

Instituto Superior de Engenharia do Porto



Sistema de Localização de um Veículo Autónomo Terrestre

Sérgio Mário Mota Coelho

Tese submetida no âmbito do
Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: José Miguel Soares de Almeida (Mestre)

Novembro de 2009

Resumo

Este projecto surge na necessidade de desenvolver um sistema de localização robusto, para um ATV (*Autonomous Terrestrial Vehicle*) que está a ser desenvolvido no LSA (Laboratório de Sistemas Autónomos) do ISEP (Instituto Superior de Engenharia do Porto), o projecto TIGRE (*Terrestrial Intelligent General Purpose Robotic Explorer*). O desenvolvimento deste sistema, permite dotar este veículo da capacidade de obter resultados de alta precisão de posicionamento, e melhores resultados na cidade e na floresta, onde o sinal de GPS (*Global Positioning System*) se torna mais fraco e por vezes inexistente. Com conclusão do sistema tornar-se possível a sua utilização nos diversos veículos do LSA.

O trabalho efectuado abordou o desenvolvimento de um sistema de navegação para um ATV que integre informação de GPS e INS (*Inertial Navigation System*) e que apresente bons níveis de exactidão em termos de posicionamento global quer em situações de oclusões de satélites quer de falhas de comunicação com possíveis estações de controlo.

Para este fim foi efectuado um levantamento do tipo de sensores utilizados e da forma como estes sensores são combinados para obtenção de soluções de posição e atitude bem como de estratégias de integração existentes de GPS e INS.

Os requisitos impostos de exactidão bem como os de não disponibilidade permanente de comunicações motivaram a exploração da utilização de órbitas precisas por forma a aumentar a exactidão em funcionamento *stand-alone* (sem comunicações com a estação de controlo). Por outro lado os requisitos de operação em cenários com má visibilidade de satélites, onde os receptores GPS podem não ter informação de um número de satélites mínimos para determinar uma posição, motivam uma estratégia de integração GPS/INS onde sejam utilizadas as medidas de pseudorange e Doppler a cada satélite directamente na estimação do estado do veículo (em alternativa à posição e velocidade calculadas pelo GPS).

Estas duas motivações levaram ao desenvolvimento de uma arquitectura de integração

GPS/INS do tipo *Tightly Coupled*, com utilização de órbitas precisas (do nosso conhecimento do estado da arte esta foi a primeira vez que foram utilizadas órbitas precisas na integração *Tightly Coupled* em tempo real).

O sistema implementado foi decomposto em três subsistemas: bloco processamento GPS, do bloco de mecanização do IMU, e do filtro EKF (*Extended Kalman Filter*). O bloco GPS implementado vai disponibilizar os dados de *pseudorange*, *Doppler* e posições dos satélites necessárias ao modelo de observação do filtro EKF. Neste bloco utilizam-se as bibliotecas do projecto GPSTk para efectuar diversas correcções às medidas fornecidas pelo receptor GPS de forma a melhorar a qualidade das informações obtidas. O filtro EKF foi implementado sobre os erros do sistema, com nove erros de navegação (posição, velocidade e atitude), seis erros dos sensores do INS (erros no *bias* dos giroscópios e dos acelerómetros) e dois do *clock* do GPS.

Foram efectuados testes para comprovar para validar o funcionamento do sistema. Para a obtenção de resultados de GPS em tempo real foram utilizadas as órbitas ultra-rápidas, onde foi conseguido um erro inferior a 20cm em posição.

Palavras Chave: ATV, GPS, INS, EKF, Tightly Coupled, órbitas precisas.

Abstract

This project arise by the requirement of obtaining a robust localization system for the ATV (Autonomous Terrestrial Vehicle) under development in LSA (Autonomous Systems Laboratory) of ISEP (Instituto Superior de Engenharia do Porto), the TIGER (Terrestrial Intelligent General Purpose Robotic Explorer) project.

The localization system presented allow the vehicle high position accuracy with improved quality in city and forest environments where GPS signals are weaker or unavailable. This project will also be of value in the improvement of the localization systems of other LSA robotics vehicles (marine or aerial).

The present work address the development of an navigation system for an ATV integrating GPS and INS information of high level of accuracy in global positioning, both in satellite occlusion scenarios and/or in the presence of communication failures with possible control stations.

An analysis was performed on the type of sensors to be used along with the possible GPS/INS integration strategies in order to archive position and attitude solutions.

Accuracy requirement along with unavailability of permanent communications motivated the use of precise orbits in order to increase stand alone accuracy. In operations scenarios with bad satellite visibility inducing the possibility of GPS receivers not having the requiring minimum number satellite information to produce a position solution, motivated a GPS/INS integration strategy where psedorange and Doppler data from each satellite can be used directly in vehicle state estimation. This two motivation led to the development of a GPS/INS Tightly Coupled integration architecture with the use of precise orbits (to our knowledge this is the first time such solution incorporating precise orbits with Tightly Coupled integration is used in real time).

The implemented system was decomposed in three subsystems: a GPS processing model, IMU mechanization model and EKF filter.

The GPS implementation provides pseudorange, Doppler and satellite positions required by the EKF filter observation model. In this implementation project GPSTk software libraries are used to perform various corrections on the GPS receiver data in order to improve there global quality.

The EKF filter was implemented on the system errors with nine navigation errors (position, velocity and attitude), six INS sensor errors (gyroscope and accelerometer bias) and to GPS clock errors.

Tests where performed in order to validate the system. For real time GPS results ultra-rapid orbits were used and position errors less than 20 cm were archived.

Key words: ATV, GPS, INS, EKF, Tightly Coupled, precise orbits.

Dedicatória

Aos meus pais ...

Sérgio Mário Mota Coelho

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

“We all do ‘do, re, mi,’ but you have got to find the other notes yourself.”

Louis Armstrong

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Âmbito da dissertação	1
1.2	Enquadramento	4
1.3	Objectivos	4
1.4	Organização da tese	5
2	Estado da Arte	7
2.1	Veículos e seus sistemas de localização	7
2.2	Arquitecturas de integração	11
2.2.1	<i>Uncoupled</i>	11
2.2.2	<i>Loose coupled</i>	11
2.2.3	<i>Tight coupled</i>	12
2.2.4	<i>Ultra-Tight coupled</i>	13
3	Referenciais de Coordenadas e Referenciais Temporais	15
3.1	Referenciais de Coordenadas	15
3.1.1	Referencial Inercial	16
3.1.2	Referencial ECEF (<i>Earth Centered Earth Fixed</i>)	16
3.1.3	Referencial Local	18
3.1.4	Referencial do Veículo	19
3.2	Referenciais Temporais	20
4	Sistema GPS	23
4.1	Descrição do sistema GPS	23
4.1.1	Segmento Espacial	24
4.1.1.1	Constelação	24
4.1.1.2	Sinal GPS	25
4.1.2	Segmento de Controlo	27
4.1.3	Segmento de Utilizador	28
4.1.4	Mensagem de Navegação	28
4.1.5	Observações de GPS	29
4.1.5.1	Combinações das Observações	33
4.1.6	Erros que influenciam o sinal GPS	34
4.1.6.1	Distância Geométrica (ρ_i^j)	34
4.1.6.2	<i>Clock</i> do receptor (dt_i) e no <i>clock</i> do satélite (dt^j)	36
4.1.6.3	Correcções de relativismo (rel_i^j)	36
4.1.6.4	Troposfera (T_i^j)	37
4.1.6.5	Ionosfera (αI_i^j)	37

4.1.6.6	Delay Instrumental (K_i^j)	38
4.1.6.7	Multi-caminho ($M_{P,i}^j$)	38
4.1.6.8	Ruído ($M_{P,i}^j$)	39
4.1.7	Órbitas dos Satélites GPS	39
4.1.7.1	Elementos de <i>Kepler</i>	39
4.1.7.2	Movimento Perturbado	42
4.1.7.3	Cálculo das coordenadas do satélite utilizando a mensagem de navegação	43
4.1.8	Órbitas precisas dos Satélites GPS	44
4.1.9	Diluição da precisão	46
5	Sistema INS	47
5.1	Descrição do sistema INS	47
5.1.1	Mecanização do IMU	48
5.1.1.1	Correcção dos dados	50
5.1.1.2	Actualização da atitude	51
5.1.1.3	Transformar a aceleração específica para o referencial Local	52
5.1.1.4	Actualização de posição e velocidade	53
5.1.2	Erros do IMU	54
5.1.2.1	Ruído	55
5.1.2.2	<i>Bias</i> do sensor	56
5.1.2.3	Factores de escala	57
5.1.2.4	Não ortogonalidade	57
5.1.3	Alinhamento inicial	57
5.1.3.1	Alinhamento horizontal	57
5.1.3.2	Alinhamento de atitude	58
6	Métodos de Estimação	61
6.1	Estimação	61
6.2	Algoritmo do filtro de <i>Kalman</i>	63
6.3	Filtro de <i>Kalman</i> não linear	65
7	Integração GPS/INS <i>Tightly Coupled</i>	67
7.1	Visão Geral de Integração GPS/INS <i>Tightly Coupled</i>	67
7.2	Filtro GPS	68
7.2.1	Modelo do sistema	68
7.2.2	Modelo da medição	70
7.3	Filtro INS	72
7.3.1	Modelo do sistema	72
7.3.1.1	Estados dos Erros de Navegação	73
7.3.1.2	Estados dos Erros do Sensor Inercial	73
7.4	Filtro GPS/INS	76
8	Projecto e Implementação	79
8.1	Implementação GPSTk	79
8.2	Implementação Mecanização	82
8.3	Implementação Filtro de <i>Kalman</i>	83
8.4	Órbitas precisas IGS	83
8.5	Considerações de funcionamento em tempo real	83

8.6	Implementação Física	84
9	Validação e Resultados	87
9.1	Validação do GPS	87
9.2	Validação da Mecanização do IMU	91
10	Conclusões e Trabalho Futuro	99
	Referências	106
A	Conversão entre ECEF e WGS84	107
B	Quaterniões	109
B.1	Rotações	110
B.2	Conversão da matriz de rotação para quaterniões	111

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Lista de Figuras

1.1	Vantagens da integração de GPS com INS	3
2.1	SmartTer: veículo autónomo para navegação e mapeamento em ambiente exterior	8
2.2	HANNA: veículo autónomo outdoor	8
2.3	Stanley	9
2.4	Terrascout	9
2.5	ARGO	10
2.6	NTV, Universidade da Florida	10
2.7	Arquitectura <i>Uncoupled</i>	11
2.8	Arquitectura <i>Loose coupled</i>	12
2.9	Arquitectura <i>Tight coupled</i>	13
2.10	Arquitectura <i>Ultra-Tight coupled</i>	14
3.1	Referencial inercial e referencial ECEF	17
3.2	Referencial ECEF e referencial local	18
4.1	Constelação de satélites GPS	24
4.2	Estrutura do sinal GPS	26
4.3	Segmento de controlo	27
4.4	Esquema básico do receptor GPS	28
4.5	Mensagem de navegação	28
4.6	Determinação do tempo de propagação do sinal GPS	30
4.7	Componentes do <i>pseudorange</i>	35
4.8	Coordenadas no tempo de emissão e recepção do sinal	35
4.9	Diferença entre o sinal directo e o sinal refletido	38
4.10	Representação da elipse da órbita	41
4.11	Representação da órbita do satélite	41
4.12	Perturbações sobre a órbita do satélite	42
5.1	Mecanização do IMU no referencial ECEF	54
6.1	Algoritmo do filtro de <i>Kalman</i> discreto	65
7.1	Arquitectura <i>Tight coupled</i> de implementação	68
8.1	Arquitectura do sistema	79
8.2	Septentrio PolaRx2e	84
8.3	iMAR iNAV-FMS-E	85

9.1	Posição fixa obtida pelo receptor e calculadas, Posição em X	88
9.2	Posição fixa obtida pelo receptor e calculadas, Posição em Y	88
9.3	Posição fixa obtida pelo receptor e calculadas, Posição em Z	89
9.4	Posição obtida com orbitas precisas, rápidas e ultra-rápidas, Posição em X .	89
9.5	Posição obtida com orbitas precisas, rápidas e ultra-rápidas, Posição em Y .	90
9.6	Posição obtida com orbitas precisas, rápidas e ultra-rápidas, Posição em Z .	90
9.7	Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor estático, <i>Roll</i> . .	91
9.8	Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor estático, <i>Pitch</i> . .	92
9.9	Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor estático, <i>Yaw</i> . .	92
9.10	Erro na mecanização efectuada para dados com correcções, sensor estático .	93
9.11	Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor em movimento, <i>Roll</i>	93
9.12	Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor em movimento, <i>Pitch</i>	94
9.13	Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor em movimento, <i>Yaw</i>	94
9.14	Erro na mecanização efectuada para dados com correcções, sensor em movi- mento	95
9.15	Mecanização efectuada para dados sem correcções, sensor estático, <i>Roll</i> . .	95
9.16	Mecanização efectuada para dados sem correcções, sensor estático, <i>Pitch</i> . .	96
9.17	Mecanização efectuada para dados sem correcções, sensor estático, <i>Yaw</i> . .	96

Lista de Tabelas

3.1	Diferentes sistemas temporais	20
5.1	Diferentes níveis de INS	48

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Símbolos

$(\bullet)(t)$	-	Quantidade (\bullet) em função do tempo
$(\bullet)_k$	-	Quantidade (\bullet) na época k
$(\bullet)^-$	-	Quantidade (\bullet) antes da actualização da medida k
$(\dot{\bullet})$	-	Derivada em ordem ao tempo
R_b^a	-	Matriz de rotação do referencial b para o referencial a
R_a	-	Matriz de rotação em torno do eixo a ($a = 1, 2, 3$)
ϕ	-	Latitude
λ	-	Longitude
ξ	-	<i>Roll</i>
η	-	<i>Pitch</i>
ψ	-	<i>Yaw</i>
c	-	Velocidade da luz no vácuo
r^a	-	Vector de posição no referencial a
v^a	-	Vector de velocidade no referencial a
γ^a	-	Vector da gravidade no referencial a
b_\bullet	-	Bias do sensor (\bullet)
S_\bullet	-	Factores de escala do sensor (\bullet)
Δt	-	Intervalo de tempo
w_e	-	Velocidade de rotação da terra
$\Delta\theta_{ab}^c$	-	Incremento angular do referencial b , relativamente ao referencial a Expresso no referencial c
I	-	Matriz identidade
S^b	-	Matriz anti-simétrica do incremento angular

k	-	Constante gravitacional
M	-	Massa da terra
f	-	Aceleração específica
w	-	Velocidade angular
	-	Ruído do processo
ρ_i^j	-	Distância geométrica entre a antena do satélite j e a antena do receptor i
dt^j	-	Erro do relógio do satélite j
dt_i	-	Erro do relógio do receptor
T_i^j	-	Erro na troposfera
I_i^j	-	Erro na ionosfera
rel_i^j	-	Erro do efeito de relativismo
K_i^j	-	Erro devido às constantes instrumentais do satélite e do receptor
$M_{P,i}^j$	-	Erro do efeito de multi-caminho
$\dot{\phi}_i^j$	-	Medida de Doppler
$\dot{\rho}_i^j$	-	Taxa da distância geométrica entre a antena do satélite e a antena do receptor
$\dot{\rho}_i^j$	-	Drift do erro do relógio do satélite j
\dot{dt}_i	-	Drift do erro do relógio do receptor
\dot{T}_i^j	-	Drift do erro na troposfera
\dot{I}_i^j	-	Drift do erro na ionosfera
\dot{rel}_i^j	-	Drift do erro do efeito de relativismo
\dot{K}_i^j	-	Drift do erro devido às constantes instrumentais do satélite e do receptor
$\dot{M}_{P,i}^j$	-	Drift do erro do efeito de multi-caminho
F	-	Matriz de dinâmica do sistema
G	-	Matriz do ruído da dinâmica do sistema
Φ	-	Matriz de transição de estado
x	-	Vector de estado do processo
P	-	Matriz de covariância associada ao vector de estado
K	-	Matriz de ganho de <i>Kalman</i>
$\frac{\partial}{\partial X}$	-	Derivada parcial com respeito a X

Acrónimos

ATV	-	<i>Autonomous Terrestrial Vehicle</i>
BDT	-	<i>Barycentric Dynamic Time</i>
C/A	-	<i>Coarse/Aquisition</i>
DGPS	-	<i>Differential GPS</i>
ECEF	-	<i>Earth Centered Earth Fixed</i>
ENU	-	<i>East North Up</i>
EKF	-	<i>Extended Kalman Filter</i>
GNSS	-	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	-	<i>Global Positioning System</i>
GPSTk	-	<i>GPS Toolkit</i>
IAT	-	<i>International Atomic Time</i>
IGS	-	<i>International GPS Service</i>
IMU	-	<i>Inertial Measurement Unit</i>
INS	-	<i>Inertial Navigation System</i>
ISEP	-	Instituto Superior de Engenharia do Porto
LKF	-	<i>Linearized Kalman Filter</i>
LSA	-	Laboratório de Sistemas Autónomos
MEMS	-	<i>Micro-Electro-Mechanical Systems</i>
NED	-	<i>North East Down</i>
PPM	-	<i>Parts Per Million</i>
PPP	-	<i>Precise Point Positioning</i>
PPS	-	<i>Precise Positioning Service</i>

PRN	-	<i>PseudoRandom Noise</i>
PV	-	<i>Position Velocity</i>
PVA	-	<i>Position Velocity Attitude</i>
RF	-	<i>Radio Frequency</i>
RTK	-	<i>Real Time Kinematic</i>
RINEX	-	<i>Receiver Independent Exchange Format</i>
SBF	-	<i>Septentrio Binary File</i>
SP3	-	<i>Standard Product 3 Orbit Format</i>
SPS	-	<i>Standard Positioning Service</i>
SVN	-	<i>Satellite Vehicle Number</i>
TDT	-	<i>Terrestrial Dynamic Time</i>
TIGRE	-	<i>Terrestrial Intelligent General Purpose Robotic Explorer</i>
UT	-	<i>Universal Time</i>
UTC	-	<i>UT Coordinated</i>
WGS84	-	<i>World Geodetic System 1984</i>

Capítulo 1

Introdução

Conteúdo

1.1	Âmbito da dissertação	1
1.2	Enquadramento	4
1.3	Objectivos	4
1.4	Organização da tese	5

1.1 Âmbito da dissertação

A utilização generalizada de sistemas autónomos está muito dependente do nível de percepção que estes conseguem atingir no meio envolvente e da relação que o sistema consegue estabelecer com um referencial global.

Assume particular destaque a exactidão com que num determinado cenário o sistema consegue navegar. No contexto desta dissertação, Navegação entende-se como a capacidade que o sistema tem para se localizar e determinar a sua atitude ¹ num sistema de coordenadas bem definido. A capacidade de navegar decorre do tipo de sensores utilizados, dos algoritmos de localização e fusão de informação sensorial desenvolvidos e da dinâmica do sistema.

Há uma diversidade de técnicas que permite dotar os sistemas autónomos da capacidade de navegação. Contudo nesta dissertação vamos focar o nosso trabalho num conjunto de técnicas que permite o cálculo da localização e da atitude do veículo relativo ao referencial terra.

¹orientação tridimensional definida pelos ângulos *roll*, *pitch* e *yaw*

A abordagem desenvolvida ao longo desta dissertação resulta da fusão da informação proveniente de dois tipos de sistemas de percepção: o GPS (*Global Positioning System*) e o INS (*Inertial Navigation System*). A técnica de fusão apresentada baseia-se no uso do EKF (*Extended Kalman Filter*).

A vantagem da integração de diversos sistemas de navegação é aproveitar a complementaridade de dois ou mais sistemas para obter um sistema com exactidão superior à exactidão individual de cada sistema e com taxas de medida idênticas à do sensor com maior frequência. Um INS é só por si um sistema de navegação que disponibiliza uma solução de atitude, posição e velocidade a uma taxa normalmente elevada, e superior à taxa do receptor GPS. Os sensores utilizados no INS são uma tríade ortogonal de giroscópios (que medem velocidade de rotação) e acelerómetros (que medem acelerações). Um INS é a combinação destes sensores, algoritmos de navegação, e o sistema computacional que implementa o algoritmo.

O algoritmo de INS para gerar atitude, posição e velocidade envolve, em parte, a operação matemática de integração dos dados de saída dos diversos sensores. Deste modo, qualquer erro na saída dos sensores conduz ao acumular de erros de atitude, posição e velocidade ilimitados.

O receptor GPS, por outro lado, gera valores estimados de posição e velocidade com erro limitado. Apesar do GPS poder devolver solução de atitude isto é normalmente evitado na prática porque envolve a utilização de um complexo, e custoso, sistema com múltiplos receptores e antenas.

Quando a informação do INS e do GPS é fundida, a estimação da posição e da velocidade de maior exactidão do GPS, é utilizada para calibrar os erros dos sensores do INS. O INS por sua vez, devolve estimativas de atitude, posição e velocidade a uma taxa superior que é necessária para a orientação e controlo do veículo.

As estimativas do INS permitem também o funcionamento do sistema de navegação na falta de soluções de posição por parte do GPS, isto ocorre quando o número de satélites em linha de vista com a antena ligada ao receptor é menor do que quatro, e é causada devido à obstrução do sinal pelo meio circundante (túneis, ambientes urbanos e florestais). Outra vantagem é no aumento da robustez do receptor GPS, aumentando a imunidade a ruído externo do sinal enviado pelo satélite. As vantagens da integração destes dois sensores são graficamente descritas na imagem [1.1](#), onde as vantagens estão divididas em cinco passos:

1. Apenas GPS: Os dados tem um erro limitado mas possuem muito ruído e a uma taxa baixa (1 – 10Hz).
2. Apenas INS: Os dados tem uma taxa elevada e baixo ruído, mas com um erro ilimitado.
3. INS + GPS: Combinação robusta com alta precisão, o sistema também estima os erros dos sensores.
4. Falta de satélites: O erro em posição cresce, mas a uma velocidade inferior ao caso do INS unicamente, porque os erros são estimados no ponto 3.
5. Recuperação: Dependendo do grau de acoplamento, o sistema pode recuperar rapidamente após o GPS recuperar satélites.

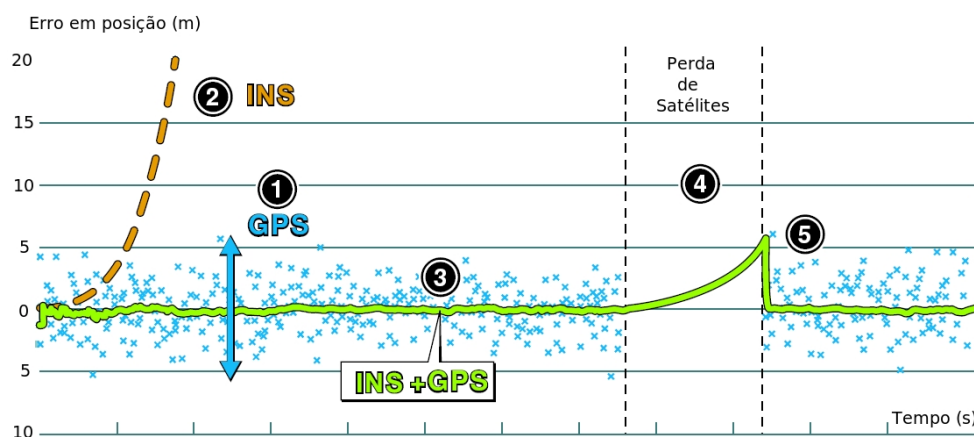


Figura 1.1: Vantagens da integração de GPS com INS

Os cenários não estruturados como são as florestas ou ambientes urbanos, caracterizam-se por compreenderem áreas de operação adversas à navegação GPS, o que dificulta a utilização destes sistemas em aplicações que requerem elevada exactidão. Nestes cenários quer pelo acidentado do terreno quer pela obstrução de edificações artificiais, em função da geometria da constelação de satélites presente, que limita a visibilidade dos satélites, impede o sistema GPS de fornecer a localização. Complementarmente, há situações em que a sistemática quebra do *link* de comunicações impede o sistema de obter informação para realizar as correcções diferenciais bem como a utilização de modos de funcionamento RTK ².

²modo de fornecer informações de correcções de GPS recorrendo a uma estação de referência, onde são utilizadas correcções da fase da portadora

Consequentemente abordamos nesta dissertação soluções que superam estas dificuldades através de uma proposta de arquitectura de fusão de informação que a partir das medidas de distâncias dos receptores aos satélites e de *Doppler*, das informações das órbitas precisas, e da informação do INS, permita determinar uma solução para a posição e a atitude que verifique os requisitos impostos.

1.2 Enquadramento

A motivação deste projecto surge na necessidade de desenvolver um sistema de localização robusto, para um veículo autónomo terrestre que esta a ser desenvolvido no LSA (*Laboratório de Sistemas Autónomos*) do ISEP (Instituto Superior de Engenharia do Porto), o projecto TIGRE (*Terrestrial Intelligent General Purpose Robotic Explorer*). O desenvolvimento deste sistema, permite dotar este veículo da capacidade de obter resultados de alta precisão de posicionamento, e melhores resultados na cidade e na floresta, onde o sinal de GPS (*Global Positioning System*) se torna mais fraco e por vezes inexistente. Com conclusão do sistema tornar-se-á possível a sua utilização nos diversos veículos do LSA.

1.3 Objectivos

Nesta dissertação é abordado o problema de desenvolvimento de um sistema de localização em tempo real, baseado em informações de GPS e INS, que verifique os requisitos apresentados.

Assim os objectivos desta dissertação passam por:

- Desenvolver um sistema que permita a obtenção de soluções de localização precisas (posição e atitude) do veículo
- Implementar e validar método de localização que permita um sistema com bom desempenho em situações de oclusão de satélites;
- Implementar e validar método de localização que permita um sistema com bom desempenho em situações de perda de comunicações com a estação base;

1.4 Organização da tese

Esta dissertação encontra-se organizada da seguinte forma:

O primeiro capítulo apresenta o problema e motivação que levaram à elaboração desta dissertação, assim como a abordagem utilizada.

O segundo capítulo apresenta uma pesquisa sobre as abordagens utilizadas até ao momento para os veículos autónomos terrestres se localizarem no mundo, e apresenta as várias arquitecturas de integração GPS/INS.

O terceiro capítulo apresenta os referenciais de coordenadas utilizados durante a dissertação, assim como as formas de conversão entre eles.

O quarto capítulo apresenta o sistema GPS, faz uma descrição teórica sobre o modo de funcionamento, tendo em especial atenção os erros inerentes aos resultados produzidos por este tipo de sistema.

O quinto capítulo apresenta o sistema INS, faz uma descrição teórica sobre o modo de funcionamento, tendo em especial atenção os erros inerentes aos resultados produzidos por este tipo de sistema.

O sexto capítulo apresenta a teoria de estimação utilizada ao longo desta dissertação. Em particular, é apresentado o algoritmo do filtro de *Kalman*.

O sétimo capítulo apresenta a arquitectura de integração GPS/INS adoptada nesta dissertação.

O oitavo capítulo apresenta os resultados obtidos na implementação da integração GPS/INS, assim como passos intermédios de validação de pequenos blocos que constituem os resultados finais.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Capítulo 2

Estado da Arte

Existe um grande número de projectos na área de localização de veículos autónomos terrestres para funcionamento em ambiente *outdoor*. Alguns deles serão apresentados neste capítulo. No que toca a sistemas de localização, com base em [1] e no estado da arte sobre veículos autónomos terrestres efectuado em [2], percebe-se que a solução de localização para este tipo de veículos é obtida frequentemente pela integração de sensores inerciais com GPS (por vezes também é integrada odometria), e que esta fusão é frequentemente efectuada utilizando filtros de *Kalman* [2]. Assim parece importante para além de descrever alguns dos projectos de veículos autónomos terrestres, fazer uma descrição das arquitecturas de integração GPS/INS.

