



# **Análise Comparativa do Desempenho de Diferentes Programas de Cálculo Automático de Estruturas: Aplicação ao Caso de um Edifício em Concreto Armado**

**FELIPE GUERRERO FERREIRA DA SILVA**

Outubro de 2016

**ANÁLISE COMPARATIVA DO DESEMPENHO DE DIFERENTES PROGRAMAS DE  
CÁLCULO AUTOMÁTICO DE ESTRUTURAS: APLICAÇÃO AO CASO DE UM  
EDIFÍCIO EM CONCRETO ARMADO**

FELIPE GUERRERO FERREIRA DA SILVA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL – RAMO DE ESTRUTURAS**

Orientador: Diogo Rodrigo Ferreira Ribeiro

Co-Orientador: Henrique Furia Silva (UPM)



**ANÁLISE COMPARATIVA DO DESEMPENHO DE DIFERENTES PROGRAMAS DE  
CÁLCULO AUTOMÁTICO DE ESTRUTURAS: APLICAÇÃO AO CASO DE UM  
EDIFÍCIO EM CONCRETO ARMADO**

FELIPE GUERRERO FERREIRA DA SILVA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL – RAMO DE ESTRUTURAS**

Orientador: Diogo Rodrigo Ferreira Ribeiro

Co-Orientador: Henrique Furia Silva (UPM)

**SETEMBRO DE 2016**



# ÍNDICE GERAL

Índice Geral .....	iii
Resumo.....	v
Abstract .....	vii
Agradecimentos .....	ix
Índice de Texto .....	xi
Índice de Figuras.....	xv
Índice de Tabelas.....	xxi
Simbologias .....	xxiii
1 Introdução.....	1
2 Revisão da Literatura: O Estado da Arte .....	7
3 Apresentação do Estudo de Caso .....	45
4 Lajes .....	59
5 Vigas .....	89
6 Pilares.....	123
7 Autodesk Robot Structural A. Professional 2015.....	147
8 CAD/TQS.....	173
9 Considerações Finais.....	193
Referências Bibliográficas .....	201
Anexo 1: Tabelas de Czerny – Beton Kalender [1976] .....	207
Anexo 2: Coeficientes Kc e Ks.....	217
Anexo 3: Tabelas e Ábacos.....	219
Anexo 4: Situação de Projeto e de Cálculo.....	225

## ÍNDICE GERAL

Anexo 5: Dimensionamento à Flexão Reta.....	227
Anexo 6: Dimensionamento à Flexão Oblíqua .....	229
Anexo 7: Resultados para Lajes - Robot .....	231
Anexo 8: Resultados para Vigas - Robot.....	235
Anexo 9: Resultados para Pilares - Robot.....	239
Anexo 10: Planta de Forma (CAD/TQS) .....	241
Anexo 11: Resultados para Pilares (CAD/TQS) .....	243
Anexo 12: Resultados para Vigas (CAD/TQS) .....	245
Anexo 13: Memorial de Cálculo - Vigas.....	253
Anexo 14: Memorial de Cálculo - Pilares.....	279

## RESUMO

Este trabalho acadêmico consiste na elaboração de um edifício de concreto armado a partir das diretrizes das Normas Brasileiras Registradas, em especial a NBR 6118/2014. Trata-se do dimensionamento dos elementos estruturais laje, viga e pilar dada a apresentação de uma planta de arquitetura. Tem-se como enfoque as potencialidades e limitações de ferramentas diferentes de cálculo automático de estruturas. Enquanto na Europa o uso do software Robot Structural Analysis da Autodesk é bastante difundido, no Brasil preferencialmente modela-se nas plataformas do software CAD/TQS. Pautado nas instruções normativas, decorre o pré-dimensionamento das peças, o cálculo dos esforços solicitantes a partir do estudo do carregamento previsto, a avaliação da necessidade maior ou menor de área de aço e ao fim a discussão das etapas de modelação que levam à conceção estrutural do edifício.

**Palavras-chave:** CAD/TQS. Robot Structural Analysis. Concreto armado. NBR 6118/2014.



## **ABSTRACT**

This academic work is the development of a reinforced concrete building from the guidelines of Normas Brasileiras Registradas, particularly NBR 6118/2014. This is the design of structural elements slab, beam and column given the presentation of an architectural plan. The objective is to approach the potential and limitations of different structures automatic calculation tools. While in Europe the use of Autodesk Robot Structural Analysis software is widespread, in Brazil preferably models to the CAD / TQS software platforms. Guided by the regulatory instructions, follows the pre-sizing of the parts, the calculation of the internal forces from the study of the predicted load, evaluating the greater or lesser need steel area and end the discussion of modeling steps that lead to the design structural building.

**Keywords:** CAD / TQS. Robot Structural Analysis. Reinforced concrete. NBR 6118/2014.



## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, fonte inesgotável de sabedoria, que nos criou e foi criativo nesta tarefa. Seu fôlego de vida em mim me foi sustento e me deu coragem para questionar realidades e propor sempre um novo mundo de possibilidades.

Aos mestres Diogo Ribeiro, Carlos Rodrigues, Isabel Alvim Teles, Alfonso Papallardo, Henrique Furia, Eduardo Deghiara, Januário Pellegrino, Yu Je Tak, Aiello Giuseppe, Tatiana Aiello, dentre outros muitos, minha eterna gratidão, por despertar o interesse pela engenharia estrutural, incentivar a aplicação dos regulamentos com diretrizes seguras e terem me aceitado com todas as minhas limitações.

À empresa TQS INFORMÁTICA LTDA, em nome de Cida Covas, Armando Melchior, Jéssica França e Herbert Maezano, pelo fornecimento da ferramenta, pelo costumeiro auxílio e por viabilizar este estudo.

À minha família, pela paciência, pela compreensão e por me fazer compreender que a educação está à frente de qualquer problema. São aqueles para quem eu rogo toda noite e que compartilharão desta e todas as demais conquistas.

À Gabriela, por fazer esta caminhada mais feliz e por renovar minha vida todos os dias.

Aos meus colegas brasileiros e portugueses, pelas palavras de incentivo e apoio.



# ÍNDICE DE TEXTO

1.1	Objetivos	2
1.1.1	Objetivo geral	2
1.1.2	Objetivos específicos	2
1.2	Justificativa	3
1.3	Metodologia	4
1.4	Estrutura do Trabalho	4
2.1	Concreto Armado	8
2.2	Elemento Estrutural Laje	11
2.3	Elemento Estrutural Viga	19
2.4	Elemento Estrutural Pilar	23
2.4.1	Posição em planta	25
2.4.2	Índice de esbeltez	28
2.4.3	Excentricidade inicial de 1ª ordem	31
2.4.4	Excentricidade de 2ª ordem	32
2.4.5	Método do pilar-padrão com curvatura aproximada	33
2.4.6	Método do pilar-padrão com rigidez K aproximada	34
2.4.7	Disposições construtivas	35
2.5	Flechas	39
2.5.1	Estado-limite de deformação excessiva	41
2.5.2	Flechas imediatas	42
2.5.3	Flechas diferidas no tempo	43
3.1	Pré-dimensionamento da Espessura das Lajes	49

## ÍNDICE DE TEXTO

3.2	Pré-dimensionamento da altura das vigas	50
3.3	Pré-dimensionamento das Dimensões dos Pilares	52
4.1	Momentos Fletores nas Lajes Isoladas	60
4.2	Evolução do Cálculo de Flechas em Lajes	69
4.3	Compatibilização dos Momentos de Serviço	76
4.4	Armadura de Flexão nas Lajes	81
4.5	Reação das Lajes nas Vigas	85
5.1	Carregamento das Vigas	94
5.2	Armadura Mínima de Flexão para Vigas	95
5.2.1	Seção (20x55) cm <sup>2</sup>	96
5.2.2	Seção (20x65) cm <sup>2</sup>	97
5.3	Armadura de Pele	98
5.4	Armadura de Suspensão	98
5.4.1	Vigas V2 e V3	100
5.4.2	Vigas V10 e V16	100
5.4.3	Viga V13	100
5.5	Força Cortante	101
5.6	Esquema Estático e Cálculo das Armaduras da Vigas	107
5.6.1	Memorial de cálculo da viga V1	108
5.6.2	Memorial de cálculo das vigas V2 e V3	111
5.7	Resultados da Análise Manual	113
5.8	Aderência e Ancoragem	114
5.8.1	Ancoragem da armadura longitudinal positiva nos apoios extremos	118
5.8.2	Ancoragem da armadura longitudinal positiva nos apoios intermediários	120
5.8.3	Ancoragem da armadura longitudinal negativa nos apoios extremos	120
6.1	Pilares Intermediários P7 e P10	129
6.2	Pilares de Extremidade P2 e P4	135

6.3	Pilares de Canto P1 e P5	142
6.4	Resultados da Análise Manual	145
7.1	Breve Histórico	147
7.2	Versão do Software Utilizada	148
7.3	Introdução ao Modelo Numérico	151
7.4	Definição do Modelo Numérico	153
7.5	Lajes	156
7.5.1	Lajes isoladas e compatibilização	157
7.5.2	Lajes dentro do modelo numérico	163
7.6	Vigas	165
7.6.1	Pórtico de viga contínua isolado	165
7.7	Pilares	170
8.1	Breve Histórico	173
8.2	Versão do Software Utilizada	173
8.3	Introdução ao Modelo Numérico	174
8.4	Lajes	176
8.5	Vigas	183
8.6	Pilares	189
9.1	Conclusões	196
9.2	Sugestões de Pesquisa	200



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Nomeação das dimensões da laje .....	12
Figura 2.2: Laje armada em uma direção e em duas direções .....	12
Figura 2.3: Definição do vão efetivo ( $l_{ef}$ ) para lajes .....	13
Figura 2.4: Lajes parcialmente encastradas .....	13
Figura 2.5: Simulação do comportamento contínuo para lajes isoladas .....	14
Figura 2.6: Cálculo do peso próprio .....	16
Figura 2.7: Carga de paredes em laje .....	16
Figura 2.8: Encastramento elástico na continuidade das lajes .....	17
Figura 2.9: Correção do momento positivo após compatibilização .....	18
Figura 2.10: Domínios de deformação em ELU .....	20
Figura 2.11: Diagramas tensão-deformação concreto e aço CA-50 .....	21
Figura 2.12: Distribuição de tensões de compressão .....	21
Figura 2.13: Equações de equilíbrio - seção retangular de CA .....	22
Figura 2.14: Subestruturas de contraventamento .....	24
Figura 2.15: Efeitos do contraventamento .....	24
Figura 2.16: Pilares contraventados e elementos de contraventamento .....	25
Figura 2.17: Classificação quanto às solicitações iniciais .....	25
Figura 2.18: Situação de projeto de pilares intermediários .....	26
Figura 2.19: Detalhe do pilar intermediário .....	26
Figura 2.20: Situação de projeto de pilares de extremidade .....	26
Figura 2.21: Detalhe do pilar de extremidade .....	27
Figura 2.22: Situação de projeto de pilares de canto .....	27

Figura 2.23: Detalhe do pilar de canto .....	27
Figura 2.24: Estruturas de nós fixos e móveis .....	28
Figura 2.25: Comprimento equivalente do pilar .....	29
Figura 2.26: Comprimento de flambagem .....	29
Figura 2.27: Situação real e simplificada de pilares contraventados .....	30
Figura 2.28: Casos de excentricidade inicial .....	32
Figura 2.29: Excentricidades iniciais na base e no topo do pilar .....	32
Figura 2.30: Arranjos longitudinais típicos em edifícios .....	36
Figura 2.31: Quantidade mínima de barras .....	37
Figura 2.32: Espaçamentos entre barras longitudinais .....	37
Figura 2.33: Estribos extremos adicionais .....	38
Figura 2.34: Resumo das disposições construtivas normativas .....	39
Figura 2.35: FC e MF laje armada em uma direção .....	43
Figura 3.1: Corte A-A – Elevação .....	46
Figura 3.2: Sugestão de escada para dimensionamento futuro .....	46
Figura 3.3: Planta de arquitetura - Térreo .....	47
Figura 3.4: Planta de arquitetura - Andar tipo .....	47
Figura 3.5: Disposição dos panos de laje .....	48
Figura 3.6: Definição dos vãos efetivos e nomeação das lajes .....	48
Figura 3.7: Altura de cálculo para lajes .....	50
Figura 3.8: Esboço da numeração das vigas .....	50
Figura 3.9: Determinação da área de influência dos pilares .....	53
Figura 3.10 .....	53
Figura 3.11: Localização dos pilares sem dimensão .....	54
Figura 3.12: Área de influência dos pilares .....	54
Figura 4.1: Condição de contorno das lajes .....	60
Figura 4.2: Momento fletor característico paralelo a $L_x$ para laje L1 .....	64

Figura 4.3: Momentos fletores paralelos a $L_x$ para laje L1.....	65
Figura 4.4: Momento fletor característico paralelo a $L_y$ para laje L1 .....	65
Figura 4.5: Momentos fletores paralelos a $L_y$ para laje L1 .....	66
Figura 4.6: Momento fletor característico paralelo a $L_y$ para laje L3 .....	66
Figura 4.7: Momentos fletores paralelos a $L_y$ para laje L3 .....	67
Figura 4.8: Momento fletor característico paralelo a $L_x$ para laje L3 .....	67
Figura 4.9: Momentos fletores paralelos a $L_x$ para laje L3.....	68
Figura 4.10: Evolução do método de cálculo de flechas para lajes.....	71
Figura 4.11: Flecha ELS para laje L3.....	73
Figura 4.12: Flecha ELS para laje L5.....	73
Figura 4.13: Identificação de fronteiras duplas.....	76
Figura 4.14: Esboço dos momentos negativos nas lajes no eixo vertical (kN.m).....	77
Figura 4.15: Esboço dos momentos negativos nas lajes no eixo horizontal (kN.m) .....	78
Figura 4.16: Esboço dos momentos de serviço nas lajes ao longo eixo vertical (kN.m) .....	79
Figura 4.17: Esboço dos momentos de serviço nas lajes ao longo eixo horizontal (kN.m).....	80
Figura 4.18: Alternativa para armaduras negativas .....	84
Figura 4.19: Comprimento e distribuição de barras inferiores .....	85
Figura 4.20: Exemplo de armadura de borda.....	85
Figura 4.21: Exemplos de aplicação do processo das áreas.....	86
Figura 4.22: Quinhões de carga - Reações laterais das lajes nas vigas .....	88
Figura 5.1: Vão efetivo de elementos lineares.....	89
Figura 5.2: MF máximos positivos nos vãos de vigas contínuas .....	90
Figura 5.3: Vinculação nos apoios internos de vigas contínuas .....	90
Figura 5.4: Condição para o encastramento de apoios intermediários .....	91
Figura 5.5: Sobreposição do momento de ligação nos extremos .....	92
Figura 5.6: Distribuição dos momentos fletores no pilar extremo .....	92
Figura 5.7: Esquema estrutural para obtenção dos coeficientes.....	93

Figura 5.8: Identificação das vigas a serem apoiadas em outras vigas .....	99
Figura 5.9: Armadura de suspensão para vigas suportada e de suporte .....	99
Figura 5.10: Variação entre $V_c$ e $V_{sd}$ .....	104
Figura 5.11: Distribuição das reações laterais das lajes nas vigas.....	107
Figura 5.12: Esquema estático: V1 - MF e FC .....	108
Figura 5.13 - Esquema estático: V2 e V3 - MF e FC [FTOOL] .....	111
Figura 5.14: Armaduras construtivas.....	113
Figura 5.15: Regiões de boa (I) e má (II) aderência .....	114
Figura 5.16: Ancoragem com gancho e grampos - 3D.....	118
Figura 5.17: Ancoragem com gancho e grampos - Dimensões .....	118
Figura 5.18: Trecho reto e raio de curvatura dos ganchos.....	119
Figura 5.19: Comprimento de ancoragem em apoio intermediário .....	120
Figura 5.20: MF em nó extremo .....	120
Figura 5.21: Tensões em nó extremo .....	121
Figura 5.22: Apoio extremo.....	121
Figura 6.1: Esboço das reações de apoio das vigas nos pilares.....	123
Figura 6.2: Notação para Flexão Composta Normal.....	131
Figura 6.3: Parâmetros para definição dos momentos de dimensionamento do pilar .....	136
Figura 6.4: Excentricidades iniciais - extremidade e seção intermediária .....	138
Figura 6.5: Seções de extremidade em pilares de canto.....	144
Figura 6.6: Seção intermediária dos pilares de canto .....	145
Figura 7.1: Versão utilizada pelo programa da AUTODESK .....	149
Figura 7.2: Versão de estudante 2015.....	149
Figura 7.3: Malha de elementos finitos no ROBOT .....	152
Figura 7.4: Convenção de sinais em painéis e barras.....	152
Figura 7.5: Propriedades mecânicas do concreto .....	153
Figura 7.6: Locação dos elementos lineares nos eixos estruturais .....	154

Figura 7.7: Cota da face superior dos elementos.....	154
Figura 7.8: Carregamento de serviço para além do peso próprio .....	155
Figura 7.9: Refinamento da malha de elementos finitos .....	156
Figura 7.10: Malha de elementos finitos do piso do primeiro pavimento.....	156
Figura 7.11: Lajes representativas L8 e L13 isoladas e compatibilizadas.....	158
Figura 7.12: Desprezar o momento de inércia longitudinal da viga de fronteira .....	158
Figura 7.13: Momentos fletores paralelos ao eixo Y global.....	159
Figura 7.14: Diâmetros das barras, área mínima de aço e cobrimento de lajes.....	159
Figura 7.15: Armadura mínima requerida para código base pré-programado.....	160
Figura 7.16: Armadura adotada supera a armadura mínima.....	161
Figura 7.17: Exibição parcial do relatório detalhado para laje.....	162
Figura 7.18: MF de cálculo para lajes na direção paralela ao eixo X global .....	163
Figura 7.19: MF de cálculo para lajes na direção paralela ao eixo Y global .....	164
Figura 7.20: Flechas para carregamento de cálculo das lajes .....	164
Figura 7.21: Modelação da viga V1 e seus respectivos apoios .....	165
Figura 7.22: Diagrama de momentos fletores de serviço da viga contínua V1.....	166
Figura 7.23: Momento de extremidade da viga contínua V1.....	166
Figura 7.24: Diagrama de força cortante de serviço da viga contínua V1 .....	166
Figura 7.25: Identificação das armaduras da viga contínua V1.....	167
Figura 7.26: Estribos para cada tramo - viga V1.....	167
Figura 7.27: Porta-estribos com barras de 10mm - viga V1.....	168
Figura 7.28: Armadura para momentos negativos - viga V1.....	168
Figura 7.29: Armadura para momentos positivos - viga V1 .....	168
Figura 7.30: Dimensionamento de pilares .....	170
Figura 7.31: Armadura longitudinal - Pilar de extremidade P2.....	171
Figura 7.32: Armadura transversal - Pilar de extremidade P2 .....	171
Figura 8.1: Versão do software CAD/TQS.....	173

Figura 8.2: Enquadramento normativo .....	174
Figura 8.3: Laje maciça e grelha equivalente .....	175
Figura 8.4: Obrigatoriedade da ação do vento.....	176
Figura 8.5: Modelo numérico 3D.....	177
Figura 8.6: Exemplo de representação dos esforços nas lajes .....	178
Figura 8.7: Armadura positiva paralela à direção principal da laje .....	179
Figura 8.8: Disposição das armaduras negativas nas lajes .....	180
Figura 8.9: Detalhes de disposição das armaduras .....	181
Figura 8.10: Detalhamento de armadura a ser definido pelo usuário .....	182
Figura 8.11: Simplificação da disposição das armaduras negativas nas lajes .....	182
Figura 8.12: Esboço do diagrama de esforço cortante para andar tipo .....	183
Figura 8.13: Armaduras da viga de tramo único V13 .....	184
Figura 8.14: Armaduras da viga contínua V4.....	185
Figura 8.15: Resultado parcial do relatório de verificação de vigas.....	186
Figura 8.16: Lista de ferros para viga V7 .....	187
Figura 8.17: Exemplos de relatórios para vigas.....	187
Figura 8.18: Esboço do diagrama de momento fletor para andar tipo.....	188
Figura 8.19: Emendas com alternância de barras longitudinais.....	191
Figura 8.20: Detalhamento de emendas com luvas .....	192
Figura 9.1: Desempenho ao longo do tempo .....	194
Figura 9.2: Lei de Sitter .....	194
Figura 9.3: Vigas contínuas.....	196
Figura 9.4: Pórtico espacial.....	197
Figura 9.5: Grelha de vigas e lajes .....	198
Figura 9.6: Método dos Elementos Finitos .....	198
Figura 9.7: Combinação entre modelos de cálculo .....	199

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1: Classe de Agressividade Ambiental (CAA) .....	9
Tabela 2.2: Cobrimento nominal por CAA.....	10
Tabela 2.3: Estimativa do módulo de elasticidade por $f_{ck}$ .....	10
Tabela 2.4: Representação dos tipos de apoio .....	13
Tabela 2.5: Peso específico dos materiais de construção .....	15
Tabela 2.6: Coeficientes de ponderação $\gamma_c$ e $\gamma_s$ .....	18
Tabela 2.7: Profundidade da linha neutra e domínios de dimensionamento.....	22
Tabela 2.8: Índice de esbeltez e dimensionamento.....	33
Tabela 2.9: Flecha para laje armada em uma direção .....	43
Tabela 3.1: Pré-dimensionamento da espessura das lajes .....	49
Tabela 3.2: Pré-dimensionamento da altura das vigas .....	51
Tabela 3.3: Área de influência dos pilares.....	55
Tabela 3.4: Títulos das colunas de dimensionamento dos pilares.....	56
Tabela 3.5: Dimensionamento da seção transversal dos pilares .....	57
Tabela 4.1: Condição de contorno .....	61
Tabela 4.2: Carregamento das lajes ( $kN/m^2$ ) .....	62
Tabela 4.3: Coeficientes de Beton-Kalender para lajes isoladas.....	63
Tabela 4.4: Momentos fletores para lajes isoladas segundo Beton-Kalender ( $kN.m$ ).....	63
Tabela 4.5: Comparação entre os esforços de momento fletor ( $kN.M$ ) .....	69
Tabela 4.6: Evolução do método de cálculo de flechas para lajes .....	72
Tabela 4.7: Limite regulamentar para flecha em lajes .....	74
Tabela 4.8: Flechas nas lajes isoladas.....	75

## GLOSSÁRIO

Tabela 4.9: Flecha total das lajes isoladas .....	75
Tabela 4.10: Compatibilização dos momentos negativos .....	76
Tabela 4.11: Correção dos momentos positivos (kN.m) .....	79
Tabela 4.12: Taxas mínimas de armadura de flexão .....	81
Tabela 4.13: Lista de Bitolas Padronizadas.....	82
Tabela 4.14: $\rho_{\min}$ para armaduras passivas aderentes .....	82
Tabela 4.15: Valores mínimos para armaduras das lajes de projeto .....	83
Tabela 4.16: Aplicação Tabela Kc e Ks - Momentos positivos .....	83
Tabela 4.17: Aplicação Tabela Kc e Ks - Momentos negativos.....	84
Tabela 4.18: Carregamento das lajes em combinação rara de ações .....	86
Tabela 4.19: Discretização das reações das lajes nas vigas.....	87
Tabela 5.1: Armadura de pele para as vigas do estudo de caso .....	98
Tabela 5.2: Escolha das barras da armadura de suspensão .....	99
Tabela 5.3: Parcela de FC resistida pelos mecanismos internos do concreto ( $V_c$ ) .....	103
Tabela 5.4: Enquadramento de $V_c$ para seção (20x55) cm <sup>2</sup> .....	103
Tabela 5.5: Enquadramento de $V_c$ para seção (20x65) cm <sup>2</sup> .....	103
Tabela 6.1: Estimativa de $N_d$ para pilares do 2º andar .....	124
Tabela 6.2: Estimativa de $N_d$ para pilares do 1º andar .....	126
Tabela 6.3: Estimativa de $N_d$ para pilares a nível térreo.....	127

## SIMBOLOGIAS

### Letras Maiúsculas

A	Área da Seção Cheia
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
Ac	Área da Seção Transversal do Concreto
As	Área da Seção Transversal da Armadura Longitudinal de Tração
As'	Área da Seção Transversal da Armadura Longitudinal de Compressão
CA	Concreto Armado
CAA	Classe de Agressividade Ambiental
COE	Código de Obras e Edificações
Eci	Módulo de Elasticidade do Concreto ou Módulo de Deformação Tangente Inicial
Ecs	Módulo de Deformação Secante do Concreto
EE	Escola de Engenharia
EI	Rigidez
ELS	Estado-limite de Serviço
ELU	Estado-limite Último
Es	Módulo de Elasticidade do Aço de Armadura Passiva (21GPa)
FC	Força Cortante
FNC	Flexão Normal Composta
FOC	Flexão Oblíqua Composta
Fg	Ação Permanente Característica Uniformemente Distribuída
Fq	Carga Acidental Característica Uniformemente Distribuída

## SIMBOLOGIAS

Ic	Momento de Inércia da Seção Bruta de Concreto
ISEP	Instituto Superior de Engenharia do Porto
I <sub>II</sub>	Momento de Inércia da Seção Fissurada de Concreto no Estádio II
ISO	Organização Internacional de Normalização
LN	Linha Neutra
Lx	Menor dimensão de cálculo da laje
Ly	Maior dimensão de cálculo da laje
Ma	Momento fletor na seção crítica do vão considerado
MRd	Momento Fletor Resistente de Cálculo
MSd	Momento Fletor Solicitante de Cálculo
MF	Momento Fletor
MR	Momento de Fissuração
NB	Norma Brasileira
NBR	Norma Brasileira Registrada
Nd	Força Normal de Cálculo
NM	Norma Mercosul
R	Reação de Apoio
Rd	Esforço Resistente de Cálculo
Sd	Esforço Solicitante de Cálculo
UPM	Universidade Presbiteriana Mackenzie
Vd	Força Cortante de Cálculo
VUP	Vida Útil de Projeto

## Letras Minúsculas

ad	Flecha diferida no tempo
ai	Flecha imediata
at	Flecha total
bw	Largura da viga
cmín	Cobrimento Nominal
cnom	Cobrimento Mínimo
d	Altura de cálculo/útil do elemento estrutural
e	Excentricidade de cálculo oriunda dos esforços solicitantes $M_{sd}$ e $N_{sd}$
f	Resistência
fc	Resistência à Compressão do Concreto
fcd	Resistência de Cálculo à Compressão do Concreto
fck	Resistência Característica à Compressão do Concreto
fct	Resistência à Tração Direta do Concreto
fct,f	Resistência do Concreto à Tração na Flexão
fct,m	Resistência Média à tração do Concreto
fy	Resistência ao Escoamento do Aço de Armadura Passiva
h	Altura real do elemento estrutural
s	Espaçamento entre barras de armadura
t	Comprimento do apoio paralelo ao vão da viga analisada
x	Profundidade da Linha Neutra
yt	Distância entre o centro de gravidade da seção e a fibra mais tracionada
z	Braço de Alavanca

## SIMBOLOGIAS

### Letras Gregas

$\alpha$	Correlação entre a resistência à tração na flexão e a resistência à tração direta
$\Delta c$	Tolerância de Execução para o Cobrimento
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$\chi_{alv}$	Peso Específico da Alvenaria
$\chi_c$	Coeficiente de Ponderação da Resistência do Concreto
$\chi_s$	Coeficiente de Ponderação da Resistência do Aço
$\epsilon$	Deformação Específica
$\epsilon_c$	Deformação de Encurtamento no Concreto
$\epsilon_{c2}$	Deformação De Encurtamento Do Concreto No Início Do Patamar Plástico (2‰)
$\epsilon_{cu}$	Deformação De Encurtamento Do Concreto Na Ruptura (3,5‰)
$\epsilon_s$	Deformação De Alongamento Na Armadura Longitudinal Tracionada
$\epsilon_{yd}$	Tensão de escoamento do aço $\epsilon_{yd}$ (2,07‰)
$\rho'$	Taxa geométrica da armadura longitudinal de compressão
$\sigma_c$	Tensão normal de compressão máxima
$\sigma_s$	Tensão de tração na armadura longitudinal tracionada
$\sigma_t$	Tensão de tração na fibra inferior de concreto
$\varphi_2$	Fator de redução de combinação quase permanente para ELS
$\varphi_l$	Diâmetro das Barras de Armadura Longitudinal
$\theta$	Ângulo de inclinação das bielas de compressão no cálculo da força cortante

# 1 INTRODUÇÃO

Os programas de cálculo automático são ferramentas cada vez mais utilizadas na análise, cálculo e dimensionamento de estruturas, em particular em estruturas de concreto armado. Atualmente os programas de cálculo utilizados no mercado brasileiro são distintos dos geralmente utilizados na Europa. Na maioria dos casos, os programas latinos não incluem a regulamentação Europeia, assim como o inverso também ocorre.

