UNIVERSIDADE PORTUCALENSE
Infante D. Henrique

A INFLUÊNCIA DAS FRANQUIAS NO CÁLCULO DO VALOR DOS PRÉMIOS E NO COMPORTAMENTO DOS SEGURADOS

Dissertação apresentada na UNIVERSIDADE PORTUCALENSE Infante D. Henrique como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Finanças

José Carlos de Jesus Pedro

PORTO

2001

À minha mulher, Paula,
e aos meus filhos, Ricardo e Mariana

AGRADECIMENTOS

Foram vários, e significativos, os contributos que nos dispensaram para a concretização deste trabalho e que é nosso dever relevar.

O principal agradecimento queremos dirigi-lo ao Professor Doutor José da Silva Costa, que de pronto aceitou assumir o estatuto de orientador, pela disponibilidade, activa, para rever todas as fases do trabalho e por todas as preciosas indicações que desde o seu início nos foi disponibilizando. Foram, seguramente, os seus conselhos que enriqueceram este trabalho, apesar de ser nossa a total responsabilidade por qualquer erro ou imperfeição.

Ao Dr. José Manuel Pinho Lopes, responsável pela disciplina de "Seguros e sua Contabilidade" no Instituto Superior de Contabilidade e Administração do Porto, pela amizade, disponibilidade e incentivos sempre manifestados e pelos ensinamentos com que, ao longo destes anos, nos enriqueceu.

Ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração do Porto, nas pessoas dos seus representantes nos Órgãos Sociais, pelo acompanhamento carinhoso que dedicaram a este trabalho e pelo aliviar da nossa actividade docente.

Ao Dr. João Leandro, pela abertura incondicional das portas da sua seguradora, ao meu amigo Fernando Marques pela amizade – colaborante – amiúde reafirmada, e ao Dr. Luís Maranhão, que percebeu, como ninguém, as nossas necessidades e disponibilizou o seu tempo e muitos conhecimentos, sempre que solicitado.

O nosso agradecimento, também, pela colaboração prestada, aos:

- Colaboradores da Biblioteca da Universidade Portucalense Infante D. Henrique.

- Colaboradores da Biblioteca da Faculdade de Economia da Universidade do Porto.

- Colaboradores da Biblioteca do Instituto Superior de Economia e Gestão.

- Colaboradores da Biblioteca do Instituto de Seguros de Portugal.

Agradecemos, ainda, a todos aqueles que, apesar de não mencionados, contribuíram para que esta tarefa tivesse chegado a bom porto.

A INFLUÊNCIA DAS FRANQUIAS NO CÁLCULO DO VALOR DOS PRÉMIOS E NO COMPORTAMENTO DOS SEGURADOS

RESUMO

O objectivo deste trabalho é verificar a influência das franquias na diminuição do custo dos seguros e, também, como estas poderão afectar o comportamento dos segurados. Elaborámos uma breve resenha histórica dos seguros e da sua evolução. Realçámos, recorrendo a variados exemplos, as funções económicas e sociais que se lhe associam e sublinhámos a importância da incerteza, da qualidade da informação e do risco moral no cálculo do valor dos prémios. Trabalhámos os dados fornecidos por duas companhias de seguros, com diferentes utilizações comerciais das franquias e concluímos que: (i) o custo do seguro é, pelo menos nalguns casos e para algumas pessoas, injusto; (ii) é muito difícil determinar o valor adequado duma cobertura; (iii) o número de participações de sinistros diminui à medida que aumenta o valor da franquia.

THE INFLUENCE OF THE DEDUCTIBLES IN THE CALCULATION OF THE COST OF THE INSURANCE AND IN THE BEHAVIOR OF THE INSURED

ABSTRACT

The purpose of this work is to acess the influence of the deductibles in the cost of insurance, as well as the way they may affect the behaviour of the insured. A brief historical review of insurance and its evolution was made. Using several examples we pointed out the economical and social functions which are associated to them. We also stressed the importance of uncertainty, of the quality of information and of the moral risk in calculating the amount of the premium. We worked out the data supplied by two insurance companies with different commercial uses of deductibles and we conclude that: (i) the insurance cost is, unfair, at least in some cases and for some people; (ii) it is very difficult to determine the adequate coverage value; (iii) the number of casualty reports decreases as the deductible value increases.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A história dos seguros confunde-se com a história económica da humanidade pelo que não será de estranhar que os primeiros sinais de organização do sector de seguros tenham surgido associados ao desenvolvimento de práticas mercantis.

Na Europa, os primeiros contratos de seguro que se conhecem são de seguros marítimos, feitos por mercadores das cidades italianas, na segunda metade do século XIII. Com o avançar do século XV, o contrato foi sendo divulgado por toda a Europa, embora de forma muito lenta, e apenas em princípios do século XVI, é que o seguro marítimo entrou no hábito dos comerciantes e, mesmo assim, de forma muito irregular.

Em Portugal, o primeiro documento conhecido sobre a existência de seguros, é a Carta Régia de 15 de Outubro de 1529, que criava o cargo de escrivão de seguros. Tratava-se de um cargo com grande importância já que apenas poderia ser exercido por quem soubesse ler e escrever, situação não muito vulgar na época.

As primeiras companhias de seguros permanentes surgiram nos finais do século XVIII e, até aí, a única estrutura seguradora conhecida consistia numa associação temporária de indivíduos de abastada capacidade financeira e de reputada credibilidade nas praças comerciais.

O surgimento destas organizações possibilitou a constituição de núcleos de mutualidade organizada e, gradualmente, foram sendo substituídos os processos, de início pagãos e depois religiosos, que asseguravam a assistência humanitária às vítimas de eventos naturais, imprevistos e causadores de enormes desgraças.

O seguro começou por dar os primeiros passos associado às mais elementares regras de protecção de pessoas e coisas, prática mutualista cuja base era a contribuição colectiva para fazer face aos infortúnios de alguns e cujo lema era "*um por todos, todos por um*" evoluindo, depois, para formas mais elaboradas de protecção e de prevenção dos interesses sociais da comunidade.

Assiste-se à modificação e ao desenvolvimento das relações entre os homens e à alteração dos seus meios de vida, com repercussão natural no campo dos seguros. Novas modalidades surgem para dar resposta a esta nova realidade e, de forma natural, pelo século XIX, aparecem os seguros agrícolas, os de acidentes pessoais e de trabalho e os de automóveis. Também surgem os seguros contra as consequências das inundações, das enxurradas e do mau tempo e, ainda, o seguro de crédito. Mais recentemente, nalguns países, nomeadamente nos E.U.A., já é possível encontrar seguros, porventura inimagináveis há uns tempos atrás, tais como o seguro de indemnização por divórcio, pelo nascimento de gémeos, entre outros. Tal como refere PAUL VALERIE (*in Manual de Formação – Aliança Seguradora – 1992*), "o futuro não pode ser previsto, tem de ser preparado".

No século XX, face aos grandes riscos industriais e comerciais, assiste-se a uma forte internacionalização do seguro e, praticamente, não há risco que não seja possível cobrir. Multiplicam-se os seguros obrigatórios nos sectores em que motivos de ordem social não os dispensam e assiste-se ao reconhecimento da importância de alguns seguros no equilíbrio social. São os casos dos seguros de vida e dos complementos de reforma aos quais o Estado tem vindo a dedicar uma política fiscal atractiva.

O seguro, qualquer que seja a forma como o encaremos, ocupa parte importante da vida moderna. Trata-se de uma actividade essencialmente económica, cuja finalidade é cobrir, mediante o concurso mútuo, a parte do custo social representado pela ocorrência de sinistros que, sendo individualmente aleatórios, são estatisticamente mensuráveis e previsíveis quando analisados em conjunto.

O seguro é, segundo MARK R. GREENE[1], "*...uma instituição económica que reduz o risco combinando segundo uma só direcção um grupo de objectos situados de tal forma*

---

[1] Citado por Arze, José Roberto (1994; p. 9).

que os prejuízos acidentais acumulados a que o grupo está exposto tornam-se previsíveis dentro de limites reduzidos."

No entanto, a actividade das companhias de seguros vai muito para além da visão que, tradicionalmente, as assemelha a um mero prestador de serviços ligados à mutualidade dos riscos.

A componente financeira, com destaque especial no ramo Vida mas, também, e cada vez mais, nos ramos Não Vida, passou a ter uma importância que é tanto maior quanto menores forem os resultados técnicos da actividade seguradora. Acreditamos que nenhum gestor de nenhuma companhia de seguros, numa altura em que a concorrência obriga a grandes e difíceis equilíbrios, possa ou sequer pense em gerir lucrativamente esta actividade, apenas suportado nos resultados técnicos. Seria, provavelmente, um suicídio.

Por outro lado, de todos os sectores económicos, o dos seguros é, sem dúvida, aquele em que as regras de funcionamento repousam, em maior medida, sobre os cálculos de probabilidades.

De facto, quer a companhia de seguros pretenda avaliar uma frequência anual de sinistros, quer deseje calcular o total de prémios que lhe permita fazer face aos compromissos assumidos, quer pretenda administrar uma carteira de contratos respeitando as regras de segurança, sempre deverá referir-se a noções científicas e, em particular, à teoria das probabilidades, para dar à sua actividade a solidez que lhe é exigida.

De resto, não parece necessário demonstrar a importância dos seguros no plano económico e, como consequência, na vida quotidiana. Será suficiente evocar aqui, apenas a título de exemplo, a enorme quantidade de contratos existentes em Portugal, quer nos situemos nos seguros de Vida e Operações de Capitalização, quer nos seguros de Acidentes e Doença, quer nos de Responsabilidade Civil Automóvel (apesar de obrigatório) ou, ainda, nos contratos que protegem o património contra os mais diversos riscos.

OBJECTIVOS DO ESTUDO

O seguro constitui um campo de aplicação particularmente importante de certas noções probabilísticas. Sendo as companhias de seguros obrigadas a gerir enormes fatias de dinheiro provenientes, em primeira instância, do valor dos prémios recebidos dos seus segurados, pareceu-nos interessante verificar de que forma, colocada perante comportamentos diferenciados dos seus segurados, o poderá fazer.

Obrigadas, por lei, a receber os contratos de subscrição obrigatória, não podendo, em princípio, negar aqueles que poderão significar um acréscimo de risco para as suas carteiras, as companhias de seguros são colocadas perante a necessidade de diferenciar os segurados de "*bom risco*" daqueles outros de "*mau risco*". Estes últimos não poderão, pensamos nós, beneficiar do melhor "*comportamento*" dos restantes elementos garantidos pela companhia, em determinada cobertura, pelo que pretendemos estudar uma forma de diferenciação, via preço, destes dois grupos de risco.

DIFICULDADES ENCONTRADAS

As muitas companhias de seguros que operam em Portugal têm, como era de esperar, diferentes formas de se posicionarem no mercado segurador. Será possível diferenciar algumas, cujo dinamismo assenta na agressividade comercial, doutras que perseguem um objectivo de inovação e que surgem, ou com "novos" produtos, ou com "velhos" produtos mas com nova roupagem. Pena que, duma forma quase genérica, se mantenham insensíveis à possibilidade de disponibilizarem, ainda que sob sigilo e para efeitos científicos, alguns dos seus elementos.

Neste contexto, o estudo prático que vamos apresentar como resposta a toda a componente teórica em que nos suportaremos, basear-se-á nos dados recolhidos em duas companhias de seguros que, amavel, desinteressada e profissionalmente, nos abriram as suas portas.

LIMITES DO ESTUDO

O nosso estudo, que tem como objectivo verificar a influência da existência de franquias no cálculo dos prémios de seguro do ramo automóvel, fundamentar-se-á na análise de duas diferentes posturas de mercado protagonizadas pelas companhias de seguros "A" e "B". Esta, conservadora, servir-nos-á para analisar o mercado segurador que disponibiliza aos seus clientes as franquias tradicionais. Aquela, mais actuante, no sentido de possibilitar outro conjunto de opções que rompem com as franquias habituais, permitir-nos-á verificar se vale a pena inovar neste mercado cada vez mais concorrencial.

Esperamos nas conclusões deste trabalho, ser possível pronunciar-mo-nos sobre a forma como os diferentes comportamentos (diferentes riscos) dos segurados devem ser tarifados.

ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO

Para alcançar o objectivo a que nos propusemos vamos, no primeiro capítulo, abordar as funções do seguro, económicas e sociais, bem como a necessidade de se possuir um seguro.

O segundo capítulo é dedicado à informação, componente fundamental para a elaboração de uma conveniente cobertura. Abordá-la-emos nos domínios da incerteza e do valor, dando especial atenção à existência de assimetrias na informação e de risco moral.

No terceiro capítulo, trabalharemos a componente estatística que julgamos necessária e importante para suportar o nosso estudo empírico. Faremos a apresentação e interpretação de alguns casos práticos, sempre que possível, de aplicação directa aos seguros, e focaremos o necessário equilíbrio financeiro exigido às companhias de seguros.

Dedicaremos o quarto capítulo à apresentação dos casos empíricos estudados confrontando os resultados atingidos com a teoria em que nos baseamos para os sustentar.

Na primeira parte do capítulo quinto apontaremos caminhos que a nosso ver poderão ser trilhados para uma mais completa investigação. Pensamos que a resposta a algumas das questões não respondidas neste trabalho poderão ser o início de uma nova caminhada.

Na segunda parte apresentaremos as principais conclusões a que chegamos.

I. AS FUNÇÕES E A NECESSIDADE DO SEGURO

I.1 A Necessidade de Segurança

Qualquer acção humana surge como resposta à satisfação de necessidades e é sabido que os receios e os temores, fundamentados ou não, sempre acompanharam o homem.

Daí que ao longo dos tempos tenha procurado defender-se dos perigos, conhecidos ou desconhecidos, recorrendo, quer a medidas de protecção física, quer fazendo apelo ao auxílio sobrenatural. Confrontado com situações climáticas e meteorológicas adversas, colocado perante a possibilidade de ataques de predadores e, até, de outros homens, foi natural a busca de segurança. Procurou-a, inicialmente, constituindo associações que se foram aperfeiçoando ao longo do tempo e que, com a experiência adquirida, se tornaram núcleos poderosos. Aglomerados como família, clã, tribo, cidade, povo, nação, estado, são disso exemplo e, pela necessidade de se protegerem dos mais diversos perigos, foram capazes de desenvolver técnicas e processos especificamente para esse fim.

As grutas e as muralhas foram alguns dos seus refúgios, tendo sido o emprego de armas e armaduras outra forma encontrada pelo homem para se proteger. Tentou, também, já numa fase posterior, proteger-se contra factores causadores de preocupação e de angústia.

A necessidade de segurança pode, pois, considerar-se uma necessidade básica dentro da hierarquia das várias necessidades que, segundo ABRAHAM MASLOW (*in Teoria Geral de Seguros – CEFOS*[2]) e a sua pirâmide, se sistematizam em cinco níveis.

Na base desta pirâmide, isto é, no primeiro nível, situar-se-ão as necessidades primárias ou fisiológicas, tais como a alimentação, a reprodução, a respiração e o calor, entre outras, correspondendo ao segundo nível as necessidades psicológicas. Ao terceiro cabem as sociais, ao quarto, o ego e, ao quinto nível, as de auto-realização.

---

[2] Centro de Formação de Seguros (1990: p. 2)

Sendo pacificamente assumido que o homem tende a satisfazer primeiro as necessidades de nível mais básico, a necessidade de segurança (que pode simplesmente reduzir-se à segurança física, mas que poderá estender-se à segurança patrimonial), ao situar-se na base das necessidades psicológicas, demonstra bem a sua importância. Cada vez que conseguir ultrapassar um degrau[3], o homem passará a ser motivado pelo tipo de necessidades correspondentes ao degrau imediatamente superior.

I.2 As Reacções Individuais à Necessidade de Segurança

Não havendo duas pessoas iguais, as reacções que cada uma desenvolve perante os perigos, actuais ou futuros, serão também diferentes. Dependerão, desde logo, da existência de sensibilidade ao perigo e, verificando-se esta sensibilidade, da força que existir para o combater. Força que também diferirá de sujeito para sujeito, do ambiente exterior a cada um deles, e que passa pela resolução do confronto entre motivações e inibições pessoais.

Assim, é possível verificar duas situações:

- a não valorização da (in)segurança, que passa, ou pela insensibilidade/ /inconsciência do indivíduo ao perigo (não o sente, logo não tem necessidade de segurança), ou pela irresponsabilidade (quando sabe da sua existência mas nada faz para o precaver);

- a valorização da (in)segurança, verificada quando o indivíduo, conhecendo a existência do perigo, sente necessidade de segurança e age conscientemente no sentido de tomar precauções.

Uma das formas de precaver a ocorrência de factos causadores de danos, subjacente a esta segunda atitude, é a transferência do risco. Por norma, esta transferência faz-se por

[3] Abraham Maslow considera que o indivíduo é motivado essencialmente pelas necessidades de nível

recurso a uma outra entidade, uma companhia de seguros, com capacidade para suportar os danos que possam ocorrer no futuro. Quem recorre a uma seguradora liberta-se, em princípio, de preocupações com o risco transferido, satisfazendo a sua necessidade, económica ou patrimonial, assim como necessidades de índole psicológica dado que, acontecendo um sinistro, não será o próprio indivíduo, ou a sua família, a suportar os danos dele provenientes, mas sim a seguradora.

Através da transferência do risco para as companhias de seguros, o homem consegue libertar-se da ansiedade proveniente da insegurança. Poderá, por isso, afirmar-se que o seguro nasceu da necessidade de segurança económica sentida pelo homem que o levou a transferir para outrém os riscos que o poderiam afectar, quer em termos patrimoniais ou familiares, quer por motivos comunitários.

Contudo, nem todos os riscos poderão ser assumidos pelas Seguradoras e, nalguns casos, mesmo sendo possível a sua assunção, seria inconveniente que o fosse pela totalidade dos danos. Quer isto dizer que haverá vantagens, económicas e sociais, nomeadamente de comportamento cívico, se uma parte dos riscos for assumida por quem transfere a sua responsabilidade, ou seja, pelo segurado.

I.3 As Funções do Seguro

Muitas vezes, o seguro é definido apenas como uma aplicação do princípio da mutualidade, isto é, como forma de repartir, entre um grande número de indivíduos, as perdas verificadas somente por um pequeno número deles. Trata-se de uma visão tradicional, tecnicamente suportada pela lei dos grandes números, que permite às companhias de seguros assumir riscos colectivos que, individualmente, seriam impossíveis de assumir.

mais baixo que não conseguiu ainda satisfazer (Cardoso, Luís – 1999; p. 164).

É o denominado princípio da equivalência em que o prémio puro (Pp), ou prémio de risco (que mais à frente definiremos), se obtém multiplicando o dano médio (α) pela frequência dos sinistros (f):

$$Pp = \alpha \cdot f$$

Sendo verdade que esta visão se aplica mais aos seguros sociais ou aos seguros mútuos, a sua perspectiva de análise distancia-se da que é perseguida pelas seguradoras que têm a seu cargo a gestão comercial dos chamados riscos privados.

As companhias de seguros, enquanto empresas comerciais a operar em mercados concorrenciais, não podem comportar-se como meras gestoras da mutualidade. Sujeitando-se ao risco de perdas financeiras procuram, necessária e logicamente, o lucro da sua actividade.

A visão actual do seguro enfatiza a relação entre o segurado e a seguradora originando uma ou várias das atitudes possíveis seguintes:

- retenção do risco, por parte do potencial segurado (autoseguro)

- redução do risco, ou por parte do segurado, ou por parte da seguradora (prevenção)

- transferência do risco (seguro, propriamente dito, que poderá ser total ou parcial).

O seguro constitui, portanto, uma transferência de risco duma unidade económica para outra. Ao aceitar o risco que lhe é transferido pelo segurado, a seguradora vai, em troca, prestar-lhe um serviço (serviço imaterial) ou, dito de outra forma, vai vender-lhe segurança. Todavia, esta função do seguro – fornecimento de segurança – é apenas uma parte da actividade seguradora. É a sua função social ou técnica. Outra existe, complementar desta, desempenhada pelas companhias de seguros enquanto investidores institucionais, e que representa a sua função económica.

Reconhece-se, por isso, às empresas seguradoras uma natureza híbrida atendendo a que são, simultaneamente, prestadoras de serviços (função social) e intermediários financeiros (função económica).

I.4 A Função Social do Seguro

As afirmações seguintes atribuídas, algures no passado, a HENRY FORD:

> "... *New York não é uma invenção dos homens mas sim dos seguradores... Sem os seguros não haveria arranha-céus porque nenhum trabalhador ousaria trabalhar numa altura daquelas correndo o risco de dar uma queda mortal e deixar a sua família na miséria. Sem os seguros nenhum capitalista investiria milhões para construir tais edifícios que uma simples ponta de cigarro pode reduzir a cinzas...*"

parecem-nos a melhor forma de sintetisar a importância desta função social do seguro. A vida moderna, ao agravar ainda mais os riscos cobertos pelo seguro, tornou esta função mais relevante. Os seguros tentam pesar a frequência e a severidade dos sinistros, colocando em prática políticas de tarifação tendentes a encorajar a prevenção. Daí que no ramo (risco) automóvel, por exemplo, se tenha instituído o sistema de bónus/málus (descontos/agravamentos) e, no ramo Acidentes de Trabalho, exista o chamado DBS (Desconto por Baixa Sinistralidade).

Também o facto de, após a ocorrência de sinistros, se verificar o pagamento de indemnizações e a reparação de danos, materiais e corporais, poderá considerar-se um factor que permite impedir quebras de produtividade já que permite o (re)arranque, quase imediato da produção. Também neste caso, se está na presença da função social do seguro.

I.5 A Função Económica do Seguro

Consiste, fundamentalmente, em duas acções complementares entre si:

- captar poupanças e efectuar investimentos financeiros

As companhias de seguros são receptoras das poupanças que lhes são entregues pelos segurados, actuando no mercado financeiro como intermediários não monetários. Arrecadam quantias razoavelmente elevadas, contra a entrega de apólices de seguro, procedendo a investimentos em diferentes activos remunerados à taxa de juro de mercado.

A seguradora está a gerir fundos comuns a todos os segurados, depois de, equitativamente, ter ajustado o prémio (preço) ao risco transferido por cada um deles. A existência de seguros permite às pessoas que os subscrevem gastar mais livremente pois, pelas garantias a eles associadas, deixou de se verificar uma necessidade tão grande de aprovisionar fundos destinados a suprir carências provocadas pela ocorrência de sinistros. Quer isto dizer que os capitais individuais poderão ser utilizados, ou para uma vivência mais confortável, ou para o aumento dos negócios e, por esta via, para incentivar o consumo e o investimento. A ousadia é espicaçada, o poder de iniciativa e a criatividade podem acontecer mais livremente, procurando-se, em segurança, a eficiência empresarial. As enormes acumulações de capital exigidas pelo investimento em equipamentos técnicos sofisticados ou pelos riscos de responsabilidade civil ligados a actividades como as desenvolvidas nas plataformas petrolíferas e nas siderurgias, por exemplo, só se tornam possíveis pela existência de seguros.

Parece-nos, por isso, pacífico, afirmar que a quase totalidade das empresas de grande dimensão não poderia manter-se em actividade ou, até, iniciá-la, se não lhes fosse possível transferir para as seguradoras muitos dos riscos inerentes à sua exploração, tais como incêndio, roubo, acidentes de trabalho, perdas de exploração e responsabilidade civil, entre outros.

A não existência de seguros de crédito (que evitam a constituição de provisões especiais para pagamentos duvidosos, aliviando a tesouraria das empresas) e de seguros de transportes (garantindo a cobertura dos objectos transportados) dificultaria, provavelmente, o desenvolvimento do comércio internacional. De igual modo, e nos casos em que os credores exigem garantias adequadas, a ausência de seguros impediria a realização de alguns negócios ou torná-los-ia mais dispendiosos. O seguro assume, aqui, mais uma das suas funções, a de instrumento de crédito.

A existência de seguros interferem, ainda, nos preços. Sendo um custo a suportar pelas empresas que transferem os seus riscos, o reflexo no preço final dos produtos vendidos, ou dos serviços prestados, será muito menor do que seria se o risco fosse assumido integralmente pela empresa.

