

# ANÁLISE DE SINAIS DE VOZ PARA DETECÇÃO DE PATOLOGIAS DA LARINGE UTILIZANDO ENTROPIA DE TSALLIS.

Mateus Vieira de Paula



Departamento de Engenharia Electrotécnica

Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Área de Especialização em Planeamento Industrial

**2015**



Relatório elaborado para satisfação parcial dos requisitos da Unidade Curricular de  
Tese/Dissertação do Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Candidato: Mateus Vieira de Paula, Nº 1141311, [1141311@isep.ipp.pt](mailto:1141311@isep.ipp.pt)

Orientação científica: J. A. Tenreiro Machado, [jtm@isep.ipp.pt](mailto:jtm@isep.ipp.pt)

Luciane Agnoletti dos Santos, [lucianesantos@utfpr.edu.br](mailto:lucianesantos@utfpr.edu.br)



Departamento de Engenharia Electrotécnica

Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Área de Especialização em Planeamento Industrial

**2015**



*Dedico este trabalho  
à minha mãe, Maria José.*



## *Agradecimentos*

Primeiramente agradeço a Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) pela oportunidade que foi me dada de poder ir para o exterior, conhecer uma nova cultura e costumes, ter realizado isto foi muito engrandecedor. Tenho de agradecer também ao Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), por ter me recebido de maneira tão acolhedora, fundamental para que pudesse me situar neste novo ambiente e que favoreceu meu estudo durante toda minha estadia.

Quero também demonstrar meu sinceros agradecimentos a minha família, mas principalmente ao meus pais, os quais me incentivam a sempre buscar ser melhor e alçar voos maiores.



## *Resumo*

Este trabalho apresenta uma nova metodologia para se comparar com trabalhos anteriores realizados por Scalassara (2009) e Santos (2011), para o diagnóstico de patologias da laringe por meio da análise da voz. Nos trabalhos foram utilizados as Entropias Shannon, Rényi e suas Entropias relativas para se obter uma classificação a partir do sinal de voz. Desta maneira detecta-se a pessoa está doente e distingue-se entre duas patologias, nódulos nas pregas vocais ou o edema Reinke. Neste estudo é utilizada a Entropia de Tsallis, com o objetivo de se avaliar um melhor método de avaliação para o mesmo problema. O aperfeiçoamento desta técnica de diagnóstico é uma interessante alternativa às práticas atuais, sendo a principal diferença não consistir num exame invasivo e desta forma desconfortável para o paciente. Os resultados obtidos foram satisfatórios e foi possível determinar com precisão sinais saudáveis de sinais com as duas patologias contempladas pelo estudo.

### ***Palavras-Chave***

Entropia Relativa, Entropia de Rényi, Estimador de Parzen, Entropia de Tsallis, Análise de Sinais de Voz.



## *Abstract*

This paper presents a new methodology for comparing with earlier work carried out by Scalassara (2009) and Santos (2011) for the diagnosis of pathologies of the larynx by means of voice analysis. In the work we used the entropies of Shannon and Rényi, and their relative entropies to obtain a classification from the voice signal, thereby detecting if a person is sick, and distinguish between two nodules on the vocal folds pathologies or Reinke edema. In this study the Tsallis entropy is used in order to evaluate a best method for the same problem. The improvement of this diagnostic technique is an interesting alternative to current practices. The main difference is not being an invasive procedure and, this way, uncomfortable for the patient. The results were satisfactory, it was possible to accurately determine signs of healthy signals with both pathologies included in the study.

### ***Keywords***

Relative Entropy, Entropy Rényi, Estimator Parzen, Entropy Tsallis, Voice Signal Analysis.



# Sumário

Capítulo 1 - Introdução.....	22
Capítulo 2 - Análise de Voz.....	27
2.1 - Estudo sobre o som.....	27
2.2 Sistema Vocálico.....	29
2.2.1 - Modelos do Sistema Vocálico.....	35
2.2.2 Características dos Sinais de Voz.....	37
2.3 Patologias da Laringe.....	39
2.3.1 Nódulos nas Pregas Vocais.....	40
2.3.2 Edema de Reinke.....	42
Capítulo 3 - Ferramentas de Probabilidade.....	44
3.1 Distribuição de Frequência.....	44
3.2 Histograma.....	45
3.3 Função Densidade de Probabilidade.....	46
3.3.1 Regra dos Vizinhos Próximos.....	50
3.3.2 Método de Kernel.....	52
3.3.3 Estimador de Parzen.....	52
3.4 Tipos de Distribuição de Probabilidade.....	60
3.4.1 Distribuição Normal ou Gaussiana.....	60
3.4.2 Distribuição do tipo Lei de Potência.....	63
3.4.3 Distribuição do tipo Lévy.....	65
3.4.4 Distribuição Exponencial.....	66
3.4.5 Distribuição Weibull.....	67
Capítulo 4 - Estudo de Incerteza do Sistema.....	70
4.1 Entropia.....	71
4.1.1 Entropia de Rényi.....	73
4.1.2 Entropia Relativa.....	73
4.1.3 Entropia Relativa de Rényi.....	74
4.1.4 Entropia de Tsallis.....	75
4.1.5 Modelo Autorregressivo.....	76
4.2 Características da Curva de Entropia.....	78
Capítulo 5 - Resultados.....	80

5.1 Simulador de sinal de voz.....	80
5.2 Estimador de Parzen em sinais de voz reais.....	81
5.3 Resultados utilizando sinais de voz reais.....	85
Capítulo 6 - Conclusão.....	90
6.1 - Entropia de Tsallis.....	90
6.2 - Futuros passos.....	91
Referências Bibliográficas.....	92





## Índice de figura

<i>Figura 2.1: (a) Ondas a e b. (b) Ondas a e b superpostas</i> .....	29
<i>Figura 2.2: Imagens obtida por videolaringoscopia das pregas vocais</i> .....	31
<i>Figura 2.3: Esquemático da formação do trato vocal, dividido em duas partes</i> .....	32
<i>Figura 2.4: Esquemático detalhado anatômico da laringe</i> .....	33
<i>Figura 2.5: Esquemático do modelo matemático linear da produção de sons</i> .....	36
<i>Figura 2.6: Exemplo de sinal masculino de voz de “a” sustentado</i> .....	38
<i>Figura 2.7: Imagens de videolaringoscopia mostrando pregas vocais com nódulos</i> .....	41
<i>Figura 2.8 - As imagens acima são representações do Edema de Reinke</i> .....	43
<i>Figura 3.1: Representação no tempo de um sinal de voz saudável</i> .....	45
<i>Figura 3.2: Representação da Figura 3.1 em Histograma</i> .....	46
<i>Figura 3.3: Demonstra as áreas sob <math>f(x)</math>, entre os pontos a e b</i> .....	47
<i>Figura 3.4: Histograma do sinal de voz da Figura 3.1</i> .....	48
<i>Figura 3.5: Estimativa de densidade de probabilidade de uma distribuição</i> .....	49
<i>Figura 3.6 - Diagrama de Voronoi de 1ª ordem (a), Figura (b) diagrama de Voronoi</i> .....	51
<i>Figura 3.7: A Figura demonstra as possíveis dimensões para o cálculo da densidade</i> .....	54
<i>Figura 3.8: Estimativa da Janela de Parzen bidimensional</i> .....	55
<i>Figura 3.9: Estimativa da função densidade por janela de Parzen</i> .....	56
<i>Figura 3.10: PDF obtido do histograma normalizado</i> .....	57
<i>Figura 3.11: PDF utilizando Parzen para os dados da Figura 3.9</i> .....	57
<i>Figura 3.12: Composição da PDF por estimador de Parzen gaussiano</i> .....	58
<i>Figura 3.13: Distribuições das PDF obtidas para diversos valores</i> .....	59
<i>Figura 3.14: Média e Desvio Padrão na Distribuição Normal</i> .....	61
<i>Figura 3.15: Distribuição do tipo lei de potência</i> .....	64
<i>Figura 3.16: no gráfico (a) temos os números de palavras no romance Moby Dick de Hermann Melville</i> .....	65
<i>Figura 3.17: Distribuição Exponencial para alguns valores</i> .....	67
<i>Figura 3.18 – Gráficos da Distribuição de Weibull para diferentes valores de <math>k</math> e <math>\lambda</math></i> .....	69
<i>Figura 5.1: Sinal obtido através do simulador de Sacalassara</i> .....	81
<i>Figura 5.2 - Representação gráfica de dois sinais de voz feminina saudáveis</i> .....	82
<i>Figura 5.3 - PDF da Amostra 1, após o Estimador de Parzen</i> .....	83

<i>Figura 5.4 - PDF da Amostra 2, após o Estimador de Parzen.....</i>	<i>84</i>
<i>Figura 5.5 - Histogramas adquiridos a partir da Amostra 1.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 5.6: Utilização da Entropia Relativa de Shannon.....</i>	<i>86</i>
<i>Figura 5.7: Resultado utilizando Entropia Relativa de Rényi e Estimador de Parzen.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 5.8: Resultado do uso da Entropia de Tsallis .....</i>	<i>88</i>

## Índice de tabela

<i>Tabela 2.1 - Uma tabela que ilustra e exemplifica os tipos de sons produzidos.....</i>	<i>34</i>
<i>Tabela 3.1: Alguns exemplos de tipos funções de densidade <math>\varphi(u)</math> .....</i>	<i>59</i>
<i>Tabela 3.2: Demonstra as alterações do desvio padrão.....</i>	<i>62</i>



## Lista de Siglas

<b>AR</b>	Modelo Autoregressivo.
<b>ARMA</b>	Modelo autorregressivo e média móvel.
<b>ECG</b>	Eletrocardiograma.
<b>HRV</b>	Variabilidade de batimento cardíaco.
<b>IVAS</b>	Infecções de vias aéreas superiores.
<b>KL</b>	Entropia de Kullback-Leibler.
<b>kNN</b>	$k$ -Nearest Neighbor.
<b>LHC</b>	Grande Colisor de Hádrons (The Large Hadron Collider).
<b>LPC</b>	Predição linear (Linear predictive coding) .
<b>LSP</b>	Laboratório de Processamento de Sinais.
<b>PDF</b>	Função densidade de probabilidade (probability density function).
<b>PSD</b>	Densidade espectral de potência.
<b>RNM</b>	Ressonância nuclear magnética.
<b>TC</b>	Tomografia computadorizada.



# 1 INTRODUÇÃO

O uso de previsões pela humanidade tem raízes no passado remoto. Atualmente, são essenciais em diversas áreas do conhecimento, sendo usadas como base para tomadas de decisão e criação de estratégias. Entretanto, essas previsões só possuem valor quando são obtidas para a aplicação desejada, com métodos desenvolvidos em conjunto por usuários e analistas, os quais definirão o contexto e os objetivos dessa aplicação (Pinson, 2006).

Utilizando o ponto de vista científico, podemos dizer que uma previsão seja a resposta esperada de um determinado evento que ocorrerá em condições pré-estabelecidas. Baseando nos nestes princípios podemos testar se uma previsão pode ser considerada uma teoria científica ou se devemos rejeitá-la, após observações práticas. Geralmente, utilizam-se modelos matemáticos para descrever o comportamento de algum fenômeno, utilizando-o para fazer previsões.

Durante a história da ciência, ocorreram vários exemplos que podem ser citados. Alguns mostram previsões que não se concretizaram, como o experimento de Michelson-Morley, realizado em 1887, com o intuito de provar a existência do éter (hipotética substância existente no universo na qual as ondas eletromagnéticas se propagavam). Esse experimento, demonstrou que as previsões feitas com base nessa hipótese eram falsas e então abriu-se caminho para se provar a inexistência do éter (Michelson e Morley, 1887). Outro exemplo é a experiência da influência da gravidade sobre a luz, realizada por Arthur Stanley Eddington em 1919 na ocasião de um eclipse solar. Esta confirmou as previsões feitas por Einstein usando sua Teoria da Relatividade, a qual afirmava que a luz de uma estrela distante seria influenciada pela gravidade do Sol ao passar em sua vizinhança (Einstein et al., 2005). De maneira análoga ao acontecido com Einstein, Peter Higgs propôs a existência do Bóson de Higgs, uma partícula que é a chave para explicar a origem da massa das outras partículas elementares dentro do modelo Padrão da física, com o auxílio do **LHC** foi possível em 2013 comprovar a existência dessa partícula elementar.

Atualmente, quando se fala em previsão, logo se pensa em previsão meteorológica. Essa ideia não se distancia da noção de previsibilidade utilizada nesta pesquisa. Assim, desde os trabalhos iniciados por Lorenz (1963), considerações sobre a dinâmica caótica dos sistemas atmosféricos começaram a ser levados em conta na previsão do tempo e clima (Scalassara, 2009). Princípios de teoria da informação, como medidas de entropia, foram acrescentados aos métodos tradicionais para aumentar o alcance das previsões. Desta forma, a complexidade dos sistemas e paralelamente ao avanço da computação, tornou possível o uso de modelos mais elaborados para fazer a previsão de eventos. A partir deste momento essas técnicas passaram a ser aplicáveis a diversos tipos de sistemas e não somente ao clima.

Tendo em vista outros campos para o uso da previsibilidade, pode-se considerar a utilização desse método em sistemas biológicos, nos quais os sinais dependem da dinâmica do sistema e possuem características estocásticas. Como exemplo, em Cai et al. (2001), apresenta-se um estudo de previsibilidade aplicada em variabilidade de batimento cardíaco (**HRV - Heart Rate Variability**). Seguindo a mesma linha, pode-se considerar o sistema de produção da fala humana. Neste, podem ser encontradas diversas patologias que ocorrem na laringe. Por exemplo, presença de nódulos por esforço demasiado ou edema de Reinke que geram variações no sinal de voz. Assim, utilizando técnicas de previsibilidade neste sinal pode-se notar variações acústicas.

Para o estudo dos sinais de voz, será utilizado o trabalho que o matemático Claude Elwood Shannon apresentou em 1948, a entropia da informação para medir o grau de incerteza de sinais (Shannon, 1948). Nesse trabalho, foi desenvolvido a primeira teoria para a transmissão de mensagens digitais, utilizando conceitos de entropia associado a teoria da informação para o envio da mensagem. A sua proposição é a de que uma mensagem transmitida nunca chega ao receptor sem ruídos, ou seja, toda informação que passa por um canal de comunicação poderá sofrer distorções e quando chega ao receptor passa por um processo de decodificação. Sua ideia era que a mensagem chegasse ao receptor sem tais distorções, ou seja, que chegasse ao seu destino exatamente como transmitida. Na mesma época, outros pesquisadores também se motivaram a dedicar-se a este estudo como Norbert Wiener, que contribuiu para o desenvolvimento da cibernética em seus estudos de física

probabilística (Wiener, 1949). Desde então outros pesquisadores, como Rényi por exemplo, modificaram os estudos de Shannon e os generalizaram, criando outras formas de entropia. Assim, o conceito de entropia da informação, a partir desse momento outros pesquisadores começaram a utilizar em outras áreas do conhecimento como na engenharia, biologia, medicina, ecologia, economia e linguística, tornando-se um método interdisciplinar.

A entropia, utilizada por Shannon para esse trabalho, já havia sido desenvolvida antes por Ludwig Boltzmann e J. Willard Gibbs para os campos da termodinâmica. Houve também predecessores nesse estudo como (Nyquist, 1928), (Hartley, 1928) e (Turing, 1940), que desenvolveram o trabalho de compressão e transmissão de mensagens, mas ainda de forma limitada. Na física, a segunda lei da termodinâmica nos diz que, a entropia esta associada diretamente ao grau de desordem que um sistema se encontra. Foi demonstrado que todo trabalho pode ser convertido em calor, posteriormente em energia térmica, mas energia térmica não pode ser convertida inteiramente em trabalho. Desta forma, nas transformações termodinâmicas com entropia, buscamos saber a parcela de energia que não pode mais ser transformada em trabalho (Halliday, Resnick, Krane, 2003).

A entropia de Rényi é uma generalização da entropia de Shannon (Rényi, 1960) onde o parâmetro  $\alpha$  é um fator determinante para apresentação de eventos de maior probabilidade. Para a determinação da entropia é necessário estimar a função densidade de probabilidade (**PDF** - *Probability Density Function*). Uma das maneira de se obter uma **PDF** é utilizando o estimador de Parzen, que é um método não paramétrico, neste caso, de janela Gaussiana (Parzen, 1962). É possível aplicar estas estimativas em qualquer tipo de sinal.

Um tipo de sinal amplamente utilizado e estudado é o som, o qual caracteriza-se por ser uma onda longitudinal. Algumas características do som são amplitude, fase, comprimento de onda, período e frequência angular (Halliday, Resnick, Krane, 2003). Podemos produzir ondas sonoras através de cordas vibrantes como no violão, piano e violino, colunas de ar, flauta e saxofone e outros instrumentos musicais. Ondas estacionárias, que são ondas que permanecem em uma posição constante em um intervalo de tempo, podem ainda produzir frequências de ressonância (harmônicas),

com frequências múltiplas da frequência fundamental, porém em menor amplitude (Halliday, Resnick, Krane, 2003). Os sinais de voz podem ser visto da mesma forma que outro sinal de som produzido por algum instrumento citado acima, já que nosso organismo produz voz através da vibração de membranas localizadas na laringe conhecidas como pregas vocais que se assemelham muito a vibração de cordas ou de colunas de ar. Com a análise de sinais de voz, podemos obter sinais de presença de patologias na laringe, conforme abordado em Davis (1979).

O objetivo deste trabalho é a utilização de medidas de informação em sinais de voz para diferenciação de casos saudáveis e patológicos. Faz-se uma comparação com trabalhos anteriores que utilizam a entropia de Rényi em conjunto com estimador de Parzen para a PDF em relação a entropia de Tsallis em conjunto com o estimador de Parzen e também histograma, assim buscando determinar sua eficiência para a distinção de um sinal de voz saudável e um sinal com patologia.

O uso de métodos computacionais para determinação de patologias é de grande interesse, pois pode ser usado para um pré diagnóstico ou para diagnosticar uma patologia. Desta forma, não sendo necessário o uso de laringoscopia, podendo-se citar a laringoscopia indireta, realizada com o auxílio de espelhos específicos, a telarlaringoscopia e nasofibrolaringoscopia, as quais utilizam um aparelho para filmar a laringe ou permitindo ao profissional da saúde uma diferente forma de análise, tendo agora mais informações antes de um exame direto.

Esta tese encontra-se estruturada de forma que se descreve a seguir. O **Capítulo 2** faz uma abordagem da análise da voz humana, onde será mostrado como o som é formado no corpo humano, quais órgãos são utilizados e como esse processo é realizado, e a modelagem do sistema vocálico a partir de suas características. Também serão abordadas algumas de suas patologias da laringe, principalmente a presença de nódulos nas pregas vocais e o edema de Reinke, além de algumas formas de avaliação de patologias na laringe.

O **Capítulo 3** apresenta as ferramentas de probabilidade, explicando o PDF sobre alguns de seus estimadores como o histograma e Parzen. São também discutidas as principais distribuições de probabilidade conhecidas e utilizadas, como a

distribuição Gaussiana, ou comumente denominada Normal, e a distribuição de Weibull, entre outras, que serão abordadas brevemente para um maior entendimento de como se realiza a estimação probabilística.

O **capítulo 4** apresenta como é realizada a obtenção das medidas de incerteza do sistema e um pouco de sua história. Ao longo do capítulo são tratados vários assuntos que se relacionam a Entropia e são apresentadas algumas, tal como a Entropia de Shannon que tem um papel fundamental para este trabalho e anteriores. São apresentadas também as Entropias de Rényi e Tsallis e seus respectivos equacionamentos.

O **capítulo 5** apresenta os resultados obtidos onde primeiramente é realizado uma breve explicação sobre a Simulação de voz de Sacalassara (2009). Se comparam os resultados obtidos com o Estimador de Parzen, com os obtidos com o Histograma, para comprovar sua eficácia. A partir desses resultados se faz uma menção a os trabalhos anteriores, Scalassara (2009) e Santos (2011). Se compara os resultados obtidos com o uso da Entropia de Tsallis, com as utilizadas anteriormente e se faz algumas considerações a cerca do seu uso.

No **capítulo 6** é apresentada as conclusões do trabalho e algumas considerações sobre os resultados obtidos. É proposto alguns caminhos para futuros estudos.

## Capítulo 2 - Análise de Voz

Neste capítulo, demonstra-se alguns dos aspectos que são levados em consideração sobre a análise de voz, para isto inicia-se uma rápida abordagem sobre o som na Seção 2.1. Logo a seguir faz-se uma apresentação do sistema de produção da fala humana, sistema vocálico, e um dos modelos matemáticos mais utilizados na Seção 2.2. Na Seção 2.3, abordam-se as características que o sistema apresenta quando há presença de patologias, principalmente a presença de nódulos nas pregas vocais e o edema de Reinke. Também são comentadas algumas formas de diagnóstico destas patologias da laringe. A Seção 2.4 expõe alguns dos métodos que são comumente utilizados para processamento de sinais de voz. Essas metodologias estão sendo aplicadas para a detecção de patologias na laringe, estes estudos buscam mudanças nos sinais dos pacientes com suspeitas de possuir alguma patologia ou que já seja confirmada, desta forma comparado com sinais de pessoas saudáveis. Para mostrar um pouco como tem sido feito este estudo de análise acústica e técnicas de classificação de sinais é interessante observar um breve histórico dos trabalhos realizados nessa área a partir do século XVIII.

### **2.1 - Estudo sobre o som**

O som é uma onda mecânica longitudinal que necessita de um meio para sua propagação. Entre suas aplicações, pode-se evidenciar o uso como ferramenta para a obtenção de uma imagem, como realizado nos exames de ultrassonografia para adquirir imagens do feto, ainda dentro do ventre de sua mãe. Muitos carros utilizam detecção de obstáculos e proximidade de objetos por meio de sonares. Outro uso,

ainda dentro da medicina, são exames que usam o estetoscópio equipamento já tradicional dos médicos, que os auxilia a ouvir sons produzidos dentro do nosso corpo como os bombeamentos do coração ou o som produzidos pelos pulmões durante a respiração.

