O CONHECIMENTO GEOMÉTRICO DE FUTUROS PROFESSORES DO ENSINO BÁSICO: UMA BREVE CARACTERIZAÇÃO

Angela Couto

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto

angel@ese.ipp.pt

Isabel Vale

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo

isabel.vale@ese.ipvc.pt

Resumo

Este texto tem por base uma investigação, ainda em curso, cujo principal objetivo é identificar e compreender quais as principais dificuldades de futuros professores de matemática do ensino básico, ao nível dos seus conhecimentos em Geometria, no contexto da unidade curricular de Geometria durante a sua licenciatura. Optou-se por uma abordagem qualitativa na modalidade de estudo de caso, sendo a recolha de dados feita através de observações, entrevistas, realização de um conjunto diversificado de tarefas, de um teste diagnóstico e outros documentos. A presente comunicação debruça-se no Teste efetuado aos futuros professores no início da unidade curricular. A análise preliminar dos dados aponta para um fraco desempenho dos futuros professores nas questões do Teste que abordam conhecimentos elementares de Geometria.

Palavras-chave: conceitos elementares em Geometria, conhecimento geométrico e formação inicial de professores.

Introdução

A permanente constatação da ausência de conceitos básicos estruturantes nos alunos que ingressam e continuam a ingressar, desde 2007/08, nos cursos da Licenciatura em Educação Básica (LEB), abriram caminho à pretensão de investigar de que forma é que o ensino da matemática pode proporcionar não apenas a aprendizagem da matemática mas também uma aprendizagem sobre a matemática. Queremos compreender o modo como desenvolver, nos estudantes da LEB, uma sólida formação matemática e didática bem como uma atitude mais positiva em relação à matemática e às suas capacidades em Geometria. Pretendemos que estes estudantes, na sua atividade docente, sejam capazes de despertar nos seus alunos o gosto pela matemática e consequentemente torná-los mais aptos em matemática.

As diferentes recomendações e orientações curriculares, a nível nacional e internacional (e. g. PMEB, DGIDC, NCTM), em relação à Geometria do 1º e 2º ciclo, pressupõem que os futuros professores dominem esses conhecimentos. Por isso, decidimos, num contexto natural de sala de aula, procurar identificar e compreender como se relacionam os futuros professores ao nível das suas perceções e conhecimento de conteúdos em relação à Geometria.

A formação inicial de professores

A formação de professores tem sido um campo de investigação, sobretudo a partir dos anos 90. Desde então a investigação sobre a formação inicial de professores tem sido enorme, existindo um volume muito significativo sobre o conhecimento que os futuros professores desenvolvem para ensinar (Ponte & Chapman, 2008). Muitos desses estudos não consideram "as perspetivas dos futuros professores sobre o que estão a aprender, assim como não explicam o desenvolvimento de tal conhecimento, levando em conta as suas experiências passadas e presentes" (Oliveira & Hannula, 2008, p. 16). Vários formadores de professores (e. g. Ball, Bass, Sleep & Thames, 2007; Bullough & Gittlin, 2001; Korthagen, Kessels, Koster, Lagerwerf & Wubbels, 2001, Loughran, 2006; Ma, 2009; Segal, 2002; Shulman, 1986) abordaram questões sobre o professor e a formação de professores. No entanto, por diversas razões, estes contributos têm falhado na resposta a alguns dos dilemas que ainda hoje persistem na formação de professores.

Uma das finalidades da formação inicial de professores é desenvolver os conhecimentos e competências práticas nos professores, não só para que venham a reproduzi-las, mas, sobretudo, para que as suas práticas sejam mais dinâmicas, interativas e reflexivas (Vale, 2002). Esta ideia vai de encontro às ideias de Shulman (1986) quando em relação à formação de professores refere que os investigadores em educação têm como tarefa compreender os fenómenos que lhe estão inerentes, aprender como melhorar a sua implementação e descobrir maneiras de preparar e formar educadores e professores. Vários investigadores realçam a importância de proporcionar aos professores, durante a sua formação, experiências que aumentem os seus conhecimentos de matemática e sobre a matemática (e. g. Ball et al., 2007, Ma, 2009). Contudo o desenvolvimento do conhecimento necessário ao exercício da profissão de professor compreende diferentes componentes que, nos últimos anos têm vindo a ser descritas de várias formas, não se distanciando muito do modelo sobre o conhecimento do professor de Shulman (1986).