Do lado das companhias faz-se investigação, quer isoladamente, quer em conjunto com organismos oficiais. Estudos estatísticos, investigações sobre as causas dos acidentes, detecção e extinção de incêndios, estudos sobre o grau de combustibilidade dos materiais, análise de medidas a considerar pelos trabalhadores e pelos empregadores relativamente à periculosidade da actividade exercida, entre outras, proporcionam conclusões que, sendo aproveitadas na tarifação a utilizar, possibilitam, ainda, recomendações pontuais e atitudes de prevenção importantíssimas na diminuição dos riscos. O seguro funciona, por isso e, também, como motor da economia e, para reforço do que se acaba de referir, atente-se nos seguintes valores:

Quadro 1 - Prémios Emitidos de Seguro Directo / Produto Interno Bruto

Anos (4)	Prémios (4) (1.000.000 PTE)	PIBpm (3) (1.000.000 PTE)	Prémios/PIB (%)
1993	526 808	13 760 000	3,83
1994	628 636	14 605 500	4,30
1995 (1)	719 741	15 524 900	4,64
1996 (1)	848 800	16 474 000	5,15
1997 (1)	878 200	17 916 000	4,90
1998 (1)	1 050 388 (2)	18 632 744 (2)	5,64

(1) Mercado sob controlo do Instituto de Seguros de Portugal

(2) Valores provisórios

(3) Fonte: Banco de Portugal

(4) Fonte: Instituto de Seguros de Portugal

Quadro 2 - Investimentos Líquidos

Anos (3)	Montante (3) (1.000.000 PTE)	Δ (%)
1993	978 261	28,98
1994	1 263 216	29,13
1995 (1)	1 676 567	32,72
1996 (1)	2 141 003	27,70
1997 (1)	2 635 573	23,10
1998 (1)	3 119 772 (2)	18,37

(1) Mercado sob controlo do Instituto de Seguros de Portugal

(2) Valores provisórios

(3) Fonte: Instituto de Seguros de Portugal

Quadro 3 - Prémios Emitidos de Seguro Directo / População Residente

Anos (3)	Prémios (3) (1.000.000 PTE)	População Residente (2) (3) (1.000)	Prém/P.Res. (1.000 PTE)
1993	526 808	9 888	53,28
1994	628 636	9 912	63,42
1995 (1)	719 741	9 921	72,55
1996 (1)	848 800	9 934 (2)	85,44
1997 (1)	878 200	9 956 (2)	88,21
1998 (1)	1 050 388 (2)	9 980 (2)	105,25

(1) Mercado sob controlo do Instituto de Seguros de Portugal

(2) Valores provisórios

(3) Fonte: Instituto de Seguros de Portugal

Quaro 4 - Proveitos dos Investimentos

Anos (3)	Montante (3) (1.000.000 PTE)	Δ (%)
1993	83 839	11,93
1994	88 382	5,42
1995 (1)	120 977	36,88
1996 (1)	160 949	33,04
1997 (1)	189 374	17,66
1998 (1)	229 250 (2)	21,06

(1) Mercado sob controlo do Instituto de Seguros de Portugal

(2) Valores provisórios

(3) Fonte: Instituto de Seguros de Portugal

Constata-se, com excepção do ano de 1997, um peso percentual sempre crescente na relação Prémios Emitidos de Seguro Directo / Produto Interno Bruto, uma 'certa' estabilidade nos Investimentos Líquidos e uma evolução ascendente, do nosso ponto de vista, natural, da relação entre Prémios Emitidos de Seguro Directo e População Residente.

Não havendo informação oficial mais actual disponível, mesmo assim achamos interessante verificar o peso das indemnizações no valor dos prémios arrecadados pelas Seguradoras no ano de 1994 e que foi o seguinte:

Quadro 5 -Indemnizações de Seguro Directo / Prémios Emitidos de Seguro Directo

Anos	Indemnizações (1.000.000 PTE)	Prémios (1.000.000 PTE)	Ind./ Prémios (%)
1994	346 167	628 636	55,07

Fonte: Instituto de Seguros de Portugal

De igual forma nos parece importante salientar, o que faremos no quadro abaixo, a relação existente entre os custos com os sinistros e os prémios emitidos.

Quadro 6 - Custos Brutos com Sinistros / Prémios Brutos Emitidos

Anos (3)	Custos (3) (1.000.000 PTE)	Prémios (3) (1.000.000 PTE)	Custos/Prémios (1.000 PTE)
1995 (1)	367 430	728 081	50,47
1996 (1)	423 532	861 275	49,18
1997 (1)	487 394	893 353	54,56
1998 (1)	508 926 (2)	1 083 163 (2)	46,99

(1) Mercado sob controlo do Instituto de Seguros de Portugal

(2) Valores provisórios

(3) Fonte: Instituto de Seguros de Portugal

Acresce referir que, segundo números do Instituto de Seguros de Portugal reportados a 31 de Dezembro de 1998, e apenas no que concerne ao mercado sob o seu controlo, eram 13.042 os trabalhadores deste sector de actividade e 908 o número de dependências das 213 empresas de seguros a operar em Portugal.

Os mediadores inscritos atingiam o impressionante número de 41.962, distribuídos entre angariadores, agentes e corretores de seguros.

O sector segurador em Portugal comporta-se como um sector de actividade com um peso muito significativo na economia portuguesa e, através do resseguro – *possibilidade de o segurador directo transferir para outro ou outros seguradores parte dos riscos por si assumidos* –, também nas relações internacionais. Com o resseguro assiste-se a uma internacionalização do seguro através da qual diferentes culturas se aproximam e, fundamentalmente, se distribui o risco que uma seguradora, por si só, muito dificilmente garantiria.

Garante-se melhor protecção aos segurados, pela maior capacidade de resposta que estas empresas possuem, e uma mais ampla distribuição do risco. Consegue-se, ainda por esta via, melhores níveis de produtividade e de especialização técnica que, convenientemente aproveitados, permitirão um crescimento sustentado das seguradoras nacionais.

Desenvolve-se a solidariedade e a cooperação à escala internacional, trocam-se experiências que enriquecem as diferentes partes, isto é, consegue-se, através do resseguro, um meio de comunicação entre os seguradores de vários mercados com influências recíprocas nas economias dos diferentes países.

II. A INCERTEZA E O VALOR DA INFORMAÇÃO

II.1 A Escolha em Condições de Incerteza

Quase todas as escolhas envolvem um determinado grau de incerteza e esta incerteza será tanto maior quanto mais arriscadas forem as alternativas em aberto. Sendo certo que a cada escolha está associado um determinado risco, há que analisar quando vale a pena corrê-lo ou tentar perceber as razões pelas quais algumas pessoas, mesmo quando colocadas perante resultados quase certos, não arriscam.

Considere-se o seguinte primeiro exemplo: se no lançamento de uma moeda sair "cara", um indivíduo ganha 10.000 unidades monetárias, perdendo apenas 50 se sair "coroa". Repare-se que o lucro que aquele jogador terá, se ganhar, é 20 vezes superior ao montante que poderá perder sendo que a probabilidade de acontecer qualquer daqueles resultados é exactamente a mesma. Havendo sempre alguém capaz de recusar este jogo, é bem possível que não sejam muitos a fazê-lo.

Atente-se, agora, neste segundo exemplo: se no lançamento de uma moeda sair "cara" o jogador ganhará 20.000 unidades monetárias e se sair "coroa" perderá 10.000. Neste caso, a probabilidade de ganhar continua a ser igual à de perder mas o valor a lucrar corresponde, apenas, ao dobro da quantia que poderá perder. Sendo menos atractivo do que o primeiro exemplo não deixará, pensamos nós, de ser um jogo aceitável para muitas pessoas.

Ainda um terceiro exemplo: saindo "cara", ganha 2.000.000 unidades monetárias; saindo "coroa" perde 1.000.000 unidades monetárias. No entanto, no caso de perder, é concedida ao jogador a possibilidade de pagar a dívida em prestações mensais ao longo de 20 anos.

Que seria de esperar dos indivíduos a quem esta última possibilidade fosse colocada? Provavelmente, a maioria deles recusaria este jogo. No entanto, as quantias que poderiam ganhar, ou perder, estão na mesma proporção que as do exemplo anterior. A razão desta recusa, deste comportamento, prende-se com a decisão em condições de incerteza. É que, embora os três exemplos apontados prefigurem uma possibilidade maior de ganhar do que de perder, os valores esperados de cada um deles são substancialmente diferentes. E uma das características mais importantes dos jogos é precisamente o seu valor esperado.

Nos exemplos que de que nos servimos, os valores esperados (VEi) são:

$$VE_1 = (½) \times (10.000) + (½) \times (-50) = 4.975 \text{ u. m.}$$

$$VE_2 = (½) \times (20.000) + (½) \times (-10.000) = 5.000 \text{ u. m.}$$

$$VE_3 = (½) \times (2.000.000) + (½) \times (-1.000.000) = 500.000 \text{ u. m.}$$

O que podemos verificar é que em qualquer dos exemplos o valor esperado é positivo. E se o confronto fosse meramente entre valores esperados positivos e negativos, a escolha seria fácil de efectuar, uma vez que os positivos são naturalmente mais atractivos do que os negativos. No entanto, a forma como a maioria das pessoas responde a jogos daquele tipo, permite-nos afirmar que não é suficiente ter o maior valor positivo para que um jogo se torne mais atraente. Basta atentar na resposta ao jogo do exemplo 3 para constatar que não será, certamente, o mais aceite. Pelo contrário, o jogo 1, apesar de ser dos três exemplos apresentados o que menor valor esperado apresenta, é aquele que maior probabilidade tem de ser escolhido pelas pessoas. A ilação a tirar, parece-nos, é que para além de um valor esperado positivo, mesmo que muito alto, as pessoas tomam em consideração a sensação produzida pelos resultados. Pelo menos é a leitura que fazemos da postura tida frente aos exemplos referidos, uma vez que, quer no exemplo 3, quer no exemplo 1, a probabilidade de perder ascende a 50%. Todavia, se pensarmos em termos de valor absoluto, a perda poderá atingir 4.975 unidades monetárias no exemplo 1 e 500.000 u. m. no exemplo 3. Convenhamos que a sensação de perder a primeira quantia é bem menos desagradável do que a de perder a segunda, pois esta é mais de cem vezes maior do que aquela. E é por causa destas sensações que se torna mais fácil escolher jogos como o do exemplo 1 em que o resultado, para além de ser positivo, é suficientemente grande para merecer importância, da mesma forma que o resultado negativo, por ser tão pequeno, deixa de ser importante[4].

Terá sido por haver necessidade de proceder a escolhas entre alternativas incertas que a teoria económica veio introduzir o conceito de utilidade esperada mais elevada. O que esta teoria diz é que o homem não escolhe a alternativa que apresenta o valor esperado mais elevado mas sim a que proporciona a utilidade esperada mais elevada. Isto é, a utilidade esperada de um jogo é o valor esperado da utilidade de cada um dos resultados possíveis. Se supusermos que certa pessoa é detentora de uma riqueza inicial de 1.000.000 unidades monetárias e considerarmos a sua função de utilidade dada por $U(R) = \sqrt{R}$, poderemos verificar qual dos exemplos atrás considerados proporcionará a utilidade esperada mais elevada. Assim,

$$UE_1 = ½ \sqrt{1.010.000} + ½ \sqrt{999.950} = 1.002{,}48$$

$$UE_2 = ½ \sqrt{1.020.000} + ½ \sqrt{990.000} = 1.002{,}46$$

$$UE_3 = ½ \sqrt{3.000.000} + ½ \sqrt{0} = 866{,}03,$$

o que nos leva a concluir que a aposta no jogo 3 deverá ser excluída, desde logo porque a sua utilidade esperada é inferior a qualquer das outras. Mas, não só por isto. Repare-se que, neste exemplo 3, a utilidade esperada situa-se a um nível inferior ao da riqueza inicial (R_0) o que, naturalmente, nenhuma pessoa quererá experimentar. Fará todo o sentido aceitar jogar se, e apenas se, a UE de qualquer jogo fôr superior a $U(R_0)$.

Esta situação de "poder ficar mais pobre" não acontece nos outros dois jogos pelo que a escolha deverá recair no jogo 1 por ser o que apresenta maior utilidade. Está em causa, diremos, uma diferente ordenação das alternativas disponíveis. E, tal como se faz com as curvas de indiferença, também aqui é benéfico analisar graficamente o significado

[4] A lei de utilidade marginal decrescente – que considera a satisfação derivada dos ganhos menos importante do que a privação resultante das perdas – justifica o raciocínio subjacente à exposição.

das diferentes curvas que a função utilidade poderá assumir, já que nos permitirá enquadrar as pessoas segundo os vários perfis de comportamento possíveis.

O mais comum, por ser empiricamente evidente, é considerar-se, como no caso da figura 1, que a utilidade é uma função côncava da riqueza total o que quer dizer que apresenta uma utilidade marginal decrescente da riqueza. E esta característica, em termos comportamentais, significa que os indivíduos que possuem uma função de utilidade côncava em relação à riqueza total são avessos ao risco, qualidade que é apanágio de todos aqueles que nunca aceitam apostar num jogo cujo valor esperado seja nulo, isto é, num "jogo justo". É que, para um qualquer "jogo justo", o valor esperado da riqueza, para quem aceita jogar, é igual ao valor da riqueza, que é certo, se preferir não jogar.

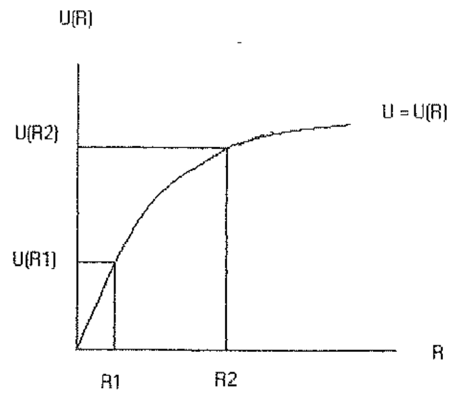

Figura 1 – Função de utilidade côncava
[Adaptado de Robert H. Frank (1994)]

Exemplificando para uma pessoa cuja riqueza inicial é de 50 unidades monetárias: se uma moeda for lançada ao ar e sair "cara", esta pessoa ganha 40 mas, se sair "coroa", perde os mesmo 40. Então, o valor esperado será de

$$\frac{1}{2} \times 40 + \frac{1}{2} \times (-40) = 0$$

e porque dá este resultado nulo é que se chama de "jogo justo".

Supondo ainda que a sua função utilidade é dada por $U = U(R)$, a utilidade esperada será

$$UE(jogo) = \tfrac{1}{2}\, U\,(50 - 40) + \tfrac{1}{2}\, U\,(50 + 40) = \tfrac{1}{2}\, U\,(10) + \tfrac{1}{2}\, U\,(90).$$

Neste caso, quando a pessoa aceita o jogo tem como valor esperado da riqueza o montante de 50, montante que é exactamente igual ao que possuirá se recusar o jogo. Assim, a utilidade será igual a $U\,(50)$. E, segundo a teoria da utilidade esperada, se a $UE(jogo)$ for maior que $U\,(50)$ o jogo deverá ser aceite, sendo obviamente recusado quando se verificar o contrário.

A interpretação gráfica da situação relatada permite visualizar, porventura com mais nitidez, o que acabou de se expor. É o que tentaremos demonstrar por recurso à figura 2.

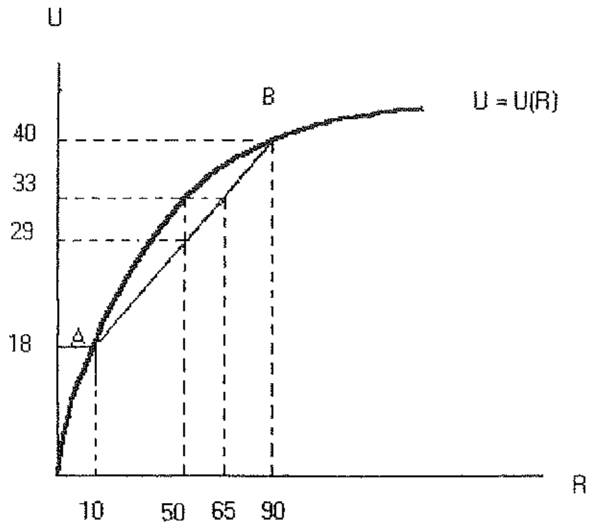

Figura 2 – F. Utilidade de um indivíduo avesso ao risco
[Adaptado de Robert H. Frank (1994)]

A linha que une os pontos A e B, correspondentes, respectivamente, à situação de perder e à de ganhar, ajuda a interpretar a figura. Para a função de utilidade nela representada, observa-se que a utilidade esperada do jogo vem igual a ½ (18) + ½ (40) = = 29, valor que corresponde ao ponto do segmento de recta AB situado acima do valor esperado da riqueza deste jogo, que é de 50. Verifica-se, ainda, que a utilidade esperada de recusar este jogo é de $U(50) = 33$, valor superior à utilidade de jogar o jogo que, como vimos, é de 29. De facto, porque qualquer ponto do arco duma função côncava se situa sempre acima do ponto que lhe corresponde na linha, a utilidade esperada de um "jogo justo" virá sempre inferior à utilidade de o recusar. Constata-se, assim, que uma pessoa avessa ao risco não só recusa os "jogos justos" mas, também, alguns outros que apresentam um valor esperado positivo. E no caso da função de utilidade apresentada na figura, qualquer jogo do qual resulte um valor esperado de riqueza final inferior a 65 oferece uma utilidade esperada inferior à proporcionada por um nível de riqueza inicial de 50.

De notar que, se neste exemplo, a probabilidade de ganhar era exactamente igual à de perder, isto não significa que a interpretação geométrica seja exclusiva desta situação. Genericamente, a probabilidade de ganhar um jogo poderá assumir qualquer resultado entre 0 e 1, sendo na mesma possível efectuar-se a interpretação da utilidade esperada como um ponto da linha que une os extremos, o do ganhar e o do perder. Isto é, se a probabilidade de ganhar for p e a probabilidade de não ganhar for $1-p$, a utilidade esperada situar-se-á a uma fracção $1-p$ para a esquerda do ponto B.

Outra razão que parece existir para que a maioria das pessoas sejam avessas ao risco, embora seja meramente intuitiva, tem a ver com a utilidade marginal dos rendimentos, ou melhor, dos acréscimos de rendimento. E, como sabemos, a importância de um incremento extra de 3.000 unidades monetárias, por exemplo, é muito maior para uma pessoa cuja riqueza é de 50.000 u. m. do que para uma outra que detenha uma riqueza de 5.000.000 de u. m. O que fizemos atrás, foi dizer isto de outra maneira. Foi dizer que, se a função de utilidade é côncava em relação à riqueza total, então um determinado aumento de riqueza proporciona um aumento menor, em utilidade, do que a perda que seria causada por uma diminuição semelhante de riqueza.

Mas, se existem pessoas avessas ao risco também há quem o procure, pelo menos algumas vezes na vida. Para nós, e independentemente das chorudas compensações pecuniárias auferidas, ser piloto de fórmula 1 é um risco que não gostaríamos de correr, da mesma forma que não nos vemos a praticar alpinismo nem a ser lançados, por decisão própria, de um pára-quedas afastado do solo milhares de pés. Para quem, pelo contrário, procura o risco, a sua função de utilidade será convexa, o que significa que a utilidade esperada de aceitar um jogo será superior à de o recusar.

Admitamos um indivíduo que é amante do risco, que detém uma riqueza inicial de R_0 e que é confrontado com a possibilidade de ganhar B, com 50% de probabilidade, mas também de perder B com idêntica probabilidade.

Geometricamente, como poderá ver-se na figura 3, uma função de utilidade que caracteriza este tipo de pessoas é convexa. É aquela que possui um declive que aumenta com a riqueza total, ou seja, uma função na qual a utilidade marginal da riqueza é crescente. Neste caso, contrariamente ao exemplo anterior, qualquer arco está situado abaixo da linha correspondente pelo que a $UEjogo$,(UEj), é maior do que a $U(R_0)$

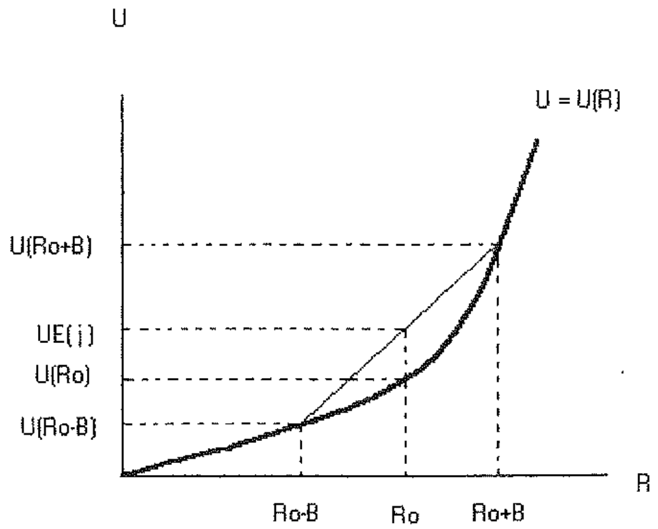

Figura 3 – F. Utilidade de um indivíduo jogador

[Adaptado de Robert H. Frank (1994)]

Finalmente, refira-se que também existem pessoas neutras face ao risco, pessoas para as quais é perfeitamente indiferente jogar ou não jogar um "jogo justo". São aquelas cuja utilidade esperada de aceitar, $UE(j)$, é igual à utilidade certa de recusar, $U(R_0)$.

A figura 4 apresenta, geometricamente, esta possibilidade, sendo a função de utilidade característica desta situação representada por uma linha recta. Quer esta linearidade significar que a utilidade marginal da riqueza deste tipo de pessoas é constante.

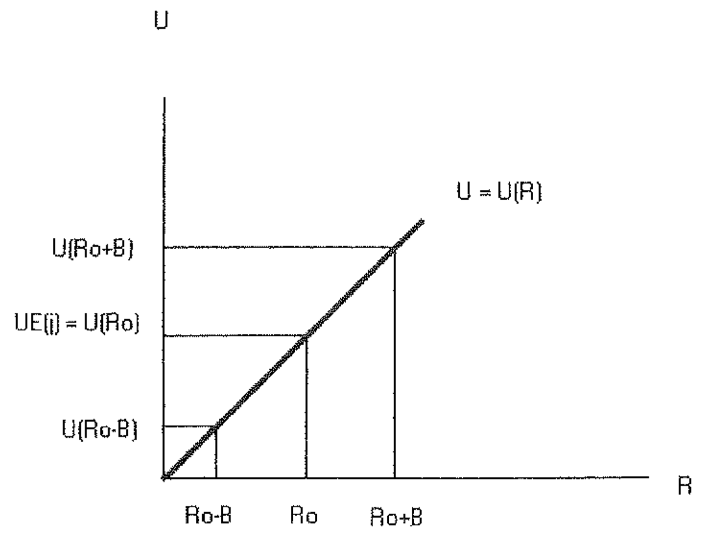

Figura 4 – F. Utilidade de um indivíduo neutro face ao risco
[Adaptado de Robert H. Frank (1994)]

Para uma maior simplicidade de exposição, todos os exemplos que apresentamos têm somente dois resultados. Fizemo-lo de uma forma consciente. No entanto, como um jogo poderá ter qualquer número de resultados, nem por isso o raciocínio subjacente deixará de ser o mesmo. Então, tal como nos casos tratados o seu valor esperado virá igual à soma ponderada de todos os resultados possíveis cujos pesos serão, novamente, a respectiva probabilidade. Assim, se considerarmos um jogo com três resultados possíveis, Z_1, Z_2 e Z_3, respectivamente com as probabilidades de ocorrência, p_1, p_2 e p_3, o seu valor esperado será de $p_1Z_1 + p_2Z_2 + p_3Z_3$.

Dado que a probabilidade total deverá somar 1, poderemos escrever p_3 em função das outras duas probabilidades e teremos $p_3 = 1 - p_1 - p_2$.

A utilidade esperada deste jogo será de $p_1U(Z_1) + p_2U(Z_2) + (1 - p_1 - p_2)U(Z_3)$.

II.2 A Informação e os Mercados

A falta de informação não é impeditiva da realização de qualquer negócio, qualquer que seja a área em que nos situemos, desde que as partes interessadas na sua concretização assim o considerem. Contudo, parece óbvio que um melhor acordo poderá ser conseguido, se ambas tiverem perfeito conhecimento da qualidade dos bens a transaccionar ou, no caso dos empregadores, da capacidade profissional dos trabalhadores a contratar. Num e noutro caso, a maior parte das vezes, ou não existe informação, ou a que existe não é perfeita. Quer dizer, os bens poderão ser transaccionados a um preço que não reflecte a sua verdadeira qualidade, e os novos trabalhadores não corresponderem, na prática laboral, à boa imagem que transmitiram quando foram selecionados. Não porque a selecção tenha sido mal feita mas, como refere HAL R. VARIAN (1990: p.582), por ser muito difícil às empresas determinar, à partida, o talento e a potencialidade destes trabalhadores.

A informação útil e credível é, por isso, fundamental para a correcta tomada de decisões em qualquer mercado mas o seu custo, normalmente elevado, poderá inviabilizar a sua procura. Nomeadamente se já tiver sido atingido o ponto a partir do qual os agentes económicos concluem não haver vantagem em continuar a procurar. E, sendo assim, compradores e vendedores terão as suas próprias informações sobre cada situação em concreto, o que significa quase sempre que possuem opiniões diferentes.

É aquilo a que vários autores chamam de informação assimétrica, causadora, por si só, de alguns problemas de ineficiência dos mercados.

II.3 A Informação Assimétrica no Mercado de Seguros

Tomar uma decisão com algum grau de certeza implica possuir a quantidade e a qualidade necessárias de informação. E este será, porventura, um dos aspectos mais difíceis que as companhias de seguros terão de gerir tendo em conta a falta de informação relativamente a alguns riscos. Problema que se mantém mesmo para os seguros de cobertura obrigatória como são, dentre outros, os casos do ramo (risco) automóvel, do ramo acidentes de trabalho e do ramo caça.

O mercado de seguros, tal como os restantes, também é afectado pela existência de informação assimétrica. Este problema surge porque as companhias de seguros têm menos informação do que os seus clientes sobre os riscos envolvidos. O cliente terá melhor conhecimento que a companhia de seguros sobre a sua probabilidade de vir a ficar doente, facto que, não impedindo a elaboração de um contrato de seguro, coloca a companhia numa posição de desvantagem. O problema para o segurador é que o cliente não lhe vai fornecer a informação tal e qual a possui. Por um lado, para não pôr em causa a possibilidade de aceder a essa cobertura, e por outro, para que, ao aceder, o seu custo não venha agravado.

Isto coloca as seguradoras numa situação a que alguns autores chamam de "selecção adversa", quer dizer, na contingência de incluir, na mesma apólice, pessoas cuja probabilidade ou apetência ao risco são totalmente diferentes. As companhias têm necessidade de chegar ao indivíduo, de conhecer as suas características específicas. Para isso, terão de analisar as características do grupo dentro do qual, supostamente, ele se insere, o que significa que cada indivíduo vai pagar os seus seguros ao preço a que pagarão todos os restantes elementos do grupo. Cada indivíduo é transformado numa unidade homogeneizada, para efeitos de taxação duma cobertura, considerando-se o seu comportamento idêntico ao de todos os restantes elementos do grupo. Ainda que o não seja. É o que sucede aos condutores de idade inferior a 25 anos ou com licença de condução há menos de dois anos que, por estes motivos, vêm os seus prémios agravados. No entanto, será insensato admitir-se que todos os condutores com as características acabadas de referir sejam, apenas por isso, causadores de maior número de acidentes. Mas também não é possível às companhias de seguros, sem informação adicional credível, tarifar aquele condutor, com aquela idade e tempo de licença de condução, de forma diferente da que utiliza para o grupo em que se insere. Sem informação individualizada, isto é, não sendo possível considerar aquele indivíduo melhor condutor do que os outros do seu grupo, ele sofrerá o prejuízo de ser tarifado de igual forma.