Considerando que uma onda se propaga ao longo do eixo  $x$ , no sentido positivo, ao passar através de segmentos sucessivos os elementos oscilam paralelamente ao eixo  $y$ , perpendicular a  $x$ . Num tempo  $t$ , o deslocamento  $y$  na posição  $x$  é dada pela Equação (2.1) (Halliday, Resnick, Krane, 2003):

$$y(x, t) = y_m \text{ sen}( kx - \omega t) \quad (2.1)$$

A variável  $y_m$  da Equação (2.1) é o módulo do deslocamento máximo dos elementos a partir do momento em que a onda obtém posições de equilíbrio. O argumento  $kx - \omega t$  do seno varia conforme o tempo  $t$  de forma linear. O período de uma onda é definido como o tempo  $T$  de oscilação de uma onda completa, sendo o inverso da frequência, Equação (2.2) indica quantas oscilações são realizadas num intervalo de 1 segundo. A frequência angular é dada pela Equação (2.3):

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.2)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (2.3)$$

Como já foi dito anteriormente, uma onda precisa de um meio material para se propagar. Ocorre com grande frequência que duas ondas passam simultaneamente através do mesmo meio de propagação, como, por exemplo, quando se escuta uma orquestra, ela possui muitos instrumentos, que vão gerar ondas sonoras de diferentes amplitudes e frequências, que quando chegam aos nossos ouvidos nos geram uma impressão de simultaneidade. Na verdade as ondas se sobrepõe e são somadas

algebricamente, formando assim a música que nossos ouvidos captaram do meio (Halliday, Resnick, Krane, 2003), conforme mostra a Figura 2.1.

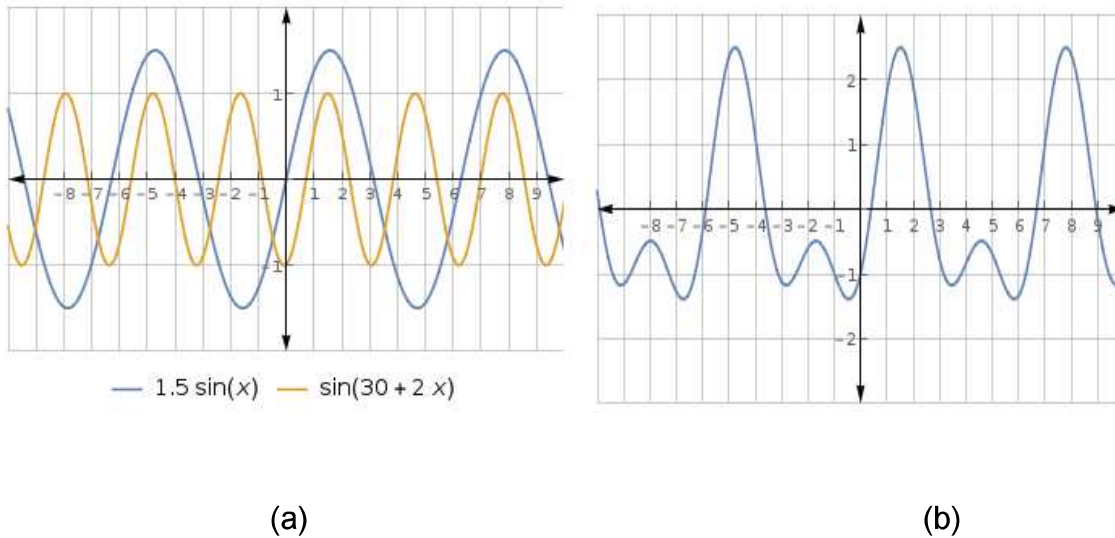


Figura 2.1: (a) Ondas  $a$  e  $b$ . (b) Ondas  $a$  e  $b$  somadas algebricamente.

A amplitude do deslocamento no ouvido humano varia cerca de  $10^{-5}m$  (som mais alto tolerável) até  $10^{-11}m$  (som mais fraco detectável), ou seja, uma razão de  $10^6$ . O ouvido humano é capaz de receber frequências que variam de  $20Hz$  a  $20000Hz$  (Halliday, Resnick, Krane, 2003). É conveniente falar de intensidade sonora  $I$ , utilizando o decibel (dB). Assim, o nível sonoro  $\beta$  é definido pela Equação (2.4), onde  $I_0$  é uma intensidade de referência padrão ( $10^{-12} W/m^2$ ):

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (2.4)$$

## 2.2 Sistema Vocálico

Os seres humanos são capazes de emitir uma grande gama de sons em diferentes frequências, são produzidos por uma combinação de diversos órgãos, entre eles estão as pregas vocais, a língua e os lábios. A maioria desses sons, se inicia quando o ar passa pela garganta, boca e nariz gerando vibrações que, por sua vez, servem como os movimentos para começar a formar as ondas acústicas. Esse conjunto de órgãos é denominado de trato vocal supraglótico, tem seu começo a partir das pregas vocais e termina na boca, que se assemelha a uma câmara de ressonância complexa (Ladefoged, 1995).

Para a formação das primeira ondas temos de entender que estão ligadas ao sistema infraglótico. Os primeiros impulsos que dão origem ao movimento do ar no trato vocal, são chamados de pulsos glotais, são gerados pelo ar que é forçado dos pulmões pelo músculos respiratórios sobre as pregas vocais. Se as pregas vocais estiverem juntas, deste modo impedindo que o ar saia da traqueia, a pressão cresce sob elas até que pressão seja suficientemente grande, as pregas se abrem e o ar é liberado. A passagem do ar de forma violenta pelas pregas dá início a uma vibração.

As Figuras 2.2, modificada de Scalassara (2009), (a) e (b) apresentam fotos obtidas por videolaringoscopia de pregas vocais saudáveis nas posições abertas e fechadas, respectivamente. A laringe é um tubo sustentado por peças de cartilagem articuladas e unidas por ligamentos, membranas e músculo. Na figura indicam-se os seguintes componentes da laringe: glote, pregas vocais, cartilagem aritenóide e epiglote.

Para ilustrar a posição anatômica dos componentes do trato vocal, apresenta-se a Figura 2.3, modificada de Tortora e Grabowski (2002), a qual apresenta um esquemático do sistema respiratório. Como já mencionado anteriormente trato vocal pode ser dividido em duas partes: supraglótica e infraglótica. A primeira é composta pela cavidade nasal, faringe e laringe (pregas vocais) e, a segunda, pela traqueia e os brônquios. Mesmo os pulmões sendo parte fundamental para a produção do sons, não

fazem parte do trato vocal, mas parte do trato respiratório. A Figura 2.4, modificada de Netter (1997), apresenta detalhes da laringe, mostrando as visões anterior e posterior com seus principais componentes

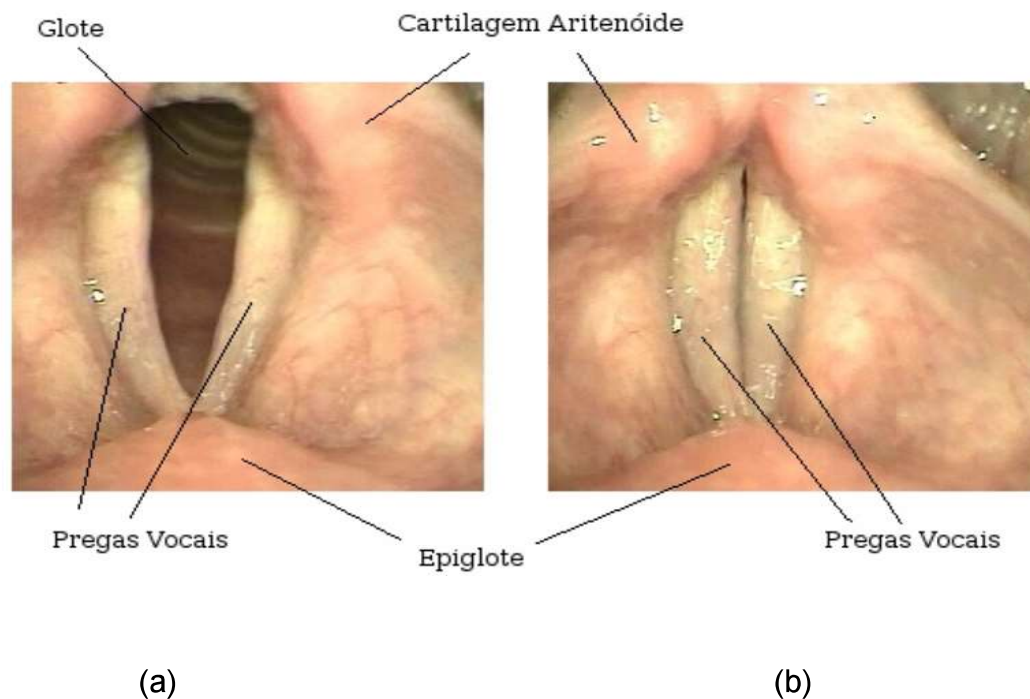


Figura 2.2: Imagens obtida por videolaringoscopia das pregas vocais. (a) Fase aberta das pregas, quando ocorre a passagem de ar dos pulmões para a boca, iniciando uma vibração acústica. (b) Fase fechada das pregas, a passagem de ar dos pulmões para a boca esta bloqueada. Imagem modificada de Scalassara (2009).

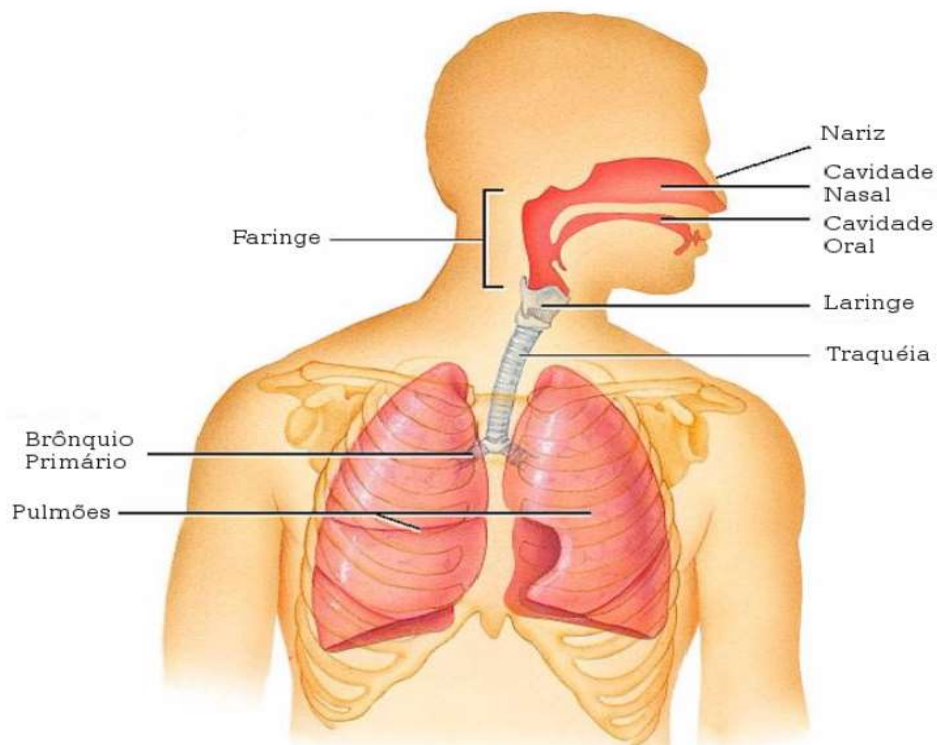


Figura 2.3: Esquemático da formação do trato vocal, dividido em duas partes: supraglótico, composto pela cavidade nasal, faringe e laringe (pregas vocais), e infraglótico, composto pela traquéia e brônquios. Os pulmões são considerados como parte do trato respiratório apesar de sua função na produção vocal. Imagem modificada de Tortora e Grabowski (2002)

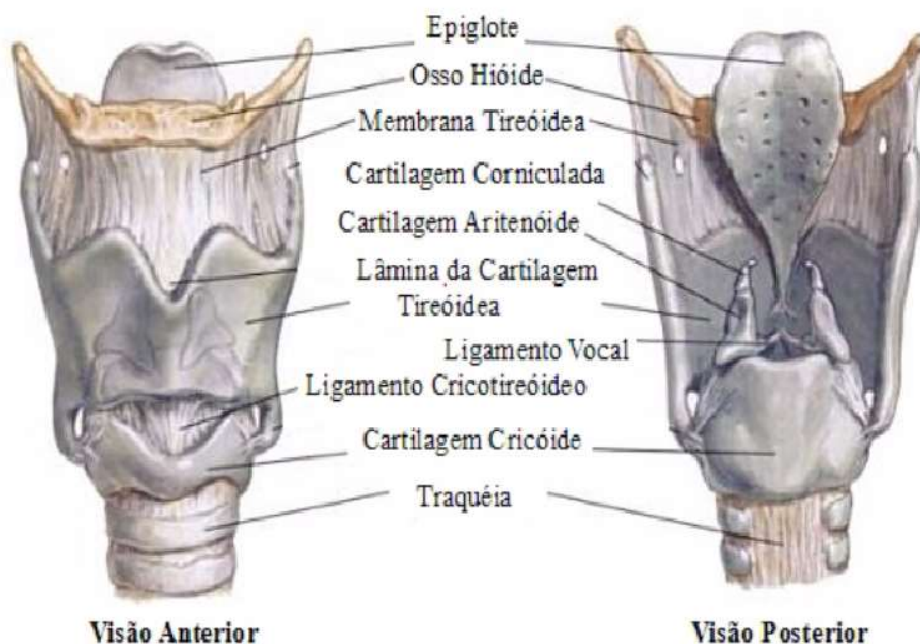


Figura 2.4: Esquemático detalhado anatômico da laringe, visões anterior e posterior com indicações dos principais componentes. Imagem modificada de Netter (1997).

É preciso ter conhecimento sobre o sistema vocálico, pois ele é a base para a análise de sinais de voz. Assim, qualquer modificação que ocorra na laringe causa alguma distorção no sinal. Geralmente, isso ocorre na forma de variações de características do sinal como mudanças no *pitch*<sup>1</sup> e amplitude ou acréscimo de ruído (Davis, 1979). A voz possui três características principais: frequência, intensidade e timbre. A frequência com que a voz ressoa dá características de grave ou aguda para os sons formados. Nos homens, esse número de ciclos vibratórios fica em torno de 125 vezes por segundo. Na mulher, que tem voz, geralmente, mais aguda, o número aumenta para 250 vezes por segundo. As pregas vocais do homem têm mais massa e são menos esticadas que as da mulher (como no violão, as cordas mais esticadas são mais agudas e vibram mais que as cordas mais graves).

<sup>1</sup> O *pitch*, é basicamente a frequência fundamental de um sinal de voz. Com base no *pitch* é possível caracteriza a voz, como grave ou aguda.

É por esse motivo que mulheres e crianças possuem voz mais agudas, devido ao tamanho menor das suas pregas vocais. Nos homens, durante a puberdade ocorre o crescimento rápido das pregas vocais gerando uma mudança na voz (Junior, 1967). A intensidade é obtida pela força com que os músculos respiratórios dos pulmões consegue expelir o ar através do sistema inflaglóxico até as pregas vocais e posteriormente a boca e a cavidade nasal que, desta forma, produz uma vibração fundamental. A vibração fundamental, também conhecida como timbre, é o que permite a distinção da voz entre pessoas.

Podemos separar em dois grupos os sons que emitimos com o objetivo de comunicar, formar palavras. Os grupos são: vogais e consoantes. As vogais são glóticas modificados pelas cavidades anexas. A boca e pulmões são determinantes para a formação e a variação das vogais. As vogais nasais são obtidas por meio da interação entre cavidade nasal e bucal (Junior, 1967). As consoantes são ruídos, pois resultam de vibrações irregulares e confusas. É possível distingui-las pela maneira que se iniciam ou terminam na emissão da vogal. A Tabela 2.1, modificada de Rodrigues (2012), demonstra os vários tipos de sons que são produzido e seus fonemas.

Tipos de som	Exemplos
Vogais	/i/- vi, /ε/- vela, /e/- vê, /a/- vala, /u/- uva, /ô/- bola, /o/- bobo
Fricativas Sonoras	/v/- chuva, /z/- zelo, /ž/- gelo
Fricativas Surdas	/f/- faca, /s/- sala, /š/- chuva
Oclusivas Sonoras	/b/- bato, /d/- dedo, /g/- gola
Oclusivas Surdas	/p/- pato, /t/- tatu, /k/- capa
Nasais	/m/- mala, /n/- nada, /ñ/- manha
Laterais	/l/- cala, /ļ/- calha
Vibrantes	/r/- cara, /Ṛ/- carro

Tabela 2.1 - Uma tabela que ilustra e exemplifica os tipos de sons produzidos.

### 2.2.1 - Modelos do Sistema Vocálico

As diferenças nas vibrações do ar no trato vocal dependem principalmente, dos movimentos da língua, lábios e palato. Temos ainda de ter em consideração que mais algumas variações podem influenciar como: variação da configuração do trato vocal com o tempo; perdas próprias por condução de calor e fricção nas paredes do trato vocal; maciez das paredes do trato vocal; radiação do som pelos lábios; Junção nasal; excitação do som no trato vocal, etc (Rabiner, Schafer, 1978). Para cada configuração que podemos identificar modificações e para cada um dos parâmetros citados obtemos as frequências de ressonância do trato vocal, também chamadas de frequências formadoras do sinal. Logo, cada individuo possui características formativas próprias, tanto na frequência central quanto na largura de banda (Rosa, 1998).

O trato vocal inferior, exemplificado anteriormente pode ser constituído pelo pulmão, brônquios e traqueia, também denominado de sistema infraglotal. Esse sistema é considerado a fonte do sistema vocálico, pois ele fornece a energia para a geração da fala. Já o trato vocal superior podemos considerá-lo com um filtro, pois, quando o sinal gerado pelo sistema infraglotal passa por ele, sofre modificações na sua banda de frequências pela seletividade do trato superior, principalmente do cavidade nasal e cavidade bucal (Dajer, 2006; Rabiner e Schafer, 1978). Dessa forma, o sistema vocálico pode ser entendido como um conjunto fonte-filtro, Dajer (2006).

Conseguimos distinguir a interação entre o sistema vocal e a sua fonte sonora em dois sistemas distintos e lineares, sendo possível analisá-los individualmente (Flanagna, 1972). A diferença está no sinal que pode ser formado pelo gerador de ruído para sons não-vocálicos, ou pelo trem de impulsos, para sons vocálicos. Considerando todos os fatores mencionados, sendo o sinal de excitação, e o controle da intensidade da excitação do sinal de voz e do ruído, respectivamente. A Figura 2.5 esboça o sinal podendo tanto ser formado pelo gerador de ruído para sons não-vocálicos ou pelo trem de impulsos para sons vocálicos (Scalassara, 2009).

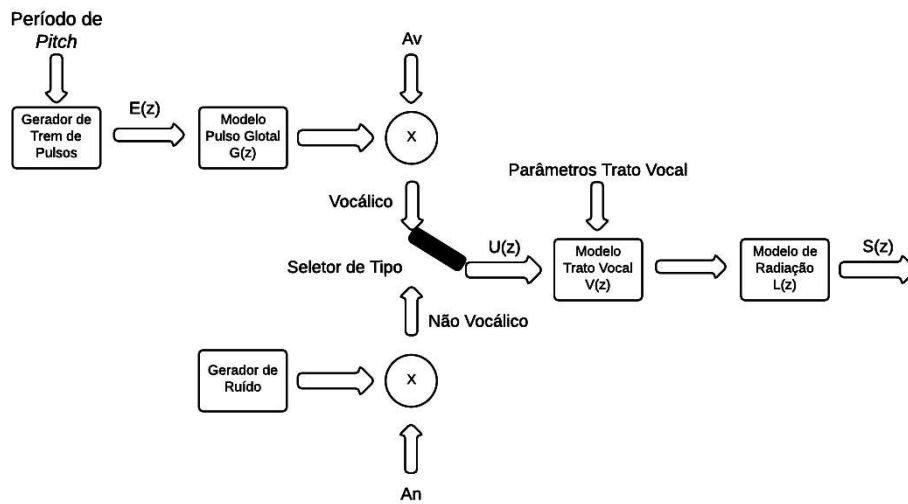


Figura 2.5: Esquemático do modelo matemático linear da produção de sons vocálicos e não vocálicos.

Tem-se que  $L(z)$  é o modelo da radiação labial,  $V(z)$  é o modelo do trato vocal,  $G(z)$  é o modelo do pulso glotal e  $E(z)$  é a excitação, a qual é um trem de impulsos. Se tratando de sons vocálicos,  $E(z)$  é filtrado pelo modelo do pulso glotal, desta forma temos que  $U(z) = AvG(z)E(z)$ . A partir do modelo ilustrado na Figura 2.5, considerando um sinal vocálico discreto no tempo  $s[n]$ , com transformada Z representada por  $S(z)$ , obtem-se a Equação (2.5).

$$S(z) = L(z)V(z)G(z)E(z) \quad (2.5)$$

Será feita uma breve abordagem sobre cada um dos componentes do modelo a seguir. Nesse modelo, o pulmão, é visto como um gerador de trem de impulsos unitários espaçados pelo período de *pitch* do som a ser gerado, ao invés de um organismo biológico. A laringe é substituída pelo filtro, que por sua vez transforma a excitação em sinal glotal, é representado por um modelo do tipo tudo-pólo (Hayes, 1996), A construção desse modelo é baseada utilizando a teoria de tubos acústicos, em medidas de formas de onda de velocidade volumétrica e pressão acústica, em

dados de raios-X e em resultados de síntese de sons vocálicos usando circuitos elétricos, baseado nas formas de onda fisiológicas observadas na prática (Davis, 1979; Rabiner e Schafer, 1978).

O modelo do trato vocal foi desenvolvido para anexar as características de ressonância acústica dos espaços de ar contidos entre a glote e os lábios. Esse filtro  $V(z)$  pode ser modelado por um pequeno número de polos complexos,  $K$ . O modelo de radiação labial consiste em demonstrar por meio da transformação do sinal proveniente da glote em uma onda de pressão sonora. O filtro  $L(z)$  é obtido considerando uma situação análoga à vibração de um conjunto de pistões em uma placa infinita (Davis, 1979). Dessa forma, a produção de um sinal vocálico pode ser modelada por um filtro tudo-polo, excitado por um trem de impulsos. Esse modelo possibilita o uso de várias ferramentas de análise como **LPC** (*Linear Predictive Coding*) o que torna de grande interesse, já que torna possível fazer aplicações de modelos autorregressivos. Uma forma muito usada de análise é o sinal residual do filtro **LPC** inverso, conforme apresentado em (Rosa, 1998; Rosa et al., 2000).