2.1 Veículos e seus sistemas de localização

Em 2006 com o intuito de participar na prova ELROB (*European Land-ROBot trial*) [3], o ASL-EPFL (*Autonomous Systems Lab, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Switzerland*) em parceria com o AIS-ALU-FR (*Autonomous Intelligent Systems, Albert-Ludwigs-University of Freiburg, Germany*), desenvolveram um veículo autónomo terrestre, o *SmartTer* (imagem 2.1), capaz de navegar e fazer mapeamento tridimensional autonomamente em ambiente exterior. Para conseguir tais objectivos o veículo possui sensores a *laser* que retornam a distância a objectos (LRF - *Laser Range Finder*), câmaras, GPS, encoders, e um IMU [4].

O algoritmo de localização é baseado na forma de informação do filtro de *Kalman*, onde são utilizados todos os sensores, e permite o funcionamento em túneis, e ambientes

estruturados onde o sinal GPS é muito fraco e por vezes inexistente ([5]).



Figura 2.1: SmartTer: veículo autónomo para navegação e mapeamento em ambiente exterior

Em 2008 com o intuito de participar na prova ELROB, a universidade de Hannover, mais especificamente o ISE (*Institute for Systems Engineering*), desenvolveu um veículo autónomo terrestre, o HANNA (imagem 2.2), capaz de navegar e fazer mapeamento tri-dimensional autonomamente em ambiente exterior. Este veículo pode funcionar de forma autónoma, semi-autónoma e tele-operada, e possui a capacidade de funcionamento durante o dia e a noite. O veículo possui diversas câmaras, incluindo câmaras de infravermelhos, DGPS,¹ e sensores inerciais.

O algoritmo de localização faz a fusão do LRF, inercia e DGPS [6].



Figura 2.2: HANNA: veículo autónomo outdoor

Em 2005 com o intuito de participar na prova DARPA (*Defense Advanced Research Projects Agency* [7]), o *Stanford Artificial Intelligence Laboratory*, desenvolveu um

¹DGPS é a sigla de Diferencial GPS, com consiste na utilização de dos receptores distintos, normalmente um colocado no veículo móvel e outro numa estação de controlo estática, e é frequentemente utilizado para reduzir os erros inerentes ao sinal GPS, que são descritos no capítulo 4

veículo autónomo terrestre, o Stanley (imagem 2.3), capaz de navegar no deserto de forma autónoma. O veículo possui diversas câmaras, com sistema stereo, diversas antenas GPS, sensores inerciais, LRF, e radar.

O algoritmo de localização funde a velocidade das rodas, inercia e os dados das diferentes antenas GPS num filtro UKF (*Unscented Kalman Filter*) [8].



Figura 2.3: Stanley

O *Robotics Institute of CMU (Carnegie Mellon University)*, desenvolveu um projecto designado de *Terrascout* (figura 2.4), que se trata de um veículo autónomo capaz de patrulhar vastas áreas. Este veículo é capaz de funcionar em ambiente montanhoso e arborizado. E é capaz de efectuar a sua missão contornando obstáculos. O veículo possui sensores de laser, odometria, giroscópios e GPS.

A solução de localização é obtida através da fusão de odometria, GPS e giroscópio num filtro de partículas [9, 10].



Figura 2.4: Terrascout

O *ARC Centre of Excellence for Autonomous Systems*, desenvolveu um projecto designado de *ARGO* (figura 2.5), que se trata de um veículo autónomo terrestre híbrido capaz de efectuar missões em ambientes acidentados. O veículo está equipado com odometria, sensores inerciais, LRF e GPS [11, 12].

A solução de localização é obtida através da fusão de todos os sensores.



Figura 2.5: ARGO

O *University of Florida's Center for Intelligent Machines and Robotics*, desenvolveu um projecto designado de NTV (*Navigation Test Vehicle*, figura 2.6), que se trata de uma ATV capaz de navegar autonomamente em diversos tipos de terreno. O veículo está equipado com odometria, sensores inerciais, LRF e GPS [13, 14].

A solução de localização é obtida através da fusão de INS e GPS através de um filtro de *Kalman*.



Figura 2.6: NTV, Universidade da Florida

2.2 Arquitecturas de integração

Para a integração de GPS com INS foram desenvolvidas várias arquitecturas ao longo do tempo. Estas arquitecturas estão divididas em quatro grandes classes [15, 16]: *uncoupled*; *loose coupled*; *tight coupled*; *deep/ultra-tight coupled*.

Os termos *uncoupled*, *loose coupled*, *tight coupled* e *deep/ultra-tight coupled* são utilizados para descrever a forma como a informação do GPS e do INS são fundidas num único sistema de navegação.

2.2.1 *Uncoupled*

Esta arquitectura *Uncoupled* (figura 2.7) é a mais simples de integração de GPS com INS. Nesta arquitectura os dois sistemas operam de forma independente, quando estão disponíveis dados de posição e/ou velocidade do GPS, o sistema INS é reiniciado [15, 17, 18]. Desta forma é limitado o crescimento do erro de posição e velocidade estimado pelo INS. Esta arquitectura não permite detectar ruído externo incluído ao sinal proveniente dos satélites GPS. Esta solução apesar de mais simples está muito longe de ser a ideal.

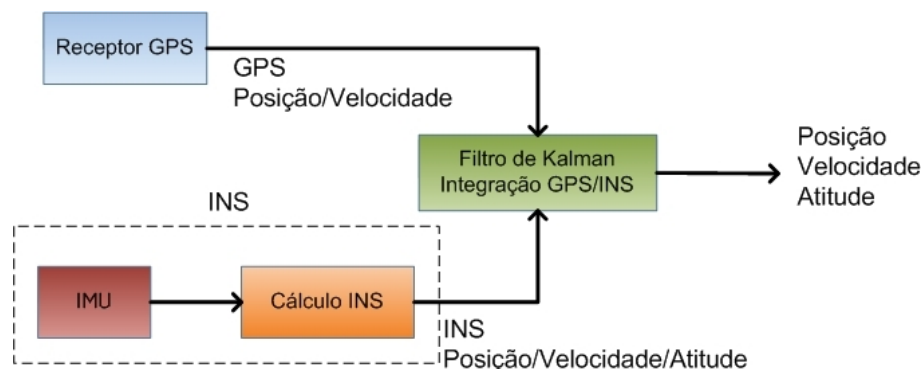


Figura 2.7: Arquitectura *Uncoupled*

2.2.2 *Loose coupled*

Na arquitectura *Loose coupled* ou descentralizada [19, 20, 21, 22], O GPS e o INS funcionam como sistemas de navegação independentes (figura 2.8). A informação de cada sistema é fundida num estimador formando uma terceira solução de navegação. Normalmente é utilizado um filtro EKF (*Extended Kalman Filter*).

O objectivo da arquitectura *Loose coupled* é extrair atributos desejados do GPS e INS enquanto suprime os atributos indesejáveis de cada um. Isto é, a solução final gerada pela

integração *Loose coupled* do GPS com o INS possui a alta taxa de envio de dados do INS e os erros limitados do GPS.

Existem várias variantes da integração *Loose coupled*, algumas delas serão brevemente descritas de seguida - que são por vezes referidas como configurações *feedback* e *feed-forward*. Na configuração *feedback* [19, 21, 22], os erros do sensor inercial estimados pelo EKF são retornados para corrigir as medidas dos giroscópios e dos acelerómetros. Quando não existe retorno, a configuração é designada de *feed-forward*.

A malha de *feedback* [20] é demonstrada na figura figura 2.8 a tracejado, para indicar que nem sempre é utilizada. Quando são utilizados sensores inerciais de baixa qualidade a malha de *feedback* é quase sempre necessária. Nestes casos, se a malha de *feedback* não está presente, os pressupostos inerentes à linearização no estimador como o EKF podem ser violados, levando a uma divergência do filtro.

A configuração *feed-forward* é normalmente utilizada com sistemas inerciais de alta qualidade, como os encontrados nos aviões comerciais.

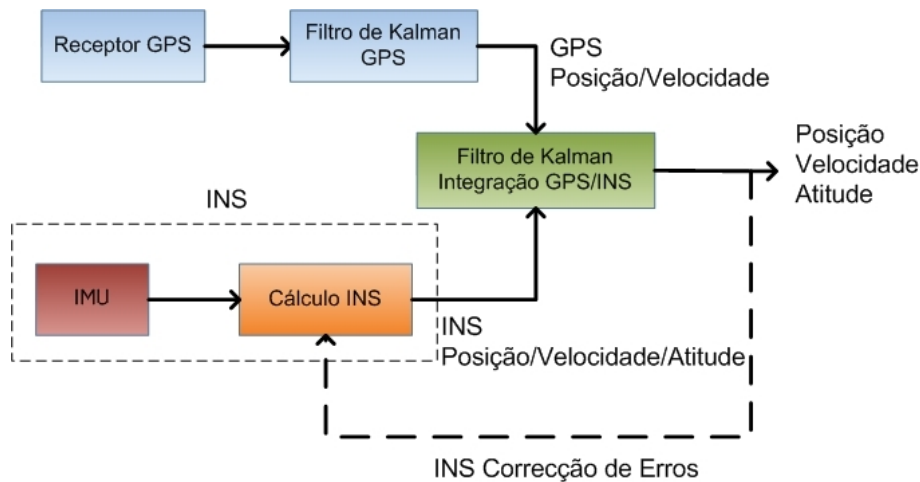


Figura 2.8: Arquitectura *Loose coupled*

2.2.3 *Tight coupled*

Na arquitectura *Tight coupled* ou centralizada [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29], os sistemas GPS e INS são reduzidos às funções básicas dos seus sensores (figura 2.9). Isto é, no filtro de *Kalman* entra *raw data* de ambos os sistemas, da parte do GPS os *pseudoranges*, fases ou *Doppler*, da parte do IMU, acelerações e velocidades angulares. Nesta arquitectura é

utilizado um filtro de *Kalman* único, para gerar uma solução de navegação final, passa a ser inserido ruído apenas num único filtro.

Em geral na arquitectura *Tight coupled* é obtida uma precisão superior à arquitectura *Loose coupled* [30, 31]. Outra vantagem, em comparação com a arquitectura *Loose coupled*, é ser possível utilizar informações do sistema GPS, mesmo quando este tem menos do que quatro satélites visíveis. A integração *Loose coupled* tem no entanto, vantagem de redundância, pois os sistemas INS e GPS produzem soluções de navegação independentes.

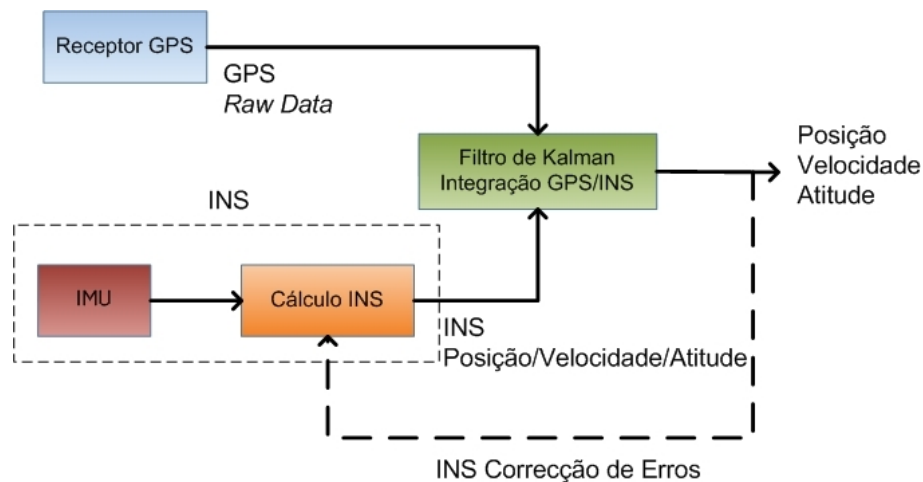


Figura 2.9: Arquitectura *Tight coupled*

2.2.4 Ultra-Tight coupled

Na arquitectura *Ultra-Tight coupled* [32, 33, 34, 35] além dos sistemas INS e GPS serem reduzidos às funções básicas dos seus sensores, informação do filtro de integração é retornada para o sistema GPS para melhorar o seu desempenho (figura 2.10). Especialmente, a informação de velocidade do filtro e integração é utilizada para ajudar no sincronismo de código e fase no receptor GPS.

Isto permite ao receptor GPS continuar a bloquear (isto é permanecer síncrono) em manobras altamente dinâmicas, que não seria possível, ou pelo pelo menos seria difícil, sem informações adicionais. Outra vantagem da arquitectura *Tight coupled* é que pode ser utilizada para diminuir a largura de banda no bloqueio de cada satélite por parte do receptor, reduzindo o ruído e aumentando a robustez do sistema. A melhoria do desempenho desta arquitectura trás um preço acrescido. Comparativamente com as arquitecturas *Loose coupled* e *Tight coupled* esta arquitectura é mais complexa e requer inserir informações

do filtro de integração na fase de bloqueio dos sinal no receptor GPS [16], o que pode não ser possível para o simples utilizador. Neste tipo de arquitecturas os sistemas GPS e INS deixam de ser independentes em termos de *software* e *hardware*.

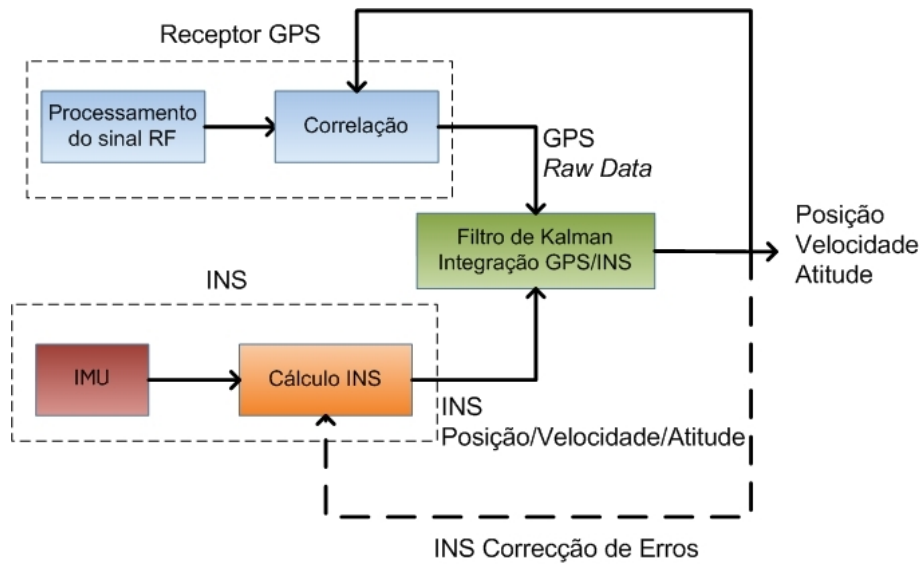


Figura 2.10: Arquitectura *Ultra-Tight coupled*

Capítulo 3

Referenciais de Coordenadas e Referenciais Temporais

Conteúdo

3.1	Referenciais de Coordenadas	15
3.1.1	Referencial Inercial	16
3.1.2	Referencial ECEF (<i>Earth Centered Earth Fixed</i>)	16
3.1.3	Referencial Local	18
3.1.4	Referencial do Veículo	19
3.2	Referenciais Temporais	20

3.1 Referenciais de Coordenadas

Os estados dos sistemas de navegação (posição, velocidade e atitude) são definidos em relação a um referencial de coordenadas. O referencial é definido de forma diferente para os vários componentes que fazem parte do sistema de navegação, por esse motivo existem vários sistemas de coordenadas diferentes. Serão então apresentados de seguida os diferentes referenciais utilizados ao longo deste trabalho, assim como as transformações utilizadas entre os diversos referenciais.

Os sistemas de coordenadas, ou referenciais, são estabelecidos de forma a ser possível a troca de informação entre os diferentes sistemas de forma consistente. Os sistemas de coordenadas são ortogonais. As transformações apresentadas estão sobre a forma de matrizes de rotação em ângulos de *Euler*.

3.1.1 Referencial Inercial

O sistema de coordenadas fundamental em navegação é o referencial inercial, definido classicamente como o sistema no qual as leis do movimento de *Newton* são válidas. Empiricamente, um sistema inercial não possui rotação nem aceleração com respeito a um conjunto de corpos celestiais. Neste tipo de sistemas, um corpo em repouso (ou em movimento retilíneo uniforme) permanece em repouso (ou em movimento retilíneo uniforme, respectivamente) se não forem aplicadas forças externas. Esta é a primeira lei do movimento de *Newton*.

No contexto da terra, o sistema inercial é uma abstracção, sendo que qualquer referencial na vizinhança do sistema solar está afectado por diversos campos gravitacionais.

Para o propósito deste estudo, o referencial inercial é definido como:

- Origem: centro de massa da terra;
- Eixo - Z^i : paralelo e alinhado com a direcção do eixo de rotação da terra;
- Eixo - X^i : aponta para o equinócio no dia 1 de Janeiro do ano 2000;
- Eixo - Y^i : ortogonal aos eixos Z e X e segundo a “regra da mão direita“.

3.1.2 Referencial ECEF (*Earth Centered Earth Fixed*)

Este referencial é considerado fixo na terra. A sua origem coincide com o centro de massa da terra, tal como o referencial inercial. A diferença está na definição dos eixos de coordenadas. No referencial ECEF é permitido que os eixos se movam com a rotação da terra. Este sistema de coordenadas é definido da seguinte forma:

- Origem: centro de massa da terra;
- Eixo - Z^i : paralelo e alinhado com a direcção do eixo de rotação da terra;
- Eixo - X^i : colocado na intercepção do plano equatorial com o eixo de *Greenwich*;

- Eixo - Y^i : ortogonal aos eixos Z e X e segundo a “regra da mão direita“.

A figura 3.1 demonstra a relação entre o referencial inercial e o referencial ECEF, estando as coordenadas geodésicas com respeito a uma elipsóide rotacional simétrica. É assumido aqui que que os referenciais inercial e ECEF diferem apenas com respeito à rotação em torno do eixo Z. Sendo w_e a velocidade de rotação da terra em torno do eixo Z, então $w_e t$ (onde t representa o tempo) é o ângulo de rotação entre os referenciais inercial e o referencial ECEF.

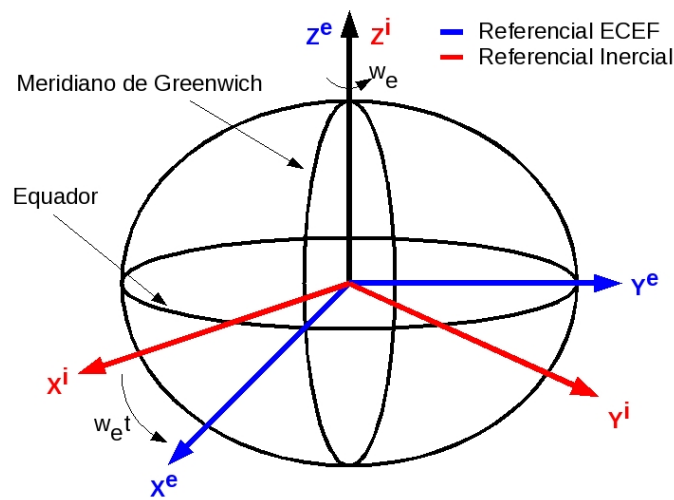


Figura 3.1: Referencial inercial e referencial ECEF

A transformação entre o referencial inercial e o referencial ECEF é dada pela rotação que se segue:

$$R_i^e = R_3(w_e t) = \begin{bmatrix} \cos(w_e t) & \sin(w_e t) & 0 \\ -\sin(w_e t) & \cos(w_e t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde:

- R_i^e é a matriz de rotação do referencial inercial para o referencial ECEF;
- R_3 é a matriz de rotação em torno do terceiro eixo (eixo Z);
- w_e é a velocidade de rotação da terra;
- t é o tempo.

3.1.3 Referencial Local

O referencial local é determinado traçando um plano tangente a uma elipse geodésica de referência num ponto de interesse. O plano tangente é ligado a um ponto fixo na superfície da terra, ponto este conveniente para as medições locais. Este ponto é a origem do referencial local. O eixo do X aponta para o Norte geodésico da terra. O eixo Z aponta para o centro de massa da terra, perpendicular à elipsóide de referência. E o eixo Y completa o sistema de coordenadas, sendo ortogonal aos restantes, apontando para Este. O referencial descrito tem a designação de NED (*North, East, Down*). No entanto, existem variações a este referencial como por exemplo o ENU (*East, North, Up*), que está demonstrado na figura 3.2.

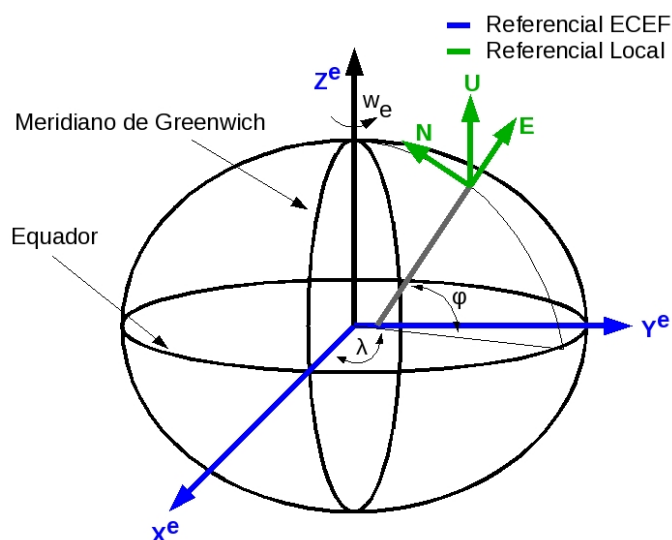


Figura 3.2: Referencial ECEF e referencial local

O referencial local é frequentemente utilizado como referencial de navegação.

A figura 3.2 demonstra a relação entre o referencial ECEF e o referencial local. Os eixos de coordenadas para o referencial local utilizados são descritos da seguinte forma:

- Origem: coincide com o ponto local de interesse na superfície da terra;
- Eixo - X^i (E): com o sentido de Este geodésico da terra;
- Eixo - Y^i (N): com o sentido do Norte geodésico da terra;
- Eixo - Z^i (U) : ortogonal com a elipsóide de referência.

A transformação entre o referencial ECEF e o referencial local é dada por consecutivas rotações, da seguinte forma:

$$R_e^l = (R_l^e)^T = R_1(90^\circ - \varphi)R_3(\lambda + 90^\circ) = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ -\sin(\varphi)\cos(\lambda) & -\sin(\varphi)\sin(\lambda) & \cos(\varphi) \\ \cos(\varphi)\cos(\lambda) & \cos(\varphi)\sin(\lambda) & \sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

- R_e^l é a matriz de rotação do referencial ECEF para o referencial local;
- R_1 é a matriz de rotação em torno do primeiro eixo (eixo X);
- R_3 é a matriz de rotação em torno do terceiro eixo (eixo Z);
- φ é a latitude;
- λ é a longitude.

3.1.4 Referencial do Veículo

O referencial do veículo é um sistema de coordenadas ortogonal. Neste caso, o referencial do veículo e o referencial do IMU (*Inertial Measurement Unit*) são coincidentes, e considerados no centro de massa do veículo. O eixos de coordenadas para o referencial do veículo utilizado são descritos da seguinte forma:

- Origem: coincide com a origem da tríade de sensores;
- Eixo - Z^i : aponta para o lado direito do sensor;
- Eixo - X^i : aponta em direção para a frente do sensor;
- Eixo - Y^i : ortogonal aos eixos Z e X e segundo a “regra da mão direita“.

A transformação entre o referencial do veículo e o referencial local é dada por três rotações consecutivas em torno de três eixos ortogonais, da seguinte forma:

$$R_b^l = (R_l^b)^T = R_3(\psi)R_1(-\eta)R_2(-\xi) \quad (3.3)$$

- R_b^l é a matriz de rotação do referencial do veículo para o referencial local;

- R_1 é a matriz de rotação em torno do primeiro eixo (eixo X);
- R_2 é a matriz de rotação em torno do segundo eixo (eixo Y);
- R_3 é a matriz de rotação em torno do terceiro eixo (eixo Z);
- ψ é o *heading* dado pelo sensor;
- η é o *pitch* dado pelo sensor;
- ξ é o *roll* dado pelo sensor;
- \bullet^T representa a matriz transposta.

Com a utilização de navegação inercial, é também importante transformar directamente do referencial do veículo para o referencial ECEF. A partir das equações 3.2 e 3.3, esta transformação é possível e tem a seguinte forma:

$$R_b^e = (R_l^e)^T \cdot R_b^l = R_e^l \cdot R_b^l \quad (3.4)$$

3.2 Referenciais Temporais

Existem diversos referenciais temporais baseados no processo periódico de rotação da terra, mecânica celeste e transições entre níveis energéticos em osciladores atómicos. A tabela 3.1, baseada em [36], resume os mais importantes.

Tabela 3.1: Diferentes sistemas temporais

Processo periódico	Sistema de tempo
Rotação da terra	<i>Universal Time</i> (UT) <i>Greenwich Sideral Time</i>
Revolução da terra	<i>Terrestrial Dynamic Time</i> (TDT) <i>Barycentric Dynamic Time</i> (BDT)
Osciladores atómicos	<i>International Atomic Time</i> (IAT) <i>UT Coordinated</i> (UTC) <i>GPS Time</i>

Os referenciais temporais universal e sideral estão associados à rotação diária da terra. O referencial de tempo Universal utiliza o sol como referência. O tempo sideral utiliza

a direcção para fora do sistema solar. Isto leva a que, num ano, ambos os referenciais difiram 24 horas, o que supõe 3 minutos e 56.4 segundos por dia.

O referencial Universal (UT), em contraste com os referenciais atómicos, não é completamente uniforme (a rotação da terra não é uniforme). Devido a isto, foi introduzido o UTC, que é uma referência temporal atómica que se mantém muito próxima do referencial universal (próximo de 0.9 segundos do UT1), devido à introdução sistemática (devido ao decréscimo gradual da velocidade de rotação da terra) de um certo número de segundos. Isto leva a que, ao longo do tempo, uma diferença entre o UTC e o IAT varie um segundo.

O tempo GPS é o referencial temporal utilizado nas aplicações de GPS. A época de origem é 00:00 UTC (meia-noite) de 5 para 6 de Janeiro de 1980. Nessa época a diferença UTC-IAT era de 19 segundos.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Capítulo 4

Sistema GPS

Conteúdo

4.1	Descrição do sistema GPS	23
4.1.1	Segmento Espacial	24
4.1.2	Segmento de Controlo	27
4.1.3	Segmento de Utilizador	28
4.1.4	Mensagem de Navegação	28
4.1.5	Observações de GPS	29
4.1.6	Erros que influenciam o sinal GPS	34
4.1.7	Órbitas dos Satélites GPS	39
4.1.8	Órbitas precisas dos Satélites GPS	44
4.1.9	Diluição da precisão	46

4.1 Descrição do sistema GPS

O sistema GPS (*Global Positioning System*) consiste numa constelação de pelo menos 24 satélites em órbita da terra situados a uma distância de aproximadamente $20200Km$ acima da superfície terrestre, e que transmitem continuamente sinais que permitem ao utilizador calcular a sua posição tridimensional. O princípio de funcionamento é baseado na resolução de uma equação geométrica (que será demonstrada mais à frente), sabendo a distância a um conjunto mínimo de quatro satélites (distância que é medida pelo receptor através dos sinais transmitidos pelos satélites), e sabendo as suas coordenadas.