Como refere ROBERT H. FRANK (1995: p.537), as companhias de seguros sustentam esta sua maneira de calcular os prémios no "princípio da revelação total" que significa que, na falta de provas de que uma pessoa (ou coisa) pertence a uma categoria favorável, normalmente subentende-se que pertence a uma menos favorável.
A hipótese que resta à companhia de seguros é vir a utilizar tarifas diferenciadas no futuro, depois de conhecido o necessário historial de cada cliente.

Admita-se, para ilustrar o problema da selecção adversa, que existem dois grupos de indivíduos, o grupo de alto risco (grupo A) e o grupo de baixo risco (grupo B). As probabilidades de ocorrência de um acidente são, respectivamente, Pa e Pb. Ambos os grupos pretendem subscrever um seguro e a companhia não tem possibilidade de os distinguir. A probabilidade média ponderada de ocorrência de um acidente para os dois grupos como um todo, é

$$\overline{P} = Pa \cdot \frac{A}{A+B} + Pb \cdot \frac{B}{A+B}$$

sendo que $Pa > \overline{P} > Pb$.

Se o custo do acidente for C, o valor do prémio de seguro D para uma cobertura total vem dado por

$$D \geq C\overline{P}.$$

Atendendo a que $\overline{P} > Pb$, se os indivíduos conhecerem os seus próprios riscos, os de baixo risco podem não estar dispostos a subscrever uma apólice de seguro por saberem que os de alto risco, estando incluídos nessa mesma apólice, os prejudicam em termos de valor do prémio. Então, se os clientes de baixo risco desistirem de subscrever este seguro, a companhia de seguros vê-se forçada a elevar o prémio uma vez que apenas os elementos de alto risco comprarão o seguro.

Claro que a companhia poderá conseguir que as pessoas de baixo risco se revelem, se elas próprias se disponibilizarem a aceitar partilhar a responsabilidade do risco [G. S. MADDALA e ELLEN MILLER (1989: p. 602) designam de "*self selection*" esta partilha de responsabilidade].

E poderá fazê-lo de várias formas: ou confrontando os indivíduos com um conjunto estruturado de escolhas possíveis a taxas diferentes, ou através da duração dos contratos, ou por aplicação de franquias. Das escolhas feitas, a companhia de seguros poderá deduzir as características de risco dos indivíduos. No entanto, mesmo assim, o problema da informação não fica completamente resolvido porque a informação conseguida pela escolha que cada um faz depende do conjunto de contratos disponíveis. O segurado não escolhe totalmente a cobertura que lhe interessa garantir, antes fica na dependência da oferta disponibilizada pelo segurador.

Para dois grupos de pessoas com diferentes probabilidades de ocorrência de sinistros, não se pode ter, pelo menos do ponto de vista teórico, uma única apólice de seguros. Haverá necessidade de disponibilizar duas apólices, uma para cada grupo de risco. Isto possibilitará que as pessoas de baixo risco escolham participar na assunção parcial do risco, pagando um prémio menos elevado e suportando determinado valor de franquia, enquanto que os elementos de alto risco serão tarifados de acordo com as suas características, suportando um valor de prémio naturalmente maior que o dos anteriores. Será, provavelmente, a única maneira de se conseguir um melhor equilíbrio no mercado segurador.

Para HAL R. VARIAN (1990: p 589), a "selecção adversa" é o problema da "informação escondida". Refere-se a situações nas quais um dos lados do mercado não pode observar o tipo ou qualidade dos bens do outro lado do mercado.

Imagine-se, para ilustrar o que atrás se escreveu, que uma companhia de seguros pretende comercializar um seguro contra o risco de roubo. Efectuou um apropriado estudo de mercado e concluiu que este risco sofre grandes variações na comunidade estudada. Nalgumas zonas há uma grande probabilidade de roubo enquanto que noutras será muito raro tal acontecer. Se a companhia de seguros decidir comercializar este seguro tomando por base a taxa média de roubos, vai, provavelmente, perder dinheiro muito depressa. Quem vai comprar seguros a uma taxa média não são as pessoas das comunidades seguras (teoricamente sem problemas de roubo) que, de certa forma, não necessitam de seguro, mas sim as pessoas das comunidades com uma alta incidência de roubo. Serão as únicas a necessitar dele, o que quer dizer que as indemnizações a pagar pela companhia vão ter fundamentalmente como destinatários os consumidores que vivem nas zonas de alto risco. A companhia, ao basear-se na probabilidade média do roubo para o cálculo dos prémios, está a prejudicar os habitantes das zonas de mais baixa incidência de roubos. Está a fazer a referida "selecção adversa" de consumidores quando, em rigor, deveria procurar uma selecção tanto quanto possível objectiva, onde cada um fosse responsabilizado e tarifado pelo risco que lhe corresponde.

Um outro exemplo, igualmente marcante, é o que se verifica com os seguros de saúde. As companhias de seguros não podem, ou não devem, fundamentar os seus preços na incidência média dos problemas de saúde da população mas apenas na incidência média dos problemas de saúde do grupo de potenciais compradores. Contudo, como no exemplo anterior, quem vai querer subscrever seguros de saúde são, pelo menos na maior parte dos casos, as pessoas que mais necessitam deles. Quer dizer, nos seguros de saúde, como nos seguros de roubo, se a política de preços for a descrita acima, os preços vão reflectir a disparidade evidenciada pela composição dos grupos. Se for possível aos seguradores individualizar cada classe de risco os preços mais elevados serão, apenas, aplicados aos maiores riscos.

II.4 O Risco e o Seguro

Já vimos que qualquer consumidor está sujeito a riscos mas interessa-nos, neste trabalho, verificar de que forma poderão evitá-los ou, na sua impossibilidade, diluir os efeitos necessariamente danosos que a sua ocorrência poderá provocar. A questão que aqui se coloca é a de saber se será mais fácil a cada pessoa conseguir este objectivo, actuando isoladamente, ou pelo contrário, se deverá pensar em termos plurais, ou seja, agindo enquanto membro de uma colectividade com as mesmas necessidades de segurança. Sendo certo que alguns poderão agir por si – mesmo que esse não seja o caminho economicamente mais aconselhável – é um facto que o esforço colectivo tornará qualquer situação menos difícil de resolver. É aqui que surge o conceito de seguro. Sempre que os riscos com que os consumidores se confrontam sejam independentes uns dos outros, quer dizer, sempre que a possibilidade de um consumidor obter um resultado negativo seja independente da possibilidade de tal acontecer a um outro consumidor, será possível uma acção conjunta no sentido de obterem um resultado do interesse de todos[5]. Será, pois, vantajoso, para os elementos de uma comunidade, partilhar o risco e deixar de o enfrentar isoladamente. Esta repartição do risco está fundamentada numa propriedade da estatística chamada '*lei dos grandes números*' a que nos referiremos, com detalhe prático, num outro capítulo deste trabalho. Mas o que diz é que, se um evento acontece com uma probabilidade p a cada uma das pessoas que pertencem a um grande grupo, e se as pessoas são independentes umas das outras, então a proporção dos indivíduos a quem tal acontece, num dado período, não se afastará significativamente de p. Existindo a eventualidade de ocorrerem perdas que trarão problemas de incerteza às pessoas, o que esta lei garante é que, para um grande número de indivíduos, a proporção de pessoas que terão acidentes é suficientemente estável e possível de prever. E é com base neste conhecimento e fazendo uso do cálculo actuarial, que as companhias de seguros podem gerir a repartição dos riscos homogéneos, quer dizer, do conjunto de apólices que garantem o mesmo tipo de risco. É através da constituição destas carteiras, por ramos (riscos), onde cada pessoa poderá incluir a sua cobertura, que os seguradores assumem a repartição do risco. Os

[5] O seguro é uma forma muitíssimo importante de distribuição dos riscos. No entanto, a razão pela qual não nos podemos segurar contra todos os riscos da vida reside no facto de serem necessárias certas

interessados em reparti-lo, os segurados, apenas terão de transferir para aquelas empresas, através da subscrição de apólices, a responsabilidade do que lhes puder acontecer no futuro.

Evidentemente que existem outros métodos de partilha do risco, como a constituição de sociedades por quotas, onde cada quota representa a responsabilidade de quem a possui. A constituição de sociedades anónimas será outro exemplo, como também o será a adopção de qualquer forma semelhante a estas, desde que consigam converter grandes riscos, inaceitáveis exactamente por serem grandes, em pequenos riscos que, porventura, ninguém se importará de correr.

No entanto, neste trabalho, o que nos interessa é analisar o mercado de seguros que, como já referimos, constitui uma das formas de reduzir a incerteza futura. Este relacionamento entre companhia de seguros e segurado concretiza-se através do pagamento periódico de uma quantia que se denomina prémio. Com este pagamento, recebido de cada um dos segurados, as companhias de seguros constituem um enorme fundo de receitas. Receitas que deverão ser suficientemente grandes para fazer face à pequena quantidade de casos verificados em cada período. Devido ao conhecimento da lei dos grandes números, as companhias de seguros podem prever, de uma forma concreta, a quantidade de receitas que necessitam de amealhar para suportar o custo dos sinistros, isto é, para pagar as indemnizações. O prémio de seguro será a pequena "perda" que cada segurado aceita suportar para, em contrapartida, ter a garantia de não incorrer num custo bem maior. Mas, parecendo tudo tão simples, porque será que nem toda a gente faz seguros? Porque motivos têm as companhias de seguros uma fama nada abonatória? Independentemente de todo o tipo de razões que poderão existir, e que passam, do ponto de vista dos lesados, pela má resolução dos sinistros, interessa fazer uma outra leitura, a que tem a ver com razões económicas[6]. E aqui é importante verificar se o seguro deve ser considerado, ou não, um "jogo justo"[7]. A maior parte dos

---

condições matemáticas bem definidas para se poderem determinar probabilidades actuariais suficientemente exactas.

[6] Paul A. Samuelson (1973; p. 652) refere que o seguro, embora pareça ser mais uma forma de jogo, tem na realidade efeitos exactamente contrários ao deste. Pela mesma razão que o jogo é mau (porque cria riscos), o seguro é economicamente vantajoso (porque ajuda a diminuir e a repartir os riscos).

[7] Paul A. Samuelson (1973; p. 653) afirma que a companhia de seguros pode facilmente estabelecer um prémio para o qual não perderá dinheiro. Deste modo, a companhia não está, certamente, a jogar.

consumidores dirá que não, no sentido específico que lhe atribuímos anteriormente. Mas terá de reparar-se que existem motivos para que este jogo não possa ser justo, repetimos, no sentido abordado anteriormente. Isto porque as companhias de seguros têm de receber maiores valores em prémios do que aqueles que vão ter de pagar em indemnizações. Se assim não fosse, não poderiam suportar todos os custos inerentes à sua actividade, nomeadamente pagar aos trabalhadores, aos agentes intermediários e aos que investigam as necessidades de mercado, tendo em vista a elaboração de novas e mais adequadas coberturas. São estes e outros custos que impossibilitam que o seguro seja um "jogo justo" levando a que, em média, uma grande parte dos consumidores de seguros obtenha menores benefícios do que o valor que paga em prémios. Mesmo assim, a grande maioria das pessoas aceita este 'jogo injusto' e, a nosso ver, bem. É que é preferível comprar seguros, mesmo considerando-os um pequeno 'jogo injusto', do que correr riscos sem ter seguro.

As consequências que dessa ausência de cobertura poderão advir são incalculáveis, consoante o tipo de riscos a que cada um está sujeito.

PAUL A. SAMUELSON (1973; p. 653) refere que:

> *O homem que não segura a sua casa é que está a jogar. Arrisca a totalidade do valor da sua casa contra o pequeno prémio que poupou. Se a sua casa não arder, aquele que não fez seguro ganha a aposta; se a casa arder, como de vez em quando sucede, ele perde a aposta e sofre uma tremenda penalização.*

É, também, aquela postura de aceitação de algo considerado injusto que leva alguns autores a admitirem que grande parte das pessoas são avessas ao risco. Ou porque já perderam, e receiam voltar a sentir esse descontentamento, ou porque conhecem alguém que sofreu e não querem imaginar-se no seu lugar. Trata-se, para estas pessoas, de escolher a alternativa certa, o que nem deve entender-se como um comportamento anormal já que a natureza humana prefere a certeza ao risco. No entanto, é um facto que o risco existe e que, por vezes, somos obrigados a fazer escolhas entre alternativas arriscadas. Nada fácil esta escolha que, provavelmente, só pelo recurso à sensatez de cada um, quando colocado perante situações concretas, poderá efectuar-se.

II.5 O Risco Moral nos Seguros

Já foi referido atrás que as companhias de seguros, para laborarem normalmente, para gerirem as apólices correspondentes aos riscos que aceitarem, necessitam de consumir diversos recursos. Por esta razão, o valor esperado dos seguros é negativo. Mas, não é este o único motivo. Outro, quiçá mais importante, é o chamado 'risco moral', que tem exclusivamente a ver com o comportamento dos consumidores enquanto segurados. O que aqui está em causa é um menor cuidado, nalguns casos uma total despreocupação de muitas pessoas, na precaução que devem tomar para que os seus carros não sejam roubados, ou para que as suas casas não sejam destruídas pelo fogo. Isto, para apenas focarmos dois exemplos. E têm este comportamento porque o roubo ou os prejuízos inerentes àqueles eventos, estão a coberto de uma apólice de seguro. Não valerá a pena, pensarão, tomar precauções especiais se tudo está garantido pelo seguro, ainda por cima porque as precauções são incomodativas.

DAVID GOWLAND e ANNE PATERSON (1993: p. 285), afirmam que se está perante um problema de "risco moral" quando a existência de um contrato entre duas partes provoca numa delas uma mudança de comportamento que fere, ou prejudica, o bem-estar da outra parte[8].

Não se trata de premeditar o incêndio da casa ou de promover o roubo do automóvel. O que se verifica na prática é que a existência de seguro, não só induz certos descuidos, como reduz as precauções que, na sua ausência, seriam tomadas. Há menos cuidado em apagar os cigarros ou em afastar substâncias combustíveis das fontes de calor, e nem sempre são tomadas as precauções devidas no sentido de evitar o roubo. Se os

[8] É aceite, de forma consensual, que num mercado que se aproxime do modelo teórico da concorrência perfeita a afectação dos recursos resultante dos mecanismos de mercado atingirá um óptimo no sentido que lhe deu Pareto, isto é, independentemente de cada agente económico pretender apenas maximizar a

proprietários dos automóveis não se preocuparem em protegê-los convenientemente, é muito mais provável que venham a ser roubados do que se tiverem um adequado e permanente cuidado.

As companhias terão, por isso, de fixar as suas taxas levando em consideração a vontade que os consumidores têm para assumir, eles próprios, uma quota-parte dos danos. Se fosse impossível efectuar o seguro de roubo para os automóveis, é quase certo que os seus proprietários usariam todo o cuidado na prevenção dessa eventualidade. Teriam de suportar o custo das suas (in)acções e, racionalmente, precaviam-se. Pelo menos até que o benefício marginal dessa precaução igualasse o seu custo marginal. Mas, se cada um destes proprietários puder comprar o seguro de roubo do automóvel, então o custo a suportar individualmente será muito baixo e, em caso de roubo, apenas terá de solicitar à companhia de seguros o pagamento da quantia garantida. Nos casos extremos, isto é, nas situações de cobertura plena, a companhia reembolsa a totalidade do valor perdido o que quer dizer que o indivíduo não tem qualquer incentivo para ser cuidadoso.

HAL R. VARIAN (1990: p. 588) identifica o "risco moral" com esta falta de motivação, de incentivo, para um comportamento mais cuidadoso.

O que acontece na vida real é que as companhias de seguros aplicam diferentes taxas consoante o risco assumido. Quer isto dizer que os preços serão mais baixos, no risco de incêndio, para quem tiver sistemas de prevenção ou de alarme. Quer dizer, também, que nos seguros de saúde os fumadores terão de pagar um prémio mais elevado do que os não fumadores. Com este procedimento as companhias tentam discriminar os consumidores atribuindo diferentes taxas consoante as suas escolhas possam ou não influenciar a probabilidade de ocorrência dos danos.

O grande obstáculo com que as companhias de seguros se deparam é que não podem observar todas as acções dos seus segurados, nem sequer as que se manifestam relevantes para uma correcta tarifação dos contratos. Não querem permitir coberturas

---

sua utilidade. Não será este o caso no mercado segurador pois a existência de mais sinistros e, por via deles, de mais indemnizações, provocará um agravamento de prémios que a todos afectará por igual.

totais pois isso significa, como já referimos, muito pouco cuidado por parte dos segurados. Querem, sim, que os consumidores assumam parte dos seus riscos e, por esta razão, a grande maioria das apólices de seguros incluem uma ou várias franquias. Fazendo os segurados participar numa parte dos danos as companhias podem ter a certeza de que algum cuidado eles irão ter, nomeadamente se forem eles próprios a escolherem o montante de franquia, isto é, se forem eles próprios a definir a responsabilidade que pretendem assumir. Por outro lado, libertam-se das pequenas reclamações, pouco importantes em valor mas demasiado pesadas administrativamente.

Ao contrário do que se verifica num mercado competitivo, em que o valor de comercialização de um bem é determinado pela condição de igualdade entre a procura e a oferta, no caso do "risco moral" o equilíbrio de mercado tem uma particularidade: os consumidores gostariam de comprar mais seguro, ou seja, de transferir mais responsabilidades para as companhias, e as seguradoras estariam dispostas a conceder maiores coberturas mas com a condição de que o valor das franquias fosse mais elevado. Parece haver uma contradição no que respeita ao normal funcionamento dos mercados tradicionais mas, de facto, o mercado segurador é um mercado diferente. Menor quota-parte de responsabilidade dos segurados, medida pelo menor valor das franquias negociadas, significa, ou poderá significar, maior descuido da sua parte. As companhias de seguros não podem subscrever este tipo de riscos pelo facto de não lhes ser possível controlar o comportamento, mais adequado ou menos adequado, de cada consumidor.

Ainda segundo HAL R. VARIAN (1990: p. 589), o "risco moral" é um "*hidden action problem*" que, genericamente, se refere a situações nas quais um dos lados do mercado não pode observar a acção do outro. São estas "acções escondidas" que obrigam as companhias de seguros a não alargarem as suas coberturas, isto é, a não cobrirem de uma forma mais ampla determinados riscos. Não porque não o desejem fazer, não por falta de apólices adequadas, mas porque melhores e maiores coberturas poderão alterar, para pior, o comportamento dos consumidores. Se as companhias de seguros pudessem conhecer em pleno, ou tivessem possibilidade de observar, o comportamento dos seus clientes, o mercado segurador atingiria melhores níveis de eficiência com vantagens para todas as partes envolvidas: consumidores, seguradores e sociedade.

Este comportamento das companhias de seguros contraria o pensamento de ARROW (1951). Para ele, seria a partir das preferências individuais que se chegaria a processos de decisão colectiva por forma a alcançarem-se situações de óptimo social. No entanto, ao estabelecer cinco condições[9] em ordem a obter-se uma função de bem-estar social, Arrow demonstrou não ser possível a sua verificação em simultâneo. No caso concreto do mercado segurador a falha verifica-se logo na primeira condição. As barreiras naturais e as deficiências próprias deste mercado não permitem que, na vida real, se possa atingir a situação idealizada por Pareto.

BENGT HOLMSTRÖN (1977), refere que desde há muito tempo foi reconhecido que um problema de "risco moral"[10] pode surgir quando os indivíduos se ocupam da partilha do risco segundo condições em que os seus comportamentos afectam a distribuição de probabilidade do resultado. Nestas circunstâncias é praticamente impossível atingir-se um óptimo de Pareto na repartição do risco.

II.6 O Risco Moral, os Sinais e a Partilha de Responsabilidade

Uma das formas globalmente apontadas para tornear o "risco moral" é investir na monitorização das acções individuais. Contudo, se tal procedimento pode ser possível em situações simples (casos em que o óptimo de Pareto poderá ser atingido), na maioria das vezes não o é. Atendendo a esta realidade, interessa verificar que tipo de utilização se pode fazer da informação defeituosa já que é através dela que os contratos terão de ser efectuados.

[9] Inexistência de restrições à livre escolha das preferências individuais; Satisfação do óptimo de Pareto; Transitividade das diferentes combinações; Inexistência de ditadura; Independência entre alternativas irrelevantes.

[10] Harris e Raviv (1976), citados por Bengt Holmström, referem que o problema do "risco moral" pode ser evitado quando o agente é neutral ao risco.

HARRIS e RAVIV (1976) realizaram um estudo sobre esta questão no contexto de uma relação de agência sujeita ao "risco moral", na qual o agente provê um *input* produtivo (por exemplo, um esforço) que não pode ser directamente observado pelo principal.

Segundo BENGT HOLMSTRÖM (1977), qualquer informação adicional sobre a acção do agente, ainda que defeituosa, pode ser usada para melhorar o bem-estar de ambas as partes contratantes[11]. Para este autor, o estudo de Harris e Raviv utilizou uma monitoragem imperfeita já que os indicadores considerados permitem ao principal descobrir, com probabilidade positiva, qualquer comportamento enganoso por parte do agente. Por isso, afirma, tais indicadores são de interesse limitado.

O seu contributo fundamenta-se num modelo de partilha óptima em que apenas considera o resultado monetário[12].

Este modelo considera que o agente realiza uma acção $a \in A \subseteq R$, sendo A o conjunto de todas as acções possíveis, e que a, juntamente com um estado aleatório da natureza θ, determina um resultado monetário $x = x(a,\theta)$.

Com ele pretende determinar como este resultado monetário deverá ser partilhado de forma óptima entre o principal e o agente.

A função de utilidade do principal é $G(w)$, definida apenas pela riqueza, e a função de utilidade do agente é $H(w,a)$, definida pela riqueza e pela acção.

Como o problema do "risco moral" pode ser evitado quando o agente é neutro em relação ao risco (Harris e Raviv, 1976) assume que $U'' < 0$. O principal pode ou não ser neutral ao risco, i.e., $G'' \leq 0$.

[11] Ver, sobre este assunto, Stiglitz, (1975) e Williamson (1975).
[12] A formulação usada por Bengt Holmström é uma extensão da introduzida por Mirrlees (1974,1976)

Considera o caso em que o principal apenas observa o resultado x, o que faz com que a partilha de regras tenha de ser somente função de x.

Introduz a função $s(x)$, que significa a parte de x que pertence ao agente e também a função $r(x) = x - s(x)$, que corresponde à parte que pertence ao principal.

Assume que ambas as partes concordam na distribuição de probabilidade θ e que o agente escolhe a antes de ser conhecido θ (esta assunção corresponde ao modelo que Harris e Raviv (1976) usaram para estudar a informação defeituosa) para concluir que, neste caso (com esta restrição), as regras de partilha $s(x)$, segundo o óptimo de Pareto, são assim geradas:

$$\max_{s(x),a} E\{G(x - s(x))\} \tag{2.1}$$

$$\text{sujeito a } E\{H(s(x),a)\} \geq \bar{H}, \tag{2.2}$$

$$a \in \underset{a' \in A}{\arg\max}\ E\{H(s(x),a')\}. \tag{2.3}$$

A notação "argmax " significa, para o autor, o conjunto de argumentos que maximizam a função objetiva e E as expectativas do operador.

A restrição (2.2) garante ao agente um mínimo de utilidade esperada, ou conseguida através do mercado ou pela via da negociação. A expressão (2.3) indica que o principal pode observar x mas não pode observar a. Se também pudesse observar a, seria possível efectuar um contrato que garantisse que o agente identificava uma acção concreta, mesmo quando se escolhe $s(x)$ para resolver (2.1) – (2.2) ignorando (2.3).

SPENCE e ZECKHAUSER (1971), ROSS (1973) e HARRIS e RAVIV (1976), reconhecem explicitamente a dependência de x relativamente a a e θ, razão porque as expectativas em (2.1) e (2.3) são tomadas com respeito à distribuição de θ. Caracterizam uma solução de óptimo substituindo (2.3) pela restrição de primeira ordem $E\{H_1 \cdot s' \cdot x_a + H_2\} = 0$, e procedem ao cálculo das variações. No entanto, precisam de assumir que existe um óptimo e que é diferenciável.

MIRRLEES(1974), demonstrou ser muito provável que não exista nenhuma solução óptima entre todas as possíveis regras de partilha, e por isso $s(x)$ tem de ser restringida a um intervalo finito. Como resultado, a solução tornar-se-á não diferenciável e a aproximação mencionada acima já não poderá ser aplicada[13].

MIRRLEES (1974-1976) suprime θ e considera x uma variável aleatória com uma distribuição $F(x,a)$, cujo parâmetro é a acção do agente. Sustenta que dada uma distribuição de θ, $F(x,a)$ é simplesmente a distribuição induzida em x pela relação $x = x(a,\theta)$.

O seu modelo refere que $x_a \geq 0$ implica $F_a(x,a) \leq 0$ e assume que para qualquer a, $F_a(x,a) < 0$ para alguns valores de x, de forma a que uma alteração de a tenha um efeito não desprezível na distribuição de x.