O avanço desta tecnologia principalmente na última década, visou facilitar a interface das ferramentas para incentivar novos usuários. A disputa comercial é sadia através da livre concorrência. Entretanto, é responsabilidade das empresas envolvidas no projeto de estruturas ter sensibilidade aos erros grosseiros e verificar se os resultados mostrados na tela estão de acordo com a regulamentação vigente no local de construção da estrutura.

É certo que, apesar de todas as críticas, a introdução de softwares na engenharia estrutural permitiu otimizar o tempo gasto para comparar alternativas na busca da melhor estrutura. Além disso, possibilitou o refinamento dos modelos estruturais, a racionalização das atividades de projeto e facilitou a troca de informações entre seus participantes.

O senso comum neste ramo da engenharia civil relembra os riscos de acreditar cegamente nas respostas virtuais. Nos sites das empresas de softwares e nas entrevistas dos diretores destas empresas, reafirmouse que todo programa virtual é passível de bugs, isto é, não são imunes aos chamados erros de programação. Além disto, no Termo de Uso assinado pelo usuário para utilizar qualquer ferramenta de cálculo há explicitamente descrito que a responsabilidade pelo uso dos resultados é do usuário. Assim, a interpretação consciente das informações e um pré-dimensionamento realizado pelo engenheiro responsável são fundamentais para otimizar o risco de modelações errôneas.

Os engenheiros responsáveis pela modelação de um projeto estrutural em um software não podem se acomodar com os resultados finais fornecidos pelas ferramentas de cálculo. Há de se questionar se a solução sugerida pelo programa é viável de ser implantada na obra e se o programa consultou outras soluções possíveis para comparar. Observa-se que a qualidade das respostas está intimamente associada à qualidade dos dados fornecidos na modelagem. O mal *input* de informações pelo engenheiro civil programador gerará um mal *output* de resultados.

Assim como outros programas de computador, o software de cálculo estrutural tem como principal objetivo realizar tarefas repetitivas. Isto é possível graças à prévia definição das rotinas de dimensionamento e da automatização de fórmulas necessariamente enquadradas nos Regulamentos Nacionais. Apesar da interface com o usuário permitir a edição de desenhos e o compartilhamento destas informações de forma simples e rápida, a análise das interferências sociais de projeto e a negociação de custos são de total responsabilidade da empresa de engenharia e atualmente nenhum software comercial substitui esta responsabilidade.

Ao fazer o *input* das propriedades do solo, por exemplo, o programa de cálculo automaticamente entende quais são as melhores sugestões de fundação. Entretanto, ele desconsidera quais as construções existentes no entorno, as respectivas idades, o impacto de determinados tipos de construção para o sistema viário local, o barulho produzido, o prazo definido no cronograma, o orçamento destinado a esta parcela da obra, as condições atmosféricas na data de execução da fundação, oscilação dos preços dos materiais e viabilidade de mão-de-obra local.

Assim, o engenheiro civil deve usufruir das potencialidades destas ferramentas a fim de auxiliar na definição de opções para eventuais surpresas em cada fase de execução de uma obra. Este cuidado é tão essencial quanto maior for o porte, o custo e/ou a importância social do empreendimento. Exemplificam-se através de hospitais, presídios, pontes, usinas hidrelétricas, museus, quartéis de bombeiros e outras obras cuja integridade é vital para a proteção civil.

### **1.1 OBJETIVOS**

#### **1.1.1 Objetivo geral**

Realizar um estudo comparativo da performance dos programas de cálculo CAD/TQS (Brasil) e Robot Structural Analysis, da Autodesk, com base num projeto de concreto armado de um edifício de habitação coletiva.

#### **1.1.2 Objetivos específicos**

Avaliar os resultados teóricos/acadêmicos à luz da Norma Brasileira Registrada NBR 6118/2014 para uma estrutura de concreto armado utilizada como modelo;

Investigar metodologias que possam contribuir para resultados de dimensionamento mais precisos;

Analisar os resultados obtidos a fim de satisfazer as exigências normativas relativas à estabilidade estrutural.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

O uso inconsequente de softwares de cálculo estrutural pode trazer resultados rápidos e precisos, entretanto é responsabilidade do engenheiro civil identificar incompatibilidades e repensar novas alternativas de projeto.

Por um lado, há poucas décadas convivia-se com a complexidade de cálculos executados a mão pelo engenheiro calculista e com a dependência de desenhos arquitetônicos realizados a partir de esquadro e compasso. Por outro lado, hoje não se restringe ao uso de ferramentas manuais a obtenção de desenhos tridimensionais, assim como planilhas otimizam a execução de cálculos repetitivos.

Apesar do avanço tecnológico, criou-se um risco de dimensão tão equivalente ou maior para a engenharia civil: o pré-requisito é o conhecimento da engenharia e não a habilidade de se lidar com o software.

É evidente que a união destas habilidades seria o ideal, entretanto nem sempre a formação acadêmica a nível de graduação do engenheiro civil abrange a capacitação técnica para tal. O acomodamento dos poucos engenheiros experientes em projeto impede a passagem de conhecimento a novos profissionais, haja visto que é necessário compatibilizar analiticamente a teoria acadêmica com a prática do mercado.

Para uma mesma estrutura de concreto armado, os resultados serão confrontados de modo a se verificar níveis de segurança, distribuição dos esforços relativos à momento fletor e força cortante para os elementos estruturais laje, viga e pilar.

Em mão dos dados obtidos, viabiliza-se entender a variação dos meios de programação para um mesmo problema matemático. Além disso, aproximar o universitário do curso de engenharia civil das ferramentas crescentes no mercado de projeto estrutural representa definitivamente encurtar o caminho profissional.

A partir deste trabalho será possível realizar uma consulta para aprofundamentos futuros de modo a complementar a bibliografia sobre o tema. Ainda assim, ressalta-se que os resultados do levantamento apontarão as principais dificuldades de modelação presentes no dia-a-dia de um usuário universitário com pouca experiência de programação.

Este trabalho por fim se justifica, na medida em que contribui para facilitar o entendimento da NBR 6118/2014 e suas aplicações nos softwares comerciais de cálculo estrutural para um edifício de concreto armado.

### **1.3 METODOLOGIA**

O desenvolvimento desta pesquisa contempla duas fases de elaboração que visam o estudo e a análise do assunto discutido.

As tarefas associadas ao programa Robot Structural Analysis foram realizadas com o orientador do Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), enquanto as tarefas associadas ao programa CAD/TQS foram realizadas nas instalações da Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM).

Para dar início à primeira fase, foi necessário executar uma pesquisa teórica a fim de consolidar as bibliografias relacionadas ao dimensionamento de um edifício de concreto armado no Brasil.

A revisão bibliográfica visará detetar as exigências regulamentares a fim de propor soluções estruturais para compatibilizar com o projeto arquitetónico deste estudo de caso. O foco desta etapa será abrir caminho ao dimensionamento propriamente dito, a partir da avaliação das viabilidades técnica, ambiental, normativa e social contempladas nas diretivas das Normas Brasileiras vigentes na data de execução deste trabalho.

Dado o pré-dimensionamento da estrutura, a segunda fase deste estudo refere-se à modelação da Planta de Forma nos softwares de cálculo estrutural. Com o objetivo de obter resultados mais precisos e próximos do comportamento real da estrutura, serão discriminadas etapas parciais da modelação.

Por fim, a segunda fase deste estudo se encerrará com a discussão dos resultados obtidos para os esforços momento fletor e força cortante para os elementos estruturais laje, viga e pilar, à luz do objetivo de aferir a distribuição de esforços entre as peças e a maior ou menor necessidade de armaduras de aço.

### **1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO**

O trabalho de conclusão de curso será estruturado em nove seções:

A seção 1 apresentará a Introdução, que é composta pelos seguintes itens: texto de conceituação e caracterização do tema; Objetivos; Justificativa; e Metodologia.

A seção 2 retratará uma revisão da literatura sobre as normas brasileiras relativas ao dimensionamento de um edifício de concreto armado. Serão abordados os princípios que regem o dimensionamento dos elementos estruturais laje, viga e pilar de modo a definir parâmetros, propriedades e limites construtivos.

A seção 3 exibirá o estudo de caso através da planta de arquitetura e da utilização dos ambientes. Será realizado um pré-dimensionamento da estrutura com vistas a definir o carregamento, as seções das peças, o posicionamento entre as peças e por fim pressupor organicamente o comportamento da estrutura global.

As seções 4, 5 e 6 referem-se ao cálculo manual dos elementos estruturais laje, viga e pilar respectivamente. É possível prever, a partir das instruções normativas constantes na revisão bibliográfica, o comportamento da estrutura com ótica a elementos isolados e com ótica ao comportamento conjunto das peças.

As seções 7 e 8 abordarão a modelagem nos programas comerciais de cálculo automático de estruturas. De modo a repetir os procedimentos executados nas seções anteriores, tem-se por objetivo a esta altura comparar o comportamento da estrutura segundo as ferramentas Robot Structural Analysis e CAD/TQS

A seção 9 consolidará os resultados de modo a verificar o atendimento das Normas Regulamentares e o custo benefício da estrutura. Por fim, serão expostas as conclusões do trabalho e indicadas algumas recomendações para pesquisas futuras.



## 2 REVISÃO DA LITERATURA: O ESTADO DA ARTE

A otimização de custos e prazos é um dos principais objetivos da engenharia. Observa-se, principalmente nas últimas décadas, que o desenvolvimento de novas técnicas na construção civil veio acompanhado do aumento da concorrência entre empresas deste setor. Faz-se vantajoso para este processo competitivo oferecer alternativas estruturais que permitam flexibilidade, otimização de cronograma e orçamento, eficiência e eficácia.

A evolução informática ocorrida principalmente na primeira década do século XXI permitiu criar condições para analisar soluções de alta complexidade através de softwares comerciais de cálculo estrutural, a fim de buscar as chamadas soluções ótimas.

Na medida que a livre concorrência e o mundo digital extrapolaram as antigas capacidades manuais do engenheiro de estruturas, o mercado de tecnologia dos materiais evoluiu indiscutivelmente. A este contexto, foram revisadas as Normas Brasileiras de dimensionamento que contemplam edifícios de concreto armado. As versões da NBR 6118 divulgadas em 2003 e 2007 deram lugar a mais recente publicação em 2014.

Precisamente em 29 de maio de 2014, entrou em vigor a nova versão da ANBT NBR 6118. A Norma conhecida também por NB-1, por ser a primeira norma nacional sobre estruturas, possui hoje seu escopo ampliado. Passou a regulamentar os procedimentos e requisitos mínimos para os concretos do Grupo II, além do já contemplado Grupo I. À luz da ABNT NBR 8953/2015, ambos os Grupos possuem a massa específica seca do concreto no intervalo entre  $2 \text{ t/m}^3$  e  $2,8 \text{ t/m}^3$ . A diferença se dá nas Classes de Resistência Característica à Compressão ( $f_{ck}$ ). Enquanto o Grupo I enquadra-se no intervalo C20 a C50, o Grupo II refere-se ao intervalo C55 a C90.

Antes de avançar ao projeto, é necessário estabelecer os conceitos envolvidos aos materiais e procedimentos. Ressalta-se a importância de entender as limitações encontradas nos materiais utilizados a fim de prever o comportamento da estrutura.

## 2.1 CONCRETO ARMADO

À luz do item 3.1 da NBR 6118/2014, fica estabelecido que o concreto armado é aquele que possui armadura superior à mínima e que a esta não sejam aplicados alongamentos iniciais. Assim, é possível entender que o concreto que não possui armadura ou a possui em quantidade inferior ao mínimo exigido é chamado concreto estrutural simples. Já o concreto que possui armadura maior que a mínima, mas parte pré-alongada é denominado concreto protendido.

Ao consultar a norma complementar NBR 12655/2015, item 3.1, pode-se compreender o atual entendimento da composição do concreto:

Item 3.1 – Concreto de cimento Portland: Material formado pela mistura homogênea de cimento, agregados miúdo e graúdo e água, com ou sem a incorporação de componentes minoritários (aditivos químicos, pigmentos, metacaulim, sílica ativa e outros materiais pozolânicos), que desenvolve suas propriedades pelo endurecimento da pasta de cimento (cimento e água). Para os efeitos desta Norma, o termo “concreto” se refere sempre a “concreto de cimento Portland”.

Para a NBR 7211/2009, respectivamente aos itens 3.1 e 3.2, entende-se que os agregados miúdos são aqueles “cujos grãos passam pela peneira com abertura de malha de 4,75mm” e que os agregados graúdos sejam aqueles “cujos grãos passam pela peneira com abertura de malha de 75mm e ficam retidos na peneira com abertura de malha de 4,75mm”. Para ambos os casos, são prescritos os ensaios da ABNT NBR NM 248, com peneiras definidas pela ABNT NBR NM ISO 3310-1.

A Norma entende que os aditivos podem fazer parte da composição do concreto. Entretanto, ressalta-se o limite de massa disposto no item 3.19 da NBR 12655/2015 como sendo inferior a 5 % da massa de cimento. Estes materiais são adicionados durante a preparação do concreto. Dentre os principais objetivos para modificar as propriedades no estado fresco e/ou no estado endurecido destacam-se: acelerar ou retardar o endurecimento nas idades iniciais (pega), diminuir a permeabilidade, a retração e o calor de hidratação, melhorar a trabalhabilidade e a fluidez, impedir a segregação e/ou pigmentar.

Em mão dos materiais consistentes do concreto, é fundamental observar que o concreto armado depende da aderência entre o concreto e o aço. As barras de aço devem ser convenientemente posicionadas de modo a absorver os esforços de tração exigidos para o equilíbrio interno da peça. A NBR 6118/2014 entende nos itens 9.2, 9.3, 9.4 e 9.5 que a aderência é garantida principalmente pelo posicionamento da armadura, comprimento e técnicas de ancoragem, comprimento de amarração e técnicas de emenda.

Segundo PINHEIRO (2007), a aderência é a propriedade que impede o escorregamento entre as barras de aço e o concreto que as envolvem. Esta poderia ser compreendida por 3 parcelas: a aderência por adesão ocorreria devido às ligações físico-químicas na interface entre os materiais; a aderência por atrito apareceria devido a pressões de contato; e a aderência mecânica seria devido às saliências superficiais das barras.

As forças de tração são provocadas em peças estruturais em flexão, isto é, em vigas (elementos lineares) e lajes (elementos de superfície). Além disso, as barras de aço são usadas em pilares na direção longitudinal pois são peças sujeitas à flexão oblíqua composta e/ou flexão normal composta, e na direção transversal na forma de estribos a fim de evitar flambagem lateral.

A escolha do concreto armado como material de construção se deve principalmente à larga utilização histórica, vasta disponibilidade de mão-de-obra, comumente pode ser produzido *in loco* devido à disponibilidade de materiais locais ou há proximidade com usinas de concreto que facilmente o transportam. Se bem projetado e bem executado, resulta num comportamento de bloco monolítico com respostas térmicas muito semelhantes, haja visto que são materiais com valores de coeficientes de dilatação térmica muito próximos. Além disso, há de se considerar a alcalinidade do concreto na proteção das armaduras contra agentes externos.

Este projeto será dimensionado como Classe de Agressividade Ambiental (CAA) II, visto que pressupõem a execução em um ambiente urbano. Em conformidade com a tabela 6.1 da NBR 6118/2014, entende-se que se trata de uma agressividade moderada com pequeno risco de deterioração das armaduras.

Tabela 2.1: Classe de Agressividade Ambiental (CAA)

CAA	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da armadura
I	Fraca	Rural / Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana / Marinha	Pequeno
III	Forte	Industrial	Grande
IV	Muito Forte	Respingo de maré	Elevado

Fonte: NBR 6118/2015 - Tabela 6.1

Para todos os elementos estruturais deste estudo de caso, a Norma ainda informa os limites mínimos de cobertura. Isto é, a espessura mínima da camada que envolve externamente as armaduras. Esta camada é responsável por minimizar o processo natural de carbonatação e resistir às intemperes de agentes externos. Espessuras insuficientes de cobertura podem acelerar o processo de corrosão das armaduras, gerando tensões internas e por fim comprometer o desempenho estrutural da peça.

Para garantir o cobertura mínimo ( $c_{mín}$ ) o projetista deve considerar o cobertura nominal ( $c_{nom}$ ). Este refere-se à soma do cobertura mínimo com a tolerância de execução ( $\Delta c$ ):

$$C_{nom} = C_{mín} + \Delta c \quad (2.1)$$

A Norma define o valor mínimo da tolerância  $\Delta c$  como 10 mm. Para esta condição, a Tabela regulamentar 7.2 disposta no item 7.4.7.6 da NBR 6118/2014 exige os seguintes cobrimentos nominais a serem contemplados em projeto e execução de uma edificação:

Tabela 2.2: Cobrimento nominal por CAA

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de Agressividade Ambiental (CAA)			
		I	II	III	IV
		Cobrimento Nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50

Fonte: NBR 6118/2014 – Tabela 7.2

No tópico 8.2.9 da referida Norma, fica definido o valor do Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) como sendo 0,2 na condição em que as tensões de compressão sejam inferiores à metade da resistência característica à compressão do concreto na idade em que se deseja estimar o Módulo de Elasticidade.

A Tabela Regulamentar 8.1 estima o valor do Módulo de Elasticidade ( $E_{ci}$ ), a partir da Resistência Característica à Compressão ( $f_{ck}$ ) e o material utilizado como agregado graúdo do concreto. Este projeto utilizará granito e será regido pela expressão e pela tabela abaixo para concretos do Grupo I, com  $\alpha E = 1,0$ .

$$E_{ci} = \alpha E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (2.2)$$

Tabela 2.3: Estimativa do módulo de elasticidade por  $f_{ck}$

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
<b><math>E_{ci}</math> (GPa)</b>	25	28	31	33	35	38	40
<b><math>E_{cs}</math> (GPa)</b>	21	24	27	29	32	34	37
<b><math>\alpha_i</math></b>	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93

Fonte: NBR 6118/2014 – Tabela 8.1

Ainda se sugere a estimativa do Módulo de Deformação Secante ( $E_{cs}$ ) pela seguinte expressão:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (2.3)$$

Assim, observa-se que os parâmetros e propriedades fundamentais de cálculo são constituintes das Normas Brasileiras. Este projeto será executado com concreto da classe C30 e possui, portanto, o módulo de elasticidade estimado em 31GPa e o módulo de deformação secante estimado em 27GPa. São informações fundamentais para prever as flechas em lajes e a verificação dos domínios de dimensionamento por exemplo.

## 2.2 ELEMENTO ESTRUTURAL LAJE

À luz da NBR 6118/2014, item 14.4.2, entende-se que elementos de superfície são aqueles em que a espessura é muito inferior às demais dimensões. Dá-se, portanto, o nome de Placa ao elemento estrutural laje. Por ser uma superfície plana e comumente horizontal, está sujeita a ações normais a seu plano. Isto é, sujeita principalmente a ações verticais.

Ainda nesta Norma, item 14.7, admitem-se as seguintes hipóteses de simplificação para se obter um modelo matemático que se aproxime do comportamento real das lajes na análise linear da estrutura:

- a) As seções transversais planas permanecem planas após as deformações;
- b) Representação da laje por seu plano médio, isto é, aquele à meia altura.

O estudo de caso do presente projeto refere-se a lajes maciças retangulares. Este tipo de laje contém armaduras longitudinais e transversais de flexão. Além disso, a superfície de espessura constante de concreto armado possui o contorno integralmente circundado de vigas. Isto é, vigas ortogonais entre si.

Assim, discretiza-se a transmissão dos esforços na ordem laje, viga e pilar. Sendo estes últimos dispostos nos cantos das lajes, onde há o encontro de vigas. Na ótica do método simplificado de dimensionamento, conforme a condição de apoio dos contornos rígidos, dá-se as reações da laje sob as vigas através de cargas uniformemente distribuídas de acordo com os quinhões de carga descritos no item 14.7.6.1 da NBR 6118/2014.

Em regra geral, a relação entre os lados define se a armadura positiva principal é considerada em apenas 1 direção ou em ambas as direções ortogonais.

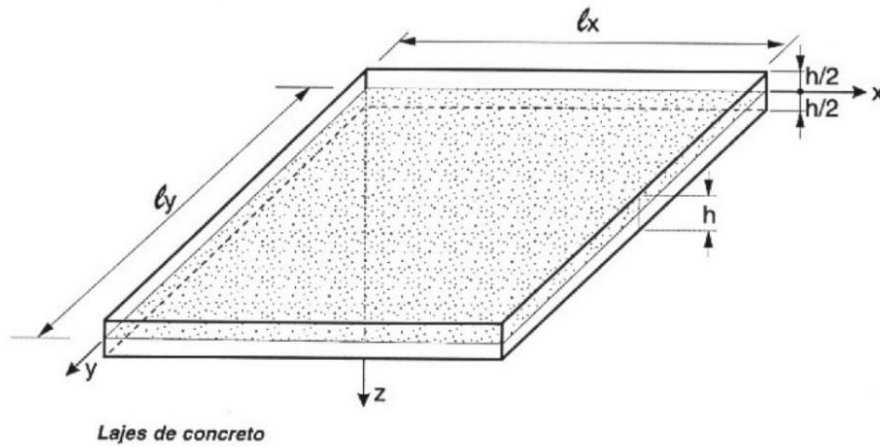


Figura 2.1: Nomeação das dimensões da laje

Fonte: Fusco (2000)

Entende-se que  $l_x$  é a nomeação do menor lado da laje, enquanto  $l_y$  representa o maior lado da laje. Para a relação  $l_y/l_x > 2,0$  utiliza-se a armadura positiva principal paralela a  $l_x$ . Para relação compreendida no intervalo  $1,0 < l_y/l_x < 2,0$  as armaduras positivas principais são colocadas em ambas as direções conforme imagem a baixo.

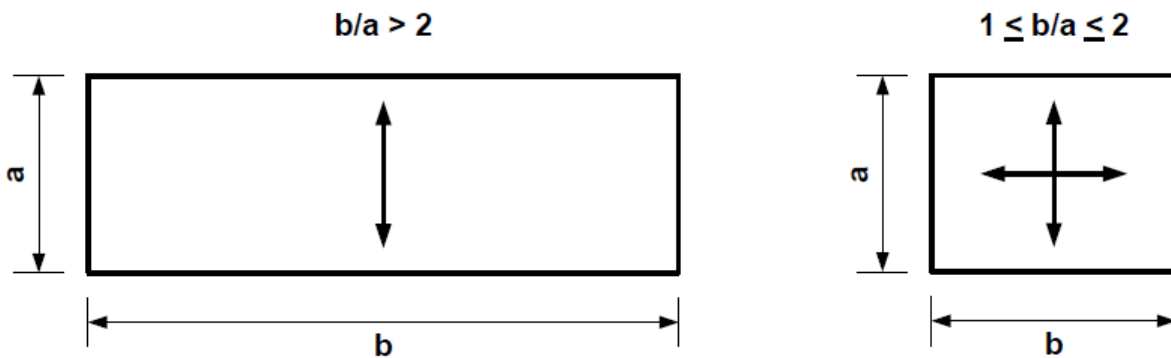


Figura 2.2: Laje armada em uma direção e em duas direções

Fonte: Campos Filho (2014)

O item 14.7.2.2 da NBR 6118/2014 preconiza as normativas sobre a definição de cada vão efetivo da laje conforme descrito ao lado da imagem abaixo. Entretanto, para facilidade do cálculo, é usual considerar os vãos teóricos entre os eixos dos apoios. Isto é, em geral os projetistas consideram o vão da laje como a distância entre face dos apoios somada à metade da largura de cada apoio. Esta prática atende a segurança estrutural, pois majora-se a sollicitação para pilares de reduzida seção transversal e lajes com  $h < 20\text{cm}$ .

$$L_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \tag{2.4}$$

Onde:

$L_{ef}$  = Vão efetivo da laje

$a_1$  = Menor valor entre  $t_1/2$  e  $0,3h$

$a_2$  = Menor valor entre  $t_2/2$  e  $0,3h$

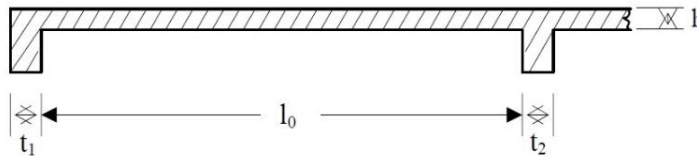


Figura 2.3: Definição do vão efetivo ( $L_{ef}$ ) para lajes

Fonte: Camacho (2004)

Dada a definição de  $L_x$  e  $L_y$  para todas as lajes, deve-se proceder para a avaliação da vinculação entre os panos de laje.