Na década de sessenta a investigação mostra que o conhecimento e a pedagogia são partes indissociáveis da compreensão (Shulman, 1986). Atualmente é consensual que para ensinar matemática é necessário desenvolver conhecimentos matemáticos e conhecimentos sobre a matemática, assim como conhecimento sobre como ensinar, tanto na vertente didática como pedagógica. Ma (2009) afirma que "um conhecimento limitado da matéria restringe a capacidade de um professor promover uma aprendizagem conceptual entre os alunos" (p. 83). Diz ainda que nos professores "o seu conhecimento pedagógico não pode compensar a ignorância do conceito" (Ma, 2009, p. 135).

Isto leva-nos a refletir se temos dado os passos certos na formação inicial dos nossos professores do ensino básico. Para Ponte (2006) são muitas as críticas à formação de professores e, na nossa sociedade, apercebemo-nos de que parece existir uma grande desconfiança em relação à qualidade da formação inicial de professores, havendo alguns que consideram que tudo o que se faz neste campo só contribui para agravar os problemas da educação. Mas o atual modelo de formação de professores, segundo Bolonha, veio alterar profundamente o peso das unidades curriculares de matemática. Muitos dos cursos de formação de professores do ensino básico das variantes tinham, exceto o da variante de Matemática e Ciências, apenas, 120 horas de Matemática, deveras insuficiente para se colmatarem as falhas que os candidatos a professores traziam do ensino básico e secundário. Contudo, o novo modelo de acordo com o processo de Bolonha acarreta outro problema ao fazer uma formação de base de banda larga, permitindo que candidatos com várias preparações tenham acesso à formação como futuros professores do ensino básico. Muitos deles provêm de humanidades, tendo consequentemente reduzida preparação matemática e/ou sem aproveitamento nas disciplinas de matemática.

A aprendizagem da matemática "é como um edifício de vários andares. Os alicerces podem ser invisíveis a partir dos pisos superiores, mas são eles que os sustentam e fazem com que o conjunto de pisos forme um todo coerente" (Ma, 2009, p. 205). Enquanto formadores é difícil diagnosticarmos qual ou quais os alicerces que faltam aos alunos. Os alunos temem dar a conhecer as suas debilidades científicas pensando que com mais conhecimento podem colmatar essas falhas. É como se resolvêssemos acrescentar mais um ou dois pisos a um edifício projetado para dois andares, sem reforçarmos os seus alicerces, o que indubitavelmente conduziria ao seu colapso. Por isso, é fundamental que os futuros professores tenham os conceitos básicos (os alicerces) muito bem compreendidos para que possam ser capazes de compreender outros mais complexos (os pisos superiores) ou desmontar todo o edifício e reconstrui-lo de novo.

Existe um objetivo que nos parece consensual na formação de professores que é "desenvolver a capacidade reflexiva dos futuros professores de forma a contribuir para a sua formação como profissionais responsáveis, autónomos e eticamente exigentes, capazes de refletirem eficazmente sobre a sua prática pedagógica" (Oliveira & Cyrino, 2011, p. 111). Poderemos então dizer que, para além de outras capacidades, um bom professor tem de ter um conhecimento matemático e didático que lhe permita identificar: o que pode ensinar, como o pode fazer e o que o aluno é capaz de aprender.