Admite que F tem uma função de densidade $f(x,a)$ com f_a e $f_{aa'}$ bem definidos para todo o (x,a) e substituindo (2.3) por uma restrição de primeira ordem apresenta o modelo seguinte:

$$\max_{s(x)\in[c,d+x],a} \quad \int G(x - s(x)) f(x,a) dx \tag{2.4}$$

sujeito a

[13] Segundo Holmström (1977), uma análise efectuada por Gjesdal's demonstrou que tanto Spencer e Zeckhauser (1971; p. 383, nota de rodapé nº. 5) como Harris e Raviv (1976; pp. 36-37) erraram ao caracterizarem incorrectamente situações similares a esta.

$$\int [U(s(x)) - V(a)] f(x,a)dx \geq \bar{H} , \qquad (2.5)$$

$$\int U(s(x)) f_a(x,a)dx = V'(a) . \qquad (2.6)$$

A restrição $s(x)$ é uma falsa restrição no intervalo $[c, d + x]$ para evitar a não existência de solução.

Bengt Holmström (1977) tentou melhorar o modelo anterior por forma a encontrar sempre uma solução. Aplicou o multiplicador λ à expressão (2.5) e o multiplicador μ à expressão (2.6) e caracterizou a seguinte regra[14] de partilha óptima dos rendimentos:

$$\frac{G'(x - s(x))}{U'(s(x))} = \lambda + \mu \cdot \frac{f_a(x,a)}{f(x,a)} , \qquad (2.7)$$

para quase todo o x para o qual (2.7) tem uma solução $s(x) \in [c, d + x]$; caso contrário $s(x) = c$ ou $d + x$, dependendo se o lado direito é maior ou menor que o lado esquerdo, ao longo do intervalo. O valor de a será determinado por recurso à expressão (2.6).

A importância que daqui resulta é que a expressão caracterizada em (2.7) pode ser aplicada aos seguros e permite concluir que, na presença do "risco moral", uma política óptima de seguros requer a existência de franquias.

Para Bengt Holmström é possível, a partir desta expressão, optimizar uma combinação entre uma distribuição contínua e uma outra discreta, no pressuposto de que o apoio da distribuição discreta permaneça inalterado pela acção. Isto, porque as combinações de distribuições são características dos seguros de acidentes.

[14] Ver The Bell Journal Of Economics, 77, 1977)

Inicialmente, admite a probabilidade de nenhum acidente acontecer e isto gera um ponto de massa $x = 0$. No entanto, porque podem surgir acidentes, existe uma distribuição de danos que obriga a que $x < 0$, que normalmente pode ser assumida como contínua. Se a representar uma acção de precaução, é natural assumir-se que esta combinação de distribuições satisfaz a expressão:

$$f_a(0,a) > 0, f_a(x,a) < 0 . \tag{2.8}$$

Esta assunção significa que a probabilidade de ocorrência de um acidente diminui com a de forma que cada resultado $x < 0$ se apresenta menos provável. Por exemplo, conduzir um carro mais cuidadosamente reduzirá a probabilidade de ocorrência de acidentes.

Porque $\mu > 0$ e o lado esquerdo da expressão (2.7) é contínuo, $f_a(0,a) > 0, f_a(x,a) < 0$ implica, segundo o autor, que a regra de partilha óptima $s(x)$ seja descontínua para $x = 0$. E $s(0) > s_\lambda(0) > s(x)$, para todo o $x < 0$, já que $G'(x - s(x))/U'(s(x))$ é crescente em $s(x)$ e não crescente em x (aqui s_λ é a solução para a expressão (2.7) com $\mu = 0$).

Se $d = \min_{x<0} \{s(0) - s(x)\} > 0$, pode escrever-se

$$s(x) = \begin{cases} k, & \text{se} \quad x = 0 \\ k - d - t(x), & \phantom{\text{se}} \quad x < 0 \end{cases} \tag{2.9}$$

onde k é a riqueza do agente depois de pagar o prémio, d é a franquia que é suportada quando ocorre um acidente, e $t(x) \geq 0$ é a parte adicional dos custos de um acidente.

Acredita-se que em muitas situações a acção do agente afectará apenas a probabilidade de ocorrência de um acidente e não a dimensão das perdas. Neste caso é possível escrever $f(0,a) = 1 - p(a)$, $f(x,a) = p(a) \cdot g(x)$, com $x < 0$, em que $p(a)$ é a probabilidade de ocorrência de um acidente (com $p' < 0$) e $g(x)$ é a distribuição das perdas independente de a. Isto permite ao autor afirmar que f_a / f é independente de x para $x < 0$, o quer dizer que para $x < 0$ se tem uma situação de partilha de risco óptima.

Partindo das suposições contempladas em (2.8), Holström defende que as apólices para cobertura óptima de acidentes devem contemplar uma franquia. Se o objecto da cobertura, neste caso a acção que o cliente pretende garantir, apenas afecta a probabilidade de um acidente, mas não o dano superveniente, e a companhia de seguros é neutra ao risco, será óptima a existência de uma só franquia.[15]

Uma conclusão que será possível retirar é que, na presença do "risco moral", não é possível atingir-se a melhor solução pelo que haverá toda a conveniência em observar a acção do agente. Todavia, como a observação perfeita do agente está geralmente impedida, interessa procurar outro tipo de informação que permita enriquecer as relações contratuais.

Na presença de informação imperfeita, o mercado segurador recorre a "sinais". E se for encontrado um "sinal" adequado[16], o mesmo deverá ser utilizado.

Bengt Holmström (1977), utilizou, então, a seguinte extensão do seu modelo anterior:

Considera que y é um "sinal" o qual, juntamente com x, é observado por ambas as partes. Consequentemente, pode ser utilizado na construção de uma regra de partilha.

[15] Este argumento já será diferente se se atender à proposição de Arrow (1970) segundo a qual as "franquias puras" são sempre óptimas. Arrow (citado por Mossin, 1968) não considera os aspectos do risco moral.

[16] Diz-se que um "sinal" tem valor quando ambas as partes, segurado e companhia de seguros, podem sair beneficiados da sua utilização.

$F(x, y, a)$ é a distribuição conjunta de x e de y, dado a, e $f(x, y)$ o valor da função de densidade da parte contínua de F.

Assume que f_a e f existem e constrói a seguinte nova regra de partilha óptima $s(x, y)$:

$$\frac{G'(x - s(x, y))}{U'(s(x, y))} = \lambda + \mu \cdot \frac{f_a(x, y, a)}{f(x, y, a)}, \tag{2.10}$$

para quase todo o (x, y) tal que (2.10) tem uma solução $s(x, y) \in [c, d + x]$; caso contrário, $s(x, y) = c$ ou $d + x$, dependendo de o lado direito ser maior ou menor que o lado esquerdo ao longo do intervalo.

Toda a interpretação anterior se mantém mas introduz uma nova característica, muito importante; é que $f_a(x, y, a) / f(x, y, a)$ pode mudar com y.

A equação (2.10) sugere que o "sinal" y será valioso se for falso que

$$\frac{f_a(x, y, a)}{f(x, y, a)} = h(x, a), \tag{2.11}$$

para quase todo o (x, y).

A razão é que quando se utiliza a expressão (2.11), um contrato $s(x)$ satisfará a equação (2.10), considerando que se (2.11) é falsa, necessariamente tem de assumir a forma de $s(x, y)$.

CHRISTIAN GOLLIER e HARRIS SCHLESINGER[17] introduzem alguma inovação no tema ao elaborarem um modelo para a cobertura óptima de riscos múltiplos considerando, apenas, um prémio fixo

Admitem, como pressuposto, um indivíduo avesso ao risco detentor de uma riqueza inicial W que está sujeito a duas fontes aleatórias de perda da quantia Xi, $i=1,2$, suportada pela distribuição contida em $(0,L_1)\cdot(0,L_2)$, com $L_1 + L_2 \leq W$.

Admitem, ainda, que o consumidor, para se proteger contra eventuais perdas, irá subscrever um contrato de seguro pelo qual terá de pagar, como contrapartida, um prémio P.

Definem que a companhia de seguros fica obrigada a pagar uma indemnização $I(x_1, x_2)$ quando se verificarem as perdas x_1 e x_2, com $I(x_1, x_2)$ a ser uma função pré-definida[18].

Analisam a forma óptima de funções do tipo $I(x_1, x_2)$ quando os custos de transacção apenas dependem do valor actual da apólice e, para o fazer, afirmam ser necessário encontrar $I(x_1, x_2)$ por forma a

$$\max EU = E\lfloor U(W - P - X_1 - X_2 + I(X_1, X_2))\rfloor, \tag{2.12}$$

sujeito a

$$P = k\{E\lfloor I(X_1, X_2)\rfloor\}, \tag{2.13}$$

onde E define a expectativa do operador e U é uma função-consumo duplamente

[17] Ver Scandinavian Journal of Economics 97(1), 123-135, 1995.
[18] Assume-se que a companhia de seguros conhece os seus compromissos.

diferenciável, monótona crescente e estritamente côncava segundo a utilidade da riqueza final de Neumann-Morgenstern[19].

$E[l(X_1, X_2)]$ significa o valor actual da apólice com a indemnização tabelada $l(x)$.

A função $k(El)$ é o custo total esperado para a companhia de seguros, com inclusão dos custos de transacção, o que implica que $k(El) \geq El$ e $k'(El) \geq 1$.

Restringem o modelo ao pagamento de indemnizações que não excedam o valor das perdas agregadas, isto é

$$0 \leq l(x_1, x_2) \leq x_1 + x_2 \qquad (2.14)$$

Por recurso a Arrow e Raviv[20] referem que o contrato de seguro óptimo requer uma franquia justa:

> *O contrato de seguros que maximiza a expressão* (2.12) *sujeito às restrições* (2.13) *e* (2.14) *garantirá 100% de cobertura das perdas agregadas a partir de uma franquia mínima, isto é,* $\ni d \geq 0$ *tal que a função óptima de indemnização* $l^*(x_1, x_2)$ *é dada por* $l^*(x_1, x_2) = \max(0, x_1 + x_2 - d)$.

Concluem que, numa situação de aversão ao risco, será melhor subscrever um único contrato de seguro que cubra todas as fontes de risco ligadas ao indivíduo. No entanto, não é isto que se passa no mercado de seguros, embora nalguns casos, diferentes riscos que se encontram garantidos separadamente possam ser incluídos na mesma apólice. Por exemplo, todos os automóveis duma família poderiam estar a coberto da mesma apólice ainda que cada um tivesse a sua própria franquia em caso de acidente. Se ambos sofressem um acidente as franquias deveriam ser aplicadas separadamente já que o

[19] Citação de C.Gollier e H. Schlesinger (1995; p. 125)
[20] Citados por C. Gollier e H. Schlesinger (1995; p. 125)

segurado não pode ter a indemnização do automóvel nº. 1 condicionada pelos danos sofridos pelo automóvel nº. 2.

Por via desta restrição "legal" Gollier e Schlesinger estabeleceram duas funções de indemnização separadas, $l_1(x_1)$ e $l_2(x_2)$, uma vez que não lhes é possível duplicar a *first-best solution* $l(x_1, x_2)$ quando estão condicionados pela restrição de que a indenização total deve ser $l(x_1) + l(x_2)$. Consideram que, por causa desta restrição, o mercado se torna incompleto[21].

Com contratos separados e assumindo que X_1 e X_2 são independentes, sugerem que o problema individual pode escrever-se:

$$\max EU[W - X_1 - X_2 + l(X_1) + l(X_2) - P_1 - P_2] \tag{2.15}$$

sujeito a

$$P_i = k_i\{E[l(X_i)]\}, \qquad i = 1,2;$$
$$0 \le l_i(x) \le x \qquad \forall x, \quad i = 1,2.$$

observando que as funções k_1 e k_2 possuem as mesmas características qualitativas que a função k apresentada acima.

Utilizam a proposição[22] seguinte para mostrar que o contrato de seguro separado óptimo, quando as perdas são independentes, é individualmente dedutível.

[21] Doherty e Schlesinger (1983), citados por C. Gollier e H. Schlesinger (1995; p. 127), referem que se X_1 e X_2 não são independentes a forma óptima das funções $l_1(x_1)$ e $l_2(x_2)$ não requer necessariamente franquia.
[22] Ver demonstração desta Proposição em Scandinavian Journal of Economics (1995; p. 133)

Proposição

Se X_1 *e* X_2 *forem variáveis independentes que representem perdas aleatórias, então para os prémios* P_1 *e* P_2 *que dependem apenas do valor actuarial das apólices,* $\ni (d_1, d_2) \in (0, L_1) \cdot (0, L_2)$ *tal que, para* $i = 1,2$, $l_i(x_i) = \max(0, x_i - d_i)$, *com* $l_i(x_i)$ *a indicar a solução óptima para a expressão* (2.15).

Comparação, de CHRISTIAN GOLLIER e HARRIS SCHLESINGER, entre perdas separadas e perdas agregadas considerando um prémio fixo

Gollier e Schlesinger estabelecem, por recurso à Proposição[23] seguinte, a comparação entre o primeiro-óptimo que denominam de $l^*(x_1, x_2)$, e o segundo-óptimo que designam por $l^s(x_1, x_2) = l_1^s(x_1) + l_2^s(x_2)$.

Proposição

Considere $P = P_1 + P_2$ *e* $E(l^*) = E(l_1) + E(l_2)$. *Suponha, também, que* X_1 *e* X_2 *representam perdas aleatórias independentes. Admita que o primeiro-óptimo* l^* *seja tal que* $0 < d < L_1 + L_2$. *Então,* $\ni i \in \{1,2\}$ *e* $b \in [0, \max(L_1, L_2)]$ *tal que:*

$$l_i^s \geq l^* \text{ para } x_i \leq b, j \neq i,$$

$$l_i^s > l^* \text{ para } x_i \leq b \text{ e } x_i > d - b,$$

$$l_i^s \leq l^* \text{ para } x_i > b, j \neq i.$$

Esta Proposição mostra que, na presença de um prémio fixo, um indivíduo ora sai beneficiado ora sai prejudicado. Quer dizer que o segundo-óptimo (resultante da

[23] Ver demonstração desta Proposição em Scandinavian Journal of Economics (1995; pp. 133-134)

aplicação de franquias separadas) será sistematicamente diferente da solução de primeiro-óptimo. Mostra também que, para ambas as perdas, a indenização de seguro total com franquias separadas será menor que a indenização de primeiro-óptimo.

II.7 A Procura do Seguro

Qualquer pessoa possuidora de certa riqueza monetária perceberá que existe uma probabilidade, pequena que seja, de vir a perder parte ou a totalidade do que possui. Basta pensar no automóvel que, por via dum acidente, poderá ficar destruído. Ou imaginar a possível perda do recheio da sua casa, motivada pela ocorrência de um incêndio. Ou, ainda, dentre outras, a possibilidade de ser assaltado ou de ficar incapacitado para o normal desenvolvimento de uma actividade produtiva, geradora de rendimentos.

A possibilidade de ocorrência de qualquer uma destas situações implicará, em condições normais, a busca de protecção para os danos supervenientes, protecção essa que poderá obter-se através da subscrição de uma apólice de seguro para cada situação de risco.

HAL R. VARIAN (1992; p. 180) aborda esta temática partindo do princípio de que um consumidor possui uma riqueza monetária inicial igual a W e admitindo a existência de uma possibilidade p deste consumidor vir a perder um montante L, motivada, por exemplo, pelo incêndio da sua casa.

Admite que o consumidor, para se proteger, vai subscrever uma apólice pela qual receberá da companhia de seguros q unidades monetárias, se ocorrer um acidente causador desses danos, pagando de prémio para essa cobertura uma quantia igual a πq, sendo π o prémio por unidade monetária garantida.

Duas questões, então, se colocam:

- que cobertura deverá efectuar o segurado?

- de que forma a companhia de seguros estará na disposição de a assumir?

Para o autor este problema deverá ser tratado por recurso à maximização da utilidade do consumidor e, assim:

$$\max pu\ (W - L - \pi q + q) + (1 - p)\ u\ (W - \pi q).$$

Derivando em ordem a q e igualando a zero, obter-se-á

$$pu'\ [W - L + q^*(1 - \pi)](1 - \pi) - (1 - p)\ u'\ (W - \pi q^*)\ \pi = 0$$

$$\frac{u'[W - L + (1 - \pi)q^*]}{u'(W - \pi q^*)} = \frac{(1 - p)}{p} \cdot \frac{\pi}{1 - \pi}.$$

Ocorrendo o sinistro, a companhia de seguros receberá $\pi q - q$ unidades monetárias. Não se verificando o sinistro, a companhia receberá πq unidades monetárias. Consequentemente, o lucro esperado pela seguradora é

$$(1 - p)\pi q - p(1 - \pi)q.$$

No entanto, admitindo-se que a concorrência na indústria seguradora, que se sente cada vez mais, faz tender estes lucros para zero, isto implicará que

$$-p(1 - \pi)q + (1 - p)\pi q = 0,$$

o que significará que $\pi = p$.

Tendo por base este pressuposto de lucro zero, a companhia de seguros adicionará ao valor do prémio puro os seus encargos, o que quer dizer que o custo da apólice é precisamente este valor esperado, ou seja, $p = \pi$.

As condições de primeira ordem para maximização da utilidade, passarão a escrever-se

$$u'[W - L + (1-\pi)q^*] = u'(W - \pi q^*).$$

Se o segurado for absolutamente avesso ao risco de tal forma que $u''(W) < 0$, então a equação anterior implicará que

$$W - L + (1-\pi)q^* = W - \pi q^*.$$

Isto é, que $L = q^*$.

Desta forma, o segurado garantirá na totalidade a eventual perda L.

Este resultado do modelo de procura de VARIAN pressupõe que o segurado não pode influenciar a probabilidade das perdas, o que, a nosso ver, não é o que acontece. Pelo menos, em algumas coberturas.

Como algumas das acções do segurado afectam a probabilidade das perdas, a apólice de seguro deverá contemplar apenas coberturas parciais. Desta maneira, o segurado será incentivado a comportar-se de forma mais cuidadosa, já que lhe caberá assumir uma parte dos danos provocados pelo evento. Uma cobertura total, aliada à despreocupação do segurado, seria um convite ao desleixo e à multiplicação de certo tipo de ocorrências, pelo menos daquelas que sempre seriam indemnizáveis pela seguradora.

III. A TEORIA DAS PROBABILIDADES APLICADA AOS SEGUROS

III.1 Conceitos da Teoria das Probabilidades Importantes para Compreender a Resolução do Problema Particular dos Seguros

A noção de *experiência aleatória* está na origem do conceito de probabilidade. Trata-se de uma experiência cujo resultado não se pode conhecer antecipadamente, isto é, antes da sua realização, pois, sendo possíveis vários resultados, só depois de realizada a experiência é que ficará a saber-se o que o acaso ditou. É sabido que lançar ao ar uma moeda poderá dar origem a dois resultados: ou ao resultado "cara" ou ao resultado "coroa". Será um acontecimento aleatório a saída do elemento "cara" no lançamento daquela moeda, da mesma forma que o seria a saída do elemento "coroa". O carácter aleatório desta experiência e destes acontecimentos, individualmente considerados, revela-se no facto de que, mesmo repetindo muitas vezes a experiência e nas mais idênticas condições possíveis, nunca se poder prever, com certeza, o resultado.

A origem desta impossibilidade resulta, em princípio, da complexidade das leis da dinâmica que regem, neste caso, o movimento de uma moeda. Mas, mesmo supondo o domínio destas leis, constataríamos, na prática, não ser possível conseguir em todas as repetições a igualdade completa das condições iniciais. Uma variação, por mais pequena que fosse, de tais condições, provocaria alterações no resultado final.

A experiência demonstra que este fenómeno de *irregularidade estatística*, manifestado ao nível de uma só realização da experiência aleatória considerada, ou de um pequeno número de repetições da mesma experiência, se prolonga de certo modo pelo fenómeno oposto da *regularidade estatística,* que só poderá clarificar-se quando se procede a um grande número de ensaios da experiência aleatória.

Daí, a introdução de noções como a de *frequência absoluta*, n_i, (número de vezes que se verifica o acontecimento A no decurso de n ensaios idênticos de uma experiência aleatória E), e a de *frequência relativa* f_i de A sobre n ensaios de E (relação f_i / n) que nos permitem concluir que, para um grande número de ensaios, se verifica um fenómeno de estabilização. Fenómeno de estabilização que se confirma depois de efectuadas várias séries de ensaios.

JOSEPH ADAM (1977; p.12) afirmou ser aqui que se situa o *axioma fundamental* que define a *probabilidade matemática*, já que se postula que os diferentes níveis de estabilização obtidos, efectuando várias séries de n ensaios, constituem aproximações mais ou menos exactas de um número *abstracto*, *ideal*, que se supõe que existe, e que se define precisamente como *probabilidade matemática*, $P(A,E)$, do acontecimento[24] aleatório A ligado à experiência aleatória E.

Este procedimento de aproximação não evitará, por certo, que o número *ideal* seja encontrado com um pequeno erro, mas o que se pretende é determinar parâmetros matemáticos que possam ser integrados numa teoria, por forma a aproveitarem-se as consequências lógicas que poderão deduzir-se. Depois, a experiência confirmará, ou contrariará, as consequências por muito lógicas que elas nos pareçam.

O valor aproximado desta probabilidade obter-se-á considerando o nível em que se estabiliza a frequência relativa de A no decurso de um número suficientemente elevado de ensaios idênticos de E.

Dado o âmbito deste trabalho, parece-nos ser de referir que se torna muito mais fácil respeitar as condições de identidade, uniformidade e homogeneidade que deverão verificar-se nas repetições de uma experiência aleatória ligada aos jogos de azar, do que na área da vida social. Isto porque, se não é difícil lançar vinte vezes seguidas um dado, deixando que apenas o azar actue, não é possível observar, durante um certo período de tempo, um indivíduo, e depois fazê-lo voltar atrás na sua vida para ser, de novo, observado. Só analisando um número significativo de indivíduos, mais ou menos semelhantes (que vivam na mesma região, do mesmo sexo, com o mesmo estado civil, a

[24] Elisabeth Reis (1999; p. 35), define 'acontecimento' como um conjunto de resultados possíveis de uma experiência aleatória ou, de modo equivalente, qualquer subconjunto do espaço de resultados é um acontecimento definido em Ω (eventualmente o próprio Ω ou o conjunto vazio ϕ).

mesma condição social, e outras características idênticas), se ultrapassará aquele obstáculo.

De realçar, também, que se é de indiscutível aplicação prática o conceito clássico de probabilidade (*relação entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis, todos equiprováveis*) às experiências situadas no campo dos jogos de azar, o mesmo não poderá dizer-se, de uma forma geral, quando as experiências aleatórias pertencem à vida social. Não é possível, por exemplo, admitir aprioristicamente que a sobrevivência ou a morte são resultados aleatórios equiprováveis. Existem uma quantidade de condicionalismos que podem afectar ou acelerar os acontecimentos e, no campo dos seguros, alguns são quotidianamente evidentes.

ELISABETH REIS (1999; p. 62), refere que a partir do momento em que se conhece a probabilidade de o acontecimento B (do espaço de resultados Ω) ocorrer, é possível calcular a probabilidade de qualquer outro acontecimento A se realizar condicionado ao acontecimento B.
Partindo da identidade

$$\frac{f(AB)}{f(B)} = \frac{\dfrac{f(AB)}{n}}{\dfrac{f(B)}{n}}$$

e associando as respectivas probabilidades, $P(AB)$ *e* $P(B)$, obter-se-á a probabilidade condicionada de A uma vez verificado o acontecimento B.

A sua expressão é

$$P[A \mid B] = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ se } P(B) \neq 0.$$

Analogamente, a identidade

$$\frac{f(AB)}{f(A)} = \frac{\dfrac{f(AB)}{n}}{\dfrac{f(A)}{n}}$$

permite postular que

$$P[B \mid A] = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ se } P(A) \neq 0$$

De notar que a probabilidade condicionada, $P(B \mid A)$, se distingue da probabilidade não condicionada, $P(B)$, pelo facto de a primeira possibilitar a produção de B numa situação em que se dispõe de informação susceptível de ter influência sobre as possibilidades de produção de B, ou seja, numa situação em que já se verificou A, enquanto que a segunda é a medida das possibilidades de produção de B numa situação em que não se dispõe de tal informação.

III.2 O Esquema de Bernoulli e a sua Aplicação aos Seguros

O comportamento de uma carteira de seguros durante um certo período de tempo pode analisar-se, em certas condições, como uma série de provas repetidas semelhantes às consideradas neste capítulo, em que cada apólice das que constituem a carteira supõe a concretização da experiência aleatória E.

São duas as condições para que seja assim:

1. é necessário que as apólices sejam idênticas e independentes entre si;
2. é necessário que o acontecimento A, que representa o aparecimento de um sinistro, apenas possa acontecer uma vez.

A equivalência entre o modelo constituído pelo *esquema de Bernoulli* e a realidade representada por este modelo é a seguinte:

Modelo	Realidade
- E: experiência aleatória fundamental.	- Uma apólice observada durante um certo período de tempo.
- A: sucesso ligado a E	- Um sinistro que apenas pode verificar-se uma vez como máximo.
- $p = P(A)$	- p = probabilidade de realização do sinistro.
- $q = P(\overline{A}) = 1 - p$ $(p + q = 1)$	- q = probabilidade de inexistência de sinistro. $(p + q = 1)$
- $R = E_1, E_2, \ldots, E_n)$ n ensaios de E, idênticos entre si e independentes estocasticamente.	- R: carteira de seguros composta por contratos idênticos entre si e estocasticamente independentes.
- f = número de vezes em que se verifica A sobre n ensaios. $f = 0, 1, \ldots, n$	- f = número de sinistros verificados na carteira durante o período de tempo considerado. $f = 0, 1, \ldots, n$

Trata-se de um esquema experimental, designado por *esquema de Bernoulli*[25], em que o problema é determinar a probabilidade de que a frequência absoluta f de realização do acontecimento A seja igual a um número qualquer k da série 0, 1, 2, ..., n.