Tabela 2.4: Representação dos tipos de apoio

Borda livre	Simplemente Apoiada	Encastrada
- - - - -	—————	// // // // //

Fonte: Pinheiro (2007)

A condição de contorno chamada borda livre refere-se à ausência de viga. A existência de viga confere a condição simplesmente apoiada ao lado de estudo. Caso haja laje adjacente à viga de contorno, diz-se que este perímetro está encastrado. A fronteira entre as duas lajes deve respeitar ao menos  $2/3$  do contorno da laje para conferir-lhe esta condição.

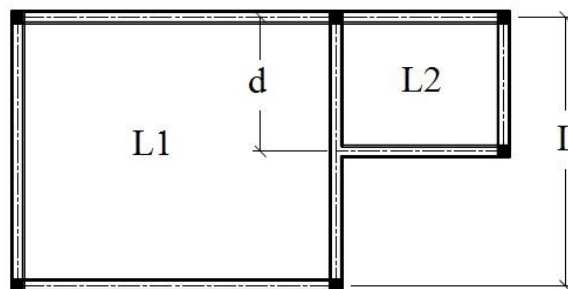


Figura 2.4: Lajes parcialmente encastradas

Fonte: Bastos (2015, 115p)

A fronteira entre as lajes L1 e L2 na figura anterior será considerada encastrada apenas se  $d > 2/3 L$ . Caso contrário esta parte do contorno é atribuída como condição simplesmente apoiada.

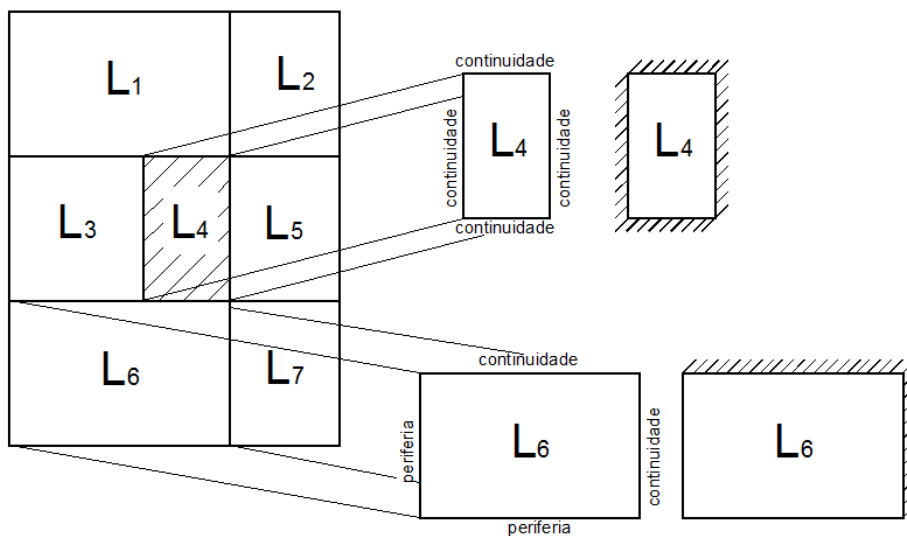


Figura 2.5: Simulação do comportamento contínuo para lajes isoladas

Fonte: Borja (2015)

Há algumas adaptações de cálculo entre as versões publicadas em 2003 e 2014 da NBR 6118. Dentre outras, ressalta-se o aumento do valor correspondente às espessuras mínimas para lajes maciças. Em ambas as versões, encontra-se no item 13.2.4 um incremento de espessuras. Parcialmente segue o que é vigente hoje:

- a) lajes de cobertura não em balanço passam de 5 cm para 7cm de espessura mínima;
- b) lajes de piso não em balanço passam a ser 8cm;
- c) lajes em balanço passam a ser 10cm;
- d) lajes que suportem veículos de peso total  $\leq 30$  kN permanecem 10cm;
- e) lajes que suportem veículos de peso total  $> 30$  kN permanecem 12cm;

Diversos autores convergem sobre a ineficiência de lajes maciças em vencer grandes vãos. Sugere-se para satisfazer o ELU (Estado-limite Último) e o ELS (Estado-limite de Serviço) projetar lajes maciças com dimensões inferiores a 7 metros e panos inferiores a  $30\text{m}^2$ . Em caso de necessidade de dimensões maiores ao sugerido, indica-se o uso de lajes nervuradas pois possuem peso próprio inferior ao de lajes maciças.

As ações ou carregamentos que solicitam as lajes são os mais variados. Compreendem o peso próprio da estrutura, seus revestimentos, os equipamentos móveis, os equipamentos fixos, o mobiliário, as paredes divisórias, as pessoas, etc. Além de transmitir os esforços verticais às vigas de apoio, a laje possui a função de se comportar como diafragma rígido. Isto é, como elemento de rigidez infinita em seu próprio plano

que distribui os esforços horizontais do vento para as estruturas de contraventamento. Este projeto não considerará estas ações, mas reitera-se que são análises fundamentais para a estabilidade global dos edifícios dependente do entorno da edificação, sua região geográfica, a esbeltes do edifício e a complexidade das estruturas de contraventamento, encontrada nos pórticos, paredes e núcleos de rigidez por exemplo.

À luz da ABNT NBR 6120/1980, cuja errata foi publicada em 2000, tem-se a classificação do carregamento em duas categorias distintas:

Item 2.1.1 – Carga permanente: Este tipo de carga é constituído pelo peso próprio da estrutura e pelo peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes.

Item 2.2 – Carga acidental: É toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos etc.).

Na ausência de dados mais precisos, esta Norma ainda sugere valores dos pesos específicos de alguns materiais de construção, a fim de estimar a carga permanente conforme:

Tabela 2.5: Peso específico dos materiais de construção

<b>Materiais</b>	<b>Peso específico aparente (kN/m<sup>3</sup>)</b>
Arenito	26
Basalto	30
Gneiss	30
Granito	28
Mármore e calcário	28

Fonte: NBR 6120/1980

Admite-se que os edifícios residenciais possuem valores mínimos de carga acidental dependendo do uso do espaço. Para dormitórios, copa, sala, cozinha e banheiros a NBR 6120/1980 entende que este valor é 1,5 kN/m<sup>2</sup>. Enquanto para despensas, áreas de serviço e lavanderia o limite mínimo é de 2,0 kN/m<sup>2</sup>. Em respeito à indicação regulamentar, este projeto adotará carga acidental  $q = 2,0 \text{ kN/m}^2$  para todas as lajes a fim de facilitar a compreensão dos resultados.

A espessura da laje será definida na sessão de pré-dimensionamento. Entretanto, adianta-se que o peso próprio da peça refere-se ao peso em 1m<sup>2</sup> de laje, considerando peso específico do concreto 25kN/m<sup>3</sup>.

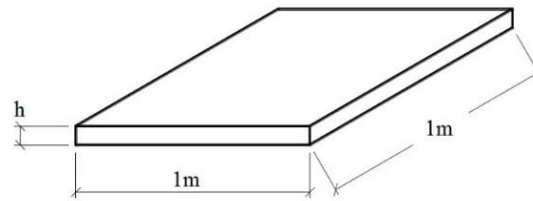


Figura 2.6: Cálculo do peso próprio

Fonte: Bastos (2015, 115p)

Este resultado possui unidade kN/m<sup>2</sup>, assim como todos os carregamentos de laje a serem transferidos às vigas como cargas uniformemente distribuídas.

A camada de argamassa colocada imediatamente acima da face superior da laje é chamada de contrapiso ou argamassa de regularização. Possui a função de diminuir a rugosidade superficial na medida que nivela o substrato aonde será colocado o revestimento.

Diversos autores convergem à proibição do uso de gesso neste tipo de argamassa. Apesar de acelerar o processo de cura, prejudica a aderência e pode gerar deslocamentos do revestimento a médio prazo. Para a argamassa de cimento e areia, considera-se como peso específico 21 kN/m<sup>2</sup>.

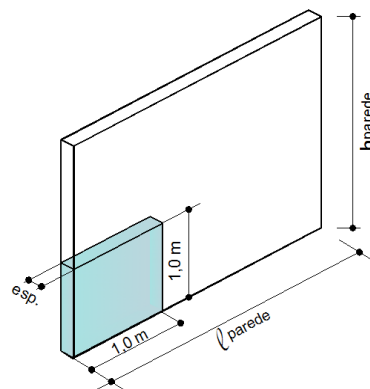


Figura 2.7: Carga de paredes em laje

Fonte: Borja (2015)

No caso de paredes existentes no interior da laje, calcula-se o peso total destas através da multiplicação do volume pelo peso específico aparente equivalente. Este valor deve ser dividido pela área total da laje, a fim de que seja um carregamento uniformemente distribuído.

$$g_{\text{paredes}} = \frac{\gamma_{\text{alv. e.}} \cdot h \cdot l}{L_x \cdot L_y} \quad [\text{kN/m}^2] \quad (2.5)$$

Este projeto considera as paredes feitas de blocos cerâmicos furados. A NBR 6120/1980 recomenda o peso específico aparente de valor  $13 \text{ kN/m}^3$ . Ressalta-se que se fossem tijolos maciços, a estrutura seria mais pesada pois o peso específico deste bloco é  $18 \text{ kN/m}^3$ .

De início, pressupôs-se que as lajes seriam isoladas umas das outras. Entretanto, não é o que se verifica na realidade. Este é um método acadêmico que permite uma primeira estimativa de esforços no pavimento. Uma borda comum a duas lajes deveria possuir um único valor equivalente de momento fletor negativo. Para isso, a NBR 6118/2014 permite a compatibilização conforme segue:

Item 14.7.6.2 – Quando houver predominância de cargas permanentes, as lajes vizinhas podem ser consideradas isoladas, realizando-se a compatibilização dos momentos sobre os apoios de forma aproximada.

No caso de análise plástica, a compatibilização pode ser realizada mediante alteração das razões entre momentos de borda e vão, em procedimento iterativo, até a obtenção de valores equilibrados nas bordas [...]

Há muitos anos, verifica-se uma prática consolidada nos projetos estruturais brasileiros. Dado uma viga, apoiada neste tramo por dois pilares extremos, onde apoiam-se duas lajes que descarregam respectivamente os momentos fletores negativos  $M_{L1}$  e  $M_{L2}$ , onde  $M_{L1} > M_{L2}$ , o processo refere-se em adotar como momento compatível o maior valor entre: 80% de  $M_{L1}$  ou a média entre os momentos.

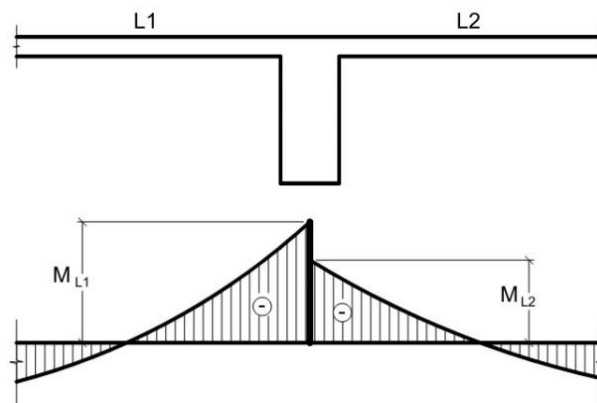


Figura 2.8: Encastramento elástico na continuidade das lajes

Fonte: Bastos (2015, 115p)

Dada a compatibilização entre os momentos negativos, procede-se pela correção dos momentos positivos. Adotando-se como nomenclatura  $M_{i-}$  para o momento negativo inicial e  $M_{f-}$  para o momento negativo final, tem-se que o novo momento positivo da laje deve ser somado à metade da diferença em módulo entre  $M_{i-}$  e  $M_{f-}$ .

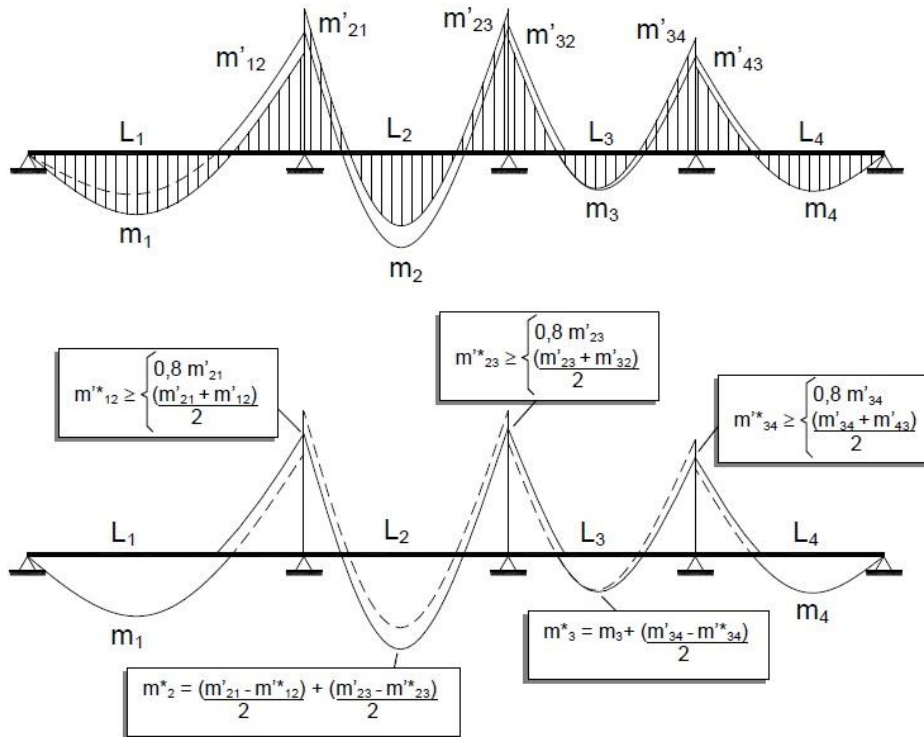


Figura 2.9: Correção do momento positivo após compatibilização

Fonte: Pinheiro (2007)

Ressalta-se que os momentos positivos nunca serão diminuídos. No exemplo acima,  $m_1$  e  $m_4$  permanecem com o mesmo valor após a compatibilização dos momentos negativos.

Após este processo, tem-se as lajes justapostas com os momentos negativos compatibilizados e os momentos positivos corrigidos. Assim, é possível consultar o diagrama de momentos fletores contínuo para todo o piso da estrutura. Entretanto, estes momentos são chamados de Momentos de Serviço. Para o cálculo das armaduras de flexão, serão utilizados os Momentos de Cálculo. Estes são obtidos multiplicando os Momentos de Serviço pelos coeficientes  $\chi$  de ponderação constantes no tópico 12.4.1 da NBR 6118/2014 referente ao dimensionamento no Estado Limite Último (ELU):

Tabela 2.6: Coeficientes de ponderação  $\chi_c$  e  $\chi_s$

Combinações	Concreto $\chi_c$	Aço $\chi_s$
Normais	1,40	1,15

Fonte: NBR 6118/2014 - Tópico 12.4.1

A partir desta etapa do dimensionamento, as solicitações a serem encaminhadas às vigas e pilares já são previamente as ações de cálculo. Os esforços resistentes nas lajes podem ser determinados da mesma forma que se determina para as vigas. Isto é possível graças à adoção de uma base unitária (1m).

### 2.3 ELEMENTO ESTRUTURAL VIGA

À luz dos itens 14.4.1 e 14.4.2 da NBR 6118/2014, conceitua-se que vigas são elementos em que o esforço de flexão é o preponderante. Refere-se ao tratamento dado a elementos lineares "em que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal, sendo também denominados barras."

Segundo PINHEIRO (2007), as vigas constituem "barras horizontais que delimitam as lajes, suportam paredes e recebem ações das lajes ou de outras vigas e as transmitem para os apoios.". Reitera-se que, para além dos carregamentos externos, a viga deve resistir de início ao seu peso próprio. Haja visto se tratar de um material com 2,5 toneladas por m<sup>3</sup>, pode-se chegar a peças de 500kg com facilidade.

As vigas numa estrutura de concreto armado podem ser revestidas ou aparentes. De maneira geral, os arquitetos preferem as vigas embutidas nas paredes de vedação, de modo que não possam ser percebidas visualmente. Assim, é necessário que a largura das vigas seja definida em função da espessura final da parede. Este projeto adota blocos de alvenaria de 19cm. Com a aplicação das telas metálicas e fixação destas, espera-se que sejam compatíveis 5mm para cada lado dos blocos a fim de equacionar com a espessura da viga definida em 20cm.

Há de se considerar a espessura da argamassa de revestimento, a ser executada em ambas as faces da parede. Em regra geral, trata-se da aplicação de uma camada entre 2,0 e 3,0cm a fim de regularizar a superfície. Para revestimentos externos ainda podem ser previstos assentamentos cerâmicos, constituindo um carregamento a ser considerado em projeto.

No Brasil, diferentemente de paredes executadas em clima mediterrânico, não são previstas paredes de dupla fiada de blocos. Em normalidade, tampouco são previstos isolantes térmicos. Para além dos blocos de alvenaria, procede-se pela aplicação de chapisco, emboço, reboco e por fim o revestimento que pode consistir em pintura.

A NBR 6118/2014, item 13.2.2, entende que a largura mínima para vigas é de 12cm. Isto se deve ao bom alojamento das armaduras, respeitando o espaçamento mínimo entre as barras de aço longitudinais e o cobrimento mínimo da peça.

De modo a facilitar a execução, a prática brasileira indica adotar para este elemento estrutural valor de altura múltiplo de 5,0 cm considerando uma altura mínima de 25cm. Este critério induz a utilização de vãos superiores a 250cm tanto quanto possível, a fim de prever o melhor custo benefício para a peça. A Norma não define altura máxima para vigas. Entretanto, conforme introdução no início desta seção, o elemento que tiver a maior dimensão de sua seção transversal superior a 1/3 do valor do vão pode ser considerado viga-parede. Para este enquadramento, a Norma exige que este dimensionamento seja feito a partir de elemento de superfície, especificamente chamado chapa.

A altura máxima das vigas está condicionada ao espaço disponível para a viga e para as aberturas de portas e janelas ao longo do pé-direito. Assim, é imprescindível considerar portas compatíveis com a altura da viga de modo que as deformações previstas em ELS não comprometam as esquadrias, caixilhos e demais aberturas.

Segundo a NBR 6118/2014, item 17.2.2, “o estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios [...]”. Os domínios de dimensionamento são transcritos abaixo.

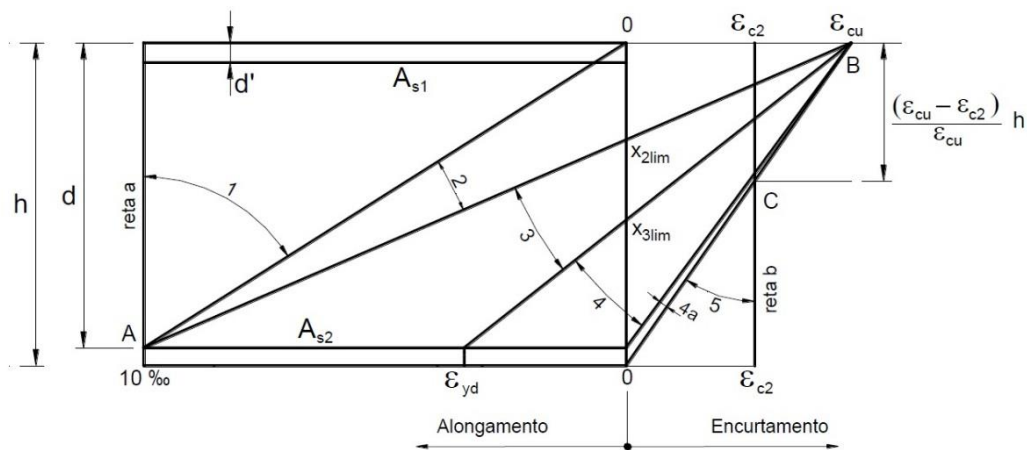


Figura 2.10: Domínios de deformação em ELU

Fonte: NBR 6118/2014 - Item 17.2.2

A rutura convencional por deformação de alongamento excessiva pode ser alcançada nos seguintes domínios:

- a) reta a – tração uniforme;
- b) domínio 1 – tração não uniforme, sem compressão;
- c) domínio 2 – flexão simples ou composta sem rutura à compressão do concreto ( $\epsilon_c < \epsilon_{cu}$  e com o máximo alongamento permitido).

A rutura convencional por deformação de encurtamento do concreto comprimido pode ocorrer nos domínios:

- a) domínio 3 – flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ );
- b) domínio 4 – flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ( $\epsilon_s < \epsilon_{yd}$ );
- c) domínio 4a – flexão composta com armaduras comprimidas;
- d) domínio 5 – compressão não uniforme, sem tração;
- e) reta b – compressão uniforme.

É fundamental lembrar os limites estabelecidos no item 8.2.10 da NBR 6118/2014 para compreender as fronteiras entre os domínios de deformação:

- Deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico:  $\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰}$
- Deformação específica de encurtamento do concreto na rutura:  $\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$

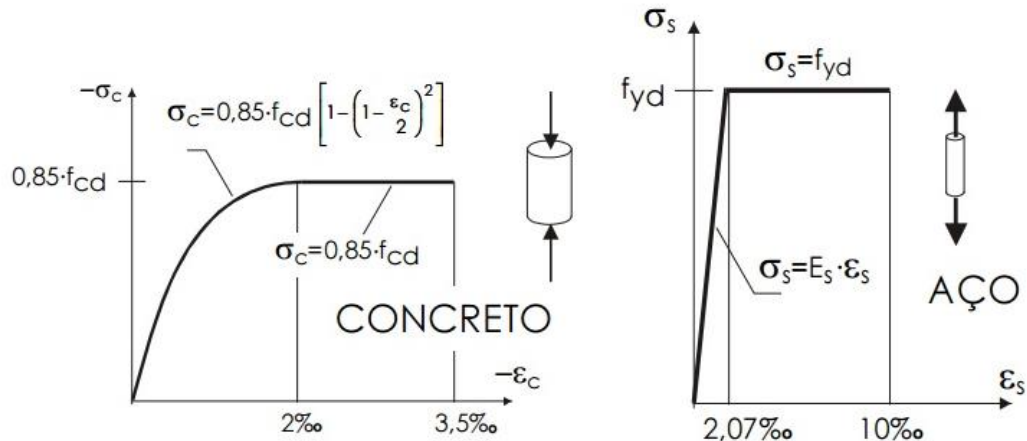


Figura 2.11: Diagramas tensão-deformação concreto e aço CA-50

Fonte: Pappalardo (2005)

A tensão de pico no diagrama tensão-deformação do concreto refere-se à 85% da resistência de cálculo à compressão do concreto ( $f_{cd}$ ), conforme item 8.10.2.1 da NBR 6118/2014. Para aço CA-50, tem-se definido:

- Tensão de escoamento do aço  $\epsilon_{yd} = 2,07\text{‰}$
- Módulo de elasticidade do aço  $E_s = 210 \text{ GPa}$

Dado o diagrama de domínio de deformações e os parâmetros que envolvem este projeto, tem-se a equação referente à profundidade da linha neutra. Assim, é possível verificar qual o domínio que se encontra a peça para um determinado momento fletor solicitante de cálculo  $M_d$ .

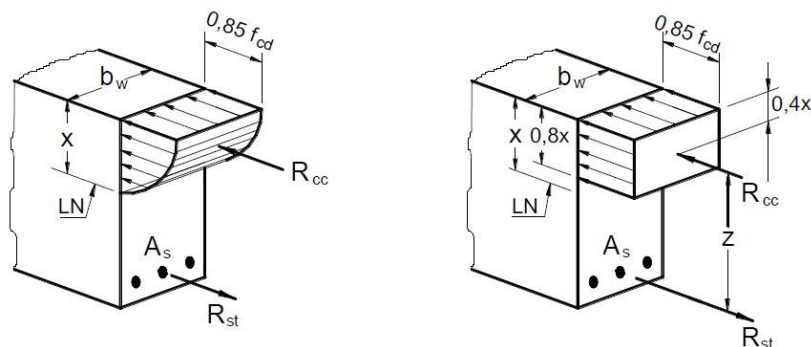


Figura 2.12: Distribuição de tensões de compressão

Fonte: Bastos (2015, 78p)

No item 17.2.2 da NBR 6118/2014, tem-se definido que o diagrama parábola-retângulo de altura (x) de distribuição das tensões no concreto pode ser simplificado. Trata-se da adoção de um diagrama retangular de altura 0,8x para concreto de fck inferior a 50MPa.

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right] \quad A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)}$$

Figura 2.13: Equações de equilíbrio - seção retangular de CA

Fonte: Pappalardo (2005)

Portanto, conclui-se que a profundidade da linha neutra (x) assume os seguintes intervalos para estar enquadrada em domínios de dimensionamento diferentes:

Tabela 2.7: Profundidade da linha neutra e domínios de dimensionamento

Profundidade da linha neutra (x)	Domínio de dimensionamento
$0 \leq x \leq 0,259 d$	Domínio 2
$0,259 d < x \leq 0,628 d$	Domínio 3
$0,628 d < x$	Domínio 4

Fonte: Próprio autor

O domínio 2 possui a rutura governada pelo escoamento excessivo das armaduras. Já a rutura da peça dimensionada no domínio 3 ocorre pelo escoamento do aço e pelo esmagamento do concreto. Para ambos os casos, entende-se que a peça está sub-armada e o comportamento dúctil se dá como aceitável.

Já o domínio 4 refere-se à rutura por esmagamento do concreto sem escoamento da armadura. Trata-se de um caso indesejável, haja visto que a peça apresenta um comportamento frágil, isto é, sem estricção da armadura antes de romper. Para este comportamento, diz-se que a peça está superarmada. As vigas podem ser dimensionadas neste domínio desde que disponham de armadura de compressão, isto é, a chamada armadura dupla, conforme será verificado na seção de dimensionamento de vigas. As lajes não devem ser dimensionadas neste domínio. Caso seja verificada esta condição, deve-se aumentar a espessura de laje em pelo menos 2 cm para se enquadrar no domínio 3 com folga.

À luz do item 14.6.4.3 da NBR 6118/2014, entende-se em ELU a relação entre a profundidade da linha neutra (x) e a altura de cálculo (d) são inversamente proporcionais à capacidade de rotação dos elementos estruturais. Isto é, quanto menor a relação x/d maior será a capacidade de rotação das peças.

