



## Otimização e planeamento operacional

**DIOGO FILIPE ALVES TEIXEIRA**

Outubro de 2020

# Otimização e planeamento operacional

**Diogo Teixeira**

**Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Informática, Área de Especialização em  
Computer Systems**

**Orientador: Professor Doutor Jorge Santos**

**Júri:**

Presidente:

Vogais:



# Dedicatória

Dedico esta dissertação à minha irmã Matilde.



# Resumo

O problema de escalonamento operacional é um problema de otimização combinatória que surge nos setores de mobilidade e transporte. No âmbito desta tese é tratado o problema de escalonamento de viaturas e também de tripulantes. Relativamente ao escalonamento de viaturas são consideradas as extensões de frota heterogénea e múltiplas estações de recolha, o que implica que o problema tratado seja assim de complexidade "NP-Difícil".

A OPT realiza o escalonamento de viaturas e tripulantes em dois passos, e o objetivo principal deste projecto consistiu em estudar/desenvolver métodos/algoritmos que permitissem executar os dois escalonamentos num único passo com a expectativa de melhorar os resultados obtidos. Um outro objetivo foi a adição de um conjunto de restrições, que permitem ao utilizador obter soluções mais configuráveis.

No desenvolvimento da solução, numa primeira fase, foram efetuadas experiências com uma amostra de dados reais com o objetivo de melhorar a solução, para que esta produzisse melhores resultados. Posteriormente, na fase de avaliação da solução, a mesma foi sujeita a diferentes amostras de teste com o objetivo de produzir resultados variados e, deste modo, retirar conclusões acerca do tipo de amostras para o qual o sistema é mais apropriado.

Da avaliação da solução desenvolvida, conclui-se que o sistema consegue produzir otimizações mais significativas para amostras de menor duração média de viagens e para amostras com maior variedade de nós. Para além disso, o estudo dos algoritmos e casos de teste confirmou a expectativa teórica de que o tempo de processamento aumenta com o aumento do número de viagens, com o aumento da variedade de nós e com a diminuição da duração média de viagens.

**Palavras-chave:** Escalonamento de tripulantes e viaturas, Otimização operacional, Algoritmos, Problemas NP



# Abstract

The vehicle scheduling problem is a combinatorial optimization problem that arises in the mobility and transportation sectors. Within this thesis, the problem of assigning vehicles and also crew members is addressed. In relation to the scheduling of vehicles, heterogeneous fleet extensions and multiple depot are considered, which implies that the problem treated is thus of "NP-Hard" complexity.

OPT performs the scheduling of vehicles and crew in two steps, and the main goal of this project was to study/develop methods/algorithms that would allow the two steps to be performed in a single one with the expectation of improving the results obtained. The addition of restrictions was another goal of the project, allowing the user to obtain more customizable solutions.

During the development of the solution, initially, experiments were carried out with a sample of real data in order to improve the solution, so that it would produce better results. Afterwards, in the evaluation phase of the solution, it was subjected to different test samples with the goal of producing diverse results and therefore draw conclusions about the type of samples for which the system is more suitable.

From the solution evaluation developed, it is concluded that the system produces better optimizations for samples with shorter average travel time and for samples with a greater variety of nodes. In addition, the study of algorithms and test cases supported the theoretical expectation that processing time increases with the increase of the number of trips and nodes as well as the decrease of the average travel duration.



# Agradecimentos

Agradeço aos meus pais e irmão pelo apoio que me deram.

Agradeço aos meus amigos Joaquim, Rui, Nuno e David por me acompanharem durante todo o percurso académico.

Agradeço à minha supervisora na OPT, Dulce Pedrosa, pelo acompanhamento que me fez, pelas informações fornecidas, pela dúvidas esclarecidas durante o projeto e pelas sugestões de melhoria.

Agradeço à OPT, na pessoa Fernando Vieira, pela oportunidade de fazer o projeto na empresa.

Agradeço ao meu orientador Jorge Santos pela recomendação do projeto, por me ajudar a contextualizar o tema, por me acompanhar durante o desenvolvimento do projeto e sobretudo pelas sugestões de melhoria na elaboração do relatório.

Por fim, agradeço à minha namorada por todo apoio que me deu, por acreditar em mim, não me deixar desistir e também pelas sugestões de melhoria na elaboração do relatório.



# Conteúdo

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Algoritmos</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Código</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Acrónimos</b>	<b>xix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Contextualização . . . . .	1
1.2 Motivações . . . . .	2
1.3 Estrutura . . . . .	2
<b>2 Interpretação do problema</b>	<b>3</b>
2.1 Contexto . . . . .	3
2.1.1 Modelos para depósito único . . . . .	4
Modelo Mínimo de Decomposição . . . . .	4
Modelo de Atribuição . . . . .	5
Modelo de Transporte . . . . .	5
Modelo de Fluxo de Rede . . . . .	6
2.1.2 Modelos para múltiplos depósitos . . . . .	7
Modelos de mercadoria única . . . . .	7
Modelos de mercadoria múltipla . . . . .	8
Definir modelos de particionamento . . . . .	10
2.2 Problema . . . . .	10
2.2.1 GIST . . . . .	10
Módulo rede . . . . .	11
Módulo planeamento . . . . .	12
2.2.2 Otimização operacional . . . . .	14
2.3 Objetivos . . . . .	18
2.4 Resultados esperados . . . . .	18
2.5 Análise de valor . . . . .	19
<b>3 Contexto e Estado da arte</b>	<b>21</b>
3.1 Conceitos de negócio . . . . .	21
3.2 Processos e intervenientes . . . . .	22
3.3 Restrições . . . . .	22
3.4 Análise de valor . . . . .	24
3.4.1 Transporte rodoviário em Portugal . . . . .	24
3.4.2 Previsão de crescimento . . . . .	27

3.4.3	Modelo NCD . . . . .	28
3.4.4	Valor do produto . . . . .	29
3.4.5	Modelo de negócio . . . . .	30
3.5	Abordagens existentes . . . . .	31
3.5.1	VSP com número fixo de veículos . . . . .	31
3.5.2	VSP com múltiplos depósitos . . . . .	32
3.5.3	BDSP com meta heurísticas multiobjetivo . . . . .	33
	BDSP com GRASP . . . . .	33
	BDSP com pesquisa tabu . . . . .	34
	BDSP com algoritmos genéticos . . . . .	35
3.5.4	BDSP com modelos SPP/SCP . . . . .	36
3.5.5	Integração de escalonamento de veículos e tripulantes . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Avaliação de soluções e abordagens existentes</b>	<b>39</b>
<b>5</b>	<b>Design da solução</b>	<b>41</b>
5.1	Modelos de domínio . . . . .	41
5.2	Diagrama de atividade . . . . .	42
5.3	Requisitos funcionais . . . . .	43
5.3.1	Gerar solução . . . . .	43
5.3.2	Primeira geração . . . . .	44
5.3.3	Troca de viagens . . . . .	45
5.3.4	Obter veículo válido . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Construção da solução</b>	<b>49</b>
6.1	Dados utilizados no desenvolvimento . . . . .	50
6.1.1	Tipos de veículos . . . . .	50
6.1.2	Parametrizações globais . . . . .	51
	Custo de almoço . . . . .	51
6.1.3	Deslocações . . . . .	52
6.1.4	Viagens . . . . .	53
6.2	Processo de desenvolvimento . . . . .	54
6.2.1	Otimização do custo dos veículos . . . . .	55
	"Simulated annealing" ganancioso . . . . .	55
	Restrição da viagem removida . . . . .	56
	Utilização de uma viagem em vazio . . . . .	56
	Utilização de até duas viagens em vazio . . . . .	58
6.2.2	Otimização do custo dos tripulantes . . . . .	59
	Fases da geração inicial . . . . .	59
	Utilização de viagens em vazio . . . . .	61
	Utilização de viagens de conexão . . . . .	62
6.3	Variação das parametrizações . . . . .	63
6.3.1	Tempo máximo de trabalho do veículo . . . . .	63
6.3.2	Tempo máximo de trabalho do tripulante . . . . .	64
6.3.3	Duração mínima por refeição . . . . .	64
6.3.4	Amplitude do intervalo de refeição . . . . .	65
6.4	Variação da geração inicial . . . . .	66
<b>7</b>	<b>Avaliação da solução</b>	<b>69</b>
7.1	Viagens duplicadas . . . . .	69

7.2	Viagens com dois nós distintos . . . . .	71
7.3	Viagens de pequena duração . . . . .	72
7.4	Viagens de grande duração . . . . .	73
7.5	Viagens de pequena e grande duração . . . . .	74
7.6	Avaliação das amostras . . . . .	75
7.6.1	Percentagem de otimização . . . . .	75
7.6.2	Tempo de processamento . . . . .	76
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>77</b>
8.1	Objetivos alcançados . . . . .	77
8.2	Limitações e trabalho futuro . . . . .	79
	<b>Bibliografia</b>	<b>81</b>



# Lista de Figuras

2.1	NP-Completeness . . . . .	4
2.2	Modelo de atribuição . . . . .	5
2.3	Transportation Model . . . . .	6
2.4	Network FLOW Model . . . . .	6
2.5	Modelo de mercadoria única com quebra de sub-rotações . . . . .	8
2.6	Modelo de mercadoria única com variáveis de atribuição . . . . .	8
2.7	Connection-based Network . . . . .	9
2.8	Time-space Network . . . . .	9
2.9	GIST . . . . .	11
2.10	GIST - Modulo rede . . . . .	11
2.11	GIST - Interface viagens . . . . .	13
2.12	GIST - Interface viaturas . . . . .	14
2.13	GIST - Interface tripulantes . . . . .	14
2.14	Serviço de tripulante com horário de refeição inválido . . . . .	16
2.15	Serviço de tripulante com amplitude inválida . . . . .	17
2.16	Serviço de tripulante válido . . . . .	17
3.1	Evolução da quantidade de empresas de transporte rodoviário . . . . .	24
3.2	Evolução da quantidade de serviços de transporte internacional . . . . .	25
3.3	Evolução da quantidade de passageiros de transporte internacional . . . . .	25
3.4	Evolução da utilização de transporte rodoviário . . . . .	26
3.5	Evolução do número de serviços efetuados em transporte nacional . . . . .	26
3.6	Evolução do número de passageiros em transporte nacional . . . . .	26
3.7	Taxa de crescimento do mercado (2019-2024) . . . . .	28
3.8	Modelo NCD . . . . .	29
3.9	Modelo de negócio Canvas . . . . .	30
3.10	Modelo de rede correspondente . . . . .	31
3.11	Modelo de rede Quasi-Assignment . . . . .	32
3.12	Modelo de fluxo para múltiplas mercadorias . . . . .	32
5.1	Modelo de domínio de importação . . . . .	41
5.2	Modelo de domínio de exportação . . . . .	42
5.3	Diagrama de atividade . . . . .	43
5.4	Diagrama de sequência - Obter solução . . . . .	44
5.5	Diagrama de sequência - Primeira geração . . . . .	45
5.6	Diagrama de sequência - Troca de viagens . . . . .	46
5.7	Diagrama de sequência - Obter veículo válido . . . . .	47
6.1	Período de almoço . . . . .	51
6.2	Deslocação B para A . . . . .	52
6.3	Dispersão da duração das deslocações . . . . .	53
6.4	Dispersão da duração das viagens . . . . .	54

6.5	Dispersão da ocupação dos veículos (v1) . . . . .	58
6.6	Dispersão da ocupação dos veículos (v2) . . . . .	59
6.7	Dispersão da ocupação dos tripulantes geração inicial (v1) . . . . .	60
6.8	Dispersão da ocupação dos tripulantes geração inicial (v2) . . . . .	60
6.9	Dispersão da ocupação dos tripulantes (v2) . . . . .	62
6.10	Variação da geração inicial . . . . .	67
7.1	Custo inicial da amostra de viagens duplicadas . . . . .	70
7.2	Tempo de processamento da amostra de viagens duplicadas . . . . .	71
7.3	Percentagem de otimização em função do número de viagens . . . . .	75
7.4	Tempo de processamento em função do número de viagens . . . . .	76

# Lista de Tabelas

3.1	Evolução da quantidade de passageiros . . . . .	25
4.1	Soluções existentes . . . . .	39
6.1	Troca de veículos (v1) . . . . .	57
6.2	Troca de veículos (v2) . . . . .	58
6.3	Geração inicial de tripulantes . . . . .	60
6.4	Troca de tripulantes (v1) . . . . .	61
6.5	Troca de tripulantes (v2) . . . . .	62
6.6	Variação do tempo máximo de trabalho do veículo . . . . .	63
6.7	Variação do tempo máximo de trabalho do tripulante . . . . .	64
6.8	Variação da duração mínima por refeição . . . . .	65
6.9	Variação da amplitude do intervalo de refeição . . . . .	65
6.10	Variação da geração inicial . . . . .	67
7.1	Resultados da amostra de viagens duplicadas . . . . .	70
7.2	Resultados da amostra de viagens com dois nós distintos . . . . .	72
7.3	Resultados da amostra de viagens de pequena duração . . . . .	73
7.4	Resultados da amostra de viagens de grande duração . . . . .	74
7.5	Resultados da amostra de viagens de pequena e grande duração . . . . .	74



# Lista de Acrónimos

BDSP	problema de otimização de escalonamento de tripulantes.
CAGR	Taxa de crescimento anual composta.
CARB	Conselho de Recursos Aéreos da Califórnia.
GRASP	procedimento de pesquisa adaptativa aleatória gananciosa.
MD-VSP	problema de otimização operacional com múltiplos depósitos.
NCD	New Concept Development.
NFM	Modelo de fluxo de rede.
NP	Não-determinístico Polinomial.
OPT	Optimização e Planeamento de Transportes.
SCP	Definição de Cobertura.
SD-VSP	problema de otimização operacional com depósito único.
SPP	Definição de Partição.
VSP	problema de otimização operacional.



# Capítulo 1

## Introdução

Neste capítulo é apresentado o problema a ser resolvido, as condições em que foi realizado, abordado de uma forma breve o levantamento do estado de arte e também efetuada a descrição da estrutura deste documento.

O problema em análise é a realização do planeamento operacional, isto é, efetuar o escalonamento de viagens. De forma a se efetuar o escalonamento de viagens, é necessário atribuir a cada uma destas um veículo e um operador de veículo, visando a que todas as viagens possam ser realizadas sem que existam sobreposições tanto nos horários dos veículos como no horário dos operadores de veículos.

### 1.1 Contextualização

O problema a ser resolvido consistiu no desenvolvimento de uma solução que, utilizando como dados de entrada um conjunto de viagens, seja capaz de gerar um planeamento, fazendo a atribuição de veículos e operadores de veículos a cada uma das viagens.

O planeamento, para além de obedecer a um conjunto de restrições, tem também de gerar uma solução satisfatória. Esta pode ser medida consoante o custo total, este custo engloba custos de utilização, por exemplo, a necessidade de utilizar um novo transporte, ou então, custo de tempo, isto é, o custo associado a ter um tripulante a realizar o serviço.

Com a implementação desta solução não era espectável que fosse obtida a solução ótima, pois, devido às diferentes restrições impostas, a dificuldade do problema cresce consideravelmente e as combinações de soluções possíveis crescem exponencialmente. De tal forma, é necessário recorrer a algoritmos que, utilizem heurísticas com o objetivo de arranjar uma estratégia capaz de minimizar as soluções analisadas, e produzir em tempo útil uma solução satisfatória.

O projeto foi desenvolvido numa empresa dedicada ao desenvolvimento e inovação de software no âmbito do planeamento operacional de transportes coletivos, Optimização e Planeamento de Transportes (OPT). A empresa trabalha com várias empresas de transportes públicos em Portugal, cada uma com necessidades específicas nesta área.

De forma a desenvolver esta solução, partiu-se de duas soluções atualmente utilizadas pela empresa. A primeira solução, utilizando como dados de entrada as viagens a ser executadas, efetua o escalonamento dos veículos, atribuindo a cada uma das viagens um veículo. A segunda solução utiliza como dados de entrada o resultado produzido pela primeira solução, isto é, um conjunto de viagens com veículos associados, e efetua o escalonamento dos

operadores de veículo, atribuindo a cada uma destas viagens e transporte um respetivo operador de transporte.

O objetivo principal do projeto consistiu em, no desenvolvimento da nova solução, incorporar as duas soluções numa única, tendo em atenção que, neste processo foi necessário realizar vários ajustes e acrescentar novas restrições para se produzir soluções válidas. Durante o desenvolvimento desta tarefa era expectável que fossem também realizadas otimizações aos escalonamentos, produzindo assim melhores resultados.

## 1.2 Motivações

O tema apresentado, otimização no planeamento operacional, é um problema ainda em aberto, isto é, em contínuo estudo, pois continua-se a procurar pela solução ótima, e não apenas por uma solução aceitável. Esta é uma das características do problema que motivou a escolha do tema.

O facto de o problema ser destinado ao planeamento de transportes públicos, mais respetivamente autocarros, permite que, com a otimização do mesmo, a oferta de viagens disponíveis ao público torne-se mais atrativa, devido ao aumento da quantidade destas e à maior exactidão dos horários publicados, contribuindo assim para uma melhoria do nível de serviço prestado. A resolução do problema contribui também para uma redução da quantidade de autocarros necessários, o que por sua vez, contribui para uma diminuição do trânsito, e este, por sua vez, contribui para um serviço atempado.

Com a crescente adesão aos transportes públicos por parte dos residentes da cidade, dada as melhorias de condições oferecidas, é esperado também uma menor circulação de veículos próprios que, conseqüentemente, permite reduzir o trânsito nas cidades e a duração das viagens em causa. Para além de que, a nível ambiental, permite reduzir o nível de poluição. São estas, melhoria da satisfação dos utilizadores e contribuição para uma cidade mais verde, as restantes razões para a escolha do referido tema.

## 1.3 Estrutura

Para além da introdução, este documento contém mais sete capítulos. No capítulo 2 é descrito o contexto, problema, objetivos, resultados esperados, efetuada uma análise de valor e também uma abordagem preconizada. No capítulo 3 é detalhado os conceitos de negócio, processos, intervenientes, restrições, efetuada uma análise de valor rigorosa e realizado um estado de arte acerca de abordagens existentes. No capítulo 4 é efetuada a avaliação de abordagens existentes mencionadas no capítulo anterior, detalhando de entre estas quais devem ser utilizadas para resolver o problema e as razões de tais escolhas. No capítulo 5 está presente o design relevante para a implementação da solução. No capítulo 6 são descritos os dados utilizados no desenvolvimento da solução e o processo de desenvolvimento da mesma. É também analisado o impacto que variações das parametrizações têm para a obtenção de resultados. No capítulo 7 é realizada a avaliação da solução desenvolvida, para tal, a solução desenvolvida foi sujeita a amostras de dados variados. Esta avaliação foi realizada com o objetivo de produzir diferentes conjuntos de resultados para se concluir em que tipo de amostras o sistema produz melhores valores. No capítulo 8 é realizada uma análise crítica ao projeto como um todo, detalhando objetivos alcançados, limitações e trabalho futuro.

## Capítulo 2

# Interpretação do problema

Este capítulo contextualiza o problema a ser resolvido consoante a sua complexidade. Enumera diferentes modelos lógicos, cada um com uma abordagem diferente, que são utilizados para resolver diferentes variações do problema.

Para além disso, descreve também o sistema GIST, sistema utilizado como base para o desenvolvimento da solução, detalhando como este se encontra dividido e que funcionalidades fornece. É descrito de uma forma mais detalhada o problema a ser resolvido, fornecendo exemplos para explicar algumas das restrições.

Por fim, são enumerados os objetivos previstos, os resultados esperados e realizada uma breve análise de valor.

### 2.1 Contexto

O problema a ser resolvido, otimização do planeamento operacional, contextualiza-se no conjunto de problemas de complexidade Não-determinístico Polinomial (NP). NP é um conjunto de problemas de decisão que podem ser resolvidos por uma máquina de Turing (Benčević 2019) não determinística em tempo polinomial.

Os problemas NP-Completos são os mais difíceis no conjunto de problemas NP, considera-se um problema NP-Completo quando, para decisão L, o problema obedece às seguintes propriedades:

1. L está em NP (qualquer solução para problemas completos de NP pode ser verificada rapidamente, mas não existe uma solução conhecida eficiente);
2. Todo problema no NP é redutível a L no tempo polinomial (a redução é definida abaixo).

Por outro lado, o problema é considerado NP-Difícil se obedecer à segunda propriedade e não necessitar de obedecer à primeira propriedade. De tal modo, o conjunto NP-Completo também é um subconjunto de NP-Difícil, conforme se verifica na Figura 2.1 (*NP-Completeness / Set 1 (Introduction)* 2013).

O problema de otimização operacional (VSP) é um problema que é objeto de estudo desde há décadas, antes mesmo da existência dos computadores modernos. Este tem como objetivo atribuir transportes para cobrir um determinado conjunto de viagens programadas com consideração de requisitos práticos, como vários depósitos, tipos de veículos e outras extensões (Bunte e Kliewer 2009).

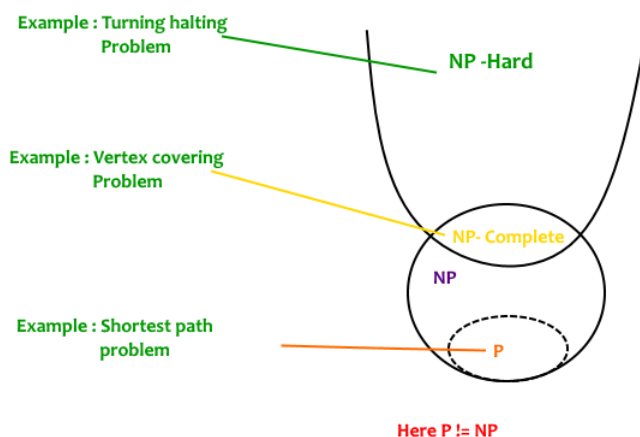


Figura 2.1: NP-Completeness

Durante o estudo deste problema surgiram diferentes modelos lógicos com diferentes estruturas. Cada representação lógica utiliza uma abordagem diferente, o que implica que sejam utilizados diferentes métodos de resolver o problema.

Este modelos podem ser agrupados consoante a utilização de depósitos, isto é, modelos que resolvam o problema de otimização operacional com depósito único (SD-VSP) e modelos que resolvam o problema de otimização operacional com múltiplos depósitos (MD-VSP). Um depósito é o local onde o veículo pode iniciar ou terminar a rota.

### 2.1.1 Modelos para depósito único

O problema em análise é mais fácil de resolver quando é utilizado um único depósito ao invés de múltiplos depósitos. Nesta seção são apresentadas diferentes abordagens possíveis de serem utilizadas para resolver o problema de um único depósito, tratando-se aqui de uma adaptação das abordagens detalhadas em Bunte e Kliwer 2009.

#### Modelo Mínimo de Decomposição

A ideia do modelo é baseada no Teorema de Dilworth (*Dilworth's Theorem* 2018) para conjuntos parciais ordenados, que declara que a largura parcial da ordem é igual ao número mínimo de cadeias necessárias. Aplicado este conceito à otimização do planeamento operacional, o conjunto de cardinalidade máxima de pares viagens incompatíveis é igual ao número mínimo de veículos necessários para cobrir as viagens.

O problema foi resolvido efetuando uma reformulação como um problema de fluxo de rede (Saha 1970), sendo usado um algoritmo de marcação para resolver instâncias de até 319 viagens. O problema é resolvido numa abordagem heurística de duas fases. A primeira fase considera apenas conexões curtas. A segunda fase resolve todo o problema com conexões fixas retiradas da primeira fase. Esta abordagem tem a capacidade de resolver instâncias até 650 viagens. Uma desvantagem do Modelo Mínimo de Decomposição é que ele resolve apenas o tamanho mínimo da frota, os custos operacionais não são respeitados. Além disso, nenhum limite superior para o tamanho da frota pode ser definido. Esta desvantagem pode ser corrigida utilizando o modelo de atribuição (Bunte e Kliwer 2009).

### Modelo de Atribuição

Orloff formula a otimização do planeamento operacional para um único depósito como um problema de atribuição (ORLOFF 1976), esta formalização pode ser observada na Figura 2.2 (Bunte e Kliewer 2009) como um gráfico bipartido completo.

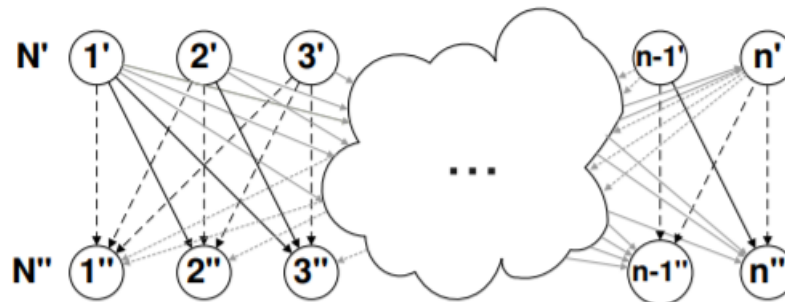


Figura 2.2: Modelo de atribuição

Cada viagem é representada por um nó de partida  $i'$  e um nó de chegada  $i''$ . Enquanto que no Modelo Mínimo de Decomposição apenas os custos fixos são levados em consideração, por exemplo, custo de utilização de um novo transporte, neste modelo cada arco também possui custos iguais aos custos operacionais, por exemplo, custo de ter o transporte em movimento. Além disso, cada arco obtém os custos fixos de um veículo, porque seria necessário um veículo adicional para cobrir as duas viagens.

### Modelo de Transporte

A abordagem do Modelo de Transporte (Gavish e Shlifer 1979) pode ser demonstrada por uma estrutura gráfica bipartida, observável na Figura 2.3 (Bunte e Kliewer 2009). Ao contrário do Modelo de atribuição, apenas os arcos  $a_{ij}$  são inseridos no gráfico (linhas contínuas). Além disso, dois nós de depósito (marcados por  $n + 1$ ) são conectados a cada viagem por arcos adicionais de depósito (linhas tracejadas). Metade dos custos fixos do veículo são atribuídos a cada um deles. Os arcos do depósito podem ser interpretados como viagens vazias do depósito para uma estação de partida (retirada) e de volta ao depósito no final de uma rota (retirada). Um problema de transporte com necessidade de uma unidade de fluxo para cada nó de viagem e  $m$  unidades para os nós do veículo foi formulado com  $m$  igual ao número de veículos disponíveis. Para respeitar a possibilidade de que nem todos os veículos sejam necessários para atender às viagens, um arco entre os nós do depósito foi inserido com custo zero (linha em negrito).

Para o caso de inviabilidade, o modelo foi estendido através da introdução de arcos com custos de penalidade entre todos os nós de viagem (linhas pontilhadas). Esses custos representam a penalidade de não servir uma viagem. No caso de não haver veículos suficientes, é obtida uma solução que fornece horários viáveis para os veículos e uma lista de viagens não atendidas (Daduna, I. Branco e Paixao 1995).

Na literatura, esse modelo de transporte é frequentemente chamado de "Quasi-Assignment Model", porque os vetores de oferta/procura têm apenas uma entrada diferente de um. Devido a essa característica, para a resolução deste género de problemas podem ser utilizados algoritmos de atribuição especializados, exemplos dessa adaptação são (J. Pinto Paixão e

I. M. Branco 1987) e, (Freling, A. P. M. Wagelmans e J. M. P. Paixão 2001). Uma abordagem de geração de arco (Silva 2009), onde o problema é resolvido com apenas arcos mortos curtos no problema mestre inicial e um processo de geração de coluna é aplicado para resolver o problema à otimização comprovada (Bunte e Kliewer 2009).



Figura 2.3: Transportation Model

### Modelo de Fluxo de Rede

A utilização do Modelo de fluxo de rede (NFM) é apresentada, com o seu modelo de programação linear em (Bodin 1983).