Se a ocorrência de um sinistro A implica para a companhia de seguros o pagamento de um montante M (que é o capital garantido por cada uma das apólices), a quantia total dos sinistros, apurada no final do período observado, será igual a fM.

Se P' for o valor do prémio de cada apólice e D o montante das despesas que a exploração duma carteira obriga a suportar, o resultado L que a companhia de seguros obterá com esta carteira, no fim do período de observação, será igual a

$$L = nP' - fV - D \tag{3.1}$$

Então, poderá afirmar-se que são fundamentalmente dois os problemas ligados ao seguro: um problema de tarifação, que será o da determinação do prémio P', e um problema de administração, que será o do cálculo das despesas F. A probabilidade de alcançar um resultado negativo será tanto mais reduzida quanto melhor resolvidos forem estes dois problemas.

Um outro exemplo de variável aleatória, especialmente importante para este trabalho, é o risco que está associado a todo e qualquer contrato de seguro. E este risco associado a um contrato de seguro poderá ser definido como a variável aleatória que representa o *montante total de desembolsos efectuados pela ocorrência de sinistros cujas causas estejam garantidas contratualmente.*

Admita-se o seguinte exemplo:

[25] Elisabeth Reis (1999; p. 167) define como 'prova de Bernoulli' uma experiência aleatória que tem apenas dois resultados possíveis: A que se designa por sucesso e $\overline{A}$ designado por insucesso. O sucesso ocorre com probabilidade p e o insucesso com probabilidade $q = 1 - p$.

A variável aleatória "risco X" de um contrato de seguro que garanta a responsabilidade civil de um automobilista durante um ano, é susceptível de atingir qualquer valor entre zero e infinito. Não havendo sinistro, o valor observado de X é zero; se ocorrer um sinistro, por exemplo de 200.000 unidades monetárias (u.m.), ter-se-á $X = 200.000$ u.m.; verificando-se dois sinistros de, respectivamente, 50.000 e 90.000 u.m., X terá o valor de 140.000 unidades monetárias.

De referir, entretanto, que a noção de variável aleatória não é utilizada, apenas, para representar acontecimentos quantitativos mas, também, para expressar acontecimentos qualitativos. Assim é, por exemplo, na muito conhecida experiência aleatória "lançamento de uma moeda" em que pode definir-se uma variável aleatória fictícia que vale 0, quando sai "coroa", e que vale 1 no caso contrário. Da mesma forma, em cada experiência aleatória $E_k\,(k = 1,2,\dots,n)$ no *esquema de Bernoulli* poderá associar-se uma variável aleatória I_k que valerá 0 quando se verifica $\overline{A}_k$[26], valendo 1 se A_k[27] acontecer.

Dir-se-á, então, que

$$f = I_1 + I_2 + \dots + I_n . \tag{3.2}$$

Pela função que desempenham ou, mais correctamente, pelas indicações delas resultantes, estas variáveis $I_1, I_2, \dots, I_n$ são muitas vezes chamadas de "variáveis indicadoras».

Porque o comportamento probabilístico de uma variável aleatória se rege pela chamada lei de probabilidade e porque esta lei se pode expressar segundo duas modalidades, a *função de frequência* e a *função de distribuição*, descreveremos estas funções

[26] Correspondente à probabilidade q.
[27] Correspondente à probabilidade p.

distinguindo o caso em que a variável aleatória seja discreta do caso em que seja contínua.

Variável Aleatória Discreta

Uma variável aleatória é discreta quando apenas pode tomar um certo número de valores bem determinados. Tomando como exemplo a variável f associada à experiência aleatória R num esquema de Bernoulli, que apenas pode tomar um dos valores do conjunto 0, 1, 2, ... , n, a *função de frequência* de uma tal variável será dada pela expressão matemática da probabilidade relativa a cada um desses valores $P(f = k)$, para $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

De uma forma geral, se a variável aleatória X apenas pode tomar os n valores $X_1, X_2, \ldots, X_n$, a *função de frequência* será a expressão matemática $P(X = x_k)$ para $k = 1, 2, \ldots, n$.

A propriedade fundamental da função de frequência reside no facto de o somatório das probabilidades p_k ser igual à unidade:

$$\sum_{k=1}^{n} p_k = \sum_{k=1}^{n} P(X = x_k) = 1 \tag{3.3}$$

A *função de distribuição* de uma variável aleatória X define-se pela expressão

$$F(x) = P(X \le x) \tag{3.4}$$

quer a variável aleatória seja discreta, quer seja contínua.

Variável Aleatória Contínua

Uma variável aleatória diz-se contínua se é susceptível de tomar qualquer valor num determinado intervalo.

O risco descrito no exemplo focado anteriormente sobre responsabilidade civil automóvel, apresenta-se sob a forma de uma variável aleatória contínua.

O conceito de probabilidade de que a variável aleatória tome um valor pontual bem determinado, definido no caso de uma distribuição discreta, é aqui substituído pelo conceito de probabilidade de que a variável aleatória se encontra compreendida num dado intervalo.

O papel da função de frequência $f(x)$ de uma variável aleatória é, pois, o de proporcionar a probabilidade de que a variável considerada se encontre compreendida entre x e $x+dx$, definindo-se a função de frequência pela expressão:

$$P(x < X \leq x + dx) = f(x).dx \qquad (3.5)$$

Sendo certo que a variável aleatória X se encontrará num ponto qualquer do intervalo dos valores possíveis, I, o somatório total das probabilidades será igual à unidade. Então:

$$\int_I f(x)dx = 1 \qquad (3.6)$$

A função de distribuição $F(x)$ é definida pela expressão (3.4), é uma função não decrescente, com o valor mínimo a ser sempre 0 e o valor máximo a ser sempre 1.

Conhecendo-se a função de frequência $f(x)$ ou a função de distribuição $F(x)$ de uma variável aleatória X será possível determinar a probabilidade de que esta variável aleatória se encontre compreendida entre qualquer intervalo. Considerando um qualquer intervalo delimitado pelas abcissas a e b, com $a<b$, se a variável aleatória for discreta, a probabilidade $P(a<X\leq b)$ será dada pelo somatório das probabilidades cuja abcissa x é superior a a e inferior a b:

$$P(a<X\leq b)=\sum_{x_k}P(X=x_k) \qquad \text{com} \quad a<x_k\leq b \tag{3.7}$$

Se a variável aleatória for contínua, a referida probabilidade será representada pela expressão:

$$P(a<X\leq b)=\int_a^b f(x)\,dx \tag{3.8}$$

No entanto, qualquer que seja o tipo de distribuição, a probabilidade considerada poderá obter-se aplicando simplesmente a fórmula fundamental que é:

$$P(a<X\leq b)=F(b)-F(a) \tag{3.9}$$

uma vez que

$$P(a<X\leq b)=P(X\leq b)-P(X\leq a).$$

Esperança Matemática e Variância

A distribuição de probabilidade de uma variável aleatória é totalmente definida pela sua função de frequência ou pela sua função de distribuição. Contudo, a partir dela, poderão analisar-se diferentes características, duas das quais interessa estudar neste trabalho.

Uma, é a esperança matemática, que serve para localizar a distribuição, e a outra, é a variância, que serve para medir a dispersão.

a) Localização de uma Distribuição

A esperança matemática[28] de uma variável aleatória X expressa-se por $E[X]$.

Se X possui uma distribuição discreta com as probabilidades $p_k = P(X = x_k)$ nos pontos $x_k (k = 1,2,...,n)$, a esperança matemática de X define-se pela expressão:

$$E(X) = \sum_{k=1}^{n} p_k \cdot x_k \qquad (3.10)$$

Se X tiver uma distribuição contínua definida pela função de frequência $f(x)$, então:

$$E(X) = \int_{I} xf(x)dx, \qquad (3.11)$$

Não cabendo no âmbito deste trabalho efectuar certas demonstrações, dir-se-á, apenas, que é possível reduzir-se os casos de distribuições contínuas a distribuições discretas. Assim, neste capítulo, assumimos que nos referiremos, sempre, a variáveis discretas dada a possibilidade de redução já mencionada.

Todavia, na prática, torna-se muitas vezes necessário considerar, não a esperança matemática de uma variável aleatória X, mas sim a esperança matemática de uma função desta variável aleatória: $G(X)$.

---

[28] Para Elisabeth Reis (1999; p. 128), a definição de $E[X]$ consubstancia a noção intuitiva de que, assumindo X um conjunto de valores, a «média» correspondente se obtém somando (ou integrando) todos esses valores, ponderados pela respectiva probabilidade pontual, e que, por isso, o valor obtido pode não pertencer ao conjunto de valores assumidos, de facto, por X.

E como toda a função de variável aleatória é, também, uma variável aleatória, pode dizer-se que a

$$P[G(X) = G(x_k)] = P(X = x_k) = p_k, \qquad \text{com } k = 1,2,\dots,n \tag{3.12}$$

Assim, a esperança matemática virá definida por

$$E[G(X)] = \sum_{k=1}^{n} p_k \cdot G(x_k) \tag{3.13}$$

e se $G(X)$ se apresentar na forma linear, $G(X) = aX + b$, poderá dizer-se que

$$E(aX + b) = \sum_{k=1}^{n} p_k \cdot (ax_k + b) = aE(X) + b \tag{3.14}$$

uma vez que

$$\sum_{k=1}^{n} p_k = 1$$

Pode acontecer, por várias razões, que o risco X que uma determinada pessoa corre, numa situação concreta, não seja exactamente o mesmo que suporta a companhia de seguros.

Este último, o risco da seguradora, tem a forma de uma função de X, $G(X)$, a que iremos chamar *função de pagamento da seguradora*, e cujo preço do contrato de seguro dependerá da forma desta função de pagamento.

Vamos considerar, agora, o caso de duas variáveis aleatórias, X e Y, ligadas a uma mesma experiência aleatória, supondo, para facilitar a demonstração de determinadas relações, que ambas possuem conjuntamente uma função discreta.

Representando por p_{ik} a probabilidade de que no final da experiência aleatória E, à qual estão ligadas as variáveis aleatórias X e Y, tenhamos $X = x_i$ e $Y = y_k$, para $i = 1,2,\ldots,n$ e $k = 1,2,\ldots,m$ poderemos escrever que a

$$P_{ik} = P[(X = x_i)\cdot(Y = y_k)]$$

dado que

$$\sum_{i=1}^{n}\ \sum_{k=1}^{m} p_{ik} = 1\,.$$

Este conjunto das probabilidades p_{ik} constitui a função de frequência da distribuição conjunta das variáveis X e Y, sendo que a

$$P(X = x_i) = \sum_{k=1}^{m} P[(X = x_i)\cdot(Y = y_k)] = \sum_{k=1}^{m} p_{ik} = p_i \qquad (3.15)$$

e a

$$P(Y = y_k) = \sum_{i=1}^{n} P[(X = x_i)\cdot(Y = y_k)] = \sum_{i=1}^{n} p_{ik} = p_k\,. \qquad (3.15')$$

Assim, a condição necessária e suficiente de independência estocástica entre as variáveis X e Y é que

$$p_{ik} = p_i \cdot p_k \qquad \text{para qualquer } i \text{ e qualquer } k \qquad (3.16)$$

Estudar-se-á, a partir destes elementos, as esperanças matemáticas da soma $X+Y$ e do produto $X \cdot Y$. Genericamente:

$$E[G(X,Y)] = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} p_{ik} \cdot G(x_i, Y_k) \qquad (3.17)$$

Donde

$$\begin{aligned} E(X+Y) &= \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} p_{ik} \cdot (x_i + y_k) = \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} p_{ik} x_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} p_{ik} y_k = \\ &= \sum_{i=1}^{n} p_i x_i + \sum_{k=1}^{m} p_k y_k = \\ &= E(X) + E(Y) \end{aligned}$$

e

$$E(XY) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} p_{ik} x_i y_k \qquad (3.18)$$

Na hipótese de independência entre X e Y, a relação (3.16) permite expressar

$$\begin{aligned} E(XY) &= \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} p_i \cdot p_k \cdot x_i \cdot y_k = \\ &= \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \sum_{k=1}^{m} p_k y_k = \\ &= E(X)E(Y) \qquad (3.19) \end{aligned}$$

As relações (3.18) e (3.19) alargam-se ao caso de diversas variáveis aleatórias, apesar de a primeira não exigir a hipótese de independência que é exigida pela segunda.

Assim:

$$E(X_1 + X_2 + ... + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + ... + E(X_n) \tag{3.20}$$

e

$$E(X_1 \cdot X_2 \cdot ... \cdot X_n) = E(X_1) \cdot E(X_2) \cdot ... \cdot E(X_n), \tag{3.21}$$

sendo a relação (3.21) válida apenas no caso de independência[29] estocástica das variáveis $X_1, X_2, ..., X_n$.

b) Dispersão de uma Distribuição

Para JOSEPH ADAM (1976; p. 94), "*a esperança matemática de uma distribuição de probabilidades tem uma definição análoga à do centro de gravidade de uma massa material.*" Basta, refere o autor, que se substitua a noção de massa de probabilidade pela de massa material para ser possível dizer que "*a esperança matemática de uma distribuição de probabilidade é uma espécie de centro de gravidade probabilística.*" O que se torna necessário é definir um parâmetro que possibilite medir a dispersão em volta do centro.

Considere-se a variável aleatória X em que o valor esperado é μ. Como a dispersão mais ou menos grande da distribuição de X faz com que esta variável aleatória tenha mais ou menos probabilidades de se desviar da sua média μ, caracteriza-se a dispersão

[29] Se $X_1, X_2, ..., X_n$ não forem independentes, $E(X_1, X_2, ..., X_n) = E(X_1)\ E(X_2) ... E(X_n)$ + cov $(X_1, X_2, ..., X_n)$.

de X a partir da variável aleatória $(X - \mu)$ que lhe está associada. Mede-se a dispersão de uma distribuição calculando inicialmente a esperança matemática do quadrado desse desvio, obtendo-se a *variância* que se representa por $VAR(X) = \sigma_x^2 = \sigma^2$ e que, por definição, é

$$VAR(X) = E\left[(X - \mu)^2\right] \tag{3.22}$$

A raíz quadrada positiva da variância designa-se por *desvio-padrão* e, por definição, é

$$\sigma_x = \sigma = +\sqrt{VAR(X)}, \tag{3.23}$$

cujo interesse, segundo Elisabeth Reis (1999; pág. 138), deriva de vir expresso nas mesmas unidades de medida que a variável aleatória X. Se X tiver uma distribuição discreta caracterizada pelas probabilidades p_i nos pontos $x_i (i = 1,2,...,n)$, a variância e o desvio-padrão serão dados pelas expressões, respectivamente, de

$$VAR(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 . p_i \tag{3.24}$$

e de

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 . p_i} \tag{3.25}$$

Se X possuir uma distribuição contínua cuja função de frequência é $f(x)$ ter-se-á

$$VAR(X) = \int_I (x - \mu)^2 f(x) dx \tag{3.26}$$

e

$$\sigma(X) = \sqrt{\int_I (x - \mu)^2 f(x) dx}, \tag{3.27}$$

sendo I o intervalo que contempla todos os valores possíveis de X.

III.3 Aplicação aos Seguros da Noção de Esperança Matemática

Considere-se a experiência aleatória E cujo objectivo é observar um "*risco*" que constitui o objecto de um contrato de seguro muito concreto.

Como já se definiu anteriormente, o "*risco*" é uma variável aleatória que representa o montante total de desembolsos que a experiência aleatória E ou o contrato de seguro poderão originar, por parte da companhia de seguros.

Genericamente, o risco X apresenta-se como o somatório de um certo número Y de variáveis aleatórias $Z_1, Z_2, ..., Z_y$, sendo o número Y, em si mesmo, uma variável aleatória, que representa o número de sinistros que afectam o referido contrato de seguro durante o período de observação. As variáveis aleatórias $Z_1, Z_2, ... Z_y$ representam as variáveis aleatórias «desembolsos» que surgem aquando do pagamento de cada sinistro. Então, o valor observado do risco X resultará do valor observado n de Y e dos valores dos desembolsos $Z_1, Z_2, ..., Z_n$.

Analise-se, agora, o risco X e, também, as suas componentes, isto é, Y e $Z_1, Z_2, ..., Z_y$, supondo, para simplificação, que todas as variáveis aleatórias Z_i possuem a mesma distribuição de probabilidades. Esta hipótese significa que as possibilidades que uma variável aleatória «desembolso» tem de cair num qualquer intervalo (por exemplo, entre 125.000 e 250.000 unidades monetárias) são as mesmas em cada sinistro. Suponha-se, ainda, que as variáveis aleatórias «desembolso» são estocasticamente independentes e considere-se uma carteira composta por N contratos idênticos (homogeneização dos contratos), que constituem outros tantos ensaios de uma mesma experiência aleatória E.

No final do período de observação, esta carteira proporciona uma amostra composta de N valores observados de X, que iremos designar por $(X)_1, (X)_2, ..., (X)_N$. E, se os contratos a que correspondem não tiverem sinistros, alguns destes valores podem ser nulos.

III.3.1 Análise do Risco X

Para analisar a distribuição de X, divide-se o intervalo I dos valores possíveis de X em subintervalos numerados, por exemplo, de 1 a n.

Determina-se o número f_1 dos valores da amostra que estejam compreendidos no subintervalo i e constroi-se um rectângulo de superfície $s_i = f_i / N$. O ponto representativo x_1 de cada intervalo i calcular-se-á achando a média aritmética dos f_i valores da amostra que lhe correspondem.

O somatório correspondente a todos os valores da amostra que pertencem ao subintervalo i expressa-se através da seguinte relação:

$$x_i = \frac{1}{f_i} \sum_i (X), \qquad \text{com } i = (1,2,\ldots,n) \qquad (3.28)$$

Também se sabe que se a dimensão N da amostra for suficientemente grande, a esperança matemática desta variável aleatória será dada, aproximadamente, pela expressão

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i s_i \qquad (3.29)$$

III.3.2 O Financiamento dos Sinistros

O princípio base dos seguros é o de repartir os seus encargos em partes iguais entre todos os contratos, supostamente idênticos, de uma carteira.

A contribuição conseguida para cada contrato é o preço pedido para a cobertura do risco, valor que na linguagem técnica dos seguros se denomina *prémio* e se representa normalmente por P.
Por definição é

$$P = \frac{1}{N}\left[(X)_1 + (X_2) + \ldots + (X)_N\right], \tag{3.30}$$

ou, por recurso à expressão (3.49), $f_1 x_1 + f_2 x_2 + \ldots + f_n x_n$.

Donde

$$P = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i x_i =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} s_i x_i \tag{3.31}$$

Isto significa que se N for suficientemente grande, o prémio P é igual à esperança matemática de X, isto é:

$$P = E(X) \tag{3.32}$$

O raciocínio atrás exposto é um raciocínio *a posteriori* tendo em conta que se consideraram os sinistros ocorridos para examinar o problema do seu financiamento.

Contudo, na prática, este problema coloca-se *a priori*, isto é, no início do período de cobertura do risco, o que significa que se a análise das estatísticas do passado permitir determinar $E(X)$ deverá considerar-se esse resultado como o valor do prémio para os riscos a cobrir no futuro. Mas, para além da questão de saber se o risco futuro não será muito diferente do risco passado, coloca-se, também, uma outra questão, que é a de saber se, mantendo-se o risco constante no tempo, o seu financiamento através do prémio P definido pela expressão (3.32) é suficiente, tendo em conta os desvios que poderão verificar-se. Poderá residir aí, o problema da sobrecarga ligada à dispersão do risco.

III.3.3 Como Analisar os Componentes do Risco

Pelo que se referiu anteriormente, o valor considerado para o risco X no final do período de observação de um contrato resulta do valor considerado para a variável aleatória «*número de sinistros*», assim como do valor considerado com a ocorrência de cada sinistro pela variável aleatória «*custo de um sinistro, uma vez ocorrido*». A expressão da primeira destas variáveis será Y e a da segunda será Z.

Se para o contrato K se tiver como valor observado de Y, $(Y)_k = n_k$, então

$$(X)_k = (Z)_{k,1} + (Z)_{k,2} + \dots + (Z)_{k.nk} \qquad (k = 1,2,\dots,N) \qquad (3.33)$$

em que $(Z)_{k,i}$ representa o custo observado do *iésimo* sinistro verificado no contrato K.

Os N contratos da carteira considerada proporcionam no fim do período de observações, a amostra $(Y)_1, (Y)_2, \dots, (Y)_N$.

O conjunto dos valores possíveis de Y origina a formação de uma série discreta, limitada ou teoricamente infinita, e a qualquer valor v desta série se poderá associar a *frequência absoluta* f_v que representa o número dos valores da amostra iguais a v.

Quando N é suficientemente grande, a *frequência relativa* f_v / N é uma medida da probabilidade p_v para que Y seja igual a v.

O número médio de sinistros por contrato obtém-se calculando a expressão

$$[(Y)_1 + (Y)_2 + ... + (Y)_N / N],$$

ou, duma forma mais visível,

$$(0f_0 + 1f_1 + 2f_2 + ... + nf_N) / N,$$

uma vez que existem f_0 contratos que não têm sinistros (que têm 0 sinistros), f_1 contratos que têm 1 sinistro, f_2 contratos que têm 2 sinistros e assim sucessivamente.

Sendo N suficientemente grande, a última expressão poderá escrever-se

$$0p_0 + 1p_1 + 2p_2 + ... + np_N,$$

ou seja, ter-se-á a *esperança matemática* de Y, $E(Y)$ que, na linguagem técnica dos seguros é denominada como «*frequência dos sinistros*».

Quando N é suficientemente grande, tudo acontece como se cada contrato contribuísse para o número total, S, de sinistros da carteira, através de uma participação igual a $E(Y)$:

$$S = N \cdot E(Y) \tag{3.34}$$

A análise necessária da componente Z realiza-se da mesma forma que para o risco X sendo a dimensão da amostra dos valores observados de Z o número total de sinistros.

Trata-se de calcular a distribuição de Z a partir dos valores observados $(Z)_{ki}$, com k a variar entre 1 e N, oscilando i entre 1 e n_k, e concluir-se-á que a contribuição média de cada sinistro ocorrido sobre o montante global $(X)_1 + (X)_2 + ... + (X)_N$ dos sinistros da carteira, é igual a $E(Z)$, se S for suficientemente grande.

Obter-se-á,

$$(X)_1 + (X)_2 + ... + (X)_N = S \cdot E(Z) \tag{3.35}$$

Estas duas últimas expressões, (3.34) e (3.35), poderão servir para modificar a relação (3.30) que define o Prémio P. A partir de (3.35) é possível expressar P da seguinte forma:

$$P = \frac{S}{N} E(Z), \tag{3.36}$$

e, pela utilização da relação (3.34):

$$P = E(Y) \cdot E(Z) \tag{3.37}$$

Finalmente, se estabelecermos o confronto entre (3.32) e (3.37) poderemos escrever:

$$P = E(X) = E(Y) \cdot E(Z) \tag{3.38}$$

Nesta fase do nosso trabalho é importante referir que as operações de seguros são, igualmente, operações financeiras e que, por isso, há a considerar, não apenas os capitais em si mesmos, mas também as suas datas de vencimento.

O defeito das fórmulas (3.32), (3.37) e (3.38), é não ter em conta o tempo que separa o momento de vencimento dos prémios do momento de pagamento dos sinistros, quer dizer, do pagamento do montante que as companhias de seguros terão de suportar pela ocorrência dos sinistros.

O pagamento dos prémios é feito, normalmente, na data de subscrição das apólices, enquanto que o pagamento dos sinistros acontece numa qualquer outra data, diferente da atrás referida. Entre o momento do pagamento do prémio P por cada um dos segurados que constituem uma carteira e a data de pagamento do valor esperado $N \cdot E(X)$ dos sinistros, podem decorrer vários meses (no caso dos seguros de incêndio e de acidentes, por exemplo), ou muitos anos, no caso dos seguros de vida. Por isso, é necessário considerar no cálculo dos prémios a capitalização dos mesmos entre as datas de vencimento e o momento da sua utilização para pagamento dos sinistros.
É exactamente neste último momento que deve atingir-se o equilíbrio entre o valor a suportar pelos sinistros e o valor dos prémios que os financiam.

Admitindo a utilização do regime de juro composto durante um período de n anos, no momento de equilíbrio deverá atingir-se

$$P(1+i)^n = E(X) = E(Y) \cdot E(Z), \qquad (3.39)$$

sendo i a taxa técnica[30] de juro anual.

Ou, fazendo

[30] Nome pelo qual é designada na indústria seguradora.

$$v = \frac{1}{(1+i)} \tag{3.40}$$

$$P = v^n E(X) = v^n E(Y) \cdot E(Z) \tag{3.41}$$

Desta forma, para além de se corrigirem as expressões (3.32), (3.37) e (3.38), consegue--se uma outra relação, a (3.41), que está na base de todos os cálculos de prémios nos seguros já que é através dela que se calcula o chamado «*prémio puro*», aquele que corresponde ao comportamento estatístico do risco, quer dizer, aquele que depende da frequência relativa ou probabilidade de realização do risco e do dano médio causado pela sua concretização. Nalguns casos, aplica-se esta fórmula a partir de uma análise directa do risco X. Noutros, será mais fácil proceder à análise dos componentes Y e Z.

Dado que se pretende que este trabalho possua, também, um caracter pedagógico pensamos ser interessante, neste ponto, apresentar alguns exemplos de aplicação aos seguros que permitam ilustrar estes métodos.

Exemplo 1: O seguro de «Capital Diferido do Ramo Vida»

Por definição, um seguro de «capital diferido» é aquele que garante a uma pessoa de idade X no início do contrato, o recebimento de um capital C dentro de n anos, sendo condição única que esta pessoa atinja a idade $x+n$. Ou seja, exige-se que esta pessoa esteja viva no final do período contratado.