Assim, neste tópico são impostos os limites máximos para a relação  $x/d$ , a fim de proporcionar ductilidade ao comportamento de vigas e lajes:

- a)  $x/d \leq 0,45$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
- b)  $x/d \leq 0,35$ , para concretos com  $50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90$ MPa;

Como alternativa para diminuir o valor  $x$  referente à profundidade da linha neutra, entende-se que não é comum alterar as condições de apoio para minorar o momento fletor solicitante de cálculo ( $M_d$ ). Portanto, encontram-se como alternativas: adotar concreto de resistência à compressão  $f_{ck}$  de classe superior, aumentar a largura da viga ou aumentar a altura útil de cálculo. Observa-se na Figura 2.13, que aumentar a altura da viga é a alternativa de maior impacto para este estudo. Isto se deve à prática da construção civil para obras de pequeno porte, como é o caso deste estudo de caso. Todos os elementos são dimensionados para a mesma resistência do concreto, isto é, mesmo valor de  $f_{ck}$  (resistência característica à compressão). Além disso, a largura da viga decorre da largura da parede e não deve fugir ao padrão arquitetônico definido para a edificação.

## 2.4 ELEMENTO ESTRUTURAL PILAR

Para a NBR 6118/2014, item 14.4.1.2, pilares são "elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes.". Trata-se de elementos que recebem as ações de lajes ou vigas e as transmitem para os pavimentos inferiores de modo que sejam destinadas finalmente à fundação.

Para PINHEIRO (2007), podem ser considerados edifícios de pequeno porte aqueles com estruturas regulares muito simples e que apresentem as seguintes limitações:

- a) Até quatro pavimentos;
- b) Ausência de protensão;
- c) Cargas de uso nunca superiores a  $3 \text{ kN/m}^2$ ;
- d) Altura de pilares até 4m e vãos não excedendo 6m;
- e) Vão máximo de lajes até 4m (menor vão) ou 2m, no caso de balanços.

Para tal enquadramento admite-se compreensível a omissão dos efeitos do vento. Trata-se de uma simplificação de cálculo e supõem-se que a estrutura disponha de subestruturas auxiliares de contraventamento nas direções principais do edifício. Como trata-se de edifício retangular: contraventamento paralelo ao eixo X global e paralelo ao eixo Y global.

Para FUSCO (2000), as subestruturas de contraventamento referem-se, entre outros, aos pórticos e paredes de elevada rigidez. Para estudos futuros, indica-se a locação das paredes estruturais no contorno dos patamares da escada central.

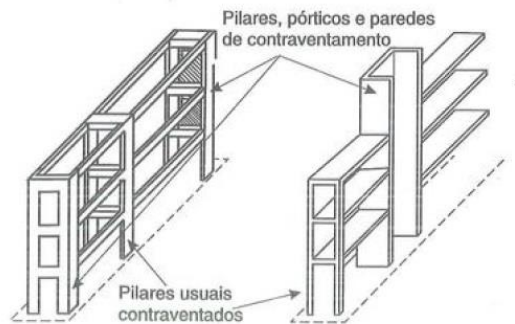


Figura 2.14: Subestruturas de contraventamento

Fonte: Fusco (2000)

A NBR 6118/2014 entende que:

Item 15.4.2 - As estruturas são consideradas para efeito de cálculo, de nós fixos, quando os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, por decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são desprezíveis (inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem). Nessas estruturas, basta considerar os efeitos locais e localizados de 2ª ordem.

Item 15.4.3 - Por conveniência de análise, é possível identificar, dentro da estrutura, subestruturas que, devido à sua grande rigidez a ações horizontais, resistem à maior parte dos esforços decorrentes dessas ações. Essas subestruturas são chamadas subestruturas de contraventamento.

Os elementos que não participam da subestrutura de contraventamento são chamados elementos contraventados.

Portanto, este projeto refere-se a pilares contraventados. Situação em que, conforme ilustrações de FUSCO (2000), os efeitos globais de 2ª ordem podem ser desprezados.

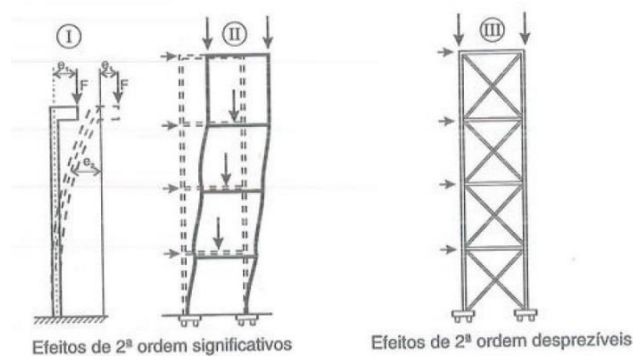


Figura 2.15: Efeitos do contraventamento

Fonte: Fusco (2000)

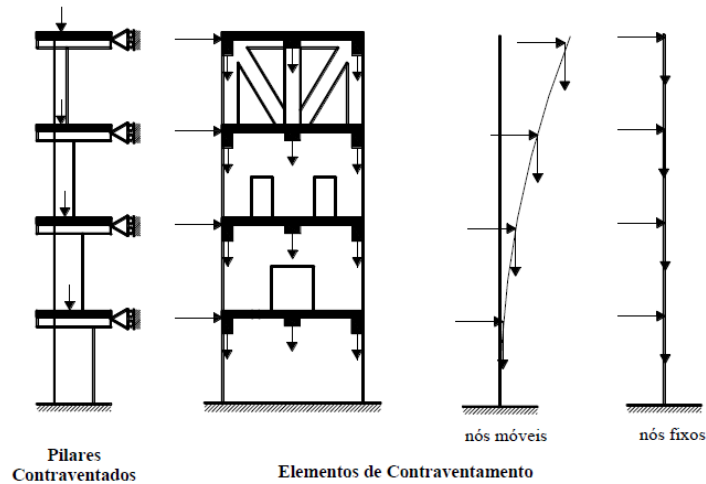


Figura 2.16: Pilares contraventados e elementos de contraventamento

Fonte: Fusco (2000)

### 2.4.1 Posição em planta

Uma das principais classificações dos pilares refere-se a sua localização na planta de formas. Isto permite determinar o tipo de solicitação a que o pilar está submetido. As extremidades das vigas, quando impedidas de girar pelos pilares, provocam o surgimento de efeitos de primeira ordem através dos chamados momentos de extremidade. Isto é, trata-se de flexão normal composta ou flexão oblíqua composta. Para cada caso, serão estudados os métodos usuais de dimensionamento das armaduras. Haja visto que para cada um desses tipos básicos de classificação corresponde uma situação de projeto diferente.

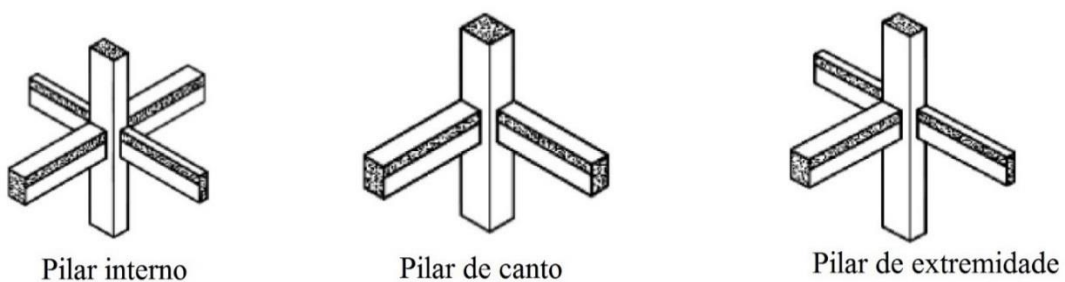


Figura 2.17: Classificação quanto às solicitações iniciais

Fonte: Pinheiro (2007)

Pilares centrais, internos ou também chamados intermediários são aqueles em que não há início ou final de vigas. Isto é, trata-se do cruzamento de 2 vigas normalmente ortogonais que continuam após o pilar. Considera-se compressão centrada simples na situação de projeto, pois as excentricidades iniciais podem ser desprezadas.

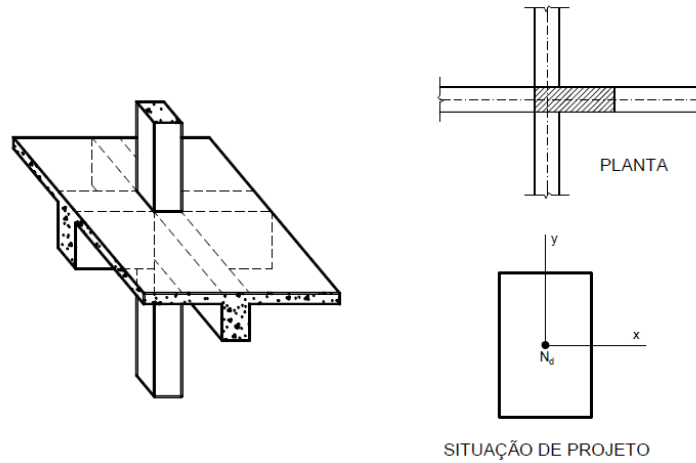


Figura 2.18: Situação de projeto de pilares intermediários

Fonte: Bastos (2015, 100p)

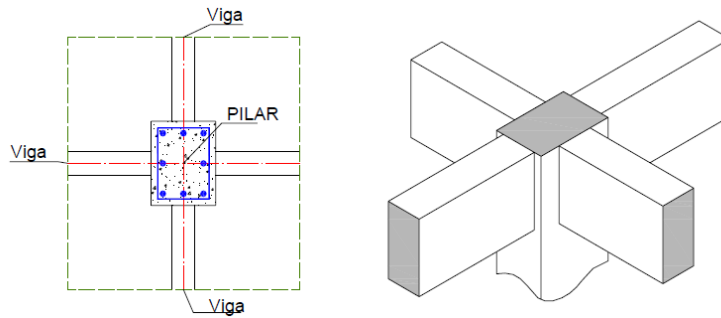


Figura 2.19: Detalhe do pilar intermediário

Fonte: Miranda (2008)

Nos pilares de extremidade, também chamados de pilares de borda ou laterais, as solicitações iniciais correspondem a flexão normal composta. Isto é, considera-se excentricidade inicial longitudinal à viga que se interrompe no pilar.

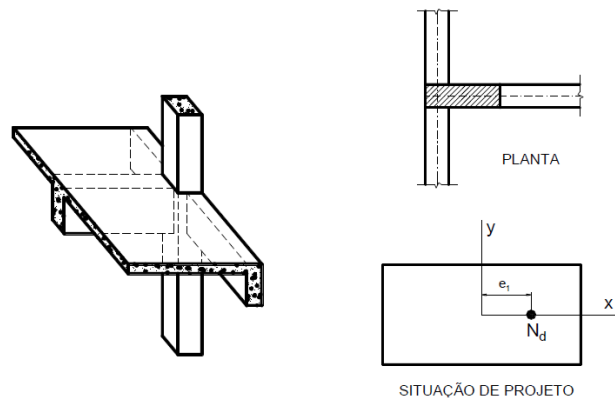


Figura 2.20: Situação de projeto de pilares de extremidade

Fonte: Bastos (2015, 100p)

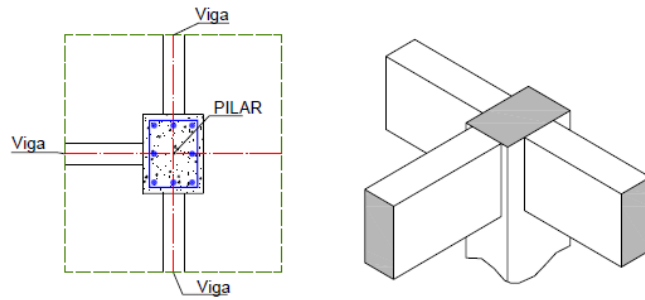


Figura 2.21: Detalhe do pilar de extremidade

Fonte: Miranda (2008)

Ressalta-se que vigas podem iniciar ou terminar antes do contorno do edifício. Portanto, é possível encontrar pilar de extremidade no interior do edifício e não somente em seu contorno caso haja vigas interiores descontínuas.

Os pilares de canto referem-se à origem ou à interrupção de duas vigas. Assim, há excentricidade inicial em ambas as direções principais. Logo, a situação de projeto deve considerar flexão oblíqua composta.

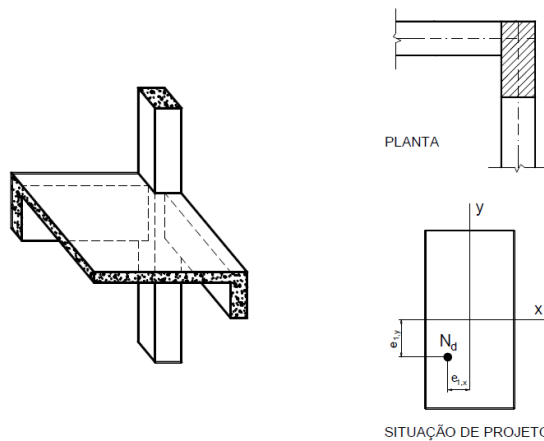


Figura 2.22: Situação de projeto de pilares de canto

Fonte: Bastos (2015, 100p)

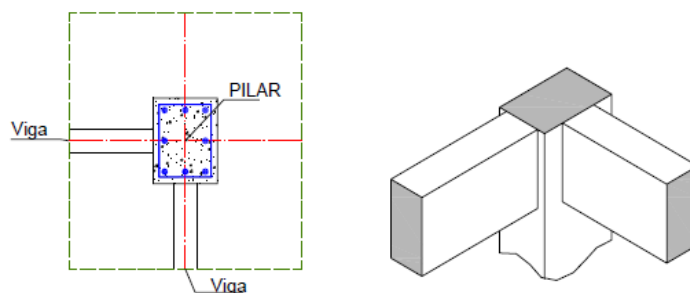


Figura 2.23: Detalhe do pilar de canto

Fonte: Miranda (2008)

### 2.4.2 Índice de esbeltez

O cálculo de pilares é pautado nas instruções normativas da NBR 6118/2014. Para estruturas em que o contraventamento é previsto, conforme consta no atual caso de estudo, devem ser respeitadas as indicações:

Item 15.6 - Nas estruturas de nós fixos, o cálculo pode ser realizado considerando cada elemento comprimido isoladamente, como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos estruturais que ali concorrem, onde se aplicam os esforços obtidos pela análise da estrutura efetuada segundo a teoria de 1ª ordem.

Conforme figura a seguir, FUSCO (2000) permite compreender que este projeto se refere a pilares de nós fixos contraventados nas vigas a nível de cada pavimento e nas subestruturas de contraventamento.

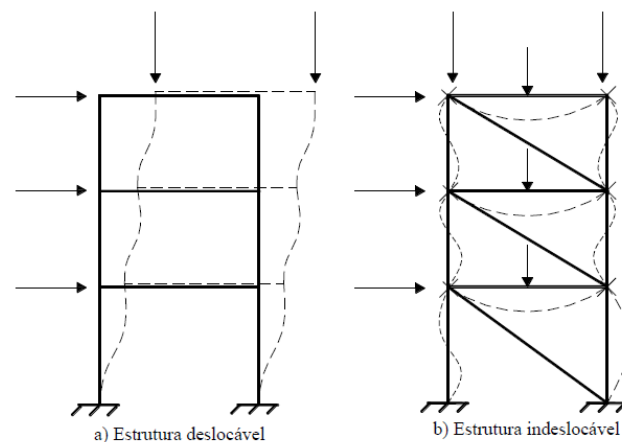


Figura 2.24: Estruturas de nós fixos e móveis

Fonte: Fusco (2000)

Ainda à luz do tópico da Norma, o comprimento equivalente  $Le$  do elemento comprimido (pilar), suposto vinculado em ambas as extremidades, deve ser o menor dos seguintes valores:

$$Le \leq \begin{cases} L_0 + h \\ L \end{cases} \quad (2.6)$$

Onde:

$L_0$  = Distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar

$h$  = Altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo

$L$  = Distância entre eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado

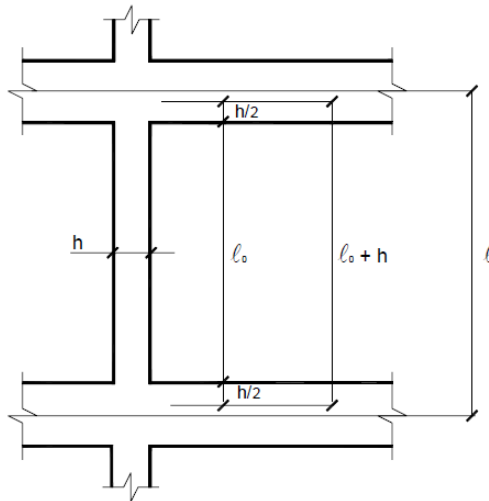


Figura 2.25: Comprimento equivalente do pilar

Fonte: Pinheiro (2007)

Conforme será visto nas sessões a seguir, as vigas do pavimento tipo e da cobertura são de mesma seção e de altura maior que o dobro das dimensões dos pilares. Portanto, o comprimento equivalente dos pilares refere-se à distância entre as faces das vigas de vinculação acrescido da dimensão do pilar na direção desejada.

Dada a definição do comprimento equivalente do pilar  $L_e$ , deve-se proceder pela definição do comprimento de flambagem  $l_e$ . Este depende da vinculação no topo e na base do pilar e pode ser compreendido através dos índices de ponderação a seguir:

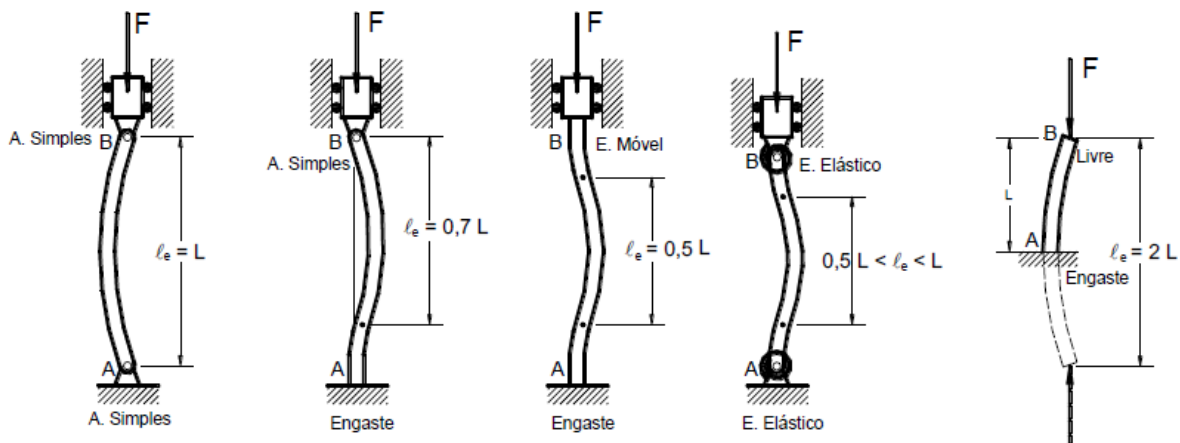


Figura 2.26: Comprimento de flambagem

Fonte: Bastos (2015, 100p)

É interessante avaliar que entre o térreo e o primeiro pavimento, é possível considerar que o pilar está encastrado na fundação e apoiado na vinculação superior. A mesma condição não é encontrada entre os

demais pisos. Portanto, apesar da seção constante e do pé-direito constante, os pilares do térreo possuem comprimento de flambagem inferior aos pilares dos pavimentos superiores.

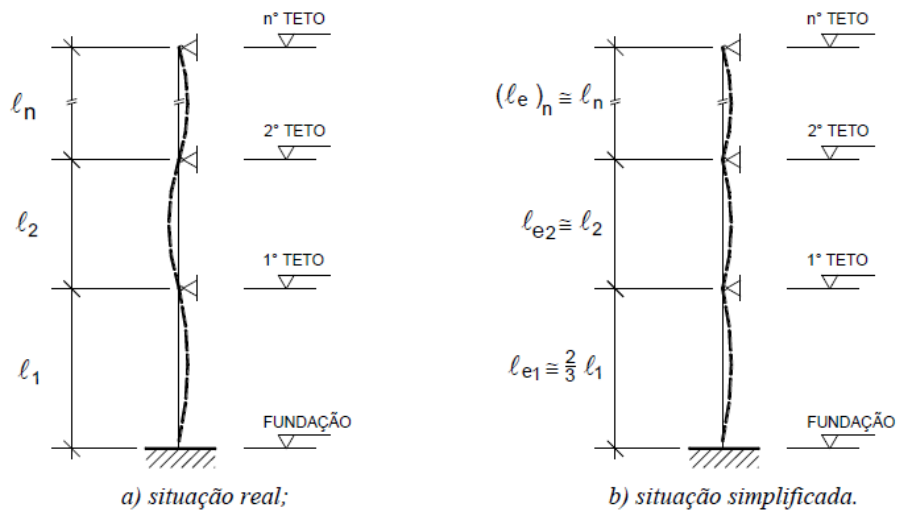


Figura 2.27: Situação real e simplificada de pilares contraventados

Fonte: SÜSSEKIND (1984)

O índice de esbeltez, conforme item 15.8.2 da NBR 6119/2014, deve ser calculado a partir da expressão:

$$\lambda = \frac{le}{i} \quad (2.7)$$

Onde o raio de giração refere-se a raiz da relação entre a inércia e a área da seção transversal para a direção de cálculo desejada:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2.8)$$

Portanto, para seções retangulares simplifica-se o índice de esbeltez por:

$$\lambda = \frac{\sqrt{12} \cdot le}{h} \quad (2.9)$$

Onde  $h$  refere-se à dimensão do pilar na direção desejada de cálculo. Para seção transversal de pilar quadrado e com as mesmas condições de vinculação para ambas as direções, o índice de esbeltez possui o mesmo valor pois  $h_x = h_y$  e  $l_{ex} = l_{ey}$ .

Ainda no referido item da Norma, verifica-se que “os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor-limite  $\lambda_1$  (...)”. Onde este parâmetro é definido pela expressão:

$$\lambda_1 = \frac{25 + \left(12,5 \cdot \frac{ei}{h}\right)}{\alpha b} \quad (2.10)$$

Para  $35 \leq \lambda_1 \leq 90$ , e  $\alpha b$  definido por se enquadrar neste projeto em:

A) Pilares bi-apoiados sem cargas transversais

$$\alpha b = 0,6 + 0,40 \cdot \frac{Mb}{Ma} \quad (2.11)$$

Onde  $0,4 \leq \lambda_1 \leq 1,0$  e os momentos  $M_a$  e  $M_b$  definidos por:

São os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar, obtidos na análise de 1ª ordem no caso de estruturas de nós fixos (...). Deve ser adotado para  $M_a$  o maior valor absoluto ao longo do pilar bi-apoiado e para  $M_b$  o sinal positivo, se tracionar a mesma face que  $M_a$ , e negativo, em caso contrário.

B) Pilar bi-apoiado com momentos menores que o momento mínimo

$$\alpha b = 1,0 \quad (2.12)$$

Conforme consta na NBR 6118/2014, item 11.3.3.4.3, "o efeito das imperfeições locais nos pilares pode ser substituído, em estruturas reticuladas, pela consideração do momento mínimos de 1ª ordem (...)".

$$M_{1d, \text{mín}} = Nd (0,015 + 0,03h) \quad (2.13)$$

Onde:

$h$  = Altura total da seção transversal na direção considerada, expressa em metros

Portanto, admitem-se satisfeitas as exigências relativas às imperfeições locais se utilizado valor igual ou superior ao momento mínimo de 1ª ordem.

### 2.4.3 Excentricidade inicial de 1ª ordem

Conforme exposto, para cada localização do pilar na planta de forma há uma situação de projeto a ser considerada. Para pilares de extremidade e de canto, percebeu-se a presença de excentricidades em uma e nas duas direções respectivamente. Isto se deve às vigas interrompidas no pilar. O cálculo desta excentricidade decorre da relação entre o momento de vinculação do pilar e a carga axial de projeto.

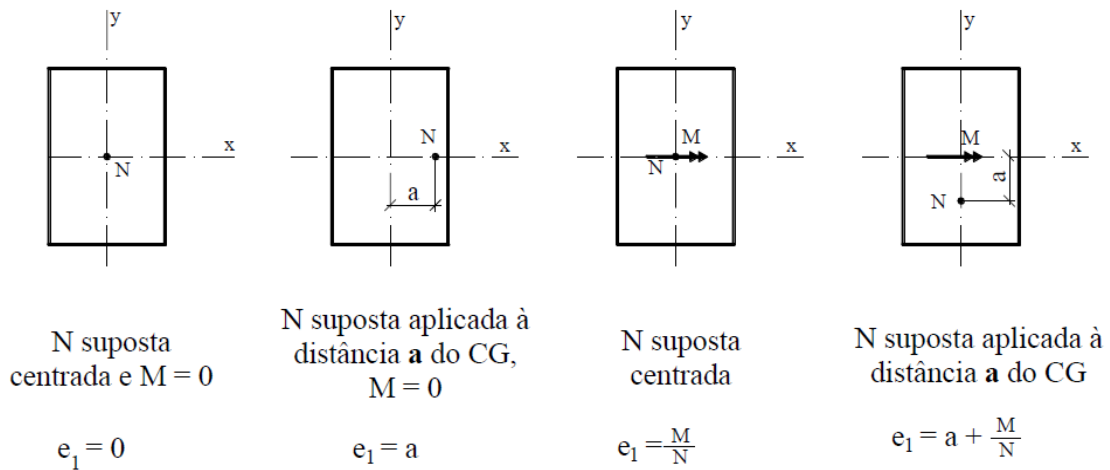


Figura 2.28: Casos de excentricidade inicial

Fonte: Bastos (2015, 100p)

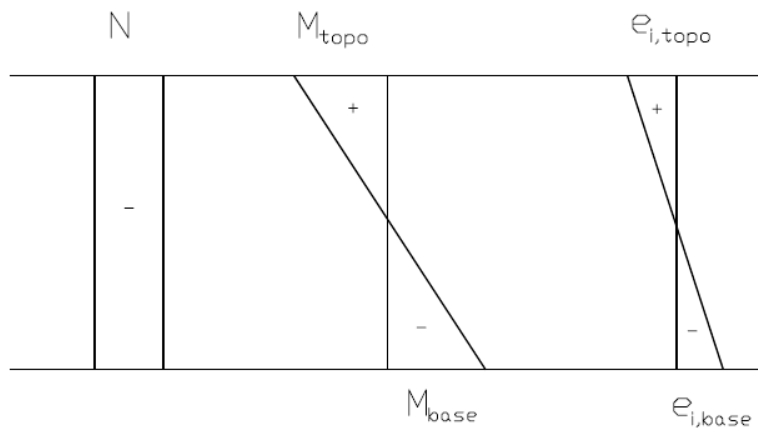


Figura 2.29: Excentricidades iniciais na base e no topo do pilar

Fonte: Pinheiro (2007)

Portanto, a excentricidade inicial é desprezada nos pilares intermediários.