Segundo este modelo, cada viagem  $t \in T$  é caracterizada pela sua localização inicial, hora inicial, localização final e hora final. O conjunto de arcos entre viagens pode ser definido combinando as informações da viagem e os caminhos disponíveis para os veículos. Os arcos conectam nós  $n \in N$  que podem representar o início ou o fim de uma viagem. Para representar o depósito, onde todas as tarefas devem começar e terminar, os nós especiais  $n+1'$  e  $n+1''$  são usados. O nó  $n+1'$  representa uma saída do depósito e  $n+1''$  representa a chegada ao depósito. Além disso, um arco especial é criado a partir do depósito final para o depósito inicial, a fim de adicionar os custos relacionados ao uso de um veículo, tal como se pode observar na Figura 2.4 (Ramos 2011).

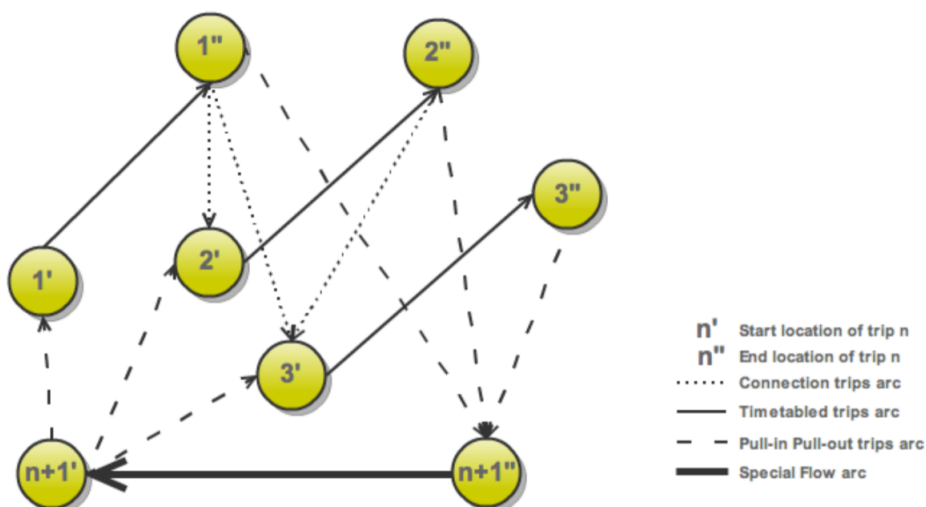


Figura 2.4: Network Flow Model

Para definir os nós que são conectados pelos arcos em  $a_{id} \in A$ , um operador de compatibilidade deve ser estabelecido e este representa se após a viagem  $i$  o transporte também pode servir  $j$ , esta condição é verdadeira se o tempo de viagem entre os locais não for maior que o tempo entre o final de  $i$  o início de  $j$ . As viagens são compatíveis se uma das duas premissas for verdadeira, conforme apresentado na equação 2.1. Os caminhos que conectam o início e o final de uma viagem são representados por  $AT \subset A$ .

$$\text{compatible}_{ij} = \begin{cases} t_{endi} < t_{startj} & S_{endi} = S_{startj} \\ t_{endi} + d_{ij} < t_{startj} & S_{endi} \neq S_{startj} \end{cases} \quad (2.1)$$

### 2.1.2 Modelos para múltiplos depósitos

Quando aplicado múltiplos depósitos na resolução do problema de planeamento operacional torna-se possível os veículos iniciarem as rotas em diferentes locais. De tal modo, surge como restrição adicional os veículos retornarem ao ponto de partida no final da rota. Acrescentando esta extensão, a complexidade do problema aumenta.

Nesta secção são apresentadas as três principais abordagens de modelagem para resolução do problema utilizando múltiplos depósitos, tratando-se aqui de uma adaptação das abordagens detalhadas em Bunte e Kliwer 2009.

#### Modelos de mercadoria única

Modelos de mercadoria única são grafos em que um único nó representa uma viagem ou um depósito. Aqui são analisados dois modelos de mercadoria única, modelo de mercadoria única com restrições de interrupção de sub-excursão e modelo de mercadoria única com variáveis de atribuição.

Por um lado, o modelo de mercadoria única com restrições de interrupção propõe uma estrutura de rede com cada veículo disponível por depósito modelado como um nó (Carpaneto et al. 1989). Para cada um desses nós, os arcos são inseridos em todos os nós de viagem, bem como os arcos de todas as viagens de volta ao nó do veículo. Esses arcos são fornecidos com custos fixos para um veículo mais os custos operacionais para a viagem vazia. Para evitar o uso de veículos desnecessários, arcos adicionais com custo zero são inseridos para cada nó do veículo. Esses arcos apontam no mesmo nó para que veículos não utilizados possam ser indicados. Como os nós e arcos do depósito precisam ser inseridos para cada veículo possível, a rede possui uma quantidade extremamente alta de elementos, conforme se verifica na Figura 2.5 (Bunte e Kliwer 2009).

Este modelo foi utilizado para apresentar um algoritmo de ramificação e limite, tendo sido o primeiro a resolver o problema de otimização de planeamento operacional para múltiplos depósitos de maneira exata (Carpaneto et al. 1989). A principal desvantagem desta formulação é o crescimento exponencial do número de restrições (Bunte e Kliwer 2009).

Por outro, o modelo de mercadoria única com variáveis de atribuição consiste na utilização de uma estrutura de rede mais abrangente. Os nós do veículo são agregados e combinados em um único nó por depósito, tal como se pode observar na Figura 2.6 (Bunte e Kliwer 2009).

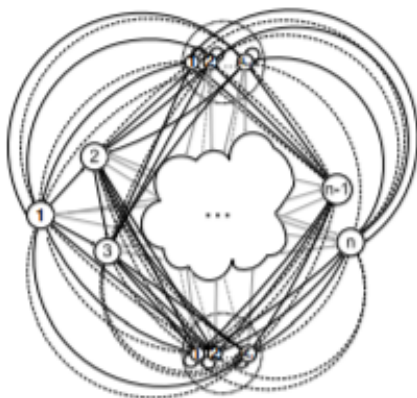


Figura 2.5: Modelo de mercadoria única com quebra de sub-rotas

Um segundo grupo de variáveis é introduzido e usado para atribuir uma viagem ao depósito. Por isso, o número de restrições, bem como o número de variáveis, é reduzido em comparação com o anterior.

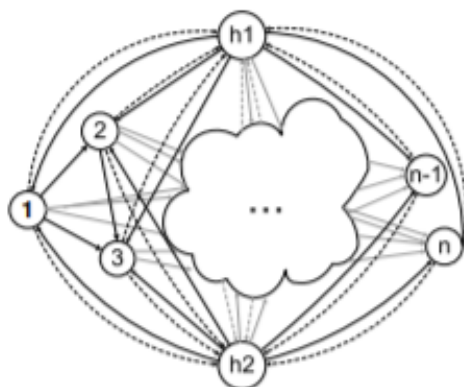


Figura 2.6: Modelo de mercadoria única com variáveis de atribuição

### Modelos de mercadoria múltipla

As formulações de várias mercadorias são extensões da abordagem de fluxo de rede para o problema de otimização operacional, sendo que para cada depósito, uma rede independente é construída. As formulações de mercadoria múltipla são geradas pela combinação dessas redes. Nesta seção são analisadas duas abordagens de utilização deste modelo, redes baseadas em conexões e redes espaço-tempo.

Na abordagem de redes baseadas em conexões, as possíveis conexões entre as viagens programadas são modeladas considerando explicitamente todas as compatibilidades de viagem. Para cada conexão possível, um arco é inserido na rede subjacente, tal como se pode observar na Figura 2.7 ((Bunte e Kliewer 2009)).

As sub-redes são geradas da mesma maneira que na abordagem de fluxo de rede para o caso de depósito único. Contudo, apenas a sub-rede do primeiro depósito é visível neste exemplo.

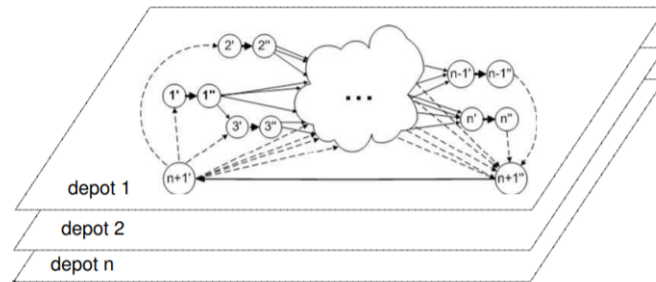


Figura 2.7: Connection-based Network

Diferentes abordagens utilizam este tipo de formulação para resolver o problema de otimização do planeamento operacional.

Numa abordagem, a formulação de atribuição é estendida ao modelo de várias mercadorias e é resolvida heurísticamente pelo relaxamento das restrições de cobertura combinadas com um procedimento de reparo (Bertossi, Carraresi e Gallo 1987).

Noutra, é utilizado a geração de arco em combinação com um algoritmo de ramificação e corte (Löbel 1998). A decisão de quais arcos devem ser adicionados ao problema principal foi tomada com uma técnica de atribuição de valores especializada.

Por fim, numa outra abordagem, a quantidade de arcos necessários na rede baseada em conexão foi heurísticamente reduzida pela definição de três horários do dia (manhã, meio-dia e noite) (Haghani e Banihashemi 2002). Cada viagem é atribuída a um período de tempo e é assumido que nenhuma viagem noturna será servida diretamente após uma viagem matinal. Este pressuposto ganha uma redução do tamanho do modelo de até 40% (Bunte e Kliewer 2009).

Este tipo de redes é construída de tal forma que as conexões possíveis entre grupos de viagens compatíveis são agregadas. Deste modo, o número de arcos de compatibilidade na rede diminui drasticamente em comparação com as abordagens baseadas em conexão, sem perder nenhuma programação viável de veículo, na Figura 2.8 é observável um exemplo da utilização deste tipo e rede.

O modelo matemático é uma formulação de várias mercadorias semelhante à do modelo baseado em conexão. Contudo, ao contrário do primeiro, que utiliza variáveis principalmente binárias, este utiliza limites inteiros (Bunte e Kliewer 2009).

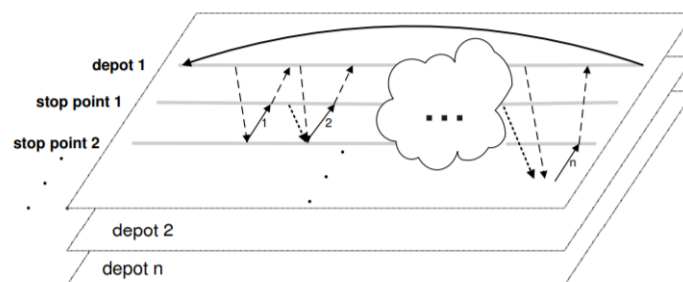


Figura 2.8: Time-space Network (Bunte e Kliewer 2009).

## Definir modelos de particionamento

A ideia principal dos modelos de particionamento definidos é enumerar todas as rotas possíveis para os veículos e escolher um subconjunto dessas rotas que atenda a todas as restrições. Este modelo pode ser obtido aplicando a decomposição de Dantzig-Wolfe (Papavasiliou 1960) ao modelo de múltiplas mercadorias.

O modelo matemático resultante é um problema de particionamento de conjunto que possui apenas algumas restrições, contudo, possui um grande número de variáveis, pois, todos caminhos viáveis na rede para cada depósito são uma variável no modelo.

A primeira abordagem deste género consistia num algoritmo de geração de colunas, considerando todos os caminhos possíveis de maneira implícita. O processo de geração de colunas era dividido num problema principal e num subproblema. O problema principal resolvia a parte de particionamento considerando apenas um subconjunto de todas as colunas. No subproblema, novas colunas promissoras eram identificadas através da resolução de um problema de caminho mais curto num gráfico contendo informações duplas do problema principal (Bunte e Kliewer 2009).

## 2.2 Problema

O problema em análise não é um problema novo, de tal modo foi desenvolvido tendo outro sistema como base, GIST. Neste capítulo para além de ser explicado como o sistema base está dividido e que funcionalidades disponibiliza, é também explicado o que foi acrescentado a este sistema de forma a que fosse possível resolver o problema em questão, isto é, otimização do planeamento operacional.

### 2.2.1 GIST

O projeto a ser desenvolvido tinha como objetivo ser integrado no sistema GIST (*OPT | Products | GIST - A Decision Support System for Public Transport Planning* 2019). Este é um sistema integrado de suporte à decisão para o planeamento operacional, abordando os seguintes processos: gestão de informações de rede, gestão de informações de rotas, gestão de horários, escalonamento de veículos e escalonamento de tripulantes.

Este sistema foi desenvolvido pela empresa, que atua como ambiente para o desenvolvimento desta tese, há mais de 20 anos e tem sido adaptado e melhorado ao longo do tempo. Atualmente é utilizado em quase 60% do setor total de transportes públicos em Portugal.

O GIST, para além de permitir fazer a importação dos dados necessários para executar os algoritmos de escalonamento e de mostrar de uma forma agradável os resultados das soluções obtidas, tem também incorporado diferentes algoritmos de escalonamento que utilizam técnicas diferentes para produzir as soluções de planeamento operacional tal como se pode observar na Figura 2.9 (*OPT | Products | GIST - A Decision Support System for Public Transport Planning* 2019). O algoritmo a ser desenvolvido no âmbito desta tese visa ser integrado nesta parte.

O sistema GIST encontra-se dividido em dois módulos, o módulo rede e o módulo planeamento.

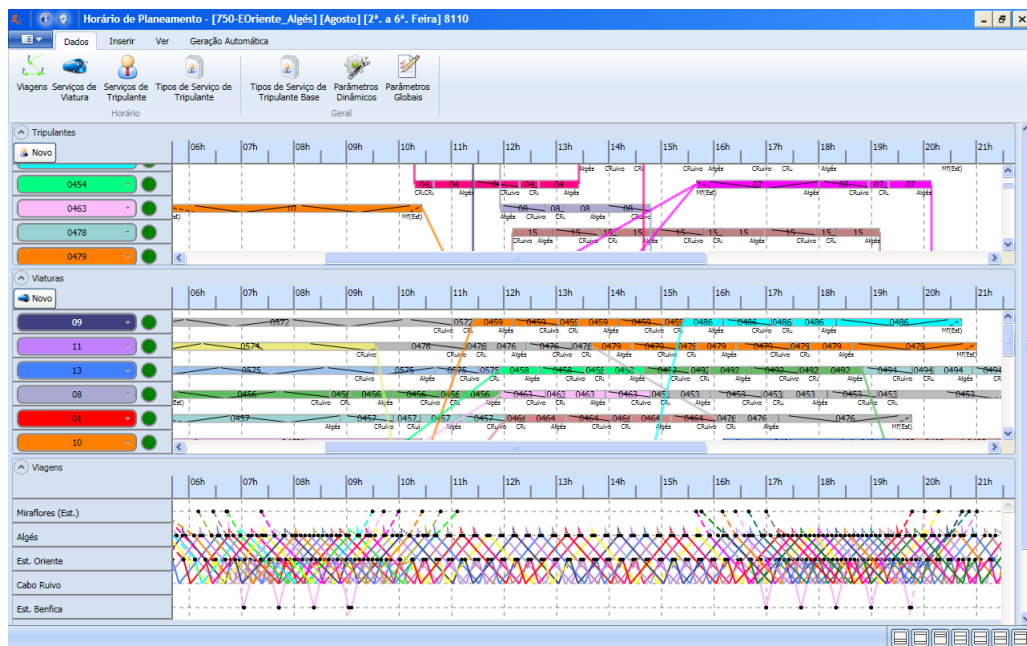


Figura 2.9: GIST

### Módulo rede

O módulo rede é uma aplicação destinada à definição e mapeamento da rede e das linhas de uma operadora de transporte e contém uma interface gráfica de apoio à sua manipulação por parte do utilizador, representado graficamente na figura 2.10 (OPT | Products | GIST - A Decision Support System for Public Transport Planning 2019).

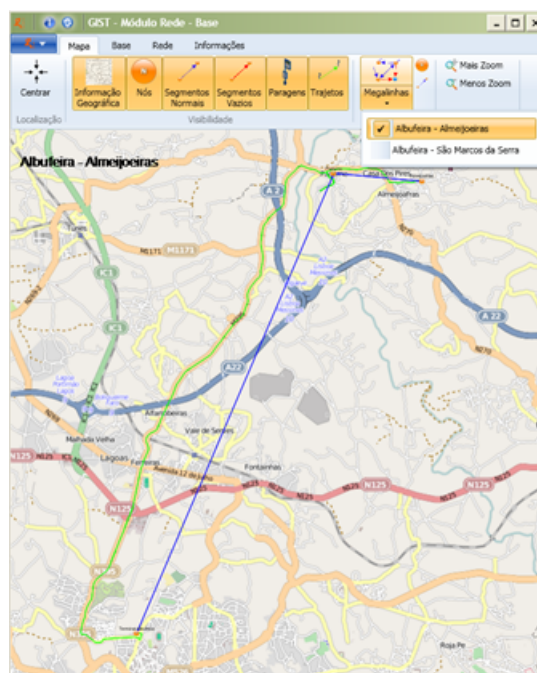


Figura 2.10: GIST - Modulo rede

O módulo rede é uma aplicação onde se procede à definição de entidades que servem de base à definição da oferta da empresa, sendo estas agrupadas da seguinte forma:

1. Definição da rede de transporte público:
  - Paragens e rotas físicas;
  - Georreferenciação da rede;
  - Nós com impacto no planeamento e sua importância;
  - Segmentos que definem trajetos possíveis entre nós;
  - Criação de versões relacionadas de redes de transporte.
2. Definição da estrutura temporal de suporte ao planeamento:
  - Épocas do ano;
  - Tipos de dia;
  - Períodos do dia;
  - Durações dos segmentos por período do dia.
3. Definição da oferta em termos da rede:
  - Agrupamento de segmentos em percursos;
  - Agrupamento de percursos em linhas;
  - Agrupamento de linhas em megalinhas;
  - Duração das deslocações dos tripulantes entre os vários nós.

A aplicação contém uma interação gráfica que permite ao utilizador efetuar a definição da rede diretamente sobre o mapa. Existe ainda a possibilidade de efetuar importações e carregamento de algumas entidades diretamente a partir de ficheiros.

### **Módulo planeamento**

O módulo planeamento é uma aplicação que permite numa mesma interface efetuar a definição da oferta que a empresa coloca à disposição dos utilizadores, permitindo utilizar algoritmos de otimização para definir os recursos (viaturas e tripulantes) que vão concretizar a oferta definida. O processo de construção manual pode também ser efetuado, existindo para o efeito um conjunto de ferramentas de auxílio.

Este módulo fornece também a possibilidade de criar ligações entre horários, permitindo desta forma utilizar definições de base e posteriormente especificá-las para um determinado tipo de dia, acrescentando ou retirando oferta.

Para definir a oferta de planeamento existem entidades que devem ser definidas, sendo estas respetivamente:

1. Parametrização:
  - Definição das regras laborais através da definição de tipos de serviço;



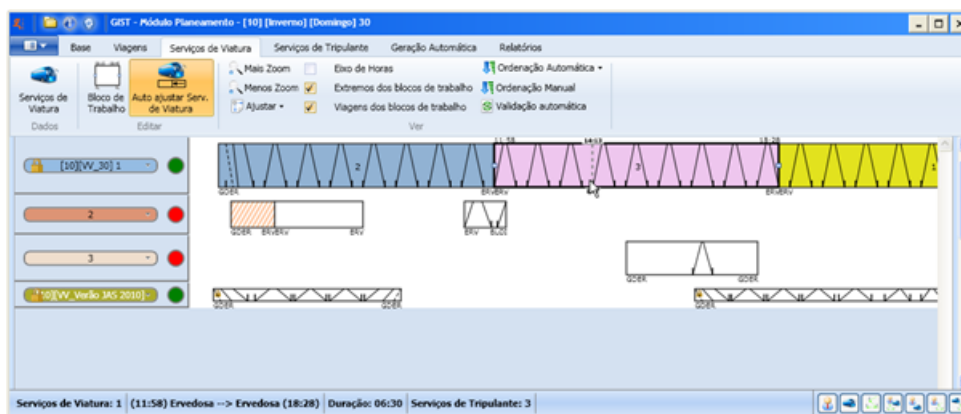


Figura 2.12: GIST - Interface viaturas

5. Serviços de tripulante (representado graficamente na figura 2.13):

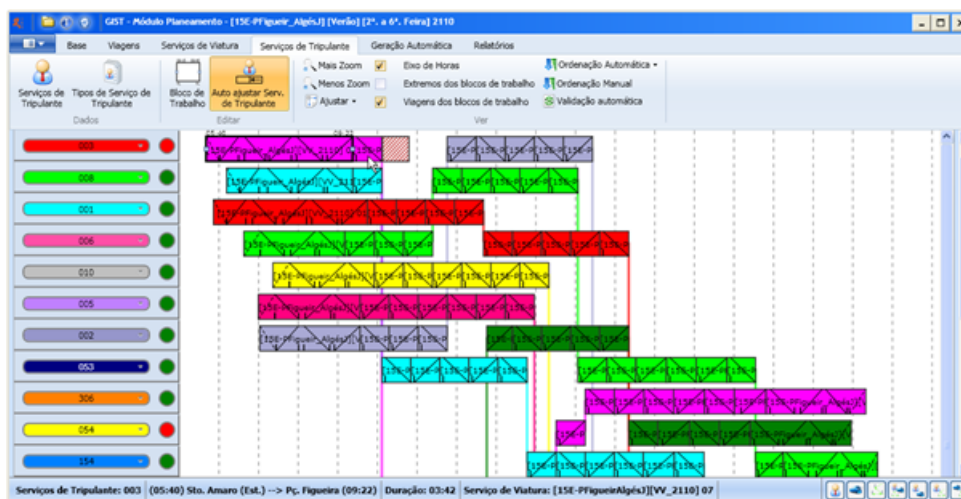


Figura 2.13: GIST - Interface tripulantes

- Construção de serviços de tripulante a partir da junção de viagens ou diretamente a partir da junção de blocos;
- Construção automática de serviços com utilização a algoritmos;
- Validação contínua das regras nos serviços definidos;
- Utilização de parametrização dinâmica nas regras de validação e de cálculo.

## 2.2.2 Otimização operacional

Uma das extensões adicionadas ao problema é a utilização de frota heterogénea e com múltiplas estações de recolha. A necessidade da utilização desta extensão advém de diferentes necessidades ao longo do dia e a restrições ao uso de diferentes tipos de viatura. Contudo, esta extensão introduz mais complexidade ao problema tornando as abordagens determinísticas conhecidas incapazes de o resolver eficazmente (Ramos 2011).

Tal como referido, este problema tem complexidade “NP” (Não Polinomial). Contudo, ao ser utilizado a extensão de múltiplos depósitos, a complexidade do problema aumenta, ficando assim definida como “NP Difícil”. Isto significa, que com o aumento da quantidade de dados de entrada, por exemplo, transportes, operadores de transportes ou viagens, o número de combinações de soluções possíveis aumenta de uma forma muito rápida (exponencial) sendo impraticável produzir uma solução ótima. Razão pela qual existe muito espaço para a continuação do seu estudo e tentativa de melhoria/otimização de soluções/abordagens existentes.

Desta forma, surgiu a necessidade da utilização de algoritmos que utilizam heurísticas e meta heurísticas de forma a ser possível gerar uma solução satisfatória em tempo útil. Enquanto uma heurística é uma estratégia específica para um problema/domínio em questão, uma meta-heurística é uma estratégia mais genérica que pode ser aplicado a outros problemas/-domínios de contexto diferente.

Conforme já referido, devido à complexidade do problema não é possível garantir a solução ótima em tempo útil, sendo assim, é desejável/suficiente a obtenção de uma solução satisfatória, isto é, uma solução que satisfaça os requisitos definidos, sejam eles em termos de custo ou tempo.

Atualmente, na solução desenvolvida pela OPT, o planeamento operacional é realizado em duas fases. Numa primeira fase, partindo de uma oferta (conjunto de viagens), e recorrendo a heurísticas, é determinado o número de viaturas necessárias para a sua realização. De seguida, utiliza-se os resultados de saída desta primeira fase como resultados de entrada de uma segunda fase. Esta fase tem como objetivo efetuar a divisão do trabalho de condução das viaturas em serviços de tripulante, tratando-se aqui de outro problema de complexidade “NP”. Estes serviços necessitam de respeitar a legislação e os acordos de empresa.

Contudo, ao efetuar este processo em duas fases, há aumento de custos, isto é, na primeira fase ao escalonar exclusivamente as viaturas apenas são tidas em consideração as otimizações que beneficiam as mesmas, ignorando se a solução atual tem potencial para escalonar os tripulantes. Quando for efetuada a segunda fase, o sistema irá partir de soluções que foram escalonadas sem ter em consideração os tripulantes, ou seja, isto pode implicar que tenham sido soluções satisfatórias eliminadas antes de chegar sequer a esta fase, originando assim uma geração final com o custo total maior. Outro problema neste processo, é o facto de haver diversas restrições tanto a nível do transporte como do operador de transporte que irão condicionar de forma significativa a geração de soluções. O facto de ser inserida uma nova restrição, implica que é uma nova regra que o algoritmo tem de cumprir e aquando da execução do escalonamento, esta restrição pode obrigar o algoritmo a atribuir um novo transporte ou tripulante para que a mesma seja cumprida, originando assim uma solução com o custo total superior e também com um tempo de processamento maior. Exemplos destas restrições são: tipologia do transporte, restrições do transporte e restrições do operador de transporte.

Tipologia do transporte é referente à quantidade de passageiros que o mesmo suporta, isto tem implicações no algoritmo porque apesar de transportes que suportam mais passageiros terem um custo de lançamento superior, em certas circunstâncias é preferível um destes ao invés de dois de tamanho inferior.

Restrições de transporte tem grande impacto na solução, por exemplo: o mesmo transporte não pode circular sempre sem fazer pausas, cada transporte tem definido o número

máximo de horas seguidas que pode circular e alguns transportes requerem condutores com habilitações específicas.

No que diz respeito às restrições de operador de transporte é necessário ter em consideração, por exemplo: o número máximo de horas diárias de trabalho, terem direito a pausas para as refeições e outras pausas de menor duração, ou então, em certas situações deslocação desde a paragem de fim de uma rota até ao início da próxima rota quando necessário efetuar troca de transporte.

A grande diversidade de restrições é uma característica que tem um impacto grande na complexidade do problema. No cálculo da melhor solução, minimizar uma das variáveis não significa necessariamente que se produza uma solução com um custo final melhor.

Por exemplo, durante o escalonamento das viaturas, minimizando o número de transportes a serem utilizados por um lado tem redução em alguns custos, pois, associado a cada transporte há um custo de utilização, logo, usando menos transportes tem um custo total de utilização de transportes menor. Contudo, em certas situações isto pode implicar que transportes tenham de realizar viagens sem passageiros para se deslocar do fim de uma rota para o início da seguinte, ou então terem de esperar numa paragem para iniciar uma viagem que se irá realizar mais tarde. Havendo custos associados a estas ações, em determinados casos é mais dispendioso ter um transporte à espera ou a realizar uma viagem vazio, porém, noutros casos é mais dispendioso a utilização de um novo transporte.

O mesmo se aplica quando do escalonamento dos tripulantes, pois, havendo horários desde o início do dia até ao final do dia, inclusive durante os horários de refeições existe uma grande necessidade de escalonar de forma intercalar vários tripulantes.

Para além de haver restrições a nível de horas mínimas e máximas que um tripulante pode trabalhar, também existe em relação à amplitude do horário e horário para refeições, sendo que estas restrições tornam o processo de geração de horários de tripulantes mais complexo.

Por exemplo, no caso de um horário das sete horas até às vinte e três horas, são dezasseis horas, ou seja, em teoria podiam ser feitos dois turnos de oito horas, um para cada tripulante, tal como é demonstrado na Figura 2.14.