Ensinar e aprender Geometria

O nosso sistema de ensino deixa o aluno progredir sem ter tido sucesso a matemática, sem ter assimilado conceitos elementares estruturantes, em particular no campo da Geometria. As orientações anteriores para a matemática escolar davam pouca visibilidade à Geometria, tendo sido recuperada a sua importância no recente PMEB. Isso mesmo comprova Veloso (2008) quando exclama: "Como é possível andar durante 9 anos a olhar para cilindros e cones sem nunca imaginarmos cortá-los por um plano e ver o que dá?!!" (p. 19). Não é, por isso, de estranhar as dificuldades com que se depara o ensino da Geometria. O PMEB assume que, ao longo dos três ciclos, o ensino e a aprendizagem da matemática se desenvolve em quatro pilares fundamentais: o trabalho com números e operações, o desenvolvimento do pensamento geométrico e do pensamento algébrico e o trabalho com dados. Recuperada alguma da importância que a Geometria tinha à trinta anos atrás, pareceu-nos pertinente dirigir a nossa investigação para o estudo da aquisição de conceitos geométricos básicos dos futuros professores do 1º e 2º ciclo.

Em relação à Geometria o PMEB dá ênfase particular à visualização e à compreensão de propriedades de figuras geométricas, entendendo o quanto são importantes para o desenvolvimento do sentido espacial do aluno e, também, introduz o estudo das transformações geométricas logo a partir dos primeiros anos, sendo progressivamente alargado e aprofundado nos anos mais avançados. Na perspetiva de Battista (2007) é importante desenvolver, na criança, a capacidade de "ver", analisar e refletir sobre os objetos espaciais e suas imagens. Também para Vale e Barbosa (2009) “ver” é uma componente importante da generalização e deve ser explorada, desde muito cedo, nos jovens estudantes. Sobre o papel da representação visual e sua importância, Arcavi (2003) define “a visualização como a capacidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso e reflexão sobre fotos, diagramas, nas nossas mentes … com o objetivo de representar e comunicar informação, pensar e desenvolver ideias até então desconhecidas e entendimentos avançados” (p. 217). Para além da visualização, a atividade geométrica envolve outros dois processos cognitivos importantes: a construção e o raciocínio (Duval, 1998). O raciocínio consolida-se através das relações que se vão estabelecendo quando se procuram objetos geométricos em determinadas condições. Mas a Matemática em geral e a Geometria em particular não admitem a falta de conceitos básicos onde se apoiam outros mais elaborados. A Geometria é como uma rede de pensamentos e conceitos interligados e de sistemas de representação utilizados para concetualizar e perceber ambientes espaciais físicos e imaginados (Battista, 2007). Se há um ciclo interrompido, temos de saber exatamente o que é que falhou. Esta a ideia, defendida na teoria de van Hiele, surge como uma referência para o ensino da Geometria. É, pois, importante compreendermos o processo construtivo, global e gradual da teoria de van Hiele para o ensino e aprendizagem da Geometria. Esta teoria pressupõe a existência de cinco níveis sequenciais para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Esses níveis são cada vez mais complexos e a evolução do aluno ao longo dos níveis é determinada pelo ensino. Van Hiele considera ainda que o professor tem um papel fulcral no processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos. O professor tem de definir tarefas e atividades adequadas e capazes de proporcionarem, aos alunos, a transição para níveis de pensamento superiores. Para avaliar o nível de desenvolvimento do aluno, o professor necessita de um instrumento que lhe permita avaliar se o aluno progrediu e em que medida o fez. Segundo a teoria de van Hiele a progressão nestes níveis acontece à medida que o aluno desenvolve a sua maturidade geométrica. O pensamento geométrico evolui, gradualmente, começando pelo reconhecimento de figuras, passando pela sua diferenciação até ao surgimento do raciocínio dedutivo. O desenvolvimento do raciocínio geométrico é um importante auxiliar para a resolução de problemas, no quotidiano dos alunos. Contudo a aquisição destas ideias dependem grandemente do professor e do seu conhecimento, o que vai de encontro ao referido por Gomes (2003) quando afirma que o conhecimento do conteúdo do professor é determinante na aprendizagem dos alunos e por Jones (2000) ao defender que o sucesso com o ensino da geometria depende dos conhecimentos e do modo de ensinar do professor.

Tendo em conta as considerações até aqui referidas, decidimos direcionar esta comunicação para a análise do Teste como forma de diagnosticar e caracterizar o conhecimento geométrico dos estudantes no início do seu estudo em Geometria.

