIPLICADORAS*
<http://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9228/2/7377.pdf>.

[13] (16/06/2013) *Estudo da viscosidade do lubrificante*
http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2004/artigos/03_067.pdf

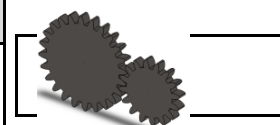
Anexo A. Caso de estudo de uma engrenagem
 $Z_1+Z_2<60$



Data:	16-06-2013	Autor:	António Babo	1 de Pag. 3
--------------	------------	---------------	--------------	----------------

Relatório da Engrenagem

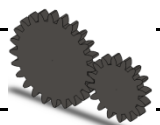
Parâmetros da engrenagem



Designação/título	Estudo de engrenagem $Z_1+Z_2<60$
Tipo de engrenagem	Engrenagem de eixos paralelos- dentado recto exterior

Designação

Módulo	m	4,500	
Nº de dentes roda 1	z1	12,000	
Nº de dentes roda 2	z2	24,000	
Largura do dente	L	45,000	mm
Ângulo de pressão	α	20,000	graus
Passo circular	pc	14,137	mm
Passo diametral	pd	0,222	
Altura do dente	h	10,125	mm
Diâmetro primitivo roda 1	dp1	55,957	mm
Diâmetro primitivo roda 2	dp2	111,915	mm
Diâmetro addendum roda 1	da1	66,649	mm
Diâmetro addendum roda 2	da2	118,507	mm
Diâmetro dedendum roda 1	df1	47,115	mm
Diâmetro dedendum roda 2	df2	98,973	mm
Diâmetro de base roda 1	db1	50,743	mm
Diâmetro de base roda 2	db2	101,487	mm
folga de fundo	c	1,125	mm
Entre eixo	a	81,000	mm
Entre eixo de funcionamento	a'	83,936	mm
Razão de condução	E_y	1,266	
Relação de transmissão	u	2,000	
Involuta de alfa	inv	0,015	
Correção do dente roda 1	x1	0,485	
Correção do dente roda 2	x2	0,247	
Correção do dente roda 1 em mm	X1	2,183	mm
Correção do dente roda 2 em mm	X2	9,821	mm
Ângulo de pressão corrigido	u	24,930	graus

Data:	16-06-2013	Autor:	António Babo	2 de Pag. 3
Relatório da Engrenagem				
Dimensionamento fadiga				
Tipo de engrenagem	Engrenagem de eixos paralelos- dentado recto exterior			
Parâmetros				
Rotação da roda 1	s1	1500,000	rpm	
Rotação da roda 2	s2	750,000	rpm	
Largura do dente corrigido	bh	45,000	mm	
Qualidade ISO	ISO	7,000		
Rugosidade máxima roda 1	Rmax1	3,500		
Rugosidade máxima roda 2	Rmax2	3,500		
Velocidade tangencial	vt	4,241	m/s	
Dimensionamento à fadiga				
Tensão limite admissível	sFlim	21,400	N/mm ²	
Fator de segurança admissível	sFlim	1,200		
Carga máxima admissível roda 1	Ftlim1	2801,990	N	
Carga máxima admissível roda 2	Ftlim2	2775,150	N	
Binário aplicado na roda 1	T	100,000	N*mm	
Fator de segurança calculado roda 1	SF1	9,229		
Fator de segurança calculado roda 2	SF2	9,140		
Fatores de influência no dimensionamento à fadiga:				
Fator de forma da roda 1	YF1	2,371		
Fator de forma da roda 2	YF2	2,394		
Fator de distribuição de carga	YE	0,662		
Fator de angulo de hélice	YB	1,000		
Fator de vida	KL	1,400		
	KFX	1,000		
Fator de carga dinâmica	KV	1,150		
Fator de sobrecarga	KO	1,000		

Data:	16-06-2013	Autor:	António Babo	3 de Pag. 3
Relatório da Engrenagem				
Dimensionamento pressão superficial				
Tipo de engrenagem	Engrenagem de eixos paralelos- dentado recto exterior			
Parâmetros				
Largura do dente corrigido	bh	45,000	mm	
Razão de condução	u	1,266		
Dimensionamento à Pressão superficial				
Pressão superficial admissível	sHlim	55,100	N/mm ²	
Fator de segurança	SH	1,150		
Carga máxima admissível (pressão superficial)	FtHim	499,267	N	
Fator de segurança calculado	SHC	1,346		
Fatores de influência no dimensionamento à Pressão superficial:				
Fator de zona	ZH	2,207		
Fator material	ZM	60,024		
Fator razão de condução	ZE	1,000		
Fator do ângulo de hélice	ZB	0,000		
fator de vida	KHL	1,500		
Fator do lubrificante	ZL	1,074		
Fator da rugosidade superficial	ZR	0,976		
Fator da velocidade de escorregamento	ZV	0,942		
Fator da razão de dureza	ZW	1,167		
	KHX	1,000		
Fator da distribuição de carga na face do dente	KHB	1,100		
Atenção:				
<p><i>A análise apresentada é baseada nas especificações da JGMA (Japanese Gear Manufacturer Association). No entanto, as equações de definição de critérios seguidos é muito idêntica às sugeridas por outras normas (DIN, AFNOR, etc.).</i></p> <p><i>As gamas de aplicabilidade das equações de resistência à flexão e à pressão superficial são:</i></p>				
Módulo	m	1,5 a 25mm		
Diâmetro primitivo	dp	25 a 3200mm		
Velocidade tangencial	vt	inferior a 25m/s		
Velocidade de rotação	s	inferior a 3600rpm		

