ATAS

XXVI SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Escola Secundária Gabriel Pereira

ÉVORA 28-29 março 2015

APM
Associação de Professores de Matemática

Título

Atas do XXVI Seminário de Investigação em Educação Matemática

Organização

Ana Paula Canavarro, Leonor Santos, Cláudia Canha Nunes e Hélia Jacinto

Edição

APM - Associação de Professores de Matemática
Março 2015

Lisboa 2015

Capa

Cláudia Canha Nunes e António Fernandes (Foto)

ISBN: 978-972-8768-59-1

Colaboraram na revisão dos textos das atas

Ana Maria Barbosa, Ana Paula Canavarro, António Borralho, António Domingues, António Guerreiro, Augusta Brito, Celina Aparecida Abar, Cláudia Canha Nunes, Dárida Fernandes, Fátima Paixão, Fátima Regina Jorge, Fernando Luís Santos, Giovana Sander, Helena Martinho, Helena Rocha, Hélia Jacinto, Inês Pinho, Isabel Cabrita, Isabel Rocha, Isabel Vale, Ivete Cevallos, Jaime Carvalho e Silva, Joana Brocardo, Joana Mata-Pereira, João Pedro da Ponte, José Duarte, José Luís Menezes, José Portela, Josete Leal Dias, Leonor Santos, Lina Brunheira, Lucélida Costa, Luciano Veia, Lurdes Serrazina, Mária Almeida, Maria Júlia Alves, Marisa Quaresma, Neusa Branco, Paula Vieira da Silva, Pedro Duarte, Raquel Cerca, Rosa Antónia Ferreira, Rui Candeias, e Valdeni Soliani Franco.

Agradecimentos

A Comissão Científica do XXVI SIEM agradece o apoio recebido das seguintes instituições e empresas: APM – Associação de Professores de Matemática, Escola Secundária Gabriel Pereira, Universidade de Évora, Câmara Municipal de Évora, Fundação Salesianos, Delta, Casio, Texas Instruments.

Redes multiplicativas e *soletos*: Aprendizagens matemáticas com sentido

Dárida Fernandes[1], Inês Pinho[2], Isabel Cabrita[3], Luísa Alves[4], Jaime Carvalho e Silva[5], Pedro Duarte[6]

[1]ESE/IPPorto, daridafernandes@gmail.com
[2]ESE/IPPorto, inespinho@ese.ipp.pt
[3]Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, da U. de Aveiro, icabrita@ua.pt
[4]EB1 Vallis Longus, luisa.d.alves@gmail.com
[5]U. Coimbra, jaimecs@mat.uc.pt
[6]Estudante do 2.º ano do MES1_2 da ESE/IPPorto, pedroduarte92@gmail.com

Resumo. *Com este projeto de investigação pretende-se estudar as implicações do contexto cultural nas aprendizagens matemáticas. Em particular, procura-se analisar como é que as crianças se vão apropriando do novo conceito de rede multiplicativa e o mobilizam num ambiente cultural aberto de resolução de problemas, explorando um elemento económico e cultural da região: o 'soleto'. Os resultados obtidos permitiram concluir que o processo de exploração e construção das redes multiplicativas (envolvendo a descoberta de relações matemáticas e a realização de cálculos com base no conhecimento prévio) e de resolução de problemas, que giram em torno do ´soleto´, se torna significativo e emotivo, num ´landscape learning´ em que tudo parece fazer sentido para a criança.*

Abstract. *The aim of this research project is to study the implications of the cultural context in mathematics learning. In particular, it seeks to analyze how the children go appropriating the new concept of multiplicative network and mobilize an open cultural environment of problem solving, exploring an economic and cultural element of the region: 'soleto'. The results showed that the process of exploration and construction of multiplicative networks (involving the discovery of mathematical relationships and performing calculations, appealing to prior knowledge) and problem solving, which revolve around the ´soleto´, becomes significant, and emotional, in a ´landscape learning´ process where everything seems to make sense for the child.*

Palavras-chave: *Rede multiplicativa; ambiente de aprendizagem; aprendizagem significativa da matemática em contexto; conhecimento prévio.*

Introdução

Este estudo integra-se num outro mais vasto sobre "aprendizagens algébricas em contexto interdisciplinar no ensino básico" (Fernandes, 2006). Os resultados obtidos, em vários momentos e etapas do desenvolvimento deste projeto, revelaram que o referido contexto teve repercussões francamente positivas para as aprendizagens matemáticas das crianças. Nesta matriz de sucesso, a aprendizagem matemática contextualizada situava-se no quadro escolar, numa relação estreita da Matemática com as outras disciplinas (Fernandes, 2006). Agora, num ambiente mais aberto, pretende-se investigar qual a influência de elementos do meio cultural e económico da região, com valor significativo na comunidade e na vida familiar das crianças, na aquisição e mobilização do conhecimento matemático.

Neste estudo alargou-se a equipa, integraram-se agentes da cultura e abordaram-se novos conceitos do domínio numérico e operatório, mas em transição clara para o desenvolvimento do pensamento algébrico. De facto, como escrevem Borralho e Barbosa (2009, p. 59) "a forma como o problema é apresentado, pode transformar um simples problema aritmético em algébrico". Por outro lado, para Bragança, Ferreira, e Pontelo (2008), ensinar e aprender envolve a criação diversos fatores, de uma dinâmica relacional própria e cabe ao educador definir metas e estratégias que concretizem oportunidades reais de aprendizagem.