### 2.2.2 Características dos Sinais de Voz

Em análises acústicas para se fazer o estudo de patologias, os sons vocálicos são mais usados. Um exemplo de sinal de voz saudável é apresentado na Figura 2.6, modificada de Scalassara (2009), que é uma amostra masculina de vogal “a” sustentada retirada do banco de dados do Laboratório de Processamento de Sinais (**LPS**). A primeira parte da imagem, parte (a), mostra um trecho com amplitude normalizada (valores entre -1 e 1) de 40 *ms* de duração. Podemos ver que o sinal possui componentes harmônicos e uma repetição periódica relacionados com os pulsos glotais. Para melhor visualização desses componentes, a densidade espectral de potência (**PSD** - *Power Spectral Density*) do sinal original (com 1 *s* de duração) é apresentada na parte (b). De 0 *kHz* até aproximadamente os 2.5 *kHz* podemos ver vários componentes com boa distinção, mas após essa faixa além da potência estar

abaixo dos -50 dB e se tornar difícil fazer uma boa distinção do sinal, há uma alta concentração de ruído e pouca informação que se possa fazer uso.

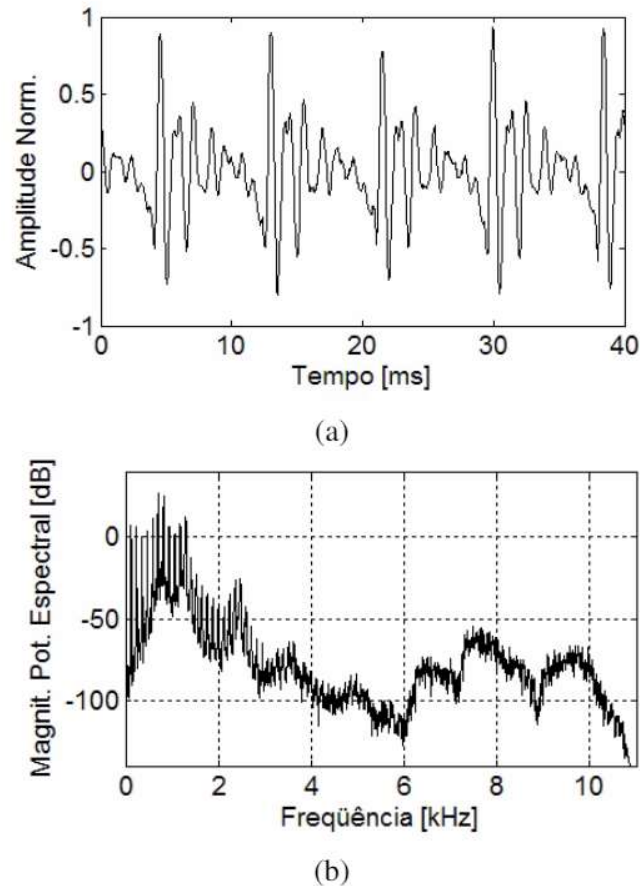


Figura 2.6: Exemplo de sinal masculino de voz de “a” sustentado. (a) Trecho de 40 *ms* do sinal com amplitude normalizada. (b) PSD do sinal original mostrando os componentes harmônicos. Modificada de Scalassara (2009).

Entretanto, desde meados da década de 1960 uma técnica que vem se tornando bastante popular é a utilização da análise acústica do sinal de voz, pois apresenta algumas vantagens sobre os métodos normalmente usados, isso por ser um método não-invasivo e com resultados rápidos, desta forma se tornando uma alternativa aos exames como laringoscopia, estroboscopia, videolaringoscopia já apresentado anteriormente. Essa técnica consiste na análise de alguns parâmetros acústicos dos sinais para a avaliação da laringe.

Pode-se dividir esses parâmetros em dois tipos: aqueles obtidos no domínio do tempo e os que são obtidos do espectro de potência dos sinais. Podemos evidenciar duas medidas do primeiro tipo (sinal no tempo): *jitter* e *shimmer*, respectivamente são as perturbações de frequência fundamental (*pitch*) e a amplitude do sinal (Andrade et al., 2002). Analisando o sinal residual **LPC** é possível extrair outros parâmetros. O resíduo, é obtido através da filtragem inversa do sinal de voz, desta forma retirando os efeitos do trato vocal, para assim tentar obter uma aproximação do trem de impulsos da fonte (Rosa et al., 2000).

### **2.3 Patologias da Laringe**

Segundo Parraga (2002), a maioria das doenças na laringe está associada a mudanças na voz do indivíduo. Comumente o primeiro sinal que pode ser utilizado para indicar uma alteração na laringe é a rouquidão. Uma rouquidão passageira pode ser resultante de excessos ou de uma gripe ocasional. Quando, entretanto, a rouquidão se instala e torna-se característica da voz, indicando alguma alteração como, por exemplo, uma disфония, é recomendável investigar o que está ocorrendo.

As principais patologias benignas da laringe são de origem epitelial, conjuntiva ou cartilaginosa. As mudanças mais comuns observadas são mudanças assimétricas nas pregas vocais, e desta forma são produzidos diferentes tipos de vibrações. Também ocorrem mudanças nas características de massa, elasticidade e tensão das pregas. Além disso, pode se encontrar problemas nos músculos respiratórios, como paralisia, podendo gerar uma pressão infraglotal insuficiente, alterando as vibrações das pregas vocais. É possível diagnosticar estas patologias a partir do histórico clínico por avaliação da qualidade vocal, exame físico e propedêutica armada: nasofibrolaringoscopia, telescopia de laringe, estroboscopia, (**RNM**), laringoscopia direta, biópsia, dentre outros. O tratamento, geralmente, consiste na ressecção das lesões e fonoterapia (Passerotti, 2011).

A presença de nódulos ou pólipos nas pregas vocais e edema de Reinke, são algumas das difonias organofuncionais mais comumente encontradas nos exames.

As difonias orgânicas apresentam mudanças na anatomia, mas elas não são necessariamente vinculadas ao uso da voz, é possível que sejam causadas de outras maneiras (Branco e Romariz, 2006; Behlau, 2001). A seguir uma lista das patologias mais comuns do sistema vocal, sendo elas: carcinoma, cisto, edema, edema de Reinke, engrossamento das pregas vocais, granuloma, laringite crônica, úlcera de contato, paralisia, pólipos e nódulos (Rosa et al. 2000). Neste estudo, será somente utilizado sinais de voz de pacientes com nódulo e edema de Reinke nas pregas vocais.

### **2.3.1 Nódulos nas Pregas Vocais**

Um nódulo é definido como uma pequena lesão que ocorre nos dois lados das pregas vocais (bilateral), geralmente simétricas, localizadas na extremidade livre e superfície inferior próximo ao ponto médio da porção membranosa das pregas vocais. É possível que apresentem tamanhos diferentes devido às assimetrias anatômicas e/ou vibratórias entre as pregas vocais (Passerotti, 2011). Histologicamente, consiste de tecido edematoso e fibras colágenas. Tem-se vascularização dilatada e, em casos mais avançados, hialinização e fibrose, aumentando-se a rigidez do tecido (Behlau, 2001; Wallis, 2004).

A Figura 2.7 apresenta duas imagens, obtidas por videolaringoscopia, de nódulo nas pregas vocais. A parte (a), modificada de Dedivitis e Barros (2002), está em um estágio inicial e, a parte (b), modificada de Behlau (2001), em estágio mais avançado.

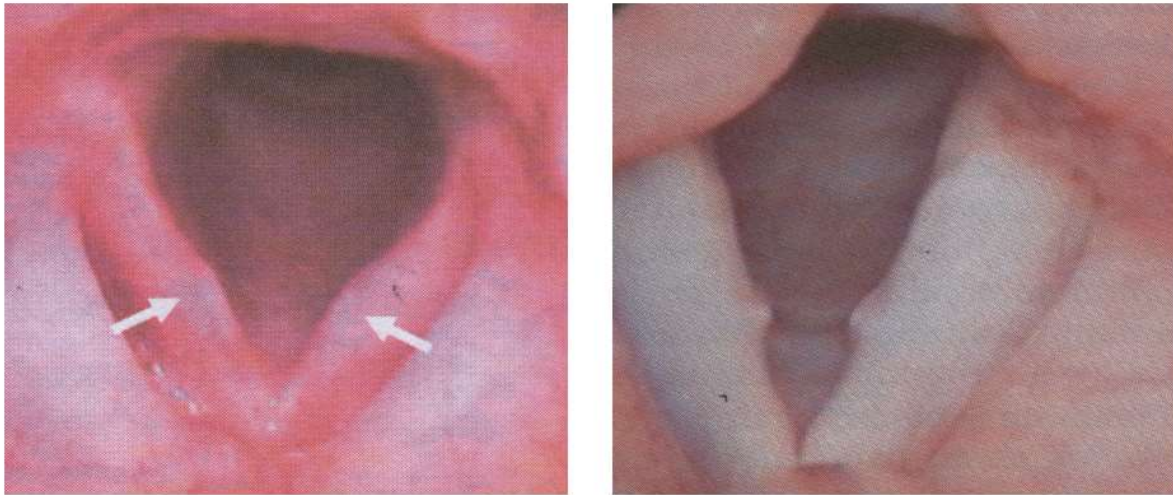


Figura 2.7: Imagens de videolaringoscopia mostrando pregas vocais com nódulos. Em (a), os nódulos são menores e indicados por setas. Em (b), os nódulos são maiores.

Foi constatado que a incidência de nódulos vocais é maior em mulheres, desde que a mesma possua alguma profissão que exija o uso constante da voz. Além disto, em Souza (2010) é evidenciado mais um possível fator para o surgimento de nódulos: que os indivíduos com maior concentração de fibronectina e com menor concentração de ácido hialurônico podem estar mais propensos a ter o aparecimento de nódulos. Um dos efeitos observados da patologia é a hiperfunção vocal (Holmberg, 2003), o que acontece devido ao desequilíbrio das forças aerodinâmicas e desta forma uma tensão muscular desregulada na laringe. A disfonia pode ser observada após um episódio de **IVAS** (*Infecções de vias aéreas superiores*), e a pessoa ignora outros efeitos característicos associados. O *pitch* vocal pode estar reduzido e a voz pode ser rouca, soprosa, rouco-soprosa ou rouco-áspera (Passerotti, 2011).

A produção da voz se dá em condições pouco favoráveis, as pregas vocais se enrijecem, geralmente em conjunto com alta pressão do ar subglotal e a velocidade de fechamento das pregas. Com a presença dos nódulos, há a probabilidade de que a glote não se feche completamente, aumentando a turbulência do ar através que passa por ela, assim, dificultando a fala. Nesses casos, a pessoa, para melhorar a fala,

aumente a força com que libera o ar, podendo assim traumatizar mais a região (Holmberg, 2001).

O diagnóstico é comumente realizado por meio da videolaringoscopia, e o tratamento, inicialmente, se dá pelo indivíduo esteja em repouso vocal e/ou reabilitação (terapia vocal), procurando-se melhorar a técnica vocal, reduzindo ou anulando o esforço e a tensão das pregas vocais. A cirurgia é realizada em pouquíssimos casos (selecionados) e somente após verificar-se que a terapia vocal não trouxe o resultado esperado (Solgon, 2013).

### **2.3.2 Edema de Reinke**

O edema de Reinke é uma patologia benigna da laringe e caracteriza-se pelo acúmulo de líquido ou material gelatinoso (ou semisólido) na camada superficial da lâmina própria (espaço de Reinke) das pregas vocais. Ele pode ocorrer em ambas as pregas vocais ou somente de um lado, principalmente em estágios iniciais. Está diretamente associado ao tabagismo e abuso vocal. Mas devemos levar em consideração que uma possível predisposição individual como fator relacionado ao desenvolvimento de edema de Reinke, pois entre os tabagistas somente alguns apresentam este tipo de alteração de pregas vocais, os indivíduos diagnosticados tem por volta dos 40 aos 50 anos de idade e são maiores no sexo feminino, mas este último fator acredita-se estar associado a fato de que poucos homens buscam ajuda junto aos profissionais da saúde, desta forma havendo pouco relatos em indivíduos do sexo masculino (Passerotti, 2011). A Figura 2.8 ilustra este tipo de patologia.

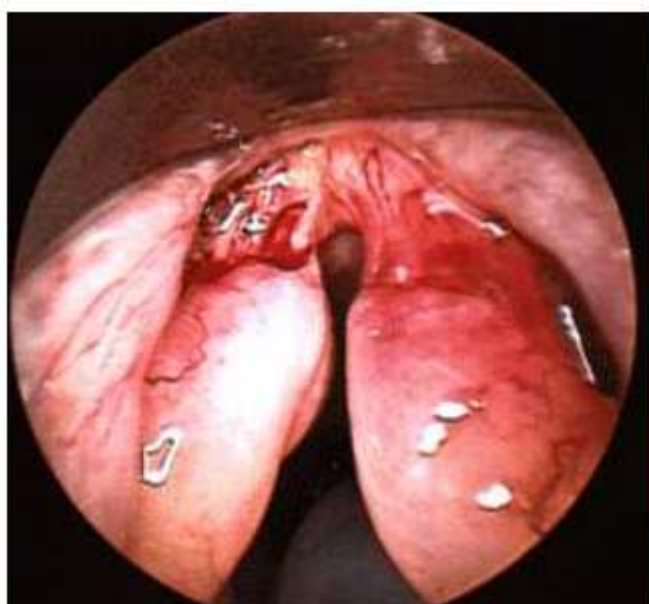


Figura 2.8 - As imagens acima são representações do Edema de Reinke, a imagem modificada de (Souza, 2001).

Sintomas de refluxo gastro-esofágico podem também estar associados a aparição desta patologia. A voz é fluida, aveludada e grave. As mulheres queixam-se ao ser confundidas com homens ao telefone devido a intensa rouquidão. Isso se deve a voz se tornar mais áspera com o aumento da dificuldade de se falar, assim tornando ainda mais danoso o esforço para falar. Desta maneira, as pessoas que sofrem dessa patologia somente procuram um especialista quando ocorrem grandes mudanças na qualidade vocal. O edema de Reinke pode assumir grandes volumes, até mesmo chegando a obstruir as vias aéreas em casos mais graves (Passerotti, 2011).

O tratamento baseia-se inicialmente por medicamentos ou baseado em repouso vocal. Se discretos, os edemas podem ser tratados com medicamentos e até fonoterapia, mas em casos mais graves como características volumosas, é necessária a remoção cirúrgica, seguida de reabilitação fonoaudiológica (Solgon, 2013).

## Capítulo 3 - Ferramentas de Probabilidade

Esta seção contempla um estudo breve sobre algumas das ferramentas de probabilidade que vão ser utilizadas e estudadas ao longo do trabalho. No decorrer do capítulo vão ser demonstrados alguns conceitos básicos sobre probabilidade, como uma breve exemplificação de distribuição de frequência e densidade de probabilidade. Com base nestes conceitos serão expostos modelos de distribuição como o de Gaussiano, Lévy, Lei da Potência, dentre outros.

### 3.1 Distribuição de Frequência

A distribuição de frequência é uma técnica de estatística com o objetivo de apresentar os objetos ordenados em classes, de modo a indicar o número de objetos contidos em cada classe. Para que seja possível a sua construção, é necessário que se divida a faixa de dados em intervalos, normalmente chamados de intervalo de classes. É interessante que os intervalos sejam iguais (Montgomery, Runger, 2003). O número de intervalos depende do número de observações e de sua dispersão de dados. Uma distribuição de frequência não será informativa se utilizar um número muito baixo ou muito alto de intervalos de classe. Um sinal de voz saudável está representado na Figura 3.1.

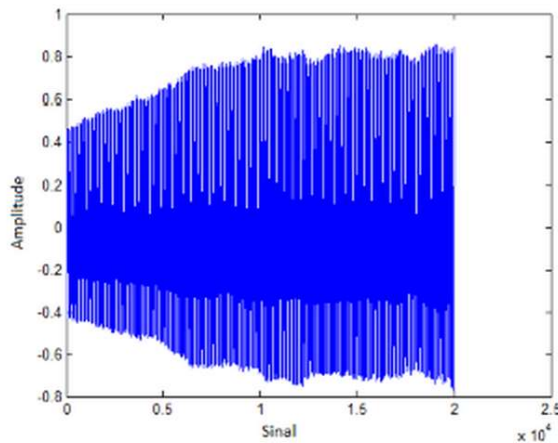


Figura 3.1: Representação no tempo de um sinal de voz saudável.

Para se obter um melhor entendimento dos dados da Distribuição de frequência, é interessante se faça um gráfico que represente a quantidade de sinais que ocupa um determinado intervalo de classe ou frequência. O Histograma é uma ferramenta para realizar este gráfico.

### 3.2 Histograma

O histograma representa de forma gráfica uma distribuição de frequência. Para se detalhar um histograma, usa-se o eixo horizontal para representar a escala de medidas e inserem-se os limites dos intervalos. O eixo vertical representa a escala das frequências (Montgomery, Runger, 2003). Como dito anteriormente na Distribuição de frequência, o intervalo de classe é uma característica importante também para histogramas, pois torna mais fácil a interpretação quando se possui intervalos da classe com a mesma largura. O histograma gera uma forma visual para se interpretar como os dados foram distribuídos e também sua dispersão de dados pelo espectro de frequências. O histograma referente a Figura 3.1 agrupando, obtem-se o resultado mostrado na Figura 3.2.

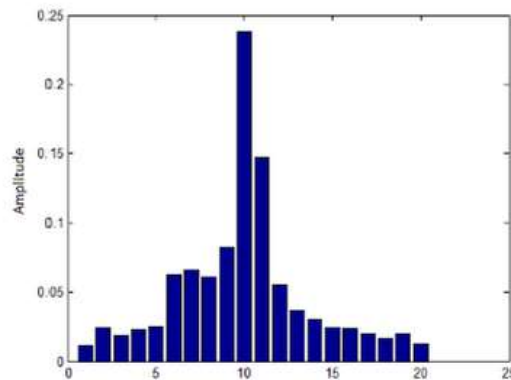


Figura 3.2: Representação da Figura 3.1 em Histograma.

Uma definição sucinta do que é um Histograma pode ser vista em (Rotondaro, 2010), Histograma é um “gráfico formado por retângulos contíguos com base nas faixas de valores da variável em estudo, e com altura definida pela frequência de ocorrência dos dados no intervalo definido pela base do retângulo”. Segundo Montgomery (2004), em um histograma é possível analisar três propriedades entre outras, nomeadamente: a forma da distribuição, a tendência central e a variação da distribuição.

Os histogramas são sensíveis ao número e largura de seus intervalos. Para pequenos conjuntos, os histogramas podem mudar drasticamente sua aparência se o número e largura dos intervalos mudarem (Montgomery, Runger, 2003). O histograma vai ser utilizado neste trabalho para se obter a função de densidade de probabilidade, como será apresentado na seção 3.3.

### 3.3 Função Densidade de Probabilidade

O uso de funções densidade de probabilidade está diretamente ligado à natureza dos dados a que ela se relaciona. Alguns possuem boa capacidade de estimação para pequeno número de dados, outras necessitam grande série de observações, para se obter a probabilidade, deve-se recorrer à função de distribuição acumulada (McLaughlin, 1999). A figura 3.3 ilustra uma **PDF** mostrando a probabilidade

de  $X$  estar entre  $a$  e  $b$ . A função densidade de probabilidade deve atender a três requisitos:

- $f(x) > 0$ ;
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)d(x) = 1$ ;
- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)d(x) = \text{área sob } f(x), \text{ entre os pontos } a \text{ e } b,$   
sendo que  $b \geq a$ ;

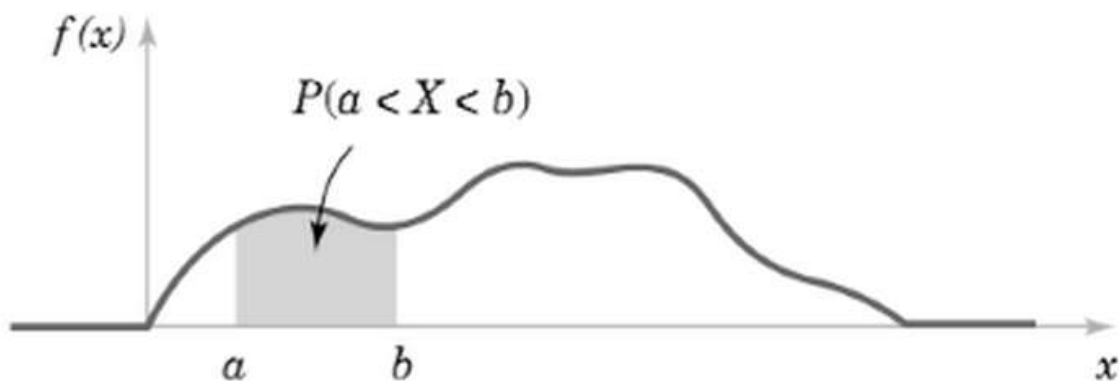


Figura 3.3: Demonstra a área sob  $f(x)$ , entre os pontos  $a$  e  $b$ , modificado de Montgomery e Runger (2003).

O histograma é uma das ferramentas mais simples e antigas para se gerar uma forma gráfica para a estimação da densidade. Para se gerar o histograma é necessário possuir um ponto de origem e a largura ( $h$ ) usada para os intervalos, sendo que esta última controla a granularidade. A Figura 3.4 ilustra um exemplo de um histograma simples. Como se pode observar, variando o valor de  $h$  a granularidade do gráfico também varia (Menotti, 2010). Analisando o histograma da Figura 3.4, nota-se que: se  $h$  é largo, a probabilidade no intervalo é estimada com maior confiabilidade, pois é

baseada no número de amostras, porém a densidade estimada é plana numa região muito larga e a estrutura fina da distribuição é perdida. Quando  $h$  é estreito, preserva-se a estrutura fina, perdendo a confiabilidade, pois pode haver intervalos na amostra (Santos, 2011).