#### 2.4.4 Excentricidade de 2ª ordem

Conforme exposto no presente trabalho, há a necessidade de se considerar a excentricidade de 2ª ordem quando  $\lambda$  supera o valor de  $\lambda_1$ . Este projeto usufruirá de métodos de cálculo para  $\lambda \leq 90$ , haja visto que se constituir de pilares medianamente esbeltos conforme item 15.8.3.3.5 da NBR 6118/2014. Logo, dispensa-se a consideração dos efeitos da fluência.

A determinação dos efeitos locais de 2ª ordem, segundo a NBR 6118:2014, em barras submetidas à flexão normal composta, pode ser feita pelo método geral ou por métodos aproximados. Este projeto usufruirá de 2 métodos aproximados contemplados na sessão 15 da referida NBR. Trata-se do Método do pilar-padrão com curvatura aproximada e do Método do pilar-padrão com rigidez  $K$  aproximada.

Ainda segundo o referido item da Norma, aos pilares de canto sujeitos a flexão oblíqua composta “podem ser aplicados os processos aproximados simultaneamente, em cada uma das duas direções.”.

Tabela 2.8: Índice de esbeltez e dimensionamento

Classificação do pilar	Índice de esbeltez	Processos de cálculo
Curto ou robusto	$\lambda \leq \lambda_1$	Efeito de 2ª ordem (local) pode ser desprezado, ou seja, $e_2 = 0$ .
Medianamente esbelto	$\lambda_1 \leq \lambda \leq 90$	Cálculo por método do pilar padrão com curvatura aproximada ou método do pilar padrão com rigidez K aproximada. Metodologia empregada inclusive para pilares retangulares submetidos à flexão oblíqua composta.

Fonte: Adaptado de MIRANDA (2008)

#### 2.4.5 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

O método é regido pela NBR 6118/2014:

Item 15.8.3.3.2 - Pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com  $\lambda \leq 90$ , com seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. A não linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica.

O momento fletor total máximo no pilar deve ser calculado com a expressão:

$$M_{d,tot} = (\alpha b \cdot M_{1d,A}) + \left( N_d \cdot \frac{L_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \right) \geq M_{1d,A} \quad (2.14)$$

Onde:

$\alpha b$  = Deve ser definido conforme seção 2.4.2

$M_{1d,A}$  = Momento de cálculo na direção desejada

$N_d$  = Força normal de cálculo

$L_e$  = Comprimento de flambagem

$1/r$  = Curvatura na seção crítica

Observa-se que o momento total máximo se refere a somatória do momento de 1ª ordem com o momento de 2ª ordem. Respectivamente, o primeiro trata-se da ponderação do momento de cálculo. O segundo refere-se ao produto da carga axial de projeto com a excentricidade de 2ª ordem. Esta excentricidade advém da curvatura na seção crítica, que pode ser compreendida pela expressão:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (2.15)$$

$$v = \frac{Nd}{Ac \cdot fcd} \quad [\text{Parâmetro adimensional}] \quad (2.16)$$

Onde:

h = altura da seção na direção considerada

#### 2.4.6 Método do pilar-padrão com rigidez K aproximada

O método é regido pela NBR 6118/2014:

Item 15.8.3.3.3 - Pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com  $\lambda \leq 90$ , com seção retangular constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. A não linearidade geométrica deve ser considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não linearidade física deve ser considerada através de uma expressão aproximada da rigidez.

O momento total máximo no pilar advém da majoração do momento de 1ª ordem através da expressão:

$$Md, tot = \frac{ab M1d, A}{1 - \frac{\lambda^2}{\left(\frac{120 \kappa}{v}\right)}} \quad (2.17)$$

Onde o valor da rigidez  $\kappa$  é obtido pela expressão:

$$\kappa = 32 \left( 1 + 5 \frac{MRd, tot}{h Nd} \right) v \quad (2.18)$$

Alternativamente, dado o processo iterativo, é possível proceder por:

$$Md, tot = \frac{5M1 - k2 + \sqrt{k2^2 + 10M1(2hNd - k2) + 25M1^2}}{10} \quad (2.19)$$

Onde:

$$k1 = 1 - \frac{\lambda^2}{3840}$$

$$M1 = ab \cdot M1d, A$$

$$k2 = k1 \cdot h \cdot Nd$$

### 2.4.7 Disposições construtivas

À luz do item 18.2 da NBR 6118/2014, prescrevem-se os cuidados a serem tomados na disposição construtiva das armaduras dos pilares de sustentação do edifício:

Item 18.2.1 - O arranjo das armaduras deve atender não só a sua função estrutural, como também às condições adequadas de execução, particularmente com relação ao lançamento e ao adensamento do concreto.

Os espaços devem ser projetados para a introdução do vibrador e de modo a impedir a segregação dos agregados e a ocorrência de vazios no interior do elemento estrutural.

Este projeto refere-se a pilares cuja maior dimensão não supera em 5 vezes a menor dimensão. Isto é, por não se tratar de pilar-parede, as disposições construtivas seguem as prescrições contidas no tópico 18.4 da referida NBR.

Segundo PINHEIRO (2007):

As armaduras longitudinais colaboram para resistir à compressão, diminuindo a seção do pilar, e também resistem às tensões de tração. Além disso, têm a função de diminuir as deformações do pilar, especialmente as decorrentes da retração e da fluência.

Para isto, a Norma obriga a utilização de armaduras longitudinais com diâmetro igual ou superior a 10mm de modo que não ultrapasse 1/8 da menor dimensão do pilar.

Segundo o item 17.3.5.3 da referida Norma, a armadura longitudinal mínima é dada pela expressão:

$$A_{s, \text{mín}} = \frac{0,15 \cdot Nd}{f_{yd}} \geq \frac{4}{1000} \cdot A_c \quad (2.20)$$

Este projeto usufrui de concreto C30 e aço CA-50 e as cargas axiais de cálculo não superam 1500kN. Portanto, para 8 barras, a menor área de aço é 6,4cm<sup>2</sup> com a utilização de barras com 10mm de diâmetro.

A Norma entende que 8% da área da seção bruta de concreto refere-se a taxa de armadura máxima considerando a sobreposição de barras nas regiões de emenda. Logo, aplicando a uma seção transversal de (20x20) cm<sup>2</sup>, trata-se da adoção máxima de 32cm<sup>2</sup> ou 10φ20mm ou 16φ16mm.

Um exemplo dos arranjos longitudinais típicos das armaduras dos pilares contraventados em edifícios pode ser entendido por FUSCO (2000) na ilustração a seguir.

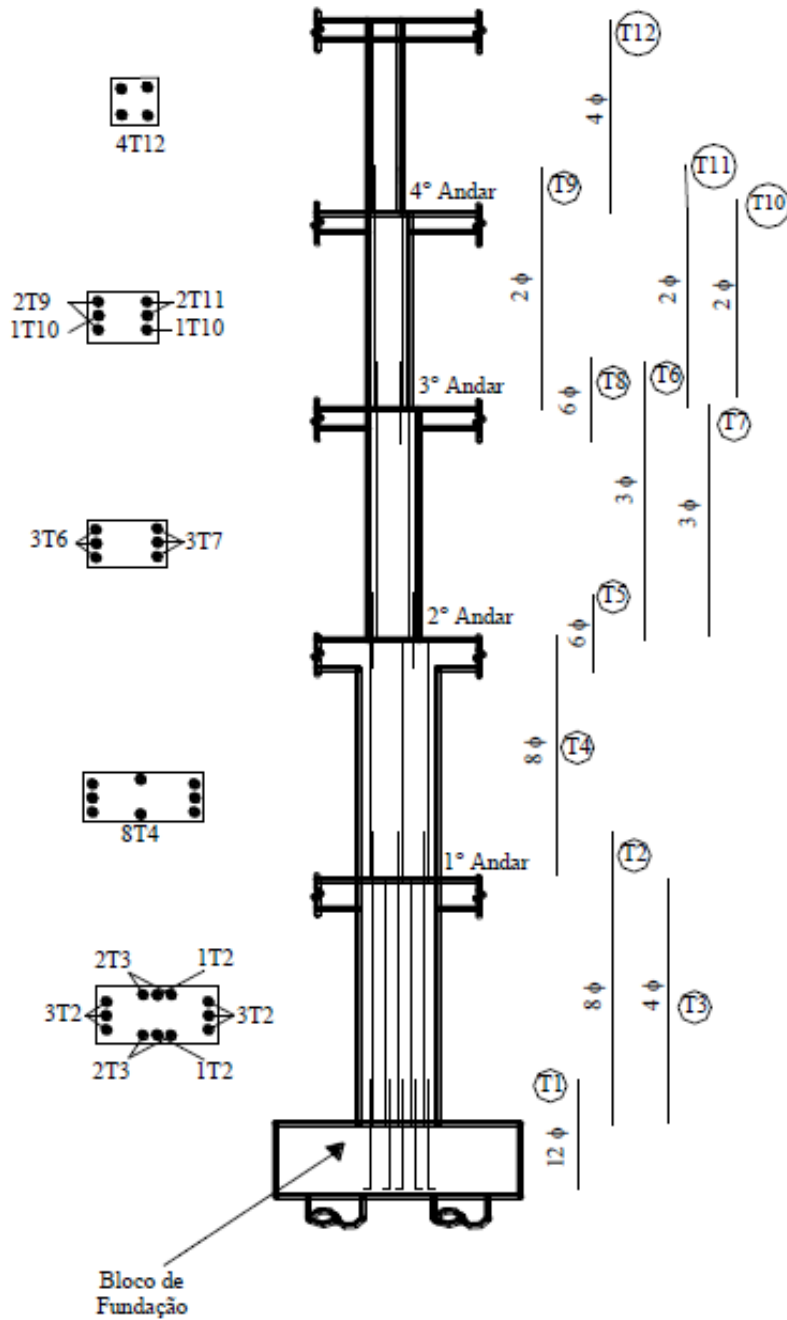


Figura 2.30: Arranjos longitudinais típicos em edifícios

Fonte: Fusco (2000)

Sobre a localização das armaduras na seção transversal do pilar, a NBR 6118/2014 entende que:

Item 18.4.2.2 - As armaduras longitudinais devem ser dispostas na seção transversal, de forma a garantir a resistência adequada do elemento estrutural. Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice; em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas ao longo do perímetro.

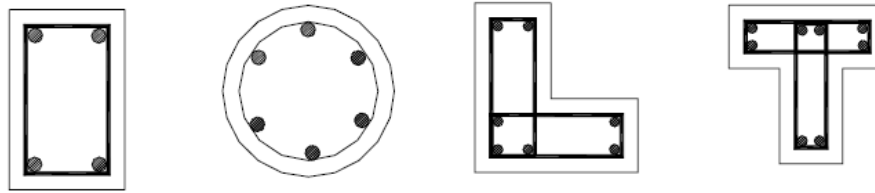


Figura 2.31: Quantidade mínima de barras

Fonte: Fusco (2000)

Em conformidade com as prescrições normativas, o espaçamento mínimo livre e máximo entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, fora da região de emendas, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

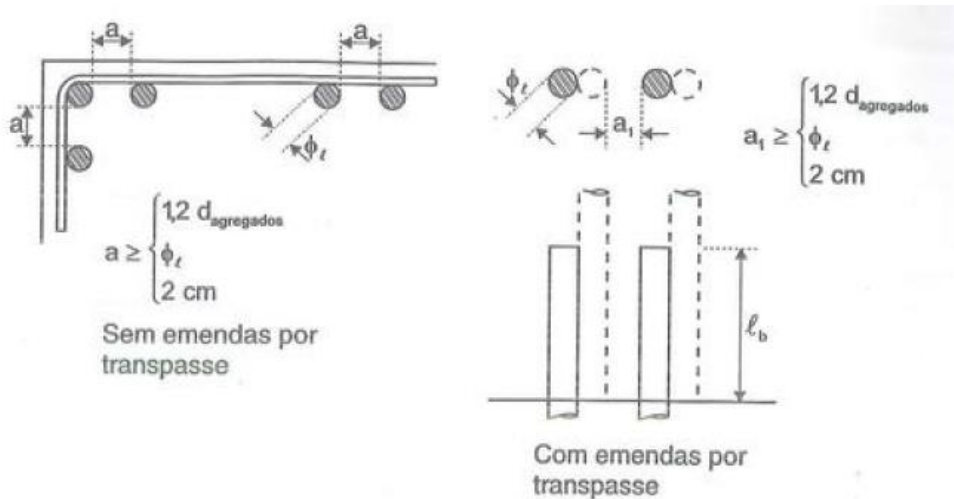


Figura 2.32: Espaços entre barras longitudinais

Fonte: Fusco (2000)

Logo, para barras de até 20mm o espaçamento mínimo é de 2,0cm e para barras longitudinais de 25mm o espaçamento mínimo refere-se a 2,5cm.

O espaçamento máximo entre eixos das barras, ou de centros de feixes de barras, deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão da seção no trecho considerado, sem exceder 40cm.

Ainda sobre o papel das armaduras dos pilares, segundo FUSCO (2000):

A seção transversal dos pilares, formada pelo concreto e pelas barras da armadura longitudinal, deve garantir a segurança em relação à resistência e à estabilidade da construção. Além disso, a armadura transversal dos pilares, formada por estribos, tem por funções principais impedir a flambagem das barras comprimidas de aço dentro do concreto e manter a posição das barras de armadura longitudinal durante a concretagem da peça.

Complementa-se com as observações de PINHEIRO (2007):

Na compressão associada a confinamento lateral, como ocorre em pilares cintados, por exemplo, a resistência do concreto é maior do que o valor relativo à compressão simples. O cintamento pode ser feito com estribos, que impedem a expansão lateral do pilar, criando um estado múltiplo de tensões. O cintamento também aumenta a ductilidade do elemento estrutural.

No item 18.4.3 da referida Norma, fica estabelecido para as armaduras transversais diâmetros superiores a 5mm ou pelo menos 1/4 do diâmetro da barra longitudinal. O espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, deve garantir o posicionamento e impedir a flambagem das barras longitudinais; garantir a costura das emendas de barras longitudinais; e confinar o concreto de modo a obter uma peça mais dúctil e resistente (PINHEIRO, 2007). Além disso, o espaçamento entre estribos deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores: 20cm, menor dimensão do pilar e  $12\phi_{\text{longitudinal}}$  para aço CA50.

Em pilares com momentos nas extremidades, isto é, pilares de canto e de extremidade, LEONHARDT (1982) recomendam a diminuição do espaçamento entre estribos nas proximidades com a vinculação de topo e de base na ordem de 2 a 3 estribos com espaçamento igual a  $s_t/2$  e  $s_t/4$ .

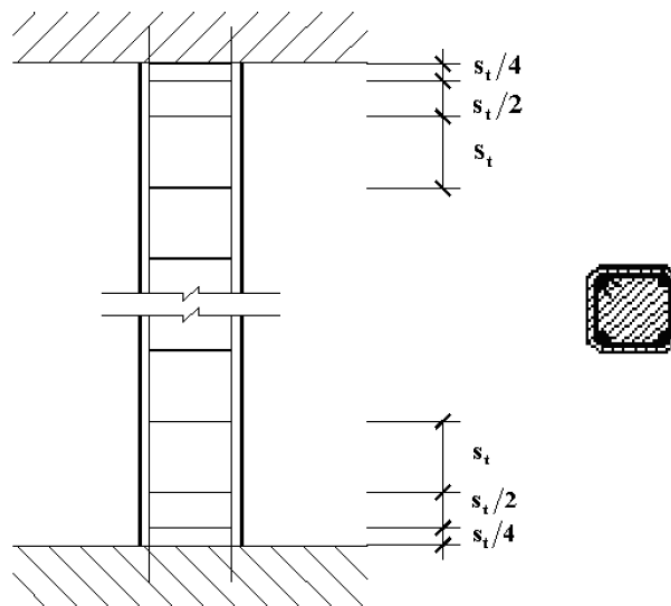


Figura 2.33: Estribos extremos adicionais

Fonte: LEONHARDT, 1982 apud PINHEIRO, 2007

Por se tratar de um edifício de pequeno porte, com elementos de sustentação de pequena seção transversal, este projeto não fará referência à necessidade de estribos suplementares e ganchos.

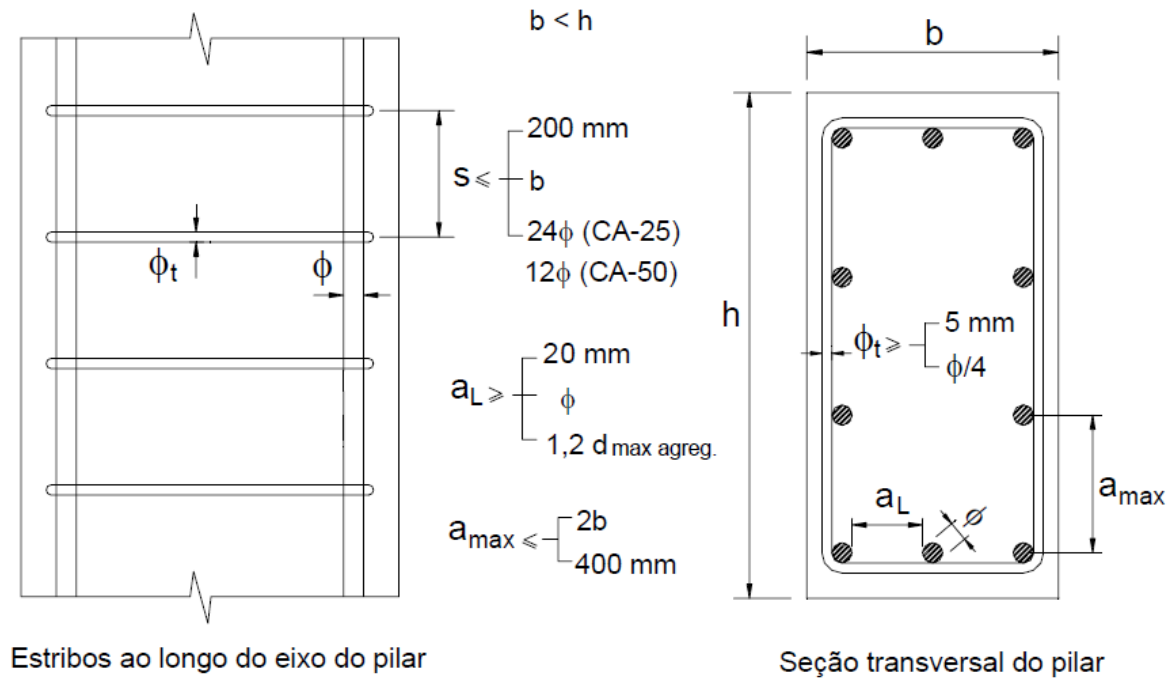


Figura 2.34: Resumo das disposições construtivas normativas

Fonte: Adaptado de ALVA (2008)

Para todos os pilares deste projeto, é possível a adoção de estribos de 6,3mm espaçados de 15cm, visto que para grande parte dos casos a armadura longitudinal refere-se a barras de 12,5mm. Não será repetida a informação durante os cálculos a fim de não tornar mais complexo o memorial de cálculo. Reitera-se para os desenhos finais e para os desenhos a serem encaminhados a obra em fase de execução a obrigatoriedade de conter esta informação em todas as seções transversais dos projetos de pilares.

## 2.5 FLECHAS

No item 19.3.1 da NBR 6118/2014, indica-se a verificação das flechas nas lajes com os mesmos critérios utilizados para a verificação das flechas nas vigas. Ainda fica pré-estabelecido:

Item 17.3.2 - A verificação dos valores limites estabelecidos na Tabela 13.3 para a deformação da estrutura, mais propriamente rotações e deslocamentos em elementos estruturais lineares, analisados isoladamente e submetidos à combinação de ações conforme a Seção 11, deve ser realizada através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, que levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo.

A deformação real da estrutura depende também do processo construtivo, assim como das propriedades dos materiais (principalmente do módulo de elasticidade e da resistência à tração) no momento de sua efetiva solitação. Em face da grande variabilidade dos parâmetros citados,

existe uma grande variabilidade das deformações reais. Não se pode esperar, portanto, grande precisão nas previsões de deslocamentos dadas pelos processos analíticos prescritos.

Item 17.3.2.1 - O modelo de comportamento da estrutura pode admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, de modo que as seções ao longo do elemento estrutural possam ter as deformações específicas determinadas no estágio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no estágio II, em caso contrário.

Para iniciar o processo de cálculo das flechas, é necessário compreender o significado dos estádios de dimensionamento. Tem-se que o estágio I refere-se ao concreto não fissurado, situação em que os materiais trabalham em comportamento elástico-linear. Já no estágio II despreza-se a resistência a tração do concreto, considerando a possibilidade de fissuração.

No item 17.3.1 da NBR 6118/2014, estabelece-se que a separação entre os estádios é definida pelo momento de fissuração, cuja expressão é:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{tc} \cdot I_c}{Y_t} \quad (2.21)$$

Para este estudo de caso as seções são retangulares. Desprezando as indicações normativas para seções T, o valor do fator que correlaciona a resistência à tração por flexão com a resistência à tração direta é:

$$\alpha = 1,5 \quad (2.22)$$

Onde os demais parâmetros de cálculo são:

$Y_t$  – Para seções retangulares refere-se a metade da altura do elemento estrutural, isto é, a distância entre o centro de gravidade da seção e a fibra mais tracionada.

$I_c$  – Momento de inércia da seção bruta de concreto. Para seções retangulares respeita a expressão:

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (2.23)$$

$f_{ct}$  – É a resistência à tração direta do concreto. Para determinação do momento de fissuração, deve ser usado o  $f_{ct,inf}$  no estado-limite de formação de fissuras e o  $f_{ct,m}$  no estado-limite de deformação excessiva. Conforme item 8.2.5 da referida Norma, para este estudo de caso em que  $f_{ck} < 50\text{MPa}$ :

Estado-limite de deformação excessiva:  $f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$

Estado-limite de formação de fissuras:  $f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$

Compreende-se os estádios de dimensionamento por BASTOS (2015, 118p):

Se o momento fletor solicitante de uma seção na laje é maior que o momento fletor de fissuração, a seção está no estágio II, ou seja, está fissurada. Neste caso deve-se considerar o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) e a posição da linha neutra deve ser calculada no estágio II. Por outro lado, no caso do momento fletor solicitante na laje ser menor que o momento de fissuração, a seção está no estágio I, ou seja, não está fissurada. As deformações podem ser determinadas no estágio I, com o momento de inércia da seção bruta de concreto.

Reitera-se que o valor da flecha, para ambos os estádios de dimensionamento, é caracterizado pelo valor adotado para o Módulo de Elasticidade ( $E_c$ ). Apesar das orientações normativas transcritas neste projeto, é fundamental compreender que as propriedades dos materiais dependem da boa execução de todas as etapas de concretagem. Dentre elas, destaca-se: a mistura dos agregados, o lançamento nas formas, o adensamento por vibrador mecânico e a cura. A má execução de qualquer uma das etapas descritas pode ser fonte de incompatibilidades com o comportamento previsto para o elemento estrutural durante o projeto. Portanto, ressalta-se a importância do comprometimento da execução a partir das instruções estudadas.

### 2.5.1 Estado-limite de deformação excessiva

Para a definição do estágio de dimensionamento, usufrui-se da combinação quase permanente para se obter o momento fletor da seção crítica ( $M_a$ ). Diferentemente da combinação rara de ações, que de acordo com o item 11.8.3 da NBR 6118/2014 “ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura”, as combinações quase permanentes “podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado-limite de deformações excessivas.”.

$$F_d = \sum F_g + \varphi_2 \cdot F_q \quad (2.24)$$

Onde:

$F_d$  = Valor da ação de serviço

$F_g$  = Ações permanentes características

$F_q$  = Ações variáveis características

$\varphi_2$  = Fator de redução de combinação quase permanente para ELS

À luz da Tabela 11.2 da referida Norma, tem-se que a carga acidental de forma conservadora deve ser minorada pelo coeficiente  $\varphi_2 = 0,30$ . Admite-se que neste estudo de caso as lajes do edifício residencial não dispõem de “predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas”.

### 2.5.2 Flechas imediatas

No tópico 17.3.2.1.1 da ABNT 6118/2014, encontra-se a expressão referente a rigidez equivalente a fim de mensurar a flecha imediata em vigas e lajes denominada Fórmula de Branson:

$$(EI)_{eq} = Ecs \left\{ \left( \frac{Mr}{Ma} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{Mr}{Ma} \right)^3 \right] I_{ii} \right\} \quad (2.25)$$

Para além dos parâmetros já estabelecidos, complementa-se:

$I_{ii}$  – Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com a relação entre o módulo de elasticidade e o módulo de deformação secante dada por  $\alpha E = E_s / E_{cs}$

$$I_{ii} = \frac{b \cdot x^3}{3} + \alpha E \cdot A_s \cdot (d - x)^2 \quad (2.26)$$

A expressão a cima é válida em casos em que não há armadura em zona comprimida. Para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada observa-se que é necessário estar em mão da profundidade da linha neutra ( $x$ ). Para isto, é necessário deduzir:

$$0 = x^2 + \frac{2 \cdot \alpha E \cdot A_s \cdot x}{b} - \frac{2 \cdot \alpha E \cdot A_s \cdot d}{b} \quad (2.27)$$

Para  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , tem-se:

$$x = \frac{-\alpha E \cdot A_s + \sqrt{(\alpha E \cdot A_s)^2 + 2 \cdot b \cdot d \cdot \alpha E \cdot A_s}}{b} \quad (2.28)$$

$M_a$  - momento fletor na seção crítica do vão considerado. Refere-se ao estado limite de deformações excessivas e, portanto, à combinação quase permanente de ações. Este momento não se refere ao momento de cálculo de seções de aço. Portanto, ainda nesta etapa não será majorado pelo coeficiente  $\chi_c=1,4$ .

O momento de inércia  $I$  e o módulo de elasticidade  $E$  decorrem da verificação do estágio de dimensionamento, podendo variar:

- Estádio I → Momento de inércia da seção bruta  $I_c$  e Módulo de elasticidade secante  $E_{cs}$ . Portanto, refere-se à rigidez do elemento à flexão.
- Estádio II → Momento de inércia da seção fissurada. Portanto, trata-se da rigidez equivalente do elemento estrutural.

Os momentos fletores das lajes são mensurados decorrente da relação entre os lados. Para lajes em que a relação entre os lados é superior a 2 e, portanto, a armadura positiva principal é paralela à  $L_x$ , é possível proceder pelas expressões a seguir.