Problematização e objetivos

Segundo a UNESCO (1980) e responsáveis pelo PISA (2003), a ciência Matemática deve estar ao alcance de todos, bastando para isso alterar estratégias, elevar as expectativas dos estudantes, desenvolver fortes crenças, elevar a auto-estima e a motivação. Por outro lado, as tarefas de âmbito interdisciplinar surgem como oportunidades para desenvolver "apoio significativo a todos os estudantes" (NCTM, 2000, p. 13). Numa outra perspetiva, reconhece-se que, quando a criança participa ativamente na construção do seu conhecimento, num ambiente favorável à pesquisa e ao questionamento, produz-se uma aprendizagem significativa e integradora, necessária à aquisição e mobilização perene do conhecimento. Ora, partindo destes pressupostos, importa continuar a investir em novas tarefas e processos de intervenção para se encontrarem respostas positivas a este desafio social – promover a competência matemática a todas as crianças. De forma concomitante, Vergnaud (2009) defende que só o resultado de muita pesquisa com estudantes nos pode ajudar a compreender melhor como eles constroem conhecimentos matemáticos.

Assim, esta investigação decorre destas necessidades educativas ao pretender estudar: i) como é que a criança explora e constrói *redes multiplicativas* e ii) se a presença de um elemento cultural e económico da região: o `*soleto*´ facilita a mobilização desse conceito na resolução de problemas em contexto.

Daqui surge a formulação das seguintes questões de investigação: Como é que as crianças exploram e constroem *redes multiplicativas* nas aulas de Matemática? Em que medida a presença de um elemento cultural da região facilita a mobilização desse conceito na resolução de problemas, em contexto, relacionadas com ´o *soleto*´?

Apesar deste estudo se situar programaticamente no domínio dos Números e Operações, ele estende-se para o domínio da Álgebra ou, como alguns autores apelidam, da pré-álgebra (Ameron, 2002; Kieran & Chalouh, 1993), uma vez que as crianças desenvolvem a capacidade de analisar relações numéricas, explicitá-las em linguagem corrente e representá-las através de diferentes processos, incluindo o uso de símbolos, que são competências próximas do domínio da Álgebra. Ameron (2002) defende ainda que a pré-álgebra envolve um processo contínuo gradual de formalização, designadamente das notações e que a natureza da estratégia usada na descoberta da solução é determinante no desenvolvimento do pensamento algébrico. Este percurso reveste-se da máxima importância dado que, para Ponte (2006, p. 5), "quem não tiver uma capacidade razoável de trabalhar com números e suas operações e de entender a linguagem abstrata da Álgebra fica seriamente limitado nas sua opções escolares profissionais e no seu exercício de cidadania democrática".

Enquadramento teórico

Conceito de rede multiplicativa

Numa *rede multiplicativa*, surgem relações de proporcionalidade, conexões lineares aditivas ou subtrativas, propriedades da multiplicação, sendo possível determinar novos valores numéricos tendo por base o conhecimento prévio de uma relação. Neste campo conceptual multiplicativo (na aceção de Vérgnaud, 1990, 2009), a criança aprende a observar expressões, a analisá-las, a estabelecer relações e, com base num valor conhecido, a tirar conclusões e a determinar novos valores. Por outro lado "um conceito é simultaneamente um conjunto de situações, de invariantes operatórias e de representações linguísticas e simbólicas" (1990, p. 94).

Como mostra a figura 1, tendo-se por base o valor conhecido central – o produto de 11*12=132 - é possível determinar todos os outros produtos decorrentes deste, com base no estabelecimento e reconhecimento de relações numéricas. Por exemplo, para se obter 22*12 basta multiplicar 132 por 2 e para calcular 12*12 adiciona-se 12 ao produto conhecido, pois 12= 11+1; (11+1)*12 = (11*12)+(1*12).

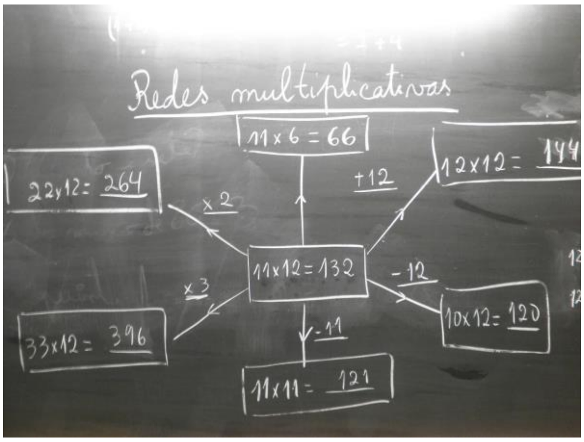


Figura 1 – Exemplo de rede multiplicativa construída com as crianças

Fernandes, Mariz e Duque (2011) salientam que o conceito de rede multiplicativa coloca novos desafios às crianças. Por outro lado, estudiosos da Álgebra (Fernandes, 2006, Kieran, 1992) ou da pré-álgebra (Ameron, 2002), preocupados com a aprendizagem escolar deste domínio, referem a necessidade de, desde cedo, se desenvolverem propostas numéricas com estabelecimento de relações, usando propriedades das operações numa perspetiva compreendida, *estrutural* e *procedimental* do conhecimento. As redes multiplicativas constituem-se como exemplos poderosos, permitindo desenvolver na criança o poder da observação e da análise relacional, capacidades que se afiguram fundamentais para aprendizagens estruturantes futuras. Para Wolfe (2004, p. 79) "a tarefa de dar significado a estímulos recebidos depende do conhecimento anterior". Também Thompson (1996) salienta que um dos objectivos das ciências cognitivas tem sido o de tentar descobrir como se apresenta e organiza o conhecimento na mente, defendendo que se deve ter um papel ativo e relacional na sua construção. Por outro lado, para Vergnaud (1990), os conceitos mais complexos, para ganharem sentido e operacionalidade, precisam de ser contextualizados e exemplificados em situações concretas e alerta para o facto de a escola valorizar demais os símbolos e pouco a realidade.