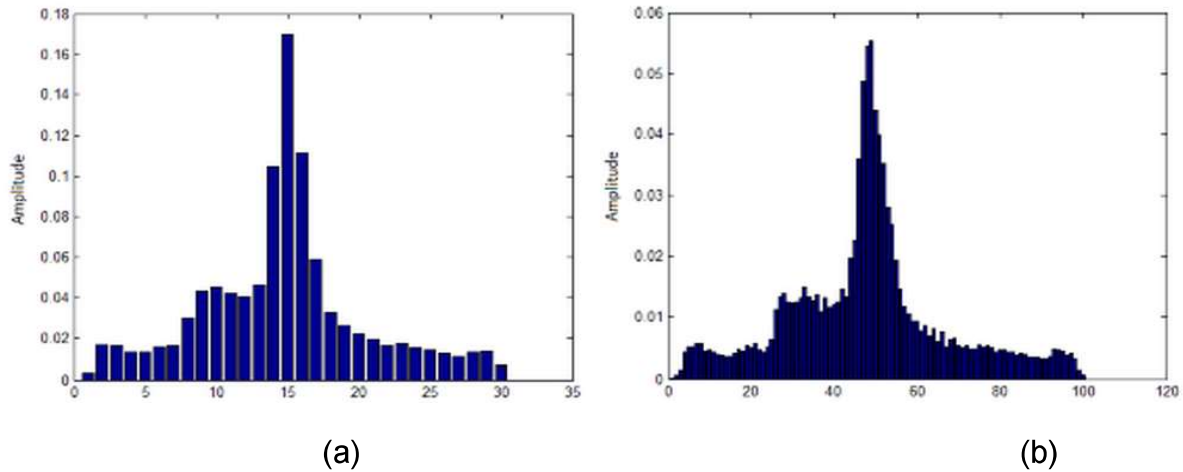


Figura 3.4: Histograma do sinal de voz da Figura 3.1 divididos em classes de tamanho (a) 30 (b) 100.

A probabilidade de que um vetor  $x$ , retirado de uma função de densidade desconhecida  $p(x)$  estará em uma região  $R$  é dada por:

$$\hat{P} = \int_R p(x) d(x) \tag{3.1}$$

Considerando que  $R$  seja contínua e pequena de forma que  $p(x)$  não varie, tem-se:

$$\hat{P} = \int_R p(x) d(x) = p(x) \times A \tag{3.2}$$

Onde  $A$  é o área de  $R$ . Se retira-se  $n$  pontos independentemente de  $p(x)$ , a probabilidade de que  $k$  deles caíam na região  $R$  é dada pela Lei Binomial. Usa-se o

termo binomial para designar situações em que os resultados de uma variável aleatória podem ser agrupados em duas classes ou categorias :

$$P_k = \binom{n}{k} P^k (1 - P)^{n-k} \quad (3.3)$$

A esperança matemática de  $k$  informa o número médio de pontos contidos em  $R$ . Logo, a estimação de densidade de  $p(x)$  é:

$$P \approx \frac{\binom{k}{n}}{A} \quad (3.4)$$

A Figura 3.5 ilustra a estimativa de densidade de uma distribuição.

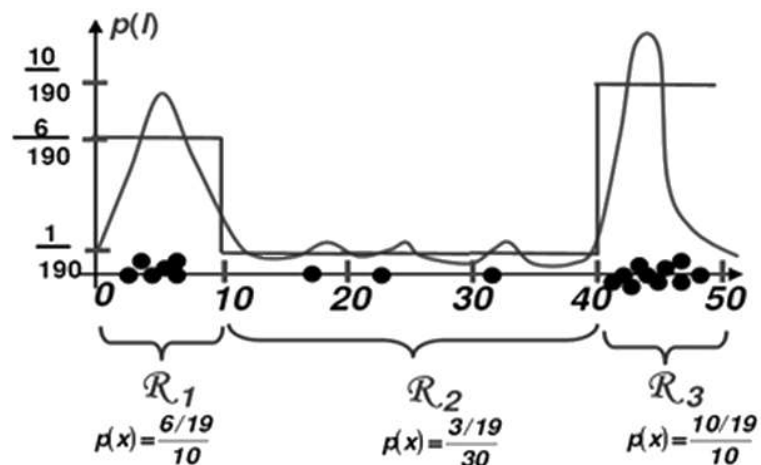


Figura 3.5: Estimativa de densidade de probabilidade de uma distribuição, modificado de Menotti (2010).

Quando utilizado em problemas reais se possui inúmeras alternativas de como ser realizada a estimação da densidade de probabilidade, sendo as duas mais conhecidas: fixar um valor de  $k$  para determinar a área  $A$  a partir dos dados (regra dos vizinhos próximos ( $kNN$  - *Nearest Neighbor*)) e também fixar a área  $A$  e determinar  $k$  a partir dos dados (Janela de Parzen ou Estimador de Parzen) (Menotti, 2010).

### 3.3.1 Regra dos Vizinhos Próximos

O algoritmo  $k$ -Nearest Neighbor ( $kNN$ ) é um algoritmo de aprendizado supervisionado do tipo *Lazy*<sup>2</sup>, introduzido por Aha et al. (1991). A ideia geral desse algoritmo consiste em encontrar os  $k$  exemplos rotulados mais próximos do exemplo não classificado e, com base no rótulo desses exemplos mais próximos, é tomada a decisão relativa à classe do exemplo não rotulado.

Segundo Elkan (2011) e Menotti (2010), e lembrando a equação genérica da estimação da densidade na equação 3.4 na regra do vizinho mais próximo diferentemente de Parzen, onde o valor  $V$  é fixado para determinar  $k$ , no método  $kNN$  fixa-se o valor de  $k$  e determina-se o valor de  $V$ . A escolha do valor de  $k$  é dado pela raiz quadrada do número de amostras, mas este método da escolha de  $K$  não é muito utilizado na prática. Para que  $kNN$  seja um estimador de densidade precisa-se de um número de amostras infinitas, o que também não acontece na prática. Apesar disso pode-se utilizar o método  $kNN$  para estimar diretamente a probabilidade a posteriori  $P(C_i|x)$ . Desta forma não é necessário estimar a densidade de  $P(x)$ , pois (Menotti, 2010):

$$P(C_i|x) = \frac{p(x,c_i)}{p(x)} = \frac{p(x,c_i)}{\sum_{j=1}^m p(x,c_j)} \approx \frac{k_i/n}{V \sum_{j=1}^m \frac{k_j/n}{V}} = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^m k_j} = \frac{k_i}{k} \quad (3.5)$$

---

<sup>2</sup> O aprendizado do tipo *Lazy*, tem como principal característica, a necessidade de uma entrada de dados no sistema. Diferente do aprendizado tipo *Eager*, que inicia seu processamento mesmo sem uma entrada de dados.

Um exemplo prático da aplicação do método *kNN* é o diagrama de Voronoi, que é uma decomposição de um espaço métrico em regiões de acordo com a distância de determinados pontos. A Figura 3.6 exemplifica um diagrama de Voronoi de múltiplas amostras realizado por Gonçalves e Mendes (2002). Está trabalho estudou geomarketing para a caracterização de lojas de retalho alimentar de pequena a média dimensão pertencentes a uma cadeia com lojas nas áreas metropolitanas de Lisboa e do Porto. Suas amostras são resultados de um levantamento sobre às lojas objeto do estudo incluindo questões sobre a freguesia de origem e perfil dos consumidores, com cerca de 200 respostas por loja e suas localizações obtidas por **GPS**. A Figura 3.6 (a) compara diagramas de Voronoi de primeira ordem com os multiplicativos com os termos  $A =$  área de vendas da loja,  $d =$  distância euclidiana,  $\alpha = \frac{1}{2}$  e  $b = 1$ . Na Figura 3.6 (b) é possível observar a grande sensibilidade do diagrama ao valor do parâmetro  $\alpha$ .

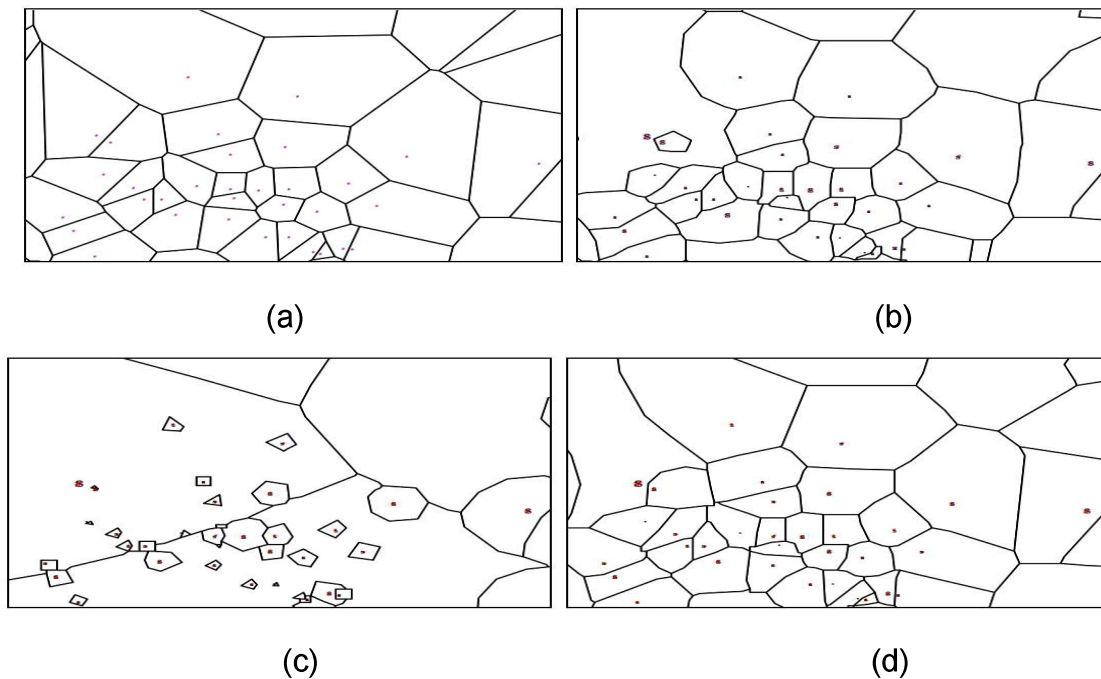


Figura 3.6 - Diagrama de Voronoi de 1ª ordem (a), Figura (b) diagrama de Voronoi obtido com a modificação dos parâmetros  $\alpha = 1/2$ ,  $b = 1$ . Figura (c), diagramas de Voronoi alterando os parâmetros para  $\alpha = 2$ ,  $b = 1$  e Figura (d) com  $\alpha = 1/10$ ,  $b = 1$ .

Dado um conjunto  $S$  de  $n$  pontos no plano deseja-se determinar para cada ponto  $p$  de  $S$  qual é a região  $V(p)$  dos pontos do plano que estão mais próximos de  $p$  do que de qualquer outro ponto em  $S$ . As regiões determinadas por cada ponto formam uma partição do plano chamada de Diagrama de Voronoi (Freitas, 2011).

### 3.3.2 Método de Kernel

Diferente do histograma, o método de *kernel* não possui a necessidade de definir classes. É um procedimento para estimação de uma função que consiste em estabelecer uma média localmente ponderada, de acordo com Cortes (2010).

O estimador de *kernel*, também chamado de estimador baseado em núcleos, se baseia em uma função de probabilidade  $K$  que, por Silverman (1996), deve ser contínua, unimodal, simétrica em torno de zero, com variabilidade controlada pelo parâmetro  $h$  e limitada. Cline (1988) mostra que os estimadores que não possuem tais propriedades são inadmissíveis no sentido em que eles não têm o menor erro quadrático médio integrado.

A escolha da função núcleo  $K$ , mesmo a função ser de grande importância para a estimação não-paramétrica, não é tão importante quanto se determinar um  $h$  que seja adequado para a aplicação. Estudos demonstram que a função núcleo dita ótima, comumente utilizadas que minimizam as funções critérios, tende a gerar somente pequenas melhorias em relação à maioria das funções núcleo escolhida. Desta maneira, se optar pela simplicidade, a facilidade de manipulação analítica, o custo computacional e a velocidade de convergência dos estimadores frequentemente determinam a escolha da função núcleo.

### 3.3.3 Estimador de Parzen

O estimador de Parzen é uma técnica supervisionada, não paramétrica para estimar, a partir do conjunto de um treinamento, a função densidade de probabilidade quando sua forma não é conhecida. A função densidade de probabilidade que se quer

estimar é  $p(x|C_i)$ , ou seja, a função densidade de probabilidade do padrão  $x$ , quando se sabe que  $x$  pertence à classe  $C_i$ . De acordo com Erdogmus e Principe (2000), a PDF é estimada por uma soma de *kernels* simétricos e regulares que são sobrepostos sobre cada amostra do sinal.

Segundo Parzen (1962), dada uma sequência de  $n$  variáveis distribuídas aleatoriamente  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , no qual pode-se estimar sua função densidade de probabilidade usando a Equação 3.6:

$$P(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h_n^d} \varphi\left(\frac{x-x_i}{h_n}\right) \quad (3.6)$$

Onde  $n$  é o número de amostras, ou tamanho do conjunto de treinamento e  $\varphi(x)$  é a janela da função que se deseja calcular o espaço, com característica dada pela Equação (3.7):

$$\int_{\mathfrak{X}^d} \varphi(x) dx = 1 \quad (3.7)$$

e  $h_n > 0$  pois define o tamanho da janela ou como também denominada banda de passagem. A função janela está sendo usada para interpolação, em que cada amostra contribui para a estimação de acordo com sua distância de  $x$ .

Nesta abordagem, fixa-se o tamanho da região  $R$  para estimar a densidade. Fixa-se também a área ( $A$ ) e determina-se  $k$  a partir dos dados de aprendizagem. É possível assumir que a região  $R$  é um hipercubo de tamanho  $h$ , sua área é obtida por  $h^d$ . A Figura 3.7 ilustra algumas dimensões que a região pode assumir (Menotti, 2010). A altura da janela  $h$  deve satisfazer  $\lim_{n \rightarrow \infty} h^n = 0$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} nh^n = \infty$ , para que a estimação de  $p(x)$  possa convergir para  $p(x)$ .

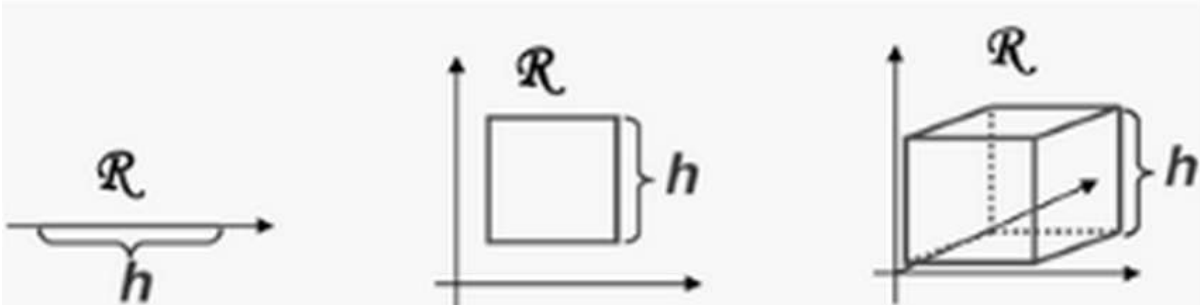


Figura 3.7: A Figura demonstra os possíveis dimensões de  $\mathcal{R}$ , para o cálculo da densidade, modificado de Menotti (2010).

Para estimar a densidade no ponto  $x$ , centraliza-se  $R$  em  $x$ , conta-se o número de amostras em  $R$  e substitui-se na Equação (3.4). É possível definir uma expressão para encontrar a quantidade de pontos que estão dentro da região  $R$ . Esta é definida como função de *Kernel* ou janela de Parzen. Como exemplo, tendo  $n$  amostras  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , pode-se definir a janela da Equação (3.8).

$$\varphi\left(\frac{x-x_i}{h}\right) = \begin{cases} 1 & |x - x_i| \leq \frac{h}{2}, i = 1, \dots, d \\ 0, & \text{outro} \end{cases} \quad (3.8)$$

A Figura 3.8 demonstra o equacionamento representado em 3.8. Como forma de exemplificar o método, suponha que se tem sete amostras  $\{2, 3, 4, 8, 10, 11, 12\}$  e adota-se o tamanho da janela  $h = 3$  a estimativa da densidade é dada pelas Equações (3.9) e (3.10):

$$p_\varphi(1) = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 \frac{1}{3} \varphi\left(\frac{1-x_i}{3}\right) \quad (3.9)$$

$$p_\varphi(1) = \frac{1}{21} \left[ \varphi\left(\frac{1-2}{3}\right) + \varphi\left(\frac{1-3}{3}\right) + \varphi\left(\frac{1-4}{3}\right) + \dots + \varphi\left(\frac{1-12}{3}\right) \right] \quad (3.10)$$

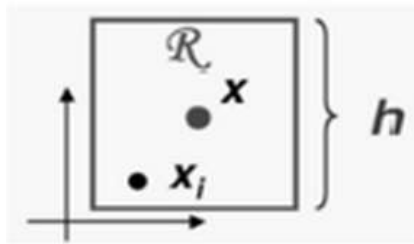


Figura 3.8: Estimativa da Janela de Parzen bidimensional, modificado de Menotti (2010).

A partir do segundo termo da série, pode-se notar que seu módulo é superior a 0,5. Tornando assim, apenas o primeiro termo da série é considerado, como mostra a Equação 3.11.

$$p_{\phi}(1) = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 \frac{1}{3} \phi\left(\frac{1-x_i}{3}\right) = \frac{1}{21} [1 + 0 + 0 + 0 + \dots + 0] = \frac{1}{21} \quad (3.11)$$

Para visualizar o formato da função, estima-se todas as densidades, usando janela como um interpolador, como demonstrado na Figura 3.9. Cada  $x_i$  ajudará para o resultado da densidade em  $x$  se este  $x$  está bastante perto de  $x_i$  (Menotti, 2010).



Figura 3.9: Estimativa da função densidade por janela de Parzen do exemplo, modificado de Menotti (2010).

Uma alternativa à janela quadrada é a janela Gaussiana. Ela é normalmente usada como kernel, basicamente por sua característica de diferenciação contínua. Assim, com a estimativa da **PDF**, a entropia pode ser obtida diretamente (Erdogmus et al., 2004; Beirlant et al., 1997). Neste caso os pontos se encontram próximos a  $x_i$  recebem um peso maior. Desta forma a estimativa da densidade é suavizada (Menotti, 2010). Para esta distribuição Gaussiana, tem-se a Equação (3.12). Novamente,

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (3.12)$$

Desta forma, substituindo (3.12) em (3.6), tem-se a Equação (3.13):

$$P(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h^d \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_i}{h}\right)^2\right) \quad (3.13)$$

Para verificar o método, utilizou-se a mesma distribuição de dados da Figura 3.9 e foram calculadas suas respectivas **PDF's** utilizando o histograma e a janela de Parzen gaussiano com  $h = 1$ . Como é possível observar na Figura 3.10, define-se que para uma amostra relativamente pequena, a janela de Parzen obtém uma resposta melhor que o histograma. Já a Figura 3.11 ilustra a distribuição da PDF das mesmas amostras com suavização Gaussiana. A Figura 3.12 demonstra detalhadamente a ideia de como é composta a **PDF** com o estimador de Parzen gaussiano.

Simulações com vários tamanhos de janelas serão apresentados a fim de verificar que o valor da janela  $h$  influencia na **PDF** obtida. Considerando a mesma distribuição da Figura 3.9, pode-se obter as seguintes **PDF's**:

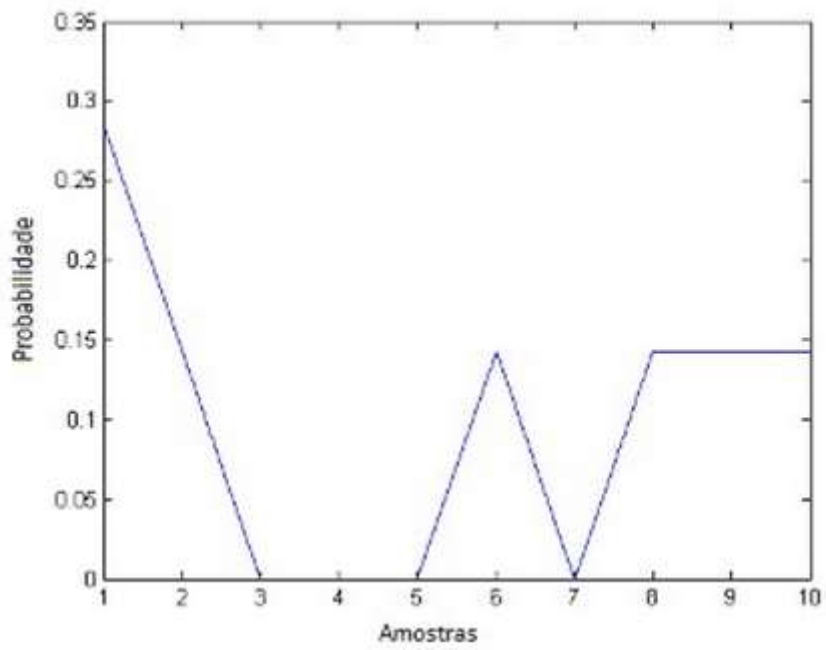


Figura 3.10: PDF obtido do histograma normalizado para  $\sum = 1$  do exemplo.