O estudo

O estudo, que se encontra em progresso, desenvolve-se no contexto de uma turma do 2º ano da LEB, no início da UC de Geometria no 2º semestre lecionada por uma docente e cuja responsável é a primeira autora deste artigo. A nossa preocupação principal é identificar e compreender as principais dificuldades dos estudantes ao nível da Geometria. Partindo dos conhecimentos prévios que os estudantes trazem do ensino básico e secundário pretendemos identificar possíveis fragilidades para, no decorrer da UC, compreendermos o modo como esse conhecimento vai evoluindo. Para isso, na primeira aula desta UC passamos um Teste aos vinte e quatro alunos da turma que selecionamos para a investigação.

Este estudo decorreu em ambiente natural de sala de aula onde os participantes do estudo foram os alunos da turma, a professora e a investigadora que teve um papel de observadora não participante. A seleção da turma em estudo, de entre quatro, baseou-se sobretudo nos critérios de alunos bons informantes e disponibilidade.

Resultados e discussão

Como já referido, iremos analisar algumas das respostas obtidas em cinco das questões do Teste. Antes, porém, para termos uma ideia global da turma, vamos começar por enquadrar o Teste e analisar sucintamente os resultados obtidos pela turma.

Na primeira aula da UC de Geometria aplicamos o Teste à turma das alunas que irão ser objeto de investigação. Este Teste foi elaborado tendo por base questões adaptadas e retiradas tanto de testes nacionais, provas de aferição do 1º, 2º e 3º ciclos, como internacionais, TIMSS, PISA, assim como do teste de van Hiele. O teste tem vinte e cinco questões e para a sua elaboração tivemos em consideração não só os conhecimentos específicos de alguns dos temas de Geometria (60,5% das perguntas sobre Geometria no plano e 39,5% sobre Geometria no espaço) mas também as capacidades transversais: resolução de problemas, comunicação e raciocínio.

O quadro 1 resume os resultados da turma (%) distribuídos pelos conhecimentos e capacidades transversais. Em 1032 pontos possíveis obtiveram-se apenas 337, ou seja, 32,6% de respostas corretas.

Quadro 1 – Percentagem dos resultados da turma por conhecimentos e capacidades

CONHECIMENTOS E CAPACIDADES			
Conhecimento e compreensão de conceitos e de conhecimentos matemáticos	Raciocínio	Comunicação	Resolução de proble mas
34%	43%	22%	28%

Apesar de poder ser discutível a forma como se agruparam as questões pelos conhecimentos e capacidades, tomamo-la como uma referência para aferirmos o nível de alguns dos conhecimentos elementares a Geometria.

Este primeiro elemento caracterizador da turma veio comprovar a nossa suspeita sobre os insuficientes conhecimentos básicos de Geometria. Os resultados denotam um baixo nível na aquisição dos conhecimentos elementares. Nenhuma das capacidades transversais e conhecimentos exigidos no PMEB atingiu os 44% de sucesso. Houve, apenas, 34% de respostas corretas nos conhecimentos e compreensão de conceitos e conhecimentos matemáticos. Na comunicação verificou-se a maior debilidade destes alunos, com apenas 22% de respostas corretas, seguida da resolução de problemas com 28% de sucesso. E 43% dos alunos responderam bem nas questões que envolviam raciocínio.

Analisemos agora o desempenho da turma em cinco das vinte e cinco questões. Selecionamos pelo menos uma questão por conhecimentos e capacidades.

Questão 3 – "Explique por que é que a seguinte afirmação é verdadeira: *Um triângulo retângulo não pode ser equilátero.*"

A questão insere-se na categoria do raciocínio. Aborda conteúdos de Geometria plana em relação ao triângulo. Exige conhecimentos sobre os ângulos internos de um triângulo e também sobre a classificação de triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados. Dados os conhecimentos exigidos, embora elementares, não esperávamos um bom desempenho dos alunos.