Aprendizagem significativa da matemática em contexto

Para Bragança, Ferreira, e Pontelo (2008), um ambiente de aprendizagem é aquele em que um indivíduo está sujeito a oportunidades de aprendizagem. Segundo estes autores, a caracterização de um tal ambiente pode ser realizada a partir de uma linha contínua em que quanto maior a sistematização e menor a autonomia maior é o caráter formal da aprendizagem (Figura 2).

Figura 2 – Classificação de um ambiente de aprendizagem (adaptado de Bragança, Ferreiro, & Pontelo, 2008)

Em ambientes formais ou não formais de aprendizagem, o professor tem um papel fundamental, pois ele é o responsável pela planificação e exploração dos ambientes e pela avaliação e certificação do processo de aprendizagem. Sendo assim, a participação do professor é um indicador relevante na classificação do ambiente de aprendizagem e, na sua organização, deve fomentar a educação para a cidadania, como defendem os responsáveis pelo PISA e Praia (1999, p. 81): "o diálogo educativo entre saberes e áreas disciplinares na Escola e fora dela deve suscitar a transformação da própria Escola, no sentido de a tornar um lugar de procura incessante e afirmação duma cidadania activa, exigente e responsável". Também Canavarro (2003) advoga a necessidade de se criarem conexões entre a Matemática e a realidade, pois representam uma oportunidade para construir "pontes" entre: a) a Escola e a vida que acontece para além das suas fronteiras; b) as diferentes áreas do saber, valorizando a sua complementaridade; c) o professor de Matemática e os seus pares.

A neurologista Wolfe (2004, p. 105) considera também que "resolver problemas da vida real é outro modo para elevar o interesse emocional e motivacional". E acrescenta que "muitas vezes os professores, sem saber a base neurológica do efeito que a emoção tem na aprendizagem, utilizam e, muito bem, intuitivamente metodologias que tornam mais significativo e emocional o que os alunos estão a estudar” (idem, p. 105). E acrescenta: “o conteúdo (o texto no qual o hemisfério esquerdo sobressai) é importante, mas texto sem contexto (a especialidade do hemisfério direito) muitas vezes não tem sentido” (id, ib). É necessário ensinar o conteúdo dentro de um contexto que seja significativo para os alunos e tenha conexão com as suas próprias vidas e experiência, pois trata-se de ensinar as duas metades do cérebro que trabalham sempre em conjunto. “Se o currículo não estiver relacionado com a experiência do aluno, perde-se muita informação e desperdiça-se tempo ao ter os alunos ocupados em rituais de memorização sem sentido” (Wolfe, 2004, p. 52). Também Canavarro (2005) reitera esta necessidade de se proporcionarem aos estudantes experiências de aprendizagem de resolução de problemas concretos do seu dia-a-dia procurando desenvolver o carater útil da Matemática, na interpretação e intervenção no real. “Os fundamentos da Matemática mergulham, tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, *na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre*” (Caraça,1989, p. xiv).

Por outro lado, segundo Sousa (2005), o professor deve assumir-se como dinamizador de ambientes de aprendizagem ricos e potenciadores do desenvolvimento de competências. Apesar de ser um papel particularmente difícil e complexo, segundo Wood et al. (1996), “O nosso papel como professores, ao estabelecer com os alunos um ambiente na aula que os encoraja a exprimir o seu pensamento e ao mesmo tempo permite que coloquem questões uns aos outros, cria, também para nós, um ambiente de aprendizagem. Não se trata apenas de um ambiente que encoraja pensamentos de ordem superior e actividades reflexivas aos nossos alunos, mas também a nós próprios” (p. 40).

Por outro lado para uma aprendizagem significativa o professor deve, ao abordar uma nova informação, partir dos conhecimentos prévios dos alunos e proporcionar uma aula onde a investigação esteja presente, permitindo ao aluno expor o seu pensamento diante das tarefas a serem executadas (Ausubel, 1963).

Elemento cultural e arquitetónico da região: o soleto

Os *soletos* são telhas de ardósia de espessura fina (cerca de 5mm) que constituem um modo de sobrevivência de muitas das famílias de Valongo. Com efeito, desde 1843 (data dos primeiros registos de notas da descoberta de minas de ardósia no concelho de Valongo) que a procura por aquele mineral tem vindo a constituir-se como fonte de emprego para alguns dos seus habitantes, dada a diversidade de aplicações que pode ter, desde fabrico de telhas e revestimentos das casas, fabrico de bilhares, nos quadros das escolas ou em bancas de cozinha, bem como no artesanato.

Metodologia

Desenho metodológico

Atendendo às questões do estudo, foi adoptada uma abordagem de investigação qualitativa e interpretativa, pois como defendem (Bogdan e Biklen, 1994) a situação natural constitui a fonte dos dados, sendo necessário, num primeiro momento, descrever para analisar, posteriormente, os dados, valorizando-se o processo, bem como o produto e o resultado final. A unidade de análise foi uma turma no que diz respeito à exploração de tarefas sobre redes multiplicativas e à resolução de situações problemáticas relacionadas com *o ´soleto´*.

Em termos processuais, a equipa multidisciplinar com a professora titular da turma, definiu objetivos, planeou e preparou as aulas, de exploração de conteúdos de âmbito matemático e cultural, a serem desenvolvidas num período de mês e meio. Estudou conceitos, visitou as minas da ardósia, uma fábrica de conceção de “soletos”, o Museu da Lousa e fotografou casas e ruas que usam este material na região. Realizaram-se sessões com exploração coletiva e individual de *redes multiplicativas*. Convidou-se um especialista para vir falar às crianças sobre o *´soleto*, estas visitaram também o Museu da Lousa e fizeram o registo fotográfico de ruas e casas que usassem o *´soleto´* na sua construção. Posteriormente, em sala de aula, as crianças procederam à construção individual de *´soletos´*, o que se constituiu como uma experiência de aprendizagem matemática muito rica e significativa, e realizou-se um *brainstorming* sobre esse elemento cultural (figura 5). Finalmente, foi proposta a resolução de vários problemas relacionados com o uso de *´soletos´* no revestimento de paredes de casas ou telhados, alguns dos quais estão expostos no anexo 1 (2.1 a 3.2.). As tarefas planeadas foram resolvidas individualmente ou em par pedagógico, discutida a sua resolução e, no final, realizadas reflexões sobre as temáticas produzidas.