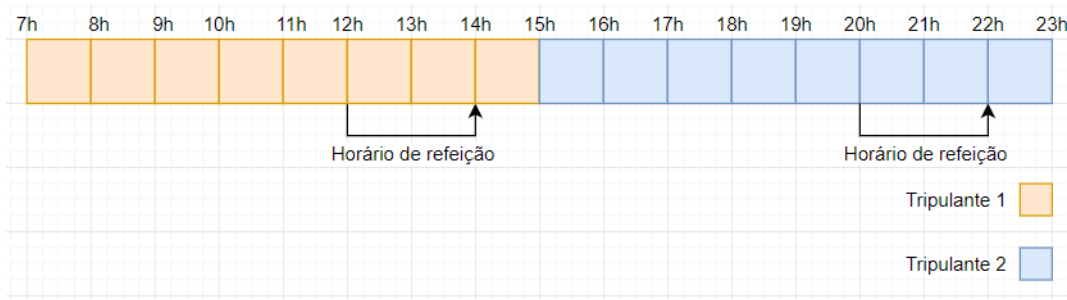


Figura 2.14: Serviço de tripulante com horário de refeição inválido

Contudo, neste cenário, o tripulante 1 trabalhando no período de manhã e tarde tem direito a pelo menos uma hora de refeição para almoço e o tripulante 2 trabalhando no período de tarde e noite tem direito a pelo menos uma hora de refeição para o jantar, em nenhum dos casos é cumprida esta restrição.

Outra alternativa seria durante uma hora do período do almoço o tripulante 2 fazer o serviço enquanto o tripulante 1 almoçava e em contrapartida o tripulante 1 trabalhava uma hora

do período de jantar enquanto o tripulante 2 usufruía do horário de refeição, tal como é demonstrado na Figura 2.15.

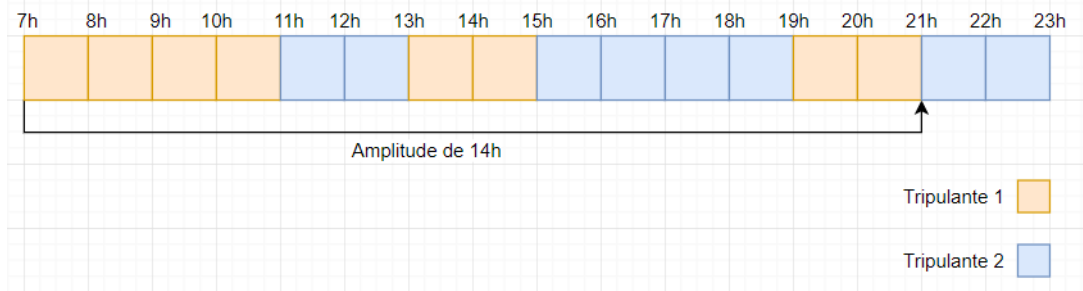


Figura 2.15: Serviço de tripulante com amplitude inválida

Neste cenário, a restrição dos horários de refeições é cumprida, isto é, tanto o tripulante 1 como o tripulante 2 têm direito ao tempo de refeição para almoço e para jantar, e é concedido a ambos uma hora para cada uma das refeições. Contudo, a amplitude do horário do tripulante 1 é de catorze horas, o que invalida a restrição da amplitude máxima do horário para cada tripulante.

Uma possível alternativa passa por para este conjunto de viagens ser requisitado um terceiro tripulante e os tripulantes já atribuídos a este conjunto de viagens poderem realizar também o seu trabalho diário noutra conjunto de viagens diferente, tal como demonstrado na Figura 2.16

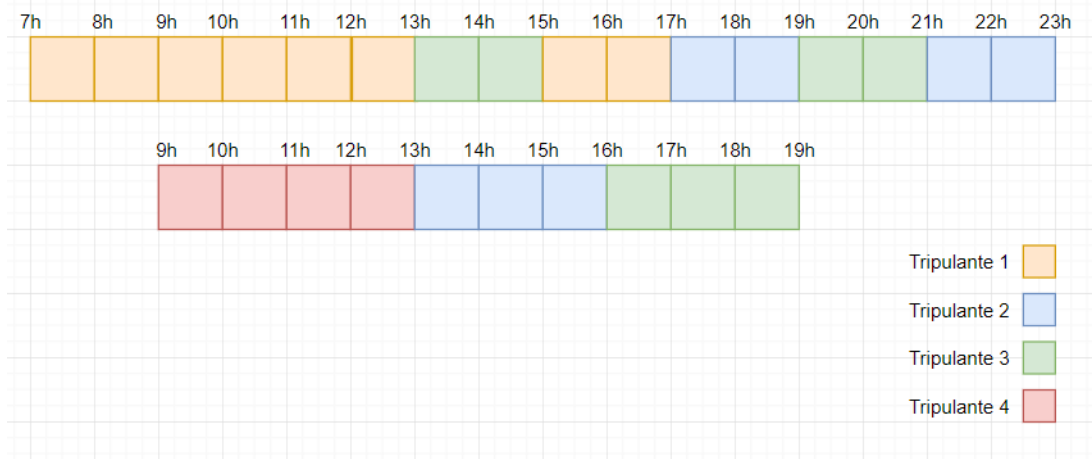


Figura 2.16: Serviço de tripulante válido

Neste cenário é cumprido a restrição do período de refeições, a restrição da carga horária máxima e também a restrição da amplitude de horário máxima.

Contudo, não existem apenas as restrições mencionadas até ao momento e cada uma das restrições tem impacto no horário gerado, aumentando deste modo a dificuldade do planeamento destes serviços. Exemplos dessas restrições e que tornam o escalonamento anteriormente mencionado válido em inválido são: tempo necessário para troca de veículo, tempo para pausas de descanso ou então número máximo de troca de veículos permitido.

Como já foi mencionado, ao efetuar a geração de serviços de viatura e serviços de tripulante em duas ações separadas pode gerar um aumento do custo total da geração final, pois,

desta forma aquando do escalonamento das viaturas apenas está a minimizar o custo total das viaturas não considerando o custo dos tripulantes. Aquando do escalonamento dos tripulantes, o ponto de partida seriam as viagens com viaturas atribuídas que em grande parte dos casos já tinham limitado algumas das melhores soluções a não serem possíveis de ser escalonadas.

Em contrapartida, ao efetuar o escalonamento simultâneo das viaturas e tripulantes o custo a ter em consideração em tempo de processamento é a soma do custo das duas vertentes, logo não serão excluídas soluções com potencial satisfatório. Contudo, esta alteração tem grande impacto na complexidade do problema, de tal modo, esta destaca-se como objetivo principal.

## 2.3 Objetivos

Tendo como base o problema, funcionalidades e restrições previamente mencionadas, surgiram como objetivos: a otimização do escalonamento de viaturas, a otimização do escalonamento de serviços de tripulante, o desenvolvimento de uma solução que permita agrupar ambos os escalonamentos e a adição de novas restrições ao problema.

Nestas novas restrições estão incluídas por exemplo: a possibilidade de troca de operador de transporte durante um serviço ou então a possibilidade de dinamicamente fixar um transporte a um respetivo operador.

A quantidade e diversidade das restrições aumenta consideravelmente a dificuldade do problema, mas, em contrapartida, permite oferecer ao utilizador soluções mais personalizáveis e atraentes.

O desenvolvimento da solução que permita efetuar o escalonamento simultâneo de viaturas e tripulantes, apesar de ser espectável ter um aumento no tempo de resposta, é espectável também que tenha uma melhoria significativa no custo total da solução, aquando da não utilização das novas restrições, o que é de grande interesse para o utilizador que pretende efetuar o planeamento operacional. Contudo, dependendo dos valores limites definidos para as novas restrições, torna-se espectável que a solução produzida tenha um custo total superior, pois, são novas regras que condicionam as soluções possíveis de ser escalonadas de uma forma válida.

Sendo assim, devido ao maior impacto na solução gerada, estes dois objetivos são de maior grau de importância do que os outros dois mencionados.

## 2.4 Resultados esperados

Com o desenvolvimento desta nova solução era expectável que os resultados obtidos, nos cenários em que não são utilizadas as novas restrições, em comparação com a solução anterior tivessem um custo/tempo menor devido ao facto de não acontecerem as perdas no processo de troca de algoritmo. Contudo, em contrapartida, era expectável que o tempo de execução da solução fosse relativamente superior, pois é necessário efetuar mais cálculos durante o processamento. Por um lado, em planeamentos de pequena dimensão especulava-se que esta desvantagem fosse quase insignificante, por outro, devido a tratar-se de um

problema “NP-Difícil”, quando se processa planeamentos de grandes dimensões o aumento do tempo de execução torna-se notório.

Por fim, a utilização das novas restrições, pode implicar uma geração final de custo maior dependendo dos valores limites inseridos. Porém, permite também fornecer aos utilizadores soluções mais costumáveis.

## **2.5 Análise de valor**

Aquando da análise do valor do produto, o tempo de execução do algoritmo aumentar ligeiramente foi tido em consideração como sacrifício para o cliente, porém, a melhoria no custo da solução, presente nos benefícios, compensa este sacrifício. Para complementar a análise do valor de uma forma mais precisa, foi utilizado o New Concept Development (NCD) de Peter Koen (*Front End Innovation* 2013).



## Capítulo 3

# Contexto e Estado da arte

Neste capítulo são descritos os conceitos de negócio, processos, intervenientes e restrições relevantes para o problema em análise.

É realizada também uma análise de valor, sendo que nesta é analisado o transporte rodoviário em Portugal, analisada a previsão de crescimento, aplicada o modelo NCD, efetuada a análise de valor do produto e utilizado o modelo de negócio canvas.

Por fim, são analisadas as abordagens existentes com funcionalidades semelhantes às do projeto em análise.

### 3.1 Conceitos de negócio

O conceito de negócio principal são as viagens. Estas são constituídas por dois nós, o começo e o fim, tem uma duração de percurso e são realizadas por viaturas, sendo que associado a uma viagem de uma viatura tem de estar sempre um tripulante. Há dois tipos de viagens: singulares e periódicas. Enquanto que as viagens singulares são instâncias únicas, as viagens periódicas, são realizadas com uma determinada periodicidade e sempre com o mesmo horário. Para além disso, as viagens têm também uma prioridade de realização, um tempo de atraso permitido, um tempo de suporte e podem ser criadas como ida e volta ou então apenas uma das opções.

Uma viatura realiza várias viagens, de tal modo, surge a necessidade de efetuar a ligação entre as viagens com o intuito de se obter o horário de viaturas. Para se realizar esta ligação é necessário cumprir um conjunto de restrições, tais como: atraso máximo permitido para a viagem e tempo máximo que a viatura pode estar parada.

Um serviço de tripulante é caracterizado por ter a carga horária que o operador de viaturas terá de realizar. O mesmo operador/tripulante realiza várias viagens no mesmo dia, podendo estas serem todas com a mesma viatura ou então com viaturas diferentes, desde que respeite o número máximo de trocas de viatura que cada tripulante pode realizar e o número máximo de trocas de tripulante que cada viatura pode realizar. Estes números são parametrizáveis e definido aquando a execução do algoritmo, por parte de quem está encarregue de gerir o planeamento operacional.

## 3.2 Processos e intervenientes

O sistema desenvolvido tinha como objetivo ser utilizado por empresas de transporte público, mais propriamente, pelos membros destas empresas responsáveis por efetuar e gerir o planeamento operacional dos transportes, sendo estes o único ator a interagir com o sistema.

Para o utilizador interagir com o sistema, inicialmente necessita de definir valores para os parâmetros utilizados como restrições e introduzir um ficheiro com as viagens que deseja realizar. Após isso, o sistema processa este ficheiro e, caso seja possível, produz uma solução válida satisfatória.

O ficheiro a ser introduzido, tem de conter obrigatoriamente as viagens que deseja escalonar. Contudo, para além disso, o utilizador pode previamente para determinadas viagens fazer a atribuição de um transporte, de um tripulante, nenhuma das opções ou então ambas as opções.

Aquando do processamento dos dados, o sistema assume que o que o utilizador predefiniu já está escalonado, de tal modo, devolve uma solução contendo estas predefinições e o escalonamento das restantes viagens da forma a obter uma solução satisfatória.

Para a geração da solução, o sistema necessita de obedecer às restrições, não tendo assim a liberdade de gerar uma solução que não cumpra uma destas mesmo que seja por uma margem mínima. Por exemplo, caso o utilizador defina como valor máximo de tempo total de trabalho do tripulante oito horas e caso um determinado conjunto de viagens tenha como duração total oito horas e cinco minutos, o sistema é obrigado a nesta situação atribuir dois tripulantes a este conjunto de viagens.

Contudo, é espectável que a solução gerada seja a posteriori analisada pelo utilizador, e em caso de necessidade, por exemplo, o caso mencionado anteriormente, este pode trabalhá-la e ajustar de forma a que, por exemplo, um determinado tripulante trabalhe mais cinco minutos num determinado dia para não haver necessidade de escalonar outro tripulante, diminuindo assim consideravelmente os gastos e otimizando a geração final.

## 3.3 Restrições

De forma a resolver o problema em estudo é necessário que as soluções geradas obedeam a um conjunto de restrições. Estas podem ser agrupadas em três categorias distintas, sendo elas respetivamente: restrições de viagem, restrições de viatura e restrições de serviço de tripulante.

Para trabalhar as viagens, estas são agrupadas em blocos e têm de obedecer às restrições de viagem que são compostas pelos seguintes parâmetros:

1. Estação de recolha – Deve ser possível definir se uma viagem tem de começar numa estação de recolha, terminar numa estação de recolha, nenhuma das opções ou então ambas;
2. Ponto de rendição - O nó de início e fim de cada bloco deve estar definido como ponto de rendição;
3. Nó de início – O nó de início de uma viagem deve coincidir com o nó de fim da viagem anterior, excetuando a primeira viagem do bloco.

Um serviço de viatura pode ser composto por várias viagens, sendo assim, surge a necessidade de encadear viagens. Este processo pode ser realizado de três modos diferentes:

1. Com paragem num mesmo nó. – Quando a hora de início da segunda viagem é maior ou igual à hora de fim da primeira viagem com o acréscimo do tempo de paragem definido na viagem;
2. Com atraso na segunda viagem. – Quando não obedece à condição anterior;
3. Com paragem numa estação de recolha. – Quando o tempo de espera entre o fim da primeira viagem e o início da segunda viagem é superior ao tempo mínimo de paragem na estação de recolha e inferior ao tempo máximo de paragem na estação de recolha.

Para além disso, é também admissível a utilização de uma viagem em vazio para a ligação destas duas viagens. Contudo, de forma a que a viatura seja possível de ser utilizada numa determinada viagem é necessário que a viagem suporte o tipo de viatura.

Outra restrição associada ao serviço de viatura é que o mesmo tem de começar e terminar sempre numa estação de recolha. Em caso de existir mais do que uma estação de recolha deve ser validada que a estação escolhida para termino do serviço de viatura não exceda a capacidade máxima definida para o tipo de viatura correspondente.

Por fim, um serviço de viatura pode ter também associado um número máximo de mudança de tripulante.

As restrições de tripulante são caracterizadas pelos seguintes aspetos:

1. Rendições – As rendições, início de serviço e fim de serviço devem ocorrer em pontos de rendição;
2. Deslocações – Quando o local de início de uma viagem não é comum ao local de fim da viagem anterior, há necessidade de o tripulante se deslocar. Este tempo de deslocação pode ser configurado como uma das seguintes opções:
  - (a) Não ser contabilizado;
  - (b) Adicionar ao fim da etapa anterior;
  - (c) Adicionar ao início da etapa seguinte;
  - (d) Adicionar o tempo apenas ao horário de tripulante e não a nenhuma etapa.
3. Etapas – O número máximo de etapas a realizar pelo tripulante;
4. Refeições – Definição de tempo mínimo e máximo para almoço e jantar quando necessário durante o horário de trabalho;
5. Pequenas interrupções – Definição de número máximo de pequenas interrupções, tempo mínimo e tempo máximo para cada;
6. Mudanças de viatura – Número máximo de mudanças de viatura permitido;
7. Início/Fim de serviço – Definição de horários onde não é permitido iniciar um serviço, definição de horário onde não é permitido terminar um serviço e possibilitar restringir a que o serviço inicie e termine no mesmo local;
8. Amplitude – Definição do máximo entre a hora de início de serviço e hora de fim;

9. Tempo total de trabalho – Definição de intervalo de tempo para o tempo total de trabalho, diferente da amplitude, pois, não contabiliza o tempo de pausas. Para além deste intervalo são definidos também mais três intervalos de tempo, podendo estes ter custo por hora diferente, eles são respetivamente:
- (a) Tempo de trabalho normal;
  - (b) Tempo de trabalho extra;
  - (c) Tempo de trabalho noturno.
10. Condução – Definição do tempo máximo de condução diária.

### 3.4 Análise de valor

A secção presente detalha a análise de valor, efetua uma análise do mercado de transporte rodoviário em Portugal, realiza uma previsão de crescimento da utilização do transporte rodoviário a nível global, utiliza o modelo NCD de Peter Koen aplicado ao projeto em questão e define o valor do produto.

#### 3.4.1 Transporte rodoviário em Portugal

Nesta secção é efetuada uma análise do transporte rodoviário em Portugal adaptada de Coelho 2018.

Em 2016 estavam registadas 680 empresas de transporte rodoviário de passageiros a operar em Portugal, sendo que destas 680, 411 são de transporte internacional, 182 de transporte especial ocasional, 71 de transporte regular interurbano e 16 de transporte regular urbano, na Figura 3.1 (Coelho 2018) pode-se observar a evolução do número de empresas nesta área a atuar em Portugal desde 2012 até 2016. (Coelho 2018).

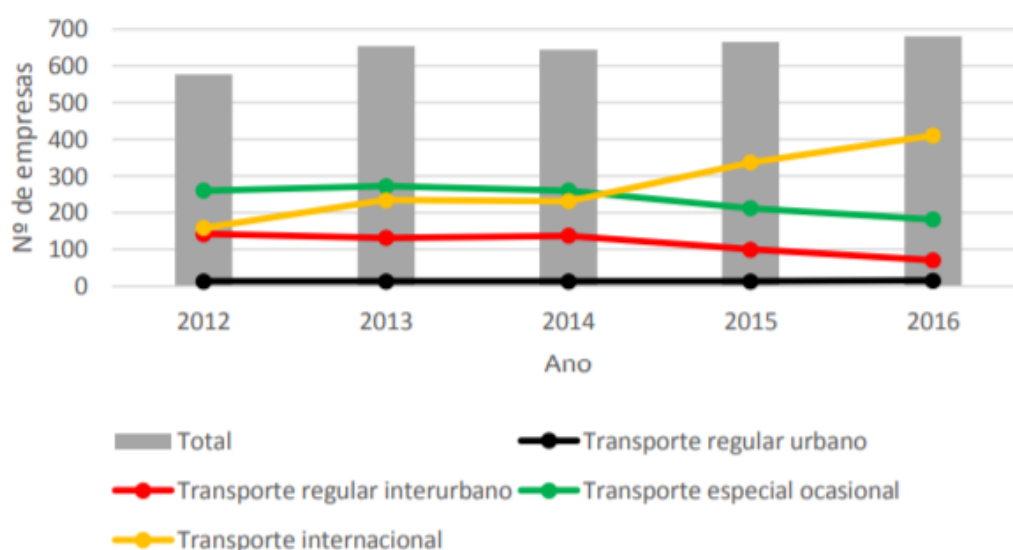


Figura 3.1: Evolução da quantidade de empresas de transporte rodoviário

O aumento verificado no número de empresas de transporte internacional pode considerar-se como uma tendência do setor. Porém, o aumento do número de empresas não se traduz num aumento significativo do número de serviços efetuados no transporte internacional, observável na Figura 3.2 (Coelho 2018), nem do número de passageiros transportados, presente na Figura 3.3 (Coelho 2018). Poderá concluir-se que o aumento registado no número de empresas de transporte internacional, derive da expansão da atividade das empresas que, até há pouco tempo, não ofereciam este serviço (Coelho 2018).



Figura 3.2: Evolução da quantidade de serviços de transporte internacional

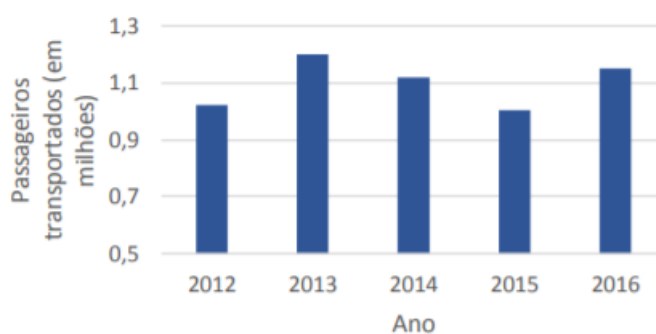


Figura 3.3: Evolução da quantidade de passageiros de transporte internacional

Os passageiros continuam a preferir o modo rodoviário como forma preferencial de se deslocarem em território nacional, comprovável na Figura 3.4 (Coelho 2018). Todavia, tem sido registada uma queda nessa utilização, sendo provável que o aumento de passageiros no modo ferroviário esteja relacionado a essa redução. Este acontecimento terá ligação com o aumento que se tem registado no transporte pelos metropolitanos, sendo que as melhorias que se têm verificado, especialmente no metropolitano de Lisboa que tem tido vários alargamentos, poderão estar a desviar passageiros do modo rodoviário para o modo ferroviário, observável na Tabela 3.1 (Coelho 2018).

Tabela 3.1: Evolução dos passageiros transportados no transporte ferroviário, por tipo de ferrovia, em milhões

	2014	2015	2016
Ferrovia Pesada	12.8	13.0	14.8
Ferrovia Ligeira	200.5	210.2	222.7

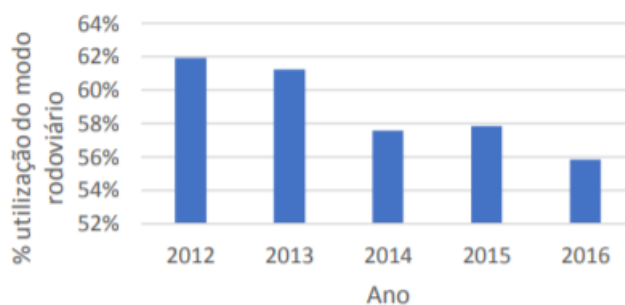


Figura 3.4: Evolução da utilização de transporte rodoviário

Em território nacional verificou-se um aumento de quase 2 milhões de serviços de transporte rodoviário de passageiros no período de 2012 até 2016, tal como se pode verificar na Figura 3.5 (Coelho 2018). Apesar deste dado indicar uma evolução positiva, não se tem verificado um aumento no número de passageiros transportados, observável na Figura 3.6 (Coelho 2018), o que indica que apesar de a oferta ser maior, existe menos procura pelos serviços do setor. O desenvolvimento do transporte ferroviário será o principal fator que leva a esta diminuição (Coelho 2018).

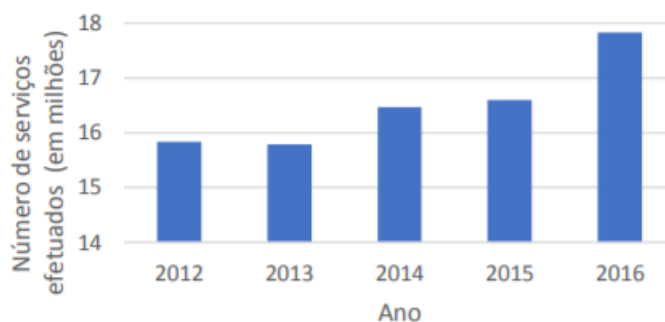


Figura 3.5: Evolução do número de serviços efetuados em transporte nacional

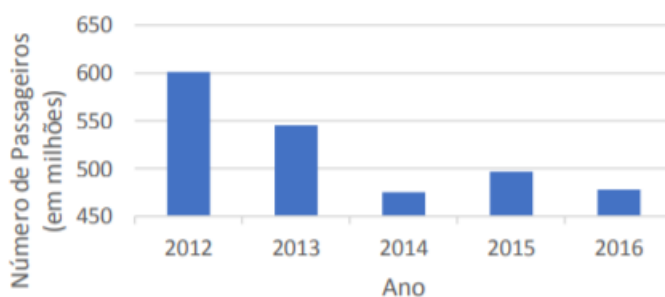


Figura 3.6: Evolução do número de passageiros em transporte nacional

### 3.4.2 Previsão de crescimento

Nesta secção é efetuada uma análise de previsão de crescimento do transporte rodoviário adaptada de *Bus Market Size, Share, Trends | Industry Report (2019 -24)* 2018.

É espectável que o mercado de transportes públicos rodoviários atingia 72.430 mil milhões de dólares até 2024, projetando uma Taxa de crescimento anual composta (CAGR) de 7.58%, durante o período desde 2019 até 2024.

A preocupação predominante com a poluição causada, principalmente por automóveis, forçou governos em muitos países a tomar medidas drásticas para manter a poluição sob controle. A região da Ásia-Pacífico está liderando o mercado global de autocarros elétricos, devido ao aumento de iniciativas governamentais em países como Índia, China e Japão.

De forma a especificar com maior detalhe o mercado, será analisado apenas o segmento de autocarros de trânsito. Um autocarro de trânsito é usado para rotas de menor distância nas cidades metropolitanas.

Na região da Ásia-Pacífico, este segmento foi avaliado em 29.690 mil milhões de dólares em 2018, e a expectativa é projetar um CAGR de 8.78% durante o período previsto. Uma das razões para a otimização do transporte público ser uma prioridade para os governos é o facto de quase metade da população mundial viver em cidades.

Os autocarros de transporte rodoviário a diesel e outros combustíveis fósseis têm sido uma das principais causas de poluição nas cidades do mundo. De tal modo, o mercado de transportes público está testemunhando uma mudança de paradigma em relação aos autocarros elétricos. Essa mudança é apoiada por muitos governos para lidar com questões ambientais.

Em 2015, o governo chinês começou a subsidiar a compra de autocarros elétricos, incentivando assim as empresas de transporte a substituir os autocarros por autocarros elétricos. Devido a isso, as vendas de modelos movidos a bateria no país aumentaram drasticamente. Em dezembro de 2018, a China tornou-se o maior mercado de transportes elétricos e o Conselho de Recursos Aéreos da Califórnia (CARB) formou um regulamento para a transição para frotas de autocarros com 100% de emissão zero até 2040. De tal forma, especula-se que programas como este se tornem os principais impulsionadores do segmento de autocarros de trânsito.

Logo a seguir à região Ásia-Pacífico, espera-se que a região europeia testemunhe o segundo CAGR mais rápido, sendo este de 7.50%. Na Europa, em 2018, o Reino Unido dominou o mercado e representou 20.22% de participação no mercado total, seguido pela Alemanha, França e Espanha. No Reino Unido, os autocarros são o meio de transporte mais usado. Em 2017, foram realizadas 4.4 mil milhões de viagens de autocarro por toda a Inglaterra, e os autocarros representaram aproximadamente 59% de todas as viagens de transporte público no Reino Unido, em comparação com 21% de viagens realizadas de comboio.

As viagens locais de passageiros de autocarro têm diminuído continuamente em todo o Reino Unido. O principal motivo é o declínio acentuado nas viagens em autocarros financiados pelo governo local e a privatização de empresas desta área. No entanto, devido ao aumento da poluição e à redução da dependência de petróleo e da dependência de países produtores de petróleo, o país tem se concentrado na mobilidade elétrica. Além disso, zonas de ar limpo foram introduzidas em muitas cidades do Reino Unido, e os passageiros são impedidos pelo congestionamento e pelos altos custos de estacionamento, o que, por sua vez, está impulsionando a necessidade de um serviço de autocarros limpo e eficiente no país.

Na Europa, o Reino Unido tem o maior número de autocarros elétricos, com autocarros elétricos híbridos atualmente em operação em muitas cidades britânicas, representando 18% de toda a frota da Europa. A eletrificação do transporte rodoviário do país ainda está em seu estágio inicial, mas a queda nos custos deve impulsionar o crescimento do mercado.