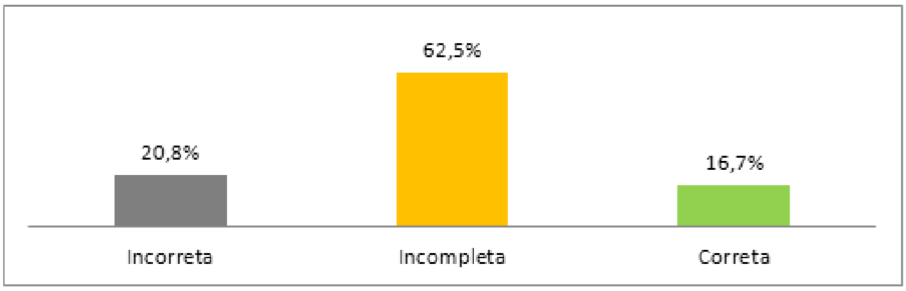


Figura 1: Resultados dos alunos à questão 3.

16,7% de respostas corretas e 62,5% dão uma explicação insuficiente. Curiosos são os erros de algumas respostas. Um aluno disse: “Um triângulo retângulo tem um ângulo de 90^0, um triângulo equilátero tem dois lados iguais e um diferente por isso não pode ter um ângulo de 90^0”. O aluno confunde a noção de triângulo equilátero com a de triângulo isósceles. Um outro escreveu: “Porque um triângulo equilátero tem todos os ângulos com a amplitude de 45^0 logo se o triângulo é retângulo, isto é, com um ângulo de 90^0 então não é possível que seja simultaneamente um triângulo equilátero”. O aluno não se apercebe que $45^0 x3 \neq 180^0$. Com esta resposta ficamos sem saber se o aluno sabe que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual 180^0.

Em relação aos resultados obtidos nesta questão, a nossa expetativa confirmou-se.

Questão 4 – “Para cada um dos triângulos desenhe, na própria figura, uma altura.”

Esta questão está dentro da categoria do conhecimento e compreensão de conceitos e conhecimentos matemáticos. Da Geometria no plano, em relação ao triângulo, a questão aborda um conhecimento básico de um dos seus elementos: a altura. Era expectável uma boa percentagem de respostas corretas.

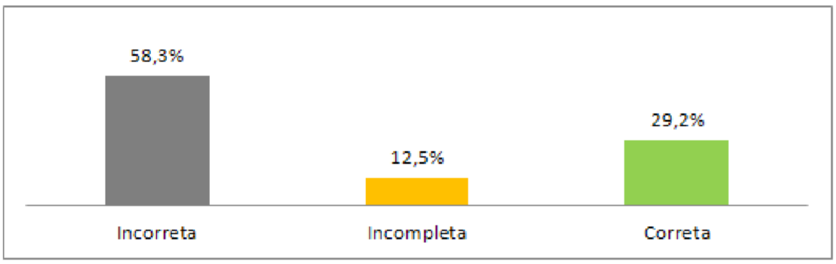


Figura 2: Resultados dos alunos à questão 4.

No entanto, como pode observar na figura 2, só 29% dos alunos é que acertaram. Este foi um resultado fraco relativamente às nossas expectativas: o conhecimento exigido – altura de um triângulo - é elementar. Na figura 3 tipificamos uma resposta destes alunos.

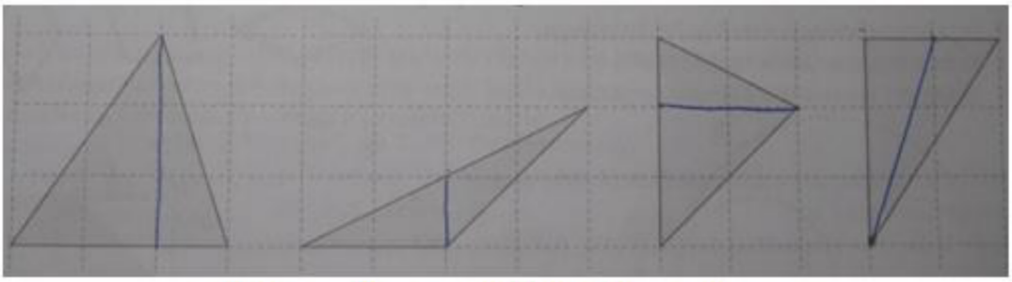


Figura 3: Uma das respostas dadas à questão 4.