A observação básica do sistema GPS é o tempo de propagação de uma onda eletromagnética entre o satélite (transmissor) e o utilizador (receptor GPS). Este tempo multiplicado pela velocidade da luz, dá-nos a distância medida (*pseudorange*) entre o transmissor e o receptor.

O sistema GPS é formado por três segmentos: segmento espacial; segmento de controlo; e segmento de utilizador.

4.1.1 Segmento Espacial

As principais funções do segmento espacial são, a partir de informações enviadas pelo segmento de controlo, disponibilizar a uma referência de tempo atómica um sinal RF (*Radio Frequency*) pseudo-aleatoriamente gerado, que possui mensagens de navegação.

4.1.1.1 Constelação

O segmento espacial é formado por uma constelação de pelo menos 24 satélites, dispostos em 6 planos orbitais diferentes, com uma inclinação de 55 graus em relação ao equador. As órbitas são aproximadamente circulares, com excentricidade inferior a 0.02, um semi-eixo maior de $26000km$ e um período de 12 horas siderais (11 horas, 58 minutos e 2 segundos). A configuração actual permite ao utilizador ter em simultâneo observações de pelo menos 4 satélites em qualquer ponto da superfície terrestre a qualquer momento, com uma elevação acima da linha do horizonte visível pelo utilizador, superior a 15 graus.

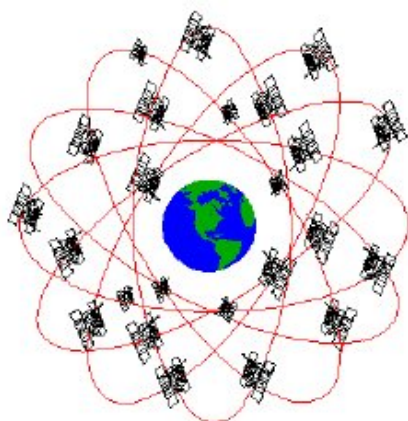


Figura 4.1: Constelação de satélites GPS

Os satélites possuem estruturas e mecanismos que lhes permitem manterem-se em órbita, comunicar com o segmento de controlo e emitir sinais para os receptores. Um dos

aspectos críticos do sistema GPS é o relógio do satélite. Por esta razão, os satélites estão equipados com relógios atômicos que tem uma estabilidade muito elevada.

Os satélites GPS são identificados de diferentes formas: pela sua posição no plano orbital (cada satélite tem o seu local dentro das seis órbitas), o seu número de referência da NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), o seu número de identificação internacional, o seu código PRN (*PseudoRandom Noise*) e o SVN (*Satellite Vehicle Number*).

4.1.1.2 Sinal GPS

Cada satélite transmite sinais centrados em duas frequências na banda L. Estas frequências são derivadas de uma frequência fundamental $f_0 = 10,23MHz$ (com uma relação $\frac{154}{120}$) gerada pelo relógio atômico.

$$L1 = 154 \cdot 10,23MHz = 1575,42MHz$$

$$L2 = 120 \cdot 10,23MHz = 1227,60MHz$$

O facto de os satélites transmitirem em duas frequências diferentes permite ao utilizador cancelar uma das maiores fontes de erro: refração na ionosfera. Isto deve-se à ionosfera actuar como meio dispersivo para os sinais GPS. Os seguintes tipos de código PRN e mensagens são modulados sobre as duas portadoras:

- Código *Coarse/Aquisition*, [C/A(t)], é também conhecido como código civil. Esta sequência é repetida a cada milissegundo a uma velocidade de $1Mbps$, que é equivalente a um comprimento de onda de $293,1m$. É modulado apenas sobre L1.
- Código Preciso, [P(t)], é reservado para uso militar e para utilizadores civis autorizados. A sequência é repetida a cada 266 dias. A sua velocidade é de $10Mbps$, que é equivalente a um comprimento de onda de $29,31m$ e é modelada sobre ambas as frequências L1 e L2.
- Mensagem de Navegação, é modelada sobre ambas as frequências L1 e L2 a $50bps$, e fornece informações sobre os erros de efemérides (órbita do satélite) e do relógio do satélite, estado da constelação, etc.

$$L1(t) = a_1 \cdot P(t) \cdot D(t) \cdot \sin(f_1 \cdot t + \Phi_{P_1}) + a_1 \cdot C(t) \cdot D(t) \cdot \cos(f_1 \cdot t + \phi_c)$$

$$L2(t) = a_2 \cdot P(t) \cdot D(t) \cdot \sin(f_2 \cdot t + \phi_{P_2})$$

A estrutura dos sinais está descrita sucintamente na figura 4.2.

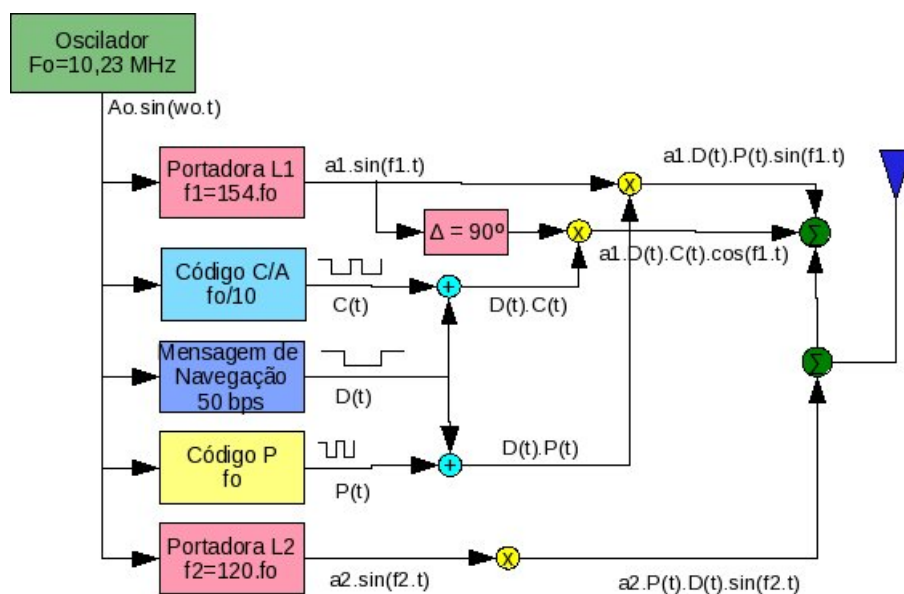


Figura 4.2: Estrutura do sinal GPS

De forma a restringir o acesso de utilizadores civis à precisão de todo o sistema GPS, foram desenvolvidas as seguintes técnicas:

- *S/A* ou *Selective Availability*: degradação intencional do relógio do satélite. O efeito na posição horizontal vai de cerca de $10m$ ($S/A = \text{off}$) até $100m$ ($S/A = \text{on}$). O processo actua directamente na frequência fundamental do relógio do satélite, o que tem um impacto directo no *pseudorange* calculado pelos utilizadores.
- *A/S* ou *Anti-Spoofing*: consiste na encriptação do código P, combinando-o com um código W secreto, resultando o código Y, que é modulado sobre as duas portadoras $L1$ e $L2$. O objectivo é evitar o acesso de utilizadores não autorizados ao código nas duas frequências $P1$ e $P2$, sendo unicamente disponível o código C/A sobre $L1$.

4.1.2 Segmento de Controlo

O segmento de controlo é responsável pelo funcionamento do sistema GPS. As suas funções básicas são:

- controlar e manter a posição e configuração da constelação de satélites;
- prever a evolução de efemérides (órbita dos satélites) e relógio dos satélites;
- manter a escala de tempo GPS;
- actualizar as mensagens de navegação para todos os satélites.

O segmento de controlo (figura 4.3) é constituído por 5 estações de controlo secundárias, uma estação de controlo principal e três antenas que transmitem os dados para os satélites.

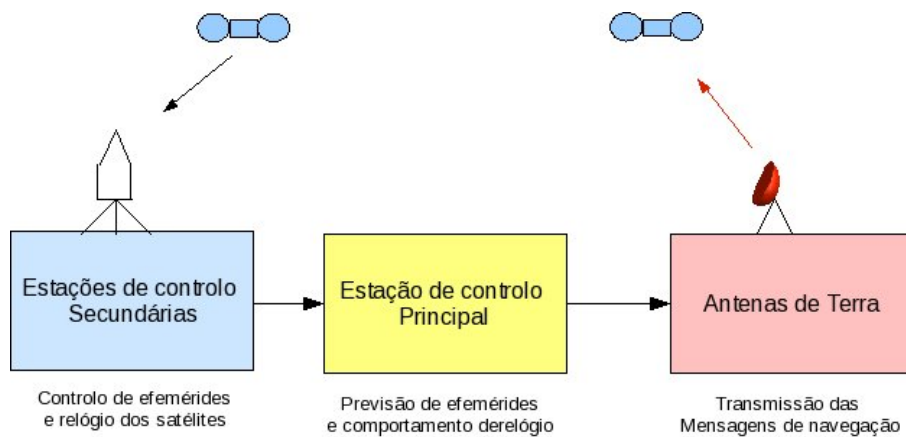


Figura 4.3: Segmento de controlo

As estações de controlo monitorizam continuamente todos os satélites visíveis. Elas estão equipadas com receptores que medem em ambas as frequências L1 e L2, todos os sinais provenientes dos satélites em linha de vista. Os dados recebidos são enviados para a estação de controlo principal. Na estação de controlo espacial os sinais são processados para estimar a órbita dos satélites (efemérides), os erros de relógio, além de outros parâmetros. As órbitas são afectadas por perturbações como a atracção gravitacional do sol, da lua, pressão da radiação solar, entre de outros. Por esta razão, tem de ser efectuados cálculos de correcção em determinados intervalos de tempo, que originam uma nova mensagem de navegação a ser enviada pela estação de controlo para ser retransmitida pelos satélites. Os sinais são enviados para os satélites através das antenas terrestres por sinais RF na banda S.

4.1.3 Segmento de Utilizador

O segmento do utilizador é composto pelo universo de receptores GPS. A sua função principal é receber os sinais GPS, determinar os *pseudoranges*, e resolver as equações de navegação para obter as suas coordenadas num instante preciso.

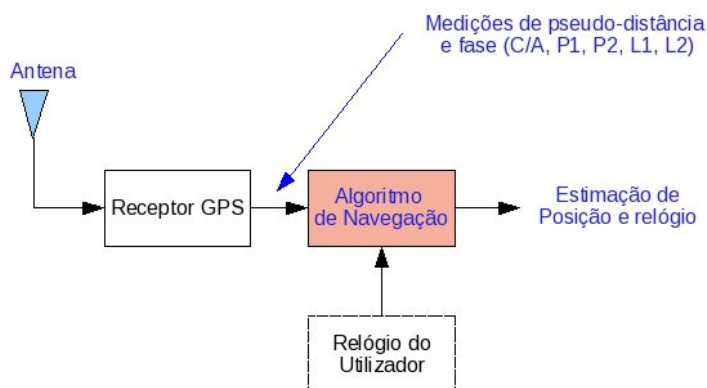


Figura 4.4: Esquema básico do receptor GPS

Os elementos básicos de um receptor GPS (figura 4.4) genérico são uma antena com pré-amplificação, uma secção de rádio frequência, um microprocessador, um oscilador intermédio de precisão, uma fonte de alimentação, uma memória para armazenamento de dados, e uma interface com o utilizador. A posição calculada é referente ao centro de fase da antena.

4.1.4 Mensagem de Navegação

Cada satélite recebe das antenas de terra a mensagem contendo informações sobre parâmetros de órbita, estado do relógio, e outros dados. Esta informação é enviada para o utilizador através da mensagem de navegação (figura 4.6).

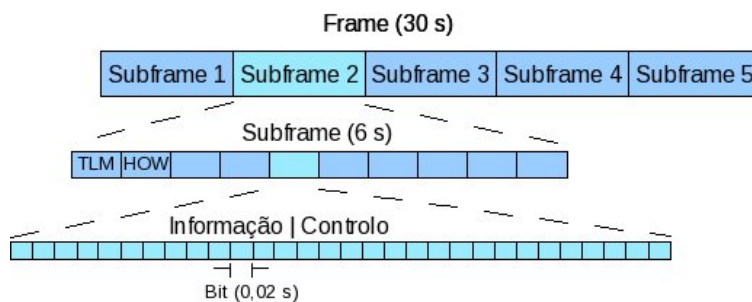


Figura 4.5: Mensagem de navegação

As mensagens de navegação são modeladas em ambas as frequências a 50bps . A mensagem inteira contém 25 frames, que formam uma frame principal que demora 12,5 minutos a ser transmitida. Cada frame é subdividido em 5 subframes de 6 segundos cada, ao mesmo tempo, cada subframe consiste em 10 palavras, com 30 bits por palavra. Uma frame demora 30 segundos a ser enviada. Cada subframe começa sempre com uma palavra de telemetria (TLM), que é necessária para sincronização. Depois aparece a palavra de transferência (HOW). A sua função é permitir a comutação do código C/A para o código P.

O conteúdo de cada subframe é o seguinte:

- Subframe 1: contém informação acerca dos parâmetros a serem aplicados ao estado do relógio do satélite para as suas correções. Estes valores são alguns coeficientes que permitem converter o tempo do processador em tempo GPS. Também possui dados sobre a “saúde” do satélite;
- Subframe 2 e 3: estes subframes contêm efemérides dos satélites;
- Subframe 4: nesta parte podem ser encontrados parâmetros sobre o modelo da ionosfera, informações UTC (*Universal Coordinate Time*), parte das informações de almanaque e indicações de tempo atmosférico e A/S;
- Subframe 5: contém informações de almanaque e o estado da constelação.

4.1.5 Observações de GPS

Os satélites emitem sinais em duas frequências diferentes na banda L ($L1 = 1575,42\text{MHz}$ e $L2 = 1227,6\text{MHz}$), que são múltiplos de uma frequência fundamental a $10,23\text{MHz}$, com uma relação de $\frac{154}{120}$. Os seguintes códigos e mensagens são modelizados sobre essas portadoras:

- Código C/A (*Coarsive/Acquisition*), também conhecido como SPS (*Standard Positioning Service*), está disponível para utilização civil;
- Código P (*Precision*), também conhecido como PPS (*Precise Positioning Service*), que está disponível apenas para utilização militar e utilizadores autorizados;
- Mensagem de navegação, contém as órbitas dos satélites, as correções de relógio, e outros parâmetros do sistema.

De um ponto de vista genérico, pode dizer-se que a observação básica do GPS é o atraso, ou tempo dT , que o sinal demora a propagar-se desde a antena do satélite (tempo de emissão) até a antena do receptor (tempo de recepção). Este valor multiplicado pela velocidade da luz c , dá-nos a distância aparente $D = c \cdot dT$ entre eles. Este tempo de propagação dT pode ser obtido correlacionando o código recebido (C/A ou P) do satélite com a réplica gerada pelo próprio receptor, esta réplica é movida no tempo (Δt), até a máxima correlação ser obtida (figura 4.6).

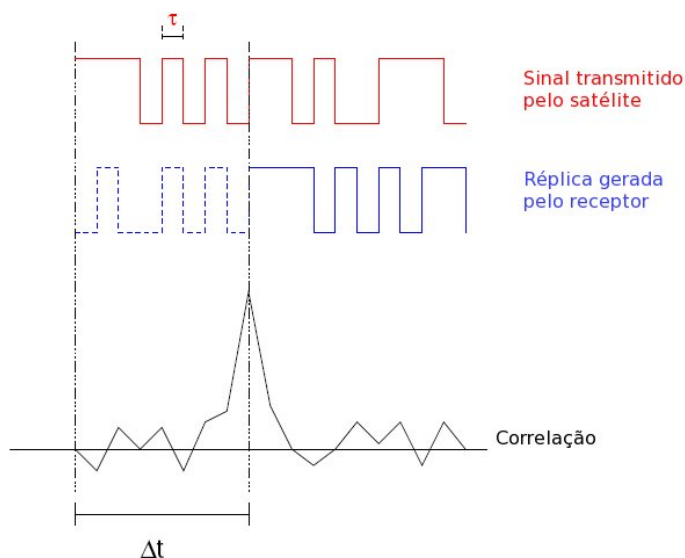


Figura 4.6: Determinação do tempo de propagação do sinal GPS

Este movimento no tempo Δt , é o conhecido como *pseudorange*. Esta observação é uma “distância aparente” entre o satélite e o receptor, que não coincide com a distância geométrica, devido aos erros de sincronismo entre o relógio dos satélites e o do receptor, entre outros. Tendo em conta que os erros de sincronismo entre os dois relógios, e o tempo passado entre a transmissão e recepção é obtido como a diferença de tempo medido em duas escalas diferentes: a do satélite (t^j) e a do receptor (t_i). Considerando uma escala de tempo T , à qual chamamos de GPS, tem-se que o *pseudorange* para um satélite i e um receptor j pode ser expressa como:

$$P_i^j = c [t_i(T_2) - t^j(T_1)] \quad (4.1)$$

onde:

- c é a velocidade da luz no vácuo;
- $t_i(T2)$ é o tempo de recepção do sinal, medido na escala de tempo do relógio do receptor i .
- $t_j(T1)$ é o tempo de transmissão do sinal, medido na escala de tempo do relógio do satélite j .

O *pseudorange* obtido através deste método pelo receptor além da distância geométrica entre o receptor e o satélite, possui outros termos não geométricos - além dos erros de sincronismo entre o *clock* do receptor e dos satélites - devido à propagação do sinal através da atmosfera (ionosfera e troposfera), atrasos instrumentais (tanto do satélite como do receptor), interferências por multi-caminho, etc. (figura 4.7). Tendo em conta todos estes erros a equação anterior deve ser reescrita como se segue, onde P representa qualquer código C/A, P1 ou P2, como descrito por [37]:

$$P_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha I_i^j + K_i^j + M_{P,i}^j + \varepsilon_{P,i}^j \quad (4.2)$$

onde:

- ρ_i^j representa a distância geométrica entre a antena do satélite j e a antena do receptor i no tempo de emissão e recepção, respectivamente.

$$\rho_i^j = \sqrt{(x^i - x_j)^2 + (y^i - y_j)^2 + (z^i - z_j)^2};$$
- dt^j representa o erro do *clock* do satélite j do tempo GPS;
- c representa a velocidade da luz no vácuo;
- dt_i representa o erro do *clock* do receptor do tempo GPS;
- rel_i^j representa o erro do efeito de relativismo;
- T_i^j representa o erro na troposfera;
- I_i^j representa o erro na ionosfera, que depende da frequência do sinal f ($\alpha = 40,3/f^2$);
- K_i^j representa o erro devido às constantes instrumentais do satélite e do receptor, que são dependentes da frequência;

- $M_{P,i}^j$ representa o erro do efeito de multi-caminho, que também depende da frequência;
- $\varepsilon_{P,i}^j$ é o termo de ruído que representa todos os restantes efeitos não modelizados.

A distância aparente entre o receptor e o satélite pode também ser medida através do sinal de fase da portadora, obtendo-se neste caso:

$$L_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j - \alpha I_i^j + B_i^j + w_L + m_{L,i}^j + \varepsilon_{L,i}^j \quad (4.3)$$

onde além dos termos anteriores têm de ser tomados em conta:

- w_L é o termo devido à polarização do sinal;
- B_i^j é o termo da ambiguidade de fase devido à aquisição do sinal, uma ambiguidade de um número inteiro do comprimento de onda ($N\lambda$).

A observação de *Doppler* é obtida detectando alterações na fase num certo intervalo de tempo. Uma alteração na fase corresponde a um deslocamento na frequência, que é proporcional à velocidade relativa entre o emissor (satélite) e o receptor, que é vulgarmente conhecido por efeito de *Doppler*. Portanto, medindo o deslocamento na frequência e sabendo a velocidade do satélite (emissor), a velocidade do receptor pode ser determinada. As observações de *Doppler* estão disponíveis sobre ambas as frequências (L1 e L2) e estão sujeitas aos mesmos erro que o *pseudorange*.

$$\dot{\phi}_i^j = \dot{\rho}_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j - \alpha I_i^j + \dot{K}_i^j + \dot{M}_{P,i}^j + \dot{\varepsilon}_{P,i}^j \quad (4.4)$$

onde:

- $\dot{\phi}_i^j$ representa a medida de *Doppler*;
- $\dot{\rho}_i^j$ representa a taxa da distância geométrica entre a antena do satélite e a antena do receptor;
- c representa a velocidade da luz no vácuo;
- $\dot{\rho}_i^j$ representa o drift do erro do *clock* do satélite j do tempo GPS;
- \dot{dt}_i representa o drift do erro do *clock* do receptor do tempo GPS;
- rel_i^j representa o *drift* do erro do efeito de relativismo;

- \dot{T}_i^j representa o *drift* do erro na troposfera;
- \dot{I}_i^j representa o *drift* do erro na ionosfera, que depende da frequência do sinal f ($\alpha_i = 40,3/f_i^2$);
- \dot{K}_i^j representa o *drift* do erro devido às constantes instrumentais do satélite e do receptor, que são dependentes da frequência;
- $\dot{M}_{P,i}^j$ representa o *drift* do erro do efeito de multi-caminho, que também depende da frequência;
- $\dot{\varepsilon}_{P,i}^j$ é o *drift* do termo de ruído que representa todos os restantes efeitos não modelizados.

4.1.5.1 Combinações das Observações

Através das observações básica descritas anteriormente, podem ser definidas as seguintes combinações (onde P e L são expressos em metros):

- Combinação livre da ionosfera: o efeito da ionosfera depende da frequência ao quadrado ($\alpha_i = 40,3/f_i^2$). Isto permite o seu cancelamento pela seguinte combinação:

$$PC = \frac{f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2}{f_1^2 - f_2^2} \quad ; \quad LC = \frac{f_1^2 L_1 - f_2^2 L_2}{f_1^2 - f_2^2}$$

- Combinações *Narrow-Lane* (PW) e *Wide-Lane* (LW): a combinação LW dá uma observação com o comprimento de onda $\lambda_w = 86,2cm$, quatro vezes superior a L1 ou L2, que se torna muito útil para detectar a perda de ciclos (na ambiguidade de fase). Para isso, são utilizadas combinações *Melbourne-Wulbberna* ($W = LW - PW$)

$$PW = \frac{f_1 P_1 + f_2 P_2}{f_1 + f_2} \quad ; \quad LW = \frac{f_1 L_1 - f_2 L_2}{f_1 - f_2}$$

- Combinação da ionosfera: cancela a parte geométrica da medida, deixando o efeito da ionosfera e constantes instrumentais (além do multi-caminho e do ruído na observação). É também utilizado para detectar perda de ciclos na fase.

$$PI = P_2 - P_1 \quad ; \quad LI = L_1 - L_2$$

Substituindo as expressões de P1, P2, L1 e L2 na definição antiga, são obtidas as seguintes expressões e relações entre as ambiguidades para PC, LC, PW, LW, PI e LI.

Combinação livre da ionosfera

$$PC = \rho + c(dt_i - dt^j) + rel + T + KC + m_{PC} + \varepsilon_{PC}$$

$$LC = \rho + c(dt_i - dt^j) + rel + T + BC + m_{LC} + W_{LC} + \varepsilon_{LC}$$

Combinações Narrow-Lane (PW) e Wide-Lane (LW)

$$PW = \rho + c(dt_i - dt^j) + rel + T + \alpha I + KW + M_{PW} + \varepsilon_{PW}$$

$$LW = \rho + c(dt_i - dt^j) + rel + T + \alpha I + BW + m_{LW} + \varepsilon_{LW}$$

Combinação da ionosfera

$$PI = \alpha_I I + KI + M_{PI} + \varepsilon_{PI}$$

$$LI = \alpha_I I + BI + m_{LI} + W_{LI} + \varepsilon_{LI}$$

$$(\alpha_I = \alpha_2 - \alpha_1 \simeq 1,05)$$

4.1.6 Erros que influenciam o sinal GPS

O *pseudorange* ou distância aparente entre o satélite e o receptor, é obtido através da correlação do código modelado no sinal recebido do satélite com a réplica gerada pelo receptor, $P = c\Delta T$, e é afectado por uma série de termos que são adicionados à distância geométrica. A figura 4.7 demonstra graficamente as diferentes contribuições.

A modelização do *pseudorange* medido P1 (ou C/A) e P2, entre o receptor i e o satélite j , devem ter em conta os seguintes termos:

$$P1_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_1 I_i^j + K1_i^j + M_{P1,i}^j + \varepsilon_{P1,i}^j$$

$$P2_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_2 I_i^j + K2_i^j + M_{P2,i}^j + \varepsilon_{P2,i}^j$$

4.1.6.1 Distância Geométrica (ρ_i^j)

Corresponde à distância euclidiana entre a posição do satélite na época de emissão e a posição do receptor no momento de recepção do sinal:

$$\rho_i^j = \sqrt{(x_{i,rec} - x_{ems}^i)^2 + (y_{i,rec} - y_{ems}^i)^2 + (z_{i,rec} - z_{ems}^i)^2}$$

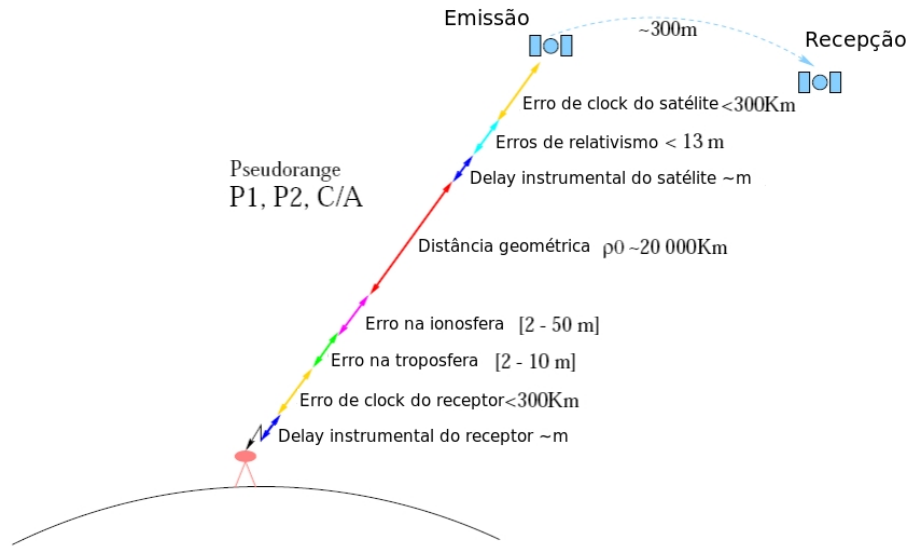


Figura 4.7: Componentes do *pseudorange*

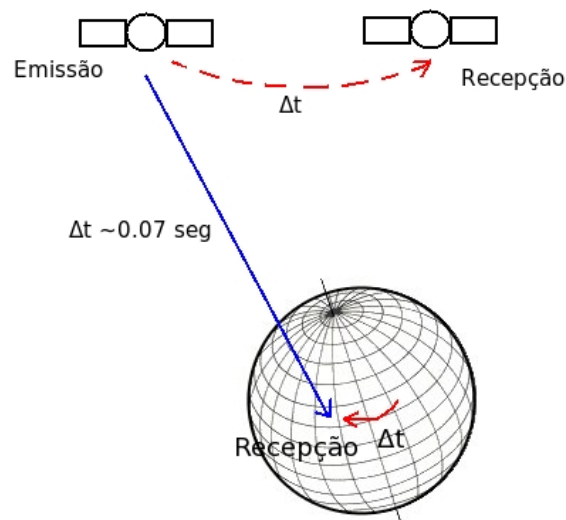


Figura 4.8: Coordenadas no tempo de emissão e recepção do sinal

4.1.6.2 *Clock* do receptor (dt_i) e no *clock* do satélite (dt^j)

Correspondem aos erros de sincronismo do *clock* em relação à escala de tempo de GPS.