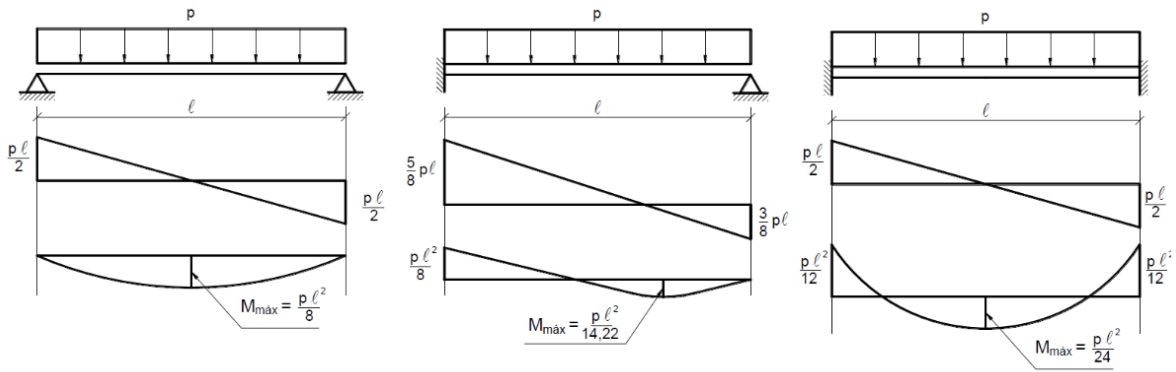


Figura 2.35: FC e MF laje armada em uma direção

Fonte: Bastos (2015, 118p)

Tabela 2.9: Flecha para laje armada em uma direção

Condição de apoio	Flecha imediata
Apoiada-Apoiada	$ai = \frac{5 \cdot p \cdot lx^4}{384 \cdot E \cdot I}$
Apoiada-Engastada	$ai = \frac{p \cdot lx^4}{185 \cdot E \cdot I}$
Engastada-Engastada	$ai = \frac{p \cdot lx^4}{384 \cdot E \cdot I}$

Fonte: Bastos (2015, 118p)

Na tabela a cima, verifica-se que P corresponde à combinação quase permanente dos esforços solicitantes. Para todas as lajes, este projeto utilizará as Tabelas de Czerny – Beton-Kalender (1976) – coeficiente de Poisson  $\nu = 0,2$ , constantes no Anexo 1. Haja visto que para todos os casos, as flechas são tabeladas em função de  $Lx$ , do momento de inércia da seção, do módulo de elasticidade e da carga atuante no pano de laje.

### 2.5.3 Flechas diferidas no tempo

Correspondem às deformações decorrentes das cargas de longa duração, considerando o efeito de fluência do concreto. À luz do item 17.3.2.1.2 da NBR 6118/2014, esta flecha se obtém pela multiplicação da flecha imediata pelo fator  $\alpha_f$ .

$$\alpha_f = \frac{\Delta \epsilon}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (2.29)$$

## CAPÍTULO 2

Onde:

$\rho'$  – Taxa geométrica da armadura longitudinal de compressão. Para lajes e para vigas em que não há armadura dupla, este valor é nulo. É o caso dos elementos estruturais do presente estudo de caso. Caso houvesse área de armadura comprimida, deveria ser calculado por:

$$\rho' = \frac{As'}{b \cdot d} \quad (2.30)$$

Onde  $b$  e  $d$  representam respectivamente a largura do elemento estrutural a ser medida em planta e a altura de cálculo que corresponde à distância entre o centro da armadura de flexão e a fibra mais comprimida.

Para mensurar flechas de longa duração utiliza-se períodos superiores a 70 meses. Admitindo que as cargas de longa duração atuarão nas lajes do edifício residencial apenas após um mês da betonagem (valor conservativo), tem-se em conformidade com a regulamentação nacional que  $\Delta\epsilon = 1,32$ .

Portanto, considerando que a flecha diferida no tempo é uma flecha adicional à flecha imediata, obtém-se a flecha total do elemento estrutural pela expressão:

$$a_t = a_i + a_d \quad (2.31)$$

Onde:

$a_t$  – Flecha total

$a_i$  – Flecha imediata

$a_d$  – Flecha diferida no tempo

### 3 APRESENTAÇÃO DO ESTUDO DE CASO

O presente trabalho acadêmico possui como estudo de caso um edifício de concreto armado com térreo e dois pavimentos. Em conformidade com o Código de Obras da cidade de São Paulo, o edifício não possui elevador, sendo acessível o primeiro e o segundo andar através de escadas internas. Para o Código de Obras e Edificações (COE) – Lei nº11.228/92:

Art.1º. - Fica aprovado o Código de Obras e Edificações, que dispõe sobre as regras gerais e específicas a serem obedecidas no projeto, licenciamento, execução, manutenção e utilização das obras e edificações, dentro dos limites dos imóveis, no Município de São Paulo.

O COE rege as dimensões mínimas e máximas no interior das habitações e estabelece recuos entre edificações vizinhas a fim de otimizar o espaço na área urbana e melhorar a qualidade de vida dos habitantes. O presente estudo de caso não dispõe de elevador pautado no artigo 9.5 desta Lei, que permite a edificações de até 12m não dispor de ascensor.

A Regulamentação Municipal está de acordo com a NBR 9077/2001. Esta dispõe sobre as orientações para o dimensionamento de saídas de emergência para edificações. Para a classe de ocupação A2 – Habitações multifamiliares, edifícios de apartamentos em geral – se permite não dispor de elevadores de emergência para edifícios de até 20 pavimentos.

Na elevação a seguir, observa-se que a distância entre pisos é de 3,15m. Portanto, à luz do artigo 12.3 do COE, a escada não necessita de patamar intermediário porque vence desnível inferior a 3,25m. Além disso, não há mudança de direção e o conjunto de degraus pode ser contínuo. Ainda neste artigo, fica definido que o espelho dos degraus deve ser inferior a 18cm e que o piso dos degraus deve ser superior a 27cm, visto que se trata de uma escada coletiva. Por fim, indica-se para escadas de largura igual ou superior a 1,20 o uso de corrimão em ambos os lados com altura definida entre 80 e 100cm do piso.

A NBR 9077/2017, tópico 4.7.3, indica a Lei de Blondel considerando o espelho (h) e o piso (b) para cada degrau da escada:

$$63\text{cm} \leq (2h + b) \leq 64\text{cm} \quad (3.1)$$

A modelagem da escada não faz parte do escopo deste trabalho, sendo indicado para aprofundamentos futuros o dimensionamento a partir das dimensões sugeridas nas figuras a seguir.

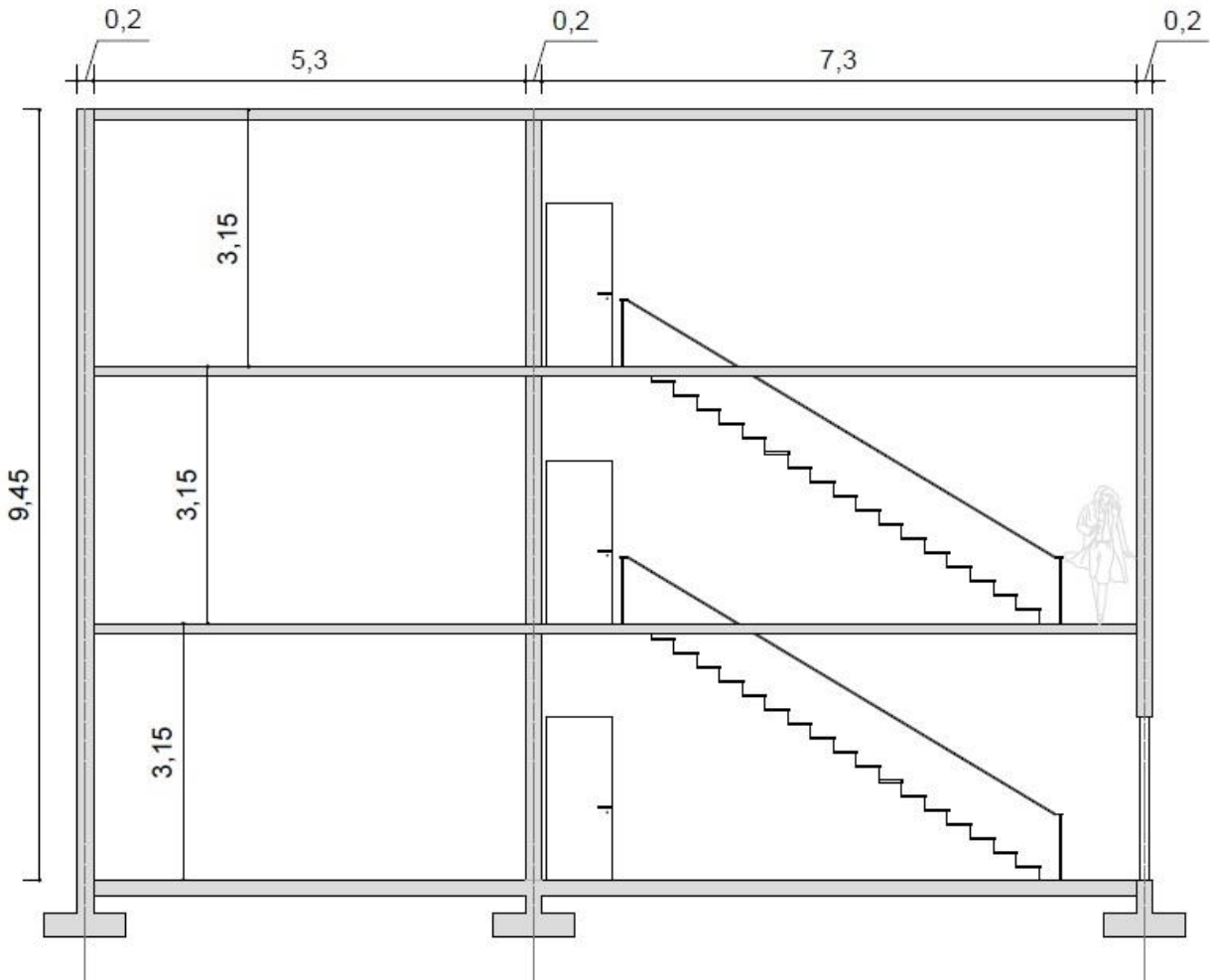


Figura 3.1: Corte A-A – Elevação

Fonte: Próprio Autor

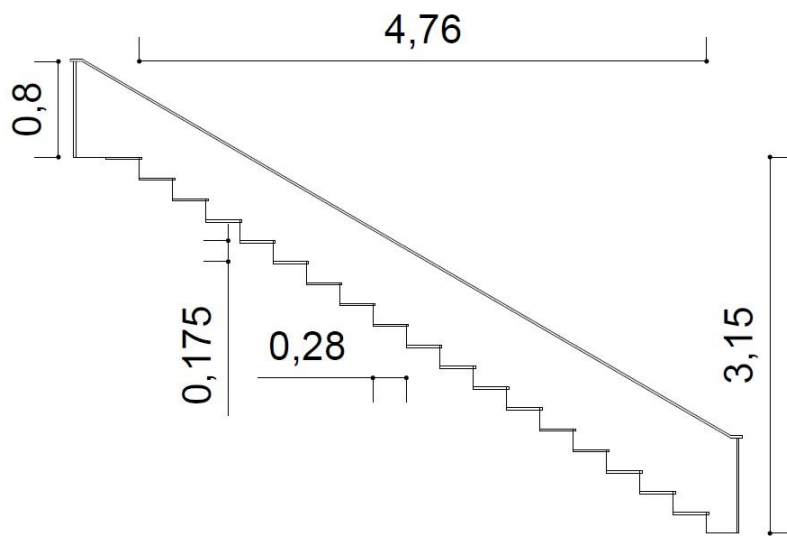


Figura 3.2: Sugestão de escada para dimensionamento futuro

Fonte: Próprio Autor

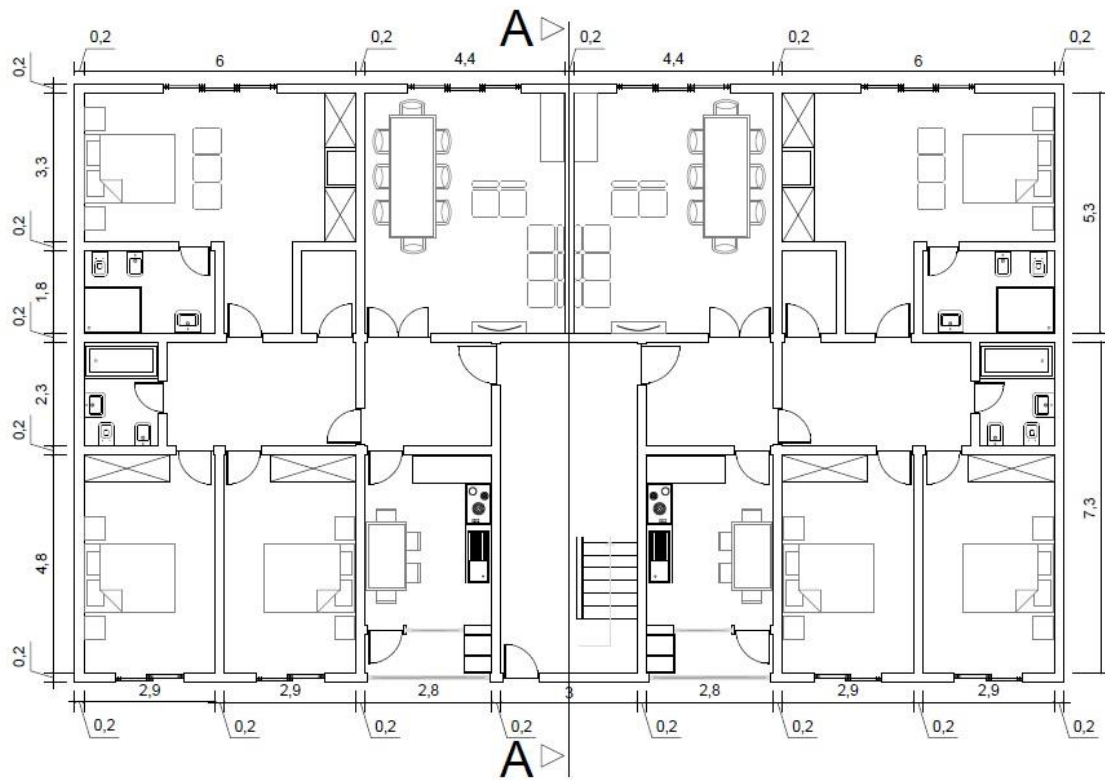


Figura 3.3: Planta de arquitetura - Térreo

Fonte: Próprio Autor

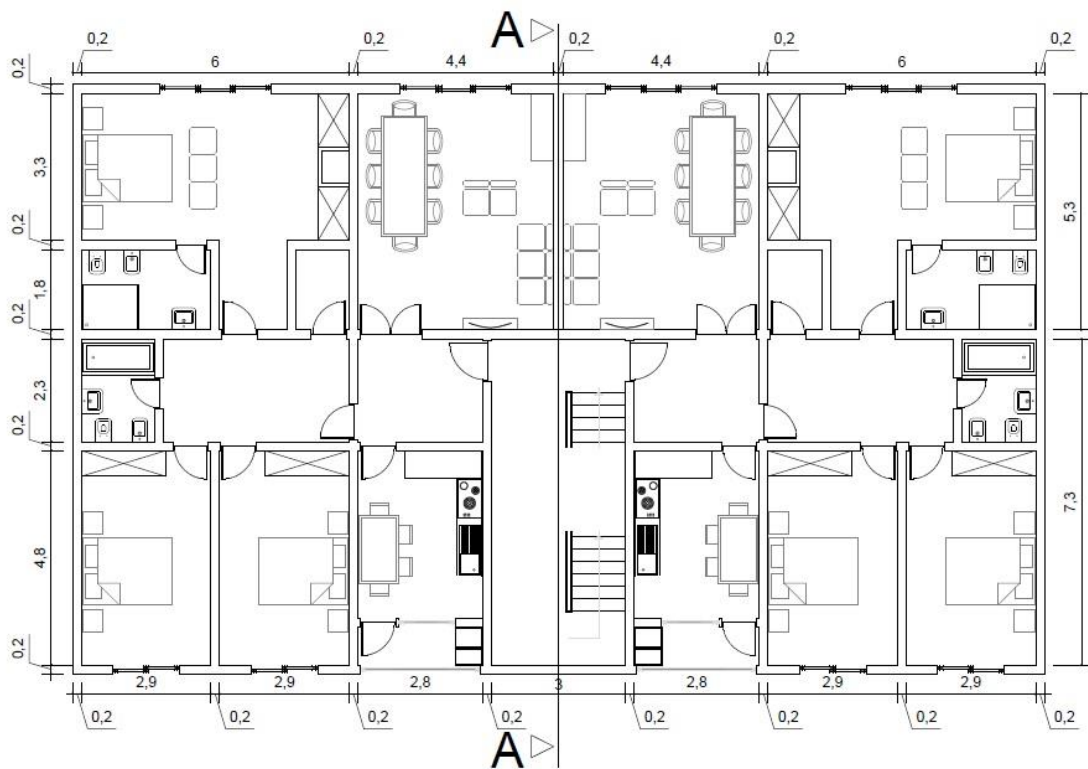


Figura 3.4: Planta de arquitetura - Andar tipo

Fonte: Próprio Autor

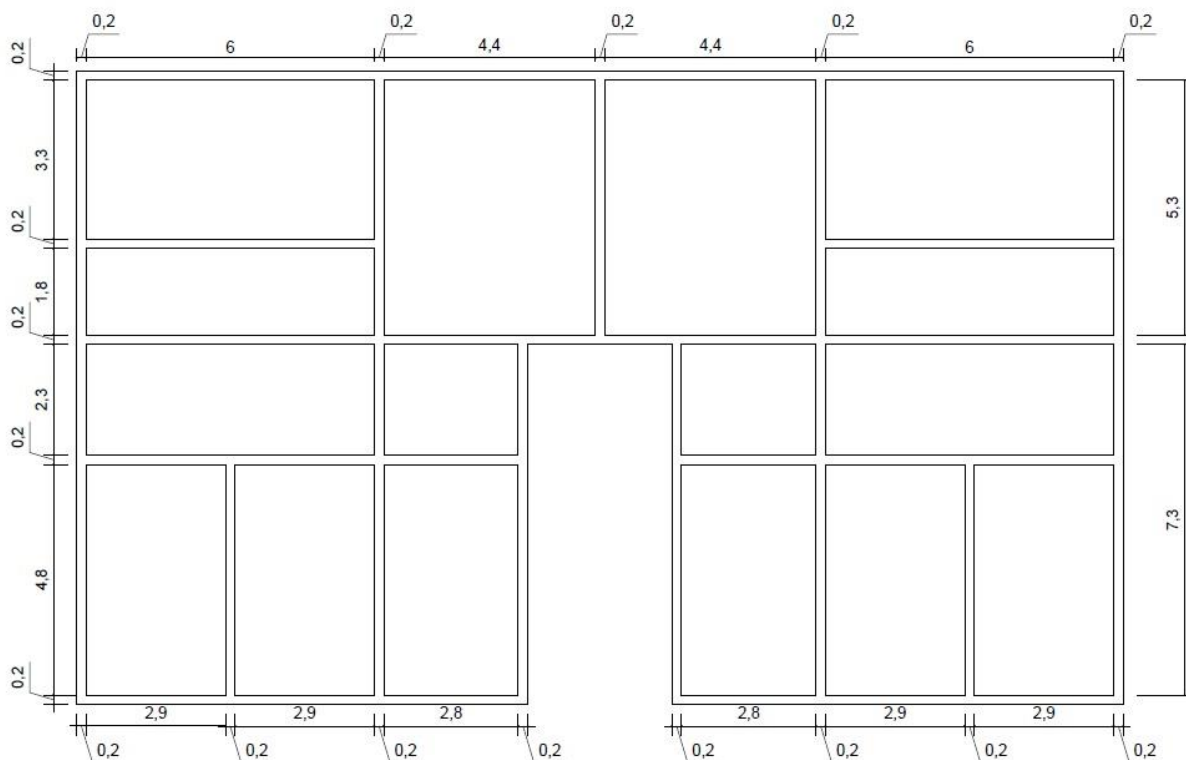


Figura 3.5: Disposição dos panos de laje

Fonte: Próprio Autor

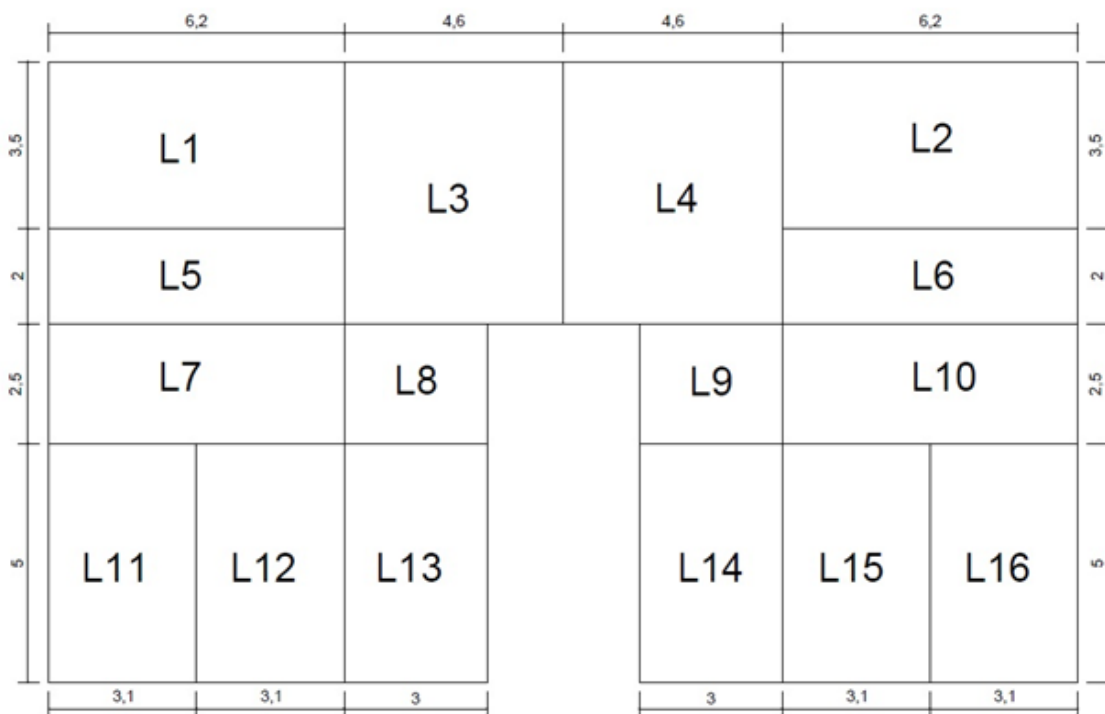


Figura 3.6: Definição dos vãos efetivos e nomeação das lajes

Fonte: Próprio Autor

### 3.1 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA ESPESSURA DAS LAJES

Adotando-se como regra prática o vão efetivo conforme exposto na revisão bibliográfica, temos definido Lx e Ly para todas as lajes. Uma maneira grosseira de prever a espessura suficiente para atender às solicitações de carga é calcular Lx/40 para cada uma das lajes. Comparando os resultados é possível avaliar uma espessura única para todo o pavimento, de modo a uniformizar as formas na concretagem e facilitar a locomoção dos usuários da edificação.

Tabela 3.1: Pré-dimensionamento da espessura das lajes

Lajes	Menor Dimensão (m)	Maior Dimensão (m)	Área (m <sup>2</sup> )	2,5% da menor dimensão Lx	Adoção provisória
L1	3,50	6,20	21,70	8,75	9,00
L2	3,50	6,20	21,70	8,75	9,00
L3	4,60	5,50	25,30	11,50	12,00
L4	4,60	5,50	25,30	11,50	12,00
L5	2,00	6,20	12,40	5,00	8,00
L6	2,00	6,20	12,40	5,00	8,00
L7	2,50	6,20	15,50	6,25	8,00
L8	2,50	3,00	7,50	6,25	8,00
L9	2,50	3,00	7,50	6,25	8,00
L10	2,50	6,20	15,50	6,25	8,00
L11	3,10	5,00	15,50	7,75	8,00
L12	3,10	5,00	15,50	7,75	8,00
L13	3,00	5,00	15,00	7,50	8,00
L14	3,00	5,00	15,00	7,50	8,00
L15	3,10	5,00	15,50	7,75	8,00
L16	3,10	5,00	15,50	7,75	8,00
<b>Média</b>					8,63

Fonte: Próprio Autor

Apesar da estimativa para as lajes L2 e L3 bastante superior à média, este projeto adotará lajes com 10cm de espessura (h).

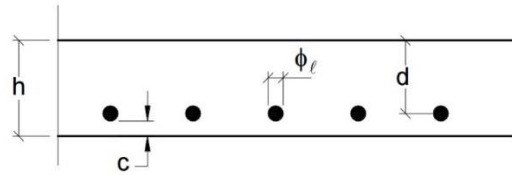


Figura 3.7: Altura de cálculo para lajes

Fonte: Bastos (2015, 118p)

Conforme Tabela 2.2, por se tratar de um projeto com CAA –II, respeita-se um cobrimento nominal de armadura de 2,5cm. Portanto, a altura de cálculo para as lajes é de 7,5cm.

### 3.2 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA ALTURA DAS VIGAS

Uma estimativa grosseira para a altura das vigas é dada por PINHEIRO (2007):

- Tramos internos:  $h \text{ viga} = \frac{L \text{ vão}}{12}$
- Tramos externos ou vigas bi-apoiadas:  $h \text{ viga} = \frac{L \text{ vão}}{10}$
- Balanços:  $h \text{ viga} = \frac{l \text{ vão}}{5}$

Conforme exposto na figura abaixo, este estudo de caso não possui balanços e é constituído de 17 vigas. Devido à simetria, serão estudadas 9 vigas. O comportamento é idêntico devido ao carregamento e a dimensão dos elementos.