Questão 6 – "As camisolas dos participantes num torneio de andebol vão ter o desenho apresentado na figura. A Cátia vai telefonar ao Sr. Tomás. Precisa de descrever o desenho para ele o fazer. Coloque-se no lugar da Cátia e descreva o desenho para o Sr. Tomás."

A questão foi adaptada da prova de aferição de matemática do 1º ciclo do ensino básico de 2008 e insere-se na categoria da comunicação. Tínhamos a expetativa de um bom desempenho dos alunos nesta questão uma vez que é de Geometria no plano e envolve o círculo, o quadrado e a noção de círculo inscrito.

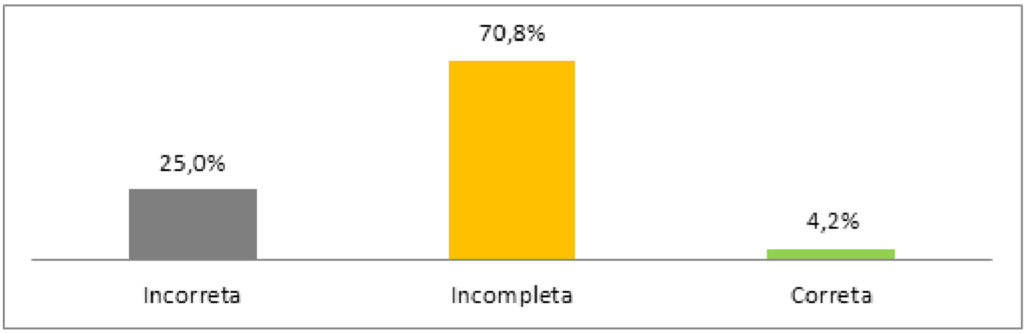
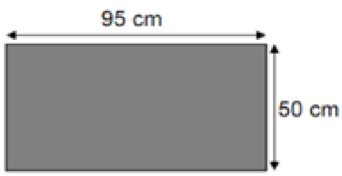


Figura 4: Resultados dos alunos à questão 6.

4,2% de respostas corretas porque só um aluno respondeu corretamente. 70,8% deram uma resposta insuficiente e 25% não respondeu. Estes resultados surpreenderam-nos bem como algumas respostas. Um dos alunos escreveu: "… um quadrado de fundo preto sobreposto por uma circunferência de fundo branco". Outro aluno disse: "A figura representa um quadrado, sendo que dentro da mesma, situa-se um sólido geométrico, neste caso, o círculo". E outro escreveu: "Um quadrado preto com uma circunferência branca em que essa circunferência terá de ter como diâmetro metade da medida do quadrado (ou o perímetro da circunferência terá de tocar em todos os lados do quadrado)".

A dificuldade demonstrada na comunicação matemática, a confusão e falta de conceitos elementares demonstrada pelas respostas que estes alunos deram a uma questão tão simples, é um fator que a todos nós educadores nos deve preocupar.

Questão 12 – "A Ana colou doze fotografias sem as sobrepor, num cartão retangular com as dimensões assinaladas na figura. Cada fotografia tem a forma de um retângulo com 20 cm de comprimento e 15 cm de largura. Qual a área do cartão que não está ocupada pelas fotografias?"



A questão foi retirada da prova de aferição de matemática do 2º ciclo do ensino básico de 2010 e enquadra-se na categoria da resolução de problemas. É um problema de Geometria no plano que envolve a área do retângulo onde o aluno pode esquematizar os passos que tem de dar para a sua resolução. Como os conceitos envolvidos são elementares a nossa expetativa era a de que uma boa parte dos alunos resolveria este problema. Porém nenhum aluno foi capaz de resolver corretamente a questão.