- O offset do *clock* do receptor (dt_i) é estimado em simultâneo com as suas coordenadas.
- O offset do *clock* do emissor (dt^j) pode ser calculado a partir de valores de a_0 , a_1 , a_2 e t_0 que são transmitidos nas mensagens de navegação, de acordo com a seguinte expressão:

$$dt_i^j = a_0 + a_1 (t - t_0) + a_2 (t - t_0)^2$$

sendo: a_0 o *drift* do *clock*, a_1 a velocidade do *drift* do *clock*, a_2 e t_0 o tempo do *clock*.

4.1.6.3 Correções de relativismo (rel_i^j)

A velocidade de avanço de dois *clocks* idênticos, um colocado no satélite e outro na superfície da terra, irá ser diferente devido ao diferente potencial gravitacional e devido à velocidade relativa entre eles. Esta diferença pode ser dividida em duas componentes:

- A componente constante que depende apenas do valor nominal do semi-eixo maior da órbita do satélite, que é ajustada modificando a frequência de oscilação do *clock* do satélite:

$$\frac{f'_0 - f_0}{f_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 + \frac{\Delta U}{c^2} \simeq -4.464 \cdot 10^{-10}$$

- A componente periódica devido à excentricidade da órbita:

$$rel = 2\frac{\sqrt{\mu a}}{c} e \sin(E) = 2\frac{r \cdot v}{c} \quad (\text{em metros})$$

sendo $\mu = 3.986005 \cdot 10^{14} (m^3/s^2)$ a constante de gravitação universal, $c = 299792458 (m/s)$ a velocidade da luz no vácuo, a semi-eixo maior da órbita, e a sua excentricidade, E a anomalia excêntrica do satélite na órbita, e r e v a posição geométrica do satélite e a velocidade no sistema inercial.

4.1.6.4 Troposfera (T_i^j)

A troposfera é a zona da atmosfera que se estende desde a superfície terrestre até cerca dos $12km$ de altura acima da superfície terrestre. À frequência a que o sinal GPS é transmitido, a troposfera comporta-se como um meio dispersivo, sendo o seu efeito independente da frequência. O *delay* na troposfera pode ser modelizado de uma forma aproximada (perto de 90%) utilizando a seguinte expressão:

$$T_i^j = (d_{dry} + d_{wet}) \cdot m(elev)$$

onde d_{dry} corresponde ao *delay* vertical devido à componente "seca" da troposfera (basicamente formada por oxigénio e nitrogénio em equilíbrio hidrostático) e d_{wet} corresponde ao *delay* vertical devido à componente "húmida" da troposfera (basicamente formada pelo vapor de água da atmosfera), sendo

$$d_{dry} = 2.3 \exp(-0.116 \cdot 10^{-3} \cdot H) (m)$$

$$d_{wet} = 0.1(m) \quad (H: \text{altura acima do nível do mar, em metros})$$

Por último, $m(elev)$ é o factor responsável por projectar o *delay* vertical na direcção de observação do satélite.

$$m(elev) = \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + \sin^2(elev)}}$$

onde $elev$ é a elevação referente ao horizonte local do receptor.

4.1.6.5 Ionosfera (αI_i^j)

A ionosfera é a zona da atmosfera que se estende de cerca dos $60km$ até cerca dos $2000km$ de altura acima da superfície terrestre. Os sinais electromagnéticos que viajam pela ionosfera entram em contacto com electrões livres o que provoca um *delay* em comparação com a propagação no vácuo, esse efeito é expresso por:

$$\alpha I_i^j = \delta_{ion} = \int (n - 1) ds$$

onde o integral se estende por toda a trajectória e $n = \frac{c}{v}$ é o índice de refacção. A ionosfera é um meio dispersivo, e o índice de refacção depende da frequência. Esta dependência permite utilizar os valores das duas frequências (L1 e L2) para minimizar este efeito. Para receptores com apenas uma frequência é possível utilizar modelos de previsão do *delay*, no caso de receptores com dupla frequência os efeitos da ionosfera podem ser cancelados até 99%, utilizando as combinações PC ou LC.

4.1.6.6 Delay Instrumental (K_i^j)

Possíveis fontes para este *delay* são as antenas, os cabos, e filtros diferentes utilizados nos receptores e nos satélites. Eles podem ser divididos em dois *delays* diferentes, o do satélite e o do receptor, os quais dependem da frequência:

$$K1_i^j = R1_i - T_{GD}^j \quad ; \quad K2_i^j = R2_i - \frac{f_1^2}{f_2^2} T_{GD}^j$$

onde:

- $R1_i$ pode ser considerado zero (incluindo no offset do *clock* do receptor);
- T_{GD}^j é transmitido na mensagem de navegação enviada pelo satélite.

4.1.6.7 Multi-caminho ($M_{P,i}^j$)

A interferência devido ao multi-caminho, é gerada quando o sinal chega por diferentes trajetórias à antena do receptor. A principal causa é devido à antena se encontrar próxima de estruturas reflectoras, e é importante quando o sinal é proveniente de satélites com baixa elevação. Este erro é diferente para diferentes frequências. Ele afecta as observações de fase e de código. No caso do código, ele pode atingir o valor teórico de 1.5 vezes o comprimento de onda. Isto significa que, para o código C/A, pode atingir valores de 450m, embora valores superiores a 15m são difíceis de observar. Tipicamente ele é inferior a 2 ou 3 metros. No caso da fase, o valor teórico máximo é de um quarto do valor do comprimento de onda. Isto significa 5cm em L1 ou L2.

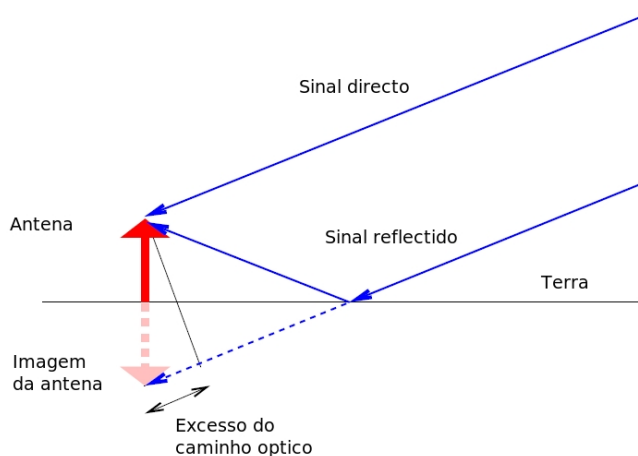


Figura 4.9: Diferença entre o sinal directo e o sinal reflectido

Este erro pode ser minimizado melhorando a qualidade da antena, isto é, fazendo-a rejeitar sinais de certas direcções, e deslocando a antena de superfícies reflectoras.

4.1.6.8 Ruído ($M_{P,i}^j$)

Neste termo, é incluído ruído na medição do *pseudorange*, e outros efeitos não modelizados. A precisão da medida de *pseudorange* é superior a 1% do comprimento de onda. Isto significa um ruído com um valor máximo de $3m$, para o código C/A, e cerca de $30cm$ para o código P.

4.1.7 Órbitas dos Satélites GPS

O conhecimento das órbitas e *clocks* dos satélites é fundamental para a obtenção de bons resultados de posição. Um erro nas coordenadas ou *clock* do satélite GPS leva a um erro de posição. Informações sobre parâmetros de órbita e de *clock* são encontrados na mensagem de navegação.

De seguida, serão definidos os elementos orbitais, será introduzida a mensagem de navegação e a forma de cálculo das posições dos satélites.

4.1.7.1 Elementos de *Kepler*

Se for considerada apenas a força de atracção de duas massas, o movimento da massa m_2 relativamente à massa m_1 é definida pela equação diferencial:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{\mu}{|\vec{r}|^3}\vec{r} = 0 \quad (4.5)$$

onde r representa o vector de posição relativa, $\mu = G(m_1 + m_2)$ e G é a constante de gravitação universal. No caso do movimento de um satélite artificial, a sua massa pode ser negligenciada em respeito à massa da terra.

A integração desta equação leva à órbita do *Kepler* do satélite como:

$$r(t) = r(t; a, e, i, \Omega, w, \tau) \quad (4.6)$$

definida pelos seis parâmetros orbitais seguintes (ver figuras 4.10 e 4.11):

Ω Ascensão direita do nó ascendente: é o ângulo geométrico entre a direcção do nó ascendente e o ponto de Áries. A linha do nó é a intersecção do plano equatorial

com o plano orbital. A intersecção com a esfera unitária define dois pontos: o nó ascendente, através do qual o satélite cruza a região positiva de Z , e um descendente.

i Inclinação do plano orbital: é o ângulo entre o plano orbital e o equador.

w Argumento do perigeu: É o ângulo entre as direcções do nó e perigeu, medido no plano orbital. O perigeu é o ponto mais próximo do satélite em relação ao centro de massa da Terra. A posição mais distante é o apogeu. Ambos estão na direcção do semi-eixo principal.

a Semi-eixo maior da elipse orbital: É Semi-eixo maior da elipse que define que define a órbita.

e Excentricidade numérica da órbita: É a excentricidade da elipse da órbita.

T_0 Tempo de passagem no perigeu: É o momento de passagem do satélite através do ponto mais próximo da Terra (perigeu). A posição orbital do satélite pode ser obtida num momento t usando $\tau(t) = t - T_0$ ou qualquer uma das seguintes anomalias:

$[v(t)]$ Anomalia verdadeira: é o ângulo geocentrico entre a direcção perigeu e a direcção do satélite.

$[E(t)]$ Anomalia de excentricidade: é o ângulo, medido a partir do centro da órbita, entre o perigeu e o sentido do ponto de intersecção da linha normal ao eixo principal que passa pelo satélite com o círculo de raio a (4.10)

$[M(t)]$ Anomalia média: é uma abstracção matemática.

As três anomalias são relacionadas pelas formulas:

$$M(t) = n(t - T_0)$$

$$E(t) = M(t) + e \sin E(t)$$

$$V(t) = 2 \arctan \left[\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E(t)}{2} \right]$$

$$n = \frac{2\pi}{T_{revol}} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

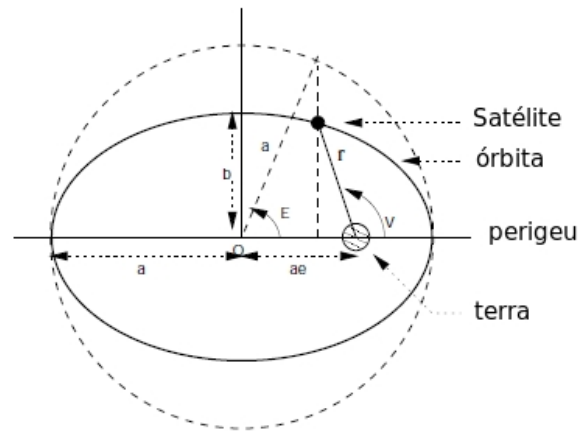


Figura 4.10: Representação da elipse da órbita

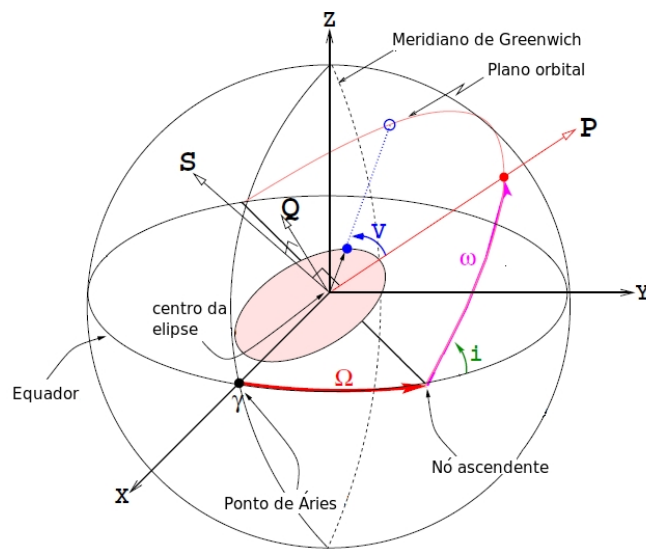


Figura 4.11: Representação da órbita do satélite

onde n denota a velocidade angular média do satélite, ou movimento médio, com período de revolução T_{revol} . Substituindo $a = 26560Km$ (valor nominal para os satélites GPS) nas equações anteriores, é obtido um período de dez horas siderais.

4.1.7.2 Movimento Perturbado

Na secção anterior é apenas considerada uma primeira aproximação ao caso real. Na prática, existe um conjunto adicional de k acelerações ou termos de perturbação devem ser adicionados à equação. Portanto, a equação diferencial torna-se:

$$\frac{d^2e}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3}r + k \quad (4.7)$$

Estas perturbações são principalmente devido a (ver figura 4.12):

1. A terra não é esférica e a distribuição de massa não é homogênia.
2. A presença de outros corpos celestiais, a lua e o sol.
3. Efeito das marés.
4. Pressão da radiação solar.

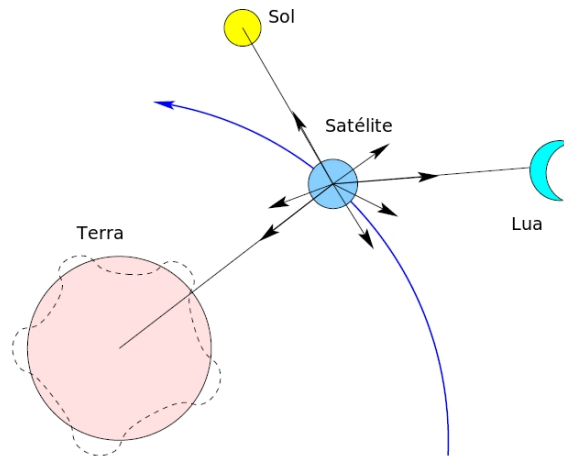


Figura 4.12: Perturbações sobre a órbita do satélite

Uma forma de ter em consideração o efeito de todas estas perturbações é considerar que os elementos orbitais são alterados com o tempo, assim:

$$r(t) = r(t; a(t), e(t), i(t), \Omega(t), w(t), \tau) \quad (4.8)$$

Na mensagem de navegação, são transmitidos a cada época, todos os parâmetros necessários para o cálculo dos elementos orbitais. Os parâmetros obtidos na mensagem de navegação são renovados a cada duas horas e não devem ser utilizados fora do prazo fixado (quatro horas), porque o erro cresce exponencialmente após este período.

4.1.7.3 Cálculo das coordenadas do satélite utilizando a mensagem de navegação

Para efectuar o cálculo das coordenadas do satélite utilizando a mensagem de navegação são utilizados os seguintes passos:

- cálculo do tempo t_k da época de referência de efemérides t_{oe} (t e t_{oe} são expressos em segundos da semana GPS)

$$t = t - t_{oe}$$

Se $t_k > 302400$, subtrai 604800 a t_k . Se $t_k < -302400$, subtrai 604800 a t_k

- cálculo da anomalia média para t_k :

$$M_k = M_o + \left(\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{a^3}} + \Delta n \right) t_k$$

- resolução da equação de *Kepler* para a anomalia da excentricidade E_k :

$$M_k = E_k - e \sin E_k$$

- cálculo da anomalia real v_k :

$$v_k = \arctan \left(\frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E_k}{\cos E_k - e} \right)$$

- cálculo do argumento da latitude u_k através do argumento de perigeu w , anomalia real v_k e correcções c_{uc} e c_{us} :

$$u_k = w + v_k + c_{uc} \cos(w + v_k) + c_{us} \sin(w + v_k)$$

- cálculo da distância radial r_k , considerando as correções c_{uc} e c_{us} :

$$r_k = a(1 - \text{ecos}E_k) + c_{ic}\cos(w + v_k) + c_{is}\sin(w + v_k)$$

- cálculo da inclinação i_k do plano orbital a partir da inclinação i_o no tempo de referência t_{oe} , e as correções c_{ic} e c_{is} :

$$i_k = i_o + \dot{i}t_k + c_{ic}\cos(w + v_k) + c_{is}\sin(w + v_k)$$

- cálculo da longitude do nó descendente λ_k (referente a *Greenwich*), utilizando a ascensão direita Ω_o no início da semana corrente, corrigido das variações do tempo sideral aparente em *Greenwich* entre o início da semana e o tempo de referência $t_k = t - t_{oe}$, e a variação em longitude do nó ascendente do tempo de referência t_{oe} .

$$\lambda_k = \Omega_o + (\Omega - w_E t_k - w_E t_{oe})$$

- cálculo das coordenadas no referencial ECEF, aplicando três rotações:

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix} = R_3(-\lambda_k)R_1(-i_k)R_3(-u_k) \begin{bmatrix} r_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4.1.8 Órbitas precisas dos Satélites GPS

As órbitas precisas dos satélites estão disponíveis no serviço internacional de GPS (IGS - *International GPS Service*), na forma de resultados pós-processados. Tais dados das órbitas são designados de efemérides precisas IGS.

Estes valores podem ser encontrados na internet em forma de produtos de efemérides (por exemplo [38]), estes produtos são compostos por duas informações distintas: a informação sobre as órbitas dos satélites; e informação sobre os erros dos *clocks* dos satélites. Estes produtos estão disponíveis com diferentes níveis de precisão, e latência. Os produtos são: Finais, com uma latência de 12 dias; Rápidos, com uma latência de 17 horas; e Ultra-rápidos, com a primeira parte composta por valores observados e a segunda parte com valores previstos, disponíveis quatro vezes por dia (às 03:00, 09:00, 15:00, and 21:00

UT). A precisão destes produtos (nas duas partes, órbita e *clock*) é superior para os produtos Finais e mais baixo para os produtos Ultra-rápidos. No entanto apenas é possível utilizar os produtos Ultra-rápidos para aplicações em tempo real, os restantes produtos são utilizados em pós-processamento.

Os dados IGS são fornecidos no sistema de coordenadas ECEF. Para todos os satélites possíveis, são dados os vectores de posição X, Y, Z (em Km), e também os erros de *clock*. Estes dados são fornecidos em intervalos de tempo de 15 minutos.

Para obter as efemérides de cada época, é utilizado a interpolação polinomial de *Lagrange* para ajustar à época correcta. O polinómio geral de *Lagrange* é dado por:

$$y(t) = \sum_{j=0}^m L_j(t) \cdot y(t_j), \quad (4.9)$$

onde

$$L_j(t) = \prod_{k=0, k \neq j}^m \frac{(t - t_k)}{(t_j - t_k)}, \quad (4.10)$$

onde o símbolo \prod representa a multiplicação de $k = 0$ até $k = m$, m a ordem do polinómio, $y(t_j)$ são os dados no tempo t_j , $L_j(t)$ é designado de função básica de ordem m , e t é o tempo em que os dados serão interpolados.

Para uma distância igual da interpolação de *Lagrange* tem:

$$t_k = t_0 + k\Delta t$$

$$t - t_k = t - t_0 - k\Delta t$$

$$t_j - t_k = (j - k)\Delta t$$

então

$$L_j(t) = \prod_{k=0, k \neq j}^m \frac{(t - t_0 - k\Delta t)}{(j - k)\Delta t}, \quad (4.11)$$

onde Δt representa o intervalo dos dados.

4.1.9 Diluição da precisão

O termo diluição da precisão (DOP - *Dilution of Precision*) é utilizado para caracterizar o efeito da distribuição da geometria dos satélites na precisão da solução de navegação. Os factores da diluição da precisão incluem VDOP (*Vertical Dilution of Precision*), HDOP (*Horizontal Dilution of Precision*), PDOP (*Positional Dilution of Precision*), TDOP (*Time Dilution of Precision*) e GDOP (*Geometric Dilution of Precision*). As expressões da diluição de precisão são dados por:

$$\begin{aligned}
 VDOP &= \frac{\sigma_h}{\sigma} \\
 HDOP &= \frac{\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2}}{\sigma} \\
 PDOP &= \frac{\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2 + \sigma_h^2}}{\sigma} \\
 TDOP &= \frac{\sigma_t}{\sigma} \\
 GDOP &= \frac{\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2 + \sigma_h^2 + \sigma_t^2 c^2}}{\sigma}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

onde σ é considerado equivalente ao erro total, e σ_n^2 , σ_e^2 , σ_h^2 e σ_t^2 são as variações correspondentes da posição Norte, Este, Altura e tempo. A diluição da precisão varia de época para época, de acordo com a alteração da geometria dos satélites.

Capítulo 5

Sistema INS

Conteúdo

5.1	Descrição do sistema INS	47
5.1.1	Mecanização do IMU	48
5.1.2	Erros do IMU	54
5.1.3	Alinhamento inicial	57

5.1 Descrição do sistema INS

O sistema INS (*Inertial Navigation System*) é por si só um sistema de navegação autónomo, que fornece informação dinâmica de posição e velocidade, baseado nas medidas obtidas de um IMU (*Inertial Measurement Unit*). Um IMU consiste numa tríade de acelerómetros e giroscópios colocados de forma ortogonal. O princípio de funcionamento básico do IMU é baseado na primeira lei de *Newton*, como apresentado na secção 3.1.1.

Com efeito, a força aplicada a um acelerómetro resulta numa aceleração que pode ser quantificada e medida. Esta aceleração, quando integrada em ordem ao tempo fornece uma variação em velocidade; e pelo mesmo raciocínio, quando integrado duplamente em ordem ao tempo, fornece uma variação em posição. Deste modo, um INS genericamente fornece alterações em posição e velocidade. De forma a determinar a posição e a velocidade no referencial do veículo no sentido absoluto, tem de ser sabido em primeiro a condição inicial (posição, velocidade e atitude iniciais).

O cálculo da posição e velocidade de um IMU parece simplesmente: integrando os dados ao longo do tempo. No entanto, como discutido no capítulo 3, o IMU fornece dados

num referencial diferente (os dados são fornecidos no referencial do IMU que para este caso é coincidente com o referencial do veículo) do qual a posição e a velocidade são expressas normalmente. As acelerações nos três eixos são dadas pelo IMU no referencial do veículo, enquanto o utilizador necessita dos dados em outro referencial, como o ECEF ou local.

Felizmente, combinando as medidas de aceleração com a atitude (ou alteração na atitude) do IMU no referencial do veículo, uma série de transformações pode ser aplicada de forma a obter dados em qualquer referencial, descrito no capítulo 3. Por esta razão, é normalmente instalada uma tríade de giroscópios de forma ortogonal (semelhante aos acelerómetros) no IMU. Daqui resulta que a precisão das medições de velocidades angulares é fundamental para o INS, porque qualquer erro na transformação das acelerações (nos três eixos) resulta em erros em posição e velocidade. Deste modo, a capacidade de um INS determinar continuamente a posição, velocidade e atitude do veículo, depende da qualidade dos giroscópios utilizados no IMU.

De acordo com [15] existem quatro níveis de IMUs (a classificação por níveis baseia-se na precisão do sistema): nível de estratégico; nível de navegação; nível tático; e nível de consumidor (representados na tabela 5.1).

Tabela 5.1: Diferentes níveis de INS

Nível do IMU	Estratégico	Navegação	Tático	Consumidor
Erro em posição (Km/h)	< 0.03	< 4	18.5 até 40	> 40
Erro do Giroscópio ($^{\circ}/h$)	0.0001	0.015	1 até 10	1000
Erro do Acelerómetro (mg)	0.001	0.1	1.0	20

5.1.1 Mecanização do IMU

A mecanização das medidas do IMU permitem a conversão da aceleração específica (f^b) e da velocidade angular (w^b) medida pelo IMU em informações úteis de posição, velocidade e atitude. Os dados do IMU serão combinados com os dados do GPS (para este caso), daí a mecanização requer que os dados do IMU sejam expressos no referencial ECEF.

A mecanização dos dados obtidos pelo IMU no plano do veículo pode ser descrita em dois passos distintos:

1. As velocidades angulares obtidas no referencial do veículo são integradas em ordem ao tempo, para calcular a matriz de transformação do referencial do veículo para o referencial ECEF. As velocidades angulares específicas medidas pelo giroscópio incluem a velocidade angular da terra assim como a velocidade angular do veículo. É necessário portanto, remover o efeito de rotação da terra, transformando a velocidade angular da terra para o referencial do veículo e retirando-a das medidas obtidas pelo IMU. Após os dados do IMU serem ajustados, a matriz de rotação do referencial do veículo para o referencial ECEF (R_b^e) pode ser formada.
2. A matriz de rotação calculada (R_b^e) é utilizada para transformar as medidas da aceleração específica do referencial do veículo para o referencial ECEF. A aceleração específica medida pelo IMU inclui a aceleração do IMU assim como a aceleração da gravidade (γ^e). O vector da aceleração da gravidade é removido das medidas de aceleração específica medidos antes da integração em ordem ao tempo para adquirir alterações na posição e velocidade.

Os dois passos anteriores podem ser expressos matematicamente pela equação 5.1:

$$\begin{bmatrix} \dot{r}^e \\ \dot{v}^e \\ \dot{R}_b^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^e \\ R_b^e \langle f^b \rangle - 2\Omega_{ie}^e v^e + \gamma^e \\ R_b^e (\Omega_{ei}^b + \langle \Omega_{ib}^b \rangle) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

onde, $(\dot{\bullet})$ representa a derivada em ordem ao tempo, e o sobrescrito b (\bullet^b) e o sobrescrito e (\bullet^e) representam o referencial do veículo e o referencial ECEF respectivamente.

e também :

- r^e representa o vector de posição no referencial ECEF (x^e, y^e, z^e);
- v^e representa o vector de velocidade no referencial ECEF (v_x^e, v_y^e, v_z^e);
- γ^e representa o vector da gravidade no referencial ECEF ($\gamma_x^e, \gamma_y^e, \gamma_z^e$);
- R_b^e representa a matriz de rotação do referencial do veículo para o referencial ECEF;
- f^b representa o vector da força específica medida pelo acelerómetro;
- Ω_{ie}^e representa a velocidade angular da terra em respeito ao referencial inercial dado no referencial ECEF;

- Ω_{ei}^b representa a velocidade angular da terra em respeito ao referencial inercial dado no referencial do veículo;
- Ω_{ib}^b representa a velocidade angular do veículo em respeito ao referencial inercial dado no referencial do veículo.

Note-se que os dados dentro de chavetas ($\langle \bullet \rangle$) na equação 5.1 são as medidas obtidas através do IMU. Essencialmente, o sistema pode ser resolvido em quatro passos, que são:

1. Correção dos dados
2. Actualização da atitude
3. Transformação da aceleração específica para o referencial local
4. Actualização da posição e velocidade

5.1.1.1 Correção dos dados

Os dados “brutos” são corrigidos devido a erros que possuem, tipicamente *bias*, erros de factor de escala e erros de eixos não ortogonais. Enquanto uma discussão detalhada destes erros será reservada para a secção 7.3, é suficiente dizer que os valores nominais destes erros podem ser obtidos por calibração laboratorial ou estimado no filtro de *Kalman*.

Depois de obter os erros dos sensores, os dados podem ser corrigidos utilizando as equações 5.2 e 5.3 para os giroscópios e os acelerómetros respectivamente:

$$\Delta\theta_{ib}^b = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+S_x^g} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+S_y^g} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+S_z^g} \end{bmatrix} \cdot \left(\Delta\tilde{\theta}_{ib}^b - b_g \Delta t \right) \quad (5.2)$$

$$\Delta v_f^b = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+S_x^a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+S_y^a} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+S_z^a} \end{bmatrix} \cdot \left(\Delta\tilde{v}_f^b - b_a \Delta t \right) \quad (5.3)$$

onde o til ($\tilde{\bullet}$) representa os dados obtidos pelo IMU (sem correções), e,

- b_a, b_g representa os *bias* do acelerómetro e do giroscópio,
- $S_{\bullet}^a, S_{\bullet}^g$ representa os factores de escala do acelerómetro e do giroscópio,
- Δt representa o incremento de tempo na integração ($t_{k+1} - t_k$).