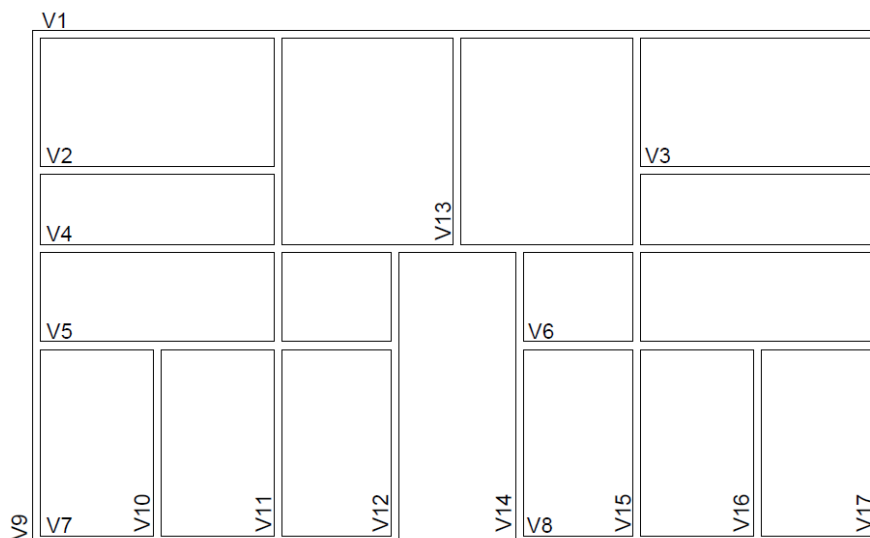


Figura 3.8: Esboço da numeração das vigas

Fonte: Próprio Autor

Usualmente, para projetos de pequeno porte como este estudo de caso, não é recomendável a definição de diversos valores para a altura das vigas. Indica-se a utilização de no máximo duas alturas de modo a facilitar e otimizar a execução dos elementos. Segundo PINHEIRO (2007), é necessário levar em consideração as estruturas de cimbramento, isto é, os suportes que servem de escoramento e fixação das fôrmas para o concreto armado. Alturas de vigas diferentes geram necessidade de adaptação do cimbramento. Ainda se ressalta que este procedimento pode eventualmente “gerar a necessidade de armadura dupla em alguns trechos das vigas”.

Tabela 3.2: Pré-dimensionamento da altura das vigas

Viga	Trecho	Comprimento L (cm)	Interno ou Externo	H calculado (cm)	H adotado (cm)	Seção adotada (bxh)
V1	1	620	Externo	52	55	20x55
	2	460	Externo	38	40	
	3	460	Externo	38	40	
	4	620	Externo	52	55	
<b>V2 = V3</b>	1	620	Interno	62	65	<b>20x65</b>
V4	1	620	Interno	62	65	20x65
	2	300	Interno	30	35	
	3	300	Interno	30	35	
	4	620	Interno	62	65	
V5 = V6	1	310	Interno	31	35	20x55
	2	310	Interno	31	35	
	3	300	Interno	30	35	
V7 = V8	1	310	Externo	26	30	20x55
	2	310	Externo	26	30	
	3	300	Externo	25	30	

Viga	Trecho	Comprimento L (cm)	Interno ou Externo	H calculado (cm)	H adotado (cm)	Seção adotada (bxh)
V9 = V17	1	500	Externo	42	45	20x55
	2	250	Externo	21	25	
	3	200	Externo	17	25	
	4	350	Externo	29	35	
V10 = V16	1	500	Interno	50	55	20x55
V11 = V15	1	500	Interno	50	55	20x55
	2	250	Interno	25	30	
	3	200	Interno	20	25	
	4	350	Interno	35	40	
V12 = V14	1	500	Externo	42	45	20x55
	2	250	Externo	21	25	
<b>V13</b>	1	550	Interno	55	60	<b>20x65</b>
				Média	41,3	

Fonte: Próprio Autor

Constatou-se a necessidade de aumentar a altura das vigas V2, V3, V4 e V13 de modo que os 55cm que atendem as demais vigas não seriam suficientes para estes casos. Todavia, será verificada a necessidade de armadura dupla de modo a induzir o comportamento dúctil a partir de armadura de compressão.

### 3.3 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DAS DIMENSÕES DOS PILARES

Mesmo antes de se conhecer os esforços solicitantes atuantes, é necessário definir as dimensões dos pilares. Diversos autores convergem sobre a relevância de se utilizar da experiência de projetos anteriores. Assim, seria justificável o embasamento para o pré-dimensionamento de um novo projeto.

Entretanto, para este estudo de caso, será adotado o processo das áreas de influência. Isto é, será estimada a carga vertical no pilar através da adoção de uma carga total média para o pavimento. Para BASTOS (2015, 100p), os edifícios de pequena altura, com fins residenciais e de escritórios podem ter a

carga total por metro quadrado de laje estimada em  $10 \text{ kN/m}^2$ , levando-se em conta todos os carregamentos permanentes e variáveis.

Conforme AUFIERI (1997), seguindo algumas recomendações, o método em questão prevê a divisão do pavimento em áreas delimitadas por figuras geométricas, supondo que o carregamento uniformemente distribuído seja absorvido pelo pilar correspondente, haja visto a adoção de compressão centrada.

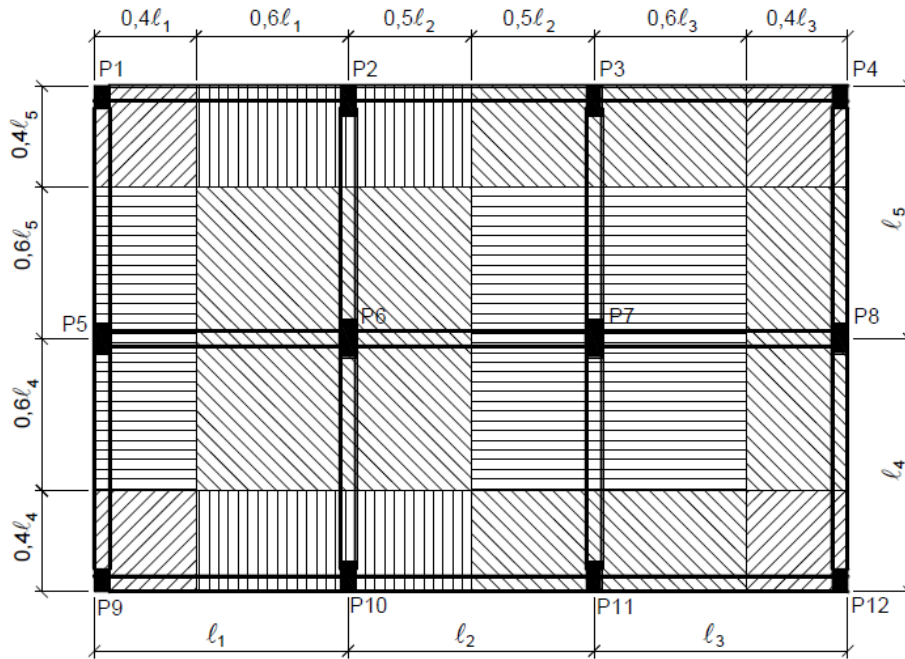


Figura 3.9: Determinação da área de influência dos pilares

Fonte: Bastos (2015, 100p)

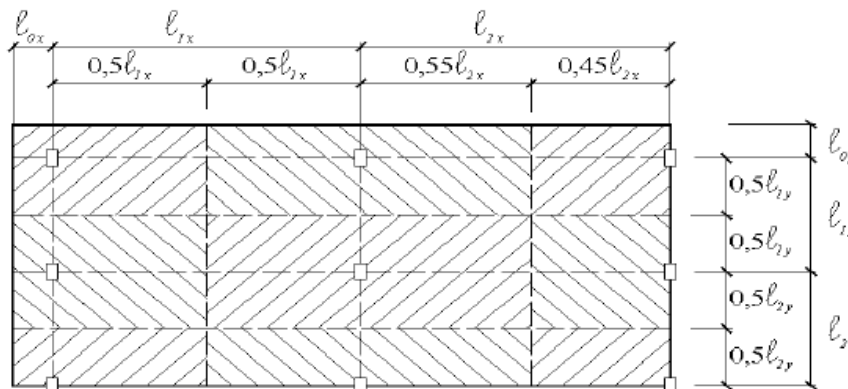


Figura 3.10

Fonte: Pinheiro (2007)

Percebe-se que as diretrizes entre BASTOS e PINHEIRO para o traçado das áreas de influência convergem sobre a minoração das áreas para os pilares de canto. Entretanto, não há consenso sobre o valor exato deste traçado.

Entendendo que não há variações significativas entre as dimensões finais a serem adotadas aos pilares, este estudo de caso adotará o mesmo critério de divisão das figuras geométricas independentemente da localização dos pilares. Os polígonos serão formados pela meia distância entre os eixos dos pilares.

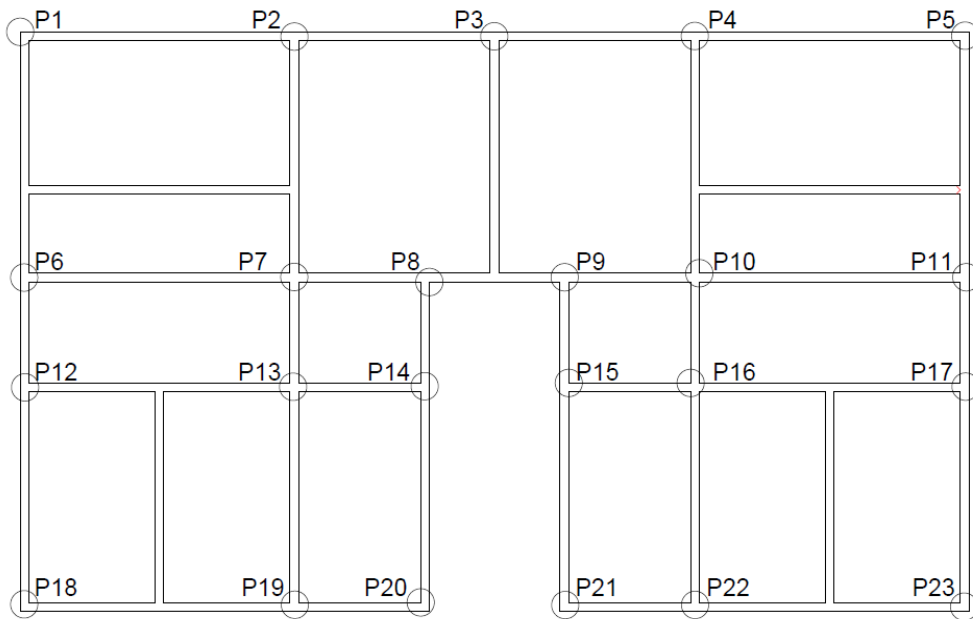


Figura 3.11: Localização dos pilares sem dimensão

Fonte: Próprio Autor

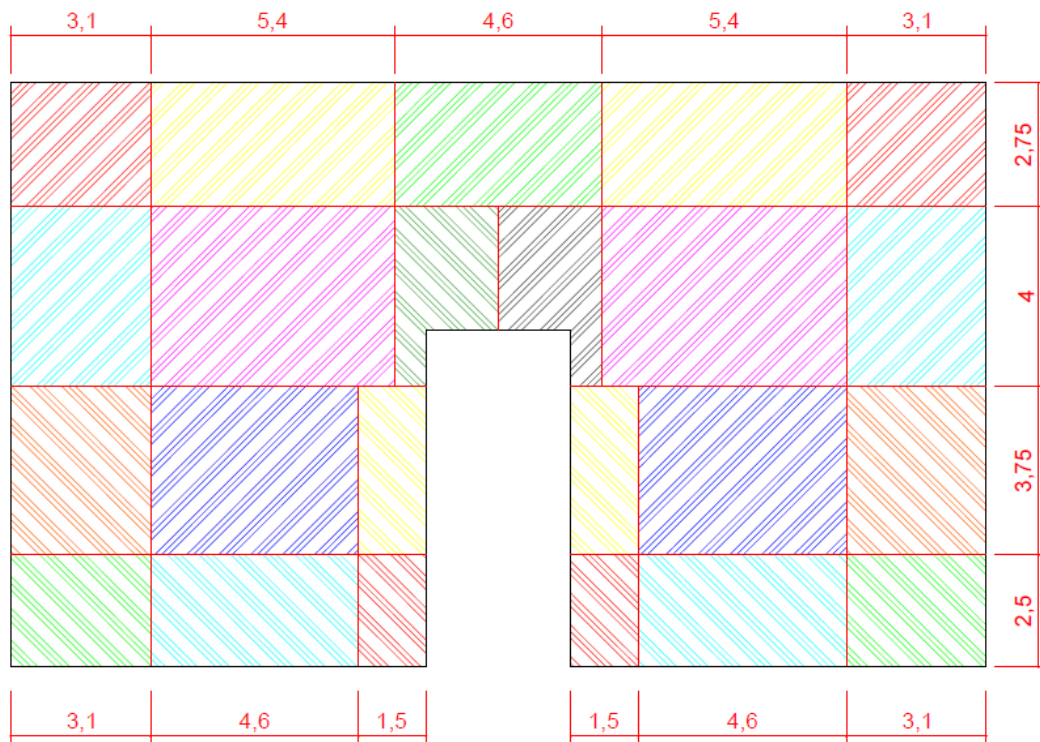


Figura 3.12: Área de influência dos pilares

Fonte: Próprio Autor

Tabela 3.3: Área de influência dos pilares

Pilar	Área de influência (m <sup>2</sup> )	Pilar	Área de influência (m <sup>2</sup> )
1	8,53	13	17,25
2	14,85	14	5,63
3	12,65	15	5,63
4	14,85	16	17,25
5	8,53	17	11,63
6	12,40	18	7,75
7	21,60	19	11,50
8	7,20	20	3,75
9	7,20	21	3,75
10	21,60	22	11,50
11	12,40	23	7,75
12	11,63	<b>TOTAL</b>	<b>256,80</b>

Fonte: Próprio Autor

À luz do item 13.2.3 da NBR 6118/2014, é imposto para qualquer condição de dimensionamento do elemento estrutural pilar a seção transversal mínima de 360 cm<sup>2</sup>. Sendo indicado para casos convencionais a dimensão mínima de 19cm.

Conforme exposto na *Figura 2.11: Diagramas tensão-deformação concreto e aço CA-50*, a tensão de pico no diagrama tensão-deformação do concreto refere-se à 85% da resistência de cálculo à compressão do concreto ( $f_{cd}$ ), conforme item 8.10.2.1 da NBR 6118/2014.

Portanto, como todos os elementos estruturais deste caso de estudo são de concreto da classe C30, tem-se a tensão ideal na cota de arrasamento na base dos pilares definida por:

$$T = 0,85 \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{30}{1,4} = 18,2 \text{ MPa} = 1,82 \text{ kN/cm}^2 \quad (3.2)$$

Admitindo que a cobertura corresponde a 70% da carga convencional do pavimento-tipo, conforme indica PINHEIRO (2007), o carregamento deve ser multiplicado por 2,7. Assim, contempla-se o primeiro e o segundo pavimentos e a cobertura.

Admite-se ainda que uma das dimensões dos pilares está embutida na viga e tem valor 20cm. Trata-se de uma imposição arquitetônica em que a segunda dimensão é definida em termos estruturais.

Observa-se na tabela a seguir que os pilares internos são os mais solicitados. Isto já era esperado, haja visto que possuem as maiores áreas de influência. Para todos os casos, verificou-se que a seção quadrada (20x20) cm<sup>2</sup> é suficiente para exigir na cota de arrasamento uma tensão inferior a admissível. O máximo valor de tensão refere-se aos pilares P7 e P10, ambos com tensão inferior a 1,50 kN/cm<sup>2</sup>.

Ainda se ressalta que é fundamental realizar etapas de conferência para os cálculos. A somatória das áreas de influência dos pilares deve coincidir com a área total do pavimento tipo.

Portanto, à luz da NBR 6118/2014, não há pilar-parede neste projeto. Este elemento estrutural possui uma dimensão da seção transversal inferior a 1/5 da outra. Não é o caso deste projeto e os pilares podem ser dimensionados pelos métodos convencionais conforme sua localização na planta de formas.

Tabela 3.4: Títulos das colunas de dimensionamento dos pilares

<b>A</b>	<b>Pilar</b>
<b>B</b>	<b>Área de influência (m<sup>2</sup>)</b>
<b>C</b>	<b>Localização</b>
<b>D</b>	<b>PP (kN/m<sup>2</sup>)</b>
<b>E</b>	<b>Quantidade de pavimentos</b>
<b>F</b>	<b>Carga na fundação (kN)</b>
<b>G</b>	<b>Tensão ideal na cota de arrasamento (kN/cm<sup>2</sup>)</b>
<b>H</b>	<b>Área exigida para seção transversal (cm<sup>2</sup>)</b>
<b>I</b>	<b>Dimensão pré-definida pela arquitetura (cm)</b>
<b>J</b>	<b>Dimensão exigida por termos estruturais (cm)</b>
<b>K</b>	<b>Seção transversal adotada para o pilar (cm<sup>2</sup>)</b>

Fonte: Próprio Autor

Tabela 3.5: Dimensionamento da seção transversal dos pilares

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	8,53	Canto	10	2,7	230,175	1,82	126,47	20	6,32	(20x20)cm <sup>2</sup>
2	14,85	Extrem.	10	2,7	400,95	1,82	220,30	20	11,02	(20x20)cm <sup>2</sup>
3	12,65	Extrem.	10	2,7	341,55	1,82	187,66	20	9,38	(20x20)cm <sup>2</sup>
4	14,85	Extrem.	10	2,7	400,95	1,82	220,30	20	11,02	(20x20)cm <sup>2</sup>
5	8,53	Canto	10	2,7	230,175	1,82	126,47	20	6,32	(20x20)cm <sup>2</sup>
6	12,40	Extrem.	10	2,7	334,8	1,82	183,96	20	9,20	(20x20)cm <sup>2</sup>
7	21,60	Interno	10	2,7	583,2	1,82	320,44	20	16,02	(20x20)cm <sup>2</sup>
8	7,20	Extrem.	10	2,7	194,4	1,82	106,81	20	5,34	(20x20)cm <sup>2</sup>
9	7,20	Extrem.	10	2,7	194,4	1,82	106,81	20	5,34	(20x20)cm <sup>2</sup>
10	21,60	Interno	10	2,7	583,2	1,82	320,44	20	16,02	(20x20)cm <sup>2</sup>
11	12,40	Extrem.	10	2,7	334,8	1,82	183,96	20	9,20	(20x20)cm <sup>2</sup>
12	11,63	Extrem.	10	2,7	313,875	1,82	172,46	20	8,62	(20x20)cm <sup>2</sup>
13	17,25	Interno	10	2,7	465,75	1,82	255,91	20	12,80	(20x20)cm <sup>2</sup>
14	5,63	Extrem.	10	2,7	151,875	1,82	83,45	20	4,17	(20x20)cm <sup>2</sup>
15	5,63	Extrem.	10	2,7	151,875	1,82	83,45	20	4,17	(20x20)cm <sup>2</sup>
16	17,25	Interno	10	2,7	465,75	1,82	255,91	20	12,80	(20x20)cm <sup>2</sup>
17	11,63	Extrem.	10	2,7	313,875	1,82	172,46	20	8,62	(20x20)cm <sup>2</sup>
18	7,75	Canto	10	2,7	209,25	1,82	114,97	20	5,75	(20x20)cm <sup>2</sup>
19	11,50	Extrem.	10	2,7	310,5	1,82	170,60	20	8,53	(20x20)cm <sup>2</sup>
20	3,75	Canto	10	2,7	101,25	1,82	55,63	20	2,78	(20x20)cm <sup>2</sup>
21	3,75	Canto	10	2,7	101,25	1,82	55,63	20	2,78	(20x20)cm <sup>2</sup>
22	11,50	Extrem.	10	2,7	310,5	1,82	170,60	20	8,53	(20x20)cm <sup>2</sup>
23	7,75	Canto	10	2,7	209,25	1,82	114,97	20	5,75	(20x20)cm <sup>2</sup>
	256,80				6933,6					



## 4 LAJES

O método simplificado de cálculo de lajes pressupõe estas como elementos isolados. Trata-se de uma estimativa grosseira de esforços, que não condiz com os métodos de cálculo de grelhas ou elementos finitos. Entretanto, há a necessidade de se compreender como esta estimativa permite aferir a distribuição de esforços e compatibilizá-los.

Este procedimento acadêmico não ilustra um parâmetro de comparação com os modelos numéricos, haja visto que estes compreendem os esforços atuando de maneira global na estrutura. Entretanto, será realizada a modelação dos elementos acadêmicos a título de exposição dos mecanismos de dimensionamento de armaduras do ROBOT, a partir da utilização do método de elementos finitos do software.

Após esta adaptação teórica, o software CAD/TQS exibirá apenas os resultados do modelo numérico global da estrutura, como parâmetro final de representação da realidade. Há de se atentar de início que não é condizente comparar o modelo simplificado com os modelos globais da estrutura.

Por fim ressalta-se, desde o início do dimensionamento manual, que o atual trabalho acadêmico permite compreender que os softwares de cálculo automático de estruturas não utilizam o modelo simplificado de dimensionamento.

Dado o carregamento, se as lajes possuem a distribuição dos esforços internos de maneira diferente ao previsto pelo método simplificado, as vigas não terão o esquema estático definido de maneira próxima aos diagramas dos softwares de modelação global da estrutura. Assim a distribuição de carregamento para os pilares e fundações também ocorreria de maneira distinta.

Apesar da incompatibilidade, será contemplado o dimensionamento manual pelo método simplificado de modo a expor um modelo de carregamento estático e comportamento linear dos materiais. E, por fim, avaliar as diferenças já esperadas nos softwares comerciais.

### 4.1 MOMENTOS FLETORES NAS LAJES ISOLADAS

De início é fundamental se atentar que a laje L8 não possui fronteira com a laje L3 superior a  $\frac{2}{3}$  de 4,6m. Portanto, trata-se de uma ligação simplesmente apoiada.

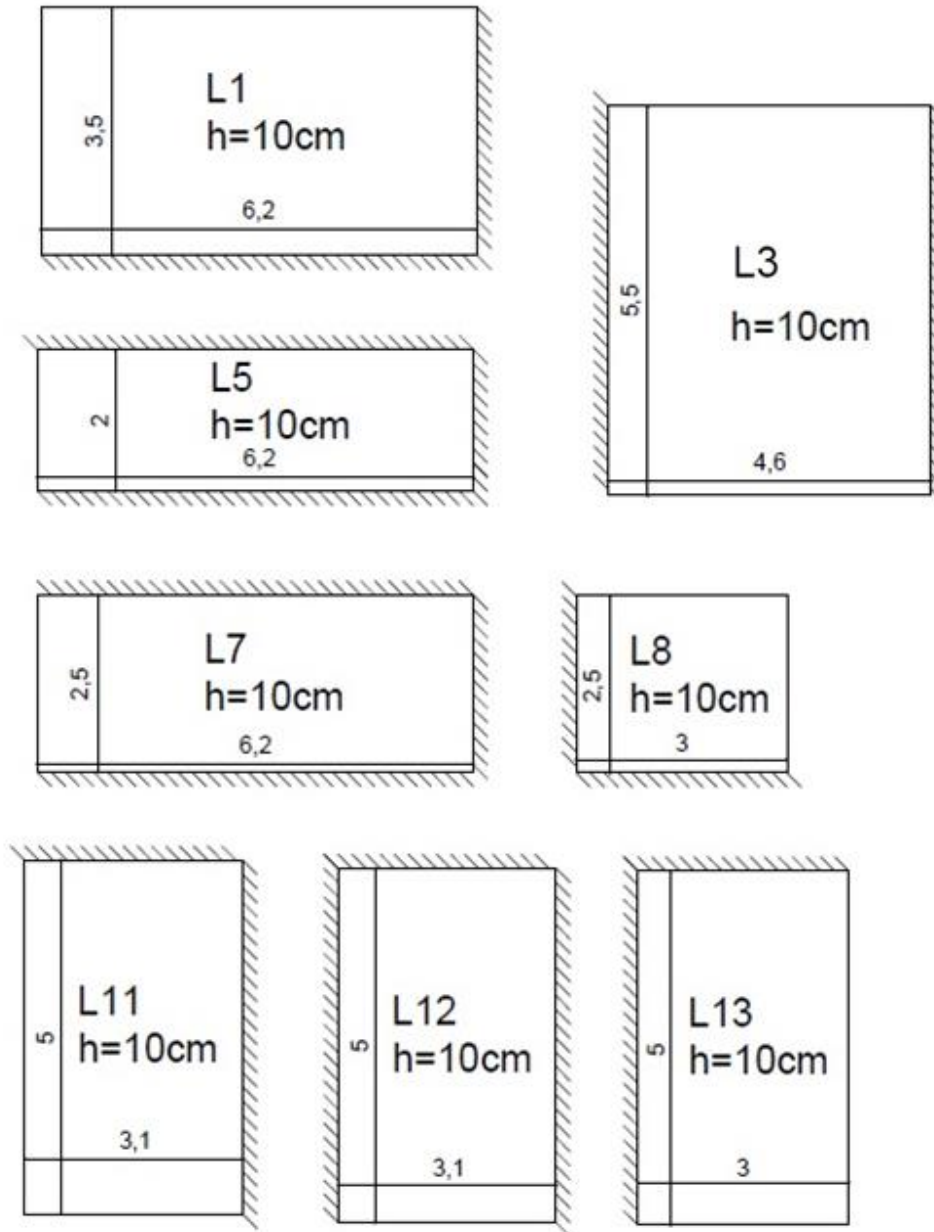


Figura 4.1: Condição de contorno das lajes

Fonte: Próprio Autor

Dada a simetria dos panos de laje no eixo vertical representada na planta de forma no Anexo 10, serão estudadas 8 lajes que representarão os esforços em toda a estrutura.

Tabela 4.1: Condição de contorno

Lajes	Menor Dimensão Lx (m)	Maior Dimensão Ly (m)	$\frac{Ly}{Lx}$	Tabela Czerny – Beton-Kalender	Descrição
L1	3,50	6,20	1,77	Tipo 3	Duas bordas adjacentes engastadas e duas apoiadas
L2	3,50	6,20	1,77	Tipo 3	Duas bordas adjacentes engastadas e duas apoiadas
L3	4,60	5,50	1,20	Tipo 4B	Duas bordas maiores engastadas e duas bordas menor apoiadas
L4	4,60	5,50	1,20	Tipo 4B	Duas bordas maiores engastadas e duas bordas menor apoiadas
L5	2,00	6,20	3,10	Tipo 5B	Uma borda menor apoiada e as demais engastadas
L6	2,00	6,20	3,10	Tipo 5B	Uma borda menor apoiada e as demais engastadas
L7	2,50	6,20	2,48	Tipo 5B	Uma borda menor apoiada e as demais engastadas
L8	2,50	3,00	1,20	Tipo 3	Duas bordas adjacentes engastadas e duas apoiadas
L9	2,50	3,00	1,20	Tipo 3	Duas bordas adjacentes engastadas e duas apoiadas
L10	2,50	6,20	2,48	Tipo 5B	Uma borda menor apoiada e as demais engastadas
L11	3,10	5,00	1,61	Tipo 3	Duas bordas adjacentes engastadas e duas apoiadas
L12	3,10	5,00	1,61	Tipo 5B	Uma borda menor apoiada e as demais engastadas

<b>L13</b>	3,00	5,00	1,6 7	Tipo 3	Duas bordas adjacentes engastadas e duas apoiadas
<b>L14</b>	3,00	5,00	1,6 7	Tipo 3	Duas bordas adjacentes engastadas e duas apoiadas
<b>L15</b>	3,10	5,00	1,6 1	Tipo 5B	Uma borda menor apoiada e as demais engastadas
<b>L16</b>	3,10	5,00	1,6 1	Tipo 3	Duas bordas adjacentes engastadas e duas apoiadas

Fonte: Próprio Autor

Conforme tabela à cima, observa-se que apenas as lajes L5, L6, L7 e L10 possuem a armadura principal positiva calculada apenas na direção paralela à Lx. As demais lajes são consideradas com armadura principal em ambas as direções ortogonais. Os valores mínimos de seção de aço para a armadura secundária estão dispostos na seção 2.2.