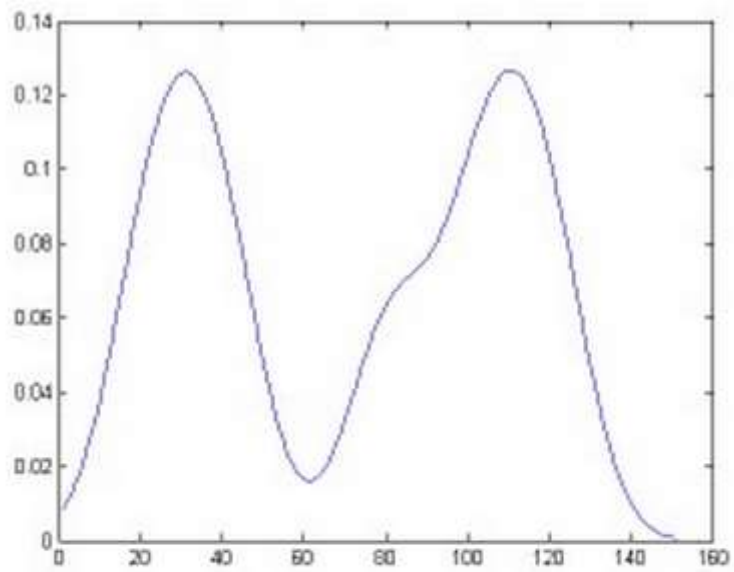


Figura 3.11: PDF utilizando Parzen para os dados da Figura 3.9

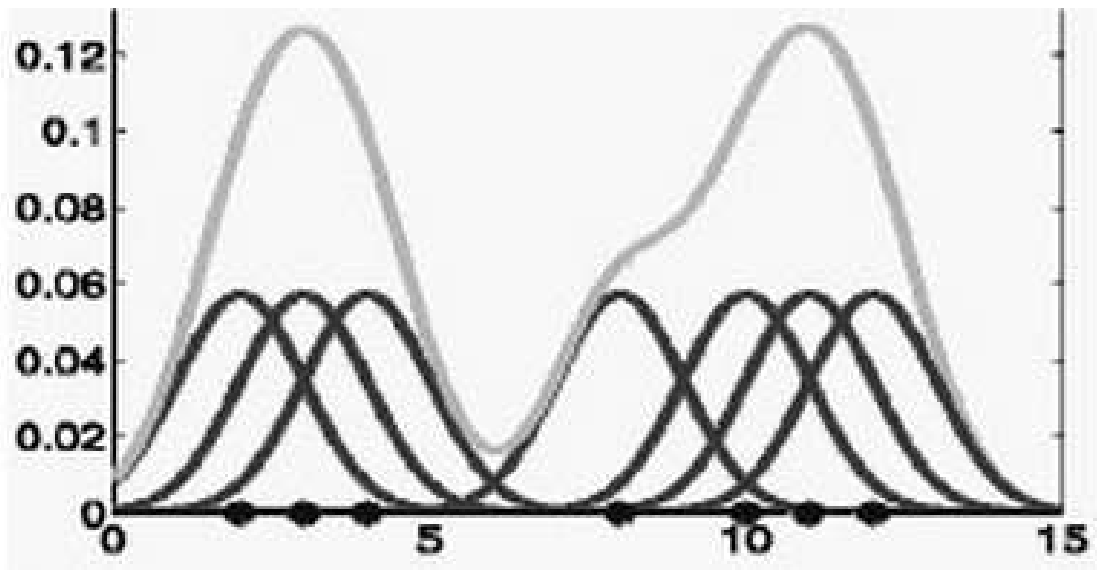


Figura 3.12: Composição da PDF por estimador de Parzen gaussiano, modificado de Menotti (2010).

É possível observar na Figura 3.13, que o tamanho da janela  $h$  influencia na distribuição da função PDF. É possível obter o valor de  $h$  empiricamente, ou seja, por meio de testes utilizando diversos valores de  $h$  e analisando a resposta da curva. Como é possível concluir com base na Figura 3.13, quanto menor o valor de  $h$ , mais precisa é a estimativa da classe, porém um valor de  $h$  muito pequeno pode causar erros na estimativa.

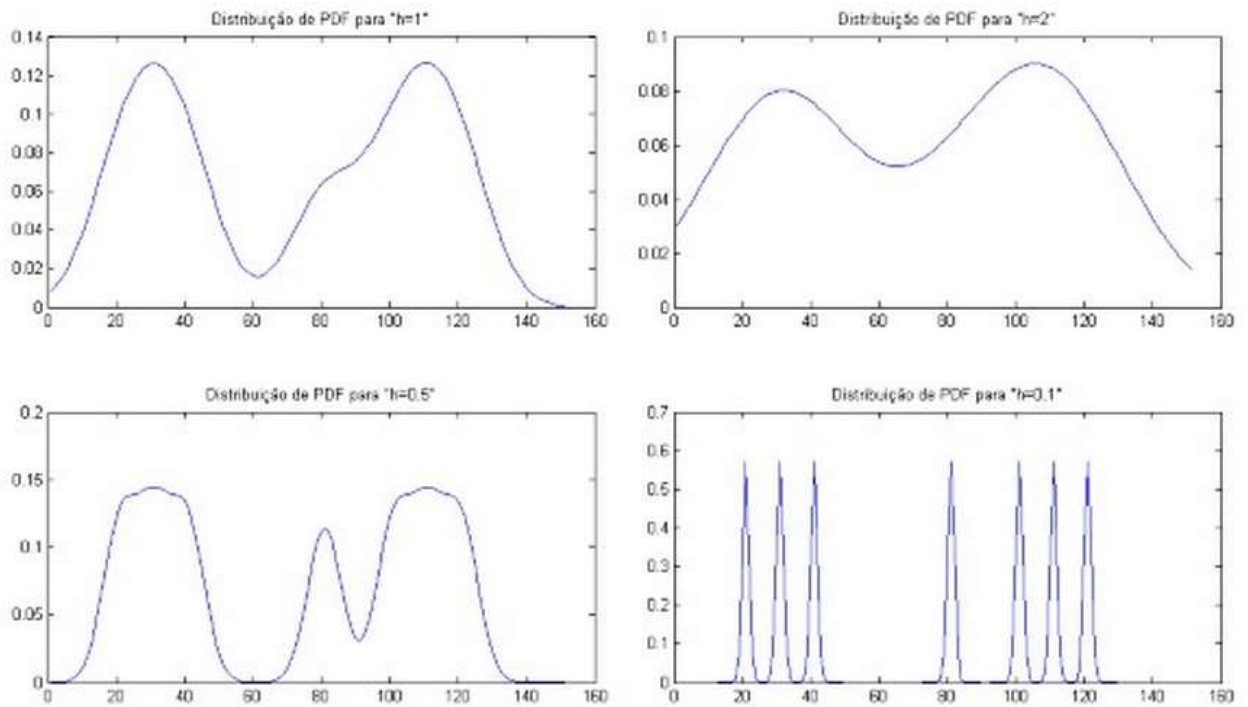


Figura 3.13: Distribuições das PDF obtidas para diversos valores da janela 'h'.

Apesar do *kernel* Gaussiano ser o mais utilizado, existem vários outros tipos de aproximações para cálculo da densidade, conforme pode ser visto na tabela 3.1.

Kernel	$\varphi(u)$
Uniforme	$\frac{1}{2}I( u  \leq 1)$
Triangular	$(1 -  u )I( u  \leq 1)$
Epanechnikov	$\frac{3}{4}(1 - u^2)^2I( u  \leq 1)$
Quadrático	$\frac{15}{16}(1 - u^2)^2I( u  \leq 1)$
Triweight	$\frac{35}{32}(1 - u^2)^3I( u  \leq 1)$
Cosseno	$\frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2}u\right)I( u  \leq 1)$

Figura 3.1: Alguns outros tipos de funções de densidade  $\varphi(u)$ .

### 3.4 Tipos de Distribuição de Probabilidade

Procuraremos demonstrar, nesse capítulo, algumas distribuições probabilísticas (Feller, 1971), que são de grande interesse para a Física, e são usadas no estudo dos sistemas complexos. Algumas das distribuições que serão apresentadas foram utilizadas em Santos (2011), para verificação da robustez do estimador de Parzen.

#### 3.4.1 Distribuição Normal ou Gaussiana

O tipo de distribuição mais conhecido e utilizado é a distribuição normal. A distribuição do tipo Normal é uma das mais importantes distribuições da estatística. Foi desenvolvida pelo matemático francês Abraham de Moivre, em 1733, como sendo uma aproximação da distribuição Binomial. Redescoberta no século XIX por Laplace (Laplace, 1781) e Gauss (Gauss, 1816), conhecido também como distribuição de Gauss ou Gaussiana, quando desenvolveram a teoria dos Erros de Observação utilizando a função normal. Nesta distribuição, a curva é simétrica e fica semelhante a um sino. (Montgomery, Runger, 2003).

A distribuição Normal é muito utilizada na estatística inferencial além de descrever uma série de fenômenos físicos e financeiros (Tucker, 1992). É inteiramente descrita por seus parâmetros de média e desvio padrão, ou seja, conhecendo-se estes se consegue determinar qualquer probabilidade em uma Normal. Muitas vezes essa distribuição é também apelidada de curva em forma de sino (Bell Curve). A distribuição normal é definida por: Se uma variável aleatória  $X$ , com função densidade de probabilidade da Equação (3.14).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.14)$$

A equação da curva Normal é especificada usando dois parâmetros: a média  $\mu$ , e o desvio padrão  $\sigma$ , ou equivalentemente a variância  $\sigma^2$ . Denotamos  $N(\mu, \sigma^2)$  à curva Normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  (Magalhães, 2001). Onde  $x$  adote valores entre,  $-\infty < x < \infty$ , se tem uma distribuição normal, com parâmetros  $\mu$ , em que  $-\infty < \mu < \infty$ , e  $\sigma > 0$ . Também na Equação (3.15):

$$E(x) = \mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{e} \quad V(x) = \sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} \quad (3.15)$$

onde  $E(x)$  é a média da distribuição e  $V(x)$  é a variância da distribuição. A distribuição do tipo Normal é simétrica. A curva é afetada pelos valores numéricos de  $\mu$  e  $\sigma$ , como mostra o diagrama abaixo.

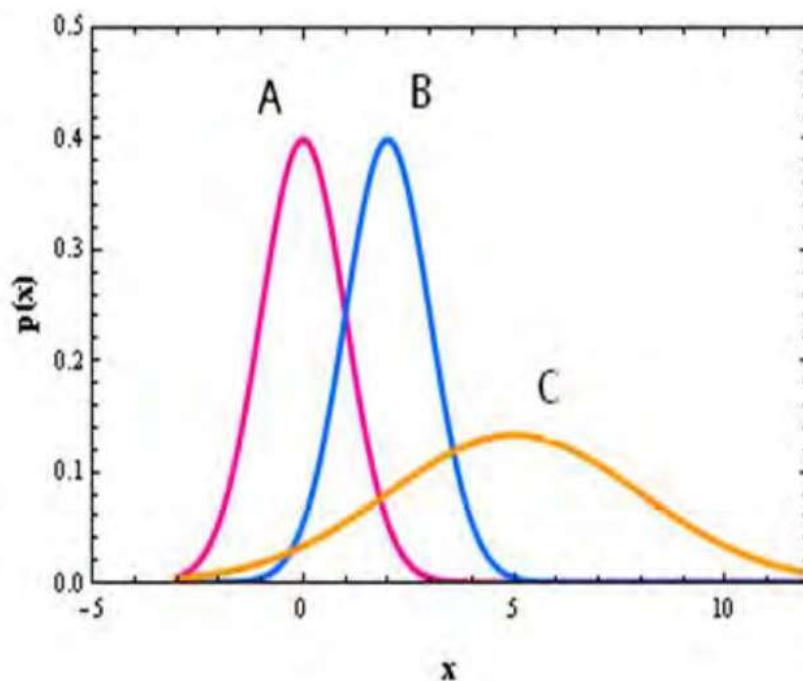


Figura 3.14: Média e Desvio Padrão na Distribuição Normal (curva A: média = 0 e desvio padrão = 1; curva B: média = 2 e desvio padrão = 1; curva C: média = 5 e desvio padrão = 3).

A área sob a curva normal é 1. Então, se possuímos dois valores podemos por meio desses determinar a porcentagem de área que esta sob esta curva, destes dois valores. Para a distribuição do tipo Normal, as proporções de valores caindo dentro de um, dois, ou três desvios padrão da média são:

Varição	Proporção
$\mu \pm \sigma$	68.3%
$\mu \pm 2\sigma$	95.5%
$\mu \pm 3\sigma$	99.7%

Tabela 3.2: A tabela evidencia as alterações do valor de Proporção, quando se multiplica o desvio padrão por uma constante.

Quando se deseja calcular probabilidades para diferentes valores de  $\mu$  e  $\sigma$ , a variável  $x$  cuja distribuição é  $p(x)$  é transformada numa forma padronizada  $Z$ , que denominamos distribuição normal padrão, pois tal distribuição é tabelada. Desta maneira se considerarmos:

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \quad (3.16)$$

Desta maneira  $p(Z)$ , é dado por meio de:

$$p(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} \quad (3.17)$$

Um interessante uso da distribuição normal é que ela serve de aproximação para o cálculo de outras distribuições quando o número de observações torna-se grande. Essa importante propriedade provém do Teorema Central do Limite que diz que "toda soma de variáveis aleatórias independentes de média finita e variância limitada é aproximadamente Normal, desde que o número de termos da soma seja suficientemente grande", Souza (2009).

### 3.4.2 Distribuição do tipo Lei de Potência

Devido a interação entre seus elementos, os sistemas complexos podem exibir um comportamento caótico. Pode ocorrer também o mecanismo de realimentação positiva, em que quando acontece um evento, outros elementos podem fazer com que haja um aumento de um determinado evento. Por exemplo, quando uma pessoa joga bem futebol, a sociedade em volta dela nota essa qualidade e fornece a essa pessoa melhores condições para ela praticar o futebol, fazendo com que se torne um melhor jogador de futebol, Chavarette (2002). Este comportamento poder ser explicado pela distribuição de Lei de Potência (Gutemberg, et al, 1949; Sepkoski, 1993; Tsallis, 1999; Mandelbrot, 1964).

A distribuição do tipo lei de potência (Pareto, 1896; Lévy, 1937) foi primeiramente notada por Pareto na renda pessoal, e posteriormente por outros em muitos sistemas complexos físicos (Solomom, 1993), econômicos (Mandelbrot, 1963), biológicos (Peng, 1993) e educacionais (Chavarette, 2002; Gupta, Campanha e Chavarette, 2003).

Nesta distribuição, a probabilidade  $p(x)$  a partir de um valor máximo, cai bem mais devagar do que se espera na distribuição do tipo normal, para valores cada vez maiores de  $x$ . Algumas dessas distribuições podem ser explicadas pela lei de potência. A distribuição de Lei de Potência de acordo com Pareto (1896) é dada pela Equação (3.18).

$$p(x) = \frac{c}{x^a} \quad (3.18)$$

onde  $p(x)$  é a probabilidade de ocorrência do evento,  $c$  é uma constante e  $\alpha$  é o expoente da distribuição. Aplicando log em ambos os lados temos que:

$$\log(p(x)) = -\alpha \log(x) + \log(c) \quad (3.19)$$

Dessa forma, podemos dizer que a distribuição do tipo lei de potência são os gráficos do tipo  $\log(p(x))$  vs.  $\log(x)$  que apresentam como resultado uma linha reta com  $\alpha$  sendo a inclinação da reta. A Figura 3.15, mostra distribuição do tipo lei de potência com  $\alpha = 2.5$  e  $c = 10^5$ .

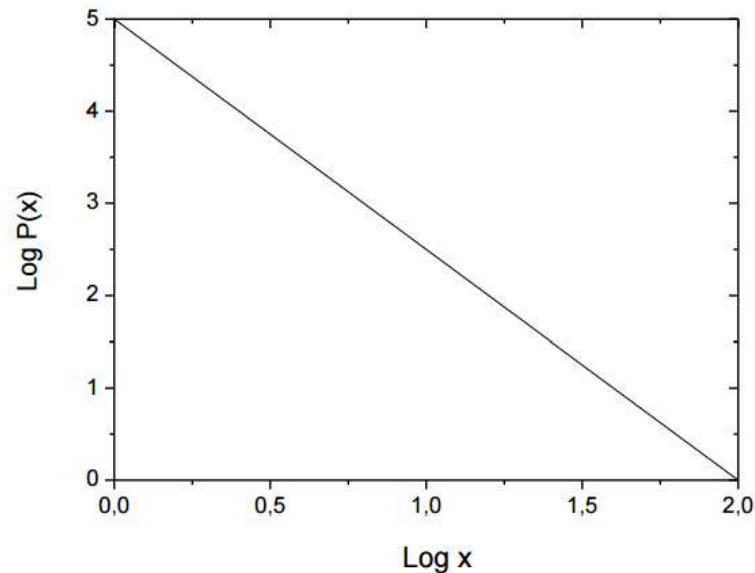


Figura 3.15: Distribuição do tipo lei de potência com  $\alpha = 2.5$  e  $c = 10^5$ .

Um exemplo desta distribuição é a magnitude dos terremotos Figura 3.16. Os terremotos distribuem-se em função da energia liberada, de acordo com a lei de potência (Geller, 1997). A distribuição da extinção de espécies na Terra (Vines, 1999) é, curiosamente, idêntica à lei de potência da distribuição de terremotos.

Outros exemplos (Newman, 2006) que seguem a lei de potência são mostrados na figura abaixo:

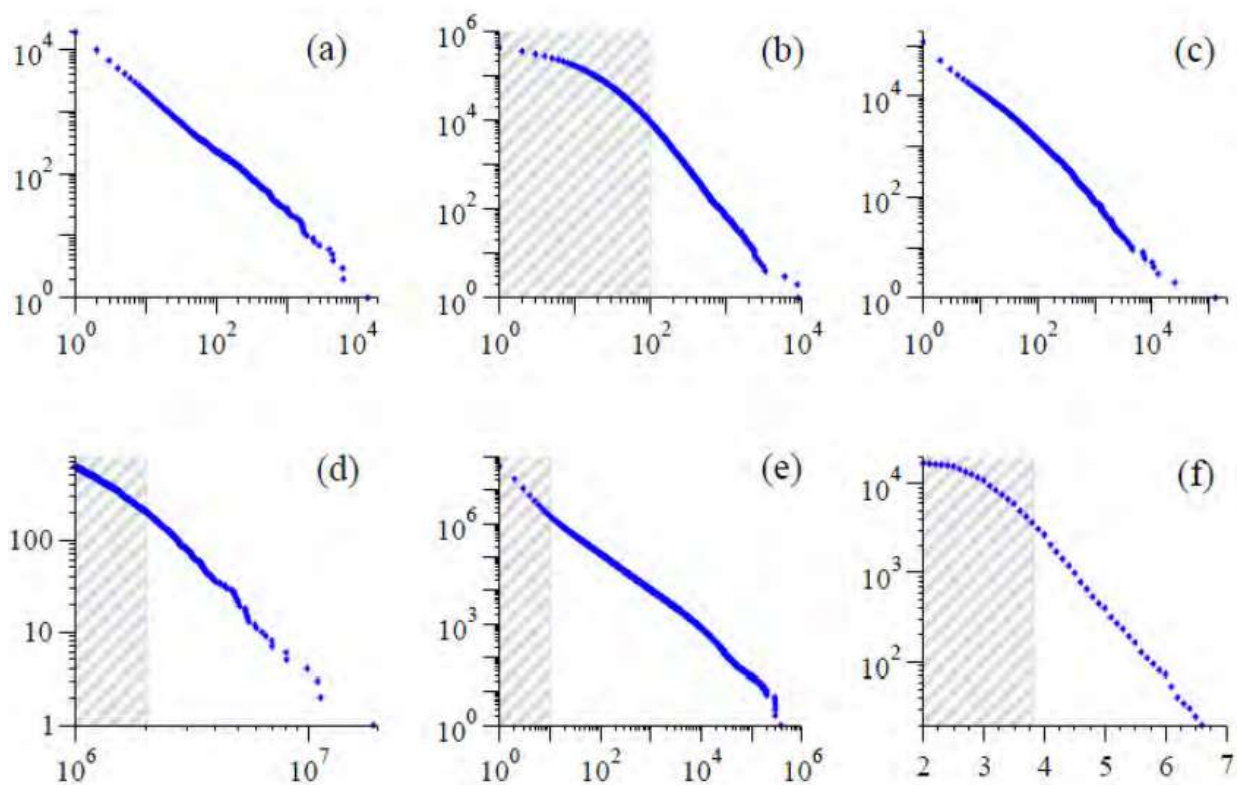


Figura 3.16: no gráfico (a) temos os números de palavras no romance Moby Dick de Hermann Melville, no gráfico (b) temos números de citações para os artigos científicos publicados em 1981, a partir da data de publicação até Junho de 1997, no gráfico (c) temos números de visitas em sites da Internet por 60.000 usuários do serviço de Internet America Online no dia 1 de Dezembro de 1997, no gráfico (d) temos o número de exemplares de livros vendidos em bestseller os E.U.A. entre 1895 e 1965, no gráfico (e) temos o número de chamadas recebidas no telefone pelos clientes da AT&T nos E.U.A. para um único dia e no gráfico (f) temos a magnitude dos terremotos na Califórnia entre Janeiro de 1910 e Maio de 1992.

### 3.4.3 Distribuição do tipo Lévy

As distribuições do tipo Lévy (Lévy, 1937), demonstram matematicamente inúmeros eventos físicos, como a fotocondutividade em semicondutores amorfos ou o

ritmo cardíaco de indivíduos saudáveis. Em um caso particular quando a expressão esta na forma simétrica e com média zero, é dada a partir da Equação (3.20).

$$L_{\alpha}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{(-\gamma q^{\alpha})} \cos(qx) dq \quad (3.20)$$

Com parâmetro de Lévy ( $0 < \alpha \leq 2$ ) e um fator de escala positivo  $\gamma$ . Para  $\alpha = 2$  temos a distribuição Gaussiana.

Para elevados valores de  $x$ , a distribuição do tipo Lévy tem comportamento de lei de potência,  $L_{\alpha}(x) \approx x^{-(\alpha+1)}$ , quando inserimos este termo na Equação (3.20) obtemos a Equação (3.21).

$$\langle x^2 \rangle = \int x^2 L_{\alpha}(x) dx \approx \int x^2 x^{-(\alpha+1)} dx \approx \int x^{1-\alpha} dx \quad (3.21)$$

Esta é divergente para os valores de  $0 < \alpha < 2$ .

Devido a segunda interação das distribuições empíricas tem característica finita, esta convergirá para uma distribuição Gaussiana.

#### 3.4.4 Distribuição Exponencial

A distribuição exponencial tem esse nome devido sua **PDF**, geralmente se ajusta bem a dados que apresentam forte assimetria, como histogramas em forma de “J” invertido (Thom, 1958). Esta distribuição é definida por: A variável aleatória  $X$ , que é igual a distância entre contagens sucessivas de um processo de Poisson 1, com média  $\lambda > 0$ , tem uma distribuição exponencial com parâmetro  $\lambda$  e a **PDF**( $X$ ) (Montgomery, Runger, 2003), A Figura 4.17 ilustra esta distribuição para diferentes valores de  $\lambda$ :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (3.22)$$

para  $0 \leq x < \infty$ .