5.1.1.2 Actualização da atitude

Como mencionado anteriormente, a velocidade angular dada pelo IMU é a combinação da velocidade angular do veículo com a velocidade angular da terra relativamente ao referencial inercial.

Isto é portanto, importante para calcular o valor adicionado pelo efeito de rotação da terra no referencial do veículo, de forma a anular o efeito de rotação da terra nos dados do IMU, temos que:

$$\Delta\theta_{ie}^b = R_e^b \cdot w_{ie}^e \cdot \Delta t = R_e^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_e \end{bmatrix} \Delta t \quad (5.4)$$

onde w_e representa a velocidade de rotação da terra ($w_e \approx 15.041^\circ/h$), e assim o incremento angular devido à rotação do IMU no referencial ECEF é dado por:

$$\Delta\theta_{eb}^b = \Delta\theta_{ib}^b - \Delta\theta_{ie}^b \quad (5.5)$$

Depois do incremento angular ser calculado, a matriz de rotação que transforma do referencial do veículo para o referencial ECEF (R_b^e) pode ser actualizada, e assim actualizada a atitude. A construção algébrica preferencial para a transformação entre referenciais ortogonais é a representação por quaterniões (devido à robustez contra singularidades e à eficiência computacional) e pode ser actualizada com o incremento angular calculado, $\Delta\theta_{eb}^b(\Delta\theta_x^b, \Delta\theta_y^b, \Delta\theta_z^b)$, da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}_k + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} c & -s\Delta\theta_x^b & -s\Delta\theta_y^b & -s\Delta\theta_z^b \\ s\Delta\theta_x^b & c & -s\Delta\theta_z^b & s\Delta\theta_y^b \\ s\Delta\theta_y^b & s\Delta\theta_z^b & c & -s\Delta\theta_x^b \\ s\Delta\theta_z^b & -s\Delta\theta_y^b & s\Delta\theta_x^b & c \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}_k \quad (5.6)$$

onde, $c = 2 \left(\cos \left(\frac{\theta}{2} \right) - 1 \right)$, $s = \frac{2}{\theta} \sin \left(\frac{\theta}{2} \right)$ e $\theta = \sqrt{(\Delta\theta_x^b)^2 + (\Delta\theta_y^b)^2 + (\Delta\theta_z^b)^2}$.

Os elementos do vector dos quaterniões devem satisfazer a condição de normalização.

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (5.7)$$

Caso esta condição não se verifique a normalização pode ser efectuada pela equação seguinte.

$$\hat{q} = \frac{q}{\sqrt{q^T \cdot q}} \quad (5.8)$$

A matriz de rotação (R_b^e) pode ser calculada da seguinte forma:

$$[R_b^e]_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_3^2 + q_4^2) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_1q_3 + q_2q_4) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & 1 - 2(q_2^2 + q_4^2) & 2(q_3q_4 - q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 - q_1q_3) & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) \end{bmatrix}_{k+1} \quad (5.9)$$

Neste momento, é possível calcular roll (ξ), pitch (η) e atitude (ψ) no referencial Local com a matriz de rotação que transforma do referencial do veículo para o referencial Local (R_b^l):

$$R_b^l = R_e^l \times R_b^e \quad (5.10)$$

$$\xi = -\tan^{-1} \left(\frac{(R_b^l)_{2,1}}{(R_b^l)_{2,2}} \right) \quad (5.11)$$

$$\eta = \sin^{-1} \left(-(R_b^l)_{3,1} \right) \quad (5.12)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{(R_b^l)_{2,1}}{(R_b^l)_{1,1}} \right) \quad (5.13)$$

onde $(R_b^l)_{p,q}$ é o elemento na linha p e na coluna q da matriz R_b^l .

5.1.1.3 Transformar a aceleração específica para o referencial Local

A matriz de rotação (R_b^e) tem uma pequena variação do instante de tempo $t = k$ para $t = k + 1$, daí é necessário actualizar a matriz de rotação para cada época. No entanto, o cálculo desta matriz é complexo e demoroso. Por esta razão, a orientação média entre o intervalo $t = k$ e $t = k + 1$ é usada para formar a matriz de rotação, da seguinte forma:

$$\Delta v_f^e = (R_b^e)_k \cdot \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \cdot \Delta\theta_z^b & 0.5 \cdot \Delta\theta_y^b \\ 0.5 \cdot \Delta\theta_z^b & 1 & -0.5 \cdot \Delta\theta_x^b \\ -0.5 \cdot \Delta\theta_y^b & 0.5 \cdot \Delta\theta_x^b & 1 \end{bmatrix} \cdot \Delta v_f^b \quad (5.14)$$

$$\Delta v_f^e = (R_b^e)_{k+1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \cdot \Delta \theta_z^b & -0.5 \cdot \Delta \theta_y^b \\ -0.5 \cdot \Delta \theta_z^b & 1 & 0.5 \cdot \Delta \theta_x^b \\ 0.5 \cdot \Delta \theta_y^b & -0.5 \cdot \Delta \theta_x^b & 1 \end{bmatrix} \cdot \Delta v_f^b \quad (5.15)$$

5.1.1.4 Actualização de posição e velocidade

Por fim, o incremento da velocidade transformado pode ser calculado pela equação 5.16

$$\Delta v^e = \Delta v_f^e - 2\Omega_{ie}^e v_k^e \Delta t + \gamma^e \Delta t \quad (5.16)$$

Na equação anterior, $2\Omega_{ie}^e v_k^e \Delta t$ representa as correcções para a aceleração de *Coriolis*. Note-se que este termo é calculado utilizando a velocidade da época anterior (v_k^e). O terceiro termo ($\gamma^e \Delta t$) representa a correcção para o vector gravitacional.

O vector gravitacional pode ser calculado pela equação 5.17

$$\gamma^e = -\frac{kM}{|r^e|^3} \cdot r^e - \Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e \cdot r^e \quad (5.17)$$

onde:

- k representa a constante gravitacional de Newton,
- M representa a massa da terra,

Uma vez que o incremento de velocidade transformado e corrigido é adquirido, pode ser efectuada a actualização final de velocidade e posição do veículo, como apresentado nas equações 5.18 e 5.19 respectivamente.

$$v_{k+1}^e = v_k^e + \Delta v^e \quad (5.18)$$

$$r_{k+1}^e = r_k^e + \frac{v_{k+1}^e + v_k^e}{2} \Delta t \quad (5.19)$$

Deste modo, a mecanização do IMU está completa. Os dados fornecidos pelo IMU foram transformados e corrigidos para darem actualizações de posição, velocidade e atitude do veículo. O processo de mecanização do IMU está demonstrado de forma esquemática na figura 5.1.

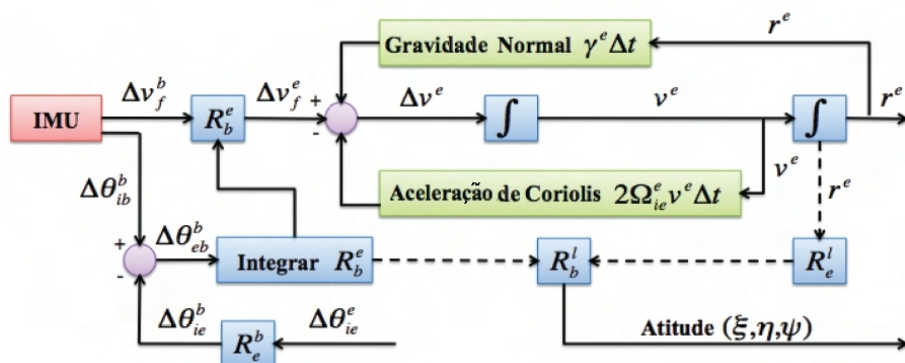


Figura 5.1: Mecanização do IMU no referencial ECEF

5.1.2 Erros do IMU

Apesar dos notáveis avanços na tecnologia MEMS (*Micro-Electro-Mechanical Systems*) no custo e nas dimensões, os sensores inerciais de tecnologia MEMS tem um erro associado semelhante aos sensores inerciais convencionais. As principais fontes de erro dos giroscópios e dos acelerómetros são o ruído, o *bias*, o *drift* e os erros de factor de escala.

Os erros que afectam os dados do sensor inercial podem ser representados matematicamente como:

$$\tilde{f} = f + b_f + f \cdot S_f + f \cdot m_f + \eta_f \quad (5.20)$$

$$\tilde{w} = w + b_g + w \cdot S_g + w \cdot m_g + \eta_g \quad (5.21)$$

onde,

- $\tilde{\bullet}$ representa as medidas registadas pelo IMU,
- \bullet_f representa o erro característico do acelerómetro,
- \bullet_g representa o erro característico do giroscópio,
- f representa a aceleração específica,
- w representa a velocidade angular,
- b representa o *bias* do sensor,
- S representa o factor de escala,

- m representa a não ortogonalidade da tríade de sensores,
- η representa o ruído do sensor.

Alguns dos erros são estocásticos enquanto outros são determinísticos. De forma a ter em conta os erros determinísticos dos sensores (*bias* e factores de escala), é necessário estimar os seus valores nominais. Existem duas abordagens comuns utilizadas para estimar os valores de *bias* e factores de escala dos sensores:

1. Calibração em laboratório e,
2. Estimação como estados no processo do modelo funcional (filtro de *Kalman*).

A primeira abordagem é efectuada determinando as características dos erros através de um controlo de calibração laboratorial e depois corrigindo os dados do sistema inercial usando-os no processo de navegação. A segunda abordagem é incluir estes erros como parte do modelo funcional e estimá-los como estados (tal como os estados de posição e velocidade). A segunda abordagem é a que foi adoptada para este estudo, e que permite ir alterando as características dos erros do sensor durante a sua utilização.

No entanto, outros erros (ruído do sensor), são estocásticos e devem ser modelizados e não estimados.

5.1.2.1 Ruído

O ruído é inerente a qualquer medida electrónica. É inerente ao sensor ou qualquer outro equipamento electrónico que interfere com o sinal de saída que está a ser medido. Em geral o ruído é estocástico, isto é, não pode ser estimado como um valor nominal. Tipicamente é modelizado como ruído branco gaussiano de média zero. Para os acelerómetros e os giroscópios isto significa que o erro atribuído ao ruído é tipicamente modelizado como um ângulo/velocidade aleatório, e a densidade do ruído é dada geralmente em *unidades do sinal*/ \sqrt{Hz} .

Existem considerações importantes a ter com o ruído, como a intensidade do ruído comparando com a intensidade do sinal. Existem várias formas de caracterizar a intensidade do ruído nas medidas dos acelerómetros e dos giroscópios. Em [39] a intensidade do ruído é caracterizada tirando o desvio padrão de alguns segundos de dados estáticos, em alguns pontos ao longo do tempo. A média destes desvios padrão forma uma aproximação heurística da intensidade do ruído.

O segundo método de determinar a intensidade do ruído [40, 41] é baseado na decomposição do comprimento de onda dos dados. Essencialmente, o sinal e o ruído são divididos sucessivamente em componentes de alta e baixa frequência. Enquanto as componentes de baixa frequência representam erros com crescimento lento (por exemplo *bias* e *drift*), as componentes de alta frequência representam o ruído do sensor. O desvio padrão é utilizado para ser a estimativa de intensidade do ruído tal como no método apresentado por [39].

Outro método para estimar o ruído de um IMU é o que [42, 43] designa de *Allan Variance*, em que as características do ruído do sensor inercial são modelizadas segundo a representação do erro aleatório do *drift* como função do tempo médio (para mais detalhes ver [44, 45, 46]).

5.1.2.2 *Bias* do sensor

O *bias* do sensor inercial é definido como a média da saída de cada sensor ao longo de um tempo específico, medido em condições de operação específicas que não tem correlação com a aceleração ou rotação de entrada [47]. Como o erro é expresso ao longo de um período de tempo, as unidades do *bias* do acelerómetro e do giroscópio são em metros por segundo ao quadrado (m/s^2) e radianos por segundo (rad/s) respectivamente.

O *bias* consiste geralmente em duas partes: a parte determinística chamada de *bias offset* e a parte aleatória. O *bias offset*, que se refere ao *offset* na medida fornecida pelo sensor inercial, é determinístico por natureza e pode ser determinado por calibração. A parte aleatória designada por *bias-drift*, que se refere à taxa a que o erro do sensor inercial se acumula ao longo do tempo. O *bias-drift* e a incerteza do sensor são aleatórias por natureza e devem ser modelizados como um processo estocástico.

Para além do referido anteriormente, existem outras duas características utilizadas para descrever o *bias* do sensor. A primeira é a assimetria do *bias* (para os giroscópios ou acelerómetros), que é a diferença entre o *bias* para valores negativos e positivos, tipicamente expresso em radianos por segundo (rad/s) e metros por segundo ao quadrado (m/s^2). O segundo é a instabilidade do *bias* (para os giroscópios ou acelerómetros), que é a variação aleatória no *bias* num intervalo de tempo.

5.1.2.3 Factores de escala

O factor de escala é a razão da alteração da saída relativamente à alteração na entrada que pretende ser medida [47]. Sendo este valor uma razão não possui unidades, e é dado tipicamente em PPM (*Parts Per Million*). Tipicamente o valor nominal do factor de escala é constante para qualquer classe de IMUs. No entanto para IMUs de baixo custo o factor de escala pode variar em baixas quantidades e é portanto modelizado estocasticamente utilizando o processo aleatório adequado.

5.1.2.4 Não ortogonalidade

Os sensores num IMU tem de ser montados numa tríade ortogonal (tanto os acelerómetros como os giroscópios). Erros de fabrico e degradação do sensor podem levar a alterações na montagem, que levam à tríade de sensores não estar perfeitamente ortogonal. Esta condição resulta devido às medidas de cada sensor da tríade estarem relacionadas com as restantes. O desalinhamento dos eixos, em geral, é modelizado como parte das equações de erro do INS.

5.1.3 Alinhamento inicial

Quando o IMU é ligado, a orientação do referencial do IMU é desconhecida. É portanto necessário realizar um alinhamento inicial do IMU para estabelecer o referencial. Este alinhamento é constituído pelo alinhamento horizontal e pelo alinhamento de atitude.

5.1.3.1 Alinhamento horizontal

A estimativa inicial das rotações sobre os eixos horizontais (roll e pitch) são obtidos segundo um processo designado de nivelamento do acelerómetro. Essencialmente as medidas dos três acelerómetros da tríade ortogonal em condições estáticas, medem o vector de gravidade. O incremento de velocidade calculado dos três sensores são então utilizados para calcular o roll (ξ^b) e pitch (η^b) do IMU segundo as equações 5.22 e 5.23.

$$\xi^b = -\sin^{-1} \left(\frac{\bar{v}_x^b}{\gamma t} \right) \quad (5.22)$$

$$\eta^b = \sin^{-1} \left(\frac{\bar{v}_y^b}{\gamma t} \right) \quad (5.23)$$

onde,

- \bar{v}_\bullet^b representa o tempo médio de incremento da velocidade numa determinada direcção, no referencial do IMU,
- γ representa o valor da gravidade nominal,
- t representa o intervalo de tempo segundo o qual o incremento da velocidade é médio.

Também importante é o nível de precisão atingido por esta estimativa. A estimativa inicial do IMU de roll e pitch é obtida através das seguintes equações:

$$\delta\xi^b = \frac{(b_a)_x}{\gamma} \quad (5.24)$$

$$\delta\eta^b = \frac{(b_a)_y}{\gamma} \quad (5.25)$$

onde $(b_a)_i$ representa o *bias* do acelerómetro na direcção i .

5.1.3.2 Alinhamento de atitude

Adquirir uma estimativa inicial de rotação em torno do eixo vertical é alcançado através do giroscópio. Essencialmente, em condições estáticas, é medida a velocidade de rotação da terra pelo conjunto de giroscópios da tríade ortogonal. A partir do incremento dos giroscópios, a atitude do referencial do IMU pode ser calculada com:

$$\bar{\theta}_{ib}^h = R_1(-\eta)R_2(-\xi)\bar{\theta}_{ib}^b \quad (5.26)$$

$$\psi = -\tan^{-1} \left(\frac{(\bar{\theta}_{ib}^h)_x}{(\bar{\theta}_{ib}^h)_y} \right) \quad (5.27)$$

onde θ_{ib}^h representa o tempo médio da componente vertical obtida depois das estimativas de roll e pitch serem aplicadas.

Infelizmente, este procedimento é válido apenas para IMUs que tem o *bias* e a intensidade do ruído que não excede a velocidade de rotação da terra [48]. Que é caso de grande parte dos IMU MEMS actuais.

Outra abordagem para o alinhamento de atitude é utilizar uma fonte externa como o magnetómetro, que utiliza o campo magnético do ambiente circundante para se orientar. Infelizmente, o campo magnético não é consistente em todos os locais e é afectado por materiais ferromagnéticos (materiais que possuem um campo magnético).

A abordagem final que é discutida aqui é a realização do alinhamento de atitude de forma dinâmica, utilizando medidas de velocidade do GPS [49], com:

$$\psi_{GPS} = \tan^{-1} \left(\frac{v_{GPS}^e}{v_{GPS}^n} \right) \quad (5.28)$$

onde v_{GPS}^e e v_{GPS}^n representam as componentes Este e Norte das derivadas da velocidade GPS no referencial local.

Dado que esta abordagem é possível no contexto deste estudo, é apropriado discutir a precisão desta aproximação. Daí a variância derivado à atitude do GPS, é derivada através da propagação da covariância, e é dada por:

$$\sigma_{\psi_{GPS}}^2 = \frac{(v_{GPS}^e)^2}{((v_{GPS}^e)^2 + (v_{GPS}^n)^2)^2} \cdot (\sigma_{v_{GPS}^n}^2) + \frac{(v_{GPS}^n)^2}{((v_{GPS}^e)^2 + (v_{GPS}^n)^2)^2} \cdot (\sigma_{v_{GPS}^e}^2) = \frac{\sigma_{v_{GPS}}^2}{v_{GPS}^2} \quad (5.29)$$

onde $(\bullet)^2$ representa a variância em \bullet e $v_{GPS}^2 = (v_{GPS}^e)^2 + (v_{GPS}^n)^2$.

Da equação 5.29, podemos observar que, quanto maior a velocidade horizontal, melhor será a estimação de atitude. Portanto, este método deve ser utilizado apenas quando a velocidade horizontal é suficientemente alta.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Capítulo 6

Métodos de Estimação

Conteúdo

6.1	Estimação	61
6.2	Algoritmo do filtro de <i>Kalman</i>	63
6.3	Filtro de <i>Kalman</i> não linear	65

6.1 Estimação

Estimação é definida como o método de obter um único conjunto de valores para um conjunto de parâmetros (x), a partir de um conjunto de observações (z) redundantes. De forma a obter estimativas do estado, deve ser estabelecida uma relação funcional entre os parâmetros desconhecidos e as quantidades observadas. Tal relação (também designada como modelo da medição) é dada pela equação 6.1.

$$z(t) = H(t)x(t) + \eta(t) \tag{6.1}$$

onde,

- $H(t)$ representa a matriz do modelo da medição (ou matriz de observação) no instante de tempo t ;
- $\eta(t)$ representa o ruído da medida no instante de tempo t , com a matriz de densidade espectral $R(t)$.

A equação 6.1 pode ser resolvida como um conjunto de equações lineares, se o número de observações (m) disponível for igual ao número de parâmetros (n). Contudo, quando existem observações redundantes ($m > n$), então o observador calcula uma solução que é ideal em algum sentido. Por exemplo, o estimador de mínimos quadrados (*Least Square Estimator*) neste caso fornece uma solução que minimiza a soma dos resíduos ao quadrado.

Decorre da discussão acima, que um estimador como o dos mínimos quadrados, calcula o estado do sistema apenas a partir do modelo da medição. Assim, se o número de medidas disponível for menor do que o número de parâmetros conhecidos, tal estimador não será capaz de calcular o estado do sistema. Contudo, se um estimador utilizar informação sobre o estado da dinâmica do sistema (se disponível) no cálculo, não só o estado do sistema pode ser calculado em tais situações, mas em geral, uma estimação melhor dos parâmetros desejados pode ser obtida. A dinâmica do sistema (também conhecido como modelo do processo) pode ser representada pela equação 6.2.

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + G(t)w(t) \quad (6.2)$$

onde $(\dot{\bullet})$ representa a derivada em ordem ao tempo, e

1. $F(t)$ representa a matriz de dinâmica do sistema no instante de tempo t ;
2. $G(t)$ representa a matriz do ruído da dinâmica do sistema no instante de tempo t ;
3. $w(t)$ representa o ruído do processo, no instante de tempo t , com densidade espectral $Q(t)$.

O aparecimento do ruído do processo na equação 6.2 ilustra o facto de o utilizador ter um conhecimento limitado do comportamento do sistema.

Um exemplo de um estimador que utiliza ambos os conhecimentos de dinâmica do sistema (equação 6.2) e a relação entre os estados e as medições (equação 6.1), para fornecer o estado do sistema é o filtro de *Kalman*. No contexto deste trabalho é utilizado o filtro de *Kalman*.

Uma vez que o algoritmo de estimação é geralmente implementado num sistema computacional, a forma discreta das equações 6.1 e 6.2 é mais útil. A equação 6.2 em forma discreta é dada pela equação 6.3.

$$x_{k+1} = \Phi_{k+1,k}x_k + w_k \quad (6.3)$$

onde,

- $\Phi_{k+1,k}$ representa a matriz de transição de estado da época t_k para a época t_{k+1} ;
- x_k representa o vector de estado do processo na época t_k ;
- w_k representa o ruído do processo na época t_k , com a matriz de covariância Q_k .

A matriz de transição ($\Phi_{k+1,k}$), pode ser obtida a partir da matriz de dinâmica do sistema na forma contínua ($F(t)$), assumindo que a matriz de dinâmica do sistema é invariante no tempo durante o intervalo de tempo de transição. Mesmo que esta suposição seja inválida, os erros podem ser minimizados reduzindo o intervalo de tempo de transição. A relação entre a matriz de transição e a matriz de dinâmica pode ser expressa pela equação 6.4.

$$\Phi = e^{F\Delta t} = I + F\Delta t + \frac{(F\Delta t)^2}{2!} + \dots \quad (6.4)$$

onde I representa a matriz identidade e Δt o intervalo de tempo de transição.

A matriz de covariância do ruído do processo (Q_k), que representa a incerteza assumida no modelo do processo, pode ser obtida através do integral da matriz de densidade espectral na forma contínua ($Q(t)$) e é dada pela equação 6.5

$$Q_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi_{k+1,\tau} G(\tau) Q(\tau) G^T(\tau) \Phi_{k+1,\tau}^T d\tau \quad (6.5)$$

A forma discreta da equação do modelo da medição (equação 6.1) é dada pela equação 6.6.

$$z_{k+1} = H_{k+1}x_{k+1} + \eta_{k+1} \quad (6.6)$$

onde H_{k+1} representa a matriz de concepção do sistema na época t_{k+1} , e η_{k+1} representa o ruído da medida na época t_{k+1} , com a matriz de covariância R_{k+1} .

6.2 Algoritmo do filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um algoritmo recursivo que utiliza uma série de passos de previsão e actualização das medições para obter uma estimativa do vector de estado com uma variância mínima. O algoritmo do filtro de Kalman assume que o processo para ser

estimado pode ser modelizado na forma específica da equação 6.3, e na medição do processo é assumido que ocorre em tempo discreto em concordância com a relação dada na equação 6.6. Além disso, assume que o ruído do processo (w_k), e o ruído da medida (η_k), possuem características de ruído branco que preenche as condições de média zero e correlação nula.

As equações no algoritmo do filtro de *Kalman* dividem-se em dois grupos. O primeiro grupo de equações é referente à previsão do estado (e à covariância associada) do sistema, baseado no estado actual e no modelo do sistema assumido, para obter a estimativa *a priori* do estado seguinte, demonstrado nas equações 6.7 e 6.8.

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_{k+1,k} x_k^+ \quad (6.7)$$

$$P_{k+1}^- = \Phi_{k+1,k} P_k^+ \Phi_{k+1,k}^T Q_k \quad (6.8)$$

onde,

- $\hat{\bullet}$ representa a quantidade estimada;
- \bullet^- representa a quantidade de previsão, antes da actualização da medição;
- \bullet^+ representa a quantidade de actualização, depois da actualização da medição;
- P_k representa a matriz de covariância associada ao vector de estado na época t_k .

O segundo grupo de equações é a actualização dos estados previstos e estimação da covariância com as medições disponíveis, em concordância com o modelo da medida, usando as equações 6.9 e 6.10.

$$\hat{x}_{k+1}^+ = x_{k+1}^- + K_{k+1} v_{k+1} \quad (6.9)$$

$$P_{k+1}^+ = (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1}^- \quad (6.10)$$

onde K_{k+1} representa a matriz de ganho de *Kalman* na época t_{k+1} , e v_{k+1} é a sequência de inovação na época t_{k+1} .

A sequência de inovação (v_{k+1}) é a diferença entre a observação actual (z_{k+1}), e a observação prevista (\hat{z}_{k+1}), e representa a quantidade de novas informações introduzidas no sistema pelas medidas actuais. E é calculada como demonstra a equação 6.11:

$$v_{k+1} = z_{k+1} - \hat{z}_{k+1} = z_{k+1} - H_{k+1}\hat{x}_{k+1}^- \quad (6.11)$$

A matriz de ganho de *Kalman* é o factor de ponderação, que indica o quanto da nova informação contida na sequência da inovação deve ser aceite pelo sistema. Como tal, a matriz de ganho é optimizada de forma a produzir a mínima variância, e é dada pela equação 6.12:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (6.12)$$

O algoritmo do filtro de *Kalman* é sumariado na figura 6.1.

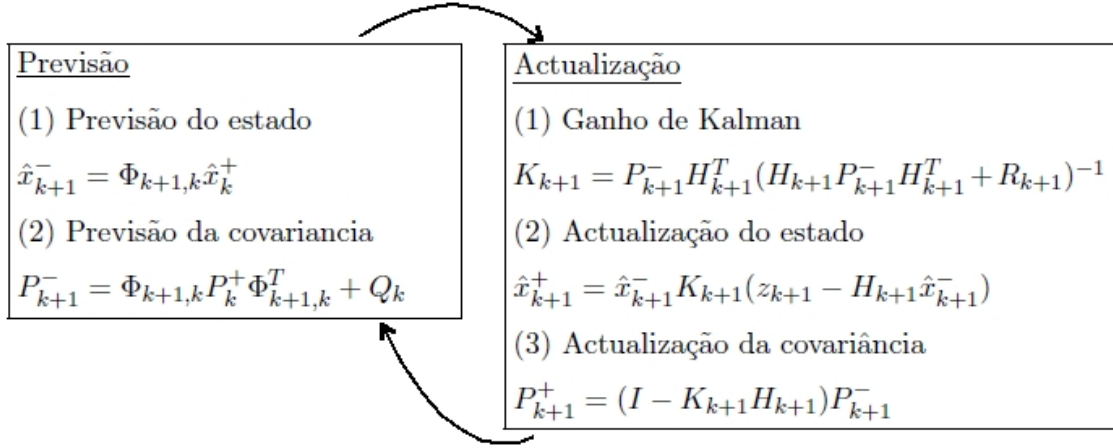


Figura 6.1: Algoritmo do filtro de *Kalman* discreto

6.3 Filtro de *Kalman* não linear

Na secção anterior, é pressuposto que a relação entre as medidas e os estados é linear. No entanto, no caso de navegação por satélite, a relação entre as medidas (*pseudoranges* e *Doppler*) e os estados (posição, velocidade e tempo) é não linear. A abordagem para estes casos, é linearizar o modelo não linear primeiro e depois aplicar o filtro de *Kalman* padrão para obter o estado do sistema. Um modelo do processo e da medição não linear é apresentado nas equações 6.13 e 6.14 respectivamente.

$$x_{k+1} = f(x_k, k) + w_k \quad (6.13)$$

$$z_{k+1} = h(x_k, k+1) + \eta_{k+1} \quad (6.14)$$

onde f e h são funções não lineares conhecidas. Para linearização, é escolhida uma trajectória nominal, como dado pela equação 6.15.

$$x_{k+1} = x_{k+1}^* + \delta x_{k+1} \quad (6.15)$$

onde \bullet^* representa o valor do vector de estado normal, e δ a perturbação do valor nominal.