Na Figura 3.7 (*Bus Market Size, Share, Trends | Industry Report (2019 -24) 2018*) pode-se observar a taxa de crescimento espetável do mercado por região durante o período de 2019 até 2024. Tal como foi referido anteriormente, a região Ásia-Pacífico demonstra ter o crescimento mais rápido, seguida pela região europeia.

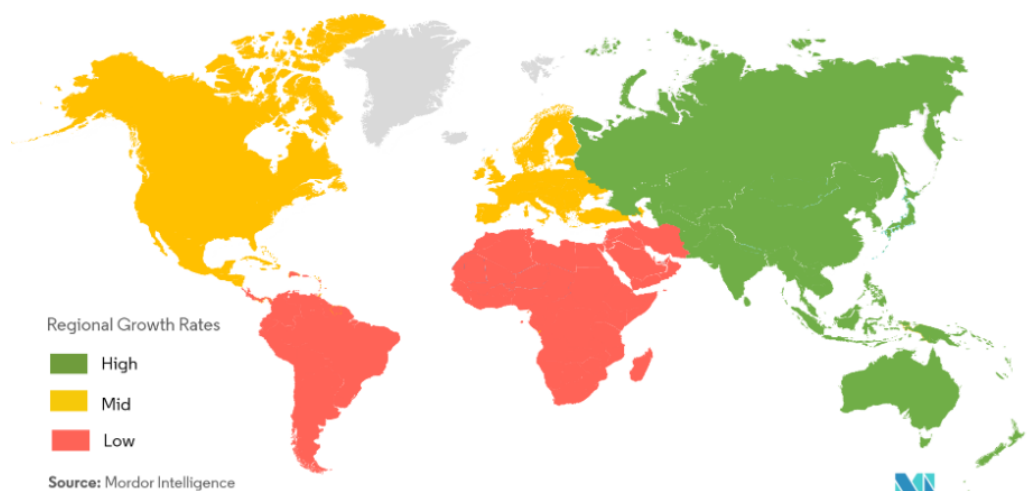


Figura 3.7: Taxa de crescimento do mercado (2019-2024)

### 3.4.3 Modelo NCD

O modelo "New Concept Development" de Peter Koen (*Front End Innovation 2013*) divide-se em três partes: o motor, que representa o controlo através de um grupo executivo, os cinco elementos chave e os fatores externos que podem influenciar as fases anteriores, tal como se pode observar na Figura 3.8 (*Front End Innovation 2013*). Os cinco elementos chave são:

1. Identificação de Oportunidades;
2. Análise de Oportunidades;
3. Geração e enriquecimento de ideias;
4. Seleção de Ideias;
5. Definição de Conceitos.

De forma a efetuar uma análise de valor ao problema em questão será utilizado este modelo.

Com o aumento de utilização de transportes públicos surgiu a oportunidade das redes de transportes públicos aumentarem a oferta de viagens. Contudo, devido a este aumento tornou-se mais complicado gerirem o planeamento da rede sem o auxílio de programas adequados. Sendo este um problema comum às empresas de transporte público identificou-se assim a oportunidade de desenvolver um programa destinado exclusivamente a auxiliar nesta tarefa.

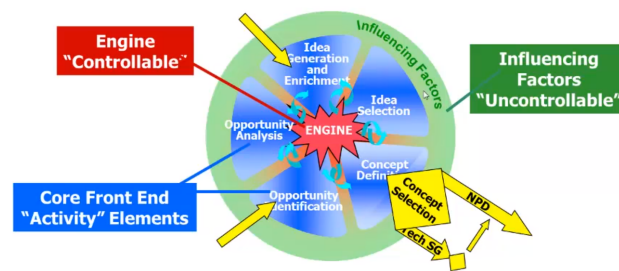


Figura 3.8: Modelo NCD

Com o objetivo de analisar esta oportunidade foi estudado junto com as empresas as necessidades que estas tinham, restrições às mesmas e como desejavam resolver o problema. Durante esta fase foi também efetuada uma análise ao mercado, aos concorrentes e à tecnologia necessária para resolver o problema. Este foi um processo cuidadoso para avaliar se a oportunidade previamente identificada era ou não viável.

Da análise de oportunidades resultou diversas ideias que tiveram de ser posteriormente estudadas e enriquecidas para poderem ser utilizadas. De forma a enriquecer estas ideias, o conceito das mesmas foi avaliado por diferentes entidades envolvidas, para se atingir as ideias gerais que podem ser utilizadas por diferentes empresas e mesmo assim responder às necessidades globais das mesmas aquando do planeamento.

Após a identificação, estudo e enriquecimento de ideias ter sido realizado procedeu-se à seleção das mesmas, utilizando como critério de seleção o feedback das entidades envolvidas. Como resultado desta seleção foram obtidas várias ideias, dentro das quais se destacam: geração e otimização de viagens, serviços de viatura e serviços de tripulante, utilização de frota heterogénea, definição de estações de recolha e pontos de rendição e restrições customizáveis para serem aplicadas a viagens, viaturas e tripulantes.

Por fim, foram identificados e definidos os conceitos de negócio, usando como ponto de partida as ideias previamente selecionadas. Dos conceitos de negócio definidos destacam-se: frota, viagem, ponto de rendição, transporte, operador de transporte, paragem, deslocação, etapa e viagem.

#### 3.4.4 Valor do produto

O valor da solução a ser desenvolvida é notório porque facilita bastante o trabalho de quem tem de efetuar o planeamento operacional, oferecendo também a vantagem de serem geradas soluções num período de tempo bastante menor e na maior parte dos casos gerar soluções com custo inferior ao que seria planeado manualmente.

O projeto em análise inicialmente trará sacrifícios para o cliente, pois, o mesmo está habituado a efetuar o planeamento da forma que sempre fez e a introdução desta solução irá criar uma interrupção nessa rotina. Após adaptação por parte do cliente, este irá ser beneficiado, pois, desta forma o planeamento será efetuado de uma forma bastante mais simples, apenas tem de ser efetuado a inserção dos dados e o sistema irá gerar uma solução válida. Contudo, o algoritmo tem de obedecer às restrições impostas, e em certas situações não tem a sensibilidade e liberdade que um humano tem para não cumprir uma das restrições caso este incumprimento beneficie bastante o custo da solução gerada. Sendo assim, o cliente

continua com o sacrifício de analisar a solução e ajustar a mesma se necessário, porém é beneficiado com o facto de esta ser construída de raiz automaticamente e de ser necessário realizar apenas alguns ajustes, quando assim o desejar.

O produto oferece como funcionalidade principal a geração do planeamento operacional, utilizando como dados de entrada as viagens a serem escalonadas, e produzindo como resultado uma atribuição a cada viagem de um transporte e tripulante. Como vantagens para o consumidor surgem o auxílio na efetuação do planeamento e a demonstração gráfica dos resultados gerados para uma melhor percepção. De forma a destacar-se de produtos semelhantes pretende escalonar simultaneamente os transportes e tripulantes, visando oferecer assim melhores resultados em termos de custo da solução gerada.

### 3.4.5 Modelo de negócio

O modelo de negócios canvas é uma ótima ferramenta para ajudar a entender um modelo de negócios de maneira direta e estruturada. O uso deste modelo facilita a definição dos clientes, quais proposições de valor são oferecidas por quais canais e como a empresa ganha dinheiro. Este modelo de negócio pode também ser utilizado para entender o modelo de negócios da empresa ou de um concorrente (*The Business Model Canvas* 2018).

O modelo de negócio canvas foi criado por Alexander Osterwalder e encontra-se dividido em nove blocos, estes são respetivamente: parcerias-chave, atividades-chave, recursos-chave, custos, proposta de valor, relacionamento com clientes, canais, segmentos de clientes e receitas.

Na Figura 3.9 está presente o modelo de negócio canvas aplicado ao projeto em análise.

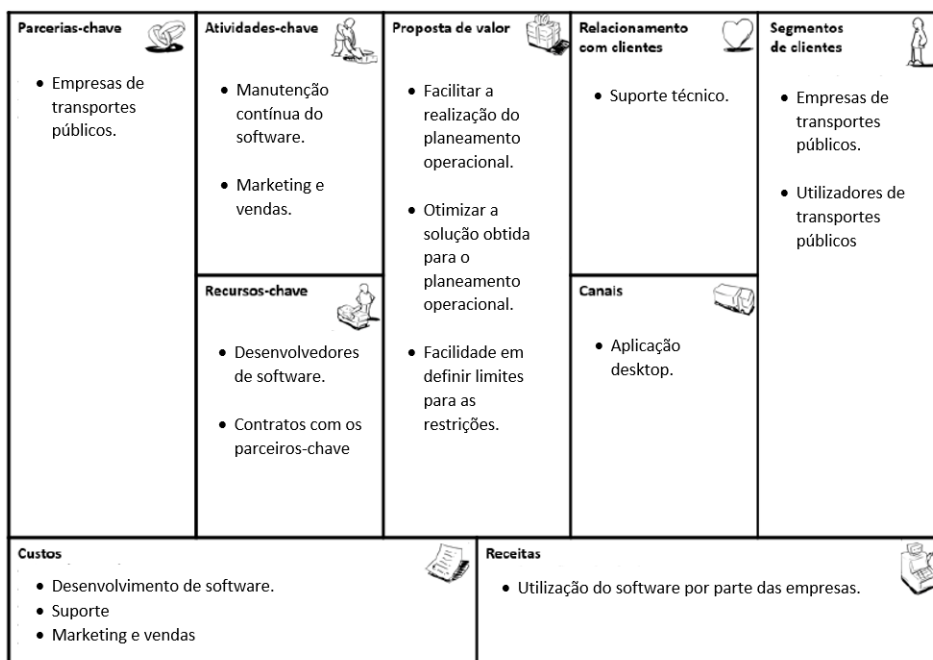


Figura 3.9: Modelo de negócio Canvas

## 3.5 Abordagens existentes

Nesta secção são apresentadas abordagens e soluções existentes que têm funcionalidades semelhantes às do projeto em análise. A análise destas soluções permite perceber problemas que podem surgir durante a implementação da mesma, como resolver os mesmos ou então como preveni-los.

### 3.5.1 VSP com número fixo de veículos

A descrição desta abordagem é adaptada de Daduna, I. Branco e Paixao 2012.

A utilização de número fixo de veículos para resolver o problema de otimização de planeamento operacional pode justificar-se devido a três razões:

1. Quando previamente é determinado o número de veículos necessários para escalonar todas as viagens e é utilizado este valor como número fixo de veículos no escalonamento de viagens
2. Quando a frota de veículos disponível é superior à quantidade de veículos necessários e o utilizador pretende usar todos os veículos.
3. Quando não há veículos suficientes para realizar todas as viagens e existe a hipótese de não realizar algumas das viagens.

Nos dois primeiros casos a maioria dos modelos podem ser usados para resolver o problema. Contudo, no terceiro caso apenas pode ser utilizado o modelo Quasi-Assignment.

O modelo de atribuição não consegue resolver o problema com número fixo de veículos, porém, uma versão diferente deste modelo, onde os nós de depósitos são substituídos pelo número de veículos, pode ser utilizado para resolver o problema. Na Figura 3.10 (Daduna, I. Branco e Paixao 2012) é ilustrado este modelo. Desta forma, o problema é equivalente a determinar a correspondência do custo mínimo no gráfico expandido.

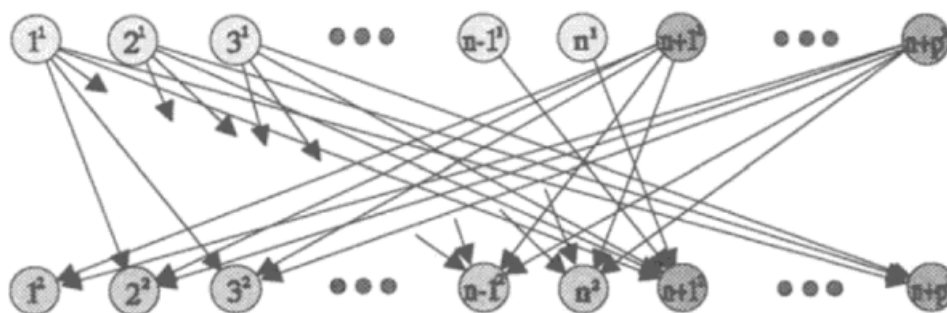


Figura 3.10: Modelo de rede correspondente

Ao utilizar esta abordagem a solução obtida pode não ser satisfatória, pois, a quantidade de veículos pode não ser necessária para operar todas as viagens. De tal modo, é necessário atribuir uma penalização a cada viagem que não tenha um veículo atribuído. Isto significa que no modelo Quasi-Assignment é atribuído uma penalização aos arcos como se verifica na Figura 3.11 (Daduna, I. Branco e Paixao 2012).

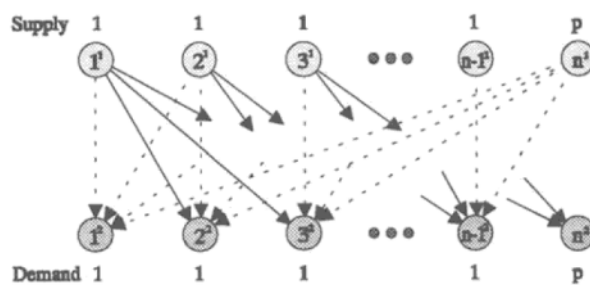


Figura 3.11: Modelo de rede Quasi-Assignment

### 3.5.2 VSP com múltiplos depósitos

A descrição desta abordagem é adaptada de Daduna, I. Branco e Paixao 2012.

Na resolução do problema de otimização de planeamento operacional para múltiplos depósitos, o objetivo é utilizar o menor número de veículos necessários para operar uma sequência de viagens compatíveis, para que deste modo o custo geral de operação seja minimizado.

Os modelos utilizados para resolver o problema para depósito único podem também ser utilizados para resolver o problema de múltiplos depósitos. Contudo, devido ao facto de a extensão múltiplos depósitos tornar a complexidade do problema "NP-Difícil", não são conhecidos algoritmos ótimos de tempo polinomial capazes de resolver este problema.

O modelo de fluxo de mercadorias múltiplas é uma extensão direta do modelo de fluxo de rede para único depósito quando se considera tantas réplicas da rede quanto o número de depósitos.

Nos arcos que os nós de depósito conectam os nós de viagem, os custos podem diferir consoante o depósito. Na Figura 3.12 (Daduna, I. Branco e Paixao 2012) pode-se observar um exemplo para dois depósitos onde uma sub-rede é representada por uma linha contínua e a outra por um linha a tracejado. Os círculos sombreados identificam os arcos que são envolvidos pelas restrições de tal modo que, em cada círculo apenas um arco é permitido ter fluxo positivo. Eliminando estas restrições, o problema fica reduzido a depósito único.

Por fim, caso os veículos possam regressar a um depósito diferente do qual iniciaram a rota, o problema fica também reduzido a depósito único.

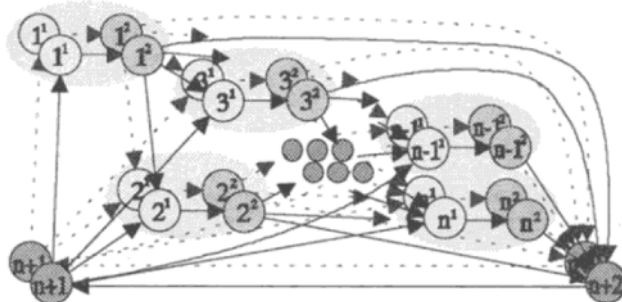


Figura 3.12: Modelo de fluxo para múltiplas mercadorias

### 3.5.3 BDSP com meta heurísticas multiobjetivo

A descrição desta abordagem é adaptada da abordagem detalhada por Helena R. Lourenço, José P. Paixão e Portugal 2001 e pressupõe a utilização de meta heurísticas multiobjetivo para resolver o problema de otimização de escalonamento de tripulantes (BDSP).

Teoricamente é possível resolver o problema de otimização de escalonamento de tripulantes utilizando heurísticas com um único objetivo. Contudo, na prática, existe a necessidade de considerar vários objetivos, alguns deles em conflito entre si, como, por exemplo: o custo e a qualidade do serviço, e implicando assim que métodos alternativos de solução precisam de ser desenvolvidos. Uma dessas alternativas é a utilização de meta heurísticas multiobjetivo baseadas na pesquisa tabu e algoritmos genéticos. Essas meta-heurísticas também apresentam alguns recursos de inovação relacionados com a estrutura do problema de escalonamento da tripulação, que orientam a pesquisa com eficiência e permitem encontrar boas soluções.

A utilização do procedimento de pesquisa adaptativa aleatória gananciosa (GRASP) é essencialmente para uso de meta heurísticas de objetivo único. Contudo, aqui é apresentado como um procedimento para ser utilizado no algoritmo genético ou na pesquisa tabu.

#### **BDSP com GRASP**

GRASP, foi proposto por 1989 e, desde então, tem sido aplicado a vários problemas de otimização combinatória com sucesso (Feo e Resende 1995).

A ideia básica deste procedimento é combinar métodos construtivos com pesquisa local, de tal modo, pode ser visto como um algoritmo de amostragem de várias partidas, em vez de começar com soluções puramente aleatórias, construindo a solução inicial usando uma heurística probabilística adaptativa gananciosa. Na fase de construção, uma solução viável é construída de maneira gananciosa, introduzindo um elemento em cada etapa. Em cada etapa da heurística gananciosa, é criada uma lista restrita dos melhores elementos a serem incluídos na solução, seguida pela seleção aleatória de um desses elementos que é inserido na solução. O processo é repetido até que uma solução viável seja encontrada. Na segunda e última fase, um método de pesquisa local é aplicado para tentar melhorar a solução encontrada na primeira fase. Ambas as fases são repetidas até que um determinado critério de paragem seja verificado.

Um conceito importante numa pesquisa local é a definição da vizinhança para o problema em consideração. Nesta abordagem é proposta uma troca de vizinhança, isto é, é removida uma coluna da solução e adicionada uma nova coluna que cubra pelo menos uma das linhas que ainda não foram cobertas. Nesta vizinhança, o número de colunas da solução vizinha é sempre igual ao número de colunas da solução inicial obtida na fase de construção do GRASP. No entanto, como as duas fases são repetidas várias vezes, a pesquisa visita soluções com um número diferente de colunas.

Outro aspeto a ter em consideração aquando da utilização da pesquisa local é a lista de vizinhos candidatos. As soluções viáveis, para a maioria dos problemas, contêm uma proporção muito pequena entre o número de colunas na solução e o número total de colunas. De tal modo, o número de colunas candidatas a serem inseridas é bastante grande. Para evitar considerar todas as colunas possíveis, inicia-se pelas que têm menor custo penalizado.

Para uma determinada solução, após a remoção de uma coluna, o custo penalizado é obtido considerando as linhas descobertas e as linhas cobertas que uma coluna cobre após entrar na solução. Por um lado, se uma coluna cobre muitas linhas descobertas, o custo é reduzido. Por outro, se uma coluna cobrir muitas linhas, já cobertas, o custo irá aumentar.

Como mencionado, o uso de uma pesquisa local tão simples visa que esta seja repetida várias vezes, sempre começando com uma solução inicial diferente. Sendo assim, a aplicação do GRASP pretende ser uma sub-rotina da pesquisa tabu e do algoritmo genético.

### **BDSP com pesquisa tabu**

A pesquisa tabu é um procedimento adaptativo proposto originalmente em 1986 (Glover e Laguna 1997). Desde então, esta meta heurística vem ganhando importância como um método muito bom de estratégia de pesquisa para resolver métodos de otimização combinatorial.

A ideia básica da pesquisa tabu é escapar de um ótimo local por meio de estruturas de memória. Cada solução vizinha é caracterizada por um movimento e a memória de curto prazo é usada para memorizar os atributos dos movimentos aplicados mais recentemente, incorporados por meio de uma ou mais listas de elementos proibidos. Portanto, alguns movimentos são classificados como proibidos e consecutivamente algumas soluções vizinhas não são consideradas. Para evitar não visitar uma boa solução, um critério de aspiração pode ser considerado. A cada iteração, é escolhido o melhor vizinho da solução atual que não é proibido ou verifica um critério de aspiração. O critério de aspiração utilizado nesta abordagem foi o mais comum, isto é, o estado do elemento proibido será substituído se a solução vizinha tiver um valor de função objetivo menor que o melhor encontrado até a iteração. O algoritmo termina quando um determinado critério de paragem é verificado. A melhor solução encontrada durante a pesquisa é a solução obtida como resultado.

A solução inicial pode ser obtida através de uma heurística inicial aleatória ou então através de uma heurística gananciosa. Por um lado, a heurística inicial aleatória pressupõe que para cada linha, seja selecionada aleatoriamente uma coluna entre as que a cobrem. Quando todas as linhas foram consideradas, as colunas redundantes são removidas usando um algoritmo do tipo ganancioso. Por outro, a heurística gananciosa cria uma solução de maneira gananciosa, a cada passo, é selecionada uma coluna para integrar na solução através da utilização de uma função gananciosa, este processo repete-se até que todas as linhas tenham sido cobertas.

A pesquisa tabu multiobjetivo geralmente considera um conjunto de pesos atribuídos a cada função objetivo e uma função utilitária que é a função de soma ponderada. Nesta abordagem é aplicado inicialmente uma pesquisa tabu, considerando uma função objetivo de cada vez, e tenta-se obter a melhor solução em relação a essa função objetivo. Na fase seguinte, é aplicado a pesquisa tabu usando a função de soma ponderada para obter soluções eficientes adicionais. Nas etapas de diversificação, os pesos são modificados de forma que a pesquisa tente procurar novas soluções não-dominadas usando as informações obtidas nas execuções anteriores e os valores das funções objetivo para cada execução individual na primeira etapa. Todas as soluções não dominadas encontradas são armazenadas e geradas no final da pesquisa.

Nesta abordagem, na pesquisa tabu utiliza-se a estratégia de intensificação otimizada. A utilização desta estratégia visa melhorar a pesquisa e pode ser vista como forma de intensificação baseada em otimização clássica e métodos híbridos.

A estratégia de intensificação otimizada consiste em aplicar a pesquisa tabu para várias iterações usando apenas a vizinhança de inserção. A solução resultante terá um grande número de colunas e cada linha será coberta por várias colunas. Para obter boas soluções com menos colunas e de modo que cada linha não seja coberta, pode ser aplicado um método ao subproblema de cobertura do conjunto usando qualquer função objetivo. Para além disso, esta estratégia de intensificação permite obter soluções que seriam difíceis de encontrar pela pesquisa comum, e o tempo computacional não aumenta significativamente. As estratégias otimizadas de intensificação combinadas à pesquisa por tabu foram aplicadas com êxito a vários problemas de programação (Helena Ramalinho Lourenço 1995).

### **BDSP com algoritmos genéticos**

Os algoritmos genéticos foram desenvolvidos originalmente em 1975 (Press 1992) e são heurísticas de pesquisa inteligentes baseadas na evolução. A ideia básica dos algoritmos genéticos é que, durante o curso da evolução, os indivíduos mais aptos tenham melhores chances de sobreviver e se reproduzir, enquanto os indivíduos menos aptos serão eliminados. Estes algoritmos simulam esse comportamento tendo em consideração uma população inicial de soluções e uma função de condicionamento físico geralmente associada a uma função objetivo. Por meio de técnicas e operadores de seleção, essa população é substituída por uma nova com maior aptidão. Este ciclo é repetido até que uma solução satisfatória seja encontrada.

Nesta abordagem, a população inicial é gerada por diferentes métodos para garantir alguma diversificação. O primeiro método gera a maioria da população, e consiste que para cada linha, seja escolhido aleatoriamente uma coluna que a cubra e aplique uma heurística simples para eliminar as colunas que cobrem as linhas já cobertas.

Os pais são selecionados por uma seleção de torneio com base na função de probabilidade uniforme e nas funções de objetivo. Neste método, dois grupos de soluções são selecionados uniformemente na população e a melhor solução de cada grupo é selecionada como pai. Na abordagem multiobjetivo, diferentes funções objetivo são usadas para determinar a melhor solução de cada grupo e, de forma a diversificar a pesquisa, em algumas etapas, é escolhido aleatoriamente uma das funções objetivo. Uma das razões para se utilizar esta abordagem é que o objetivo principal é determinar uma aproximação do conjunto de soluções eficientes.

Nesta abordagem, uma melhoria no algoritmo genético foi obtida através da definição de um novo operador de cruzamento, denominado filhos perfeitos. Este operador considera dois pais e tenta obter a melhor descendência desses pais, resolvendo um subproblema de cobertura de conjunto, em que todas as linhas são consideradas, mas apenas as colunas presentes nas soluções pai são consideradas.

Por fim, o operador de mutação permite introduzir variações aleatórias nas soluções e desempenha um papel importante na capacidade do algoritmo genético de diversificar a pesquisa, principalmente quando todas as soluções da população se tornam semelhantes. Uma mutação é aplicada a cada solução de descendência após o cruzamento.

### 3.5.4 BDSP com modelos SPP/SCP

A descrição desta abordagem é adaptada da abordagem detalhada por Portugal, Helena R. Lourenço e José P. Paixão 2009.

Enquanto que no Modelo de Definição de Partição (SPP), cada período de trabalho é coberto por apenas um turno, no Modelo de Definição de Cobertura (SCP), é possível ter mais de um turno cobrindo cada período de trabalho. Nestes dois modelos, há um conjunto de peças ou linhas de trabalho que precisam ser cobertas e um conjunto de tarefas ou colunas viáveis definidas anteriormente que cobrem peças de trabalho específicas. A resolução do problema de otimização de escalonamento de tripulantes, com base nesses dois modelos, é a seleção das tarefas possíveis que garantem a existência de pelo menos um turno cobrindo cada período de trabalho, minimizando assim o custo total da geração final.

Com a formulação do SCP, a geração final pode ter algumas peças de trabalho cobertas por mais de uma tarefa, correspondendo a um período de trabalho de cobertura. Na prática, essa situação corresponde aos motoristas que trabalham com os operadores de transporte que temporariamente não têm veículo para dirigir e geralmente é chamada de situação de reserva.

Uma das maiores vantagens do uso destes modelos para resolver o problema de otimização de escalonamento de tripulantes é a capacidade de definir duas fases completamente diferentes durante a resolução do problema, sendo elas respectivamente: fase de geração e fase de resolução. A fase de geração é a definição anterior do conjunto de tarefas viáveis com base nos parâmetros definidos pelo utilizador. A fase de resolução é a seleção de um subconjunto de tarefas viáveis para a geração final com base na minimização de custos. Esta abordagem em duas fases permite a consideração de um grande conjunto de regras diferentes na definição de tarefas viáveis e facilita a implementação da metodologia da solução com diferentes tripulantes, sendo que ao trocar o tripulante, é possível manter toda a metodologia da fase de resolução e adaptar apenas a fase de geração.

De forma a considerar regras na formulação destes modelos é necessário refletir as mesmas no custo de penalidade associado à não verificação dessas regras. Os valores das penalidades definidas pelos utilizadores devem garantir que as tarefas com as características desejadas tenham um custo menor do que as que não têm. Apesar da definição fácil e intuitiva do conceito de penalidades, esses valores são muito difíceis de ajustar. Além disso, pequenas variações dos valores das penalidades levam a soluções muito diferentes, obtidas após a resolução destes modelos.

### 3.5.5 Integração de escalonamento de veículos e tripulantes

A descrição desta abordagem é adaptada de Freling, Huisman e A. Wagelmans 2003.

Ao resolver o problema de otimização de escalonamento de veículos e tripulantes de forma integrada, tanto a atribuição de veículos a viagens cria restrições no escalonamento de tripulantes, como a atribuição de tripulantes a viagens cria restrições no escalonamento de veículos. Visto que geralmente os veículos são mais flexíveis de escalonar do que a tripulação, torna-se ineficiente escalonar os veículos sem ter em consideração as restrições dos tripulantes.