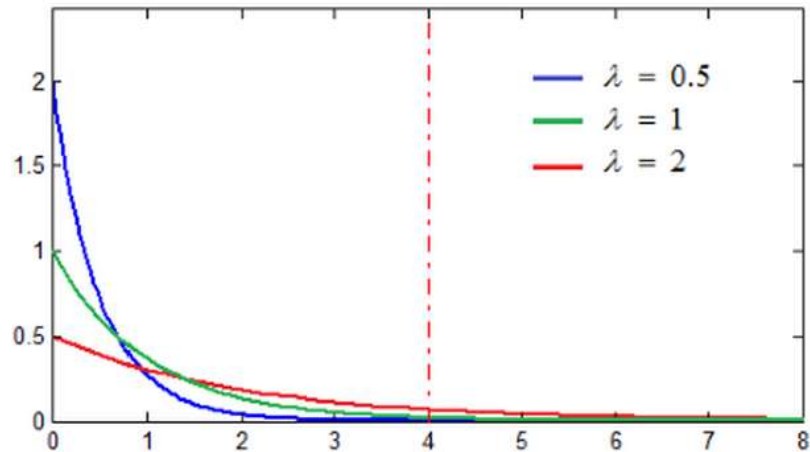


Figura 3.17: Distribuição Exponencial para alguns valores de  $\lambda$ .

### 3.4.5 Distribuição Weibull

A distribuição de Weibull foi proposta originalmente por Fisher e Tippett em 1928, no estudo de valores extremos. Posteriormente, foi também desenvolvida de modo independente por Waloddi Weibull em 1939 em seus estudos sobre a resistência dos materiais. Após o fim da II Guerra Mundial, as pesquisas no período pós-guerra deram ênfase às análises de resistência dos materiais, o que resultou na associação do nome de Waloddi Weibull a esta distribuição (Bailey e Dell, 1973).

A distribuição de Weibull, é uma distribuição de probabilidade contínua. Dentre as funções de densidade de probabilidade existentes, a distribuição Weibull é a mais utilizada em estudos de confiabilidade, análise de sobrevivência e em outras áreas devido a sua versatilidade. Sua função de densidade é dada por:

$$f(x, k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad (3.23)$$

para  $x \geq 0$  e  $f(x; k, \lambda) = 0$  para  $x < 0$ , onde  $k > 0$  é o parâmetro de forma e  $\lambda > 0$  é o parâmetro de escala da distribuição. As formas que a distribuição de Weibull pode assumir variam de acordo com o valor de seus parâmetros (Figura 4.18, modificada de Figura (2010)), indo desde distribuições decrescentes de florestas nativas até distribuições unimodais de povoamentos florestais, com diferentes graus de assimetria. O parâmetro de forma  $c$  desta distribuição define que tipo de curva será representado pela **PDF** (Bailey e Dell, 1973; Péllico Netto, 1993; Scolforo, 1998).

A distribuição de Weibull é frequentemente plotada em uma escala específica, onde a função é representada por uma reta. Esta distribuição mostra uma boa aderência a dados de falha de equipamentos, necessitando de menos ocorrências que outras distribuições (Scheunemann, 2011).

A distribuição de Weibull existe nas formas de dois e três parâmetros, usualmente chamadas de Weibull 2P e Weibull 3P, neste trabalho foi demonstrada a equação de Weibull 2P, para se obter mais informações sobre Weibull 3P nos seguintes trabalhos (Vallejos, (2003); Vallejos et al., (2004); Knoebel et al., (1988); Feduccia et al., (1979)).

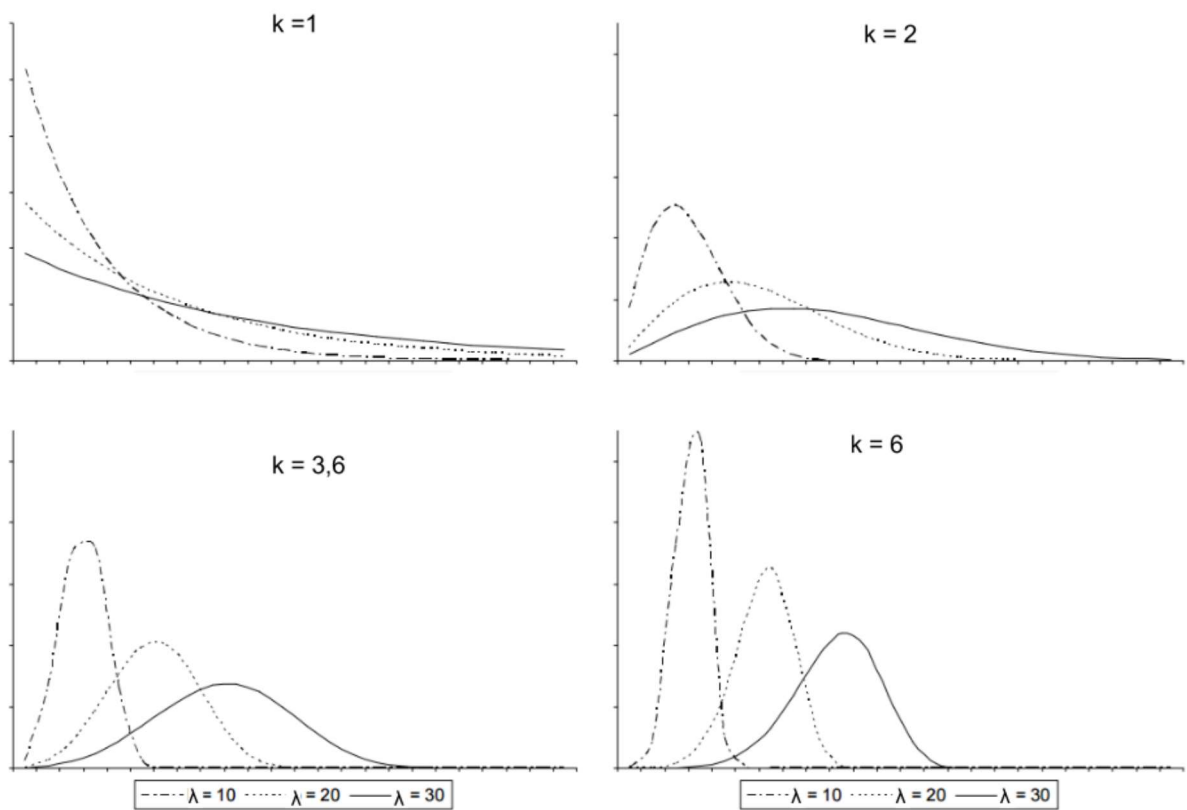


Figura 3.18 - Gráficos da Distribuição de Weibull para diferentes valores de  $k$  e  $\lambda$ , para demonstrar a diferença gerada por esta variação, modificado de Figura (2010).

## Capítulo 4 - Estudo de Incerteza do Sistema

Neste capítulo, serão apresentadas algumas ferramentas para o estudo probabilístico, que são utilizadas na análise de sinais de voz, tanto saudáveis como patológicos. Inicialmente, faz-se uma revisão de entropia, destacando algumas características relevantes, tais como as curvas de entropia e suas propriedades.

Probabilidade matemática, é a razão entre o número de casos favoráveis relativamente ao número de casos igualmente possíveis num experimento estatístico. Analogamente, a probabilidade matemática, temos a probabilidade termodinâmica muito utilizada na física, esta consiste em abordar como um estado macroscópico é o número de estados microscópicos que geram aquele estado macroscópico (Filho, 2003).

Inúmeros trabalhos foram realizados usando como base medidas de informação e previsibilidade, para o estudo de sinais fisiológicos. Um exemplo é o índice de previsibilidade da variabilidade do batimento cardíaco apresentado em Cai et al. (2001), o trabalho demonstrou como é possível diferenciar os pacientes devido à natureza periódica, caótica ou aleatória dos sinais de **ECG**. Os sinais variam de acordo com o quadro dos pacientes, em casos normais os sinais são caóticos, já em pessoa que sofreram ataques cardíacos nos primeiros 'seis' meses os sinais são aleatórios. O uso de ferramentas preditivas tem dado bons resultados em estudos com sinais fisiológicos, as análises de previsibilidade, inicialmente, foram desenvolvidas em busca de se obter uma maneira melhor e com maior confiabilidade para se realizar as previsões do clima. Desde Lorenz (1963), as técnicas usadas nos estudos de clima começaram a considerar modelos baseados em sistemas dinâmicos e caóticos. Como apresentado, essa técnica possui características interessantes para serem usados em sistemas fisiológicos. Assim, o uso do método de previsibilidade na análise de sinais de voz demonstrou ser um bom caminho, por ser um método inovador, esta área de estudo ainda está se desenvolvendo.

## 4.1 Entropia

A entropia é uma grandeza utilizada para quantificar a incerteza que um sistema de informações possui. Shannon (1948) foi o primeiro a descrever a entropia como uma medida desta forma, a partir deste momento se tornou uma das ferramentas mais importantes de teoria da informação, definida conforme a Equação (4.1):

$$H(i) = - \sum_{i \in X} p(i) \log p(i) \quad (4.1)$$

Shannon tem como objetivo quantificar a incerteza da transição de informações, em projetos de telecomunicações, desta forma tornando a transferência de dados mais eficiente. Na equação o fator  $p(i)$  determina o grau de incerteza, assim podendo ser utilizado para determinar o fator necessário para transmitir a informação (Shannon, 1948). Essa entropia de informação se baseia na entropia utilizada na física. Em Jaynes (1965), realiza uma comparação dos métodos criados por Boltzmann e Gibbs. O estudo fez a associação da entropia termodinâmica com uma abordagem probabilística do sistema, mostrada na Equação (4.2):

$$S_{BG} = -k \sum_{i=1}^w p(i) \ln(p(i)) \quad (4.2)$$

Onde se tem microestados  $i$  com probabilidade  $p(i)$ ,  $k$  é uma constante positiva,  $w$  é a quantidade de microestados. Em um caso particular da Equação (4.2) denominado de princípio de Boltzmann, uma expressão fundamental da mecânica estatística, quando  $p(i) = \frac{1}{w}$  se obtém a Equação (4.3):

$$S_{BG} = k \ln (w) \quad (4.3)$$

Nesta nova equação  $k$  é uma constante positiva e  $w$  é o número de microestados possíveis para o estado microscópico do sistema isolado.

Um trabalho interessante que demonstra o uso de entropia é Pincus (1991), o qual faz uma alteração da entropia clássica sendo denominada como entropia aproximada. Observa-se que a entropia de um sinal pode ser relacionada à complexidade do sistema gerador. Pincus e Goldberger (1994) também apresentam uma relação entre a entropia e a regularidade dos sinais com uma aplicação em análise de sinais fisiológicos, especialmente **ECG**.

Outro exemplo, o qual é relacionado ao sistema vocálico, é apresentado em Moore et al. (2006). Esse trabalho demonstra a entropia aproximada aplicada na análise de padrões espectrais de sinais de voz. O qual concluiu que essa entropia é uma medida confiável de qualidade vocal em pacientes com câncer nas pregas vocais. Já em Richman e Moorman (2000), apresenta-se a entropia amostral, a qual é destinada a pequenos e ruidosos conjuntos de dados, como os sinais obtidos do sistema cardiovascular.

A entropia espectral de Shannon foi também utilizada para medir a irregularidade ou complexidade em **EEG**, Inouye et al. (1991). Entropia amostral para analisar fases do sono, Jiayi et al. (2007) e mudanças no sinal causadas pela epilepsia, Bai (2007).

É interessante mostrar a contribuição feita por Kolmogorov (1965). O seu trabalho definiu a chamada entropia de Kolmogorov, esta tem como função medir a complexidade algorítmica de um dado objeto, como uma sequência de números. Essa grandeza é feita pelo comprimento do menor programa de computador que consegue descrever a sequência (Cover e Thomas, 1991). Neste período Solomonoff (1960) e Chaitin (1966) publicaram simultaneamente as ideias por detrás dessa medida, G. Chaitin no seu trabalho inclui também alguns estudos que provando matematicamente a complexidade de Kolmogorov (Cover e Thomas, 1991). A desvantagem é que não é possível calcular diretamente essa grandeza, somente obter um limite de seu valor (Wyner e Foster, 2003).

### 4.1.1 Entropia de Rényi

A entropia de Rényi é uma generalização da entropia de Shannon, e foi definida por Rényi (1960) conforme a Equação (4.4)

$$H_{\alpha}(x) = \frac{1}{1-\alpha} \log_2 \left( \sum_{i=1}^n p_i^{\alpha} \right) \quad (4.4)$$

para  $\alpha \geq 0$  e  $\alpha \neq 1$ , onde  $p_i$  são as probabilidades de  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ .

Caso  $\alpha$  tendendo a 1, a entropia de Rényi tende para a entropia de Shannon, porém com propriedades especiais. Quando  $\alpha$  assumir valores elevados, tendendo ao infinito, suas características são diretamente proporcionais a influencia do evento com maior probabilidade. Para  $\alpha$  assumindo valores mínimos, próximo a zero, a entropia demonstra uma elevação nos valores atribuídos aos valores positivos, independente das suas probabilidades. Se  $\alpha = 0$  a entropia de Shannon com seu máximo valor possível (Rényi, 1960).

### 4.1.2 Entropia Relativa

A entropia Relativa esta relacionada a entropia de Shannon, também conhecida como entropia Kullback-Leibler. Ela pode ser entendida como uma medida da dificuldade em se discriminar duas distribuições de probabilidade (Scalassara, 2009). A definição da entropia relativa de duas **PDF's**,  $p_X(x)$  e  $q_X(x)$ , de uma variável aleatória discreta  $X$  é dada pela Equação (4.5), sendo  $\chi$  o alfabeto de eventos dessa variável.

$$D(p_X || q_X) = \sum_{x \in \mathcal{X}} p_X(x) \log_2 \left( \frac{p_X(x)}{q_X(x)} \right) \quad (4.5)$$

A entropia de Kullback-Leibler pode ser chamada de divergência **KL** em alguns casos. Isso se deve ao fato de possuir algumas características de uma divergência (distância) entre distribuições de probabilidade, nomeadamente de sempre ser positiva e igual a zero quando  $p(x) = q(x)$ , mas essa medida não é realmente uma quantificação de distâncias. Sendo possível comprovar este argumento, pois  $D(p_X || q_X)$  é diferente de  $D(q_X || p_X)$ , desta forma não satisfaz a inequação triangular, o que é um requisito para ser uma métrica (Cover e Thomas, 1991).

#### 4.1.3 Entropia Relativa de Rényi

Conforme demonstrado em (Principe, 2009), a entropia relativa de Rényi é definida pela Equação (4.6):

$$D_{R_\alpha}(f, g) = \log \frac{\left( \int g^{\alpha-1}(x) f(x) \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left( \int g^\alpha(x) \right)^{\frac{1}{\alpha}}}{\left( \int f^\alpha(x) \right)^{\frac{1}{\alpha(1-\alpha)}}} \quad (4.6)$$

Analisando a Equação (4.6), observa-se que seus termos dependem da escolha de um fator  $\alpha$ . No estudo realizado por Principe (2009), utiliza-se o valor de  $\alpha = 2$  e este valor foi adotado também em Santos (2011), obtendo resultados interessantes.

#### 4.1.4 Entropia de Tsallis

Constantino Tsallis desenvolveu uma generalização da entropia de Boltzmann-Gibbs, a qual veio a ser chamada de entropia de Tsallis, esta nova entropia possuía novas características como interações de longo alcance, efeitos de memória e mecânica estatística não-extensiva (Tsallis, 1988, 1989). Sendo alvo de interesse por ter grande capacidade em descrever os mais diversos fenômenos físicos. O ponto inicial proposto por Tsallis foi à entropia generalizada, que é dada pela Equação (4.7):

$$S_q = k \frac{1 - \sum_{i=1}^w p_i^q}{q-1} \quad (4.7)$$

Nesta equação  $w$  assume o número de microestados,  $q$  é um parâmetro adimensional,  $p_i$  é a probabilidade do sistema se encontrar em um estado  $i$  e  $k$  é uma constante, a soma é realizada sobre todos os microestados  $w$  acessíveis ao sistema. Pode-se observar a Equação (4.8) para um sistema contínuo:

$$S_q = k \frac{1 - \int [p(x)^q] dx}{q-1} \quad (4.8)$$

A entropia possui as propriedades de positividade e concavidade se  $q > 0$ . Quando  $q < 0$  a entropia de Tsallis adquire característica convexa. Utilizando equação acima para o caso de dois sistemas A e B podemos observar que:

$$S_q(A + B) = S_q(A) + S_q(B) + S_q(q - 1) S_q(A) S_q(B) \quad (4.9)$$

Obtem-se que a entropia de Tsallis é não-extensiva. Se fizermos o limite de  $q \rightarrow 1$ , na Equação (4.9), vamos obter a extensividade que a entropia de Boltzmann-Gibbs possui.

$$\lim_{q \rightarrow 1} S_q = S_{BG} \quad (4.10)$$

A propriedade não-extensiva, tem como objetivo aperfeiçoar a aplicação da entropia, nos campos onde a entropia de Boltzmann-Gibbs e a termodinâmica clássica não compreendiam totalmente o sistema em que estava-se sendo aplicada, em casos que se possuía parâmetros como:

- Interações (forças) de longo alcance entre seus elementos constituintes, e/ou
- Memória temporal igualmente de longo alcance, e/ou
- Evolução no espaço de fase é (multi)fractal, e/ou
- Existe algum tipo de dissipação,

#### 4.1.5 Modelo Autorregressivo

A modelagem **AR** é parte de um modelo geral e conhecido como autorregressivos de média móvel (**ARMA** - *Autorregressive Moving Average*) (Hayes, 1996), cuja característica principal é ter função de transferência racional. Uma simples definição para o modelo **AR** é considera-lo como uma relação linear de diferenças entre entrada e saída de um sistema, onde a saída seja composta por versões atrasadas de si mesma. Daí vem o nome autorregressivo (Scalassara, 2009). A relação é linear, pode ser observada na Equação (4.11).

$$y[n] = - \sum_{k=1}^p a[k]y[n-k] + b[0]x[n] \quad (4.11)$$

Na equação acima o limite superior do somatório,  $p$  é a ordem do modelo e o número de pólos da função do sistema  $H(z)$ , visto na Equação (4.12), os termos  $a[k]$  são os coeficientes do modelo.

$$H[z] = \frac{b[0]}{1 + \sum_{k=1}^p a[k]z^{-k}} = \frac{1}{\sum_{k=0}^p a[k]z^{-k}} \quad (4.12)$$

Portanto, com o modelo **AR** pode-se gerar uma estimativa da saída do sistema  $\hat{y}[n]$ , sendo o erro de estimativa,  $e[n]$ , dado pela Equação (4.13). A estimativa da saída, usando os coeficientes  $a[k]$ , é dada pela Equação (4.14)

$$e[n] = y[n] - \hat{y}[n] \quad (4.13)$$

$$\hat{y}[n] = - \sum_{k=1}^p a[k]y[n-k] \quad (4.14)$$

Analisando as duas equações acima, podemos substituir (4.14) em (4.13), desta forma se obtém o erro de estimativa, Equação (4.15).

$$e[n] = - \sum_{k=0}^p a[k]y[n-k] \quad (4.15)$$

## 4.2 Características da Curva de Entropia

No trabalho apresentado por Crutchfield e Feldman (2003), são apresentadas diversas características das curvas obtidas com a entropia de blocos, tais como a taxa de entropia, que se pode relacionar com a complexidade do sistema. Observando as curvas de crescimento de entropia, uma análise sobre as assíntotas e também suas derivadas, é possível adquirir dados sobre o sistema. Os níveis de convergência da entropia são ferramentas para estudar a estrutura do sistema, analisando as medidas obtidas do fluxo de dados do processo. É possível ainda que a dinâmica de um sistema possa ter regularidades ocultas em suas medidas, a qual pode ser confundida com aleatoriedade. Assim, também pode ser relacionada com a previsibilidade do sistema, como analisado em Crutchfield e Feldman (2003).

Para que se obtenha a taxa de entropia é necessário estimar a curva de crescimento da entropia utilizando a relação com o comprimento de blocos ( $L$ ) de símbolos consecutivos, também conhecida como entropia de bloco. A entropia de Shannon de uma sequência de comprimento  $L$  é dada pela Equação (4.16), sendo que  $x^L$  indica um bloco com  $L > 0$  símbolos consecutivos,  $p_{x^L}$  é a distribuição de probabilidades desse bloco e  $\chi^L$  é o alfabeto de eventos de  $x^L$ .

$$H_B(L) = - \sum_{x^L \in \chi^L} p(x^L) \log_2(p(x^L)) \quad (4.16)$$

Segundo Schürmann e Grassberger (1996), para uma sequência finita de tamanho  $N$ , é uma forma de se estimar a probabilidade de uma palavra de comprimento  $L$  é usando o método da verossimilhança padrão, Equação (4.17), sendo  $n_{x^L}$  que é o número de ocorrências da palavra  $x^L$ .

$$p(x^L) = \frac{n_{x^L}}{N} \quad (4.17)$$

Com a estimativa da **PDF** da sequência, a entropia de bloco por ser obtida substituindo-se a Equação (4.17) em (4.16). Desta maneira se obtém a Equação (4.18), sendo  $\chi^L$ , o alfabeto de possibilidades das palavras obtidas a partir dos  $N$  pontos da sequência:

$$\hat{H}_B = - \sum_{x^L \in \chi^L} \hat{p}(x^L) \log_2(\hat{p}(x^L)) \quad (4.18)$$

## Capítulo 5 - Resultados

### 5.1 Simulador de sinal de voz

Neste capítulo será utilizado o simulador desenvolvido por Scalassara, em seu trabalho de 2009. A simulação é realizada utilizando como base um sinal real de voz saudáveis, a simulação é realizada modificando os parâmetros, *jitter* e *shimmer*, que adiciona um novo nível de ruído ao sinal. A sua utilização é de grande importância para se obter características diferentes para o sinal e na ajuda na interpretação dos resultados.

O simulador possui 4 entradas/parâmetros para que seja realizada a simulação, estes são:  $N$  (número de pontos do sinal),  $Ad$  (amplitude do sinal de ruído Gaussiano somado ao sinal),  $J$  (percentual de *Jitter*) e  $Sh$  (percentual do *Shimmer*). Os limites de *Jitter* e *Shimmer* tem uma variação entre 0 a 0.25. Um rápido resumo sobre o *Jitter*, é uma perturbação na frequência fundamental do sinal e *Shimmer* é a perturbação da amplitude do sinal. Para se ter maiores especificações sobre os demais parâmetros e informações sobre a construção do simulador pode ser conseguidos em Scalassara (2009).

A Figura 5.1 ilustra o simulador de sinais com  $Ad = 0,01$ ,  $N = 20000$ ,  $J = 0$  e  $Sh = 0$ , como utilizado no trabalho anterior realizado por Santos (2011). A partir de uma análise de sinais, demonstra utilizando o simulador que é possível compará-los com os resultados esperados para sinais de voz reais.