Este risco X apresenta-se como uma variável aleatória discreta de dois valores possíveis:

$$X = \begin{cases} C, \text{ com a probabilidade } {}_n p_x \\ 0, \text{ com a probabilidade } {}_n q_x \end{cases}$$

A probabilidade de que uma pessoa de idade x esteja viva dentro de n anos representa-se por ${}_n p_x$. É a designada probabilidade de vida ou, dito de outra forma, a probabilidade de sobrevivência de uma pessoa entre a idade x e a idade $x+n$.

Por outro lado, a probabilidade de uma pessoa de idade x falecer antes de alcançar a idade $x+n$, ou seja, morrer durante o intervalo de n anos que se segue à sua idade x, expressa-se por ${}_n q_x$.

Trata-se de acontecimentos incompatíveis, isto é, uma pessoa de idade x ou chega à idade $x+n$ ou morre antes de a atingir. Daí que possa dizer-se que o acontecimento $A\overline{A}$ é impossível, pois a $P(A\overline{A}) = 0$.

Mas, sendo isto verdade, também o é a afirmação de que $A+\overline{A}$ é um acontecimento certo pelo que se pode afirmar que $P(A+\overline{A}) = 1$.
Daqui resulta que

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1, \tag{3.42}$$

expressão que constitui a «*regra do acontecimento contrário*», que é utilizada quando existe interesse em calcular a probabilidade de um acontecimento A por intermédio da probabilidade do acontecimento contrário $\overline{A}$, se este for mais fácil de conseguir. Através do complementar para a unidade desta última probabilidade, consegue-se a probabilidade procurada que é:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}), \tag{3.43}$$

Ainda por via desta última relação, pode escrever-se

$$ {}_n p_x + {}_n q_x = 1 \tag{3.44} $$

sendo que, quando as probabilidades são anuais, ou seja, quando $n = 1$, em vez de ${}_n p_x$ escreve-se p_x, e em vez de ${}_n q_x$ escreve-se q_x.

Virá, pelo que se escreveu

$$ p_x + q_x = 1 \tag{3.45} $$

O acontecimento «a cabeça de idade x chega com vida à idade $x+n$» pode fazer-se pelo produto do acontecimento «a cabeça de idade x chega com vida à idade $x+t$», ($t < n$), e do acontecimento «sobrevivência à idade $x+n$ para a cabeça que chega com vida à idade $x+t$».

Por recurso à regra da multiplicação, que nos diz que

$$ P(AB) = P(A)\ P(B \mid A) = P(B)\ P(A \mid B) \tag{3.46} $$

podemos escrever que

$$ {}_n p_x = {}_t p_x \cdot {}_{n-t} p_{x+t} \tag{3.47} $$

Mas, em vez de se decompor o intervalo $(0,n)$ em duas partes, $(0,t)$ e (t,n), será possível e, em termos práticos, necessário, decompô-lo em n intervalos anuais da seguinte forma:

$$ {}_n p_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdot p_{x+2} \cdot \ldots \cdot p_{x+n-1} \tag{3.48} $$

A probabilidade de falecimento de uma pessoa de idade x num intervalo de n anos diferido de k anos, representa-se por ${}_{k/n}q_x$. O acontecimento considerado realiza-se se a pessoa de idade x sobrevive à idade $x+k$ e se, tendo sobrevivido a esta idade $x+k$, morre antes de atingir a idade $x+k+n$.

Donde, suportados nas relações (3.46), (3.44) e (3.47), possamos escrever que

$$ \begin{aligned} {}_{k/n}q_x &= {}_k p_x \cdot {}_n q_{x+k} && (3.49) \\ &= {}_k p_x \cdot (1 - {}_n p_{x+k}) \\ &= {}_k p_x - {}_k p_x \cdot {}_n p_{x+k} \\ &= {}_k p_x - {}_{k+n} p_x && (3.50) \end{aligned} $$

Se escrevermos esta última relação da forma

$$ {}_k p_x = {}_{k/n} q_x + {}_{k+n} p_x $$

verifica-se que o acontecimento «a pessoa de idade x chega com vida à idade $x+k$» é equivalente ao somatório dos acontecimentos incompatíveis «a pessoa de idade x morre entre as idades $x+k$ e $x+k+n$» e «a pessoa de idade x sobrevive à idade $x+k+n$».

Voltando ao cálculo do prémio puro constata-se que o seu valor advém da primeira parte da expressão (3.41), isto é,

$$ P = v^n E(X) = v^n (C\,{}_n p_x + 0\,{}_n q_x) = v^n C\,{}_n p_x \tag{3.51} $$

Poderão, também, considerar-se aqui os dois componentes Y e Z do risco X sendo que

$$Y \text{ (v.aleatória «número de sinistros»)} = \begin{cases} 1, \text{ com a probabilidade } {}_np_x \\ 0, \text{ com a probabilidade } {}_nq_x \end{cases}$$

$$E(Y) = 1_n p_x + 0_n q_x = {}_np_x$$

e

$$Z \text{ (v.aleatória «custo de um sinistro uma vez ocorrido»)} = C \text{, com a probabilidade } 1$$

$$E(Z) = C \cdot 1 = C$$

As companhias de seguros, na prática, utilizam um outro raciocínio para determinação do prémio puro. Trata-se de um raciocínio não apoiado na teoria das probabilidades, como o anteriormente focado, mas sim com base numa interpretação determinista da Tábua de Sobrevivência[31].

Neste caso, para determinar o preço da operação de cobertura, ou seja, o preço do seguro no momento da sua subscrição, é necessário conhecer o compromisso financeiro da companhia de seguros. É preciso saber que capital C vai ter de pagar dentro de n anos a cada um dos sobreviventes do grupo inicial composto por l_x pessoas da mesma idade x. Para determinar o montante de dinheiro de que deverá dispor nesse momento, é forçoso conhecer o número de sobreviventes. Por recurso à Tábua de Sobrevivência a

[31] Tábua construída a partir das taxas anuais de sobrevivência, ou de mortalidade, observadas em certa época, e que fornece o número de sobreviventes em cada idade.

companhia obterá esta resposta, l_{x+n}, e através dela poderá simular o futuro. A companhia deverá, por isso, prever uma soma futura igual a $l_{x+n} \cdot C$.

Recordando o que anteriormente foi focado, a seguradora deverá dispor, desde o momento da subscrição dos contratos, de um montante de dinheiro que, capitalizado a uma taxa técnica i, segundo o regime de juro composto, lhe permita financiar a quantia prevista para o pagamento dos sinistros. Este montante de dinheiro, que resulta do produto de l_x pelo prémio individual P, deverá ser tal que

$$l_x \cdot P \cdot (1+i)^n = l_{x+n} \cdot C \tag{3.52}$$

Se recorrermos à expressão (3.40), poderemos escrever

$$l_x \cdot P = v^n \cdot l_{x+n} \cdot C \tag{3.53}$$

e, porque

$${}_nP_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \tag{3.54}$$

resulta que

$$P = v^n \cdot C \cdot \frac{l_{x+n}}{l_x} = v^n \cdot C \cdot {}_np_x \tag{3.55}$$

Obter-se-á, naturalmente, o mesmo resultado que se alcançaria através de (3.51) mas sem aplicação das probabilidades. Aplica-se um raciocínio exclusivamente financeiro efectuando-se a previsão do futuro por intermédio da Tábua de Sobrevivência.

Este é, sem dúvida, um procedimento fácil de compreender e que pode aplicar-se a todas as restantes operações vitalícias. Contudo, trata-se de um procedimento de carácter determinista o que, sendo aplicado sem prudência, sem ponderação, poderá levar a tomar como certo aquilo que apenas é provável.

Ao contrário, a operação anteriormente focada é de natureza essencialmente probabilística apelando, inclusivamente, ao esquema das provas repetidas de Bernoulli.

Neste caso concreto, a experiência de base E consiste em observar um indivíduo de idade x durante n anos, em que o acontecimento A, que interessa verificar, é a sua sobrevivência à idade $x+n$. A probabilidade será definida por ${}_n p_x$.

A observação dos l_x indivíduos de idade x constitui, por isso, os n ensaios de E, quer dizer, a experiência aleatória R à qual está ligada a variável aleatória f que aqui é o número l^*_{x+n} de sobreviventes com a idade $x+n$. De referir, porém, que este número não é necessariamente igual ao l_{x+n} previsto na Tábua de Sobrevivência. Tendo em conta que a capitalização financeira se efectua, na maioria das vezes, a uma taxa real i^* superior à taxa técnica i utilizada na tarifação dos contratos, a companhia de seguros, decorridos os n anos, disporá da quantia $l_x \cdot P(1+i^*)^n$ e apenas deverá pagar $l^*_{x+n} \cdot C$. O resultado técnico (RT) será de

$$RT = l_x \cdot P(1+i^*)^n - l^*_{x+n} \cdot C, \qquad (3.56)$$

ou, por recurso a (3.53)

$$RT = \left[l_{x+n} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right)^n - l^*_{x+n} \right] \cdot C \qquad (3.57)$$

Poderá acontecer que o número de sobreviventes observados, l^*_{x+n}, seja igual ao número de sobreviventes esperado, l_{x+n}. Se tal se verificar, o resultado dever-se-á, exclusivamente, ao facto de i^* ser superior a i, isto é, será apenas um 'resultado pelo juro':

$$Rjuro = \left[\left(\frac{1+i^*}{1+i}\right)^n - 1\right] l_{x+n} \cdot C \tag{3.58}$$

No entanto, também poderá suceder que $i^* = i$ e, se assim for, o resultado ficará a dever-se somente ao desvio entre a mortalidade real e a mortalidade esperada.
Ou seja,

$$Rmortalidade = (l_{x+n} - l^*_{x+n}) \cdot C\,, \tag{3.59}$$

sendo que

$$RT = Rjuro + Rmortalidade$$

O problema da tarifação dos contratos, quaisquer que sejam as operações de seguros, reside em actuar de tal forma que o resultado tenha poucas possibilidades de ser negativo, isto é, de constituir um prejuízo.

No caso apresentado existem duas possibilidades de o fazer: ou se actua sobre o rendimento da capitalização por forma a obter-se uma taxa i^* o mais elevada possível, ou se actua sobre a 'mortalidade', prevendo um número de sobreviventes superior a $l_{x+n} = E(l^*_{x+n})$, número este que tenha poucas possibilidades de ser ultrapassado pelo número observado.

De referir, aqui, que a expressão (3.55) de cálculo do prémio puro de uma operação de «capital diferido» realça a diferença que existe entre o valor do compromisso puramente financeiro e o valor de um compromisso subordinado ao aparecimento de um determinado acontecimento aleatório. O produto dos dois primeiros factores do segundo membro desta expressão, $v^n \cdot C$, é exactamente o valor inicial do compromisso de pagar um capital C dentro de n anos. Ou seja, se o pagamento de um certo capital está subordinado à realização de um acontecimento aleatório de probabilidade p, então o seu valor será $v^n \cdot C \cdot p$.

Exemplo 2: O Seguro de «Responsabilidade Civil do Ramo Automóvel»

Para concretização deste exemplo, considerar-se-á uma carteira[32] composta de veículos automóveis idênticos (por força da necessária homogeneização da carteira), observados durante o período de um ano.

Neste caso, porque a análise directa do risco X manifesta-se relativamente difícil de colocar na prática, procederemos à análise dos seus componentes, Y e Z.

Para cálculo do prémio P e conforme a expressão (3.41) utilizar-se-ão os pressupostos matemáticos $E(Y)$ e $E(Z)$.

III.3.4 Cálculo de *E(Y)*

Os dados a considerar são os seguintes: a carteira compõe-se inicialmente de 50.000 viaturas mas, como acontece com todas as carteiras, recebe novos contratos durante o período de observação. Quer dizer, verificam-se novas subscrições, novos contratos durante o ano, e, por diferentes motivos, outros contratos se extinguem. No primeiro caso são entradas e no segundo saídas.

[32] Valores retirados de Pereira da Silva, Carlos (1993; P.134)

Partir-se-á do pressuposto de que as entradas se fazem à razão de 600 contratos, no início de cada mês, a partir do segundo, e que as saídas se verificam à razão de 300, no final de cada trimestre. Admitir-se-á, também, que no decurso do período de observação, um ano, ocorrerão 13.210 sinistros.

Recordando que a variável aleatória Y representa o número de sinistros que teria um contrato desta carteira, se estivesse submetido ao risco considerado durante o período de um ano, poder-se-á determinar o *prémio puro* anual, ou seja, o preço a pagar pela cobertura do risco durante um ano. Não se pode, por isso, aplicar a fórmula (3.34) que refere que $E(Y)$ é igual ao número de sinistros S dividido pelo número de veículos N garantidos pela cobertura, já que todas estas viaturas não estão sujeitas ao risco «acidente» durante o mesmo tempo.

Para se ultrapassar o obstáculo da diferente exposição temporal dos contratos ao risco, definir-se-á como Y_i o número aleatório de sinistros ligado ao contrato i exposto ao risco durante o tempo t_i (t_i menor ou igual a um ano).

Supondo que a variável aleatória Y_i tem uma esperança matemática $E(Y_i)$ proporcional ao tempo de observação t_i, ou seja,

$$E(Y_i) = k \cdot t_i, \qquad \text{para qualquer } i \qquad (3.60)$$

o problema passa a ser estimar o factor de proporcionalidade k que representa $E(Y_i)$ para um período de observação de um ano, isto é, $E(Y)$.

Sabendo que a variável aleatória S «número total de sinistros da carteira», corresponde a $\sum_i Y_i$, alargando o somatório a todos os contratos ter-se-á, por via das expressões (3.20) e (3.60), que

$$E(S) = \sum_i E(Y_i) = k \sum_i t_i \qquad (3.61)$$

e que

$$k = E(Y) = \frac{E(S)}{\sum_i t_i} \,. \qquad (3.62)$$

Considerando o ano como unidade de tempo, o denominador representa a duração total T de exposição ao risco de todos os contratos garantidos. Ou seja, no caso apresentado, e supondo que cada um dos novos contratos (cujo início coincide com cada entrada) terminará no final do ano, e considerando para cada um dos contratos saídos a duração que falta para o final do ano de observação:

$$T = \sum_i t_i = 50.000 \text{ x } 1 + 600 \left(\frac{11}{12} + \frac{10}{12} + \cdots + \frac{1}{12}\right) - 300 \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right)$$

$$= 52.850 \text{ viaturas sujeitas ao risco, durante um ano}$$

Para obtenção do numerador da relação (3.62) efectuou-se a sua estimação considerando o valor observado de 13.210 sinistros.

III.3.5 Cálculo de $E(Z)$

A análise da distribuição dos custos dos sinistros descreve-se no quadro seguinte:

Quadro 7 – Análise da Distribuição dos Custos dos Sinistros

Classe de custos				Custos por classe	Frequências relativas
de	0	a	1.000	500	0,2500
	1.001	a	3.000	2.000	0,4000
	3.001	a	5.000	4.000	0,1500
	5.001	a	10.000	7.500	0,1000
	10.001	a	20.000	15.000	0,0500
	20.001	a	50.000	35.000	0,0300
	50.001	a	100.000	75.000	0,0100
	100.001	a	250.000	175.000	0,0060
	250.001	a	500.000	375.000	0,0020
	500.001	a	1.000.000	750.000	0,0010
	1.000.001	a	2.500.000	1.750.000	0,0006
	2.500.001	a	infinito	3.500.000	0,0004
					1,0000

Fonte: Pereira da Silva, Carlos (1993; p. 134)

Recorrendo à expressão (3.29) o valor de $E(Z)$ será:

$$E(Z) = 500 \text{ x } 0{,}2500 + 2.000 \text{ x } 0.400 + 4.000 \text{ x } 0{,}1500 + ... + 3.500.000 \text{ x } 0{,}0004$$
$$= 9.825 \tag{3.63}$$

III.3.6 Cálculo do Prémio Puro *Pp*

Para determinar o factor de desconto v^n que está inserido na expressão (3.41) torna-se necessário conhecer o momento de pagamento dos sinistros ou, não se tratando de um só momento, a sua cadência.

Na carteira considerada os sinistros acontecem ao longo de todo o ano. Todavia, há que ter em conta que os efeitos dos respectivos pagamentos poderão estender-se, e na maior parte dos casos assim acontece, por vários anos. Basta pensar que o montante a pagar por um sinistro nunca se conhece, com certeza absoluta, no momento da sua ocorrência, e que nalguns casos se recorre ao Tribunal para avaliação dos danos, isto é, para determinação da quantia a pagar pela companhia de seguros. Isto significa que o montante global provocado pelos sinistros de uma carteira do risco de Responsabilidade Civil Automóvel, por exemplo, apenas se conhece, com exactidão, após se ter efectuado o último pagamento do último sinistro.

Sendo preciso considerar esta realidade no cálculo do prémio, para o fazer, é fundamental alargar o custo médio dado pela expressão (3.63) a todo o período tido como necessário para o pagamento completo de todos os sinistros, naturalmente nas proporções adequadas.

Supondo que serão precisos quatro anos, para além daquele em que se efectuou o seguro, para se extinguirem todos os pagamentos e admitindo que os desembolsos se efectuarão a meio de cada ano nas proporções de 35% do valor total no decorrer do ano de efectivação do seguro, 30% no ano seguinte, 20%, 10% e 5%, respectivamente, para cada um dos restantes anos, e utilizando a taxa de juro anual de 4%, o prémio será dado pela expressão:

$$P = v^{\frac{1}{2}} \ (0{,}35 + 0{,}30v + 0{,}20v^2 + 0{,}10v^3 + 0{,}05v^4) \ E(Y) \ \ E(Z) \qquad (3.64)$$

Quantificando o exemplo considerado, o valor de Pp será:

$$P = 0.980581 \ (0.35 + 0.3x0.961538 + 0.2x0.924556 + 0.1x0.888996 + 0.05x0.854604)x$$
$$x0.25x9.825 = 2.300$$

III.3.7 Cálculo do Prémio Puro *Pp* com Inclusão da Franquia

Franquia, como já se referiu, é a parte dos danos que, em caso de sinistro, fica a cargo do segurado. Isto é, até determinado montante estipulado nas condições contratuais, o segurado comporta-se como sendo o seu próprio segurador, ou seja, garante-se a si próprio.

A experiência revela que são em muito maior número as perdas de pequenos montantes do que as de grandes montantes. E se assim é, um acordo entre segurado e companhia de seguros que permita deixar a cargo do primeiro as pequenas perdas, implicará que o risco transferido para a segunda seja bastante menor, o que, naturalmente, provocará reflexos positivos no prémio do seguro.

A inclusão das franquias, para além do objectivo de selecção da qualidade dos segurados, provavelmente o maior objectivo a atingir pelas seguradoras, evita o aumento da frequência da sinistralidade ao eliminar a participação dos sinistros cujo valor seja inferior ao seu montante.

No mercado segurador encontram-se vários tipos de franquias e vai sendo normal encontrar, dentro do mesmo ramo, diferentes possibilidades de escolha. O segurado pode optar, pelo menos nalguns casos, pela situação que melhor lhe corresponda, facto que poderá entender-se como uma auto-selecção positiva ou pelo conhecimento do valor que pode segurar por si próprio.

Sendo diferentes os valores das franquias serão, naturalmente, diferentes, os valores de desconto no prémio que lhes corresponde.

As mais vulgares são as seguintes:

- *Franquias fixas*, aquelas em que fica estabelecido um certo valor.

- *Franquias percentuais*, as que resultam da aplicação de uma percentagem ao capital garantido.

- *Franquias obrigatórias*, as que, apesar de negociadas entre o segurado e a seguradora, não poderão deixar de existir, dentro de certos intervalos.
  De referir, porém, que estas franquias nunca são oponíveis a terceiros, isto é, pela sua existência, não resulta qualquer diminuição da indemnização a pagar a terceiros.

- *Franquias facultativas*, as que são opcionais e que, uma vez desejadas pelos segurados, lhes permitem descontos no valor dos prémios a pagar.
  No entanto, ao contrário das anteriores, poderá ser estipulada a sua oponibilidade a terceiros.

- *Franquias dedutíveis*, se o valor fica sempre a cargo do segurado.

- *Franquias não dedutíveis*, quando são aplicadas apenas se o valor da perda for igual ou inferior ao seu valor.

A sua particularidade advém do facto de a companhia de seguros ser chamada a responder, pela totalidade, sempre que o valor dos danos ultrapassar o montante da franquia.

- *Franquias regressivas*, as que vão diminuindo na razão inversa do aumento da perda e segundo certa proporção previamente estipulada.

Veja-se o impacto provocado pela utilização destes três últimos tipos de franquias, supondo que o seu valor é de 200 unidades monetárias:

Quadro 8 – Impacto dos Diferentes Tipos de Franquias

Perda	Franquia Dedutível		Franquia Não Dedutível		Franquia Regressiva	
	A cargo do Segurado	A cargo da Seguradora	A cargo do Segurado	A cargo da Seguradora	A cargo do Segurado	A cargo da Seguradora
25	25	---	25	---	25	---
50	50	---	50	---	50	---
75	75	---	75	---	75	---
100	100	---	100	---	100	---
125	125	---	125	---	125	---
150	150	---	150	---	150	---
175	175	---	175	---	175	---
200	200	---	200	---	200	---
225	200	25	---	225	175	50
250	200	50	---	250	150	100
275	200	75	---	275	125	150
300	200	100	---	300	100	200
325	200	125	---	325	75	250
350	200	150	---	350	50	300
375	200	175	---	375	25	350
400	200	200	---	400	---	400
425	200	225	---	425	---	425
450	200	250	---	450	---	450
500	200	300	---	500	---	500
1000	200	800	---	1000	---	1000

Fonte: Arze, José Roberto (1994; p. 27)

Obviamente, e como já se referiu, o valor da franquia será repercutido progressivamente no desconto do prémio a pagar pois, quanto maior for o valor da franquia ,menor será o custo do seguro. Tomando como exemplo o ramo automóvel, a uma franquia dupla (4% sobre o valor declarado) corresponde, normalmente, um desconto de 16%; a uma franquia quádrupla (8%) um desconto de 32%; a uma franquia sêxtupla (12%) um desconto de 50% e a uma franquia décupla (20%) um desconto de 75%. A franquia simples, cujo mínimo obrigatório utilizado é de 2%, não concede, naturalmente, qualquer diminuição do valor do prémio.

Considerando a existência de franquias, torna-se necessário reescrever as expressões relativas ao cálculo do prémio.

Designando por F o valor da franquia e por $G(Z)$ a função de pagamento da companhia de seguros, teremos:

$$G(Z) = 0\,, \qquad \text{para } Z \leq F \qquad (3.65)$$

e

$$G(Z) = Z - F\,, \qquad \text{para } Z > F \qquad (3.66)$$

A expressão (3.65) significa que o segurado se constitui no seu próprio segurador, o que quer dizer que o montante dos danos será totalmente suportado por si, enquanto que a expressão (3.66) significa que a companhia apenas contribuirá para o pagamento do sinistro com o montante que ultrapassar o valor da franquia.

Regressando à expressão (3.41) de cálculo do prémio, constata-se que apenas o factor $E(Z)$ se altera pela inclusão da franquia, sendo, por isso, necessário substituí-lo por $E[G(Z)]$.

Adoptando-se um sistema de franquias como o definido pelas expressões (3.65) e (3.66) e admitindo uma franquia, F, de 10.000 unidades monetárias obteremos, por recurso à expressão (3.13) e aos valores do quadro 7:

$$
\begin{aligned}
E[G(Z)] &= 5.000x0.05 + 25.000x0.03 + 65.000x0.01 + 165.000x0.006 + 365.000x\ 0.002 + \\
&+ 740.000x0.001 + 1.740.000x0.0006 + 3.490.000x0.0004 = \\
&= 6.550
\end{aligned}
$$

Pode, agora, estabelecer-se uma relação entre o *prémio puro* com franquia e o *prémio puro* sem franquia, que será de:

$$\frac{E[G(Z)]}{E(Z)} = \frac{6.550}{9.825} = \frac{2}{3}$$

Ser-nos-á possível concluir que, tendo em conta o sistema de franquias utilizado neste exemplo, o prémio puro inicialmente calculado deve, com fundamento na relação a que se chegou, reduzir-se em 1/3.

Se assim o pretender, a companhia de seguros poderá conceder aos seus segurados do ramo automóvel, um desconto de, aproximadamente, 33%.

IV. ESTUDO DE CASOS

IV Aplicação ao Seguro do Ramo Automóvel

IV.I Os Condicionalismos

Pretendíamos testar, neste capítulo, o comportamento prático das companhias de seguros tendo como contraponto a análise teórica defendida no capítulo anterior.

Dada a generalizada falta de resposta às solicitações por nós efectuadas, resta-nos a possibilidade de trabalhar a excepção a este comportamento, protagonizada por duas companhias de seguros, que designaremos por companhia "A" e por companhia "B", que amavelmente nos acolheram e nos possibilitaram a conclusão do nosso estudo.

As carteiras que servirão de apoio aos conceitos anteriormente apresentados referem-se a duas formas diferentes de encarar o mercado segurador no que concerne ao ramo automóvel: a companhia "A" rompe com as tradicionais franquias – com aquelas que representam um valor percentual aplicado ao capital garantido – e aplica valores fixos por pacote de coberturas, enquanto que a companhia "B" mantém o sistema tradicional.

Apesar de o nosso propósito inicial ter sido o de alargar este estudo comparativo às práticas de um maior número de seguradoras, pensamos que, quer a maturidade destas carteiras, quer a sua dimensão, nos permitirão a concretização dos nossos objectivos.