Anexo B. Caso de estudo de uma engrenagem

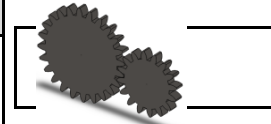
$$Z_1 + Z_2 \geq 60$$



Data: 16-06-2013 **Autor:** António Babo Pag. 1 de 3

Relatório da Engrenagem

Parâmetros da engrenagem



Designação/título Estudo de engrenagem $Z_1+Z_2 \geq 60$

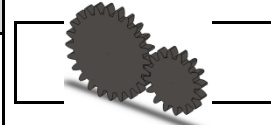
Tipo de engrenagem Engrenagem de eixos paralelos- dentado recto exterior

Designação

Módulo	m	4,500	
Nº de dentes roda 1	z1	50,000	
Nº de dentes roda 2	z2	90,000	
Largura do dente	L	45,000	mm
Ângulo de pressão	α	20,000	graus
Passo circular	pc	14,137	mm
Passo diametral	pd	0,222	
Altura do dente	h	10,125	mm
Diâmetro primitivo roda 1	dp1	226,429	mm
Diâmetro primitivo roda 2	dp2	407,571	mm
Diâmetro addendum roda 1	da1	236,210	mm
Diâmetro addendum roda 2	da2	415,696	mm
Diâmetro dedendum roda 1	df1	216,054	mm
Diâmetro dedendum roda 2	df2	395,540	mm
Diâmetro de base roda 1	db1	211,431	mm
Diâmetro de base roda 2	db2	380,576	mm
Folga de fundo	c	1,125	mm
Entre eixo	a	315,000	mm
Entre eixo de funcionamento	a'	317,000	mm
Razão de condução	E_y	1,718	
Relação de transmissão	u	1,800	
Involuta de alfa	inv	0,017	
Correção do dente roda 1	x1	0,256	
Correção do dente roda 2	x2	0,199	
Correção do dente roda 1 em mm	X1	1,152	mm
Correção do dente roda 2 em mm	X2	5,184	mm
Ângulo de pressão corrigido	u	20,971	graus

Relatório da Engrenagem

Dimensionamento fadiga



Tipo de engrenagem Engrenagem de eixos paralelos- dentado recto exterior

Parâmetros

Rotação da roda 1	s1	1500,000	rpm
Rotação da roda 2	s2	833,333	rpm
Largura do dente corrigido	bh	45,000	mm
Qualidade ISO	ISO	7,000	
Rugosidade máxima roda 1	Rmax1	6,300	
Rugosidade máxima roda 2	Rmax2	6,300	
Velocidade tangencial	vt	17,672	m/s

Dimensionamento à fadiga

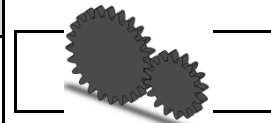
Tensão limite admissível	sFlim	21,400	N/mm ²
Fator de segurança admissível	sFlim	1,200	
Carga máxima admissível roda 1	Ftlim1	2798,960	N
Carga máxima admissível roda 2	Ftlim2	2878,210	N
Binário aplicado na roda 1	T	100,000	N*mm
Fator de segurança calculado roda 1	SF1	37,303	
Fator de segurança calculado roda 2	SF2	38,360	

Fatores de influência no dimensionamento à fadiga:

Fator de forma da roda 1	YF1	2,165
Fator de forma da roda 2	YF2	2,105
Fator de distribuição de carga	YE	0,556
Fator de angulo de hélice	YB	1,000
Fator de vida	KL	1,400
	KFX	1,000
Fator de carga dinâmica	KV	1,500
Fator de sobrecarga	KO	1,000

Relatório da Engrenagem

Dimensionamento pressão superficial



Tipo de engrenagem Engrenagem de eixos paralelos- dentado recto exterior

Parâmetros

Largura do dente corrigido	bh	45,000	mm
Razão de condução	u	1,718	

Dimensionamento à Pressão superficial

Pressão superficial admissível	sHlim	55,100	N/mm ²
Fator de segurança	SH	1,150	
Carga máxima admissível (pressão superficial)	FtHim	1645,090	N
Fator de segurança calculado	SHC	4,916	

Fatores de influência no dimensionamento à Pressão superficial:

Fator de zona	ZH	2,431
Fator material	ZM	60,024
Fator razão de condução	ZE	1,000
Fator do ângulo de hélice	ZB	0,000
fator de vida	KHL	1,500
Fator do lubrificante	ZL	1,074
Fator da rugosidade superficial	ZR	0,952
Fator da velocidade de escorregamento	ZV	1,048
Fator da razão de dureza	ZW	1,167
	KHX	1,000
Fator da distribuição de carga na face do dente	KHB	1,000

Atenção:

A análise apresentada é baseada nas especificações da JGMA (Japanese Gear Manufacturer Association). No entanto, as equações de definição de critérios seguidos é muito idêntica às sugeridas por outras normas (DIN, AFNOR, etc.).

As gamas de aplicabilidade das equações de resistência à flexão e à pressão superficial são:

Módulo	m	1,5 a 25mm
Diâmetro primitivo	dp	25 a 3200mm
Velocidade tangencial	vt	inferior a 25m/s
Velocidade de rotação	s	inferior a 3600rpm