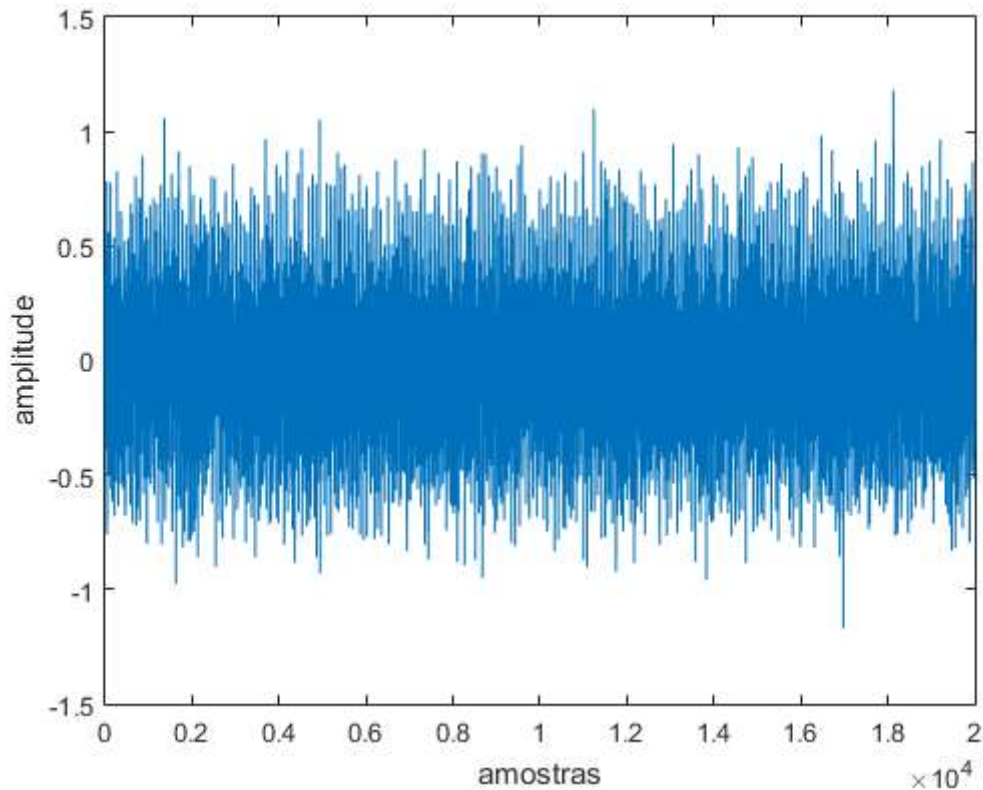


Figura 5.1: Sinal obtido através do simulador de Sacalassara (2009).

## 5.2 Estimador de Parzen em sinais de voz reais

Neste trabalho foram utilizados como base dois sinais de voz feminina. Na Figura 5.2 os sinais representam um /a/ sustentado. Para a avaliação o primeiro passo foi utilizar o Estimador de Parzen para obtenção da **PDF**, como pode ser observado nas Figuras 5.3 e 5.4.

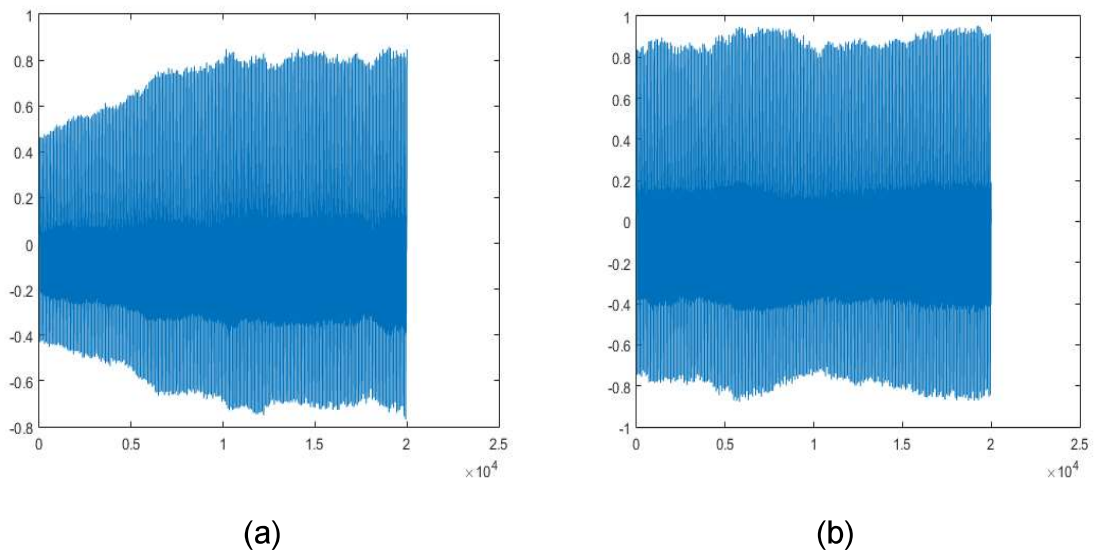
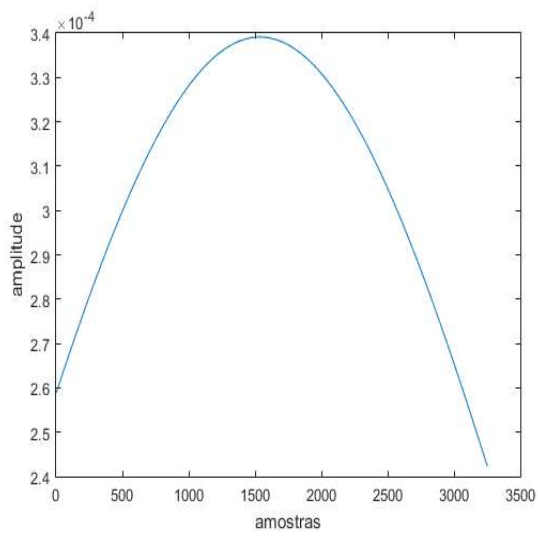
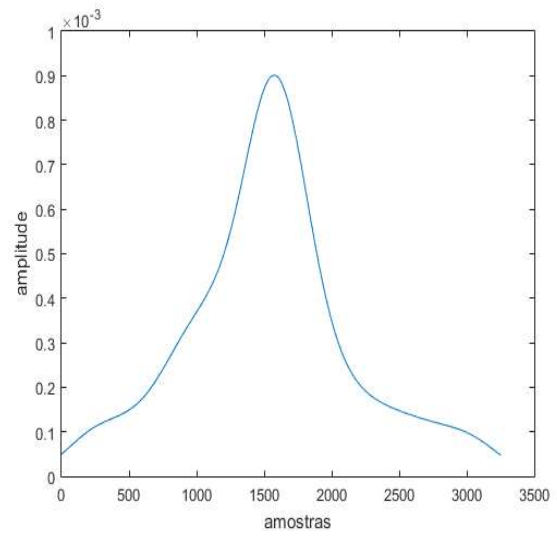


Figura 5.2 - Representação gráfica de dois sinais de voz feminina saudáveis, (a) amostra 1 e (b) amostra 2.

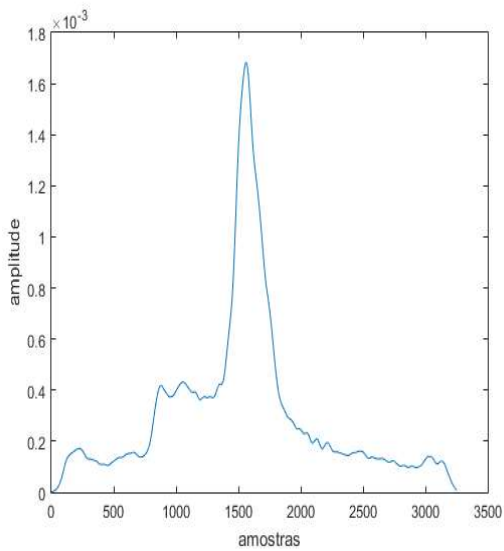
As Figuras 5.3 e 5.4, são as amostras 1 e 2, respectivamente, após ser utilizado o Estimador de Parzen. É possível avaliar o que o parâmetro  $h$  do estimador interfere na forma gráfico. Se adotarmos valores como  $h = 1$ , temos um gráfico que se assemelha muito a distribuição Normal ou Gaussiana. Todavia a partir de valores como  $h = 0,1$  começamos a ter uma melhor visualização da forma da onda, com o valor de  $h = 0,001$  já é possível ver grande diferenças, sua forma é bem detalhada formada por inúmeros pontos. Logo, é de interesse utiliza valores a partir de  $h = 0,1$  para se ter uma melhor visualização, também se deve observar que não é possível diferenciar a Amostra 1 da Amostras 2 para  $h = 1$ .



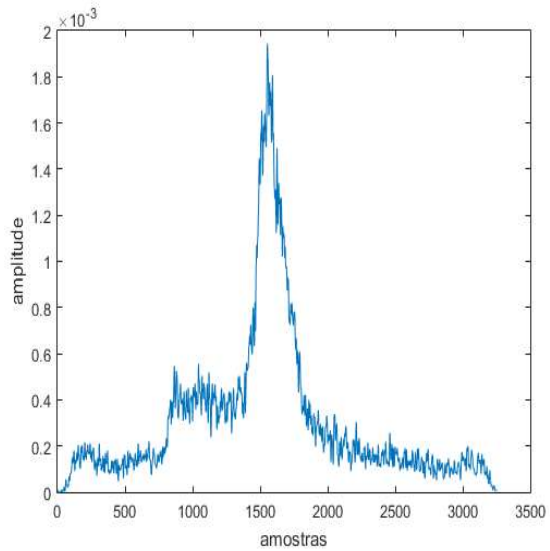
(a)



(b)

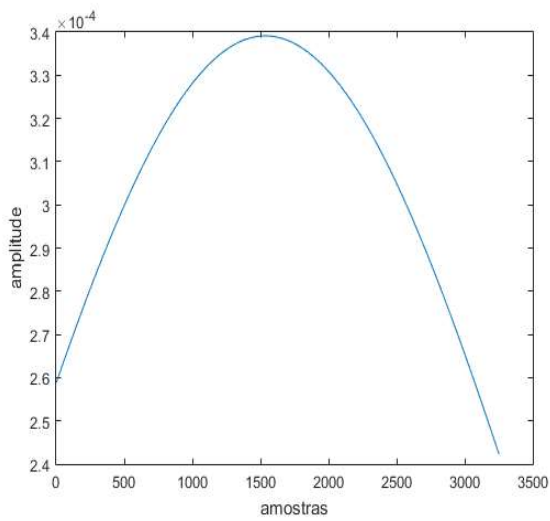


(c)

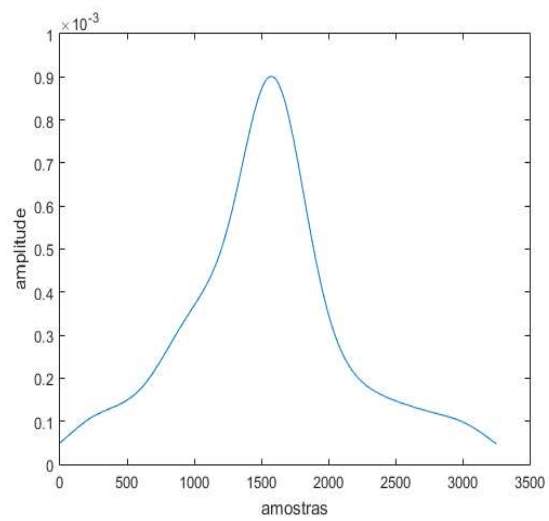


(d)

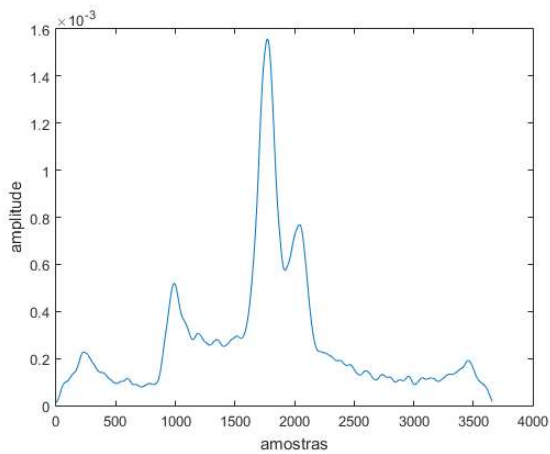
Figura 5.3 - PDF da Amostra 1, após o Estimador de Parzen com alguns valores para  $h$ , (a)  $h = 1$ , (b)  $h = 0.1$ , (c)  $h = 0.01$ , (d)  $h = 0.001$ .



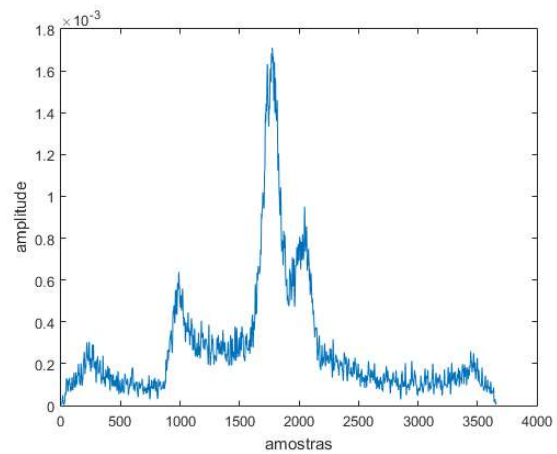
(a)



(b)



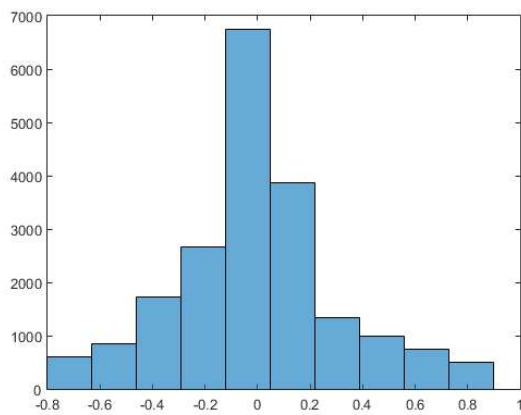
(c)



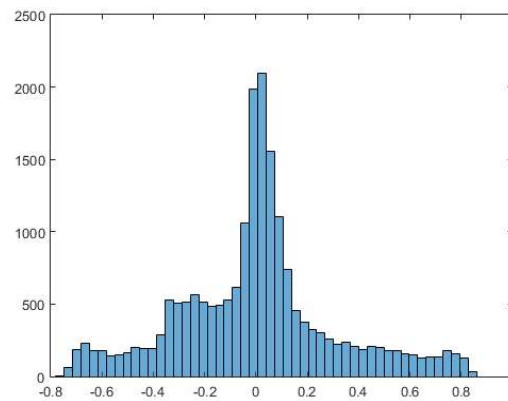
(d)

Figura 5.4 - PDF da Amostra 2, após o Estimador de Parzen com alguns valores para  $h$ , (a)  $h = 1$ , (b)  $h = 0.1$ , (c)  $h = 0.01$ , (d)  $h = 0.001$ .

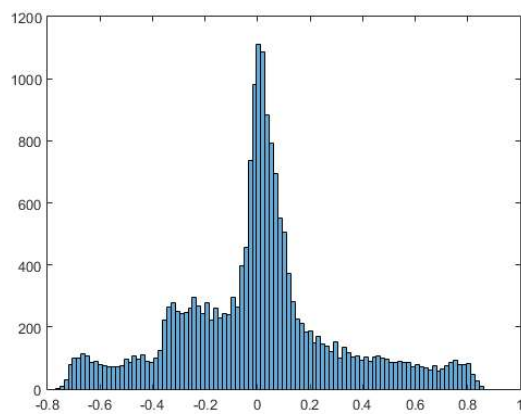
Para se fazer a comparação com o Histograma, a Figura 5.5 é a Amostra 1, para Histogramas de diferente granulações. É possível observar que o resultado obtido com o Estimador de Parzen é melhor do que o Histograma, deis que a escolha de  $h$  seja adequada para a aplicação.



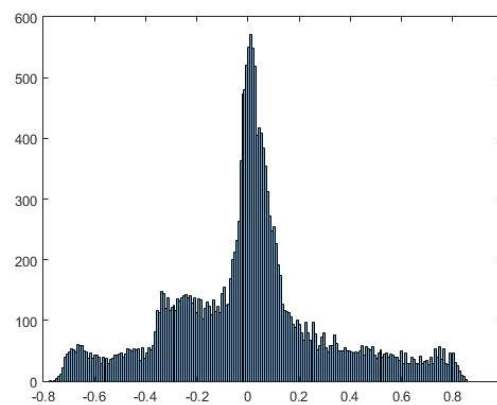
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.5 - Histogramas adquiridos a partir da Amostra 1, a variação entre eles se deve a mudança na escolha no tamanho dos grupos em (a) 10 , (b) 50 , (c) 100 , (d) 200 .

### 5.3 Resultados utilizando sinais de voz reais

Este estudo é compatível com os estudos realizados por Sacalassara (2009) e Santos (2011), com o objetivo de analisar se os resultados obtidos estão em conformidade com os estudos anteriores e se foi feito algum avanço para o diagnóstico. Foi realizada a comparação de três tipos de sinais de voz: saudável, com

nódulo nas pregas vocais e com edema de Reinke. No trabalho de Scalassara (2009), foi utilizada a **PDF** obtida do histograma, já no trabalho de Santos (2011) foi utilizada a **PDF** a partir do Estimador de Parzen. Neste trabalho continuou se utilizando a **PDF** obtida pelo Estimador de Parzen. Pois como mostrado em Santos (2011), se obteve uma considerável melhoria, como pode ser observado na Figura 5.6 modificada de Santos (2011).

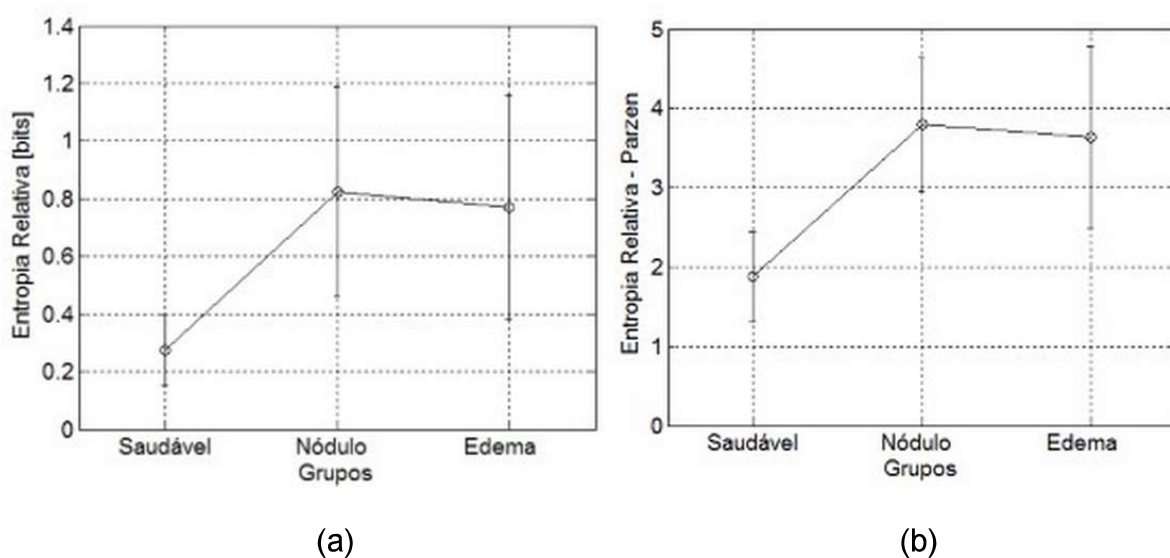


Figura 5.6: Utilização da Entropia Relativa de Shannon obtida com (a) uso de **PDF** obtida com Histograma, Scalassara (2009) e (b) utilizando Estimador de Parzen, modificado de Santos (2011).

Como demonstrado na Figura 5.6, o uso do Estimador de Parzen teve grande efeito sobre os resultados utilizando a Entropia Relativa de Shannon, aumenta a distância entre seus pontos, assim tendo um resultado mais claro sobre se o indivíduo está, ou não, doente e qual seria a provável patologia, se o estivesse-se.

Em Santos (2011), também foi utilizada a Entropia Relativa de Rényi em busca de melhores resultados em relação a Entropia Relativa de Shannon. Na Figura 5.7, como pode ser observado, os resultados foram satisfatórios e é possível dizer quando o indivíduo está saudável, com um bom grau de certeza e se tem uma melhor distinção

dentre as duas patologias, Nódulos nas Pregas vocais e edema de Reinke.

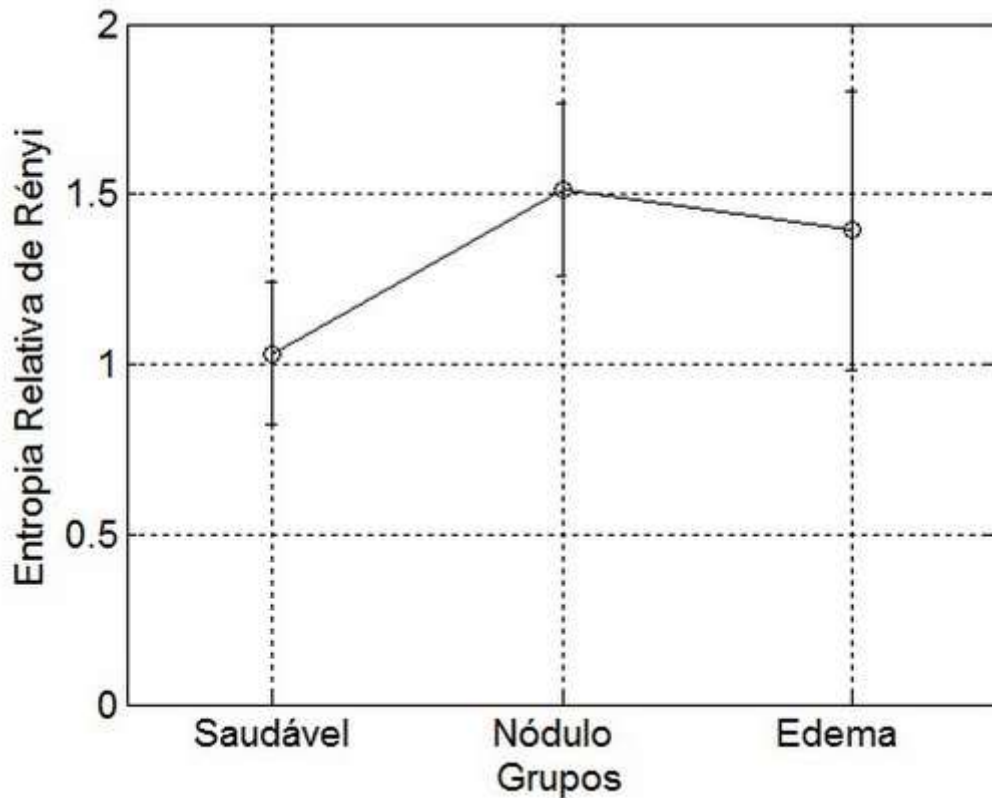


Figura 5.7: Resultando utilizando Entropia Relativa de Rényi e Estimador de Parzen, Santos (2009).