Recolheram-se todas as produções das crianças, os vídeos e os diários de bordo construídos pelas investigadoras e pela professora da turma, que foram refletidos por todos dos elementos da equipa e alvo de uma análise de conteúdo orientada por categorias definidas recursivamente, tendo por base as questões de investigação às quais se pretendia dar resposta.

Caraterização do contexto educativo

A turma, enquanto objeto de investigação, era maioritariamente do 3.º ano de escolaridade, de uma escola de contexto semiurbano no concelho de Valongo, no distrito do Porto. Era constituída por 25 alunos, 10 do sexo feminino e 15 do sexo masculino, com 8 e 9 anos. Refira-se que os temas em desenvolvimento foram aplicados apenas aos estudantes do 3.º ano (21, pois uma criança faltou a algumas sessões), tendo sido planeado outro tipo de tarefas para as três crianças do 2.º ano. A turma tinha um nível socioeconómico médio. Os Encarregados de Educação eram maioritariamente as mães. Na análise da situação profissional dos pais e das mães, nota-se uma grande diversidade de profissões, sendo que a maioria se encontra em situação efectiva. Eram encarregados de educação muito participativos, deslocando-se à escola sempre que convocados ou por iniciativa própria.

Resultados e comentários

No registo de resultados, importa salientar vários momentos: em primeiro lugar, a abordagem inicial do conceito de *rede multiplicativa* e a reação das crianças perante este novo conhecimento. Em segundo lugar, a atitude das crianças perante a abordagem cultural e a inclusão do *´soleto´* na aprendizagem e a consequente resolução contextualizada de situações problemáticas. E, por último, a atitude das crianças perante um novo desafio da professora no cálculo do quociente de uma divisão inteira exata por um divisor formado por um número com dois algarismos.

1.º momento - Introdução do conceito de rede multiplicativa

No primeiro momento, aquando da construção da rede multiplicativa, as crianças participaram ativamente, colocaram questões e tiveram relativa facilidade em observar, comparar, estabelecer relações e chegar aos resultados corretos (Figura 3).

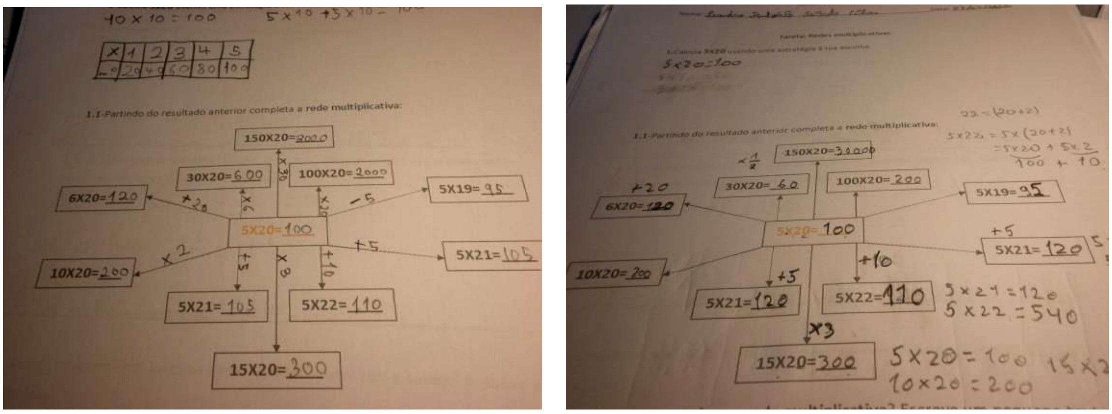


Figura 3 – Determinação dos ramos de uma rede multiplicativa

No cálculo do valor de base da estrutura da rede multiplicativa, as crianças usaram diferentes estratégias e mostravam, com gosto, as diferentes resoluções. Pareciam evidenciar apetência suplementar no trabalho com os números, como revelam algumas resoluções (Figura 4).