Por outro lado, porque os elementos que nos foram disponibilizados nos permitiram estudar o impacto individual dos diferentes componentes (correspondentes às garantias para danos próprios, para responsabilidade civil por danos materiais e para responsabilidade civil por danos corporais) do prémio puro, é nossa opinião que o estudo destes casos práticos saiu enriquecido.

Trabalharemos os impactos ao nível da cobertura de *danos próprios*, única sobre a qual recai a franquia nos nossos exemplos, e ao nível das coberturas de *danos materiais* e de *danos corporais*, todas de uma forma individualizada.

Consideraremos, para a companhia "A", uma carteira composta de 22.983 contratos, em vigor à data de 31.12.99, dos quais 10.349 foram subscritos durante o ano de 1999 (contratos novos).

Para o cálculo da exposição ao risco procedeu-se à anualização das novas apólices por utilização da fórmula

$$\frac{"31.12.99" - "\mathit{data} \cdot \mathit{início}"}{365},$$

e à anualização das apólices anuladas durante o mesmo período, utilizando a fórmula

$$\frac{"\mathit{data} \cdot \mathit{anulação}" - "01.01.99"}{365}.$$

Informaticamente, a recolha contemplava as seguintes indicações:

If nbafn=1 then min=dt inipol; else min=borneinf

↘

se contrato novo ...

if nbrsl=1 then max=dtultim; else max=bornesup

↘

se contrato anulado ...

duree=(intck('day', min, max)+1) / 365;

if duree < then duree = 0;

if duree > 1 thrn duree = 1;

Às apólices existentes no início de 1999 e que permaneceram vivas no final do ano foi atribuído o peso de 1.

A anualização de todos estes valores, isto é, das 22.983 apólices, tendo em conta as 10.349 novas apólices e as 1.815 apólices anuladas, permitiu-nos concluir que, durante este período, estiveram expostas ao risco 19.006[33] apólices.

$$T = \sum_i t_i = n^o.\ \textit{inicial de contratos} + \textit{entradas anualizadas} - \textit{saídas anualizadas}$$

$$T = 19.006\ \textit{apólices expostas ao risco durante o período}$$

Para a companhia "B" trabalharemos uma carteira constituída por 15.488[34] apólices sendo que, num caso e noutro, o nosso período de estudo será o ano de 1999.

[33] Cálculo efectuado tendo por base uns milhares de registos, não disponibilizados em papel, mas que resulta da aplicação das anualizações referidas durante o período em estudo.

[34] Número fornecido pela companhia "B" temdo por base de cálculo a formulação indicada na nota 31.

COMPANHIA DE SEGUROS "A"

IV.2 Cálculo de $E(Z)$

A análise da distribuição dos custos dos sinistros, apenas no que concerne à cobertura de *danos próprios*, e admitindo uma franquia de valor igual a 50.000[35] escudos, descreve-se no quadro seguinte:

Quadro 9 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 50 Contos

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	498	15.893.763	31.915	18.6%
50.001 a 100.000	540	39.108.472	72.423	20.2%
100.001 a 150.000	179	22.229.585	124.188	6.7%
150.001 a 200.000	150	25.948.465	172.990	5.6%
200.001 a 250.000	300	65.027.418	216.758	11.2%
250.001 a 300.000	131	35.691.515	272.454	4.9%
300.001 a 350.000	113	36.605.997	323.947	4.2%
350.001 a 400.000	83	30.888.408	372.149	3.1%
400.001 a 500.000	154	68.670.735	445.914	5.8%
500.001 a 1.000.000	345	238.923.666	692.532	12.9%
1.000.001 a 2.000.000	141	186.093.557	1.319.812	5.3%
2.000.001 a 5.000.000	41	116.354.194	2.837.907	1.5%
	2.675	881.435.775	329.508	100.0%

$$E(Z) = 329.508$$

IV.3 Cálculo de $E(Y)$

O valor de $E(Y)$ será o que resulta da relação entre o número de acidentes participados e o número total de contratos expostos ao risco durante o período considerado, o que significa que

[35] Valor exigido pela companhia "A" neste pacote específico.

$$E(Y) = \frac{2.675}{19.006} = 14.1\%$$

IV.4 Cálculo do Prémio

Supondo que serão precisos cinco[36] anos, para além daquele em que se iniciou o seguro, para se extinguirem todos os pagamentos, e admitindo que os desembolsos se efectuarão a meio de cada ano nas proporções de 60% do valor total no decorrer do ano de efectivação do seguro, 22% no ano seguinte, 8%, 5%, 3% e 2%, respectivamente, para cada um dos restantes anos, e utilizando a taxa de juro anual de 4,25%, o prémio será dado pela expressão:

$$P = v^{\frac{1}{2}}\ (0,60 + 0,22v + 0,08v^2 + 0,05v^3 + 0,03v^4 + 0,02v^5)\ E(Y)E(Z)$$

Atribuindo valores, teremos

$$P = 0,979404\ (0,60 + 0,22x0,959233 + 0,08x0,920127 + 0,05x0,882616 +$$
$$+\ 0,03x0,846634 + 0,02x0,812121\ )\ x\ 0,141\ \ x\ \ 329.508 \quad \approx \quad 44.158$$

IV.5 Cálculo do Prémio com inclusão da Franquia

Obviamente, o valor da franquia será repercutido progressivamente no desconto do prémio a pagar pois, quanto maior for o valor da franquia, menor será o prémio do seguro.

O exemplo que, inicialmente, iremos trabalhar tem por base a aplicação de franquias em valor absoluto. Rompendo com o esquema tradicional, este sistema de franquias tem

[36] Tempo médio necessário, segundo a sensibilidade do informador.

como principal objectivo "tornar as coisas claras". Quer dizer, o segurado conhece, desde a subscrição do seu contrato que, independentemente do valor de danos próprios que garantiu, suportará sempre aquele montante em caso de ocorrência de um acidente causador de danos.

Neste caso prático, que serve de base ao nosso estudo, a franquia de 50.000 escudos é o patamar inicial exigido nesta cobertura. Corresponde-lhe, por isso, um desconto nulo. O que vamos tentar demonstrar é o valor do desconto que um aumento de franquia poderá proporcionar aos segurados, mantendo-se as coberturas inicialmente contratadas.

IV.5.1 Franquia de 125.000 escudos

Admitindo que o valor da franquia passa a ser de 125.000 escudos será possível construir o seguinte novo quadro, continuando a contemplar, apenas, os *danos próprios*:

Quadro 10 – Sinistros, Custos e Freq. Relativas Para Uma Franquia de 125 Contos

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	335	6.505.785	19.420	17.9%
50.001 a 100.000	164	12.322.449	75.137	8.8%
100.001 a 150.000	299	39.031.478	130.540	16.0%
150.001 a 200.000	147	25.723.932	174.993	7.8%
200.001 a 250.000	114	25.893.013	227.132	6.1%
250.001 a 300.000	103	28.389.728	275.628	5.5%
300.001 a 350.000	78	25.525.810	327.254	4.2%
350.001 a 400.000	73	27.332.368	374.416	3.9%
400.001 a 500.000	135	60.406.678	447.457	7.2%
500.001 a 1.000.000	271	192.501.573	710.338	14.5%
1.000.001 a 2.000.000	115	151.582.539	1.318.109	6.1%
2.000.001 a 5.000.000	40	111.281.948	2.782.049	2.1%
	1.874	706.497.301	376.999	100.0%

$$E(Z) = 376.999$$

$$E(Y) = \frac{1.874}{19.006} = 9.9\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121\ )\ x\ 0{,}099\ x\ 376.999 \quad \approx \quad 35.473$$

O confronto entre os valores do prémio sem franquia e do prémio com franquia permite concluir que a seguradora poderá conceder aos seus segurados, neste pacote particular, um desconto de, aproximadamente, 20%.

É o que resulta da relação

$$1 - \left(\frac{35.473}{44.158}\right) \approx 20\%$$

IV.5.2 Franquia de 150.000 escudos

Admitindo, agora, que o valor da franquia passa a ser de 150.000 escudos serão os seguintes os valores a incluir no quadro, continuando a contemplar, apenas, os *danos próprios*:

Quadro 11 – Sinistros, Custos e Freq. Relativas Para Uma Franquia de 150 Contos

(valores em escudos)

Classes de Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	179	4.329.585	24.188	10.9%
50.001 a 100.000	150	10.948.465	72.990	9.2%
100.001 a 150.000	300	35.027.418	116.758	18.3%
150.001 a 200.000	131	22.591.515	172.454	8.0%
200.001 a 250.000	113	25.305.997	223.947	6.9%
250.001 a 300.000	83	22.588.408	272.149	5.1%
300.001 a 350.000	85	27.491.251	323.426	5.2%
350.001 a 400.000	69	25.779.484	373.616	4.2%
400.001 a 500.000	124	55.149.632	444.755	7.6%
500.001 a 1.000.000	255	181.445.133	711.550	15.6%
1.000.001 a 2.000.000	110	145.778.688	1.325.261	6.7%
2.000.001 a 5.000.000	38	106.297.964	2.797.315	2.3%
	1.637	662.733.540	404.846	100.0%

$$E(Z) = 404.846$$

$$E(Y) = \frac{1.637}{19.006} = 8.6\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$
$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121\ )\ x\ 0.086\ x\ 404.846 \quad \approx \quad 33.091$$

Tal como na situação anterior, será o confronto entre este novo prémio e o inicial que permitirá estipular o montante de desconto a conceder. Na situação de franquia igual a 150.000 escudos a companhia poderá estabelecer um desconto de cerca de 25% que é o resultante da seguinte relação entre o prémio para este montante de franquia e o prémio inicial:

$$1 - \left(\frac{33.091}{44.158}\right) \approx 25\%$$

IV.5.3 Franquia de 200.000 escudos

Considerando, por último, que o valor da franquia passa a ser de 200.000 escudos os valores a trabalhar seriam os que a seguir se apresentam, continuando a contemplar, como nos casos anteriores, apenas os *danos próprios*:

Quadro 12 – Sinistros, Custos e Freq. Relativas Para Uma Franquia de 200 Contos

(valores em escudos)

Classes de Custos	Quantidade de Sinistros	Custos Por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	150	3.448.465	22.990	10.3%
50.001 a 100.000	300	20.027.418	66.758	20.6%
100.001 a 150.000	131	16.041.515	122.454	9.0%
150.001 a 200.000	113	19.655.997	173.947	7.8%
200.001 a 250.000	83	18.438.408	222.149	5.7%
250.001 a 300.000	85	23.241.251	273.426	5.8%
300.001 a 350.000	69	22.329.484	323.616	4.7%
350.001 a 400.000	72	26.940.853	374.179	4.9%
400.001 a 500.000	93	41.408.487	445.253	6.4%
500.001 a 1.000.000	227	161.934.314	713.367	15.6%
1.000.001 a 2.000.000	98	129.626.500	1.322.719	6.7%
2.000.001 a 5.000.000	37	102.411.263	2.767.872	2.5%
	1.458	585.503.955	401.580	100.0%

$$E(Z) = 401.580$$

$$E(Y) = \frac{1.458}{19.006} = 7.7\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121\ )\ x\ 0.077\ x\ 401.580 \quad \approx \quad 29.389$$

Com base nesta última situação testada, de franquia igual a 200.000 escudos, a companhia poderá estabelecer um desconto próximo dos 34% como resulta da comparação entre o valor do prémio para este nível de franquia e o prémio para o nível de franquia inicial:
Isto é,

$$1 - \left(\frac{29.389}{44.158}\right) \approx 34\%.$$

IV.6 Cálculo do Prémio Relativo às Coberturas de Responsabilidade Civil por Danos Materiais e de Responsabilidade Civil por Danos Corporais

Porque à carteira de contratos por nós trabalhada apenas se aplica o valor da franquia à cobertura de *danos próprios*, o valor do prémio a pagar pelas coberturas de *responsabilidade civil* por *danos materiais* e de *responsabilidade civil* por *danos corporais* não vai sofrer qualquer repercussão pela ocorrência de sinistros. Todavia, porque este pacote engloba estas três garantias, pareceu-nos interessante analisar o peso que cada uma delas tem no valor final.

Considerando as condições de base deste pacote específico construímos os dois seguintes quadros, o primeiro a evidenciar os valores relativos aos danos materiais e o outro referido aos danos corporais.

Quadro 13 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Por Responsabilidade Civil

(valores em escudos)

Classes de Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	157	4.924.864	31.369	12.3%
50.001 a 100.000	189	14.247.961	75.386	14.8%
100.001 a 150.000	163	21.438.464	131.524	12.8%
150.001 a 200.000	200	35.285.895	176.429	15.7%
200.001 a 250.000	91	20.336.610	223.479	7.1%
250.001 a 300.000	41	11.287.851	275.313	3.2%
300.001 a 350.000	49	16.036.073	327.267	3.8%
350.001 a 400.000	31	11.499.867	370.963	2.4%
400.001 a 500.000	80	35.666.725	445.834	6.3%
500.001 a 1.000.000	173	123.605.893	714.485	13.6%
1.000.001 a 2.000.000	81	108.376.487	1.337.981	6.4%
2.000.001 a 5.000.000	18	54.852.466	3.047.359	1.4%
	1.273	457.559.156	359.433	100.0%

$$E(Z) = 359.433$$

$$E(Y) = \frac{1.273}{19.006} \approx 6.7\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121\ )\ x\ 0.067\ x\ 359.433 \quad \approx \quad 22.888$$

Quadro 14 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Por Danos Corporais

(valores em escudos)

Classes de Custos	Quantidade de Sinistros	Custos Por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	20	429.748	21.487	7.5%
50.001 a 100.000	8	595.351	74.419	3.0%
100.001 a 150.000	10	1.204.073	120.407	3.7%
150.001 a 200.000	4	690.195	172.549	1.5%
200.001 a 250.000	2	490.593	245.297	0.7%
250.001 a 300.000	5	1.331.934	266.387	1.9%
300.001 a 350.000	4	1.280.605	320.151	1.5%
350.001 a 400.000	8	3.046.813	380.852	3.0%
400.001 a 500.000	8	3.608.808	451.101	3.0%
500.001 a 1.000.000	33	25.963.767	786.781	12.4%
1.000.001 a 2.000.000	71	103.768.791	1.461.532	26.6%
2.000.001 a 5.000.000	74	221.223.282	2.989.504	27.7%
> 5.000.000	20	253.591.000	12.679.550	7.5%
	267	617.224.960	2.311.704	100.0%

$$E(Z) = 2.311.704$$

$$E(Y) = \frac{267}{19.006} \approx 1.4\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$
$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121\ )\ x\ 0.014\ x\ 2.311.704 \approx 30.759$$

O quadro-resumo a seguir apresentado permite-nos visualizar o peso de cada uma destas coberturas, em termos de valor esperado de Y, considerando os diferentes valores de franquia estudados:

Quadro 15 – Franquias *versus* Valor Esperado de Y

Franquia	$E(Y)$		
50.000	14.1%	6.7%	1.4%
125.000	9.9%	6.7%	1.4%
150.000	8.6%	6.7%	1.4%
200.000	7.7%	6.7%	1.4%

Dada a fixidez dos pesos percentuais nas coberturas de responsabilidade civil, quer por danos materiais, quer por danos corporais, a conclusão que nos parece possível extrair é a de que a companhia de seguros terá vantagem em negociar franquias de valores mais elevados.

Maior valor de franquia traduzir-se-á em menor número de sinistros participados o que significará menos indemnizações a pagar por danos próprios. A esta redução de custos deverão adicionar-se os não incorridos com a abertura de novos processos e os de utilização alternativa da mão-de-obra disponibilizada.

Repare-se que um aumento, para o quádruplo, do valor da franquia, possibilitou uma diminuição de $E(Y)$ em, aproximadamente, 45%. Franquias de valor superior proporcionarão, em condições de normalidade estatística, maiores poupanças às companhias de seguros, para além de '*obrigar*' os segurados a comportamentos mais cuidadosos quando ao volante das suas viaturas.

Conseguir-se-á, afinal, atingir dois dos objectivos prosseguidos.

COMPANHIA DE SEGUROS "B"

IV.7 As Diferentes Posturas de Mercado

Ao debruçarmo-nos sobre a carteira da companhia de seguros "A" foi-nos permitido analisar uma diferente forma de estar no mercado de seguros. No entanto, porque nos interessa verificar de que maneira se comporta o mercado quando as franquias utilizadas são as tradicionais, tentaremos fazê-lo por recurso aos valores estudados na companhia de seguros "B".

Tendo por base o ano de 1999 e uma carteira anualizada de 15.488[37] apólices, trabalharemos os casos correspondentes à utilização de franquias de 2%, 4%, 6% e 10% e calcularemos, para cada uma destas situações, o valor dos custos médios, dos custos por classes de riscos, as frequências relativas e os prémios puros.

Para que a comparação de resultados seja possível, trilharemos os mesmos passos que demos para analisar a situação particular da companhia "A" e assumiremos os mesmos pressupostos.

---

[37] Número fornecido pela compnhia de seguros "B".

IV.7.1 Franquia de 2%

Tal como no caso da companhia de seguros "A", em que a uma franquia de 50.000 escudos correspondia um desconto nulo, a franquia de 2% na companhia "B", por ser também o seu patamar inicial, significa a não existência de qualquer desconto no prémio a suportar pelo segurado.

Torna-se necessário, por isso, verificar que influência terá no valor do prémio um aumento gradual de franquias nesta companhia de seguros "B". É o que tentaremos, de seguida, demonstrar.

A análise da distribuição dos custos dos sinistros, somente no que respeita à cobertura de *danos próprios*, e admitindo uma franquia de 2% sobre o valor do capital garantido, descreve-se no quadro seguinte.

Quadro 16 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 2%

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	207	6.083.568	29.389	9.8%
50.001 a 100.000	250	18.461.778	73.847	11.8%
100.001 a 150.000	432	58.364.878	135.104	20.4%
150.001 a 200.000	109	19.171.654	175.887	5.1%
200.001 a 250.000	299	64.710.694	216.424	14.1%
250.001 a 300.000	70	19.244.322	274.919	3.3%
300.001 a 350.000	73	23.693.245	324.565	3.4%
350.001 a 400.000	69	25.860.923	374.796	3.3%
400.001 a 500.000	104	46.976.967	451.782	4.9%
500.001 a 1.000.000	252	178.421.850	708.023	11.9%
1.000.001 a 2.000.000	143	195.936.568	1.370.186	6.7%
2.000.001 a 5.000.000	83	231.542.726	2.789.671	3.9%
> 5.000.000	29	228.740.720	7.887.611	1.4%
	2.120	1.117.209.893	526.986	100.0%

$$E(Z) = 526.986$$

$$E(Y) = \frac{2.120}{15.488} = 13.7\%$$

$$P = v^{\frac{1}{2}}(0{,}60 + 0{,}22v + 0{,}08v^2 + 0{,}05v^3 + 0{,}03v^4 + 0{,}02v^5)\ E(Y)E(Z)$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121)\ x\ 0{,}137\ x\ 526.986 \quad \approx \quad 68.618$$

O que faremos nos quadros seguintes é considerar a passagem para os diferentes níveis superiores de franquias e evidenciar o valor dos descontos possíveis de conceder pela companhia "B".

IV.7.2 Franquia de 4%

Este será o nível de franquia a partir do qual a companhia "B" poderá conceder descontos.

Quadro 17 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 4%

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	266	6.327.742	23.789	14.5%
50.001 a 100.000	245	18.204.568	74.304	13.4%
100.001 a 150.000	253	31.026.776	122.635	13.8%
150.001 a 200.000	222	39.111.036	176.176	12.1%
200.001 a 250.000	86	19.101.619	222.112	4.7%
250.001 a 300.000	71	19.441.993	273.831	3.9%
300.001 a 350.000	76	24.599.073	323.672	4.2%
350.001 a 400.000	56	21.085.414	376.525	3.1%
400.001 a 500.000	103	46.379.001	450.282	5.6%
500.001 a 1.000.000	211	152.156.956	721.123	11.5%
1.000.001 a 2.000.000	145	204.862.716	1.412.846	7.9%
2.000.001 a 5.000.000	67	195.121.937	2.912.268	3.7%
> 5.000.000	28	219.604.720	7.843.026	1.5%
	1.829	997.023.551	545.119	100.0%

$$E(Z) = 545.119$$

$$E(Y) = \frac{1.829}{15.488} = 11.8\%$$

$$P = v^{\frac{1}{2}}(0{,}60 + 0{,}22v + 0{,}08v^2 + 0{,}05v^3 + 0{,}03v^4 + 0{,}02v^5)\ E(Y)E(Z)$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121)\ x\ 0{,}118\ x\ 545.119 \quad \approx \quad 61.135$$

Se, em vez de 2% de franquia a companhia de seguros "B" optasse pela negociação do valor de 4%, nas condições estudadas ser-lhe-ia possível conceder um desconto de, aproximadamente, 10.9%, assim justificado:

$$1 - \left(\frac{61.135}{68.618}\right) \approx 10.9\%$$

IV.7.3 Franquia de 6%

Para este nível de franquia obter-se-ão os valores relacionados no quadro 18.

Quadro 18 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 6%

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	229	5.754.575	25.129	14.6%
50.001 a 100.000	217	16.637.762	76.672	13.9%
100.001 a 150.000	214	26.322.027	123.000	13.7%
150.001 a 200.000	141	24.658.002	174.879	9.0%
200.001 a 250.000	75	16.808.994	224.120	4.8%
250.001 a 300.000	69	19.206.399	278.354	4.4%
300.001 a 350.000	59	19.031.254	322.564	3.8%
350.001 a 400.000	57	21.291.553	373.536	3.6%
400.001 a 500.000	79	35.255.273	446.269	5.0%
500.001 a 1.000.000	202	145.420.257	719.902	12.9%
1.000.001 a 2.000.000	133	186.661.749	1.403.472	8.5%
2.000.001 a 5.000.000	64	186.501.979	2.914.093	4.1%
> 5.000.000	27	210.530.640	2.797.431	1.7%
	1.566	914.080.464	583.704	100.0%

$$E(Z) = 583.704$$

$$E(Y) = \frac{1.566}{15.488} = 10,1\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121)\ x\ 0{,}101\ x\ 583.704 \quad \approx \quad 56.032$$

O valor deste prémio, naturalmente menor que o correspondente à franquia de 2%, permitiria à companhia de seguros "B" negociar a cobertura deste risco com uma capacidade de concessão de desconto que poderia atingir, sensivelmente, 18.3%.

É o que resulta de:

$$1 - \left(\frac{56.032}{68.618}\right) \approx 18.3\%$$

IV.7.4 Franquia de 10%

Continuando, tal como nos exemplos anteriores, a contemplar apenas a cobertura de *danos próprios*, agora para um valor de franquia igual a 10%, encontraríamos os valores que espelhamos no quadro 19.

Quadro 19 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 10%

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	174	4.263.143	24.501	14.3%
50.001 a 100.000	178	13.546.146	76.102	14.6%
100.001 a 150.000	112	13.913.305	124.226	9.2%
150.001 a 200.000	91	15.831.214	173.969	7.5%
200.001 a 250.000	70	15.652.655	223.609	5.7%
250.001 a 300.000	71	19.384.881	273.026	5.8%
300.001 a 350.000	37	11.955.565	323.123	3.0%
350.001 a 400.000	47	17.690.696	376.398	3.9%
400.001 a 500.000	58	25.917.873	446.860	4.8%
500.001 a 1.000.000	185	133.961.911	724.118	15.2%
1.000.001 a 2.000.000	115	164.046.804	1.426.494	9.4%
2.000.001 a 5.000.000	53	154.246.119	2.910.304	4.4%
> 5.000.000	27	202.601.640	7.503.764	2.2%
	1.218	793.011.952	651.077	100.0%

$$E(Z) = 651.077$$

$$E(Y) = \frac{1.218}{15.488} = 7.9\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121)\ x\ 0{,}079\ x\ 651.077 \quad \approx \quad 48.885$$

Encontramos de novo, como era previsível, um prémio de valor inferior ao do nível de franquia inicial e que possibilitará à companhia "B", nas condições aqui estudadas, diminuir os seus prémios em cerca de 28.8%, a seguir justificado:

$$1-\left(\frac{48.885}{68.618}\right)=28.8\%$$

Racionalmente, seria de esperar encontrar o que, de facto, encontramos, isto é, que a possibilidade de um maior desconto no prémio anda associada ao maior valor da franquia.

Tendo em conta que estamos a estudar dois tipos diferentes de abordagem do mercado por parte destas duas companhias, pensamos ser interessante apresentar para a companhia "B", no quadro 20, tal como fizemos no quadro 15 para a companhia "A", a evolução das franquias *versus* valor esperado de Y.

Quadro 20 – Franquias *versus* Valor Esperado de Y

Franquia	$E(Y)$
2%	13.7%
4%	11.8%
6%	10.1%
10%	7.9%

Conclusão semelhante à retirada para a companhia de seguros "A" poderá ser extraída para esta outra companhia. Multiplicar, por cinco, o valor da franquia permite baixar em cerca de 42% o valor esperado de Y.

Parece-nos, no entanto, importante, efectuar um outro tipo de confronto. Veja-se, para isso, o quadro 21.

Quadro 21 – Equiparação de Patamares entre as Companhias "A" e "B"

	50 cts	2%	125 cts	4%	150 cts	6%	200 cts	10%
Sinistros	2.675	2.120	1.874	1.829	1.637	1.566	1.458	1.218
"Peso"	*14.07%*	*13.69%*	*9.86%*	*11.81%*	*8.61%*	*10.11%*	*7.67%*	*7.86%*
Carteira	19.006	15.488	19.006	15.488	19.006	15.488	19.006	15.488

Considerando equivalentes os quatro patamares estudados, isto é, 50cts/2%, 125 cts/4%, 150 cts/6% e 200 cts/10%, parece-nos ser possível afirmar que a política seguida pela companhia "A" é mais conseguida. Exceptuando o primeiro patamar, todos os restantes "*pesos*" diminuem quando confrontados com os "*pesos*" da companhia "B", o que significa que menos sinistros, em termos relativos, são participados à companhia "A". Daqui resulta que trabalhará menos participações de sinistros e, consequentemente, pagará menos indemnizações. Diminuirá, obviamente, todo o trabalho burocrático ligado à abertura de processos de sinistros com as vantagens, em termos de custos e de disponibilização de mão-de-obra, daí inerentes.

