

# Resolução do Problema das Torres de Hanoi através de um Conjunto de Regras Simples

Gustavo Ribeiro Alves

Departamento de Engenharia Electrotécnica, Instituto Superior de Engenharia do Porto

Este artigo descreve um método de resolução do problema das Torres de Hanoi, não baseado na recursividade. O objectivo principal consiste em mostrar que, qualquer que seja a situação colocada a um jogador (no início do problema ou a meio), desde que este saiba qual foi a jogada anterior, poderá sempre acabar o jogo, seguindo um princípio de efectuar a única jogada que não viola um conjunto de regras a enunciar em seguida. Este método aproxima-se mais da forma de pensar humana (afastando-se assim do método de resolução computacional clássico que faz uso da recursividade<sup>1</sup>) que, para cada instante, empreende uma acção que resulta da aplicação de um conjunto limitado de regras simples:

1. Os números devem estar sempre em ordem crescente, quando lidos de cima para baixo, ou seja um determinado número não deverá estar colocado em cima de um outro qualquer número que lhe seja superior. Exemplo: o número 1 poderá estar em cima do 2 ou 3, e o número 2 poderá estar em cima do 3, ou 4, mas nunca em cima do 1. Esta regra faz parte do próprio jogo das Torres de Hanoi.
2. Não se deve desfazer a jogada anterior. Ou seja, se a jogada anterior for a transferência do 1 (que suponha-

mos estava colocado em cima do 2) para cima do 4, a jogada actual não poderá ser a transferência do 1 (agora colocado em cima do 4) para cima do 2, uma vez que isso corresponderia a desfazer a jogada anterior.

3. Os números deverão estar sempre colocados numa sequência do tipo PAR - ÍMPAR ou ÍMPAR - PAR, nunca do tipo PAR - PAR ou ÍMPAR - ÍMPAR. Exemplo: o 1 pode estar colocado sobre o 2, 4, ou outro qualquer número par (uma vez que 1 é ímpar), mas nunca sobre o 3, ou outro qualquer número ímpar.
4. As bases, ou pilares, deverão ser igualmente numeradas de forma crescente, a começar pela base onde está a pilha inicial, que deverá receber o número seguinte ao do último disco da pilha.

Para exemplificar a aplicação destas regras, vamos transferir uma torre com três discos (numerados de 1 a 3) colocada numa base (número 4), para uma outra base (número 6). A terceira base, que no nosso exemplo estará ao centro, recebe o número 5. Partindo assim da situação ilustrada na tabela 1.a) e utilizando as três primeiras regras, chegamos a uma única jogada, de duas possíveis:

- mover 1 para cima de 5 (viola a regra 3), ou
- mover 1 para cima de 6 (efectuada).

A situação resultante corresponde à tabela 1.b), onde mais uma vez podemos efectuar uma única jogada, agora de quatro possíveis:

- mover 1 para cima de 2 (viola a regra 2),
- mover 1 para cima de 5 (viola a regra 3),

<sup>1</sup> Ou seja, dada a forma de mover uma torre com dois discos, a resolução do problema de mover uma torre com três discos consiste em: a) mover uma torre com dois discos para cima de uma base vazia; b) mover o disco 3 para cima da outra base vazia; c) mover outra vez a torre com dois discos para cima do disco 3. A resolução do problema de mover uma torre com quatro discos recorre ao método de resolução anterior, pelo que se utiliza assim a expressão de método recursivo.

- mover 2 para cima de 1 (viola a regra 1), ou
- mover 2 para cima de 5 (efectuada).

A tabela 1.c) corresponde ao resultado da aplicação das regras enunciadas, à situação ilustrada na tabela 1.b). Analisando agora a situação descrita em 1.c), deparamo-nos com seis hipóteses (o máximo possível), das quais só uma não viola as regras enunciadas, ou seja:

- mover 3 para cima de 2 (viola a regra 1),
- mover 3 para cima de 1 (viola a regra 1),
- mover 2 para cima de 3 (viola a regra 2),
- mover 2 para cima de 1 (viola a regra 1),
- mover 1 para cima de 3 (viola a regra 3), ou
- mover 1 para cima de 2 (efectuada).

Assim a tabela 1.d) corresponde à execução da única jogada válida para a situação ilustrada em 1.c). Repetindo este mesmo raciocínio de execução da única jogada que não viola nenhuma regra, facilmente se chega à solução do problema inicial, ilustrada na tabela 1.h). Para o caso de uma torre com quatro discos apresenta-se a solução ilustrada pelas tabelas 2.a) a 2.r).

**Tabela 1:** Exemplo da resolução de uma Torre de Hanoi com três discos.

1		
2	2	
3	3	1
4 5 6	4 5 6	4 5 6
a)	b)	c)
1	1	
3 2	2 3	
4 5 6	4 5 6	1 2 3
d)	e)	f)
	1	
	2	
1 3	2	
4 5 6	3	
g)	h)	

**Tabela 2:** Exemplo da resolução de uma Torre de Hanoi com quatro discos.

1			
2		2	
3		3	3
4		4 1	4 1 2
5 6 7		5 6 7	5 6 7
a)		b)	c)
3	1		
4	2		
5 6 7		1	
d)		4 3 2	4 3 2
		5 6 7	6 7 5
		e)	f)
		1	1
1 2		2	2
4 3		4 3	3 4
5 6 7		5 6 7	6 7 5
g)		i)	j)
	2 1		
	3 4		
5 6 7		1	1
l)		2 3 4	2 3 4
		5 6 7	6 7 5
		m)	n)
1	3		2
2	4		3
5 6 7		3	1 4
o)		2 1 4	6 7 5
		5 6 7	q)
	1		
	2		
	3		
	4		
5 6 7			
r)			