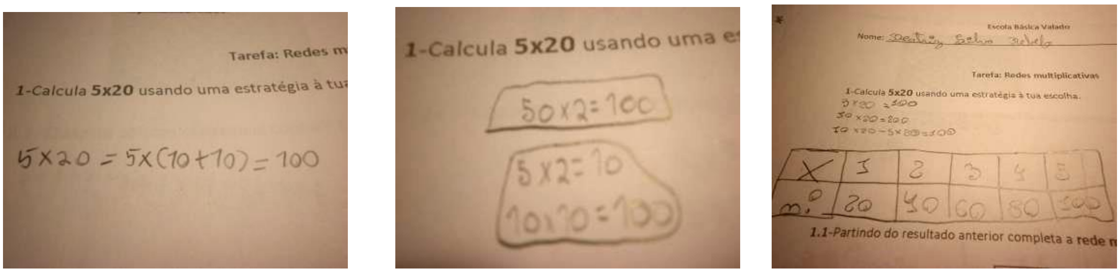


Figura 4 – Determinação do valor de base da estrutura

Na resolução da rede multiplicativa, as crianças usaram basicamente dois tipos de resoluções: i) com a aplicação de ***operadores lineares***: aditivos e subtrativos (7 crianças - 7/21), algumas das quais apresentaram um, dois ou três resultados incorretos; ii) com aplicação dos ***quatro operadores,*** com a particularidade da divisão por dois ser substituída pelo produto por ½ (14 crianças, tendo apenas uma delas um ramo com resultado incorreto). Refira-se ainda que, nos casos em que um dos fatores era múltiplo ou submúltiplo de uma expressão anterior, tornava-se mais acessível para a criança do que nos ramos em que tal não acontecia e tinha de se aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou à subtração. Por exemplo, a propósito do exemplo retratado na figura 1, como conheciam o valor do centro (11*12=132), era mais acessível determinar 11* 24 do que 11*13 ou 11*11 pois, no 1.º caso, como disse uma criança: "*está-se mesmo a ver como fazer: é só multiplicar por 2, professora, pois o 11 também lá está e 24 é o dobro de 12… Como sei o resultado basta multiplicá-lo por 2*". No caso de 11*13=11*(12+1) ou 11*11=11*(12-1), reconhecem, respetivamente, que é preciso adicionar ou subtrair mas, inicialmente, pensam que é apenas necessário adicionar (ou subtrair) uma unidade e não a relacionam com a expressão como um todo, usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou à subtração. Apesar destas relações terem sido trabalhadas coletivamente na construção/exploração da primeira rede multiplicativa, ainda houve algumas hesitações mas, na globalidade, na resolução individual das tarefas, os resultados foram francamente positivos. As crianças revelaram compreensão na construção e exploração coletiva das redes multiplicativas e na sua aplicação na resolução de tarefas individuais.

Em relação à questão: "*Na tua opinião o que é uma rede multiplicativa*?", as crianças escreveram (Figura 5), basicamente, quatro tipo de respostas, relacionando-a com: i) os resultados anteriores para fazer novas operações ou descobrir novos resultados (13 respostas); ii) um conjunto de contas que são relacionadas umas com as outras (5); iii) a resolução de um problema para resolver uma operação (1); iv) uma rede de multiplicação (1) ou um canal de multiplicação (1).

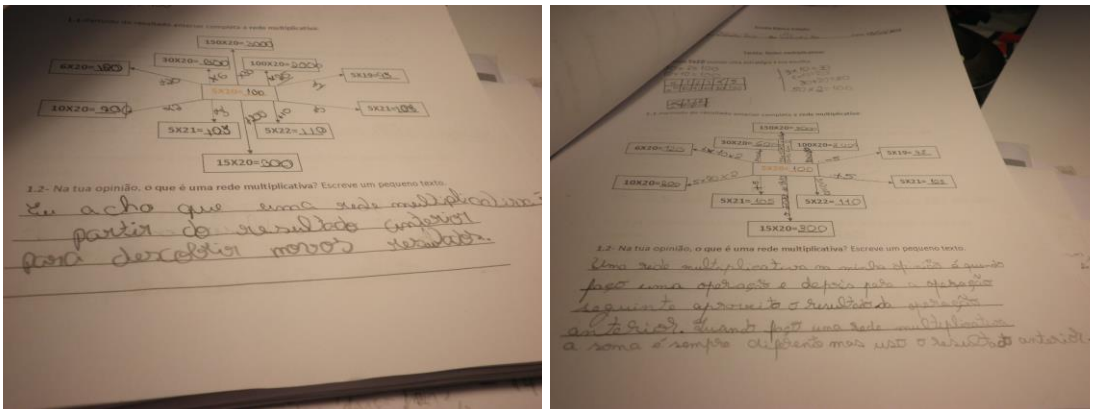


Figura 5 – conceito de rede multiplicativa nas palavras das crianças

2.º momento - Resolução de problemas

O *´soleto´* foi trabalhado por uma especialista, que foi muito bem recebida pelas crianças, e ao identificarem diversos tipos de património (artístico, arquitetónico, etnográfico, natural, ou industrial) relacionaram-nos com os vários ofícios dos elementos da família. Após a visita ao Museu da Lousa, durante a qual se procedeu ao registo fotográfico de elementos que integrassem o *´soleto´* na sua construção, as crianças construíram *´soletos´ e* fizeram ainda um *brainstorming* sobre esta temática, como mostra a Figura 6.

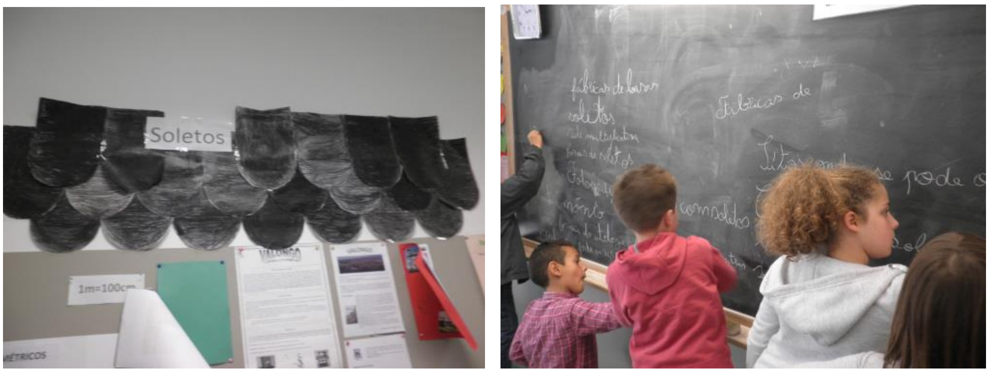


Figura 6 – Painel dos soletos construídos pelas crianças e o *brainstorming* produzido

Seguidamente**,** as crianças resolveram as situações problemáticas propostas (anexo 1).