---

Nesta abordagem, a formulação matemática para resolver o problema é a combinação da formulação Quasi-Assignment para o escalonamento de veículos e da formulação de definição de partições para o escalonamento de tripulantes. O modelo Quasi-Assignment garante que os veículos escalonados são viáveis e o modelo de definição de partições garante que cada viagem tem um tripulante atribuído.

O objetivo é minimizar a soma total dos custos de atribuição de veículos e de tripulantes.



## Capítulo 4

# Avaliação de soluções e abordagens existentes

Neste capítulo foram avaliadas as soluções previamente identificadas, comparando o que cada uma destas oferece para a resolução do problema. Na avaliação das soluções, é descrito como o desempenho das mesmas é medido e que metodologia é utilizada para o fazer.

Na Tabela 4.1 pode-se observar o que cada uma das soluções oferece para a resolução do problema. De forma a ser mais agradável a visualização de várias colunas na tabela, o nome de cada funcionalidade que os algoritmos oferecem será reduzido para:

- A - Efetuar o escalonamento de veículos;
- B - Possibilidade de fixar o número de veículos;
- C - Possibilidade de utilizar de múltiplos depósitos;
- D - Efetuar o escalonamento de tripulantes;
- E - Possibilidade de fixar um transporte a um tripulante;
- F - Possibilidade de efetuar o escalonamento com veículos ou tripulantes previamente atribuídos;
- G - Integração de veículos e tripulantes com perdas reduzidas.

Tabela 4.1: Soluções existentes

<b>Solução</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>
VSP com número fixo de veículos	X	X					
VSP com múltiplos depósitos	X		X				
BDSP com meta heurísticas multiobjetivo				X			
BDSP com modelos SPP/SCP				X			
Escalonamento integrado	X			X			X

De forma a resolver o problema, era necessário que as funcionalidades previamente mencionadas estivessem presentes no sistema desenvolvido. De tal modo, era impensável utilizar apenas um algoritmo que efetuasse o escalonamento de viaturas ou então um que efetuasse o escalonamento de tripulantes. Uma possível solução seria utilizar duas destas soluções. Contudo, esta solução combinada não ofereceria a integração de veículos e tripulantes com perdas reduzidas, que era um dos objetivos principais deste projeto.

É de salientar também que o escalonamento integrado, apesar de ter as perdas reduzidas aquando da integração, não oferece a possibilidade de fixar o número de veículos, de utilizar múltiplos depósitos, de fixar tripulantes a transportes ou então de efetuar o escalonamento com dados previamente atribuídos.

De tal modo, uma possível solução podia ser desenvolver um sistema que efetuasse o escalonamento integrado, contudo, aquando da atribuição de viaturas possibilitar fixar o número de veículos ou de utilizar múltiplos depósitos e aquando da atribuição de tripulantes possibilitar fixar um destes a um respetivo transporte. Para além disso, também era necessário que fosse possível cumprir outras restrições e de permitir efetuar o escalonamento com dados previamente carregados.

De forma a ser possível avaliar as diferentes soluções em cada um dos escalonamentos foi necessário ter em consideração o custo total da geração final, mas também o tempo de processamento necessário para obtenção da solução. Sendo que para efetuar as medições não é suficiente testar as diferentes soluções com uma variedade reduzida de dados de entrada, pois, tratando-se aqui de um problema de complexidade "NP-Difícil", um aumento pequeno dos dados de entrada, em certas situações pode-se traduzir num aumento enorme do tempo necessário para produzir uma solução satisfatória. Para além disso, uma solução que produza melhores resultados do que outra para uma quantidade pequena de dados de entrada, não significa necessariamente que vai produzir melhor resultados quando utilizado uma quantidade grande de dados de entrada.

Relativamente às restrições que cada algoritmo oferece foi necessário validar perante os utilizadores do sistema se os mesmos se encontram satisfeitos perante a variedade destas.

Por um lado, para avaliar os custos totais das soluções produzidas e o tempo de processamento necessário para efetuar os escalonamentos seria utilizado como metodologia testes computacionais, por outro, como processo de medir a satisfação dos utilizadores seriam utilizados inquéritos de satisfação.

O teste ao valor esperado seria usado de modo a comparar as diferentes soluções. Este mesmo teste, a ser aplicado a cada uma das métricas acima mencionadas, pressupõe duas hipóteses. De seguida segue o exemplo utilizando o tempo computacional:

- H0: O tempo computacional, em média, mantêm-se igual face à metodologia anteriormente usada.
- H1: O tempo computacional apresenta melhorias.

Este teste permite rejeitar uma das hipóteses e aceitar a outra, podendo avaliar estatisticamente se os resultados obtidos são significativos face ao anteriormente observado.

## Capítulo 5

# Design da solução

Nesta secção é apresentado o design da solução desenvolvida para o problema em análise. São descritos e analisados os modelos de domínio, o diagrama de atividade e casos de uso relevantes.

Como principais conceitos de domínio utilizados destacam-se as viagens, veículos e tripulantes. No processo de obter o planeamento operacional, inicialmente é necessário que as viagens pretendidas sejam importadas, de seguida, a cada uma destas viagens, é atribuído um veículo e um tripulante válido. Após isto, realizam-se trocas de viagens entre os veículos e entre os tripulantes com o objetivo de melhorar o custo da solução produzida. Por fim, as viagens, os veículos e os tripulantes atribuídos são exportados.

### 5.1 Modelos de domínio

O nó caracteriza-se pelas suas coordenadas geográficas, latitude e longitude e é utilizado nas deslocações, segmentos e viagens. As deslocações e os segmentos têm características em comum, ambos são constituídos por dois nós, início e fim, e pela duração necessária para se realizar. Contudo, o segmento, também pertence a uma linha e tem um conjunto de períodos. Estes são caracterizados pelo tempo de início e tempo de fim.

A viagem, para além de ser constituída pelos dois nós, pertence a uma linha, que é formada por vários segmentos e tem um conjunto de tipos de veículos válidos para a realizarem. Cada um destes tipos de veículos pode ser utilizado por diversas viagens.

Na Figura 5.1 está presente o modelo de domínio que engloba os conceitos de negócio utilizados na importação dos dados.

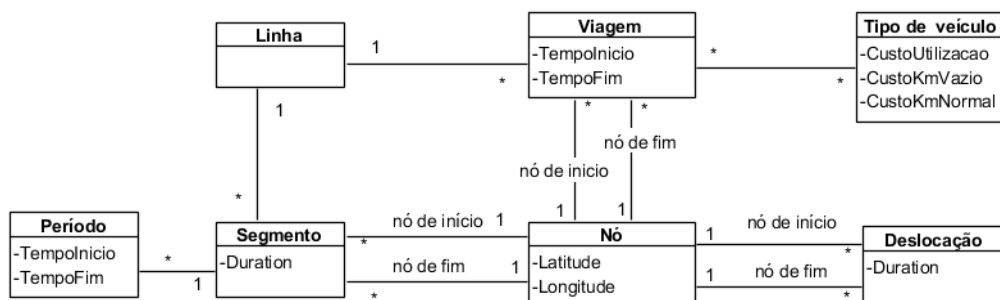


Figura 5.1: Modelo de domínio de importação

O modelo de domínio referente aos dados de exportação é constituído por dois conceitos de negócio também utilizados no modelo de domínio anterior, mais respetivamente, viagem e tipo de veículo. Na exportação, uma viagem, para além de ter as suas características, tempo de início, tempo de fim, nó de início e nó de fim, encontra-se também atribuída a um tripulante e a um veículo.

O tripulante realiza dois tipos de viagens, normais e de conexão. Enquanto que as normais, foram carregadas aquando da importação dos dados, as de conexão são viagens que o tripulante utiliza para se deslocar de um nó para o seguinte. Estas são utilizadas quando o tripulante termina uma viagem normal num nó e a viagem seguinte começa num nó diferente. Nestas viagens, o tripulante não opera o veículo, isto é, ele é um passageiro que usufrui da mesma para se deslocar para onde pretende.

Os veículos também realizam dois tipos de viagens, normais e em vazio. As viagens em vazio necessitam de serem criadas para que o veículo se desloque entre nós diferentes, em caso de necessidade. Para a realização destas, é necessário também realizar a atribuição de um tripulante.

Para além disso, o veículo caracteriza-se também pelo tipo de veículo. Este influencia no cálculo do custo do veículo, pois, diferentes tipos têm diferentes custos associados.

O modelo de domínio que engloba os conceitos de negócio utilizados na exportação dos dados encontra-se representado graficamente na figura 5.2.

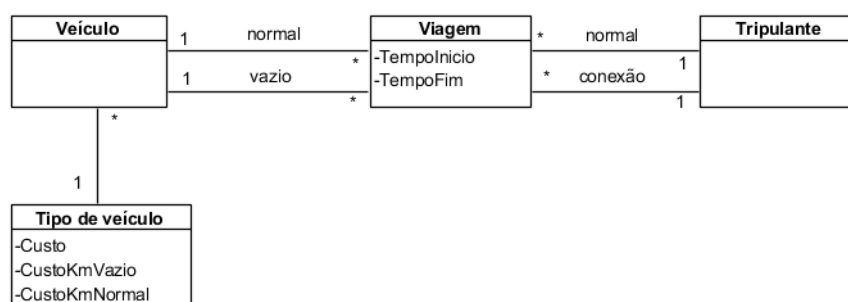


Figura 5.2: Modelo de domínio de exportação

## 5.2 Diagrama de atividade

Na Figura 5.3 está presente o diagrama de atividade que representa o processo de obtenção do planeamento operacional. Inicialmente o utilizador necessita de importar a informação da rede, transitando aqui para rede importada. De seguida, define os valores das restrições e transita para restrições definidas. Estando nesta atividade, pode recuar para a anterior, definindo de novo a rede, ou então importar as viagens que pretende escalonar, ficando assim na atividade viagens importadas.

Na atividade viagens importadas é possível recuar para uma das duas atividades anteriores ou então avançar para a atividade solução obtida. De forma a avançar, o utilizador pode atribuir manualmente veículos e/ou tripulantes a viagens, ou então executar o algoritmo para que seja gerada uma solução satisfatória.

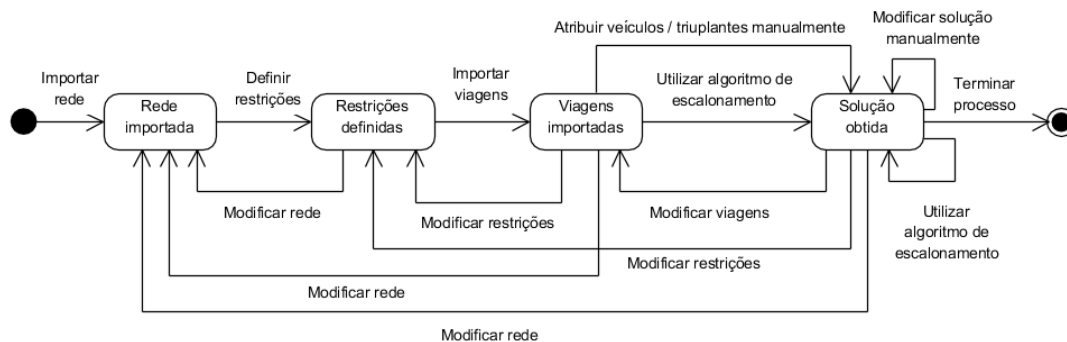


Figura 5.3: Diagrama de atividade

Na atividade solução obtida, é possível recuar para uma das três atividades anteriores, manter-se na mesma atividade ou então terminar o processo. De forma a manter-se na mesma atividade, o utilizador pode efetuar alterações à solução obtida manualmente ou então executar de novo o algoritmo. Quando se tenta executar de novo o algoritmo com atribuições já definidas, este assume essas como já escalonadas e realiza a atribuição dos veículos e tripulantes que ainda não foram atribuídos. Caso já todas os veículos e tripulantes estejam atribuídos, o algoritmo não irá realizar alterações. Neste cenário é necessário o utilizador eliminar as atribuições realizadas e executar de novo o algoritmo para obtenção da solução satisfatória.

## 5.3 Requisitos funcionais

A funcionalidade principal do projeto é a obtenção do planeamento operacional, isto é, a obtenção da solução. O processo para obter a solução consiste em inicialmente criar a primeira geração e de seguida efetuar as trocas de veículos e tripulantes válidas, com o objetivo de otimizar a mesma.

De tal modo, serão analisados quatro diagramas, sendo estes respetivamente, gerar solução, primeira geração, troca de viagens e obter veículo válido

### 5.3.1 Gerar solução

A figura 5.4 representa o diagrama de sequência de gerar solução. De forma a ser possível realizar este caso de uso, é necessário que o sistema se encontre no estado viagens importadas. Este estado requer que tenha sido importado informações da rede, restrições e viagens.

Através da análise deste diagrama, verifica-se que durante o processo todo, o utilizador tem exclusivamente uma ação, fazer o pedido para obter a solução. O sistema comunica também uma única vez com o utilizador, para informá-lo do sucesso da operação e devolver a solução obtida.

Quando o utilizador inicia este caso de uso, o sistema começa por recorrer ao escalonador de veículos para criar a primeira geração. Após obtenção desta geração é executado a exportação da mesma. De seguida, são realizadas as trocas de viagens com o objetivo de

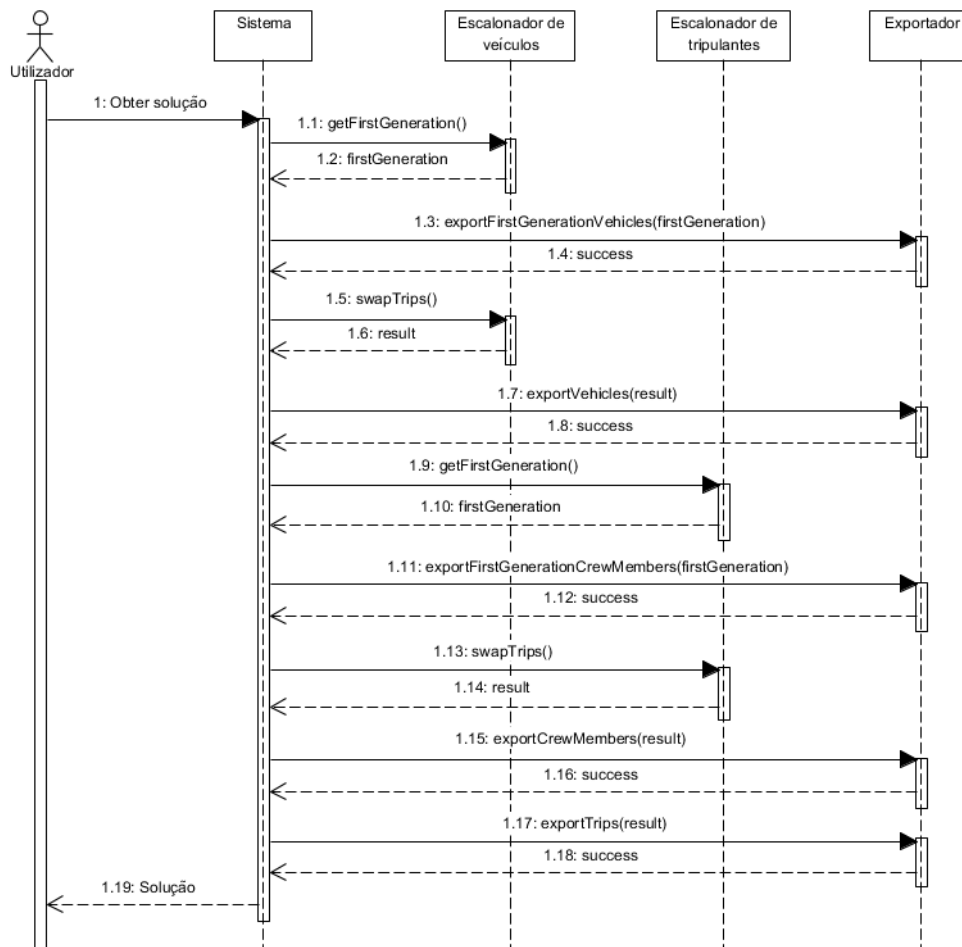


Figura 5.4: Diagrama de sequência - Obter solução

reduzir o número de veículos necessários, para tal, recorre-se a viagens em vazio. Quando este processo termina, são exportados os dados referentes à solução atual.

Após terem sido realizadas as otimizações aos veículos, é criada a primeira geração de tripulantes, sendo posteriormente realizada a exportação da mesma. De seguida, efetua-se as trocas de viagens, sendo que aqui, recorre-se a viagens de conexão para reduzir o número de tripulantes necessários. Este processo tem como objetivo otimizar o custo da solução total.

Por fim, exporta-se os dados referentes aos tripulantes e também à geração final.

### 5.3.2 Primeira geração

O diagrama de criação da primeira geração está representado na figura 5.5, este diagrama representa a geração de veículos. O processo para gerar os tripulantes é semelhante, de tal modo, não será representado.

De modo a efetuar esta geração, são percorridas as viagens a serem escalonadas, sendo que para cada viagem, verifica-se se existe um veículo válido para a executar. Um veículo

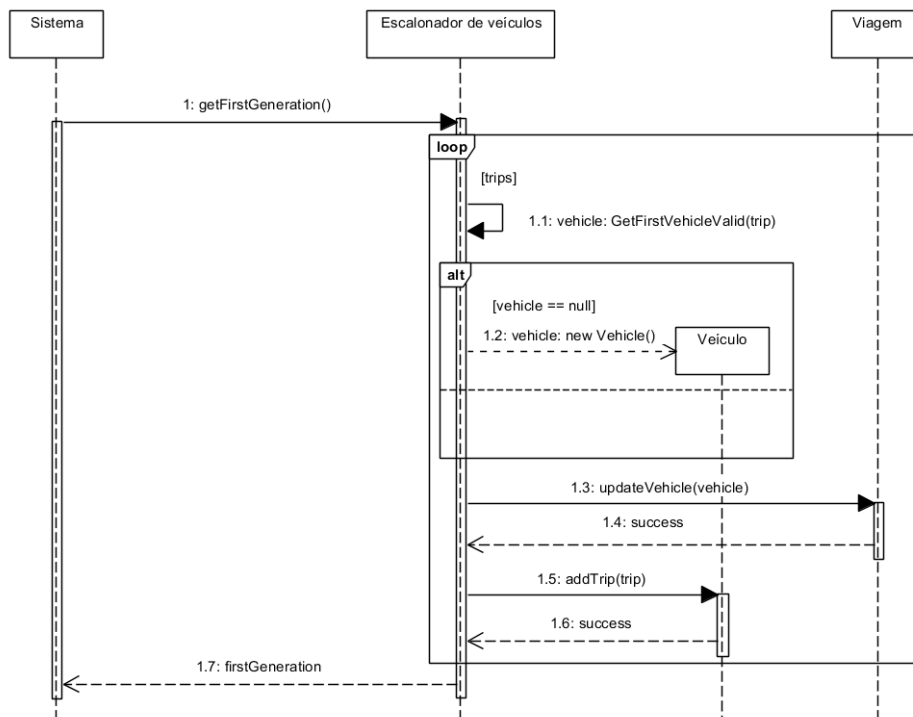


Figura 5.5: Diagrama de sequência - Primeira geração

é considerado válido para executar uma viagem quando a adição desta não provoca sobreposição ao horário do mesmo. Caso não exista nenhum veículo válido, é criado um novo e adicionado à lista de veículos. De seguida, na viagem atualiza-se o veículo que a irá realizar e no veículo adiciona-se a mesma à lista de viagens que este tem de realizar.

Este processo é repetido até que todas as viagens tenham um veículo atribuído. No pior dos cenários, a quantidade de veículos criados é igual ao número de viagens a serem escalonadas, sendo que neste cenário, cada veículo realiza apenas uma viagem.

### 5.3.3 Troca de viagens

Para se realizarem as trocas de viagens, é necessário que previamente tenha sido feito uma atribuição destas. O processo de troca de viagens em tripulantes é semelhante à troca de viagens em veículos, com a exceção de que para os tripulantes utiliza-se viagens de conexão em vez de viagens em vazio, que são utilizadas nos veículos. De tal modo, será apenas representado o fluxo de troca de viagens nos veículos. Este fluxo está representado na figura 5.6.

O processo de troca de viagens é realizado num ciclo, este termina quando se encontra um determinado número de veículos seguidos que não proporcionaram trocas válidas.

Em cada iteração deste ciclo, começa-se por encontrar o veículo que se vai tentar remover. A escolha deste veículo tem em consideração o número de viagens que o mesmo realiza, a duração das viagens e o número de vezes que este foi analisado durante este processo.

Para cada viagem, procura-se um outro veículo válido que a possa realizar. Caso não se encontre nenhum, avança-se para a próxima viagem. Caso contrário, atualiza-se o veículo

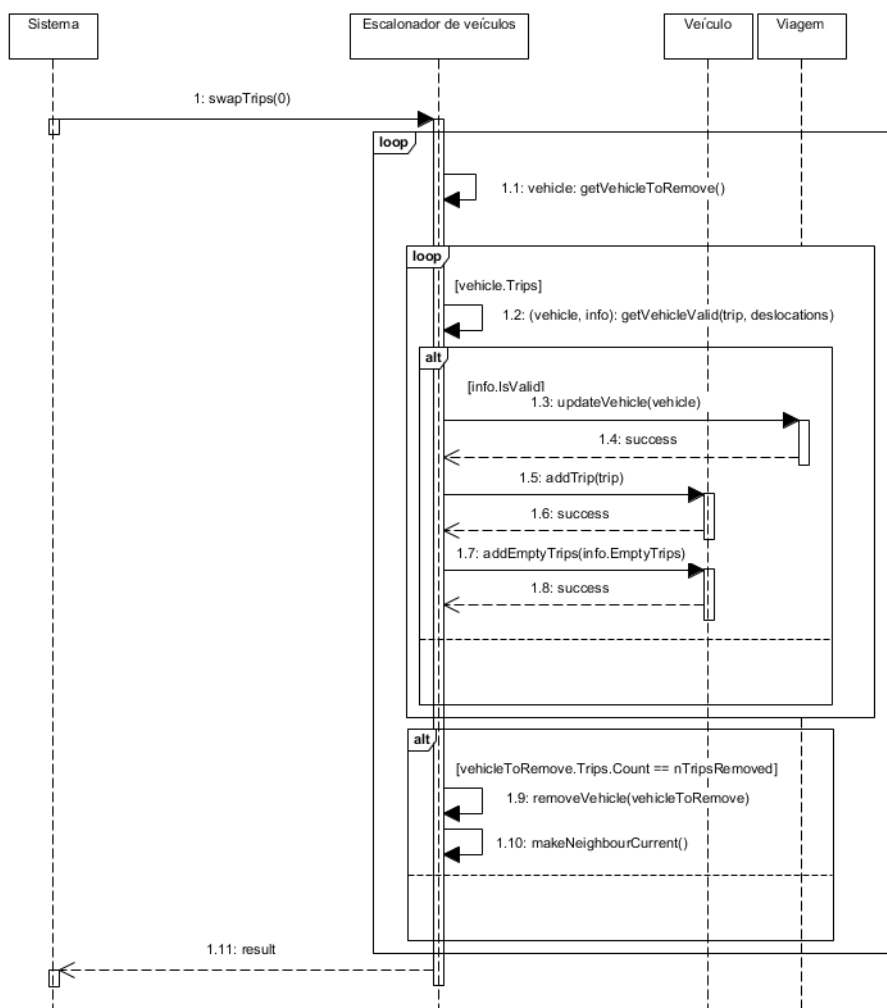


Figura 5.6: Diagrama de sequência - Troca de viagens

que vai realizar a viagem, adiciona-se a viagem ao veículo e se necessário, adiciona-se as viagens em vazio.

Após todas as viagens terem sido analisadas, verifica-se se o número de viagens removidas é igual ao número de viagens do veículo, isto é, se foram todas removidas. Caso se confirme esta verificação, remove-se o veículo em questão e torna-se a vizinhança em análise na solução atual.

Este processo é repetido até que a condição de paragem do ciclo se verifique.

### 5.3.4 Obter veículo válido

De forma a verificar se um veículo é válido para realizar uma viagem, é necessário saber as informações desta mesma viagem e as deslocações existentes, sendo que estas servem para a criação das viagens em vazio.

O processo para obtenção de um tripulante válido é semelhante ao processo de obtenção de um veículo válido. Contudo, em vez de recorrer a deslocações para criar viagens em vazio,

este recorre a viagens dos veículos para criar viagens de conexão. De tal forma, será apenas analisado o fluxo de obtenção de um veículo válido. Na figura 5.7 está representado este fluxo.

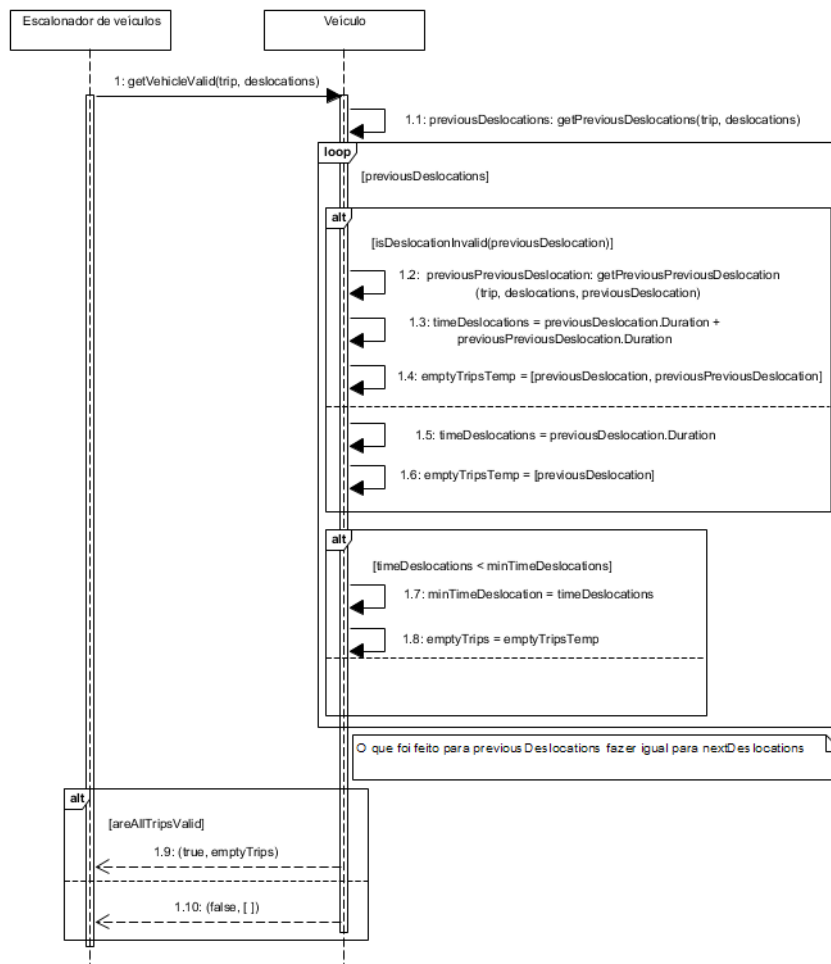


Figura 5.7: Diagrama de sequência - Obter veículo válido

De forma a adicionar uma viagem a um veículo, pode-se recorrer até um máximo de duas deslocações antes da realização da viagem e até um máximo de duas deslocações após a realização desta.

De tal modo, este processo inicia-se por procurar todas as deslocações que têm o nó de fim igual ao nó de início da viagem. De seguida, percorre-se esta lista, e para cada deslocação, verifica-se se o nó de início é igual ao nó de fim da viagem anterior.

Caso esta condição se verifique, a duração desta deslocação é definida como tempo de deslocação e é adicionada à lista de viagens em vazio necessárias.