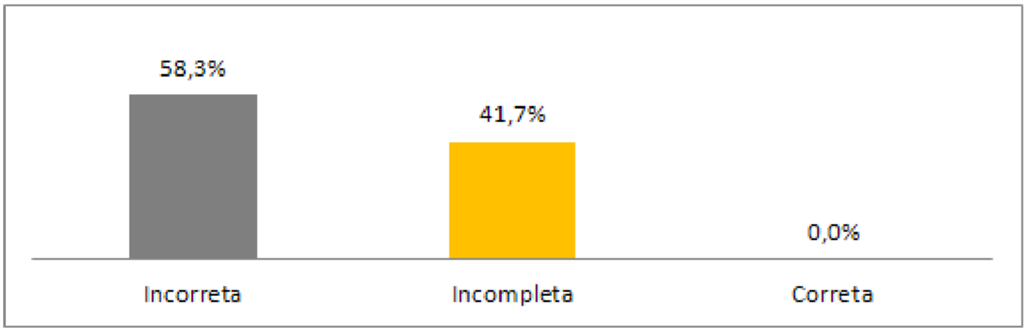
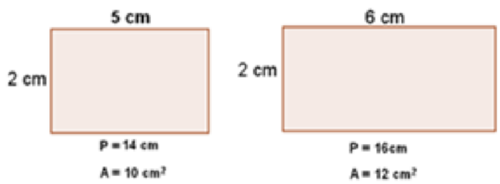


Figura 5: Resultados dos alunos à questão 12.

Observando o gráfico da figura 5 vemos que 58,3% dos alunos não conseguiram resolver a questão e 41,7% limitaram-se a fazer uma subtração de áreas não conseguindo pensar na estratégia correta.

Questão 13 – "Numa aula do 5º ano de escolaridade, um aluno entrou na sala e disse para a professora: *Professora, descobri uma regra nova: Numa figura qualquer, se aumentarmos o perímetro a área também aumenta. Trouxe um exemplo para ver como é verdade.* Coloque-se no papel de professor. Como comentaria a conjetura do aluno?"



Esta questão foi adaptada de Ma, 2009, insere-se na categoria da comunicação e dentro da Geometria no plano trata a relação existente entre o perímetro e a área de um retângulo. Por se tratar de uma conjetura que, à primeira vista, parece óbvia, tínhamos uma expectativa baixa mas estávamos longe de imaginar que não houvesse nenhuma resposta correta, como se observa na figura 6.

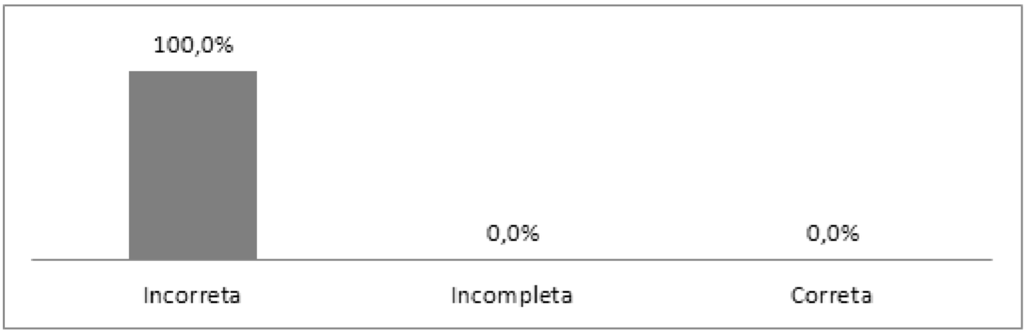


Figura 6: Resultados dos alunos à questão 13.

Os alunos confirmaram a conjetura, que nem sempre é verdadeira, cuja resposta se pode tipificar numa das respostas dadas por um aluno: "Muito bem, vejo que já conseguiste perceber que se o perímetro aumenta é porque o comprimento dos lados também o que implica naturalmente que a área também aumenta, uma vez que também depende do comprimento dos lados".

É fácil errarem questões como esta porque é uma formulação que é nova para estes alunos. Exige muito mais do que simples conhecimento sobre Geometria. Envolve conhecimento didático e de avaliação da apresentação oral ao nível da retroação. O aluno não tem por hábito refletir sobre as suas aprendizagens, interrogar-se ou "contestar" o que o professor está a ensinar. E a matemática exige muita "curiosidade".