IV.8 A Influência da Franquia na Probabilidade de Acidente

O que apresentamos até aqui, não evidencia qualquer influência das franquias na probabilidade de diminuição de acidentes. Contudo, é de supor que essa influência existe.

Não havendo possibilidade de medir, em concreto, a influência que as franquias (e o desconto que lhes está associado no prémio), poderão ter na diminuição da probabilidade de acidentes de viação, seria redutor neste trabalho a não contemplação, ainda que simulada, dessa possibilidade.

Conscientes dessa dificuldade e ainda que saibamos que não iremos apresentar mais do que uma simulação, seguiremos um caminho que presumirá um agravamento de 15%[38] no prémio a suportar pelo segurado, sempre que participe um acidente.

O nosso pressuposto é o de que não haverá participações de sinistros desde que o agravamento referido seja superior ao custo da reparação. Será esta a nossa "medida" da diminuição da probabilidade de ocorrência de acidentes.

Os quadros de que, a seguir, nos serviremos, contemplarão os novos valores para cada uma das franquias utilizadas anteriormente e permitir-nos-ão efectuar o seu confronto com aqueles que resultarão desta "realidade simulada".

IV.8.1 Franquia de 2% - Sinistros cujo custo é superior a 15%

Quadro 22 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 2%

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	216	6.118.408	28.326	10.5%
50.001 a 100.000	264	19.699.259	74.618	12.9%
100.001 a 150.000	374	47.634.102	127.364	18.2%
150.001 a 200.000	195	35.475.157	181.924	9.5%
200.001 a 250.000	197	42.216.907	214.299	9.6%
250.001 a 300.000	75	20.666.340	275.551	3.7%
300.001 a 350.000	74	24.158.849	326.471	3.6%
350.001 a 400.000	60	22.477.434	374.624	2.9%
400.001 a 500.000	103	46.423.718	450.716	5.0%
500.001 a 1.000.000	245	173.448.630	707.954	11.9%
1.000.001 a 2.000.000	142	195.631.759	1.377.688	6.9%
2.000.001 a 5.000.000	80	223.622.012	2.795.275	3.9%
> 5.000.000	29	227.796.197	7.855.041	1.4%
	2.054	1.085.368.769	528.417	100.0%

[38] Valor do agravamento, em caso de participação de sinistro com responsabilidade, para a companhia "B" e que consideraremos como representativo de todo o mercado segurador.

$$E(Z) = 528.417$$

$$E(Y) = \frac{2.054}{15.488} = 13.3\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121)\ x\ 0{,}133\ x\ 528.417 \quad \approx \quad 66.795$$

IV.8.2 Franquia de 4% - Sinistros cujo custo é superior a 15%

Quadro 23 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 4%

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	256	6.150.859	24.027	14.6%
50.001 a 100.000	226	16.755.277	74.138	12.9%
100.001 a 150.000	249	30.504.158	122.507	14.2%
150.001 a 200.000	201	35.174.487	174.997	11.4%
200.001 a 250.000	83	18.500.020	222.892	4.7%
250.001 a 300.000	73	19.964.775	273.490	4.2%
300.001 a 350.000	70	22.677.338	323.962	4.0%
350.001 a 400.000	58	21.757.089	375.122	3.3%
400.001 a 500.000	95	42.668.352	449.141	5.4%
500.001 a 1.000.000	208	149.344.597	718.003	11.8%
1.000.001 a 2.000.000	143	200.329.829	1.400.908	8.1%
2.000.001 a 5.000.000	67	193.855.637	2.893.368	3.8%
> 5.000.000	28	218.682.697	7.810.096	1.6%
	1.757	976.365.114	555.700	100.0%

$$E(Z) = 555.700$$

$$E(Y) = \frac{1.757}{15.488} = 11.3\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121)\ x\ 0{,}113\ x\ 555.700 \approx 59.681$$

IV.8.3 Franquia de 6% - Sinistros cujo custo é superior a 15%

Quadro 24 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 6%

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	227	5.579.206	24.578	14.9%
50.001 a 100.000	220	16.969.600	77.135	14.5%
100.001 a 150.000	193	23.764.090	123.130	12.7%
150.001 a 200.000	134	23.403.219	174.651	8.8%
200.001 a 250.000	67	15.059.795	224.773	4.4%
250.001 a 300.000	71	19.624.978	276.408	4.7%
300.001 a 350.000	59	18.958.058	321.323	3.9%
350.001 a 400.000	52	19.284.782	370.861	3.4%
400.001 a 500.000	78	34.633.650	444.021	5.1%
500.001 a 1.000.000	198	141.869.595	716.513	13.0%
1.000.001 a 2.000.000	132	183.672.825	1.391.461	8.7%
2.000.001 a 5.000.000	64	185.248.635	2.894.510	4.2%
> 5.000.000	27	209.638.767	7.764.399	1.8%
	1.522	897.707.198	589.821	100.0%

$$E(Z) = 589.821$$

$$E(Y) = \frac{1.522}{15.488} = 9.8\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121)\ x\ 0{,}098\ x\ 589.821 \approx 54.937$$

IV.8.4 Franquia de 10% - Sinistros cujo custo é superior a 15%

Quadro 25 – Sinistros, Custos e Frequências Relativas Para Uma Franquia de 10%

(valores em escudos)

Classes De Custos	Quantidade de Sinistros	Custos por Classes	Custos Médios	Frequências Relativas
0 a 50.000	176	4.330.837	24.607	14.7%
50.001 a 100.000	164	12.332.548	75.198	13.7%
100.001 a 150.000	111	13.660.332	123.066	9.3%
150.001 a 200.000	92	16.020.366	174.134	7.7%
200.001 a 250.000	69	15.338.909	222.303	5.8%
250.001 a 300.000	66	17.960.251	272.125	5.5%
300.001 a 350.000	38	12.359.085	325.239	3.2%
350.001 a 400.000	48	18.059.505	376.240	4.0%
400.001 a 500.000	55	24.694.263	448.987	4.6%
500.001 a 1.000.000	187	136.516.598	730.035	15.7%
1.000.001 a 2.000.000	111	161.496.501	1.454.923	9.3%
2.000.001 a 5.000.000	50	147.321.245	2.946.425	4.2%
> 5.000.000	27	201.709.767	7.470.732	2.3%
	1.194	781.800.204	654.774	100.0%

$$E(Z) = 654.774$$

$$E(Y) = \frac{1.194}{15.488} = 7.7\%$$

$$P = 0{,}979404\ (0{,}60 + 0{,}22x0{,}959233 + 0{,}08x0{,}920127 + 0{,}05x0{,}882616 +$$

$$+\ 0{,}03x0{,}846634 + 0{,}02x0{,}812121)\ x\ 0{,}077\ x\ 654.774 \approx 47.918$$

O Quadro 26 resume, para as companhias cuja postura de mercado é semelhante à da companhia "B", a variação de sinistros provocada pela influência da franquia no número de acidentes.

Quadro 26 – Influência da Franquia na Variação de Acidentes

2%			4%		
Antes	Depois	Var.%	Antes	Depois	Var.%
2.120	2.054	3.11	1.829	1.757	3.94

6%			10%		
Antes	Depois	Var.%	Antes	Depois	Var.%
1.566	1.522	2.81	1.218	1.194	1.97

Parece-nos ser possível afirmar que este nível de agravamento do valor do prémio não será suficiente para impedir, na quantidade desejada, uma variação significativa do número de acidentes.

Repare-se que, para uma carteira de 15.488 viaturas e para um ano de estudo, a diminuição absoluta é de, apenas, 206 acidentes, isto é, pouco mais de 1,3% das viaturas expostas ao risco

Numa antecipação às conclusões deste trabalho, diremos que aquele agravamento não se mostra dissuasor de comportamentos menos cuidadosos.

V. CONCLUSÕES

V.I OBJECTIVOS

Pretendia-se com este trabalho analisar o impacto provocado pela inclusão de franquias no valor dos prémios dos contratos de seguros. Sendo variadíssimos os ramos onde esta situação podia ser testada, a escolha do ramo automóvel não foi uma escolha inocente.

Trata-se de um ramo de difícil tarifação, de constantes prejuízos técnicos, segundo as informações publicitadas pelas companhias de seguros, e onde, por norma, as franquias estão ligadas a posturas comportamentais. Este facto possibilitou-nos abordar, com algum cuidado, algumas influências menos controladas pelas seguradoras e que, de forma directa, influenciam o valor do prémio.

Começamos por, no primeiro capítulo, falar sobre as razões que levam as pessoas a sentir necessidade de segurança e da forma como, individualmente, reagem face a essa necessidade; ora valorizando-a, ora desvalorizando-a ou, nalguns casos, nem se apercebendo dela.

Descrevemos as funções do seguro tentando individualizar as componentes social e económica, qualquer delas de extrema importância no respectivo campo de actuação. Relativamente à parte económica referimos os elementos disponíveis que retratam a importância da indústria de seguros na economia do nosso País, não deixando de relevar a sua importância no relacionamento externo.

No segundo capítulo, e aproveitando algumas questões que a explanação do primeiro suscitou, abordamos o problema da incerteza e do valor da informação. Informação que, sendo assimétrica, tornará muito difícil, quiçá impossível, o encontrar da melhor escolha. Sobre este tema elaboramos uma breve revisão da literatura que nos permitiu conhecer o pensamento de vários autores.

Exemplificamos, recorrendo sempre que possível a situações de aplicação prática aos seguros, e confrontamos alguns comportamentos de indivíduos que se posicionam de maneira diversificada face ao risco. Realçamos a importância do conceito de utilidade na escolha de alternativas disponíveis, ainda que proporcionadora de ganhos materiais diferentes.

Este facto permitiu-nos analisar as diferentes sensibilidades ao risco que, a nosso ver e a par dos referidos comportamentos, poderá ser uma outra razão para a procura do seguro.

Ligamos o risco ao seguro, enfatizando as consequências da existência de risco moral, quer ao nível da cobertura adequada, quer quanto à partilha de responsabilidade entre companhia de seguros e segurado. Falamos no aproveitamento dos "sinais" enquanto "indicadores" dos valores a cobrar pelas companhias e concluímos que, na ausência de histórico sobre o comportamento de um risco, a seguradora terá de valorar estes "sinais".

Interpretamos a abordagem de Hal R. Varian, no concernente à procura do seguro, para questionar o tipo de cobertura que deverá efectuar o segurado, perfeito conhecedor da existência de riscos, e que comportamento deverá esperar-se das companhias de seguros. Concluímos que não deverão existir coberturas completas por pensarmos que essa circunstância seria um convite à despreocupação, certamente prejudicial para a sociedade.

Dedicamos o terceiro capítulo a algumas noções estatísticas e de probabilidades que nos permitiram, depois, executar a componente empírica do nosso trabalho. Por recurso, uma vez mais, a exemplos práticos, descrevemos os conceitos necessários à compreensão do cálculo das variáveis a incluir no estudo dos casos práticos, nomeadamente, os de valor esperado, custo médio e frequências relativas.

No capítulo quarto, que dedicamos ao estudo e apresentação dos casos empíricos, encontramos o que esperávamos, pois concluímos que o número de acidentes participados diminui com o aumento do valor da franquia, de consequências directas ao nível dos custos por classes, dos custos médios e das frequências relativas. A comparação efectuada entre as duas formas de estar no mercado permitiu-nos afirmar que a companhia "A" estaria melhor que a companhia "B", no sentido de que trataria nenos participações de sinistros e suportaria menos custos.

Embora limitados ao estudo de carteiras de apenas duas seguradoras, será possível concluir que, ou por vontade própria do segurado na escolha do nível de franquia, ou por imposição da companhia de seguros, o número de acidentes participado é menor à medida que aumenta o valor da comparticipação pessoal. Se isto corresponder à ausência de sinistros ou, pelo menos, a uma menor frequência de realização, será de promover, não adulterando os seus objectivos, o aumento personalizado das franquias. Como vimos antes, o actual valor a suportar como primeiro agravamento não faz baixar significativamente o número de acidentes.

V.II PERSPECTIVAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Qualquer trabalho, mesmo que exaustivamente elaborado, acaba por deixar nos seus autores uma certa insatisfação. Este, provocou-nos exactamente esse sentimento.

Trabalhos futuros sobre esta temática deverão, a nosso ver, passar por:

- abarcar um maior número de seguradoras;
- contemplar uma amostra ainda mais significativa, quer em quantidade de contratos sujeitos ao risco, quer em maturidade desses contratos;
- estudar o comportamento do condutor e não, apenas, do contrato (isto porque o mesmo condutor pode conduzir vários veículos e, limitando-se o estudo a um contrato, o que se analisa é o histórico do veículo garantido e não o da pessoa que o conduz).

V.III CONCLUSÃO

O conceito de franquia, ao significar que até ao seu montante o segurado garante-se a si próprio, deverá merecer outro tipo de leitura. Aquela que deriva do comportamento das pessoas enquanto consumidores e componentes de um todo mais alargado que é a sociedade.

Ao longo deste trabalho ficou-nos a convicção de que seria mais favorável, não a imposição de valores tabelados por parte das companhias de seguros, que a todos afectam por igual, mas a possibilidade de cada um valorar o seu próprio nível de cobertura.

Seria um "sinal" do comportamento esperado desse consumidor que, porventura mais pesado administrativamente, traria maior lisura ao mercado dos seguros.

BIBLIOGRAFIA

ADAM, JOSEPH (1977) – Elementos de la Teoria Matematica de los Seguros, 1977, Madrid, Editorial Mapfre.

AGHION, P., DEWATRIPONT e REY, P. (1994) – Renegotiation Design with Unverifiable Information. *Econometrica* 62: 257-82.

AKERLOF, G. (1970) – The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism. *Quartely Journal of Economics* 89: 488-500.

ANAND, PAUL (1993) – Fundations of Rational Choice Under Risk, Oxford, Clarendon Press.

APS (1998) – Legislação de Seguros, Lisboa: Associação Portuguesa de Seguradores.

ARROW, KENNETH J. (1951) – *Social Choice and Individual Values*, Edição Revista (1963), New York: Yale University Press.

ARZE, JOSE ROBERTO (1994) – Elementos Basicos del Seguro, Bolivia, La Paz, Superintendencia Nacional de Seguros y Reaseguros.

ARROW, K.J. (1970) – Essays in the Theory of Risk-Bearing. *Microeconomics*, vol. 63 nº. 2. Chicago

ASSOCIATION DE GENÈVE (1981) – The Geneva Papers on Risk and Insurance, Les Cahiers de Genève nº. 19, Paris: Editions Dalloz.

ATKINSON, A. B. (1987) – Income Maintenance and Social Insurance. *Handbook of Public Economics, vol II*: 779-889.

BAKER, G., JENSEN, M. e MURPHY K. (1988) – Compensation and Incentives: Pratice vs. Theory. Journal of Finance 43: 593-616.

BALDANI, JEFFREY e BRADFIELD, JAMES e TURNER, ROBERT (1996) – Mathematical Economics, Orlando: Harcourt Brace & Company.

BASTIN, JEAN (1994) – O Seguro de Crédito, Lisboa: Companhia de Seguros de Crédito (COSEC).

BATOR, FRANCIS M. (1957) – "The Simple Analytics of Welfare Maximization", *American Economic Review*, vol. 47, Março. 1957, pp. 22-59.

BEBCZUK, RICARDO N. (2000) – Informação Asimétrica en Mercados Financeiros, Cambridge: Cambridge University Press.

BENABOU, R. e LAROQUE G. (1992) – Using Privileged Information to Manipulate Markets: Insiders, Gurus, and Credibility. *Quartely Journal of Economics* 107: 921-58.

BENTHAM, JEREMY. (1789) – *An Introduction to the Principles of Moral and Legislation*, 1907, Oxford: Clarendon Press.

BERGSON, A. (1938) – "A Reformulation of Certains Aspects of Welfare Economics", *Quartely Journal of Economics*, 52, Fevereiro. 1938, pp. 310-34.

CAILLAUD, B., GUESNERIE R. e REY P. (1992) – Noisy Observation in Adverse Selection Models, *Review of Economic Studies* 59: 595-615.

CARDOSO, LUÍS (1999) – Gestão Estratégica das Organizações (4ª. Edição), Lisboa, Editorial Verbo.

CEFOS (1990/91) – Teoria Geral de Seguros, Porto, Centro de Formação de Seguros.

CENTENO, L. (1997) – *Teoria do Risco*, Cemapre, nº. 9/TA, 3ª. Edição. Instituto Superior de Economia e Gestão.

CHACHOLIADES, MILTIADES (1986) – Microeconomics, New York: Macmilian Publishing Company.

CHO, I. K. e KREPS, D. (1987) – Signaling Games and Stable Equilibria. *Quartely Journal of Economics* 102: 179-221.

COASE, RONALD H. (1960) – "The Problem of Social Cost", *Journal of Law and Economics*, 3, pp. 1-44.

FERNANDES, PAULA MAIA (1995) – O Novo Regime Segurador, Lisboa: Texto Editora.

FRANK, ROBERT H. (1995) – Microeconomia e Comportamento, Tradução de Fernando Neves de Almeida, Lisboa: McGraw-Hill.

FUDENBERG, D. e TIROLE, J. (1991) – *Game Theory*. Cambridge: MIT Press.

GABUS, A. e HAGEMAN, S. (1980) – *Marge de Solvabilité et Egalité des Chances pour acceder aux Marchés de L'Assurance Non-Vie, Solvency Margin and Competition*, 1980, Études et Dossiers Nr. 38, Genève: Association Internationale pour l'Étude de l'Economie de l'Assurance.

GJESDAL, F. (1982) – Information and Incentives: The Agency Information Problem. *Review of Economic Studies* 49: 373-90.

GOLLIER, CHRISTIAN e SCHLESINGER, HARRIS (1995) – Second-Best Insurance Contract Design in an Incomplete Market, *Scand. Journal of Economics* 97(1): 123-135.

GOWLAND DAVID e PATERSON ANNE (1993) – Microeconomic Analysis – A Modern Introduction, Cambridge, Harvester Wheatsheaf. .

HARRIS, M. e RAVIV, A. (1976) – Optimal Incentive Contracts with Imperfect Information. Working Paper 70-75-76, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University, Abril 1976 (revista em Dezembro de 1977).

HICKS, J. R. (1939) – "The Foundations of Welfare Economics", *Economic Journal*, vol. 49, Dezembro. 1939, pp. 696-712.

HOLMSTROM, B. (1977) – On Incentives and Control in Organisations. Unpublished Ph.D. dissertation, Graduate School of Business, Stanford University, 1977.

HÖLMSTROM, B. (1979) – Moral Hazard and Observability. *Bell Journal of Economics* 10: 74-91.

HOLMSTROM, B. (1982) – Moral Hazard in Teams. *Bell Journal of Economics* 13: 324-40.

ISP (1998) – Estatísticas de Seguros (1996), Lisboa: Instituto de Seguros de Portugal.

ISP (1998) – O Seguro em Portugal, O Mercado, Lisboa: Instituto de Seguros de Portugal.

ISP (1998) – O Seguro em Portugal, As Empresas, Lisboa: Instituto de Seguros de Portugal.

ISP (1998) – O Seguro em Portugal, A Mediação, Lisboa: Instituto de Seguros de Portugal.

KALDOR, N. (1939) – "Welfare Propositions of Economics and Inter-personal Comparisons of Utility", *Economic Journal*, vol. 49, Setembro, 1939, pp. 549-552.

KOPLIN, H. T. (1971) – *Microeconomic Analysis : Welfare and Efficiency in Private and Public Sectors*, New York: Harper and Row.

L'ARGUS (1994) – Gestion et Analyse Financière, Colecção Assurances, Paris : L'Argus.

LAFFONT, J. e MATOUSSI, M. S. (1995) – Moral Hazard, Financial Constraints and Sharecropping in El Oulja. *Review of Economic Studies* 62: 381-99.

MADDALA, G. S. e MILLER ELLEN (1989) – Microeconomics, Theory and Applications, Singapore: McGraw-Hill.

MARTIMORT, D. (1992) – Multi-Principaux avec Sélection Adverse, *Annales d'Economie et de Statistique* 28 : 1-38.

MASKIN, E. e TIROLE, J. (1990) – The Principal-Agent Relationship with na Informed Principal, I: Private Values. *Econometrica* 58: 379-409.

MASKIN, E. e TIROLE, J. (1992) – The Principal-Agent Relationship with na Informed Principal, II: Common Values. *Econometrica* 60: 1-42.

MELUMAD, N. e REICHELSTEIN (1989) – The Value of Communication in Agencies. *Journal of Economic Theory* 18: 296-307.

MILBRODT, HARTMUT e STRACKE, ANDREA (1997) – "Markov models and Thiele's integral equations for the prospective reserve", *Insurance Mathematics & Economics*, 19, pp.187-235.

MIRRLEES, J. (1976) – The Optimal Structure of Incentives and Authority within an Organisation. *The Bell Journal of Economics*, vol. 7, nº. 1: pp 105-31.

MIRRLEES, J. (1986) – The Theory of Optimal Taxation. In *Handbooh of Mathematical Economics*, vol. 3, K. Arrow and M. Intriligator, eds. Amsterdam: North-Holland.

MORE, RAMON E. (1979) – Methods and Applications of Interval Analysis, Segunda edição (1995), Philadelphia: SIAM.

MOSSIN, J. (1968) – Aspects of Rational Insurance Purchasing. Journal of Political Economy, vol. 76: pp. 553-68.

OCDE (1995) – Le Contrôle de la Solvabilité de L'Assurance, Paris: Organisation de Coopération et de Développement Économiques.

PUDNEY, S. (1989) – *Modelling Individual Choice: the Econometrics of Corners, Kings and Holes*, Oxford; Basil Blackwell.

REIS, ELISABETH e MELO, PAULO e ANDRADE, ROSA e CALAPEZ, TERESA (1999) – Lisboa: Edições Sílabo.

ROCHA, ARMANDINO e OLIVEIRA, F. HENRIQUES (1980) – Princípios do Seguro, Porto: Edições Figueirinhas.

ROSS, S. (1973) – The Economic Theory of Agency: The Principal's Problem. American Economic Review 63: 134-39.

ROTHSCHILD, M. e STIGLITZ J. (1976) – Equilibrium in Competitive Insurance Markets. Quartely Journal of Economics 90: 629-49.

RUBINSTEIN, A. e YAARI, M. (1983) – Insurance and Moral Hazard. *Journal of Economic Theory* 14: 441-52.

SALANIÉ, BERNARD (1990) – The Economics of Contracts, London: MIT Press.

SALANIÈ, BERNARD (1990) – Sélection Adverse et Aversion pour le Risque. Annales d'Economie et de Statistique 18: 131-49.

SAMUELSON, PAUL A. (1973) – *Economics*, 9th edition, New York: Mc Graw Hill Book Company (tr. pt. de Adelaide G. de Carvalho Ferreira, *Economia*, 4ª. edição, Lisboa: Mc Graw Hill de Portugal, 1980).

SAMUELSON, PAUL A. e NORDHAUS WILLIAM D. (1985) – *Economics*, 12th edition, New York: Mc Graw Hill Book Company (tr. pt. de Manuel F. C. Mira Godinho, *Economia*, 12ª. edição, Lisboa: Mc Graw Hill de Portugal, 1988).

SCITOVSZKY, T. (1941) – "A Note on Welfare Propositions in Economics", *Review of Economic Studies*, Novembro. 1941, pp. 77-88.

SILVA, CARLOS PEREIRA (1993) – Introdução às Técnicas e Operações Financeiras nos Seguros, Porto: Edições ASA.

SMITH, A. D. (1996) – "How Actuaries can use Financial Economics", *Institute of Actuaries*, B. A .J. 2, V, 1996, pp. 1193-1996.

SPENCE, M. e ZECKHAUSER, R. (1971) – Insurance, Information and Individual Action. *American Review Proc.* 61: 380-87.

SPENCE, M. (1973) – Job Market Signaling. *Quartely Journal of Economics* 87: 355-74.

STEELE, J. T. (1996) – Introduction to Insurance (Second Edition), London, Pitman Publishing.

STIGLITZ, J. E. (1977) – Monopoly, Nonlinear Pricing, and Imperfect Information: The Insurance Market. *Review of Economic Studies* 44: 407-30.

STIGLITZ, J. E. (1987) – Pareto Efficient and Optimal Taxation and the New Welfare Economics. *Handbook of Public Economics, vol II*: 991-1039.

VARIAN, HAL R. (1978) – Microeconomic Analysis, 3ª. edição (1992), New York: W.W. Norton & Company.

VARIAN, HAL R. (1989) – A Solution to the Problem of Externalities when the Agents are Well-Informed, Technical Report, University of Michigan, Ann Arbor.

VARIAN, HAL R. (1990) – Intermediate Microeconomics – A Modern Approach, 2ª. edição, New York: W.W. Norton & Company.

VICKREY, WILLIAM (1954) – "Measuring Marginal Utility by Reactions to Risk", *Econometrica*, 13, pp. 215-36, em Richard Arnott, Kenneth Arrow, Anthony Atkinson e Jacques Dreze (eds.), *Public Economics*, 1994, Cambridge: Cambridge University Press.

WILLIAMSON, O. (1975) – Transaction Cost Economics. *Handbook of Industrial Organization*, vol 1. Amsterdam: North-Holland.

WILSON, C. (1977) – A Model of Insurance Markets with Incomplete Information. *Journal of Econonic Theory* 16: 167-207.

TABELA DE QUADROS E FIGURAS

ÍNDICE