Assumindo que esta perturbação é suficientemente pequena, a expansão em séries de *Taylor* de primeira ordem, das equações 6.13 e 6.14 é realizada sobre a trajectória nominal seleccionada para obter as equações 6.16 e 6.17.

$$\delta x_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \delta x_k + w_k \quad (6.16)$$

$$\delta z_{k+1} = H_{k+1} \delta x_{k+1} + \eta_{k+1} \quad (6.17)$$

A equação 6.16 forma um novo modelo de processo linear, onde o vector de estado é agora substituído pelo vector de erro do estado (perturbações). De forma similar, a equação 6.17 é um novo modelo de medição linear, onde o vector de medição é substituído pela perturbação das medidas entre as medidas actuais e as medidas previstas. Esta matriz de transição ($\Phi_{k+1,k}$) e a matriz do modelo da medição (H_{k+1}) nas equações anteriores são agora função das derivadas parciais das funções não lineares respectivas com respeito ao vector de estado.

Um filtro onde a linearização é efectuada sobre o vector de estado predeterminado é designado de filtro de *Kalman* linearizado (*LKF - Linearized Kalman Filter*). Contudo, um procedimento mais comum é derivar o ponto de linearização a partir da ultima solução calculada (\hat{x}_k) (em vez do vector do estado previsto, x_k). Esta abordagem é utilizada no filtro de *Kalman* extendido (*EKF - Extended Kalman Filter*). Depois do passo da linearização, é aplicado o filtro de *Kalman* padrão para obter estimativas do erro do estado, e os estados desejados são reconstruídos segundo a equação 6.15.

Capítulo 7

Integração GPS/INS *Tightly Coupled*

Conteúdo

7.1	Visão Geral de Integração GPS/INS <i>Tightly Coupled</i>	67
7.2	Filtro GPS	68
7.2.1	Modelo do sistema	68
7.2.2	Modelo da medição	70
7.3	Filtro INS	72
7.3.1	Modelo do sistema	72
7.4	Filtro GPS/INS	76

7.1 Visão Geral de Integração GPS/INS *Tightly Coupled*

A arquitectura de integração GPS/INS *Tightly coupled* utiliza um filtro de *Kalman* centralizado para resolver a solução de navegação final. A entrada do filtro de *Kalman* são as diferenças entre as medidas de *pseudorange* e *Doppler* do GPS e as previsões de *pseudorange* e *Doppler* da mecanização do IMU. O filtro estima as alterações na posição e velocidade e aplica-as nos resultados do INS. A figura 7.1 retrata a arquitectura *Tightly Coupled* implementada.

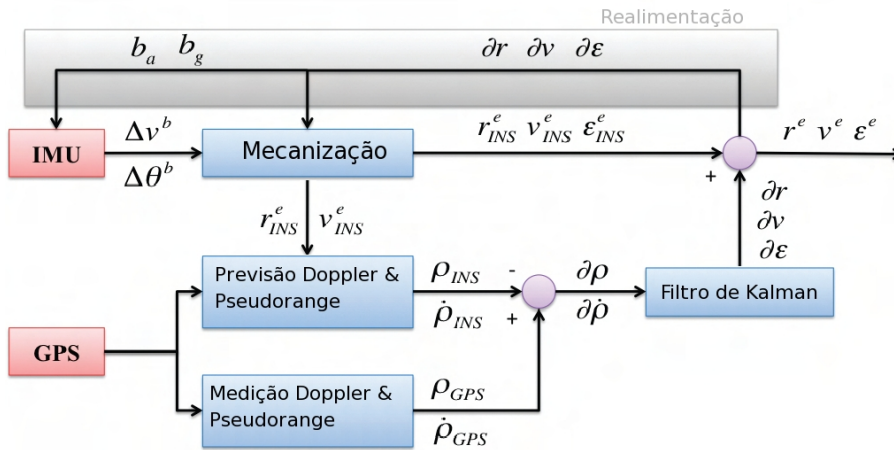


Figura 7.1: Arquitectura *Tight coupled* de implementação

7.2 Filtro GPS

Na secção 4.1.5, as medições de GPS foram descritas como estimações de distância (medições de *pseudorange* ou portadora) e estimativas de velocidade (*Doppler*). O desafio é, assim, proporcionar uma relação matemática entre estas medidas e os parâmetros desejados. Em cenários onde a antena permanece estática ou com pequenos movimentos, apenas a posição necessita de ser estimada (modelo P). Nestes casos, a observação da velocidade adiciona muito pouca informação desde que seja assumido que a antena permanece na mesma posição. Em circunstâncias que a antena se move a uma velocidade constante, pode ser estimada a posição e a velocidade (modelo PV). A uma aceleração constante, os parâmetros de aceleração também podem ser estimados (modelo PVA).

Na navegação para veículos terrestres é assumido que a antena se move e que a posição e velocidade são estimadas como um processo aleatório.

Para este trabalho, as medidas de GPS incluem medidas de *pseudorange* e *Doppler*. Como tal, o vector de estado é aumentado com o erro de *clock* do receptor. O *clock* do receptor está sujeito a efeitos de primeira e segunda ordem. Devido a isso é estimado o *bias* e o *drift* do *clock* do receptor.

7.2.1 Modelo do sistema

À luz da discussão anterior, o filtro GPS deve conter os valores de erros de parâmetros de navegação assim como os erros de parâmetros do sensor. Os erros de parâmetros de navegação são representados na forma vectorial por:

$$x_n = \left[\begin{array}{c} \delta r^e \\ \delta r_x^e \quad \delta r_y^e \quad \delta r_z^e \\ \delta v^e \\ v_x^e \quad \delta v_y^e \quad \delta v_z^e \end{array} \right]^T \quad (7.1)$$

onde,

- δr^e representa o vector de erro em posição no referencial ECEF $(\delta r_x^e, \delta r_y^e, \delta r_z^e)$,
- δv^e representa o vector de erro em velocidade no referencial ECEF $(v_x^e, \delta v_y^e, \delta v_z^e)$,

Note-se que a dinâmica do erro em posição é simplesmente o erro na velocidade e que a dinâmica do erro em velocidade é modelizado como um processo aleatório. Assim, o erro do modelo dinâmico em posição e velocidade é dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\delta r}^e &= \delta v^e \\ \delta \dot{v}^e &= \eta_v \end{aligned} \quad (7.2)$$

onde,

- $\dot{}$ representa a derivada em função do tempo,
- η_v representa o ruído do processo da velocidade.

A variância do ruído do processo da velocidade (q_v) presume-se que reflecte a dinâmica do corpo e é assim estimado pelo desvio padrão das acelerações experimentadas pelo corpo.

Como mencionado, os erros dos parâmetros do sensor descrevem o *bias* e o *drift* do *clock* do receptor, e é representado por:

$$\begin{aligned} \dot{t} &= \delta t + c\eta_t \\ \delta \dot{t} &= c\eta_{\delta t} \end{aligned} \quad (7.3)$$

onde,

- c representa a velocidade da luz no vácuo;
- η_t representa o erro de ruído do *clock*;
- $\eta_{\delta t}$ representa o *drift* do ruído do *clock*.

De forma a calcular a variância do erro de *clock* (q_t e $q_{\delta t}$), é utilizado o modelo de estabilidade padrão, que é demonstrado por:

$$q_t = 2h_0 \quad (7.4)$$

$$q_{\delta t} = 8\pi^2 h_2 \quad (7.5)$$

onde, h_0 e h_2 representam os parâmetros da variância de *Allan* do *clock* do receptor.

Em consonância, o modelo do sistema final pode ser expresso combinando as equações 7.2 e 7.3, escrita na forma de espaço de estados como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \delta \dot{r}^e \\ \delta \dot{v}^e \\ \dot{t} \\ \delta \dot{t} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 1 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_F \underbrace{\begin{bmatrix} \delta r^e \\ \delta v^e \\ t \\ \delta t \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & c & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0 & c \end{bmatrix}}_G \underbrace{\begin{bmatrix} (\eta_v)_{3 \times 1} \\ \eta_t \\ \eta_{\delta t} \end{bmatrix}}_w \quad (7.6)$$

A matriz correspondente de ruído do processo correspondente é:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} (q_v)_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & q_t & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0 & q_{\delta t} \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

A matriz de transição discretizada ($\Phi_{k+1,k}$) e a matriz de ruído do processo (Q_k) são formadas utilizando as equações 6.4 e 6.5 respectivamente.

7.2.2 Modelo da medição

As medidas de *pseudorange* (ρ) e *Doppler* ($\dot{\phi}$) estão relacionados com o satélite e a posição e velocidade da antena, por:

$$\rho = \sqrt{(r_{s,x} - r_x)^2 + (r_{s,y} - r_y)^2 + (r_{s,z} - r_z)^2} + ct \quad (7.8)$$

$$\dot{\phi} = \frac{(r_{s,x} - r_x)(v_{s,x} - v_x) + (r_{s,y} - r_y)(v_{s,y} - v_y) + (r_{s,z} - r_z)(v_{s,z} - v_z)}{\rho} + c\delta\dot{t} \quad (7.9)$$

onde,

- r_{\bullet} representa a posição da antena num dada direcção,
- v_{\bullet} representa a velocidade da antena num dada direcção,
- $\bullet_{s,\bullet}$ representa a posição ou velocidade do satélite.

Note-se que as medições não são funções lineares dos parâmetros. Como discutido anteriormente, já que o modelo das medições é não-linear, deve ser utilizado um filtro linearizado. Como tal, as matrizes linearizadas são uma função das medições e os parâmetros estimados:

$$H(\rho) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho^1}{\partial r_x} & \frac{\partial \rho^1}{\partial r_y} & \frac{\partial \rho^1}{\partial r_z} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \rho^N}{\partial r_x} & \frac{\partial \rho^N}{\partial r_y} & \frac{\partial \rho^N}{\partial r_z} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

$$H(\dot{\phi}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\phi}^1}{\partial r_x} & \frac{\partial \dot{\phi}^1}{\partial r_y} & \frac{\partial \dot{\phi}^1}{\partial r_z} & \frac{\partial \dot{\phi}^1}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{\phi}^1}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{\phi}^1}{\partial v_z} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \dot{\phi}^N}{\partial r_x} & \frac{\partial \dot{\phi}^N}{\partial r_y} & \frac{\partial \dot{\phi}^N}{\partial r_z} & \frac{\partial \dot{\phi}^N}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{\phi}^N}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{\phi}^N}{\partial v_z} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

onde,

- $\frac{\partial}{\partial r_{\bullet}}$ representa a derivada parcial com respeito ao erro de posição, avaliada na última posição e velocidade estimada,
- $\frac{\partial}{\partial v_{\bullet}}$ representa a derivada parcial com respeito ao erro de velocidade, avaliada na última posição e velocidade estimada,
- N representa o número de satélites que fornecem medições.

Combinando as equações 7.10 e 7.11 é obtida a matriz final de modelo linearizada:

$$\begin{bmatrix} H(\rho) \\ H(\dot{\phi}) \end{bmatrix}_{2N \times 8} \quad (7.12)$$

e o erro associado é dado por:

$$\delta z = \begin{bmatrix} \rho \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}_{2N \times 8} - \begin{bmatrix} \tilde{\rho} \\ \tilde{\dot{\phi}} \end{bmatrix}_{2N \times 8} \quad (7.13)$$

onde o *pseudorange* (ρ) e *Doppler* ($\dot{\phi}$) são medidas de uma época e $\tilde{\bullet}$ representa a previsão da medida.

A próxima consideração importante é a formação do ruído de medição. Efectivamente, esta matriz fornece uma estimativa da precisão das medições a ser utilizada. Estes valores são muitas vezes fornecidos pelos fabricantes ou obtidos por meio de calibração.

É assumido normalmente que as medidas efectuadas pelo receptor GPS são não correlacionadas, e portanto, os elementos da diagonal da matriz de ruído da medição são zeros. Os elementos da diagonal da matriz reflectem normalmente a variância dos *pseudoranges*. Contudo, existem outras considerações que afectam a variância estimada da medida.

Uma consideração importante é utilizar uma metodologia que atribui pesos diferentes às medições dos diferentes satélites com base no seu ângulo de elevação (e) em relação ao horizonte da antena. Como alguns satélites estão posicionados em ângulos de elevação mais baixos, as perturbações na ionosfera e na troposfera são maiores, e assim, as medidas a partir desses satélites devem ser consideradas menos precisas. O cálculo dos valores pelo desvio padrão é dado por [39]:

$$\sigma_{\rho}^* = \frac{1}{\sin(e)} \cdot \sigma_{\rho} \quad (7.14)$$

7.3 Filtro INS

O procedimento de mecanização do INS discutido na secção 5.1.1 é utilizado para, através das medições do IMU, obter a posição, velocidade e atitude no referencial ECEF. Contudo, a mecanização depende da precisão das medidas do IMU. Não existe nenhum procedimento matemático na mecanização para mitigar observações defeituosas ou caracterizar os erros do sensor. Por isso, o filtro do INS deve estimar os parâmetros de erro do INS.

7.3.1 Modelo do sistema

Normalmente, o filtro INS tem nove parâmetros de navegação: três por erros de posição, três por erros de velocidade e três por erros de atitude. No entanto, devido aos erros nas medidas do sensor inercial, o vector de estados é aumentado com os estados de erro do sensor, onde o número de estados de erro depende das características de erro do sensor inercial.

7.3.1.1 Estados dos Erros de Navegação

O comportamento dos parâmetros de erro de navegação do sensor inercial é definido pela perturbação das equações de mecanização. A análise destas perturbações está bem documentada em inúmeras publicações ([50, 51, 52]), e portanto, não será inteiramente apresentada aqui. Então, o modelo do erro é representado pela série de equações diferenciais:

$$\begin{aligned}\delta\dot{r}^e &= \delta v^e \\ \delta\dot{v}^e &= N^e \delta r^e - 2\Omega_{ie}^e \delta v^e - F^e \epsilon^e + R_b^e \delta f^b \\ \dot{\epsilon} &= -\Omega_{ie}^e \epsilon^e + R_b^e \delta w^b\end{aligned}\tag{7.15}$$

onde,

- δr^e representa o vector de erro de posição no referencial ECEF $(\delta r_x^e, \delta r_y^e, \delta r_z^e)$,
- δv^e representa o vector de erro de velocidade no referencial ECEF $(\delta v_x^e, \delta v_y^e, \delta v_z^e)$,
- F^e representa a matriz anti-simétrica que representa a força específica (f_x, f_y, f_z) ,
- ϵ^e representa o vector de erros de desalinhamento dos eixos $(\epsilon_x^e, \epsilon_y^e, \epsilon_z^e)$,
- N^e representa o tensor dos gradientes gravitacionais,
- Ω_{ie}^e representa a matriz anti-simétrica que representa a velocidade angular da terra com respeito ao referencial inercial,
- R_b^e representa a matriz de rotação do referencial do corpo para o referencial ECEF,
- δf^b representa o vector de erro dos acelerómetros $(\delta f_x^b, \delta f_y^b, \delta f_z^b)$,
- δw^b representa o vector de erro dos giroscópios $(\delta w_x^b, \delta w_y^b, \delta w_z^b)$.

7.3.1.2 Estados dos Erros do Sensor Inercial

O modelo das medidas do sensor inercial foi dado anteriormente pelas equações 5.20 e 5.21. Para sensores inerciais de melhor qualidade (de nível tático o superior, tabela 5.1), os erros do sensor de *bias*, factores de escala e não ortogonalidade são desprezíveis, e por

isso os erros do sensor representados no filtro são o *bias-drift* (δb) e o ruído (η). Neste caso as equações 5.20 e 5.21 podem ser simplificadas:

$$\begin{aligned}\delta f &= \tilde{f} - f = \delta b_a + \eta_a \\ \delta w &= \tilde{w} - w = \delta b_g + \eta_g\end{aligned}\tag{7.16}$$

E o *bias-drift* no sensor do INS é modelizado como um processo de *Gauss-Markov* de primeira ordem:

$$\begin{aligned}\delta \dot{b}_a &= -\frac{1}{\tau_a} \delta b_a + \eta_{b_a} \\ \delta \dot{b}_g &= -\frac{1}{\tau_g} \delta b_g + \eta_{b_g}\end{aligned}\tag{7.17}$$

onde, τ_{\bullet} representa a correlação de tempo, e $\eta_{b_{\bullet}}$ representa o ruído do processo de Gauss-Markov.

Os parâmetros de *Gauss-Markov* são normalmente determinados por calibração laboratorial. O desvio padrão do ruído do processo de Gauss-Markov são calculados por:

$$q_{b_{\bullet}} = \sqrt{\frac{2\sigma^2}{\tau_{\bullet}}}\tag{7.18}$$

onde σ^2 representa a variância temporal de Gauss-Markov.

As equações 7.15 e 7.17 compõem o modelo do processo designado de filtro de 15 estados, e é demonstrado inteiramente na equação 7.19. Onde estão representados nove parâmetros de erro de navegação e seis parâmetros de erro do sensor.

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} \delta \dot{r}^e \\ \delta \dot{v}^e \\ \dot{\epsilon} \\ \delta \dot{b}_a \\ \delta \dot{b}_g \end{bmatrix}}_{\dot{x}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ N_{3 \times 3}^e & -2(\Omega_{ie}^e)_{3 \times 3} & -F_{3 \times 3}^e & (R_b^e)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -(\Omega_{ie}^e)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (R_b^e)_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (-1/\tau_a)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (-1/\tau_g)_{3 \times 3} \end{bmatrix}}_F \underbrace{\begin{bmatrix} \delta r^e \\ \delta v^e \\ \epsilon \\ \delta b_a \\ \delta b_g \end{bmatrix}}_x \\
&+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ (R_b^e)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & (R_b^e)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}}_G \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_a \\ \eta_g \\ \eta_{b_a} \\ \eta_{b_g} \end{bmatrix}}_w
\end{aligned} \tag{7.19}$$

Onde R_b^e representa a matriz de rotação do referencial do corpo para o referencial ECEF, $(-1/\tau_a)_{3 \times 3}$ e $(-1/\tau_g)_{3 \times 3}$ representam a matriz diagonal de modelação dos estados de erro de bias do acelerómetro e do giroscópio, respectivamente, como processos de Gauss-Markov de primeira ordem. Os restantes elementos são dados por:

$$N^e = \begin{bmatrix} \frac{kM}{R^3} \left(\frac{3r_x^2}{R^2} - 1 \right) + w_e^2 & \frac{kM}{R^3} \frac{3r_x r_y}{R^2} & \frac{kM}{R^3} \frac{3r_x r_z}{R^2} \\ \frac{kM}{R^3} \frac{3r_x r_y}{R^2} & \frac{kM}{R^3} \left(\frac{3r_y^2}{R^2} - 1 \right) + w_e^2 & \frac{kM}{R^3} \frac{3r_y r_z}{R^2} \\ \frac{kM}{R^3} \frac{3r_x r_z}{R^2} & \frac{kM}{R^3} \frac{3r_y r_z}{R^2} & \frac{kM}{R^3} \left(\frac{3r_z^2}{R^2} - 1 \right) + w_e^2 \end{bmatrix}$$

r representa a posição ao longo do eixo.

Constante gravitacional $KM \approx 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$

Raio da terra $R \approx 6370000 \text{ m}$

$$-\Omega_{ie}^e = \begin{bmatrix} 0 & w_e & 0 \\ -w_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

w_e representa a velocidade de rotação da terra.

$$-F^e = \begin{bmatrix} 0 & f_z & -f_y \\ -f_z & 0 & f_x \\ f_y & -f_x & 0 \end{bmatrix}$$

f representa a força medida pelo acelerometro.

A matriz de covariância do ruído ($Q(t)$) é dada por:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} (q_a)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & (q_g)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (q_{b_a})_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (q_{b_g})_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

7.4 Filtro GPS/INS

A arquitectura de integração *Tightly Coupled*, tem em consideração os parâmetros de erro do INS e do GPS no mesmo filtro. Dado que os parâmetros de erro de posição e velocidade são comuns aos filtros de GPS e INS, estes valores não necessitam de ser duplicados. Isto leva a que sejam adicionados apenas os parâmetros de erro de *clock* (\dot{t} e $\delta\dot{t}$) ao modelo do processo do INS.

Esta adição dos dois parâmetros dos erros de *clock* do GPS ao filtro do INS, leva a que o filtro de 15 estados passe a ter 17 estados. No entanto, o filtro permanece com a designação de filtro de 15 estados, o que pode gerar alguma confusão. Neste caso o GPS é considerado uma fonte adicional do INS e, conseqüentemente, os parâmetros de erro de *clock* do receptor GPS são considerados estados de erros de fonte adicional.

A equação 7.21 representa o modelo do sistema do filtro de 15 estados, com adição dos estados dos erros de *clock* de GPS.

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} \delta \dot{r}^e \\ \delta \dot{v}^e \\ \dot{\epsilon} \\ \delta \dot{b}_a \\ \delta \dot{b}_g \\ \dot{t} \\ \delta \dot{t} \end{bmatrix}}_x &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ N_{3 \times 3}^e & -2(\Omega_{ie}^e)_{3 \times 3} & -F_{3 \times 3}^e & (R_b^e)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -(\Omega_{ie}^e)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (R_b^e)_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (-1/\tau_a)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (-1/\tau_g)_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 1 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_F \underbrace{\begin{bmatrix} \delta r^e \\ \delta v^e \\ \epsilon \\ \delta b_a \\ \delta b_g \\ t \\ \delta t \end{bmatrix}}_x \\
&+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ (R_b^e)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & (R_b^e)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & c & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & c \end{bmatrix}}_G \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_a \\ \eta_g \\ \eta_{b_a} \\ \eta_{b_g} \\ \eta_t \\ \eta_{\delta t} \end{bmatrix}}_w
\end{aligned} \tag{7.21}$$

com a matriz de covariância do ruído:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} (q_a)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & (q_g)_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (q_{b_a})_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & (q_{b_g})_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & qt & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & q_{\delta t} \end{bmatrix} \tag{7.22}$$

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Capítulo 8

Projecto e Implementação

De forma a preencher os requisitos impostos e a implementar um sistema que obtenha os resultados pretendidos foi desenvolvida a arquitectura do sistema conforme apresentado na imagem 8.1.

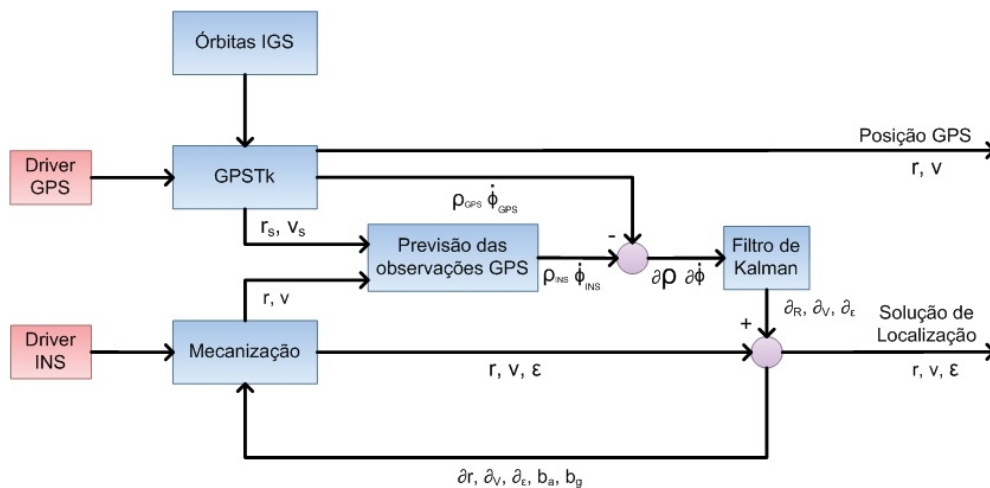


Figura 8.1: Arquitectura do sistema

8.1 Implementação GPSTk

Como referido no capítulo 4 o sinal recebido pelo receptor GPS está sujeito a diversos erros. Para mitigação destes erros, com acesso aos dados “brutos” de GPS foram utilizadas as bibliotecas de software do projecto GPSTk (*GPS Toolkit*).

O projecto GPSTk [53], é um projecto de código aberto inicialmente desenvolvido pelo ARL:UT (*Applied Research Laboratories of the University of Texas*), com o objectivo de

disponibilizar bibliotecas GNSS (*Global Navigation Satellite System*) para toda a comunidade que utiliza navegação por satélite, como instituições e investigadores, para fins comerciais ou não comerciais. Actualmente estas bibliotecas são mantidas por diversos contribuintes por todo o mundo [54], e actualizações constantes podem ser encontradas em [55].

O GPSTk é desenvolvido na linguagem de programação C++, disponibilizando várias classes de tratamento de dados, de onde se destacam ferramentas de manipulação de dados de observação do receptor e posições precisas das órbitas dos satélites em formato RINEX (*Receiver Independent Exchange Format*) e SP3 (*Standard Product 3 Orbit Format*) respectivamente, dados da antena em formato Antex (*Antenna Exchange Format*), conversões de referenciais temporais, detecção e correcção de perda de ciclos na fase, e modelos atmosféricos.

Estas bibliotecas funcionam para pós-processamento em PPP (*Precise Point Positioning*), o que permite erros de posição de poucos centímetros [56], incluindo também ferramentas para DGPS.

No bloco GPSTk (da figura 8.1) é efectuado todo o processamento e mitigação dos erros dos dados do receptor GPS. Neste bloco entra "raw data" proveniente do bloco drive GPS, e saem os valores de *pseudorange* e *Doppler* corrigidos para calculo do erro de entrada no filtro de Kalman, e as informações de posição e velocidade dos satélites. O núcleo de processamento, utilizando as bibliotecas do GPSTk é apresentado e explicado de seguida:

```
gRin >> requireObs >> linear1 >> markCSLI >> markCSMW
>> markArc >> decimateData >> basic >> eclipsedSV
>> grDelay >> svPcenter >> corr >> windup >> computeTropo
>> linear2 >> pcFilter >> phaseAlign >> linear3
>> baseChange >> cDOP >> pppSolver;
```

O operador ">>" é utilizado para demonstrar a forma como os dados fluem de um objecto para outro. Inicialmente os dados estão no objecto "gRin" que guarda para cada satélite visível informações do tipo do satélite (para o caso GPS), o código PRN do satélite, a época, e as medições de código e fase (P1, P2, L1 e L2).