Caso contrário, procura-se uma outra deslocação que tenha o nó de início igual ao nó de fim da viagem anterior, e o nó de fim igual ao nó de início da deslocação anteriormente mencionada. Caso exista mais do que uma deslocação que satisfaça esta condição, é selecionada a que tem uma duração menor. Define-se como tempo de deslocação a soma das durações das duas deslocações selecionadas e adiciona-se estas duas à lista de viagens em vazio.

Após isso, verifica-se se o tempo de deslocação é inferior ao tempo mínimo de deslocação atual. Caso esta condição se verifique, é definido como tempo mínimo, este tempo de deslocação e guardado o conjunto de viagens em vazio. Caso contrário, este conjunto de deslocações é ignorado.

Este processo é repetido até que tenham sido analisadas todas as deslocações do ciclo.

O processo para definição das deslocações seguintes é semelhante ao das deslocações anteriores, com a exceção de que neste, os nós são comparados com o nó de fim da viagem a ser atribuída e com o nó de início da viagem seguinte.

Por fim, verifica-se se o conjunto da viagem com as viagens em vazio criadas é válido para se adicionar à lista de viagens do veículo. A adição destas viagens é considerada válida se não recorrer a sobreposição de horário e se o tempo de trabalho do veículo não ultrapassar o tempo máximo de trabalho definido.

Caso esta condição se verifique, informa-se do sucesso da operação e devolve-se a lista de viagens em vazio. Caso contrário, informa-se que o veículo não é válido para a realização desta viagem.

## Capítulo 6

# Construção da solução

Nesta secção é apresentado o processo de construção da solução desenvolvida. É realizada a descrição dos dados utilizados, para que servem e a dispersão dos mesmos. É explicado o processo de desenvolvimento da solução proposta, sendo este dividido entre a otimização do custo dos veículos e a dos tripulantes. Para além disso, é demonstrado o impacto que a variação das parametrizações e que a variação da geração inicial tem para o custo da solução obtida.

Durante o processo de desenvolvimento foram realizadas várias experiências, cada uma destas foi posteriormente avaliada e comparada com as restantes com o objetivo de otimizar a mesma para obter uma melhor solução.

As experiências podem ser agrupadas em duas categorias: otimização do custo dos veículos e otimização do custo dos tripulantes.

Na otimização do custo dos veículos destacam-se quatro experiências realizadas.

A primeira, baseia-se na utilização do "simulated annealing". Esta consiste em gerar uma solução inicial gananciosa e a cada iteração do algoritmo realizar otimizações à mesma. Em cada iteração, é removida a viagem com maior tempo de espera no veículo com menor tempo de trabalho e é adicionada ao primeiro veículo válido. Caso o custo desta nova solução satisfaça o critério de troca, esta torna-se a solução atual.

A segunda experiência, consiste em alterar a experiência anterior para que não seja possível uma viagem removida ser adicionada ao mesmo veículo.

Para a terceira experiência, abandonou-se a utilização do "simulated annealing" e surgiu a utilização de viagens em vazio. Nesta alternativa, em cada iteração do algoritmo tenta-se atribuir todas as viagens do veículo com menos viagens a outros veículos. Caso seja possível considera-se a troca em questão válida, caso contrário analisa-se o próximo veículo. No processo de atribuição da viagem a outros veículos pode-se recorrer a uma viagem em vazio antes e uma depois.

Por fim, a quarta alternativa, baseia-se na experiência anterior. Contudo, nesta em vez de se utilizar uma viagem em vazio antes e uma depois, pode-se utilizar até um máximo de duas.

Na otimização do custo dos tripulantes foram realizadas três experiências.

A primeira experiência avaliou e comparou os resultados de se realizar a geração inicial numa fase ou em duas fases, verificando-se que a realização desta numa única fase produzia resultados melhores.

A segunda consistiu em utilizar viagens em vazio na troca de viagens entre tripulantes, verificou-se que a utilização destas obrigava à criação de mais veículos, de tal modo, não era vantajoso.

Por fim, a terceira e última experiência recorreu à utilização de viagens de conexão. Esta alternativa produziu resultados positivos, pois, este tipo de viagens permitia reduzir o número de tripulantes necessários e por sua vez não tinha impacto negativo para o número de veículos necessários.

## 6.1 Dados utilizados no desenvolvimento

Durante o desenvolvimento da solução, foram utilizados um conjunto de dados fornecidos pela empresa OPT. De entre os dados fornecidos pode-se destacar: tipos de veículos, parametrizações globais, deslocações e viagens.

### 6.1.1 Tipos de veículos

De forma a avaliar as soluções obtidas ao longo das iterações é necessário a utilização de uma função que calcule o custo desta mesma solução. Uma das componentes desta função é o cálculo do custo dos veículos, sendo que, numa primeira fase, de forma a simplificar, este é dependente exclusivamente de:

- Distância percorrida, seja esta em viagens com passageiros ou viagens em vazio;
- Custo por quilómetro em viagens com passageiros;
- Custo por quilómetro em viagens em vazio;
- Custo fixo associado à utilização do veículo

Uma viagem em vazio é a designação dada a uma viagem que é necessária realizar para que o veículo se desloque do ponto de fim de uma viagem com passageiros para o ponto de início da viagem seguinte, quando estes não são iguais. O cálculo do custo dos veículos é obtido pela equação 6.1.

$$\text{custo} = \text{custoUtilizacao} + \text{km} * \text{custoKm} + \text{kmVazios} * \text{custoKmVazio} \quad (6.1)$$

O custo de utilização, custo por quilómetro em viagens normais e custo por quilómetro em viagens em vazio estão associados ao tipo de veículos, significando assim que, entre veículos do mesmo tipo a única variação é a quantidade de quilómetros percorridos. Contudo, entre veículos de tipos diferentes, mesmo nos casos que percorrem o mesmo número de quilómetros, o custo obtido é diferente. Fazendo assim com que o algoritmo utilize, sempre que possível, veículos de tipos que oferecem estes custos mais reduzidos. A utilização de um determinado tipo de veículo encontra-se restringido pela viagem a ser percorrida, pois, um dos parâmetros das viagens é os tipos de veículos válidos a executarem a mesma.

### 6.1.2 Parametrizações globais

As parametrizações globais incluem vários valores, que tanto podem ser referentes a limites de restrições como a custos associados a determinadas ações. De entre estas podem-se destacar o limite de tempo máximo que um veículo pode operar, limites inferior e superior relativos às pausas para almoço e jantar dos tripulantes, e custo associado à pausa para almoço e para jantar.

Estas variáveis são relevantes para a segunda componente do custo da solução, isto é, o cálculo do custo dos tripulantes. Sendo que, nesta primeira fase, de forma a simplificar, este depende exclusivamente do custo fixo por utilização do tripulante, custo de hora de almoço e custo de hora de jantar, quando aplicáveis. A equação 6.2 representa como o cálculo do custo dos tripulantes é obtido.

$$\text{custo} = \text{custoUtilizacao} + \text{custoAlmoco} + \text{custoJantar} \quad (6.2)$$

#### Custo de almoço

O custo de almoço é aplicável quando o tripulante tem de realizar uma viagem que comece antes do limite inferior de almoço e tem também de realizar uma viagem que termine depois do limite superior da hora de almoço.

Na Figura 6.1 está presente a visualização gráfica deste pressuposto. O caso de testes criado tem como intervalo para almoço o período contido entre as 12h e as 14h. Para além disso, foram criados cinco cenários diferentes, sendo que nos três primeiros não é satisfeita a restrição de custo de almoço e nos dois finais esta é satisfeita.

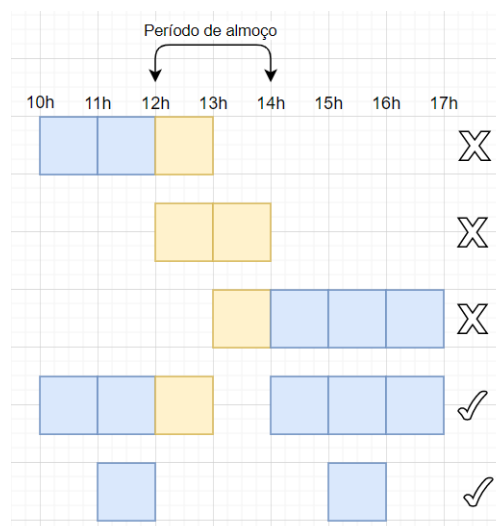


Figura 6.1: Período de almoço

No primeiro cenário, apesar de ter uma viagem que é iniciada antes das 12h, não tem nenhuma viagem que termine após as 14h, logo não é atribuído custo de almoço.

No segundo cenário, o tripulante opera exclusivamente durante o período de almoço, contudo, nesta situação não é iniciada nenhuma viagem antes das 12h, nem é terminada nenhuma

viagem após as 14h, sendo assim não é atribuído custo de almoço, mesmo que o horário seja igual ao período de almoço, pois, é expectável que o tripulante realize o almoço antes de iniciar o serviço ou após realização do mesmo.

O terceiro cenário é semelhante ao primeiro cenário, contudo neste não é cumprida a restrição do limite inferior, isto é, ter uma viagem iniciada antes das 12h, mas é cumprida a restrição do limite superior, isto é, ter uma viagem terminada após as 14h.

O quarto cenário é composto por viagens antes do período de almoço, viagens durante o período de almoço e viagens após este período, logo, as duas restrições são cumpridas e é atribuído custo de almoço.

Por fim, no quinto cenário é iniciada uma viagem antes do período de almoço, é terminada uma viagem após o período de almoço, mas não é realizada nenhuma viagem durante o período de almoço. Contudo, as duas restrições são cumpridas, logo, é atribuído custo de almoço.

Deste exemplo conclui-se que, a atribuição do custo de almoço é independente da realização de uma viagem durante este período e que depende exclusivamente se é realizado viagens antes e após o mesmo.

### 6.1.3 Deslocações

As deslocações são compostas por um nó de início, um nó de fim e pelo tempo necessário para efetuar uma viagem entre estes dois nós. Uma deslocação é unidirecional, pois, apesar de a deslocação do ponto A para o ponto B demorar por exemplo 20 minutos, isto não significa necessariamente que a deslocação do ponto B para o ponto A demore também 20 minutos, inclusivamente esta pode não existir.

Nos casos em que não é possível efetuar a deslocação direta de um ponto para outro, pode ser possível efetuar esta deslocação indiretamente, isto é, em vez de ir do ponto B para o A, ir do ponto B para C, de C para D e de D para A, tal como se pode observar na Figura 6.2.

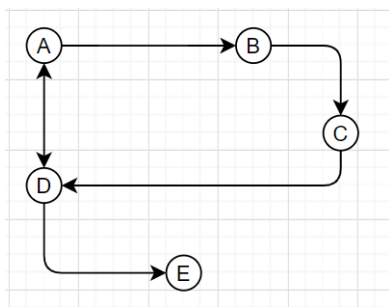


Figura 6.2: Deslocação B para A

A relevância das deslocações para o problema em questão é justificada pela necessidade de criar viagens em vazio. Nos casos em que um veículo termine uma viagem de passageiros num nó diferente do que vai iniciar a próxima viagem de passageiros, é necessário verificar se é possível efetuar a deslocação entre esses dois nós e, no caso de ser possível, é necessário verificar se o tempo de deslocação é inferior ao tempo de espera entre as duas viagens de passageiros.

Nos casos onde não é possível alocar uma viagem em vazio ou um conjunto de viagens em vazio entre duas viagens de passageiros que não partilham o mesmo nó, estas viagens não podem ser realizadas pela mesmo veículo e é necessário atribuir uma delas a um veículo diferente.

O conjunto de dados fornecidos são dados reais de transporte urbano, estes são compostos por 226 deslocações, sendo estas caracterizadas por um tempo de duração mínimo de 2 minutos, tempo de duração máximo de 60, tempo médio de 30 e com uma dispersão que pode ser observada na Figura 6.3.

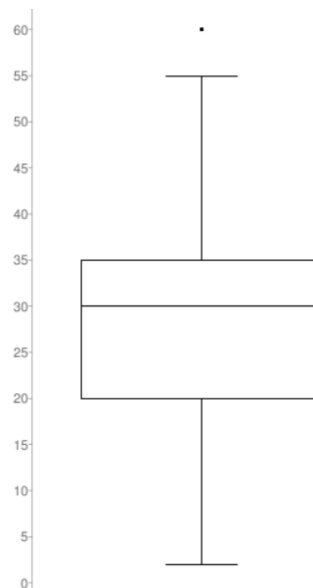


Figura 6.3: Dispersão da duração das deslocações

Os dados caracterizam-se também por uma mediana de 30 minutos, primeiro quartil de 20, terceiro quartil de 35 e respetivamente com uma amplitude interquartil de 15, mostrando assim que grande parte das deslocações tem duração contida no intervalo de 20 a 35.

#### 6.1.4 Viagens

As viagens caracterizam-se pelo nó de início, nó de fim, tempo de início, tempo de fim e pelos tipos de veículos permitidos. A cada uma destas será atribuído um veículo e um tripulante. Contudo, ao efetuar estas atribuições é necessário garantir que não exista sobreposições de viagens tanto nos veículos como nos tripulantes. Juntamente com a criação e escalonamento das viagens em vazio, estas perfazem a solução obtida.

No conjunto de dados fornecidos existem 611 viagens, sendo estas caracterizadas por um tempo duração mínimo de 12 minutos, tempo de duração máximo de 68 e tempo médio de 46. A dispersão das durações está representada na Figura 6.4.

Os dados caracterizam-se também por uma mediana de 49 minutos, primeiro quartil de 39, terceiro quartil de 55 e respetivamente com uma amplitude interquartil de 16, mostrando assim que grande parte das viagens tem duração contida no intervalo de 39 a 55.

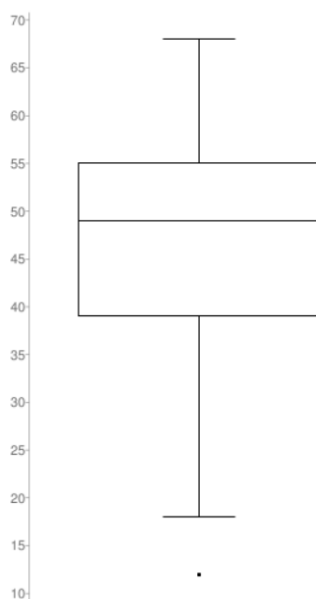


Figura 6.4: Dispersão da duração das viagens

## 6.2 Processo de desenvolvimento

O processo para obtenção da solução é iniciado com a importação dos dados, de seguida é executado o algoritmo que atribui veículos e tripulantes às viagens e, por fim, é realizada a exportação da informação, estando contida nesta informação, a solução obtida e informação estatística do algoritmo de escalonamento.

Nesta subsecção é abordado o processo de desenvolvimento do algoritmo de atribuição de veículos e tripulantes.

De acordo com a equação 6.2, o custo dos tripulantes não depende da quantidade de quilómetros realizados, apenas depende da utilização do tripulante. De tal forma, com o objetivo de minimizar o custo dos tripulantes e, conseqüentemente, o custo total da solução, é necessário diminuir a quantidade de tripulantes utilizados.

A quantidade de viagens a serem realizadas pelos tripulantes não pode ser modificada, então, de forma a diminuir o número de tripulantes é preciso atribuir um maior número de viagens a cada um dos tripulantes. Contudo, nesta atribuição existem restrições que não podem ser violadas, como por exemplo:

- O tempo de trabalho não pode exceder o tempo máximo diário definido;
- As viagens não se podem sobrepor;
- A viagem seguinte tem de iniciar onde a viagem atual terminou;
- Caso aplicável, o tempo mínimo para refeições deve ser respeitado.

Segundo a equação 6.1, e ao contrário do que acontece com os tripulantes, o custo dos veículos depende não apenas da sua utilização, mas também da quantidade de quilómetros realizados. Contudo, o custo de utilização é muito superior ao custo por quilómetro, por exemplo, nos dados que estão a ser utilizados para o desenvolvimento da solução, o rácio entre estas duas variáveis é cerca de duzentos. De tal modo, de forma a diminuir o custo

dos veículos a melhor estratégia passa por diminuir o número de veículos a serem utilizados, mesmo que para isso seja necessário criar viagens em vazio para ligarem viagens de passageiros com nós diferentes.

Tal como acontece com os tripulantes, a quantidade de viagens a serem realizadas pelos veículos não podem ser diminuídas, sendo assim, para diminuir o número de veículos a serem utilizados, é necessário que cada um destes realize um maior número de viagens. De novo, tal como acontece com os tripulantes, nesta atribuição existem restrições necessárias de serem cumpridas, tais como:

- O tempo de trabalho não pode exceder o tempo máximo diário definido;
- As viagens não se podem sobrepor;
- A viagem seguinte tem de iniciar onde a viagem atual terminou;
- As viagens têm de suportar o tipo de veículo.

Sendo este um problema ainda em aberto, existem várias abordagens para o resolver, utilizando diferentes meta-heurísticas, inclusive, numa das suas soluções, a empresa OPT utiliza "Ant colony" (*Ant Colony Optimization - an Overview | ScienceDirect Topics* n.d.) para resolver o mesmo.

Após uma análise de diferentes meta-heurísticas, optou-se por utilizar o "Simulated annealing" no desenvolvimento da solução proposta. Esta meta-heurística é inspirada nos fenómenos físicos que acontecem na solidificação de fluidos e caracteriza-se por evitar ficar preso em mínimos locais, usando para isso um mecanismo de busca aleatório (*Simulated Annealing - an Overview | ScienceDirect Topics* n.d.).

Durante o processo de desenvolvimento foram utilizadas várias abordagens para minimizar o custo total, sendo que nem todas produziram resultados positivos face à solução inicial.

### 6.2.1 Otimização do custo dos veículos

Na otimização do custo dos veículos destacam-se quatro experiências realizadas, estas são respetivamente: "simulated annealing" ganancioso, restrição da viagem removida, utilização de uma viagem em vazio e utilização de até duas viagens em vazio.

#### **"Simulated annealing" ganancioso**

Numa primeira fase, tirando proveito do "Simulated annealing", é gerada uma solução inicial e, em cada uma das iterações desta meta-heurística, é provocada uma mudança de forma a gerar uma solução vizinha. Caso o custo desta solução satisfaça a condição definida, esta é assumida como solução atual.

De forma a gerar a primeira solução, é utilizado uma heurística gananciosa. A obtenção desta solução consiste em percorrer as viagens a serem escalonadas ordenadas crescentemente pelo tempo de início, e, para cada uma destas viagens, atribuir o primeiro veículo e tripulante válido. O veículo e tripulante são considerados válidos se satisfizerem as condições previamente mencionadas.

Com o objetivo de gerar a solução vizinha procura-se os veículos com menor tempo de utilização, isto é, veículos com a menor soma do tempo de duração de todas as viagens que o mesmo vai fazer. Após isto, para cada um destes veículos procura-se a viagem com o maior tempo de espera, este tempo é calculado segundo a equação 6.3, em que "n" é a posição da viagem atual.

$$\text{tempo} = \begin{cases} t_{\text{Inicial}_{n+1}} - t_{\text{Final}_n} & n = 0 \\ t_{\text{Inicial}_n} - t_{\text{Final}_{n-1}} & n = n_{\text{Viagens}} \\ t_{\text{Inicial}_n} - t_{\text{Final}_{n-1}} + t_{\text{Inicial}_{n+1}} - t_{\text{Final}_n} & n \neq 0, n \neq n_{\text{Viagens}} \end{cases} \quad (6.3)$$

De seguida, cada uma destas viagens é removida do veículo em que está e é atribuída ao primeiro veículo válido que a suporte. Contudo, não havendo critério na ordem destes veículos, as viagens são atribuídas aos primeiros veículos que tivessem sido criados e a partir do momento em que a solução atinge determinado estado, esta retira uma viagem de um veículo e adiciona-a ao mesmo, não provocando assim mais alterações na vizinhança.

### Restrição da viagem removida

O problema de adicionar uma viagem removida ao mesmo veículo foi corrigido acrescentando uma restrição que impede que a viagem retirada seja adicionada ao mesmo veículo, porém, esta restrição não é suficiente, pois, em determinado estado da solução é removida uma viagem do veículo X e adicionada ao veículo Y e simultaneamente é removida uma viagem do veículo Y e adicionada ao veículo X, não provocando assim alterações do custo na geração da solução vizinha.

Para além disso, o facto de retirar uma viagem de um veículo e caso não seja realizada mais nenhuma alteração a este, pode implicar que o mesmo fique inválido. Por exemplo, no caso de um veículo ter três viagens, A-B, B-C e C-D, ao retirar a viagem B-C, o veículo torna-se inválido, pois, o nó de fim da primeira viagem, B, é diferente do nó de início da segunda viagem, C.

### Utilização de uma viagem em vazio

A abordagem utilizada não estava a produzir resultados positivos, de tal modo, surgiu a necessidade de utilizar viagens em vazio para preencher esta lacuna. Contudo, a utilização das viagens em vazio não era compatível com o algoritmo atual, pois, a forma como as permutações eram realizadas na versão utilizada deste algoritmo não permitia a utilização das mesmas. Deste modo, a utilização do "Simulated annealing" foi afastada momentaneamente e elaborado um novo algoritmo.

Este novo algoritmo inicialmente ordena de forma crescente a lista de veículos pela soma do número de viagens com o número de vezes que foi ignorado e, como segundo critério, ordena de forma decrescente pela duração total de viagens. O número de vezes que um veículo é ignorado é incrementado quando este veículo é selecionado, mas não proporciona nenhuma troca de viagens válida. Este valor é relevante para o algoritmo, pois, caso não fosse considerado este valor e um veículo selecionado não proporcionasse nenhuma troca válida,

na próxima iteração iria voltar a ser selecionado, nunca proporcionando assim alterações na geração final.

Após a ordenação da lista, é selecionado o primeiro veículo e são percorridas todas as viagens do mesmo. Para cada viagem deste veículo tenta-se encontrar um outro veículo válido que a suporte, tentando primeiro nos veículos com maior percentagem de ocupação. O objetivo do algoritmo é aumentar o máximo possível a percentagem de ocupação de cada veículo. Deste modo, como é mais difícil acrescentar viagens aos veículos que estão mais preenchidos, tenta-se primeiro adicionar as viagens a estes. Neste algoritmo as condições para um veículo suportar uma viagem são iguais às definidas para gerar a primeira solução, com exceção de que a viagem seguinte não tem de iniciar necessariamente onde a atual terminou, pois, pode-se recorrer a viagens em vazio. Utilizando agora este tipo de viagens, um veículo é considerado válido para suportar uma viagem quando é possível alocar a nova viagem às já existentes, podendo utilizar uma viagem em vazio antes e/ou depois desta, de forma a que os nós coincidam com os nós das restantes viagens. Ao acrescentar viagens em vazio é necessário validar também que estas não se sobrepõem às outras já existentes.

Caso se encontre um veículo que seja válido para a viagem em análise, esta é removida temporariamente do veículo original e adicionada ao novo veículo. O mesmo processo é efetuado para as restantes viagens do veículo em análise. Após todas as viagens deste veículo terem sido avaliadas, surgem dois cenários. Se pelo menos para uma das viagens não tenha encontrada um outro veículo válido, as alterações são todas desfeitas e é incrementado o número de vezes que o veículo foi ignorado. Caso contrário, o veículo em questão é removido e as alterações temporárias são gravadas.

A utilização deste algoritmo já provocou melhorias significativas da geração final em comparação com a solução da primeira geração, a solução gananciosa. Estes valores podem ser observados na tabela 6.1. O valor de custo é obtido através da soma do custo de todos os veículos, sendo que este é obtido através da equação 6.1. A percentagem de ocupação é a média de ocupação dos veículos, sendo que estes valores são obtidos através da equação 6.4.

A ocupação média é uma medida estatística importante. Contudo, não foi realizado trabalho específico relativamente ao comportamento da mesma. Esta foi utilizada como medida para avaliar a dispersão da ocupação pelos diferentes veículos e tripulantes e também como forma de comparar diferentes resultados obtidos.

Tabela 6.1: Troca de veículos (v1)

Geração	Veículos	Viagens em vazio	Ocupação	Custo
Inicial	121	0	51.95%	522 603
Final	114	1	55.14%	508 623

$$\text{ocupacao (\%)} = \frac{\text{duracaoTotalViagens}}{\text{tempoMaximoPermitido}} * 100 \quad (6.4)$$

Na figura 6.5 está presente a dispersão dos valores de ocupação destes veículos. Apesar de a mediana atingir os 74% e o terceiro quartil ser de 82%, o primeiro quartil encontra-se nos 11%, e deste modo perfaz uma amplitude interquartil de 71%.

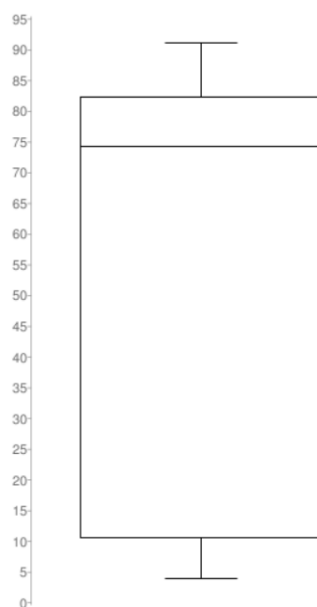


Figura 6.5: Dispersão da ocupação dos veículos (v1)

Da análise dos valores da tabela, verifica-se que, com a diminuição do número de veículos utilizados, houve um aumento da ocupação média por veículo e, conseqüentemente, uma diminuição do custo total dos veículos. Apesar desta melhoria, salienta-se que as viagens em vazio não tiveram contribuição para a percentagem de ocupação. Para além disso, da análise da figura, salienta-se uma amplitude interquartil muito elevada, o que implica que, apesar de haver veículos com uma elevada percentagem de ocupação, ainda existem muitos outros que têm esta percentagem reduzida. Deste modo, surge a oportunidade de melhorar o algoritmo.

### Utilização de até duas viagens em vazio

Após analisar a razão pela qual as viagens em vazio não estavam a ser utilizadas, verificou-se que não existia deslocações em grande parte dos casos entre os nós desejados. Sendo assim, em vez de efetuar apenas uma viagem em vazio antes e/ou depois, passou-se a poder utilizar duas destas viagens. Os resultados obtidos com esta mudança estão presentes na tabela 6.2 e a dispersão dos valores de ocupação estão presentes da figura 6.6.

Tabela 6.2: Troca de veículos (v2)

Geração	Veículos	Viagens em vazio	Ocupação	Custo
Inicial	121	0	51.95%	522 603
Final	94	58	69.57%	480 073

Da análise dos valores da tabela verifica-se que houve uma descida da quantidade de veículos e que esta foi suportada por um aumento de viagens em vazio. Verifica-se também que a percentagem de ocupação teve um aumento relevante o que, por sua vez, contribuiu para uma descida do custo, também ela relevante.

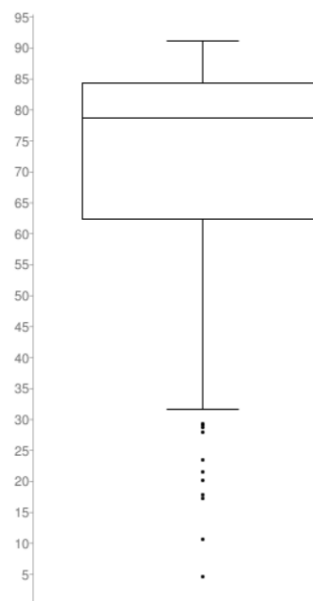


Figura 6.6: Dispersão da ocupação dos veículos (v2)

Em comparação com os resultados anteriores nota-se uma melhoria significativa da dispersão das ocupações uma vez que a amplitude interquartil foi reduzida de 71% para 22%. Para além disso, a mediana aumentou de 74% para 79%. Contudo, da análise desta figura, é possível observar que ainda existem alguns veículos com valores de ocupação muito afastados dos restantes, respetivamente entre os 4% e os 29%.

### 6.2.2 Otimização do custo dos tripulantes

Na otimização do custo dos tripulantes destacam-se três experiências realizadas, estas são respetivamente: fases da geração inicial, utilização de viagens em vazio e utilização de viagens de conexão.