Considerações finais

Estes resultados vêm confirmar um dos pressupostos deste estudo que é a fraca preparação dos futuros professores, estando os resultados concordantes com os obtidos pelos alunos nos diferentes níveis do ensino básico. E são estes estudantes que irão ser futuros professores nesses níveis de ensino. É, por isso, importante que nós, enquanto formadores de educadores matemáticos, passemos a dar uma atenção muito especial ao tema Geometria, identificando possíveis fragilidades no conhecimento dos futuros professores de modo que a formação inicial consiga superar essas mesmas deficiências atempadamente.

Estes resultados, que identificam algumas das falhas no conhecimento geométrico destes estudantes, concordantes com os resultados obtidos em alguns estudos ao nível da formação inicial (e. g. Gomes, 2003), são o ponto de partida para o estudo mais alargado, do qual faz parte esta apresentação, e poderão conduzir a um conjunto de estratégias e recomendações para o desenho curricular do programa de Geometria.

Referências bibliográficas

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.

Ball, D., Bass, H., Sleep, L. & Thames, M. (2007). A theory of mathematical knowledge for teaching [CD-ROM]. *Proceedings of the 15th ICMI Studdy. The Professional Education and development of Teachers of mathematics. Águas de Lindóia, Brasil, 15-21 may 2005. UNESP.*

Battista, M. T. (2007). The development of geometry and spatial thinking. In Frank K. Lester, Jr. (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 843-908. NCTM.

Bullough, R., Jr. & Gitlin, A. (2001). *Becoming a student of teaching: Methodologies for exploring self and school context.* (2.ª ed.). London: Routledge Falmer.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana & V. Villani (Eds.). *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century,* 29-83. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Gomes, M. (2003). *Um estudo sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º ciclo. O problema dos conceitos fundamentais em Geometria*. Tese de doutoramento. Universidade do Minho, Braga, Portugal.

Jones, K. (2000). Teacher knowledge and professional development in Geometry. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 20 (3), 109-114.

Korthagen, F., Kessels, J., Koster, B., Lagerwerf, B. & Wubbels, T. (2001). *Linking practice and theory: The pedagogy of realistic teacher education.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Loughran, J. (2006). *Developing a pedagogy of teacher education: Understanding teaching and learning about teaching*. London: Routledge.

Ma, L. (2009). *Saber e ensinar matemática elementar*. Lisboa: Gradiva.

Ministério da Educação (2007). *Currículo nacional do ensino básico.* Lisboa: ME, DGIDC-DEB.

National Council of Teachers of Mathematics (2001). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar. Geometria do 2.º e 3.º ciclo.* Tradução da Adenda Séries do NCTM. Lisboa: APM.

National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar*. (2.ª ed.). Lisboa: APM.

Oliveira, H. & Cyrino, M. (2011). A formação inicial de professores de matemática em Portugal e no Brasil: Narrativas de vulnerabilidade e agência. *Interacções*, 18, 104-130.

Oliveira, H. & Hannula, M. (2008). Individual prospective mathematics teachers: studies on their professional growth. In T. Wood (Series Editor) & K. Krainer (Volume Editors), *International Handbook of Mathematics Teacher Education*, 3, 13-34. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Ponte, J. (2006). Os desafios do processo de Bolonha para a formação inicial de professores. *Revista de Educação*, XIV (1), 19-35.

Ponte, J. & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teacher´s knowledge and development. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2.ª ed.), 223-261. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Segall, A. (2002). *Disturbing practice: Reading teacher education as text*. New York: Peter Lang.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Vale, I. (2002). *Didáctica da matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. (Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro). Lisboa: APM.

Vale, I. & Barbosa, A. (2009). *Padrões. Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática*. Viana do Castelo: ESEIPVC.

Veloso, E. (2008). Notas sobre o ensino da geometria. Há vida para além dos prismas, paralelepípedos, cubos, esferas, cilindros e cones. *Educação e Matemática*, 96, 18-19.