Na primeira questão relacionada com a contagem de ´*soleto*´ num telhado, as crianças usaram várias estratégias (Figura 7), entre as quais se destacam o uso de: i) expressões numéricas organizadas por partes (11 crianças); ii) expressões numéricas (3), uma delas explicando a rede multiplicativa; iii) expressão linear, usando apenas a adição (3); iv) expressão aditiva e multiplicativa com o grupo 7+8 (2); v) expressão aditiva, formando conjuntos e usando a p. distributiva (1); vi) expressões parcelares usando a multiplicação e a subtração (1).

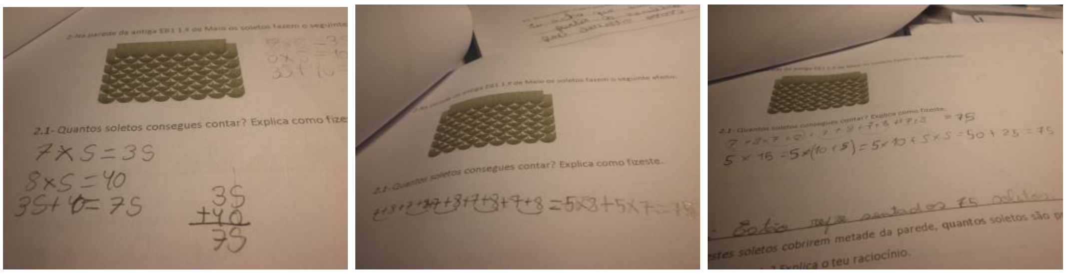


Figura 7 – Estratégias de contagem de soletos

Das várias questões relacionadas com a cobertura de uma casa, perguntava-se "se os soletos cobrissem metade da parede quantos soletos seriam necessários para forrar a parede toda? E se representasse a décima parte? Explica o teu raciocínio" "E se o Sr. Joaquim quer cobrir uma parede com 120 soletos e já cobriu a ¾ da parede. Quantos soletos já colocou?". As crianças usaram várias estratégias, desde o operador aditivo ao operador inverso, e na última questão as crianças usaram basicamente o significado de operador (9 respostas); outras o processo aditivo, aplicando o significado de parte todo (4), como mostra a Figura 8.

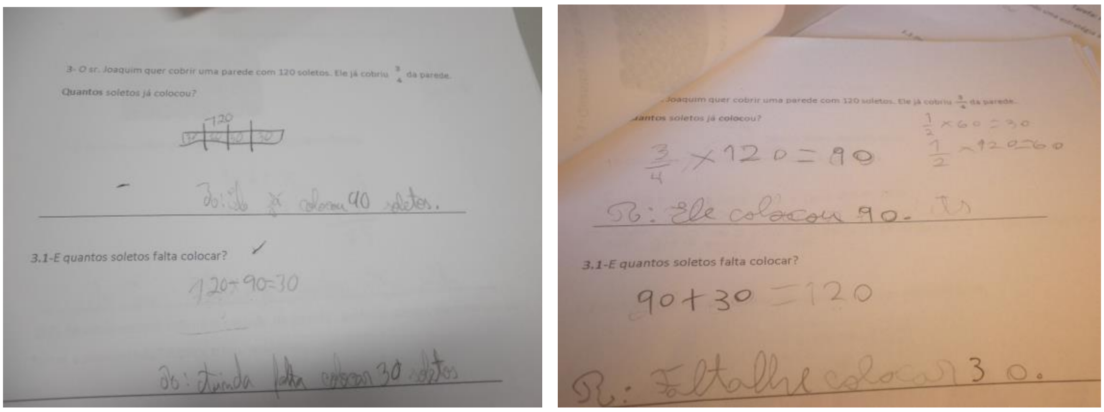


Figura 8 – Uso do significado parte-todo e de operador

Na resolução da questão: “Se cada soleto custar €2,50 quanto custarão 60? E 120? E 180?” a maior parte das crianças responde corretamente e usa o operador aditivo ou multiplicativo, desenvolvendo, neste último caso, o raciocínio proporcional. Apenas uma criança referiu que não usava a rede multiplicativa, mas todas as outras escreveram que usaram essa noção, porque os valores iniciais são a base do cálculo dos seguintes (Figura 9). Duas crianças disseram mesmo: “*É muito fácil professora, porque 120 é o dobro de 60 e por isso basta multiplicar por dois e como 180=120+60, por isso é só somar os valores que calculei para 120 e 60… isto é como na rede multiplicativa, não é professora?… uso sempre os valores que já sei e não preciso de fazer muitos cálculos*”. Acrescente-se que grande parte das crianças procuravam fazer os cálculos com estas ligações e questionavam a professora se estavam a pensar bem.