#### Fases da geração inicial

Após realizar as trocas de viagens entre veículos e, conseqüentemente, criar as viagens em vazio e efetuar a atribuição destas aos mesmos, os tripulantes obtidos através da primeira geração passam a estar inválidos dado que, nesta nova solução, há viagens que não estão a ser realizadas por nenhum destes. Deste modo, é necessário corrigir a primeira geração de tripulantes.

De forma a que todas as viagens, inclusive as vazias, tenham um tripulante atribuído, surgem duas alternativas. A primeira consiste em, numa fase antes de serem criadas as viagens em vazio, realizar a atribuição das viagens de passageiros aos tripulantes e, numa fase após serem criadas as viagens em vazio, realizar a atribuição destas de forma a completar a solução. A segunda alternativa consiste em não realizar esta atribuição em duas fases, mas realizá-la apenas numa fase, isto é, a atribuição das viagens aos tripulantes é efetuada após serem criadas todas as viagens em vazio provenientes da otimização do custo dos veículos. Na

tabela 6.3 consta os valores obtidas nestas duas alternativas, sendo que a primeira alternativa refere-se à solução faseada, e a segunda alternativa é obtida numa única fase.

O tempo de refeições é calculado pela equação 6.5, sendo que este é uma componente usada no cálculo da percentagem de ocupação dos tripulantes, que é obtido pela equação 6.6.

$$\text{tempoRefeicoes} = \text{quantidadeRefeicoes} * \text{tempoMinimoRefeicao} \quad (6.5)$$

$$\text{ocupacao (\%)} = \frac{\text{duracaoViagens} + \text{tempoRefeicoes}}{\text{amplitudeMaximaTrabalho}} * 100 \quad (6.6)$$

Tabela 6.3: Geração inicial de tripulantes

Fases	Tripulantes	Almoço	Jantar	Ocupação	Custo
2	118	27	25	48.64%	6 420
1	98	14	25	57.83%	5 290

Da análise dos dados tabelados verifica-se que a realização da atribuição das viagens aos tripulantes numa única fase permite obter melhores resultados do que a realização em duas fases uma vez que houve uma redução de 20 tripulantes, o que contribuiu para um aumento da percentagem de ocupação em cerca de 9% e, conseqüentemente, uma redução do custo em 1130. De forma a completar esta análise, na figura 6.7 e na figura 6.8 são apresentadas as dispersões da percentagem de ocupação destas duas alternativas.

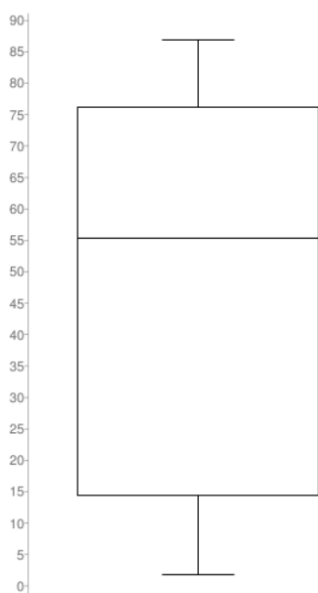


Figura 6.7: Dispersão da ocupação dos tripulantes geração inicial (v1)

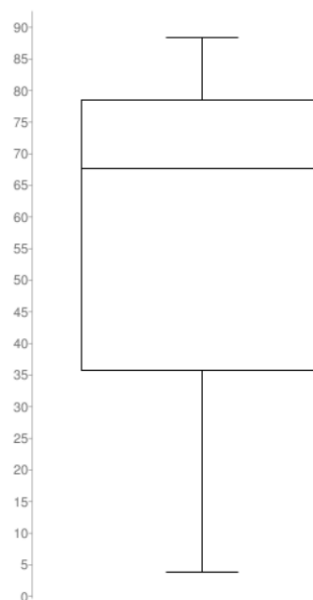


Figura 6.8: Dispersão da ocupação dos tripulantes geração inicial (v2)

Tal como acontece com a média das percentagens de ocupação, também há um aumento da mediana destes valores. Enquanto que na primeira alternativa a mediana é de 55%, na segunda é de 68%. Para além disso, há uma redução da amplitude interquartil de 62% para 43%. A análise destas figuras reforça a ideia de que a atribuição numa única fase produz melhores resultados, justificando assim a escolha desta alternativa para a geração inicial dos tripulantes.

### Utilização de viagens em vazio

Tal como na otimização do custo dos veículos, na otimização do custo dos tripulantes também foi executado um algoritmo que visa reduzir a quantidade destes. De novo, tal como no algoritmo anterior, neste também foram removidas as viagens dos tripulantes com ocupação menor de forma a atribuir estas aos tripulantes com ocupação maior.

De forma a que seja possível reduzir o número de tripulantes, é necessário recorrer a viagens em vazio para interligar viagens de passageiros com nós diferentes. Na tabela 6.4 estão presentes os resultados obtidos através deste algoritmo de otimização.

Tabela 6.4: Troca de tripulantes (v1)

Geração	Tripulantes	Viagens em vazio	Ocupação	Custo
Inicial	98	58	57.83%	5 290
Final	93	70	61.47%	5 050

Da análise dos dados tabelados verifica-se que houve uma redução do custo dos tripulantes e um aumento da percentagem de ocupação, estas variações foram provenientes da redução dos tripulantes de 98 para 93. Para além disso, esta diminuição provocou um aumento das viagens em vazio de 58 para 70.

Apesar de o número de tripulantes ter sido reduzido, houve um aumento das viagens em vazio.

Quando se cria uma viagem em vazio, de forma a que esta fique válida, é necessário fazer a atribuição da mesma a um veículo. Por sua vez, caso não exista nenhum veículo válido para suportar esta viagem, é necessário criar um novo veículo.

Desta forma, a redução do número de tripulantes, gera um aumento da quantidade de viagens em vazio, o que por sua vez, gera um aumento da quantidade de veículos. O custo de utilização de um veículo é bastante superior ao custo de utilização de um tripulante. A título de exemplo, nos dados que estão a ser utilizados para o desenvolvimento da solução, o rácio entre estas duas variáveis é cerca de quarenta. De tal modo, não é benéfico para o custo total da solução a redução do número de tripulantes caso este implique um aumento do número de veículos.

Concluindo-se assim, que esta não é a abordagem correta a se utilizar para a otimização do custo dos tripulantes com objetivo de reduzir o custo total da solução.

### Utilização de viagens de conexão

Como alternativa à utilização de viagens em vazio, surge a utilização de viagens de conexão. Uma viagem de conexão é uma forma de o tripulante se deslocar entre dois nós, sem que tenha de conduzir um veículo, isto é, o tripulante usufrui de uma viagem de passageiros e/ou vazia realizada por um veículo da empresa e um tripulante que não ele.

A utilização deste tipo de viagens está sujeita ao mesmo tipo de restrições que são utilizadas aquando da atribuição de viagens a um tripulante como, por exemplo, a sobreposição do horário de viagens.

Deste modo, no processo de otimização dos tripulantes, quando uma viagem não pode ser adicionada sem o auxílio de outras viagens, em vez de se utilizar um conjunto de deslocações válidas, no máximo duas, entre dois nós, procura-se um conjunto de viagens já existentes, no máximo duas, realizadas por outros tripulantes. Deste modo, não é necessário a criação de viagens em vazio, nem de novos veículos para realizar estas viagens quando necessário.

A utilização de viagens de conexão não tem custos adicionais para o cálculo do custo dos tripulantes, contudo, estas contribuem para a percentagem de ocupação do tripulante, pois, são viagens realizadas durante o horário de trabalho e que são necessárias para a realização do mesmo. Na tabela 6.5 estão presentes os valores obtidos com esta alteração.

Tabela 6.5: Troca de tripulantes (v2)

Geração	Tripulantes	Viagens de conexão	Ocupação	Custo
Inicial	98	0	57.83%	5 290
Final	93	10	61.45%	5 050

Da análise destes valores, verifica-se que, apesar de não terem sido utilizadas viagens em vazio, a utilização de viagens de conexão conseguiu alcançar o mesmo resultado em termos de número de tripulantes do que a abordagem anterior, que produzia resultados inválidos. Para tal, foram utilizadas dez viagens de conexão. A dispersão da ocupação dos tripulantes está presente na figura 6.9.

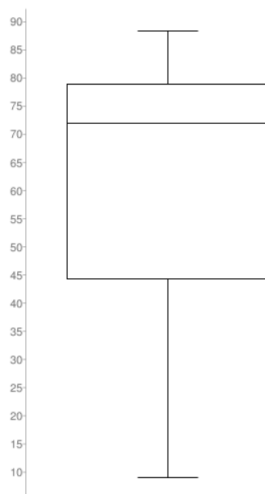


Figura 6.9: Dispersão da ocupação dos tripulantes (v2)

Face aos resultados obtidos pela geração inicial nota-se uma melhoria significativa da dispersão das ocupações dado que houve um aumento da mediana de 68% para 72% e uma diminuição da amplitude interquartil de 43% para 35%. Porém, é de salientar também que ainda existem vários tripulantes com uma percentagem de ocupação entre os 10% e os 43%.

## 6.3 Variação das parametrizações

As parametrizações têm um impacto significativo na solução obtida. É, no entanto, salientar que estas não têm um impacto proporcional no custo da solução obtida, por exemplo, aumentar o tempo máximo de trabalho do tripulante para o dobro não significa que o custo da solução seja reduzido para metade, pois, existem também outras componentes que influenciam o custo. O facto de, no decorrer do algoritmo, uma viagem ser escalonada de forma diferente tem impacto na restante solução, fazendo desta forma com que as restantes viagens sejam também elas escalonadas de forma diferente, criando assim soluções distintas.

Exemplos destas parametrizações são: tempo máximo de trabalho do veículo, tempo máximo de trabalho do tripulante, duração mínima por refeição e amplitude do intervalo de refeição.

### 6.3.1 Tempo máximo de trabalho do veículo

Durante o processo de desenvolvimento o valor utilizado como tempo máximo de trabalho do veículo foi de 450 minutos. De forma a verificar o impacto que esta parametrização tem para a geração final, foram criadas variações da solução provenientes da redução e do aumento da mesma. Os resultados obtidos estão presentes na tabela 6.6.

Tabela 6.6: Variação do tempo máximo de trabalho do veículo

Valor	Geração	Veículos	Ocup. V.	Vazio	Tripulantes	Ocup. T.	Custo
300	Inicial	161	58.56%	0	97	58.27%	608 107
300	Final	133	73.79%	55	92	61.89%	563 437
450	Inicial	121	51.95%	0	98	57.83%	527 893
450	Final	94	69.57%	58	93	61.45%	485 123
600	Inicial	90	52.38%	0	108	50.82%	465 899
600	Final	83	57.46%	23	99	55.77%	454 759

Da análise destes valores, verifica-se que, com o aumento do tempo máximo de trabalho do veículo, como era espectável, é diminuída a quantidade de veículos necessários para realizarem as viagens. Apesar disso, a percentagem de ocupação média dos veículos diminui dado que o denominador no cálculo deste valor aumentou, isto é, a variável em análise. Para além disso, o número de viagens em vazio não acompanha de forma linear esta subida, pois, com a diminuição do tempo máximo, a quantidade destas viagens diminuiu, contudo, com o aumento deste valor, a quantidade destas viagens também diminuiu.

Relativamente aos tripulantes, nota-se um aumento da quantidade dos mesmos, tanto na geração inicial como na final, aquando do aumento da variável em análise.

Por fim, com o aumento desta variável, o custo da solução total diminui. Apesar da quantidade dos tripulantes aumentar, a quantidade de veículos diminui, e estes têm maior contribuição para o custo da solução total.

### 6.3.2 Tempo máximo de trabalho do tripulante

Para o desenvolvimento da solução, o valor utilizado como tempo máximo de trabalho do tripulante foi de 540. Com a alteração desta variável, gerou-se novas soluções com o objetivo de verificar o impacto da mesma para a geração final. Os resultados obtidos estão presentes na tabela 6.7.

Tabela 6.7: Variação do tempo máximo de trabalho do tripulante

Valor	Geração	Veículos	Ocup. V.	Vazio	Tripulantes	Ocup. T.	Custo
400	Inicial	121	51.95%	0	126	59.70%	529 123
400	Final	94	69.57%	58	101	67.08%	485 993
540	Inicial	121	51.95%	0	98	57.83%	527 893
540	Final	94	69.57%	58	93	61.45%	485 123
700	Inicial	121	51.95%	0	93	47.33%	527 713
700	Final	94	69.57%	58	88	50.36%	484 943

Da análise destes valores, verifica-se que, a variação do tempo máximo de trabalho do tripulante não causa impacto na atribuição de viagens a veículos, pois, tanto a primeira geração, como a geração final dos veículos são realizadas antes de serem atribuídos os tripulantes, não tendo estes impacto para estas gerações. De tal modo, a quantidade de veículos, a ocupação média dos veículos e a quantidade de viagens em vazio mantém-se constantes.

Por outro lado, o aumento desta variável, gera uma diminuição da quantidade dos tripulantes, sendo que esta é acompanhada também por uma diminuição da percentagem de ocupação média, pois, o denominador do cálculo desta variável está a ser aumentado.

Por fim, com o aumento desta variável, o custo da solução total diminui, mas não de uma forma tão acentuada como no exemplo anterior, pois, apesar da quantidade dos tripulantes diminuir, a quantidade de veículos mantém-se constante, e estes têm maior contribuição para o custo total da solução.

### 6.3.3 Duração mínima por refeição

O valor utilizado como duração mínima por refeição, durante o desenvolvimento da solução, foi de 30. De forma a verificar o impacto desta variável no custo da geração final, foram geradas novas soluções, alterando o valor da mesma. Os resultados obtidos estão presentes na tabela 6.8.

A alteração dos valores de duração mínima por refeição não tem impacto na atribuição de veículos, de tal modo, esses valores não constam na tabela, pois são constantes.

Tabela 6.8: Variação da duração mínima por refeição

Valor	Geração	Tripulantes	Ocupação	Almoço	Jantar	Custo
15	Inicial	93	60.16%	20	32	527 773
15	Final	89	63.21%	20	32	485 043
30	Inicial	98	57.83%	14	25	527 893
30	Final	93	61.45%	14	26	485 123
90	Inicial	111	51.05%	7	6	528 283
90	Final	109	52.19%	7	6	485 653

Da análise dos valores tabelados, verifica-se que, com o aumento da variável em análise, a quantidade de tripulantes tende a aumentar e a ocupação média destes tende a diminuir, isto acontece, pois, reduzindo o tempo útil de trabalho de cada tripulante, serão necessários mais destes para realizarem a mesma quantidade de trabalho.

Para além disso, a quantidade de refeições, almoço e jantar, tendem a diminuir com o aumento desta variável. Sendo que isto contribui também para o aumento dos tripulantes, pois, se o número de refeições diminui, significa que os tripulantes estão a realizar o horário de trabalho num período que não engloba nenhuma das refeições, ou seja, necessariamente vão ter de realizar menos horas do período de trabalho.

O aumento da variável em análise, tal como referido, contribui para o aumento da quantidade de tripulantes e, por sua vez, este contribui para o aumento do custo da geração final. Sendo assim, com o aumento da duração mínima por refeição, o custo da geração final tende a aumentar.

#### 6.3.4 Amplitude do intervalo de refeição

Durante o processo de desenvolvimento o valor utilizado como amplitude do intervalo de refeição foi de 120 minutos. De forma a verificar o impacto que esta parametrização tem para a geração final, foram criadas variações da solução provenientes da redução e do aumento do mesmo. Os resultados obtidos estão presentes na tabela 6.9.

Tabela 6.9: Variação da amplitude do intervalo de refeição

Valor	Geração	Tripulantes	Ocupação	Almoço	Jantar	Custo
60	Inicial	109	52.25%	20	24	528 493
60	Final	106	53.87%	20	24	485 813
120	Inicial	98	57.83%	14	25	527 893
120	Final	93	61.45%	14	26	485 123
240	Inicial	93	60.16%	7	19	527 513
240	Final	89	63.17%	7	20	484 793

De novo, a alteração desta variável não tem impacto na atribuição de veículos, de tal modo, esses valores não constam na tabela, pois são constantes.

Através da análise dos valores da tabela, pode-se verificar que, com o aumento da amplitude do intervalo de refeição, a quantidade de tripulantes tende a diminuir e, conseqüentemente, a ocupação média destes tende a aumentar. Com o aumento desta amplitude, o tempo de pausa para refeição dos tripulantes pode ficar mais disperso, de tal modo, cria-se uma maior disponibilidade para realizar as viagens neste período.

A quantidade de refeições é diminuída com o aumento desta amplitude, pois, como já foi referido, considera-se que um tripulante tem direito a uma refeição caso este realize uma viagem que é iniciada antes deste período e uma viagem que termina após o mesmo. Deste modo, com o aumento do período, o conjunto de viagens que satisfaz esta condição torna-se menor.

Por fim, o custo da geração final tende a reduzir com o aumento desta variável, pois esta contribui para a diminuição dos tripulantes necessários.

## 6.4 Variação da geração inicial

De forma a verificar se a geração inicial tem impacto para a geração final, foram criados cinco cenários através da geração de diferentes soluções sendo que, para a obtenção destas soluções, foram produzidas alterações à forma como a primeira geração foi criada.

A geração base consiste em percorrer a lista de viagens a serem atribuídas, ordenada pelo tempo de início de forma crescente. Para cada uma destas viagens é percorrida a lista de veículos, ordenada pela ordem de criação de forma crescente e tenta-se encontrar um veículo válido. Caso se encontre um veículo válido para realizar a viagem em questão, atribui-se essa mesma viagem ao veículo, caso contrário, é criado um veículo novo e a viagem é atribuída a este, sendo posteriormente o veículo adicionado à lista de veículos. Este será considerado o cenário um.

No cenário dois, criou-se uma variação da geração inicial através da ordenação da lista de veículos de uma forma aleatória.

Para o terceiro cenário, a lista de viagens a serem atribuídas foi ordenada pelo tempo de início, contudo de forma descendente.

No quarto cenário, a variação também é na lista de viagens, contudo, neste cenário, a lista é ordenada de forma aleatória.

Por fim, no quinto e último cenário, tanto a lista de veículos como a lista de viagens são ordenadas de uma forma aleatória.

Os resultados obtidos estão presentes na tabela 6.10 e na figura 6.10.

Com a análise dos resultados, verifica-se que as variações realizadas produzem soluções iniciais que necessitam de uma quantidade de veículos superiores à geração inicial do primeiro cenário e, por sua vez, cada um destes cenários tem também uma quantidade de veículos na geração final superior à do cenário inicial.

Com o aumento do número de veículos, o custo da solução também aumenta, pois, esta é a componente que contribui de forma mais significativa para este cálculo.

Tabela 6.10: Variação da geração inicial

Cenário	Geração	Veículos	Vazio	Tripulantes	Custo
1	Inicial	121	0	98	527 893
1	Final	94	58	93	485 123
2	Inicial	121	0	97	527 813
2	Final	96	54	91	487 463
3	Inicial	125	0	101	536 857
3	Final	101	49	97	496 308
4	Inicial	207	0	113	701 327
4	Final	142	217	109	623 102
5	Inicial	215	0	106	717 217
5	Final	154	186	103	636 542

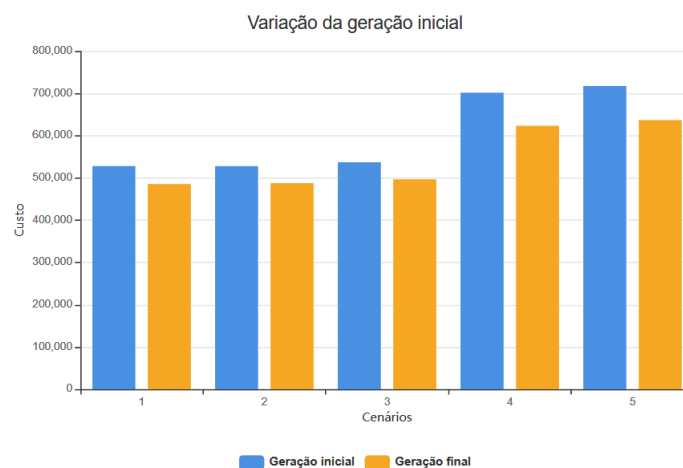


Figura 6.10: Variação da geração inicial

Por outro lado, a quantidade de viagens em vazio a serem realizadas não cresce com o aumento do número de veículos. No segundo e terceiro cenário, o número de viagens em vazio chega a ser inferior ao do primeiro cenário.

O número de tripulantes também não depende da quantidade de veículos. Este tende a aumentar quando o número de viagens em vazio aumenta e tende a diminuir quando este diminui.

Da análise da figura 6.10, verifica-se também que, com o aumento do custo da geração inicial, o custo da geração final também aumenta, sendo que este último nunca ultrapassa o custo da primeira.

Conclui-se assim que a forma como é produzida a geração inicial tem impacto na geração final. Apesar de ambas serem sujeitas às mesmas otimizações, partindo de uma solução com custo inicial inferior, tende-se a obter uma geração final também esta com custo inferior.



## Capítulo 7

# Avaliação da solução

Foi realizado um balanço entre considerar todas as variáveis e restrições utilizadas nos diferentes algoritmos do sistema GIST e utilizar apenas parte destas. Concluiu-se que era mais benéfico utilizar apenas parte destas.

A opção seguida, de trabalhar com um conjunto diminuído de variáveis, apesar de impedir a comparação e avaliação da solução desenvolvida com soluções do sistema GIST, permite avaliar com maior precisão o impacto que cada uma destas variáveis tem para o algoritmo. Sendo esta uma fase exploratória, existe também a convicção que limitar as variáveis e restrições às necessárias para os ensaios que se pretende avaliar é mais benéfico que utilizar uma grande variedade destas.

Sendo assim, a solução desenvolvida foi avaliada através do seu comportamento relativamente a dados de entrada diferentes.

De forma a avaliar a solução, é tido em consideração a percentagem de otimização do custo final face ao custo da geração inicial assim como o tempo de processamento necessário para se obter o planeamento final.

Com o objetivo de se obter uma variedade de resultados, a solução é sujeita a diferentes amostras de viagens. Estas diferem entre si em:

- quantidade;
- duração média;
- diversidade da duração;
- quantidade de nós.

Neste processo foram utilizadas cinco amostras de viagens. Enquanto que a primeira representa dados reais de transporte urbano e foi utilizada durante o desenvolvimento da solução, as restantes quatro são dados de teste. Estas foram geradas única e exclusivamente para avaliar a solução em situações específicas.

### 7.1 Viagens duplicadas

A amostra utilizada é constituída por 611 viagens e 226 deslocações.

As viagens caracterizam-se por uma duração média de 46 minutos, 9 nós distintos e por uma amplitude de 1185 minutos entre o começo da primeira viagem e o começo da última viagem.

As deslocações têm uma duração média de 30 minutos, sendo que a dispersão interquartil destes se encontra entre os 20 e 35 minutos.

Esta amostra foi testada com 4 quantidades de viagens distintas. Nos valores superiores a 611 foram duplicadas as viagens existentes, isto é, cada uma das novas viagens é realizada ao mesmo tempo e nos mesmos nós que uma das viagens originais.

Na tabela 7.1 está presente os resultados obtidas com esta amostra de viagens.

Tabela 7.1: Resultados da amostra de viagens duplicadas

Viagens	Duração	Custo inicial	Custo final	Otimização	Tempo
306	47.51	293 973	265 403	9.72%	0.32
611	46.29	527 893	485 123	8.10%	3.29
1222	46.29	1 051 846	967 326	8.04%	36.21
2444	46.29	2 110 202	1 946 672	7.75%	133.75

Da análise dos dados verifica-se que o custo inicial nos exemplos de 1222 e 2444 viagens é o dobro do exemplo anterior. Isto acontece uma vez que as viagens adicionadas são viagens duplicadas, ou seja, é necessário um novo veículo e um novo tripulante para as realizar, pois, não pode haver sobreposição de horários.

Por outro lado, o exemplo com 306 viagens não tem um custo que representa metade do custo do exemplo de 611 viagens, para além disso a duração média destas viagens não é igual à duração média da amostra completa.

Na figura 7.1 pode-se observar a evolução do custo inicial em função do número de viagens.

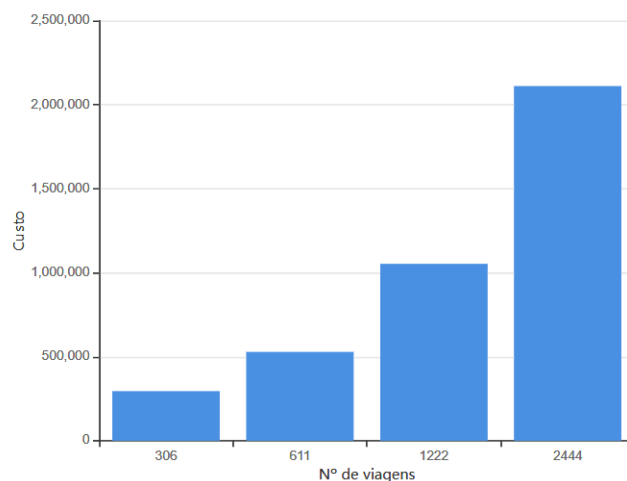


Figura 7.1: Custo inicial da amostra de viagens duplicadas

Com o aumento da quantidade de viagens a percentagem de otimização diminui sendo que, entre os exemplos com viagens duplicadas, esta diminuição é menos significativa.

O tempo de processamento para 306 viagens é inferior a meio segundo. Contudo, com o aumento da quantidade destas viagens, o tempo de processamento também cresce e este cresce de uma forma mais acentuada.

Do primeiro para o segundo exemplo, enquanto que a razão da quantidade de viagens é 2, a razão entre os tempos de utilização é cerca de 10.

Comparado o primeiro com o último exemplo, enquanto que a razão entre as quantidades de viagens é oito, a razão entre os tempos de utilização é superior a 400. Este aumentou desde 0.32 segundos para 133.75 segundos.

Na figura 7.2 está representado a variação do tempo de processamento em função da quantidade de viagens para esta amostra.

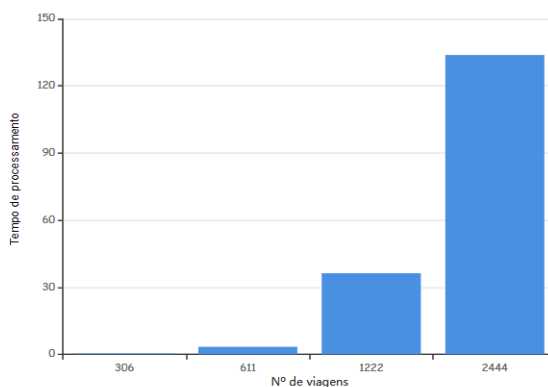


Figura 7.2: Tempo de processamento da amostra de viagens duplicadas

## 7.2 Viagens com dois nós distintos

De forma a avaliar o impacto da diversidade dos nós na obtenção do planeamento operacional, foi gerada uma amostra de 800 viagens com apenas dois nós. Sendo assim, apenas existem duas viagens diferentes, do primeiro nó para o segundo, ou do segundo nó para o primeiro. Contudo este exemplo distingue-se do anterior dado que o tempo de começo das viagens é diferente, de tal forma, não são duplicadas.

Na criação das viagens, para cada uma foi gerado um número aleatório entre 300 e 1440 para ser definido como tempo de começo. Posteriormente, foi gerado outro valor, entre 25 e 35, para ser definido como duração da viagem.

Relativamente às deslocações, apenas foram geradas duas, pois, só existem dois nós. O valor de duração das deslocações foi gerado aleatoriamente entre 15 e 25.

De forma a se realizar uma avaliação mais completa desta característica, a amostra foi testada com quatro conjuntos de viagens, sendo estes constituídos respetivamente por 100, 200, 400 e 800 viagens.

Na tabela 7.2 estão presentes os resultados obtidos com esta amostra.