Neste trabalho está se utilizando a Entropia de Tsallis para o diagnóstico de Nodulos nas pregas vocais e o edema de Reinke. No Capítulo 4.1.4, foi realizada uma breve explicação de suas caracteristas e parâmetros, como também de seu histórico, há uma constante  $k$  e um parâmetro adimencional  $q$ . A Figura 5.8 mostra o resultando do uso da Entropia de Tsallis e do Estimador de Parzen para alguns valores de  $q$ .

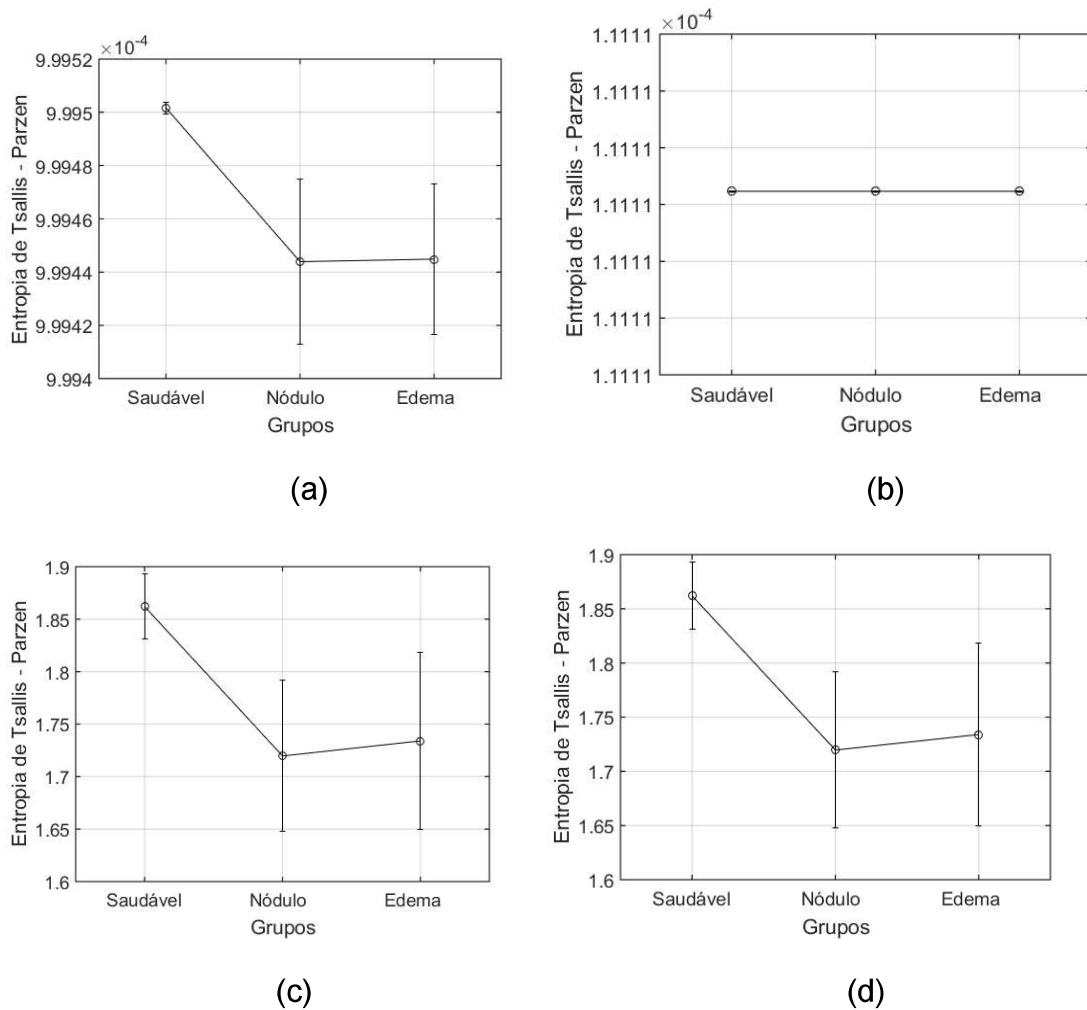


Figura 5.8: Resultado do uso da Entropia de Tsallis para alguns valores de  $q$ , (a)  $q = 2$ , (b)  $q = 10$ , (c)  $q = 0,1$  e (d)  $q = 0,01$ .

Como se pode observar pela Figura 5.8, a variação do parâmetro  $q$  tem grande influência para a distinção dos três estados. Em (a) com o  $q = 2$  se obtém um resultado satisfatório para diagnosticar se o indivíduo possui ou não uma patologia, mas entre as duas patologias não se tem uma boa distinção. Em (b) mostra  $q = 10$ , já não é possível fazer qualquer inferência sobre o estado em que o indivíduo se encontra. Foram realizados vários testes entre os valores de (a) a (b) e superiores. Com o aumento do valor de  $q$  se perde a capacidade de distinção sobre os estados, além de os valores serem muito próximos, (a) e (b), desta forma dificultando uma avaliação mais precisa.

Nas imagens (c) e (d), foram utilizados valores entre 1 e 0, sendo que  $q = 1$  é um caso especial da Entropia de Tsallis e quando de tem valores de  $q < 0$  se possui características convexas. Na imagens (c) pode-se observar uma grande diferença em relação a imagem (a). O estado saudável ainda está distante dos estados de patologias, mas a certeza é menor, há uma maior distribuição dos valores. Em (c) se tem uma maior diferenciação entre os estados patológicos em relação a (a), e isso também ocorre na imagem (d), para um  $q = 0,01$ .

Entre as imagens (c) e (d), é possível ressaltar que os ganhos com a mudança do parâmetro  $q$  foram pequenos em relação a distinção entre os estados patológicos e uma modificação observada durante as simulações, foi constatada uma redução da precisão na distinção entre o estado saudável e os patológicos.

## Capítulo 6 - Conclusão

Nessa seção tem como objetivo fazer algumas considerações sobre o conteúdo abordado ao longo do trabalho e sua aplicabilidade, com também fazer algumas considerações para próximos trabalhos.

### 6.1 - Entropia de Tsallis

Com o uso da Entropia de Tsallis foi possível distinguir de maneira efetiva dentre o estado saudável e os estados patológicos. Comparou-se com os trabalhos de Scalassara (2009) e Santos (2011), onde foram utilizados as Entropias Relativa de Shannon e a Entropia Relativa de Rényi, além de no trabalho de Santos (2011) foi também utilizado o Estimador de Parzen, com a Entropia de Tsallis. Pode-se considerar que teve melhorias significativas na distinção do estado saudável para alguns valores de  $q$ , como abordado no Capítulo 5.3. Para a distinção entre as duas patologias, Nódulos na pregas vocais e edema de Reinke, dentro da faixa de  $0 < q < 1$  se teve obteve bons resultados em aproximadamente 60% dos casos simulado. Pouco mais de 20 % distinção entre os dois estados patológicos era bem restrito e nos demais casos não se é possível fazer a distinção dos estados.

Desta maneira pode-se concluir que o uso da Entropia de Tsallis teve características positivas para a resolução do problema proposto, mas com certa ressalvas em seu uso, já que com a variação de parâmetros se tem diferentes melhores nos aspectos da resposta. Com as simulações forem obtidos resultados positivos para a distinção entre patologias, mesmo não sendo em todos os casos, se teve a certeza do indivíduo possuir uma patologia, como mencionado no Capítulo 2.3 poucos pacientes são diagnosticados, com o uso deste método mais casos poderiam ser diagnosticados em estados iniciais, facilitando seu tratamento.

## 6.2 - Futuros passos

Para os futuros passos, seria interessante ver como outras entropias que não foram abordadas por este trabalho se comportam para o diagnóstico. e a possibilidade de utilizar outras patologias para este estudo.

## Referências Bibliográficas

Aha, D. W., Kibler, D., e Albert, M. K.. Instance-based learning algorithms. *Machine Learning* 6, 1991.

Andrade, L. M. O., Vieira, J. M., Razera, D. E., Guerra, A. C., e Pereira, J. C.. Medidas de perturbação da voz: um novo enfoque. *Fonoaudiologia Brasil*, 2006.

Bai, D.; Qiu, T., Li, X. The sample entropy and its application in EEG based epilepsy detection. *Journal of biomedical engineering*, v. 24, n. 1, fev. 2007. ISSN 1001-5515.

Bailey, R.; Dell, T. Quantifying diameter distributions with the Weibull Function. *Forest Sci.* v. 19, n 2, 1973.

Behlau, M. *Voz - O Livro do Especialista*, vol. 1. Revinter, São Paulo, 2001.

Beirlant, J., Dudewicz, E. J., Györfi, L., e Meulen, E. C.. Nonparametric entropy estimation: An overview. *International Journal of the Mathematical Statistics Sciences*, 1997.

Branco, A. B. e Romariz, M. S.. Doenças das cordas vocais e sua relação com o trabalho. *Comun. Ciênc. Saúde*, 2006.

Cai, Z., Ruan, J., Gu, F., Tang, L., e Xu, S.. Predictability analysis of the heart rate variability. In *Proc. Int. J. Conf. Neural Networks (IJCNN'01)*, vol. 3, 2001.

Chaitin, G. J.. On the length of programs for computing finite binary sequences. *Journal of the ACM*, 13:547–569, 1966.

Chavarette, F. R. A DISTRIBUIÇÃO DE LEI DE POTÊNCIA GRADUALMENTE TRUNCADA NA EDUCAÇÃO: EXAME DE VESTIBULAR DA UNESP. UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA, 2002.

Cline, W. R. "International Debt: Progress and Strategy", *Finance and Development*, 1988.

Cortes, R. X. Um estudo comparativo de estimadores de regressões não-paramétricas aditivas: Performance em Amostras Finitas. 2010.

Cover, T. M. e Thomas, J. A.. *Elements of Information Theory*. John Wiley and

Sons, Inc., New York, 1991.

Crutchfield, J. P. e Feldman, D. P.. Regularities unseen, randomness observed: levels of entropy convergence. *Chaos*, 2003.

Dajer, M. E.. Padrões visuais de sinais de voz através de técnica de análise não-linear. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação Interunidades Em Bio-engenharia. Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto (FMRP) e Instituto de Química de São Carlos (IQSC), Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, 2006.

Davis, S. B.. Acoustic characteristics of normal and pathological voices. In Lass, N. J. (Ed.), *Speech and language: advances in basic research and practice*, pp. 271–314. Academic Publishers, New York, 1979.

Dedivitis, R. A. e Barros, A. P. B.. Métodos de Avaliação e Diagnóstico de Laringe e Voz. Lovise, São Paulo, 2002.

Einstein, A., Penrose, R., Geroch, R., e Cassidy, D. C.. *Relativity: The Special and the General Theory*. Pi Press, New York, 2005.

Elkan, C. Nearest Neighbor Classification. jan. 2011. Disponível em: <<http://cseweb.ucsd.edu/~elkan/250B/nearestn.pdf>>.

Erdogmus, D. e Principe, J. C.. Comparison of entropy and mean square error criteria in adaptive system training using higher order statistics. In *Proceedings of the Second International Workshop on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, 2000.

Erdogmus, D., Hild, K. E., Principe, J. C., Lazaro, M., e Santamaria, I.. Adaptive blind deconvolution of linear channels using renyi's entropy with parzen window estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004.

Feduccia, D.P., Dell, T.R; Mann JR., WF, Campebell, T.E., Polmer B.H.. Yields of unthinned loblolly pine plantations on cutover sites in the West Gulf region. US Department of Agriculture, Forest Service, Research Paper SO-148, 1979.

Filho, A. P. de M., Vargas, E. do A.. Não Extensividade Termodinâmica, Invariância Discreta de Escala e ElastoPlasticidade: Estudo Numérico de um Modelo Geomecânico AutoOrganizado Criticamente. Rio de Janeiro. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro,

2003.

Flanagan, J. Voices of men and machines. The journal of the acoustical society of america, v. 51, n. 5, 1972.

Freitas, E. G. de. Geometria Computacional: Diagrama de Voronoi. 2011. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~freitas/gc/voronoi.html>>.

Gauss, C. F. Bestimmung der genauigkeit der beobachtungen. Zeitschrift fur Astronomie, Berlin, v.1, 1816.

Geller, R. J.; JACKSON, D. D.; KAGAN, Y. Y. and MULARGIA, F., Earthquakes cannot be predicted, Science 275, 1997.

Gonçalves, A. B., Mendes, A. B. Caracterização de áreas de influência de lojas de retalho alimentar de pequena dimensão com base em diagramas de Voronoi ponderados. 2002.

Gutenberg, B., Richter, C. F. Seismicity the earth. Princeton: Princeton University Press, 1949.

Halliday, D., Resnick, R., Krane, S. K. Física 2. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2003.

Hartley, R. Transmission of information, 1928.

Hayes, M. H.. Statistical Digital Signal Processing and Modeling. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.

Holmberg, E.. Aerodynamic and acoustic voice measurements of patients with vocal nodules: Variation in baseline and changes across voice therapy. Journal of Voice, 2003.

Holmberg, E.. Efficacy of a behaviorally based voice therapy protocol for vocal nodules. Journal of Voice, 2001.

Inouye, T. et al. Quantification of EEG irregularity by use of the entropy of the power spectrum. Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, v. 79, n. 3, set. 1991. ISSN 00134694.

Jaynes, A. Gibbs vs boltzmann entropies. American Journal of Physics, v. 33, n. 5, 1965.

Pincus, S. M.. Approximate entropy as a measure of system complexity. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1991.

Jiaya, G. et al. Sample Entropy Analysis of Sleep EEG under Different Stages. In: 2007 IEEE/ICME International Conference on Complex Medical Engineering. [S.I.]: IEEE, 2007. ISBN 978-1-4244-1077-4.

Junior, A. A. Elementos de Anatomia e Fisiologia Humana. São Paulo, SP: Companhia Editora Nacional, 1967.

Knoebel, B.R.; Burkhart, H.E.; Beck, D.E. A growth and yield model for thinned stands of yellow-poplar. Forest Science Monograph 27, 1986, Supplement to Forest Science, v. 32, n. 2, 1988.

Kolmogorov, A. N.. Three approaches to the quantitative definition of information. Problems of Information Transmission, 1:4–7, 1965.

Ladefoged, P.. Elements of Acoustic Phonetics. The University of Chicago Press, Chicago, 2<sup>a</sup> ed, 1995.

Laplace, P. S. Mémoire sur lês probabilités. Histoire de l' Académie Royale de Sciences, Paris, v.9, 1781.

Lévy, P. Théorie de L'addition dês Variables Aléatoires. Paris: Gauthier- Villars, 1937.

Lorenz, E. N.. Deterministic nonperiodic flow. Journal of the Atmospheric Sciences, 1963.

Magalhães, M. V.; Lima, A.C.P. Noções de probabilidade e estatística. 3. ed. São Paulo: IME / USP, 2001.

Mandelbrot, B. The variation of some other speculative prices. Journal of Business of the University of Chicago, Chicago, v.37, 1964.

McLaughlin, M.P. "... the very game..." A tutorial on Mathematical Modelling. Disponível em: <<http://www.geocities.com/~mikemclaughlin>>.

Menotti, D. Reconhecimento de Padrões: Métodos não Paramétricos. jul. 2010. Disponível em: <<http://www.decom.ufop.br/menotti/rp102/slides/11-NaoParametricos>>.

Michelson, A. A. e Morley, E. W.. On the relative motion of the earth and the luminiferous ether. American Journal of Science, 1887.

Montgomery, D. C.. Introdução ao controle estatístico de qualidade. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

Montgomery, D. C.; Runger, G. C. Estatística aplicada e probabilidade para

engenheiros. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2003.

Moore, C., Manickam, K., e Slevin, N.. Collective spectral pattern complexity analysis of voicing in normal males and larynx cancer patients following radiotherapy. Biomedical Signal Processing and Control, 2006.

Netter, F. H.. Atlas of Human Anatomy. Rittenhouse Book Distributor Inc., 2ª ed, 1997.

Newman, M. E. J., Power laws, Pareto distributions and Zipf's law, University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109, U.S.A., 2006.

Nyquist, H. Certain topics in telegraph transmission theory. Transaction AIEE, v. 47, Abril 1928.

Pareto, V. Cours d'économie politique. Lausanne: Rounge, 1896.

Parraga, A. Aplicação da transformada wavelet packet na análise e classificação de sinais de vozes patológicas. 2002. 163 p. Dissertação (Mestrado - Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

Parzen, E. On estimation of a probability density function and mode. Annals of Mathematical Statistics, v. 33, n. 3, 1962.

Passerotti, G. H.. Doenças benignas da laringe. 2011. Disponível em: <<http://www.forl.org.br/pdf/seminarios/seminario-44.pdf>>.

Péllico Netto, S. Biometria: Teoria de probabilidades. Apostila de aula., 278 p., UFPR, Curitiba, PR, 1993.

Pincus, S. M. e Goldberger, A. R.. Physiological time-series analysis: what does regularity quantify? Am J Physiol, 1994.

Pinson, P.. Estimation of the Uncertainty in Wind Power Forecasting. Tese de Doutorado, Ecole des Mines de Paris, 2006.

Rabiner, L. R. e Schafer, R. W.. Digital Processing of Speech Signals. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, EUA, 1978.

RényiÉNYI, A. On measures of entropy and information. Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability, 1960.

Richman, J. S. e Moorman, J. R.. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. Am J Physiol Heart Circ Physiol, 2000.

Rodrigues, L. C. Uma nova família de filtros digitais para classificação de dados com aplicações ao pré-diagnóstico de patologias. 2012. 87p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

Rosa, M. O., Pereira, J. C., e Carvalho, A. C. P. L. F.. Evaluation of neural classifiers using statistic methods for identification of laryngeal pathologies. In Proceedings of the 5th Brazilian Symposium on Neural Networks, 1998.

Rosa, M. O., Pereira, J. C., e Grellet, M.. Adaptive estimation of residue signal for voice pathology diagnosis. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2000.

Rosa, M. O.. Análise acústica da voz para pré-diagnóstico de patologias de laringe. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, 1998.

Rotondaro, R. G. Seis Sigma: estratégia gerencial para a melhoria de processos, produtos e serviços. 1 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

Santos, Luciane Agnoletti dos. Análise de Sinais de Voz Utilizando Entropia de Rényi e Estimador de Parzen. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Elétrica). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2011.

Scalassara, P. R.. Utilização de Medidas de Previsibilidade em Sinais de Voz para Discriminação de Patologias de Laringe. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2009.

Scheunemann, E. Distribuição de Probabilidade. 2011. Disponível em: <<http://risk.nuvvo.com/lesson/5861-distribuicao-de-probabilidade>>.

Schürmann, T. e Grassberger, P.. Entropy estimation of symbol sequences. Chaos, 1996.

Scolforo, J. R. S.. Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas. Ed. UFLA/FAEPE, Lavras, 1998.

Sepkoski Jr, J. J.. Ten years in the library: new data confirm paleontological patterns. Paleobiology, Chicago, v.19, 1993.

Shannon, C. E.. A mathematical theory of communication. The Bell System Technical Journal, 1948.

Silverman, B.W.. Density estimation for statistics and data analysis, Chapman and Hall: New York, 1986.

Solgon, R. D. B.. Identificação Inteligente de Patologias no Trato Vocal. 2013. 75 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

Solomonoff, R.. A preliminary report on a general theory of inductive inference. Technical Report V-131, Zator Co., Cambridge, 1960.

Souza, E. F.. Entropia de Tsallis e sua aplicação em ações da Bolsa de Valores. UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA, 2009.

Souza, L. M.. Detecção inteligente de patologias na laringe baseada em máquinas de vetores de suporte e na transformada wavelet. 2010. 102p. Dissertação (Mestrado em Ciências) Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

Thom, H. C. S.. A note on the gamma distribution. Monthly Weather Review, v.86, 1958.

Tortora, G. J. e Grabowski, S. R.. Princípios de Anatomia e Fisiologia. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, 9ª ed, 2002.

Tsallis, C.. Nonextensive statistics: theoretical, experimental and computational evidences and connections. Brazilian Journal of Physics, São Paulo, v.29, 1999.

Tsallis, C.. As distribuições de Lévy. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v.22, 2000.

Tsallis, C.. Possible Generalization of Boltzmann-Gibbs Statistics, Journal of Statistical Physics 52, 479, 1988.

Tucker, A. L. J. of Business & Economic Statistics. n. 10, v. 73, 1992.

Turing, A.. Decifrar a criptografia da máquina alemã "enigma", 1940.

Vallejos, O. S. B.. Sistema de simulação de crescimento e produção de Populus spp., no Chile (Sistema SALICA). Tese de doutorado, UFPR, 2003.

Vallejos, O. S. B., Sanquetta, C. R., Arce, J. E., Machado, S. do A., Dalla Corte, A. P.. Proposta metodológica para o ajuste ótimo da distribuição diamétrica Weibull 3P. Revista Floresta, v. 34, n. 3, set-dez, Curitiba, PR, 2004.

Vines, G.. Mass extinctions. New Scientist Earth Sciences, 1999.

Wallis, L.. Vocal fold nodule vs. vocal fold polyp: Answer from surgical pathologist and voice pathologist point of view. *Journal of Voice*, 2004.

Wiener, N.. *Extrapolation, interpolation, and smoothing of stationary time series*. MIT Press, 1949.

Wyner, A. J. e Foster, D.. *On the lower limits of entropy estimation*. Tech. Rep. Dept. Statistics, Wharton School, Univ. Pennsylvania, 2003.