RequireObservables - Verifica se existe P1, P2, L1 e L2 (que para o caso de um receptor com apenas uma frequência seria apenas C1 e L1). Onde P1 e P2 representam

a observação de código P (preciso) nas respectivas frequências ($L1 = 1575.42MHz$ e $L2 = 1227.60MHz$), e L1 e L2 representam as observações de fase nas duas frequências.

linear1 - calcula as combinações lineares PI, LI, LW e PW (a forma de cálculo destas combinações está apresentada em 4.1.5.1).

markCSLI - utilizando as combinações LI são detectados cycle slips. O algoritmo utilizado, pega num conjunto de samples (entre 5 a 12 por defeito) e controia um ajuste de curva de segunda ordem utilizando o método de ajustamento de LMS (*Least Mean Squares*). Depois, é calculado o bias de LI com respeito a este ajuste de curva, e o resultado é comparado com o valor de threshold de variação de tempo.

MWCSDetector - utilizando as combinações MW são detectados cycle slips. O algoritmo utiliza critérios como o intervalo de tempo máximo entre duas épocas sucessivas e o número de comprimentos de onda MW permitidos acima ou abaixo da combinação MW média.

markArc - Detecta cycle slips em L1 (observação de fase). Caso detecte um *cycle slip* num satélite este é marcado como instável (o que pode originar a não utilização deste na solução de posição).

decimateData - É utilizado para sincronizar os dados com os valores de órbitas IGS (a cada 15 minutos) com os valores observados do receptor (neste caso 0.1 segundos).

basic - tenta calcular os parâmetros do modelo básico como o *pseudorange*, o *delay* relativístico, a posição do satélite no tempo de transmissão, a elevação do satélite e o azimute, etc..

eclipsedSV - verifica se um satélite esteve em eclipse recentemente (o facto de o satélite ter estado invisível instantes antes provoca uma degradação da informação da órbita).

grDelay - calcula o delay no sinal causado pelas alterações no campo gravítico, quando o sinal viaja do satélite para o receptor (tipicamente entre 0.01 e 0.02 metros).

svPcenter - calcula as correcções à fase na antena do satélite, em metros.

corr - corrige as observações com dados de órbitas IGS, e dos efeitos das marés.

windup - calcula o efeito *wind-up* receptor-satélite correspondente, em radianos.

computeTropo - calcula os principais valores do modelo da troposfera correspondente, correcções devido às componentes “secas” e “húmidas” da troposfera. O modelo utilizado é baseado nas funções de mapeamento de Neill (para mais informações [57]).

linear2 - calcula as combinações lineares PC e LC.

pcFilter - verifica se combinação PC calculada possui valores aceitáveis, verifica se está dentro dos limites permitidos.

phaseAlign - verifica se ocorreu algum ciclo slip, e calcula o offset de fase de forma a ter a medida de fase próxima da medida de código correspondente.

linear3 - calcula as combinações lineares dos resíduos de PC e LC.

baseChange - é feita uma mudança de referencial para ENU (até o momento era utilizado o referencial ECEF), de forma a poderem ser calculados os valores de diluição da precisão.

cDOP - são calculados os valores de diluição da precisão (segundo o apresentado em 4.1.9)

pppSolver - é calculada a solução de posição recorrendo ao algoritmo do filtro de *Kalman* estendido (o algoritmo do filtro EKF é apresentado no capítulo 6).

O modelo da troposfera descrito no núcleo de processamento necessita do parâmetro de posição do receptor (para obter os respectivos parâmetros atmosféricos, como temperatura, humidade, etc.) para ser utilizado, então, é necessária uma inicialização de posição. A posição inicial é efectuada segundo o algoritmo RAIM (*Receiver Autonomous Integrity Monitoring*). De uma forma resumida, o que faz o algoritmo de RAIM é a comparação das soluções de todas as equações de navegação e se a diferença entre a solução e pelo menos duas equações ultrapassar um determinado valor, a integridade não pode ser garantida (uma descrição mais pormenorizada sobre o algoritmo RAIM podem ser encontrada em [58]). Este algoritmo permite identificar inconsistências nos dados recebidos, cedo o suficiente de forma a evitar a inclusão de dados errados na solução da equação de navegação.

8.2 Implementação Mecanização

O bloco de mecanização tal como apresentado na figura 5.1 e descrito na secção 5.1.1 é implementado em C. O algoritmo implementado está efectuada de forma a otimizar os cálculos efectuados, tirando partido das propriedades das matrizes utilizadas (por exemplo propriedades como matrizes simétricas, ou diagonais).

8.3 Implementação Filtro de Kalman

A implementação do bloco do filtro de Kalman (descrito no capítulo 6), é efectuada em C. Durante a fase de previsão, o estado embora possua uma dimensão elevada (17x17), é constante em todo o processo. Tal facto já não acontece na fase de actualização, a dimensão das matrizes varia com o número de satélites visíveis. Isto torna necessária a utilização das bibliotecas do projecto GSL (*GNU Scientific Library* [59]) na fase de inversão da matriz de co-variância da inovação (por exemplo no caso de estarem 4 satélites visíveis o tamanho da matriz a inverter será 8x8).

No update pode ser efectuada de uma forma sequencial ou em grupo. A forma sequencial implica efectuar o update para cada satélite independentemente o que leva a uma diminuição das dimensões das matrizes e implicitamente uma diminuição da matriz a inverter.

8.4 Órbitas precisas IGS

Os ficheiros de órbitas precisas estão disponíveis a cada quatro horas por dias, após este tempo as informações começam a degradar-se. Daí torna-se necessário a cada quatro horas ter forma de aceder a estas informações, logo é necessário ter periodicamente contacto com uma estação de terra que permita obter este tipo de informações.

8.5 Considerações de funcionamento em tempo real

O bloco descrito como driver GPS da imagem 8.1 é responsável por fazer a leitura do receptor GPS, segundo o protocolo de comunicações indicado (para o caso do receptor utilizado poder ser série ou *ethernet*), e transformar os dados de forma a serem utilizáveis pelo bloco GPSTk. O bloco driver GPS, depende do receptor utilizado e tem um *thread* a funcionar à taxa respectiva. O bloco driver INS faz de forma similar a leitura do sensor (que também depende do sensor utilizado) e tem um *thread* responsável por essa leitura.

Os *threads* do driver GPS e driver INS funcionam a taxas diferentes, daí na implementação, surgirem questão de sincronismo de dados. Neste caso dado que o sistema INS funciona a uma frequência muito mais elevada do que o sistema GPS, o filtro de Kalman vai funcionar apenas com a parte de previsão durante os períodos de falta de medidas de GPS, quando chega uma medição de GPS é efectuada o update. No entanto devido

à latência entre a recepção do sinal do satélite, e à utilização dos dados após serem processados, o update pode ser efectuado fora do instante de tempo correcto. Assim surge a necessidade de guardar uma sequência de informação de dados do INS de forma a poder fazer a actualização no instante correcto. No entanto é necessário definir um tempo máximo de espera, no caso em que este tempo seja ultrapassado a medição de GPS deixa de ser utilizada.

8.6 Implementação Física

Para a execução da integração destes dois sensores foi utilizada a arquitectura de integração *Tightly Coupled*, como apresentado no capítulo 7. De seguida são apresentados os sensores utilizados e as suas características mais importantes.

Na implementação deste trabalho foi utilizado um receptor GPS da *Septentrio* o modelo *PolaRx2e* (figura 8.2), trata-se de um receptor com 48 canais, com recepção de dupla frequência e com uma frequência de saída de dados até $10Hz$. Mais informações sobre este receptor podem ser encontradas em [60].



Figura 8.2: Septentrio PolaRx2e

O sistema inercial utilizado é da *iMar*, o modelo *iNAV-FMS-E* (figura 8.3), trata-se de um INS baseado em giroscópios de fibra-óptica, com um bias nos giroscópios de $0.75^\circ/h$ e nos acelerómetros de $2mg$, com factor de escala de 0.03% nos giroscópios e 0.05% nos acelerómetros, e com uma frequência de saída de dados até $400Hz$. Mais informações sobre este receptor podem ser encontradas em [61].



Figura 8.3: iMAR iNAV-FMS-E

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Capítulo 9

Validação e Resultados

No sentido de concluir a arquitectura de integração *Tightly coupled* como apresentado no capítulo 7 e na arquitectura (figura 8.1) do sistema. Neste capítulo são apresentados alguns passos intermédios de validação de sub-blocos do sistema, e os resultados finais desta dissertação.

9.1 Validação do GPS

Para validação dos resultados foi efectuada uma recolha de dados do receptor estático, durante cerca de três horas, num ambiente estruturado, onde existe um grande possibilidade de ocorrência de multi-caminhos. Este efeito produz resultados com maior erro, no entanto este teste torna-se mais realista para as situações que serão encontradas pelos veículos em funcionamento em ambientes estruturados.

Os resultados de posição de GPS no referencial ECEF estão demonstrados nas figuras 9.1, 9.2 e 9.3.

Nas imagens 9.1, 9.2 e 9.3 estão apresentados os resultados de erro em posição no referencial ECEF em função do tempo (segundos do dia do ano). A verde estão representados os valores de posição disponibilizados pelo receptor GPS, e a azul estão representados os dados de posição calculados com a utilização os dados de posição do satélite com as órbitas ultra-rápidas.

Os dados de GPS apresentados são obtidos em tempo real.

Os resultados de posição podem ser obtidos em pós-processamento com valores das posições dos satélites com orbitas rápidas e precisas. Na imagem ?? serão apresentados de

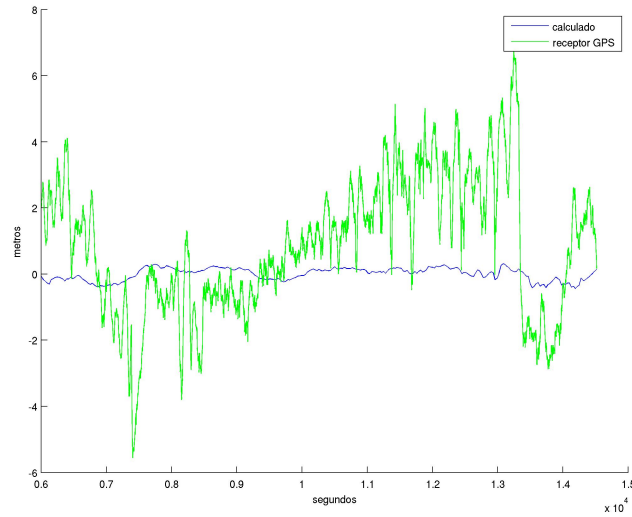


Figura 9.1: Posição fixa obtida pelo receptor e calculadas, Posição em X

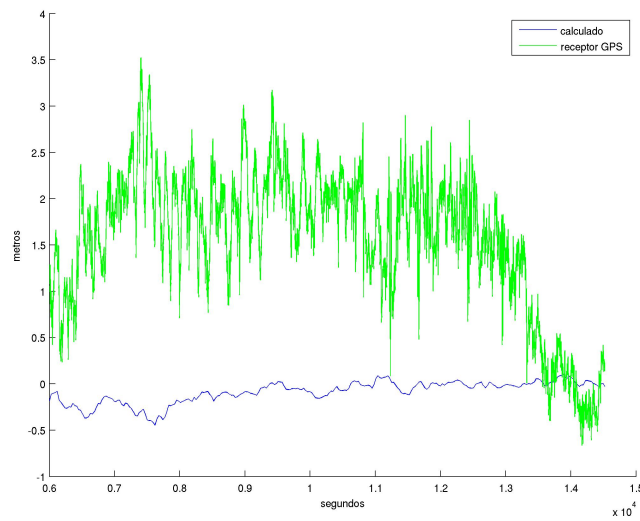


Figura 9.2: Posição fixa obtida pelo receptor e calculadas, Posição em Y

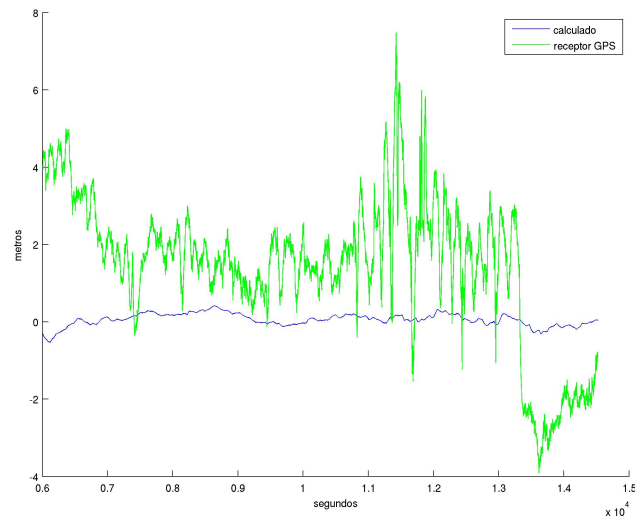


Figura 9.3: Posição fixa obtida pelo receptor e calculadas, Posição em Z

comparação da posição recorrendo à utilização de órbitas precisas, rápidas e ultra-rápidas.

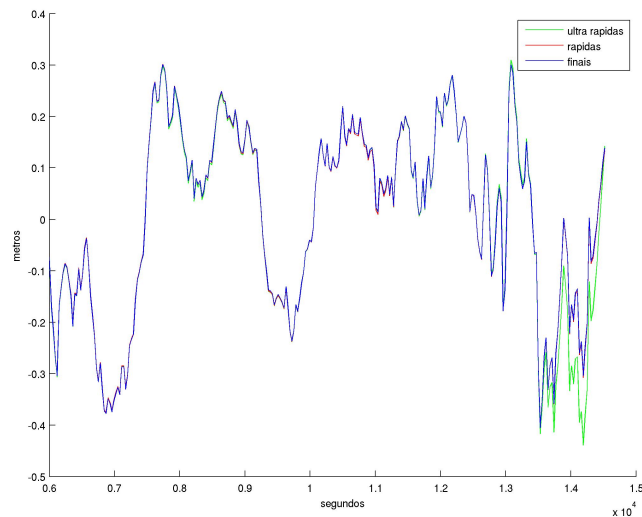


Figura 9.4: Posição obtida com orbitas precisas, rápidas e ultra-rápidas, Posição em X

Como se pode observar nas imagens 9.4, 9.5 e 9.6 podemos observar que os resultados recorrendo aos diferentes tipos de órbitas não produzem diferenças significantes, devendo-se isto principalmente aos efeitos de multi-caminho, a que o sinal recebido pelo receptor GPS esta sujeito.

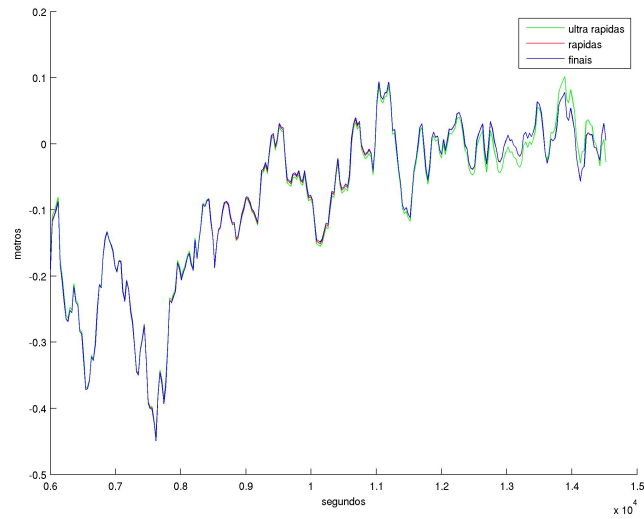


Figura 9.5: Posição obtida com órbitas precisas, rápidas e ultra-rápidas, Posição em Y

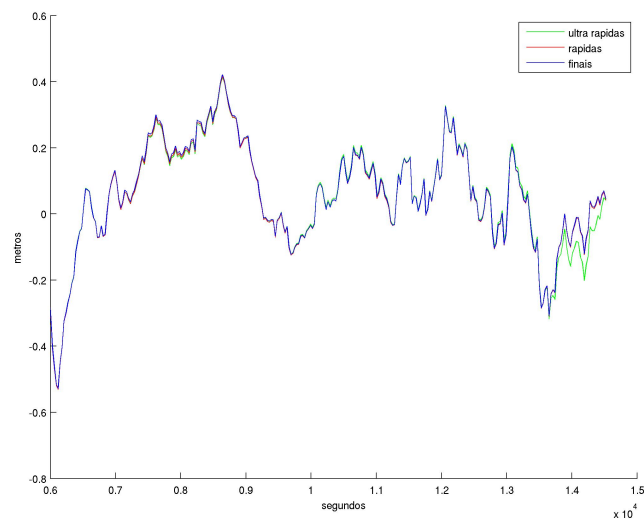


Figura 9.6: Posição obtida com órbitas precisas, rápidas e ultra-rápidas, Posição em Z

9.2 Validação da Mecanização do IMU

Para a obtenção de dados de navegação do sistema inercial, são lidos os valores dos sensores individuais (acelerómetros e giroscópios) do sistema inercial e é efectuado o processamento dos dados de forma a obter dados de posição, velocidade e atitude (mecanização), como referido no capítulo 5.

O sistema inercial fornece dados de cada sensor sem nenhum tipo de processamento (*raw data*), dados com correcções de efeitos da gravidade e rotação da terra, e dados de *roll*, *pitch* e *yaw* já processados, para referir apenas os mais importantes.

Os dados apresentados nas figuras 9.7,9.8 ,9.9, 9.11,9.13 e 9.13 apresentam a comparação entre o bloco de mecanização implementado e os dados fornecidos pelo sistema inercial, nos dados calculados são utilizados dados de giroscópios com correcções do efeito de rotação da terra e os dados dos acelerómetros com correcções devido ao efeito da gravidade. Os dados para obtenção das figuras 9.7,9.8 e 9.9 foram recolhidos com os sensores estáticos, e no caso das figuras 9.11,9.13 e 9.13 com movimento.

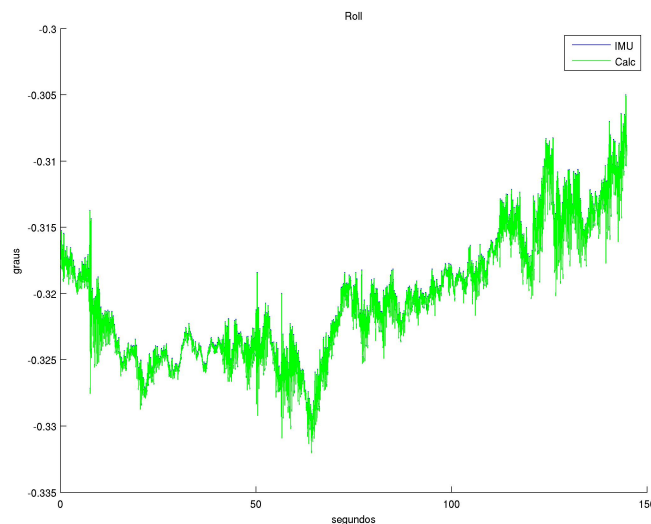


Figura 9.7: Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor estático, *Roll*

Como pode ser visível nas imagens 9.10 e 9.14 os resultados obtidos pelo sensor e os resultados calculados são muito semelhantes, a pequena diferença existente deve-se a questões numéricas. Tanto em modo estático como em movimento o processo de mecanização encontra-se validado.

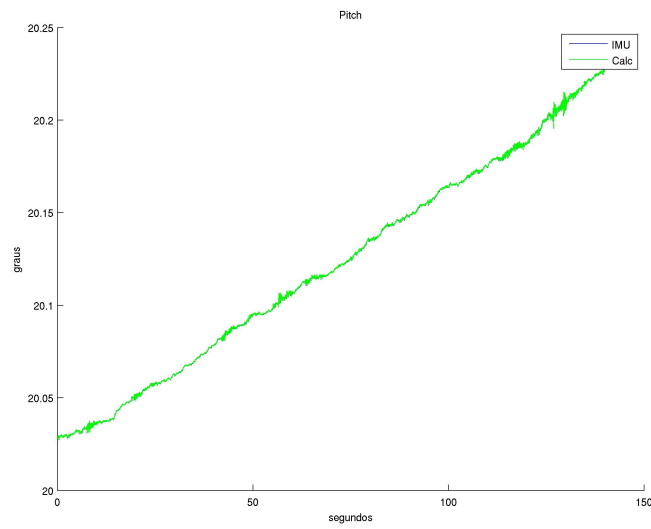


Figura 9.8: Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor estático, *Pitch*

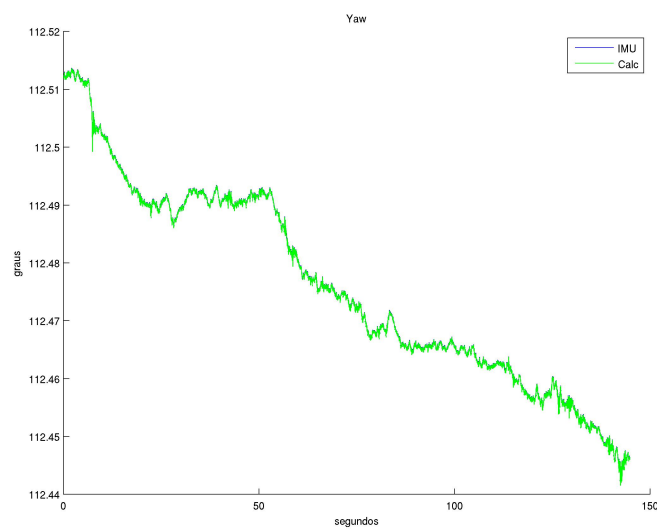


Figura 9.9: Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor estático, *Yaw*

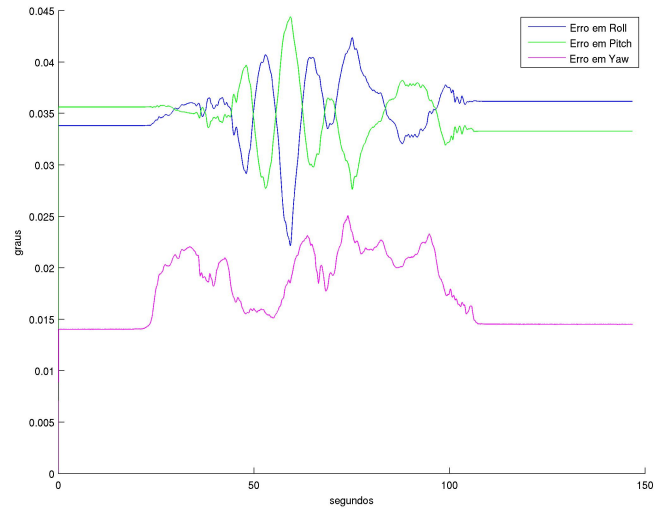


Figura 9.10: Erro na mecanização efectuada para dados com correcções, sensor estático

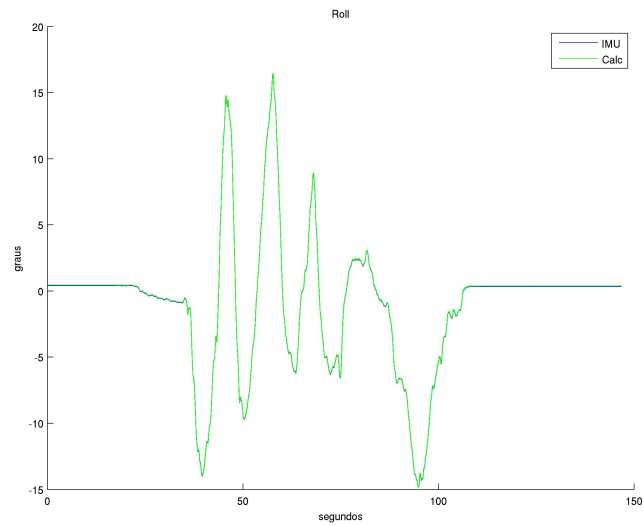


Figura 9.11: Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor em movimento, *Roll*

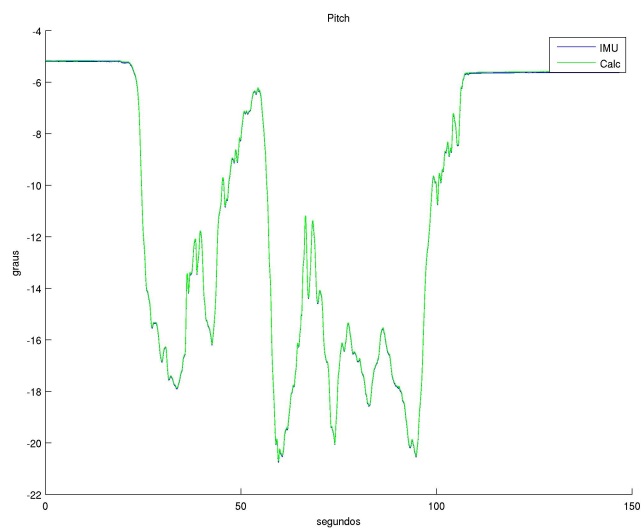


Figura 9.12: Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor em movimento, *Pitch*

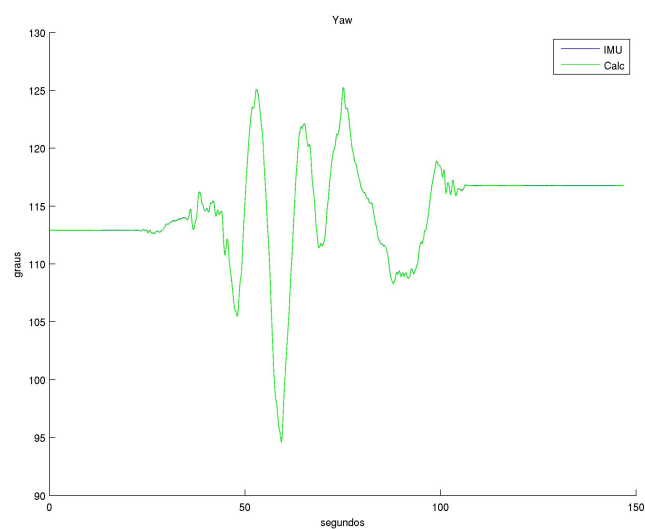


Figura 9.13: Mecanização efectuada para dados com correcções, sensor em movimento, *Yaw*

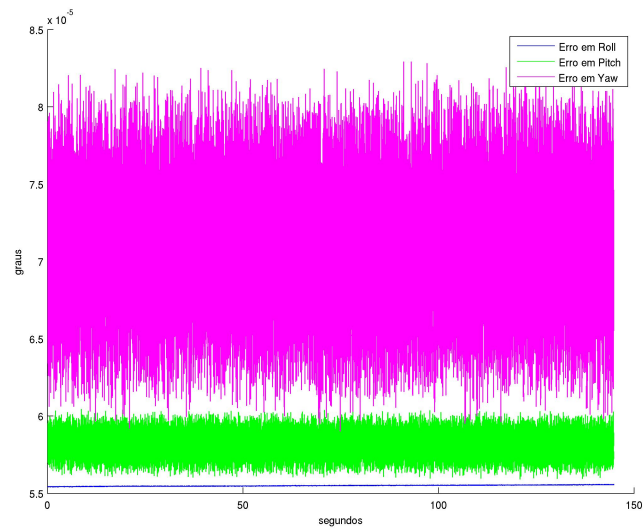


Figura 9.14: Erro na mecanização efectuada para dados com correções, sensor em movimento

No entanto a mecanização implementada permite a utilização de dados dos sensores sem qualquer tipo de pré-processamento, desta forma as figuras 9.15, 9.16 e 9.17 apresenta a mecanização com utilização de *raw data* comparativamente com os fornecidos pelo sistema inercial.