A duração média das viagens nos quatro exemplos de teste é semelhante entre si, todos rondam os 30 minutos.

Era expectável que o custo da geração inicial duplicasse com a duplicação da quantidade de viagens. Contudo, isto não acontece, o custo inicial cresce de forma menos acentuada que a quantidade de viagens.

Tabela 7.2: Resultados da amostra de viagens com dois nós distintos

Viagens	Duração	Custo inicial	Custo final	Otimização	Tempo
100	30.08	97 300	79 780	18.01%	0.11
200	30.07	154 040	134 680	12.57%	0.20
400	30.01	247 070	236 230	4.39%	0.24
800	30.12	462 230	456 870	1.16%	0.38

A diferença entre estas razões de crescimento é justificada pelo facto de que o algoritmo, com uma maior quantidade de dados, vai tirar proveito da geração inicial ser obtida de uma forma gananciosa. Realizar a atribuição de 200 viagens de uma vez obtém melhores resultados do que gerar a atribuição de 100 viagens duas vezes, pois, ao trabalhar com o conjunto completo, este é ordenado de forma a que a atribuição de viagens produza uma maior percentagem de ocupação de veículos e tripulantes.

A otimização do custo final face ao custo inicial tende a reduzir com o aumento da quantidade de viagens. Esta redução está relacionada com o facto de que, para uma maior quantidade de viagens, é criada uma geração inicial mais otimizada do que para uma quantidade de viagens reduzida.

O facto de a geração inicial estar parcialmente otimizada, faz com que o rácio entre o custo final e o custo inicial seja inferior, pois, as trocas de viagens produzem otimizações de custo não tão significativas. De tal forma, a percentagem de otimização é inferior.

Tal como na amostra anterior, nesta, o tempo de processamento também tende a aumentar com a quantidade de viagens. Contudo, na amostra anterior, a razão entre os exemplos crescia de forma mais acentuada do que nesta amostra.

Enquanto que, na amostra anterior, um rácio de 8 na quantidade de viagens era equivalente a um rácio superior a 400 no tempo de processamento, nesta amostra um rácio de 8 na quantidade de viagens equivale a um rácio inferior a 4 no tempo de processamento.

O facto de o número de nós ser reduzido torna espectável que o tempo de processamento também reduza. Contudo, não era espectável que o rácio do tempo de processamento fosse inferior ao rácio da quantidade de viagens. Tal feito acontece porque, nos exemplos de maior quantidade, foram geradas menos trocas na otimização do planeamento logo não foi gasto tanto tempo de processamento a remover viagens de veículos e tripulantes e a atribuí-las a outros. A redução de trocas de viagens efetuadas é justificada pela diminuição da percentagem de otimização, isto é, se esta percentagem diminuiu drasticamente é porque foram realizadas menos trocas no processo de otimização.

### 7.3 Viagens de pequena duração

De forma a testar o impacto que a duração das viagens causa na obtenção do planeamento operacional, foram criadas três amostras, cada uma com 800 viagens. A primeira amostra caracteriza-se por viagens de pequena duração, a segunda por viagens de longa duração e a terceira por um misto das anteriores.

A amostra de viagens de pequena duração tem o tempo de começo contido entre 300 e 1440, duração contida entre 25 e 35 e utiliza 25 nós distintos.

Para cada um dos 25 nós, foram criadas 5 deslocações, através da geração aleatória do nó de fim e do tempo de duração, perfazendo assim um total de 125 deslocações. Para a duração foi utilizado como limite inferior 15 e como limite superior 25.

Com esta amostra foram criados quatro exemplos. O primeiro com 100 viagens, o segundo com 200 viagens, o terceiro com 400 e o quarto com 800. Na tabela 7.3 está presente os resultados obtidos.

Tabela 7.3: Resultados da amostra de viagens de pequena duração

<b>Viagens</b>	<b>Duração</b>	<b>Custo inicial</b>	<b>Custo final</b>	<b>Otimização</b>	<b>Tempo</b>
100	28.99	142 620	96 350	32.44%	0.23
200	29.28	257 680	180 970	29.77%	0.77
400	29.43	425 080	334 900	21.21%	2.64
800	29.51	699 360	600 150	14.19%	12.57

Tanto o custo inicial como o custo final são dependentes da quantidade de viagens, porém, estes aumentam com um rácio ligeiramente inferior ao rácio do aumento do número de viagens.

Por outro lado, a percentagem de otimização diminui com o aumento do número de viagens, pois, para uma quantidade de viagens superior, a primeira geração é mais otimizada do que para uma quantidade reduzida de viagens.

Relativamente ao tempo de processamento, como era espectável, o rácio de aumento deste é superior ao rácio de aumento do número de viagens sendo que, entre o primeiro e o último exemplo, para um rácio de 8 na quantidade de viagens obtém-se um rácio superior a 50 no tempo de processamento.

## 7.4 Viagens de grande duração

Na segunda amostra utilizada para avaliar o impacto da duração das viagens, estas foram criadas com tempo de começo entre 300 e 1440, com duração entre 90 e 150 e com 25 nós distintos.

Tal como na amostra anterior, foram geradas 5 deslocações para cada um dos nós, perfazendo um total de 125 deslocações. Contudo, estas têm uma duração entre 30 e 60.

A partir deste amostra criou-se quatro casos de testes com 100, 200, 400 e 800 viagens respetivamente. Na tabela 7.4 estão presentes os resultados obtidos.

Como espectável, tanto o custo inicial como o custo final aumentaram face à amostra anterior. Utilizando a mesma quantidade de viagens, e estas tendo uma maior duração, torna-se assim necessário utilizar mais veículos e tripulantes para a realização das mesmas, de tal forma, o custo do planeamento aumenta.

Por outro lado, apesar de serem utilizados mais veículos e tripulantes, a percentagem de otimização reduziu face ao exemplo anterior.

Tabela 7.4: Resultados da amostra de viagens de grande duração

Viagens	Duração	Custo inicial	Custo final	Otimização	Tempo
100	120.19	269 520	245 100	9.06%	0.26
200	121.22	506 430	475 350	6.14%	0.39
400	120.78	928 590	912 700	1.71%	1.21
800	120.72	1 765 920	1 743 840	1.25%	6.27

No processo de otimização é fulcral a utilização de viagens em vazio, e para a utilização destas, é essencial recorrer às deslocações. Nesta amostra, tanto as deslocações como as viagens têm durações elevadas pelo que se torna difícil a utilização destas para a criação de viagens em vazio, fazendo assim com que não seja possível efetuar trocas de viagens e, como consequência, a percentagem de otimização diminui.

Apesar da percentagem de otimização diminuir face à amostra de viagens de pequena duração, nesta também se mantém o padrão, isto é, há uma redução da mesma com o aumento da quantidade de viagens.

O tempo de processamento aumenta com um rácio superior ao número de viagens, porém inferior ao rácio do aumento desta variável na amostra anterior. A percentagem de otimização é inferior, significando assim que foram geradas menos trocas durante o processo de otimização e, de tal forma, gasto menos tempo a processar tais ações.

## 7.5 Viagens de pequena e grande duração

A última amostra criada é constituída por viagens com tempo de começo contido entre 300 e 1440, duração entre 25 e 150 e com 25 nós diferentes. Para além disso tem também 125 deslocações, cada um com uma duração contida entre 15 e 60.

Esta amostra é uma mistura das duas amostras anteriores, isto é, para os valores mínimos de duração utiliza os limites inferiores da terceira amostra, e para os valores máximos de duração utiliza os limites superiores da quarta amostra.

Tal como nas amostras anteriores, nesta também foram criados quatro casos de teste, sendo estes caracterizados por 100, 200, 400 e 800 viagens respetivamente. Na tabela 7.5 estão presentes os resultados obtidos.

Tabela 7.5: Resultados da amostra de viagens de pequena e grande duração

Viagens	Duração	Custo inicial	Custo final	Otimização	Tempo
100	87.20	201 640	179 710	10.88%	0.25
200	87.96	388 830	355 040	8.69%	0.45
400	86.32	728 240	678 540	6.82%	1.24
800	86.52	1 361 970	1 306 320	4.09%	4.74

Como espectável, tanto o custo inicial como o custo final obtiveram valores contidos entre as duas amostras anteriores, para todos os exemplos de teste, demonstrando assim que, o custo do planeamento operacional é dependente da duração média das viagens.

Relativamente à otimização, também esta teve os seus valores contidos entre as duas amostras anteriores. Para além disso, tal como nas outras amostras, nesta também tende a diminuir a percentagem de otimização aquando do aumento da quantidade de viagens.

Por fim, nesta amostra, o rácio de tempo de processamento entre o exemplo de 800 viagens e o exemplo de 100 é inferior às duas amostras anteriores. Sendo assim, conclui-se que o tempo de processamento não é dependente da duração média das viagens.

## 7.6 Avaliação das amostras

De forma a avaliar o impacto das características das diferentes amostras, a primeira não foi contabilizada, pois, a quantidade de viagens desta é diferente das demais.

As restantes quatro amostras são avaliadas relativamente à percentagem de otimização e ao tempo de processamento sendo que estas variáveis são medidas em função da quantidade de viagens.

### 7.6.1 Percentagem de otimização

No gráfico da figura 7.3 está presente os valores obtidos para a percentagem de otimização.

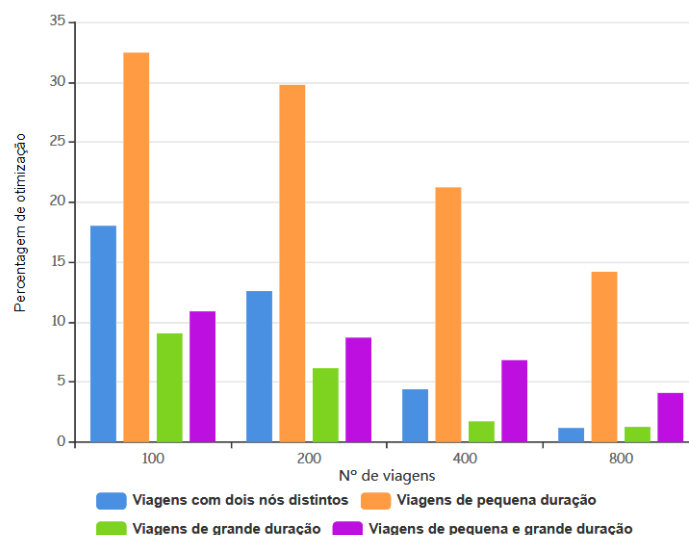


Figura 7.3: Percentagem de otimização em função do número de viagens

Nas quatro amostras, com o aumento da quantidade de viagens, é notório a diminuição da percentagem de otimização. Esta diminuição acontece, pois, para uma maior quantidade de viagens, o algoritmo cria a geração inicial ligeiramente mais otimizada do que para uma menor quantidade de viagens. De tal forma, durante as trocas de viagens, há menos trocas válidas que proporcionem otimizações.

Para os exemplos de 100 viagens, as amostras que obtiveram maior percentagem de otimização são as que têm menor duração média de viagens. Entre as duas amostras com a mesma duração média de viagens, a amostra com maior variedade de nós obteve um melhor resultado.

Por outro lado, para os exemplos de 800 viagens, a amostra com apenas dois nós distintos foi a que obteve piores resultados. Nas restantes amostras, as que têm percentagem de otimização maiores, são as que têm duração média de viagens menores.

Conclui-se assim que, uma menor duração média de viagens, contribui para uma percentagem de otimização maior. Relativamente à variedade de nós, quanto maior esta for, maior será também a percentagem de otimização. Por fim, para exemplos de poucas viagens, a duração média de viagens tem maior impacto do que a variedade de nós. Contudo, para exemplos de muitas viagens, a variedade de nós tem maior impacto do que a duração média de viagens.

### 7.6.2 Tempo de processamento

Na figura 7.4 está representado graficamente os valores obtidos pelas quatro amostras relativamente ao tempo de processamento.

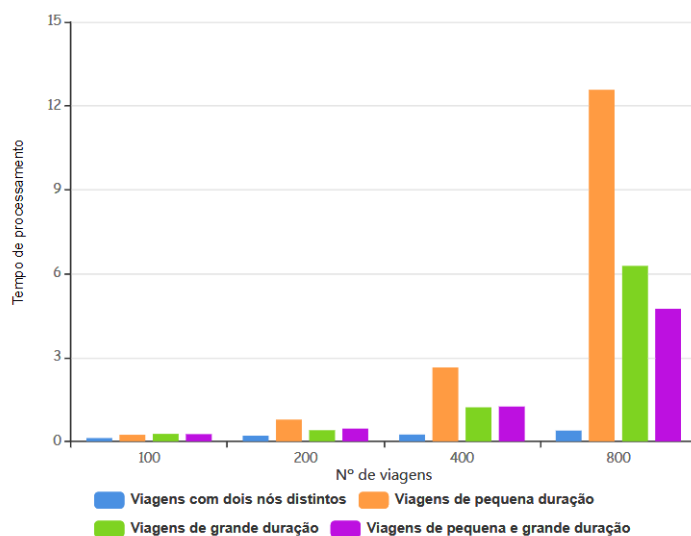


Figura 7.4: Tempo de processamento em função do número de viagens

Analisando a figura 7.4, é notório o aumento do tempo de processamento aquando do aumento da quantidade de viagens. Porém, na amostra com apenas dois nós distintos este aumento não é significativo.

Relativamente às amostras com variedade de nós, o aumento desta variável é mais acentuado quanto menor for a duração média das viagens sendo que, para amostras de maior quantidade de viagens, este cresce também de forma mais acentuada.

Conclui-se assim que, o tempo de processamento aumenta com o aumento da variedade de nós, com o aumento da quantidade de viagens e com a diminuição da duração média de viagens.

## Capítulo 8

# Conclusões

Neste capítulo é realizada uma análise crítica ao projeto como um todo. O mesmo encontra-se dividido em duas secções.

A primeira secção enumera os principais objetivos propostos, assim como o processo de estudo e análise efetuado visando o cumprimento dos mesmos. A construção da solução consistiu na realização de um conjunto de experiências. De tal modo, é descrito o objetivo da realização deste processo e avaliado do impacto da variação de restrições para a mesma. Para a avaliação da solução, foi gerado um conjunto de dados de teste com o objetivo de produzir variedade de resultados e, deste modo, concluir para que tipo de amostras o sistema é mais apropriado. Por fim, são analisados os objetivos propostos, concluindo que nem todos foram alcançados. De tal modo é explicado porque razão nem todos foram alcançados e também são enumerados os que foram cumpridos.

Um dos objetivos propostos foi a integração da solução no sistema GIST, contudo este objetivo não foi alcançado. Sendo assim, na segunda secção é explicado a razão de este ser um objetivo proposto, a razão de o mesmo não ter sido alcançado, as decisões tomadas que levaram ao não cumprimento do mesmo e as limitações causadas por este não ter sido cumprido.

### 8.1 Objetivos alcançados

A elaboração deste projeto teve como principal objetivo o desenvolvimento de uma solução capaz de efetuar o planeamento operacional, sendo que este teria de englobar a atribuição de veículos e de tripulantes.

De forma a alcançar os objetivos, inicialmente foi realizada a interpretação do problema, foram estudados diferentes modelos, cada um com um propósito direcionado, isto é, não há um algoritmo que em geral seja melhor que os restantes, e foi também realizado um estudo acerca do sistema GIST. Com este estudo conclui-se que para o problema em questão não existe nenhum sistema com a capacidade de produzir soluções ótimas, estes são apenas capazes de produzir soluções subótimas. Conclui-se que a qualidade dos resultados obtidos na aplicação dos diferentes sistemas pode variar significativamente em função dos conjuntos de dados de teste considerados.

De seguida, foi aprofundado o conhecimento acerca dos conceitos de negócio, processos, intervenientes e restrições. Foi também realizada uma análise de valor e efetuado um estudo sobre diferentes abordagens existentes para resolver o problema.

Após estudar as diferentes abordagens, as mesmas foram avaliadas e comparadas entre si de forma a escolher a mais apropriada para resolver o problema em questão.

Na construção da solução, realizada após o design da solução, foram efetuadas experiências com uma amostra de dados reais com o objetivo de melhorar a solução para que esta produzisse melhores resultados. Durante este processo verificou-se o impacto que a variação das restrições e a forma como a primeira geração era criada tinham para o cálculo do custo da geração final. Conclui-se que uma primeira geração obtida de forma gananciosa proporciona melhores resultados que uma obtida de forma aleatória.

Terminada a construção da solução, foi realizada a avaliação da mesma. De forma a efetuar a avaliação do sistema desenvolvido, este foi testado com diferentes amostras com o objetivo de produzir resultados variados, e deste modo, ser possível concluir para que tipo de amostras o sistema é mais apropriado. Foram utilizadas cinco amostras, enquanto que a primeira, que foi utilizada durante a construção da solução, representa dados reais, as restantes quatro foram amostras de teste, criadas especificamente para avaliar o comportamento do sistema. Conclui-se assim que, o sistema produz valores de percentagem de otimização maiores para amostras de menor duração média de viagens e para amostras com maior variedade de nós. Para além disso, também se concluiu que o tempo de processamento aumenta com o aumento do número de viagens, com o aumento da variedade de nós e com a diminuição da duração média de viagens.

A proposta inicial era ambiciosa, de tal modo, durante o desenvolvimento do trabalho, optou-se por priorizar alguns objetivos face a outros. Focar no estudo e análise do problema, assim como de diferentes abordagens existentes para resolução do mesmo, permitiu ter uma perceção aprofundada e noção da real complexidade deste.

O escalonamento integrado, onde a atribuição de tripulantes influencia e permite alterar os veículos atribuídos e vice-versa, acrescenta uma complexidade grande ao problema, por si só, já complexo. De forma a reduzir esta complexidade, no trabalho realizado, a atribuição de tripulantes é influenciada pela atribuição de veículos, contudo, a primeira não influencia a segunda. A solução não dispensa nenhuma das duas componentes do escalonamento integrado, trabalha com aspetos destas duas componentes, contudo, não realiza o escalonamento de uma forma integrada onde existe uma influência bidirecional.

De forma a ser possível realizar a integração da solução proposta no sistema GIST, era necessário considerar todas as variáveis e restrições utilizadas nos diferentes algoritmos deste sistema. Foi realizado um balanço entre considerar todas ou apenas parte destas, tendo-se concluído que era mais benéfico utilizar apenas parte das mesmas. Apesar desta conclusão impedir de efetuar a comparação e avaliação da solução desenvolvida com soluções do sistema GIST, permite avaliar com maior precisão o impacto que cada uma destas variáveis tem para o algoritmo. Sendo esta uma fase exploratória, existe também a convicção que limitar as variáveis e restrições às necessárias para os ensaios que se pretende avaliar é mais benéfico que utilizar uma grande variedade destas.

Por fim, considera-se que foi um trabalho proveitoso, foi desenvolvido um sistema que utiliza as duas componentes do escalonamento integrado, dando liberdade ao utilizador de alterar as restrições do problema. Foi ainda possível determinar para que tipo de amostras o sistema desenvolvido é mais apropriado.

Tal como referido, houve limitações ao trabalho e objetivos não alcançados, estes serão descritos de seguida. Porém, apesar destas limitações, a empresa tem a possibilidade de, a

partir do trabalho desenvolvido neste âmbito, continuar e melhorar o algoritmo de forma a cumprir todos os objetivos desejados.

## 8.2 Limitações e trabalho futuro

No desenvolvimento de um projeto dificilmente se considera que este não teve limitações ou então que não existem otimizações por realizar. Este projeto não é exceção, de tal modo, tem as suas limitações e modificações que podem ser efetuadas para melhorar o mesmo.

A solução em análise tinha como objetivo ser integrada no sistema GIST. Este sistema para além de realizar a importação dos dados necessários para executar o algoritmo e de mostrar os resultados obtidos pelo algoritmo de uma forma agradável ao utilizador, também tem incorporado outros algoritmos de escalonamento.

Estes algoritmos usam diferentes técnicas, logo, para os mesmos dados de entrada produzem diferentes resultados. Cada um destes é mais apropriado do que os restantes para uma determinada situação, isto é, dependendo da quantidade dos dados de entrada, ou então da dispersão dos valores dos mesmos, um dos algoritmos irá produzir melhores resultados do que os restantes.

Sendo assim, de forma a avaliar a solução preconizada, esta tinha como objetivo ser comparada com os algoritmos já integrados no sistema GIST. A avaliação da solução seria realizada em três componentes distintas, estas eram: custo total da geração final, tempo de processamento necessário para obtenção da geração final e grau de satisfação do utilizador.

Contudo, tal como referido e explicado anteriormente, a forma como o custo é calculado e as restrições utilizadas na solução não são semelhantes às utilizadas pelos diversos algoritmos do sistema GIST. De tal forma, não foi possível efetuar a comparação entre estes e realizar a avaliação da mesma.

De forma a medir a satisfação dos utilizadores, era espectável a realização de inquéritos de satisfação relativamente à utilidade das novas restrições para a obtenção do planeamento operacional. Nesta fase, para além da utilidade das novas restrições, seria também avaliado a dificuldade por parte dos utilizadores de definir valores para as mesmas e de entender o significado das demais.

Porém, como a solução não foi integrada no sistema GIST, não foi possível os utilizadores usufruírem da mesma, e de tal modo, não foram realizados os inquéritos de satisfação previstos.

Por fim, a solução desenvolvida não contempla o planeamento mensal, apenas realiza planeamentos diários, de tal modo, não faz distinção entre dias úteis, fins de semana ou então feriados.



# Bibliografia

- Ant Colony Optimization - an Overview | ScienceDirect Topics*. <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/ant-colony-optimization>.
- Benčević, Marin (2019). *What's a Turing Machine? (And Why Does It Matter?)* en. <https://medium.com/background-thread/whats-a-turing-machine-and-why-does-it-matter-1cd1b4606c6a>.
- Bertossi, A. A., P. Carraresi e G. Gallo (1987). «On Some Matching Problems Arising in Vehicle Scheduling Models». en. Em: *Networks* 17.3, pp. 271–281. issn: 1097-0037. doi: 10.1002/net.3230170303.
- Bodin, Lawrence (1983). *Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art*. Pergamon Press.
- Bunte, Stefan e Natalia Kliewer (2009). «An Overview on Vehicle Scheduling Models». en. Em: *Public Transport* 1.4, pp. 299–317. issn: 1866-749X, 1613-7159. doi: 10.1007/s12469-010-0018-5.
- Bus Market Size, Share, Trends | Industry Report (2019 -24)* (2018). en. <https://www.mordorintelligence.com/industry-reports/bus-market>.
- Carpaneto, G. et al. (1989). «A Branch and Bound Algorithm for the Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem». en. Em: *Networks* 19.5, pp. 531–548. issn: 1097-0037. doi: 10.1002/net.3230190505.
- Coelho, Mamede (2018). «VÍTOR ANÁLISE AO SETOR DE ALEXANDRE TRANSPORTE RODOVIÁRIO EM». pt. Em: p. 93.
- Daduna, Joachim R., Isabel Branco e Jose M. P. Paixao, eds. (1995). *Computer-Aided Transit Scheduling: Proceedings of the Sixth International Workshop on Computer-Aided Scheduling of Public Transport*. en. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. isbn: 978-3-540-60193-7. doi: 10.1007/978-3-642-57762-8.
- (2012). *Computer-Aided Transit Scheduling: Proceedings of the Sixth International Workshop on Compute-Aided Scheduling of Public Transport*. en. Springer Science & Business Media. isbn: 978-3-642-57762-8.
- Dilworth's Theorem* (2018). en-US.
- Feo, Thomas e Mauricio Resende (1995). «Greedy Randomized Adaptive Search Procedures». Em: *Journal of Global Optimization* 6, pp. 109–133. doi: 10.1007/BF01096763.
- Freling, Richard, Dennis Huisman e Albert Wagelmans (2003). «Models and Algorithms for Integration of Vehicle and Crew Scheduling». Em: *Journal of Scheduling* 6, pp. 63–85. doi: 10.1023/A:1022287504028.
- Freling, Richard, Albert P. M. Wagelmans e José M. P. Paixão (2001). «Models and Algorithms for Single-Depot Vehicle Scheduling». Em: *Transportation Science* 35, pp. 165–180. doi: 10.1287/trsc.35.2.165.10135.
- Front End Innovation* (2013). <http://frontendinnovation.com/fei>.
- Gavish, B. e E. Shlifer (1979). «An Approach for Solving a Class of Transportation Scheduling Problems». en. Em: *European Journal of Operational Research* 3.2, pp. 122–134. issn: 0377-2217. doi: 10.1016/0377-2217(79)90098-5.

- Glover, Fred e Manuel Laguna (1997). *Tabu Search*. USA: Kluwer Academic Publishers. isbn: 978-0-7923-9965-0.
- Haghani, Ali e Mohamadreza Banihashemi (2002). «Heuristic Approaches for Solving Large-Scale Bus Transit Vehicle Scheduling Problem with Route Time Constraints». Em: *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 36, pp. 309–333. doi: 10.1016/S0965-8564(01)00004-0.
- Löbel, Andreas (1998). «Vehicle Scheduling in Public Transit and Lagrangean Pricing». Em: *Management Science* 44.12-part-1, pp. 1637–1649. issn: 0025-1909. doi: 10.1287/mnsc.44.12.1637.
- Lourenço, Helena R., José P. Paixão e Rita Portugal (2001). «Multiobjective Metaheuristics for the Bus Driver Scheduling Problem». en. Em: *Transportation Science* 35.3, pp. 331–343. issn: 0041-1655, 1526-5447. doi: 10.1287/trsc.35.3.331.10147.
- Lourenço, Helena Ramalinho (1995). «Job-Shop Scheduling: Computational Study of Local Search and Large-Step Optimization Methods». en. Em: *European Journal of Operational Research*. EURO Summer Institute Combinatorial Optimization 83.2, pp. 347–364. issn: 0377-2217. doi: 10.1016/0377-2217(95)00012-F.
- NP-Completeness | Set 1 (Introduction)* (2013). en-US.
- OPT | Products | GIST - A Decision Support System for Public Transport Planning* (2019). <http://www.opt.pt/gist.asp?>.
- ORLOFF, CLIFFORD S. (1976). «Route Constrained Fleet Scheduling». Em: *Transportation Science* 10.2, pp. 149–168. issn: 0041-1655.
- Paixão, J. Pinto e I. M. Branco (1987). «A Quasi-Assignment Algorithm for Bus Scheduling». en. Em: *Networks* 17.3, pp. 249–269. issn: 1097-0037. doi: 10.1002/net.3230170302.
- Papavasiliou, Anthony (1960). «Dantzig Wolfe Decomposition - Operations Research». en. Em: p. 63.
- Portugal, Rita, Helena R. Lourenço e José P. Paixão (2009). «Driver Scheduling Problem Modelling». en. Em: *Public Transport* 1.2, pp. 103–120. issn: 1866-749X, 1613-7159. doi: 10.1007/s12469-008-0007-0.
- Press, The MIT (1992). *Adaptation in Natural and Artificial Systems | The MIT Press*. en. <https://mitpress.mit.edu/books/adaptation-natural-and-artificial-systems>.
- Ramos, Antonio J. (2011). «Solving the Extended Vehicle Scheduling Problem with Metaheuristics». Em:
- Saha, J. L. (1970). «An Algorithm for Bus Scheduling Problems». Em: *Journal of the Operational Research Society* 21.4, pp. 463–474. issn: 0160-5682. doi: 10.1057/jors.1970.95.
- Silva, Gustavo (2009). «O Método ArcGenx Para Programação de Ônibus Urbano e Interação Com a Tabela de Horários». en. Em: *TRANSPORTES*.
- Simulated Annealing - an Overview | ScienceDirect Topics*. <https://www.sciencedirect.com/topics/materials-science/simulated-annealing>.
- The Business Model Canvas* (2018). *The Business Model Canvas: Tool to Help You Understand a Business Model*. <https://www.businessmodelsinc.com/about-bmi/tools/business-model-canvas/>.