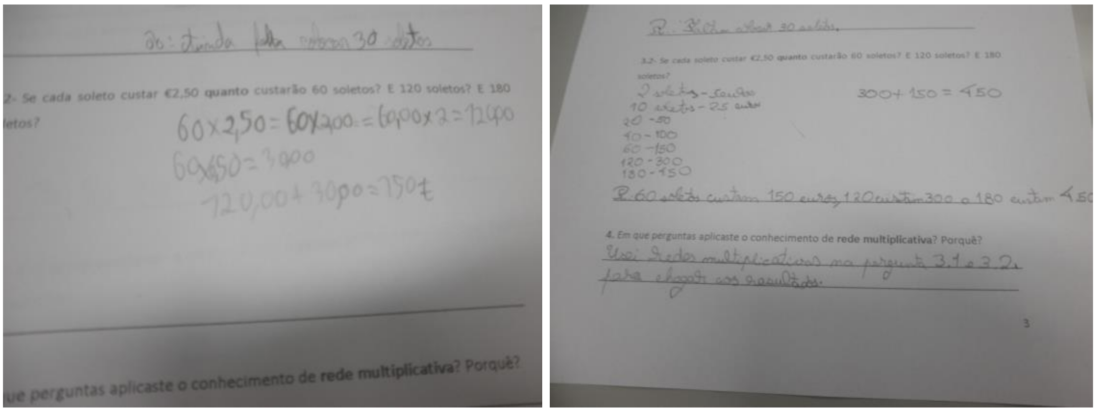


Figura 9 – Resolução do problema do custo dos ´*soletos*´

3.º momento – uma nova proposta

Dado que a professora se apercebeu de todo o entusiasmo das crianças e das diferentes relações que estabeleciam, lançou um desafio novo sem qualquer esclarecimento adicional: realizar uma divisão inteira em que o divisor era constituído por um número formado por dois algarismos (264:12). A professora ficou altamente surpreendia pois praticamente todas as crianças resolveram a divisão pela decomposição do divisor, tendo evocado o conhecimento das redes multiplicativas (Figura 10).

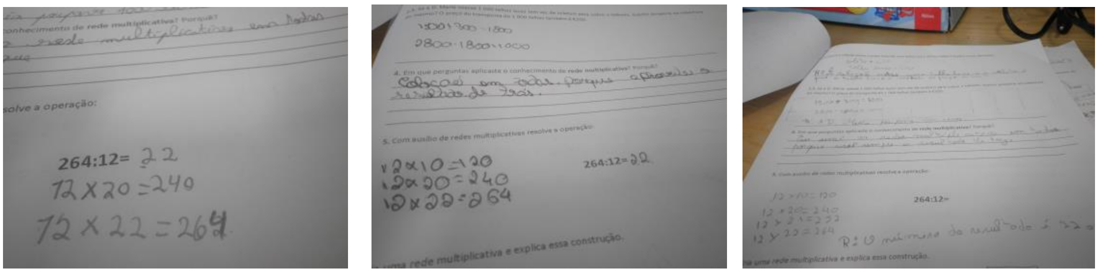


Figura 10 – Estratégias do cálculo da divisão inteira

Refira-se que a atitude comunicacional na exploração do conhecimento matemático esteve sempre muito presente nestas atividades. Veja-se o seguinte diálogo:

> Aluno A - "*pois é professora, é da mesma maneira como nas redes… Como eu não sei como fazer, vou pensar numa conta de dividir mais fácil: primeiro divido por 2 e depois por 6. Pode ser, não pode professora?*"
> Prof. - "*E por que razão estás a dizer que pode se por esses números e não por outros?*"
> Aluno A - "*Porque 12 é igual a 2 vezes 6… afinal é fácil!*"
> Aluno B - "*Mas eu pensei de outra forma professora… Vou fazer as multiplicações por 12 para chegar ao 264*".

Estas e outras observações maravilharam a professora pois, apesar de ter experiência de vários anos neste nível de ensino, nunca as crianças tinham realizado tais associações. Como tinha sido a primeira vez que explorou as redes multiplicativas, atribui estas descobertas a este facto, referindo que tinha ficado "fã deste assunto".

Reflexões finais

Nesta investigação, procurou-se desenvolver o raciocínio relacional, com as redes multiplicativas, no interior do domínio da Matemática e, posteriormente, numa relação estreita com a capacidade de resolução de problemas, num contexto relacionado com os *´soletos´* da região. Verifica-se que, apesar de existir ainda pouca informação sobre a aprendizagem desta temática, ela apresenta-se de forma *estrutural* e *procedimental* na aprendizagem da criança. Reconhece-se que a construção de redes multiplicativas foi acessível para as crianças, tendo mobilizado o conhecimento construído na resolução de problemas em contexto e transferido esse saber para o cálculo de divisão inteira exata. Segundo os investigadores De Lange (1992), Gravemeijer (1994) e Kindt (2004) tudo indica que estas construções e produções mentais dos estudantes são indutoras da passagem dos seus próprios esquemas informais até aos processos formais em que "*make sense*" é a palavra-chave na exploração de tarefas matemáticas "realistas".

Tal como defende Borralho e Barbosa (2009, p. 67) "é necessário mudar práticas de ensino, deixar para trás um ensino 'tradicionalista' que promove a rotina e, consequentemente, a aprendizagem "isolada" de conteúdos, para passarmos a ter práticas de ensino que desenvolvam aprendizagens significativas por parte dos alunos". De facto, ao valorizar-se a receptividade da "matemática-realidade" suportada por um elemento cultural da região, diretamente relacionado com situações do dia-a-dia da criança surgem estímulos intelectuais novos e questões mobilizadoras indispensáveis nas aprendizagens. Também Freudenthal (1973) reconhece que as fontes do "*insight*" podem ser reguladas por automatismos, mas defende que qualquer atividade que só se desenvolva de uma forma automática e 'perfeita' raramente provoca a compreensão, o levantamento de questões e, consequentemente, a aquisição de novas e relevantes aprendizagens, reconhecidas pela professora da turma com larga experiência profissional. Nesta sequência, vários investigadores do Instituto Freudenthal (De Lange, 1992; Gravemeijer, 1994; Kindt, 2004) defendem ser necessário dedicar mais tempo à exploração do processo contínuo de aprendizagem da álgebra, implementar uma boa sequência de problemas e criar a necessidade de se deixar fluir naturalmente a formalização, de maneira intrínseca, pelos "*insights*" e não apenas de forma procedimental.

Referências

Ameron, B. (2002). *Reinvention of early algebra. Developmental research on the transition from arithmetic to álgebra*. Utrecht: Institut Freudenthal.

Ausubel, D. (1963). *The psychology of meaningful learning*. New York: Grune & Stratton.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma Introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Borralho, A. & Barbosa, E. (2009). Exploração de padrões e pensamento algébrico. In Vale, I. *Padrões. Múltiplas perspectivas e contextos em educação* (pp.59-68). Viana do Castelo: ESE de Viana do Castelo.