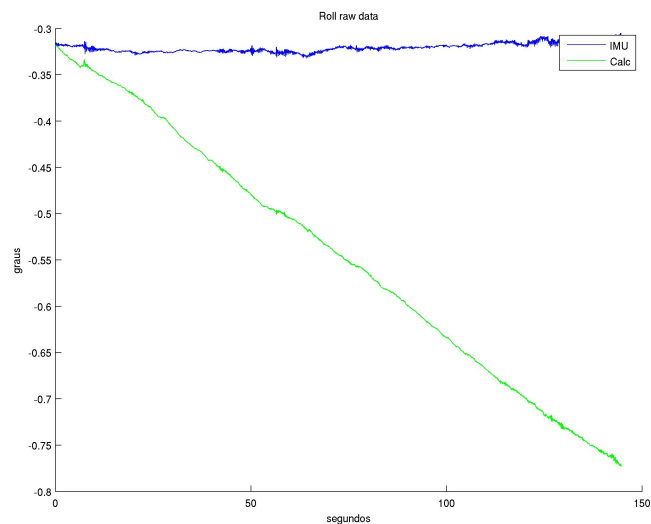


Figura 9.15: Mecanização efectuada para dados sem correções, sensor estático, *Roll*

Nas figuras 9.15, 9.16 e 9.17 podem ser observados algumas diferenças entre os valores obtidos pelo sistema inercial e os calculados. A diferença apresentada deve-se aos erros

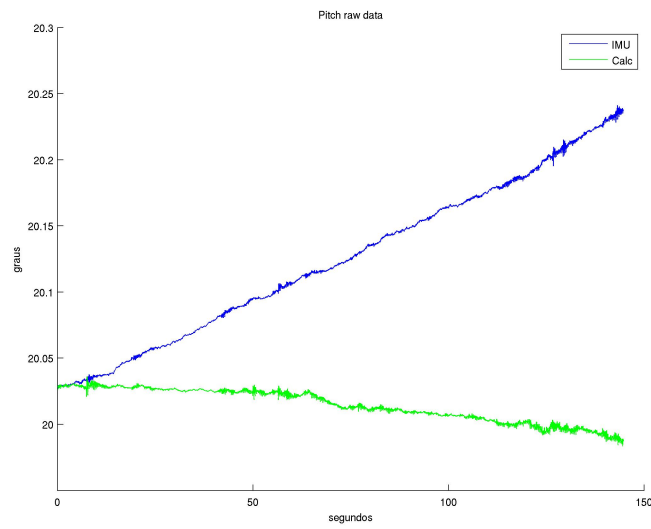


Figura 9.16: Mecanização efectuada para dados sem correcções, sensor estático, *Pitch*

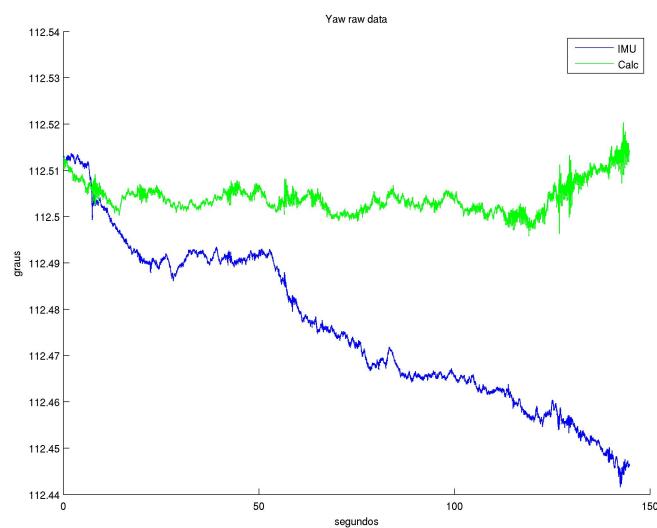


Figura 9.17: Mecanização efectuada para dados sem correcções, sensor estático, *Yaw*

inerentes aos dados dos giroscópios e dos acelerómetros, neste caso o mais evidente é o bias *drift*. A mitigação destes erros é posteriormente efectuada recorrendo a um filtro de *Kalman*, o filtro de integração GPS/INS.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Capítulo 10

Conclusões e Trabalho Futuro

O trabalho efectuado abordou o desenvolvimento de um sistema de navegação para um veículo autónomo terrestre que integre informação de GPS e INS e que apresente bons níveis de exactidão em termos de posicionamento global quer em situações de oclusões de satélites quer de falhas de comunicação com possíveis estações de controlo

Para este fim foi efectuado um levantamento do tipo de sensores utilizados e da forma como estes sensores são combinados para obtenção de soluções de posição e atitude bem como de estratégias de integração existentes de GPS e INS.

Os requisitos impostos de exactidão bem como os de não disponibilidade permanente de comunicações motivaram a exploração da utilização de órbitas precisas por forma a aumentar a exactidão em funcionamento *stand-alone* (sem comunicações com a estação de controlo). Por outro lado os requisitos de operação em cenários com má visibilidade de satélites, onde os receptores GPS podem não ter informação de um número de satélites mínimos para determinar uma posição, motivam uma estratégia de integração GPS/INS onde sejam utilizadas as medidas de *pseudorange* e *Doppler* a cada satélite directamente na estimação do estado do veículo (em alternativa à posição e velocidade calculadas pelo GPS).

Estas duas motivações levaram à escolha de uma arquitectura de integração GPS/INS *Tightly Coupled*, com utilização de órbitas precisas.

Do nosso conhecimento do estado da arte esta foi a primeira vez que foram utilizadas órbitas precisas na integração *Tightly Coupled* em tempo real.

Para implementação da arquitectura *Tightly Coupled* como demonstrado na figura 7.1 foi necessário dividir o problema em vários blocos, de forma a tornar possível a validação

total do sistema. Para isso o problema foi dividido na implementação do bloco GPS, do bloco de mecanização do IMU, e do filtro EKF.

Na implementação do bloco GPS surge a necessidade de aceder aos dados de *pseudo-range* e *Doppler* (dados partilhados do GPS para o INS), desta forma é necessário corrigir as medições do receptor GPS de forma a melhorar a qualidade das informações obtidas. Para este efeito são utilizadas as bibliotecas do projecto GPSTk para desenvolver o bloco de processamento GPS, onde é efectuada a mitigação dos erros na atmosfera (ionosfera e troposfera), e onde são escolhidos os satélites de acordo com a sua elevação e geometria entre eles, de forma a diminuir os erros devido a multi-caminhos e diluição da precisão. Os erros devido a posição dos satélites e do *clock* do satélite são diminuídos recorrendo à utilização de ficheiros de órbitas precisa dos satélites.

Para a obtenção de resultados de GPS em tempo real foram utilizadas as órbitas ultra-rápidas, onde foi conseguido um erro inferior a 20cm na posição. Para validação e comparação em pós-processamento foram utilizadas as órbitas rápidas e finais. Os resultados entre os diferentes tipos de ficheiros de órbitas demonstram valores muito semelhantes. Isto deve-se ao dados terem sido retirados num ambiente onde erros por multi-caminho são abundantes.

Outro teste de validação foi a comparação com a posição fornecida pelo receptor GPS (L1 e L2), onde foi verificado que a solução de posição calculada possui menor erro do que a fornecida pelo receptor GPS.

A mecanização do IMU é o processo que permite a conversão dos dados dos sensores do INS (acelerómetros e giroscópios) em informações de posição, velocidade e atitude. Esta foi implementada conforme demonstrado na figura 5.1.

Para validação deste bloco foi efectuada a recolha de dados de um INS de alta precisão. Numa primeira fase o algoritmo foi validado utilizando dados dos acelerómetros e dos giroscópios corrigidos, pela aceleração da gravidade e pela rotação da terra respectivamente, e os resultados de atitude (*roll*, *pitch*, *yaw*) são comparados com os resultados fornecidos pelo INS. Neste teste, foi possível validar este bloco tanto em modo estático como em movimento.

Para validar os sub-blocos de compensação do efeito da gravidade e de rotação da terra, foram utilizados os dados “brutos” de acelerómetro e giroscópio e os resultados de atitude obtidos são comparados com os resultados fornecidos pelo INS. Os desvios verificados

nos resultados da mecanização, devem-se à integração de vários erros, nomeadamente desalinhamentos, *bias* nas medidas dos sensores e efeito da temperatura. No entanto, os erros mais significativos, como os erros de *bias* são estimados posteriormente no filtro de *Kalman*.

O filtro EKF foi implementado sobre os erros do sistema, com nove erros de navegação (posição, velocidade e atitude), seis erros dos sensores do INS (erros no *bias* dos giroscópios e dos acelerómetros) e dois do *clock* do GPS.

Os dados estimados dos *bias* dos sensores são enviados para o modelo de mecanização, onde é efectuada a sua correcção.

Em termos de trabalho futuro prespectiva-se realização de testes extensivos de validação em cenário operacional (integrado no veículo e em operação) permitindo a avaliação de desempenho bem como análise de custo computacional no sistema de processamento de bordo em simultâneo com as restantes tarefas de controlo, missão, comunicações, processamento sensorial, etc. Bem como análises comparativas de desempenho do sistema com diferentes sensores nomeadamente utilizando INS de baixo custo e tendo o sistema apresentado neste trabalho como referência.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Referências

- [1] L. Feng J. Borenstein, H.R. Everett and D. Wehe. Mobile Robot Positioning & Sensors and Techniques. *Journal of Robotic Systems, Special Issue on Mobile Robots*, 14:231–249, 1997.
- [2] Hugh Durrant-Whyte. A Critical Review of the State-of-the-Art in Autonomous Land Vehicle Systems and Technology. Technical report, Sandia National Laboratories, 2001.
- [3] <http://www.elrob.org/>, Julho 2009.
- [4] Sascha Kolski, Dave Ferguson, Cyrill Stachnis, and Roland Siegwart. Autonomous Driving in Dynamic Environments. *Workshop on Safe Navigation in Open and Dynamic Environments at the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006.
- [5] Pierre Lamon, Sascha Kolski, and Roland Siegwart. The SmartTer - a Vehicle for Fully Autonomous Navigation and Mapping in Outdoor Environments. *CLAWAR*, 2006.
- [6] <http://www.rts.uni-hannover.de/>, Julho 2009.
- [7] <http://www.darpa.mil/grandchallenge/index.asp>, Julho 2009.
- [8] Sebastian Thrun, Michael Montemerlo, Hendrik Dahlkamp, David Stavens, Andrei Aron, James Diebel, Philip Fong, John Gale, Morgan Halpenny, Gabriel Hoffmann, Kenny Lau, Celia Oakley, Mark Palatucci, Vaughan Pratt, Pascal Stang, Sven Strohband, Cedric Dupont, Lars-Erik Jendrossek, Christian Koelen, Charles Markey, Carlo Rummel, Joe van Niekerk, Eric Jensen, Philippe Alessandrini, Gary Bradski, Bob Davies, Scott Ettinger, Adrian Kaehler, Ara Nefian, and Pamela Mahoney. Stanley: The Robot that Won the DARPA Grand Challenge. *Journal of Field Robotics*, 23(1):661–692, June 2006.
- [9] B. Hamner, S. Scherer, and S. Singh. Learning to Drive Among Obstacles. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2663 – 2669, 2006.
- [10] Bradley Hamner, Sanjiv Singh, Stephan Roth, and Takeshi Takahashi. An efficient system for combined route traversal and collision avoidance. *Autonomous Robots*, 24:365–385, 2008.
- [11] T.H. Tran, M.T. Nguyen, N.M. Kwok, Q.P. Ha, and G. Fang. Sliding Mode-PID Approach for Robust Low-level Control of a UGV. *Automation Science and Engineering, 2006. CASE '06. IEEE International Conference on*, pages 672–677, 2006.

- [12] Q. P. Ha, T. H. Tran, S. Scheduling, G. Dissanayake, and H. F. Durrant-Whyte. Control Issues of an Autonomous Vehicle. *22nd International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, 2005.
- [13] Rommel E. Mandapat. Development and evaluation of positioning systems for autonomous vehicle navigation. Master's thesis, University of Florida, 2001.
- [14] Chad Karl Tobler. Development of an Autonomous Navigation Technology Test Vehicle. Master's thesis, University of Florida, 2004.
- [15] David H. Titterton and John L. Weston. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. The Institution of Electrical Engineers, second edition, 2004.
- [16] Andreas Wieser, Demoz Gebre Egziabher, Gerard Lachapelle, and Mark Petovello. Weighting GNSS Observations and Variations of GNSS/INS Integration. *Inside GNSS*, pages 26–33, 2007.
- [17] Enrico Del Re. *Satellite communications and navigation systems*. Springer, 2008.
- [18] Roberto Sabatini and Giovanni B. Palmerini. Differential Global Positioning System (DGPS) for Flight Testing. *Flight Test Instrumentation Series*, 21, 2008.
- [19] Michael Cramer. GPS/INS Integration. *Photogrammetric Week*, 1997.
- [20] Yanrui Geng, Anthony Cole, Andrew Dempster, Chris Rizos, and Jinling Wang. Developing a Low-cost MEMS IMU/DGPS Integrated System for Robust Machine Automation. *20th Int. Tech. Meeting of the Satellite Division of the U.S. Inst. of Navigation*, 2007.
- [21] J-H. Wang and Y. Gao. The Aiding of MEMS INS/GPS Integration Using Artificial Intelligence for Land Vehicle Navigation. *IAENG International Journal of Computer Science*, 2007.
- [22] B. Leach, J. Dillon, and R. Rahbari. Operational Experience with Optimal Integration of Low Cost Inertial Sensors and GPS for Flight Test Requirements. *Canadian Aeronautics and Space Journal*, 49:41–54, 2003.
- [23] Z. Syed, P. Aggarwal, Y. Yang, and N. El-Sheimy. Improved Vehicle Navigation Using Aiding with Tightly Coupled Integration. *Vehicular Technology Conference, 2008. VTC Spring 2008. IEEE*, pages 3077–3081, 2008.
- [24] Kevin J Walchko and Paul A. C. Mason. Inertial Navigation. *Conference on Recent Advances in Robotics*, 2002.
- [25] Wei Wang, Zong yu Liu, and Rong rong Xie. Quadratic extended Kalman filter approach for GPS/INS integration. *Aerospace science and technology*, 10:709–713, 2006.
- [26] Wang Jin-ling, H.K.Lee, and C.Rizos. GPS/INS Integration: A Performance Sensitivity Analysis. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, 8:508–516, 2003.
- [27] Mohamed Mostafa Joe, Joe Hutton, Blake Reid, and Richmond Hill. GPS/IMU products - the Applanix approach. 2001.

- [28] Piotr Kaniewski. Aircraft Positioning with INS/GNSS Integrated System. *Molecular and Quantum Acoustics*, 27, 2006.
- [29] Michael George and Salah Sukkarieh. Tightly Coupled INS/GPS with Bias Estimation for UAV Applications. *GPS Solutions*, 13:1521–1886, 2009.
- [30] S. Roth and S. Singh. Application of Robust, High-Accuracy Positioning for Autonomous Ground Vehicles. 2005.
- [31] M. G. Petovello, M. E. Cannon, and G. Lachapelle. Benefits of Using a Tactical-Grade IMU for High-Accuracy Positioning. *Navigation ISSN*, 51:1–12, 2004.
- [32] Di Li and Jinling Wang. Kalman Filter Design Strategies for Code Tracking Loop in Ultra-Tight GPS/INS/PL Integration. 2005.
- [33] S. Moafipoor, D. A. grejner Brzezinska, and C. K. Toth. Tightly coupled GPS/INS integration based on GPS carrier phase velocity update. 2004.
- [34] C. Cappelle, D. Pomorski, , and Y. Yang. GPS/INS Data Fusion for Land Vehicle Localization. *Computational Engineering in Systems Applications, IMACS Multiconference on*, 1:21–27, 2006.
- [35] Gerard Lachapelle, Mark Petovello, Paul Groves, and Yong Li. MEMS and Platform Orientation & Deep Integration of GNSS/Inertial Systems. *InsideGNSS*, pages 22–37, 2008.
- [36] H. Lichtenegger B. Hofmann-Wellenhof and J. Collins. *GPS Theory and Practice*. Springer, fifth edition, 1992.
- [37] Guochang Xu. *GPS Theory, Algorithms and Applications*. Springer, second edition, 2007.
- [38] <http://www.igs.org/>, Julho 2009.
- [39] Mark G. Petovello. *Real-Time Integration of a Tactical-Grade IMU and GPS for High-Accuracy Positioning and Navigation*. PhD thesis, University of Calgary, 2003.
- [40] Jan Skaloud. *Optimizing Georeferencing of Airborne Survey Systems by INS/GPS*. PhD thesis, University of Calgary, 1999.
- [41] S. Nassar. *Improving the inertial navigation system error model for INS and INS/DGPS applications*. PhD thesis, University of Calgary, 2003.
- [42] N. El Sheimy, H. Hou, and X. Niu. Analysis and Modelling of Inertial Sensors Using Allan Variance. *IEEE Trans Instr Meas*, 57:140–149, 2008.
- [43] Niklas Hjortsmarker. Experimental Systems for Validating GPS/INS Integration Algorithms. Master’s thesis, Lulea University of Technology, 2005.
- [44] Songlai Han, Jinling Wang, and Nathan Knight. Using Allan variance to determine the calibration model of inertial sensors for GPS/INS integration. *sixth International Symposium on Mobile Mapping Technology*, 2009.

- [45] Xin Zhang, Yong Li, Peter Mumford, and Chris Rizos. Allan Variance Analysis on Error Characters of MEMS Inertial Sensors for an FPGA-based GPS/INS System. *International Symposium on GPS/GNSS*, 2008.
- [46] N. El-Sheimy, Hou Haiying, and Niu Xiaoji. Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 57:140–149, 2008.
- [47] IEEE. Standard for Inertial Sensor Terminology. *IEEE*, IS 528, 2001.
- [48] Mohinder S. Grewal and Angus P. Andrews. *Kalman Filtering: Theory and Practice*. Wiley, second edition, 2007.
- [49] Eun-Hwan Shin. *Estimation Techniques for Low-cost Inertial Navigation*. PhD thesis, University of Calgary, 2005.
- [50] Christopher Jekeli. *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*. Walter de Gruyter, 2000.
- [51] Mohinder S. Grewal, Lawrence R. Weill, and Angus P. Andrews. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. Wiley, second edition, 2005.
- [52] Robert M. Rogers. *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., second edition, 2003.
- [53] Brian Tolman, R. Benjamin Harris, Tom Gaussiran, David Munton, Jon Little, Richard Mach, Scot Nelsen, and Brent Renfro. The GPS Toolkit: Open Source GPS Software. September 2004.
- [54] D. Salazar, J. Sanz-Subirana, and M. Hernandez-Pajares. Phase-based GNSS data processing (PPP) with the GPSTk. *8th Geomatic Week*, 2009.
- [55] <http://www.gpstk.org>, Julho 2009.
- [56] D. Salazar, M. Hernandez-Pajares, J.M. Juan, and J. Sanz. High Accuracy Positioning Using Carrier-phases with the Open Source GPSTk Software. *ESA Workshop on Satellite Navigation User Equipment Technologies*, 4, 2008.
- [57] A.E. Niell. Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay of Radio Wavelengths. *Journal of Geophysical Research*, 101:3227–3246, 1996.
- [58] R. G. Brown. A Baseline RAIM Scheme and a Note on the Equivalence of Three RAIM Methods. *Navigation: Journal of The Institute of Navigation*, 3:301–316, 1992.
- [59] <http://www.gnu.org/software/gsl/>, Julho 2009.
- [60] <http://www.septentrio.com/products/receivers/polarx2eat>, Julho 2009.
- [61] <http://www.imar-navigation.de/imar.htm>, Julho 2009.

Anexo A

Conversão entre ECEF e WGS84

$$\phi = \text{atan} \left(\frac{Z + e^2 \cdot b \cdot \sin^3(\theta)}{p - e^2 \cdot a \cdot \sin^3(\theta)} \right)$$

$$\lambda = \text{atan2}(Y, X)$$

$$h = \frac{p}{\cos(\phi)} - N(\phi)$$

onde:

ϕ, λ, h representam a latitude, longitude e altura, respectivamente.

X, Y, Z representam as coordenadas cartesianas no referencial ECEF, e:

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\theta = \text{atan} \left(\frac{Z \cdot a}{p \cdot b} \right)$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$N(\phi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2(\phi)}},$$

a representa o semi-eixo maior da terra (raio da elipsóide equatorial)

b representa o semi-eixo menor da terra (raio da elipsóide polar)

$$f = \frac{a - b}{a}$$

$e^2 = 2 \cdot f - f^2$, representa a excentricidade ao quadrado.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

Anexo B

Quaterniões

Um número complexo possui dois parâmetros $(a_1 \text{ e } a_2) \in \mathfrak{R}^2$ e é expresso como

$$z = a_1 + ia_2$$

onde $i^2 = -1$. O número complexo \mathbf{z} é uma combinação linear real de base 1 e \mathbf{i} . Os números complexos são uma forma conveniente para expressar as rotações de vectores num espaço bidimensional.

O quaternião tem quatro parâmetros $b = (b_1, b_2, b_3, b_4) \in \mathfrak{R}^4$ e é representado por um número complexo generalizado (de quatro partes) por

$$b = b_1 + b_2i + b_3j + b_4k \quad (\text{B.1})$$

Onde $1, i, j, k$ são a base do quaternião. O símbolo \circ é utilizado para representar o produto entre quaterniões. O resultado do produto de dois quaterniões é um terceiro quaternião. O produto de quaterniões tem as seguintes propriedades

$$\begin{aligned} i \circ i &= -1, & i \circ j &= k, & i \circ k &= -j, \\ j \circ j &= -1, & j \circ k &= i, & j \circ i &= -k, \\ k \circ k &= -1, & k \circ i &= j, & k \circ j &= -i. \end{aligned}$$

o conjugado de b é

$$\bar{b} = b_1 - b_2i - b_3j - b_4k \quad (\text{B.2})$$

Adição ou subtracção de quaterniões é definida como adição ou subtracção dos elementos correspondentes dos quaterniões. Pela propriedade distributiva da multiplicação das propriedades demonstradas anteriormente, o produto dos quaterniões b e c é

$$\begin{aligned} b \circ c &= (b_1c_1 - b_2c_2 - b_3c_3 - b_4c_4) + (b_1c_2 + b_2c_1 + b_3c_4 - b_4c_3)i \\ &\quad + (b_1c_3 - b_2c_4 + b_4c_2 + b_3c_1)j + (b_1c_4 + b_2c_3 - b_3c_2b_4c_1)k \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} b_1 & -b_2 & -b_3 & -b_4 \\ b_2 & b_1 & -b_4 & b_3 \\ b_3 & b_4 & b_1 & -b_2 \\ b_4 & -b_3 & b_2 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$= \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 & -c_3 & -c_4 \\ c_2 & c_1 & c_4 & -c_3 \\ c_3 & -c_4 & c_1 & c_2 \\ c_4 & c_3 & -c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

É importante referir que a multiplicação de quaterniões não é comutativa: $a \circ (b \circ c)$; mas sim associativa $(a \circ b) \circ c$. A norma de um quaternião é

$$\|b\| = b \circ \bar{b} = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + b_4^2 \quad (\text{B.5})$$

A inversa do quaternião b é

$$b^{-1} = \frac{\bar{b}}{\|b\|}$$

O quaternião b pode também ser expresso de forma vectorial

$$b = b_1 + \bar{b} \quad (\text{B.6})$$

onde $\bar{b} = [b_2, b_3, b_4]^T$. A forma vectorial permite uma representação mais compacta das operações dos quaterniões. Por exemplo, o quaternião conjugado é

$$\bar{b} = b_1 - \vec{b}$$

O produto de quaterniões é escrito como

$$b \circ c = b_1 c_1 - \vec{b} \cdot \vec{c} + b_1 \vec{c} + c_1 \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} \quad (\text{B.7})$$

o quaternião b é representado na forma matricial como

$$Q_b = \begin{bmatrix} b_1 & -\vec{b}^T \\ \vec{b} & (b_1 I + [\vec{b} \times]) \end{bmatrix} \quad e \quad \bar{Q}_b = \begin{bmatrix} b_1 & -\vec{b}^T \\ \vec{b} & (b_1 I + [\vec{b} \times]) \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Onde $B_{\bar{b}} = Q_b^T$ e $\bar{Q}_{\bar{b}} = \bar{Q}_b^T$. Utilizando as matrizes Q_b e \bar{Q}_b , o produto dos quaterniões é expresso como

$$b \circ c = Q_b c \quad (\text{B.9})$$

$$= \bar{Q}_c b \quad (\text{B.10})$$

que é a mesma matriz escrita na forma de componentes nas equações [B.3](#) e [B.4](#)

B.1 Rotações

Sendo o referencial a alinhado com o referencial b , aplicando ao referencial a uma rotação ζ em torno do vector unidade E , o quaternião b que representa a rotação do referencial a para o referencial b é

$$b = \begin{bmatrix} \cos(\zeta/2) \\ E \sin(\zeta/2) \end{bmatrix}$$

Note-se que b possui a propriedade de normalização $b = 1$. Contudo, para a representação da rotação, o quaterniões b possui apenas três graus de liberdade. Sendo $x = R_a^b v$ onde v é representado em coordenadas no referencial a e z é a representação de v em coordenadas no referencial b . Cada vector pode ser expresso na forma de quaterniões como

$$q_v = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} \quad e \quad q_z = \begin{bmatrix} 0 \\ z \end{bmatrix}$$

Utilizando quaterniões, a transformação da quantidade do vector v do referencial a para o referencial b é

$$q_z = b \circ q_v \circ b^{-1} = b \circ q_v \circ \bar{b} \quad (\text{B.11})$$

que é escrita utilizando a equação B.10

$$\begin{aligned} q_z &= Q_b \bar{Q}_{\bar{b}} q_v & (\text{B.12}) \\ &= \begin{bmatrix} b_1 & -b_2 & -b_3 & -b_4 \\ b_2 & b_1 & -b_4 & b_3 \\ b_3 & b_4 & b_1 & -b_2 \\ b_4 & -b_3 & b_2 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ -b_2 & b_1 & -b_4 & b_3 \\ -b_3 & b_4 & b_1 & -b_2 \\ -b_4 & -b_3 & b_2 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} \end{aligned}$$

A matrix produto $Q_b \bar{Q}_{\bar{b}}$ é

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1^2 + b_2^2 - b_3^2 - b_4^2 & 2(b_2 b_3 - b_1 b_4) & 2(b_1 b_3 + b_2 b_4) \\ 0 & 2(b_2 b_3 + b_1 b_4) & b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 & 2(-b_1 b_2 + b_3 b_4) \\ 0 & 2(-b_1 b_3 + b_2 b_4) & 2(b_1 b_2 + b_3 b_4) & b_1^2 - b_2^2 - b_3^2 + b_4^2 \end{bmatrix}$$

Com a matriz de rotação desejada sendo a submatriz de dimensão 3×3 . Com base na análise anterior, a matriz de rotação que transforma vectores do referencial a para o referencial b é calculada a partir do quaterniões b utilizando a expressão

$$\begin{bmatrix} b_1^2 + b_2^2 - b_3^2 - b_4^2 & 2(b_2 b_3 - b_1 b_4) & 2(b_1 b_3 + b_2 b_4) \\ 2(b_2 b_3 + b_1 b_4) & b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 & 2(-b_1 b_2 + b_3 b_4) \\ 2(-b_1 b_3 + b_2 b_4) & 2(b_1 b_2 + b_3 b_4) & b_1^2 - b_2^2 - b_3^2 + b_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

B.2 Conversão da matriz de rotação para quaterniões

Se a matriz de rotação R_a^b for conhecida, então o quaterniões pode ser calculado a partir da equação B.13 como

$$b = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sqrt{1 + R_a^b [1, 1] + R_a^b [2, 2] + R_a^b [3, 3]} \\ \frac{R_a^b [3, 2] - R_a^b [2, 3]}{4b_1} \\ \frac{R_a^b [1, 3] - R_a^b [3, 1]}{4b_1} \\ \frac{R_a^b [2, 1] - R_a^b [1, 2]}{4b_1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$