Bragança, B. Ferreira, L. & Pontelo, I. (2007). *Práticas educativas e ambientes de aprendizagem escolar: relato de três experiências*.

Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Lisboa: APM, Coleção Teses.

Canavarro, A. P. (2005). Matemática na escola. Muro ou ponte? In Guimarães H. M. e Serrazina, L. (Ed.), *V CIBEM Conferências*, (p. 89-113). Porto: APM.

Caraça, B. J. (1989). *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora. e Gradiva, edições de 1951, 1984 e 1998.

De Lange, J. (1992). Critical factors for real changes in mathematics learning. In Leder, Gilah C. (Ed.), *Assessment and learning of mathematics*, (pp. 305-329). Utrecht: ACER.

Fernandes, D. (2006). *Aprendizagens algébricas em contexto interdisciplinar no ensino básico*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro).

Fernandes, D. Mariz, B. & Duque, A. (2011) *Nova Matemática – 3.º ano e 4.º ano. Guias para professores da nova matemática – 3.º ano e 4.º ano* Porto: Porto Editora.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel: Dordrecht.

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and development research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(5), 443-471.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht University: Freudenthal Institut.

Kindt, M. (2004). *Positive algebra. A collection of productive exercises*. Utrecht: Freudenthal Institut.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school Algebra. In Douglas, A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.

Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: the transition from arithmetic to algebra. In Douglas, T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom. Middle grades mathematics*. NCTM. Research Interpretation Project. New York: Macmillan Publishing Company.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

Ponte, J. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Org.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. (pp. 5-27). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Praia, M. (1999). *Educação para a cidadania. Teoria e práticas*. Porto: Cadernos Correio Pedagógico. ASA.

Sousa, H. (2005). O ambiente de aprendizagem e a matemática. *Educação Matemática*, *83*, 35-40.

Thompson, P. (1996). Imagery and the development of mathematical reasoning. In L. Steffe et al (Eds.), *Theories of mathematical learning*, (pp. 267-283). Nova Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Wood, et al. (1996). Criar um ambiente na aula para falar sobre matemática. *Educação e Matemática*, 40, 39-43.

Wolfe, P. (2004). *Compreender o funcionamento do cérebro. E a sua importância no processo de aprendizagem*. Porto: Porto Editora.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23, 133-170.

Vergnaud, G. (2009). The theory of conceptual fields. *Human Development*. *52*, 83-94.

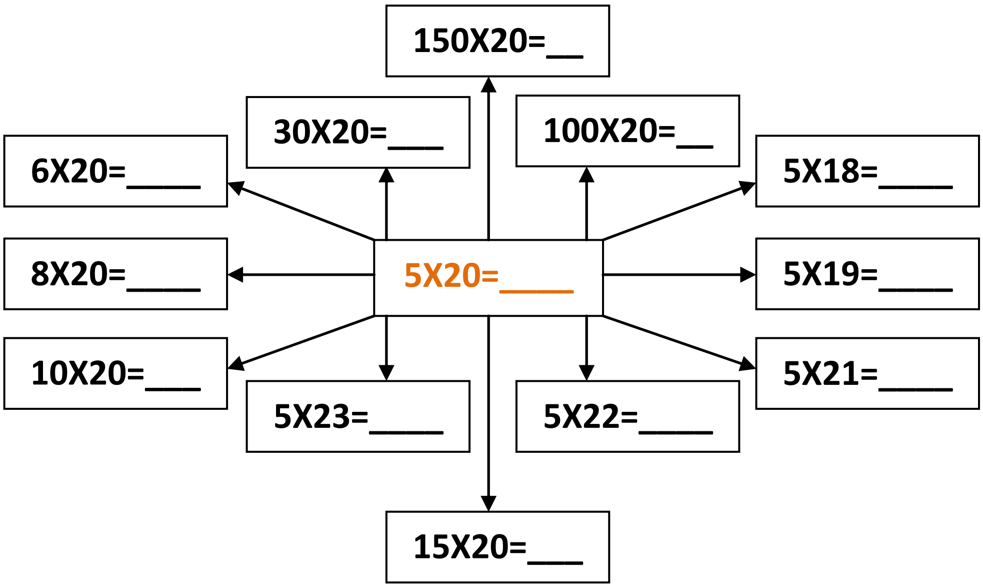
Anexo 1

Nome: ____Data: _________

Redes multiplicativas

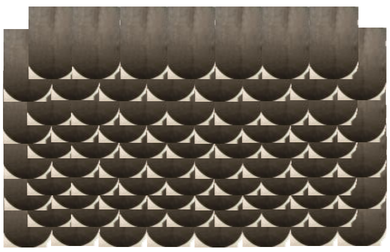
1-Calcula **5x20** usando uma estratégia à tua escolha.

1.1-Partindo do resultado anterior completa a **rede multiplicativa**:



1.2- Na tua opinião, **o que é uma rede multiplicativa**? Escreve um pequeno texto.

2-Na parede de uma antiga escola, os soletos fazem o seguinte efeito:



2.1- Quantos soletos consegues contar? Explica como fizeste.

2.2- Se estes soletos cobrirem metade da parede, **quantos** soletos são precisos para forrar a parede toda? Explica o teu raciocínio.

2.3- E se representarem a décima parte, **quantos** soletos tem a parede? Explica o teu raciocínio.

3- O sr. Joaquim quer cobrir uma parede com 120 soletos. Ele já cobriu $\frac{3}{4}$ da parede. **Quantos** soletos já colocou?

3.1-E quantos soletos lhe falta colocar?

3.2- Se cada soleto custar €2,5 **quanto** custarão 60 soletos? E 120 soletos?