Tabela 4.2: Carregamento das lajes (kN/m<sup>2</sup>)

Lajes	Lx (m)	Ly (m)	$\lambda$ (Ly/Lx)	Peso Próprio (1)	Contrapiso (2)	Piso (3)	Paredes	Carga Permanente Total	Carga Variável	Carga Total
<b>L1 = L2</b>	3,50	6,20	1,77	2,50	0,84	0,56	0,00	3,90	2,00	5,90
<b>L3 = L4</b>	4,60	5,50	1,20	2,50	0,84	0,56	0,00	3,90	2,00	5,90
<b>L5 = L6</b>	2,00	6,20	3,10	2,50	0,84	0,56	2,55 (4)	6,45	2,00	8,45
<b>L7 = L10</b>	2,50	6,20	2,48	2,50	0,84	0,56	1,20 (5)	5,10	2,00	7,10
<b>L8 = L9</b>	2,50	3,00	1,20	2,50	0,84	0,56	0,00	3,90	2,00	5,90
<b>L11 = L16</b>	3,10	5,00	1,61	2,50	0,84	0,56	0,00	3,90	2,00	5,90
<b>L12 = L15</b>	3,10	5,00	1,61	2,50	0,84	0,56	0,00	3,90	2,00	5,90
<b>L13 = L14</b>	3,00	5,00	1,67	2,50	0,84	0,56	0,00	3,90	2,00	5,90

Fonte: Próprio Autor

(1)  $g_{pp} = (25\text{kN/m}^3) \cdot 0,10\text{m}$

(2)  $g_{cp} = (21\text{kN/m}^3) \cdot 0,04\text{m}$

(3)  $g_{\text{piso}} = (28\text{kN/m}^3) \cdot 0,02\text{m} \rightarrow$  Adoção de mármore como piso genérico para as lajes

(4)  $g_{\text{parede L5=L6}} = [(3,05 \cdot 0,20 \cdot 4\text{m}^3) \cdot (13\text{kN/m}^3)] / (6,2 \cdot 2,0\text{m}^2)$

(5)  $g_{\text{parede L7=L10}} = [(3,05 \cdot 0,20 \cdot 2,3\text{m}^3) \cdot (13\text{kN/m}^3)] / (6,2 \cdot 2,5\text{m}^2)$

À luz das tabelas Tabelas de Czerny – Beton-Kalender (1976) para Coeficiente de Poisson  $\nu = 0,2$ , contempladas no Anexo 1 deste trabalho, decorre para o carregamento uniforme de cada laje isolada os momentos fletores descritos na tabela a seguir.

Tabela 4.3: Coeficientes de Beton-Kalender para lajes isoladas

Lajes	Lx (m)	Ly (m)	$\lambda$ (Ly/Lx)	Tabela Beton-Kalender	Carga Total	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
L1 = L2	3,50	6,20	1,77	Tipo 3	5,90	18,30	40,20	8,80	12,20	20,00
L3 = L4	4,60	5,50	1,20	Tipo 4B	5,90	27,20	48,10	13,00	-	39,00
L5 = L6	2,00	6,20	3,10	Tipo 5B	8,45	24,00	54,00	12,00	17,50	32,00
L7 = L10	2,50	6,20	2,48	Tipo 5B	7,10	24,00	54,00	12,00	17,50	32,00
L8 = L9	2,50	3,00	1,20	Tipo 3	5,90	26,40	34,00	11,50	13,10	29,90
L11 = L16	3,10	5,00	1,61	Tipo 3	5,90	19,60	40,20	9,20	12,30	21,40
L12 = L15	3,10	5,00	1,61	Tipo 5B	5,90	24,70	49,50	12,30	17,50	35,90
L13 = L14	3,00	5,00	1,67	Tipo 3	5,90	19,00	40,20	9,00	12,20	20,80

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.4: Momentos fletores para lajes isoladas segundo Beton-Kalender (kN.m)

Lajes	Mx +	My +	Mx -	My -
L1 = L2	3,95	1,80	-8,21	-5,92

<b>L3 = L4</b>	4,59	2,60	-9,60	-
<b>L5 = L6</b>	1,41	0,63	-2,82	-1,93
<b>L7 = L10</b>	1,85	0,82	-3,70	-2,54
<b>L8 = L9</b>	1,40	1,08	-3,21	-2,81
<b>L11 = L16</b>	2,89	1,41	-6,16	-4,61
<b>L12 = L15</b>	2,30	1,15	-4,61	-3,24
<b>L13 = L14</b>	2,79	1,32	-5,90	-4,35

Fonte: Próprio Autor

Usufruido da laje L1 como exemplo, procedeu-se a modelação do elemento com 10cm de espessura, concreto C30 e carregamento de valor 5,90 kN/m<sup>2</sup> na ferramenta Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2015.

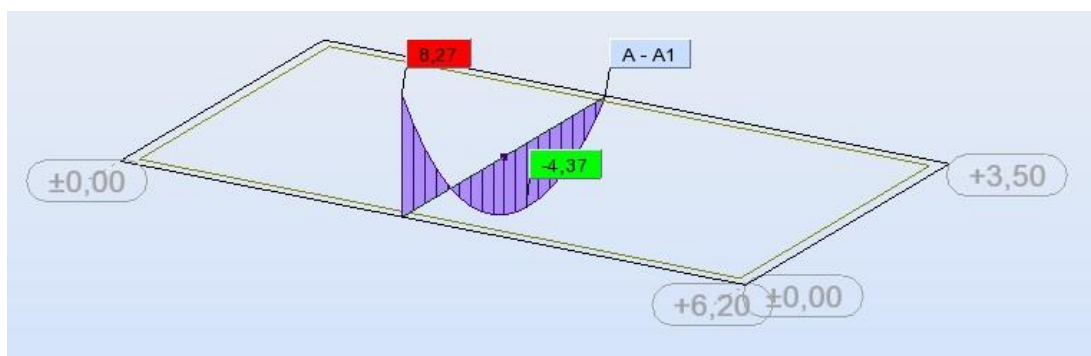


Figura 4.2: Momento fletor característico paralelo a Lx para laje L1

Fonte: ROBOT

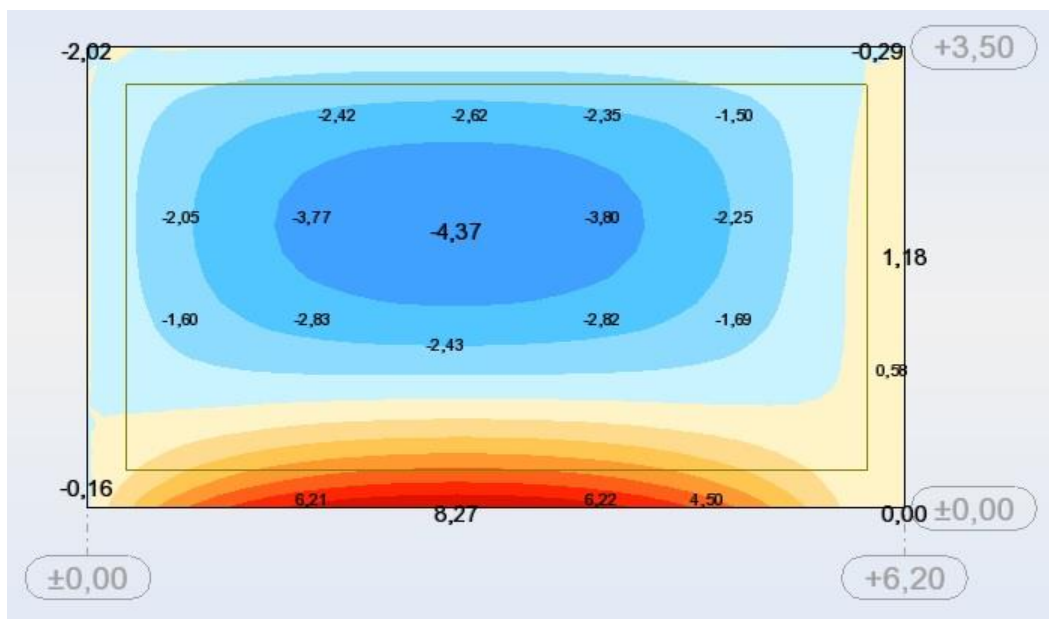


Figura 4.3: Momentos fletores paralelos a Lx para laje L1

Fonte: ROBOT

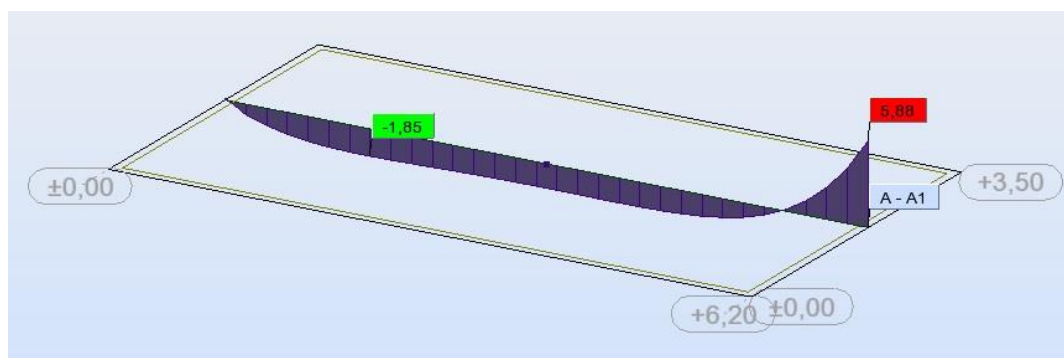


Figura 4.4: Momento fletor característico paralelo a Ly para laje L1

Fonte: ROBOT

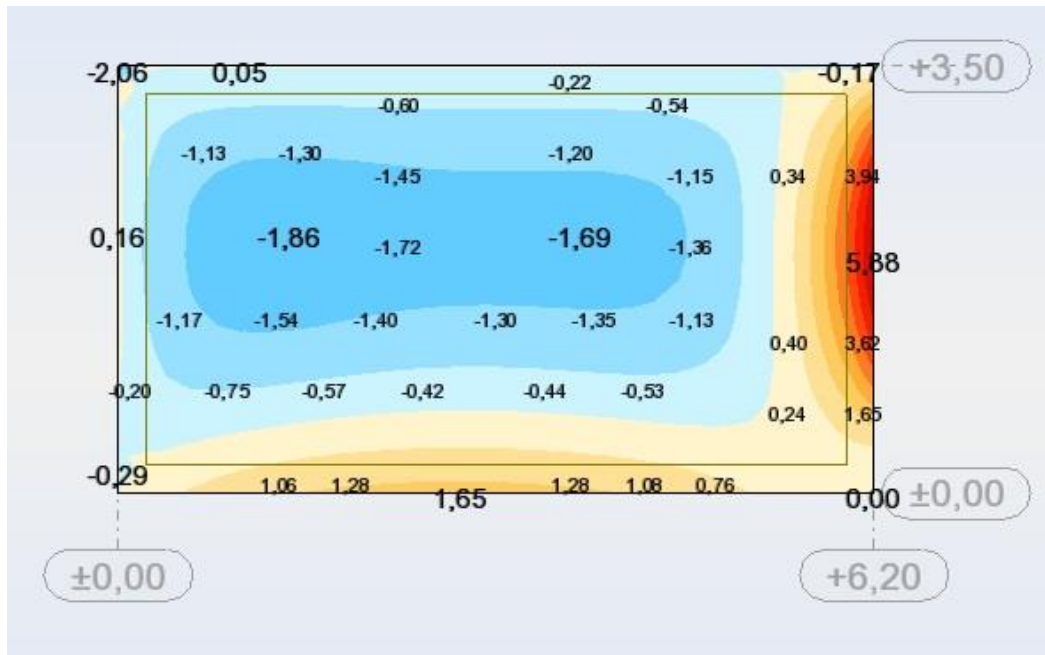


Figura 4.5: Momentos fletores paralelos a Ly para laje L1

Fonte: ROBOT

Atentando-se a variação das condições de contorno, procedeu-se a modelação da laje L3 com a mesma espessura, mesmo material e carregamento correspondente.

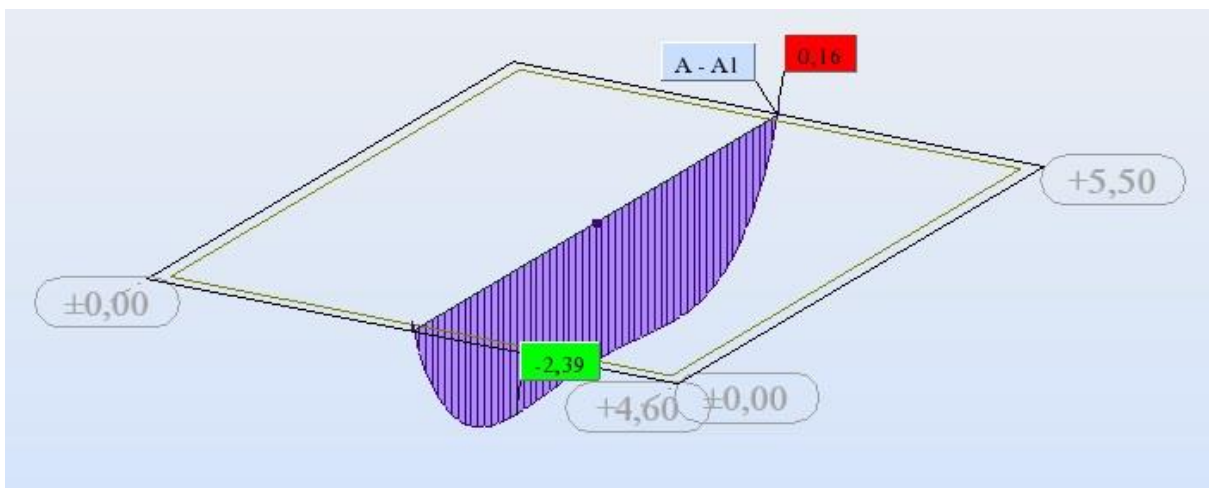


Figura 4.6: Momento fletor característico paralelo a Ly para laje L3

Fonte: ROBOT

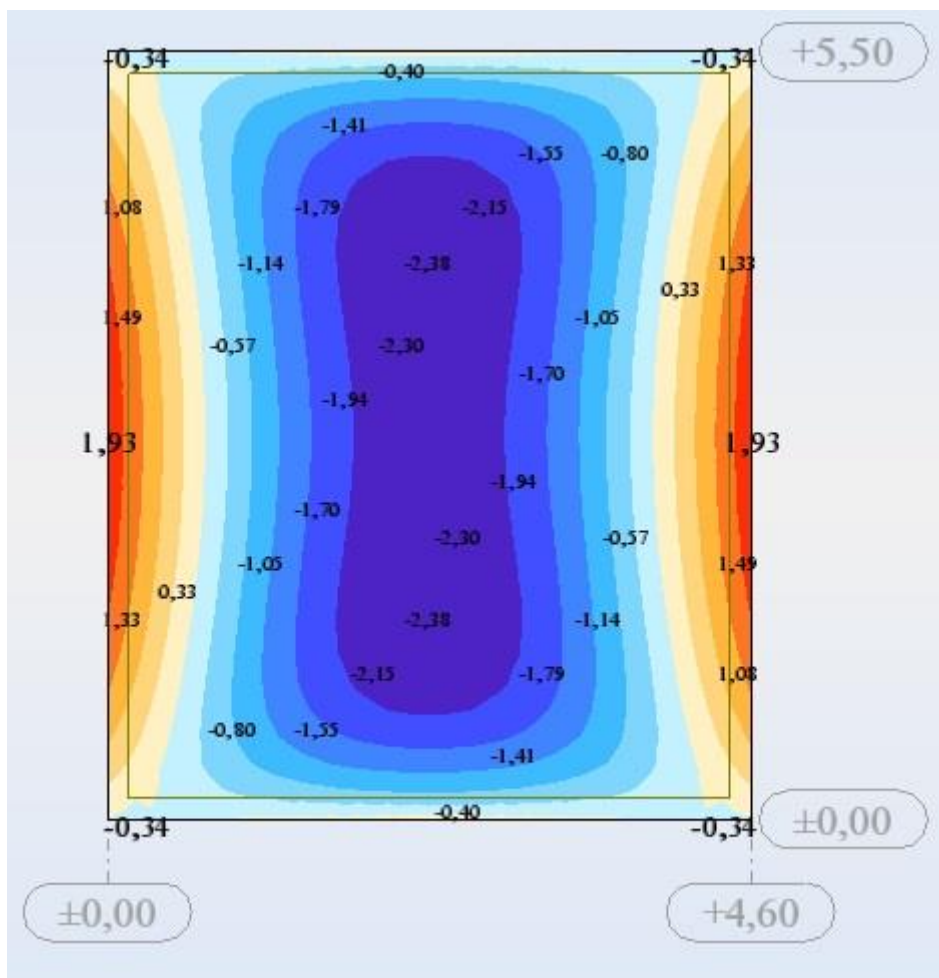


Figura 4.7: Momentos fletores paralelos a  $L_y$  para laje L3

Fonte: ROBOT

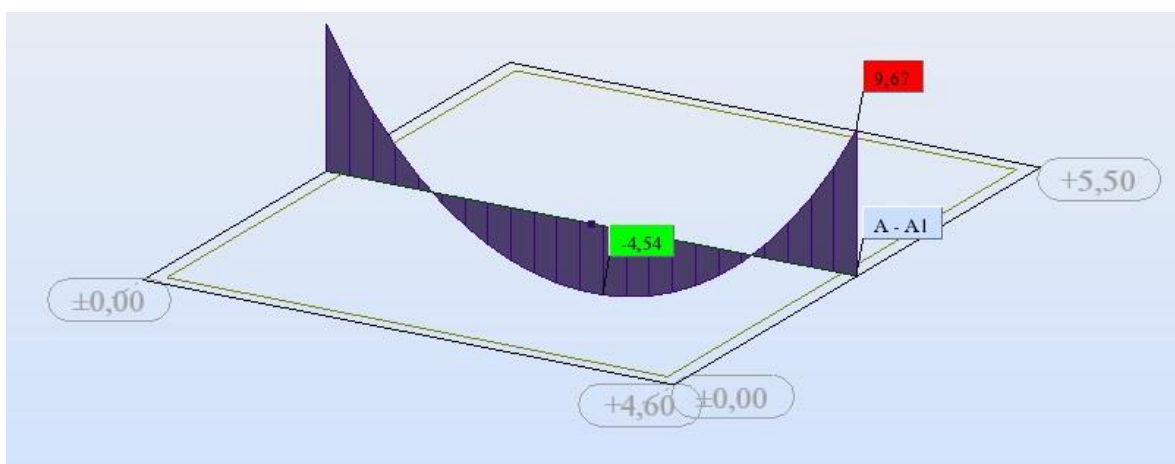


Figura 4.8: Momento fletor característico paralelo a  $L_x$  para laje L3

Fonte: ROBOT

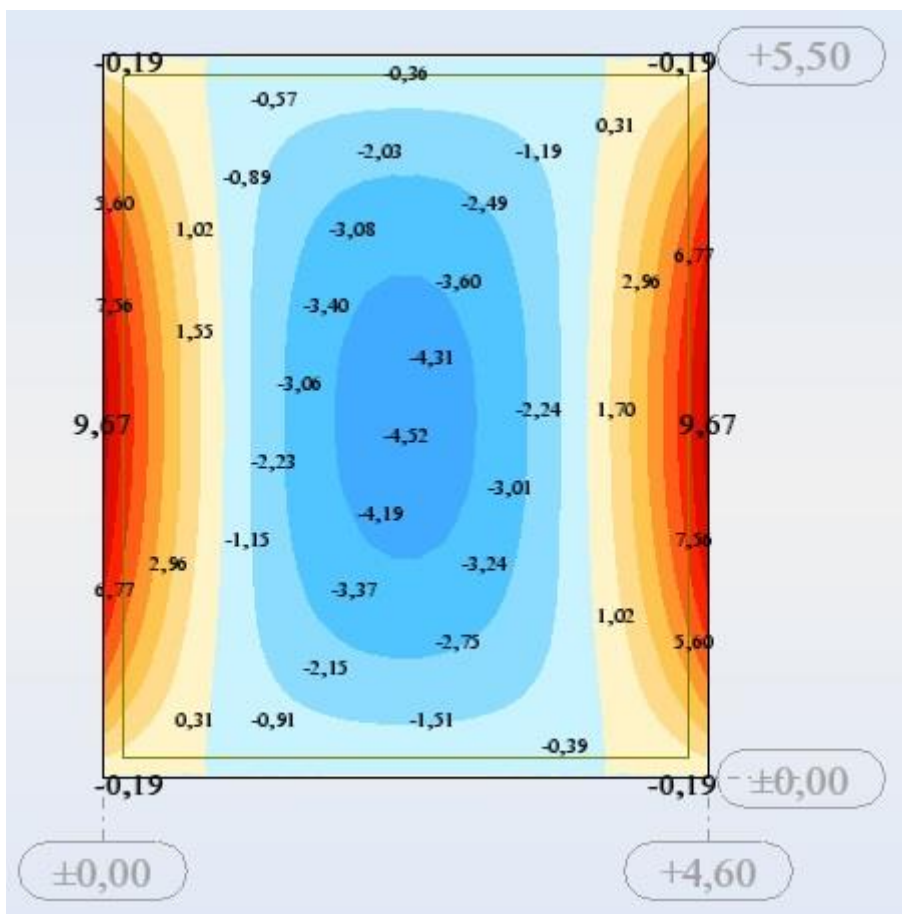


Figura 4.9: Momentos fletores paralelos a Lx para laje L3

Fonte: ROBOT

Reitera-se que esta modelação foi baseada em uma malha retangular de elementos finitos com 0,20m de refinamento.

Ao modelar todas as lajes deste projeto de forma isolada na ferramenta da Autodesk, obtém-se os resultados mostrados na tabela a seguir. Constata-se que as maiores variações ocorrem nos momentos positivos e a maioria é superior ao calculados através das tabelas.

Tabela 4.5: Comparação entre os esforços de momento fletor (kN.M)

Lajes	Czerny – Beton-Kalender (1976)				Robot Structural Analysis Professional 2015				(Robot) / (Tabelas Teóricas)			
	Mx +	My +	Mx -	My -	Mx +	My +	Mx -	My -	Mx +	My +	Mx -	My -
L1 = L2	3,95	1,80	-8,21	-5,92	4,37	1,85	-8,27	-5,88	10,6%	2,9%	0,7%	-0,7%
L3 = L4	4,59	2,60	-9,60	-	4,54	2,39	-9,67	-	-1,1%	-7,9%	0,7%	-
L5 = L6	1,41	0,63	-2,82	-1,93	1,45	0,62	-2,85	-1,93	3,0%	-0,9%	1,2%	-0,1%
L7 = L10	1,85	0,82	-3,70	-2,54	1,86	0,85	-3,76	-2,52	0,6%	3,4%	1,7%	-0,6%
L8 = L9	1,40	1,08	-3,21	-2,81	1,55	1,12	-3,16	-2,81	10,7%	3,3%	-1,5%	-0,2%
L11 = L16	2,89	1,41	-6,16	-4,61	3,22	1,51	-6,21	-4,60	11,3%	7,1%	0,8%	-0,2%
L12 = L15	2,30	1,15	-4,61	-3,24	2,27	1,03	-4,65	-3,26	-1,1%	-10,1%	0,9%	0,6%
L13 = L14	2,79	1,32	-5,90	-4,35	3,09	1,40	-5,91	-4,27	10,6%	6,0%	0,2%	-1,8%

Fonte: Próprio Autor

Deve-se atentar que, apesar da variação dos resultados para os momentos negativos ser inferior a 2%, há casos em que a ferramenta exibe esforço muito inferior às tabelas teóricas. É o caso da laje L12 em que a variação é de -10,1% e o da laje L3 em que a variação é de -7,9%. Para ambos os casos, o esforço refere-se ao momento fletor positivo na direção paralela a Ly.

## 4.2 EVOLUÇÃO DO CÁLCULO DE FLECHAS EM LAJES

Em conformidade com a seção 2.5, o momento fletor de fissuração é aquele correspondente ao surgimento da primeira fissura na laje e é calculado pela expressão (2.21).

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,21 \cdot \sqrt[3]{30^2} = 2,027 \text{ MPa} = 0,2027 \text{ kN/cm}^2$$

→ Estado – limite de formação de fissuras

Adotando-se base unitária para laje de 100cm, calcula-se o momento de inércia da seção bruta pela expressão:

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{100 \cdot 10^3}{12} = 8333,33 \text{ cm}^4$$

É sabido para seções retangulares  $\alpha = 1,50$ . E para a espessura de 10cm da laje  $Y_t = 5\text{cm}$ , visto que se refere à distância entre o CG da peça e a fibra mais tracionada.

Portanto:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{tc} \cdot I_c}{Y_t} = \frac{1,5 \cdot 0,2027 \cdot 8333,33}{5} = 506,75 \text{ kN.cm}$$

Os momentos fletores positivos atuantes nas lajes, correspondentes à combinação rara de serviço, foram obtidos com o auxílio das *Tabelas de Czerny – Beton-Kalender (1976)* – coeficiente de Poisson  $\nu = 0,2$  – contidas no Anexo 1. Os resultados foram expostos na Tabela 4.4.

Constata-se, para ambas as direções ortogonais X e Y, que não há laje neste estudo de caso em que o momento de serviço obtido pela combinação rara de ações supere o valor do momento de fissuração. Portanto, as lajes deste projeto encontram-se todas em estágio I de dimensionamento, isto é, sem fissuração.

O módulo de elasticidade secante do concreto é dado pela expressão (2.2) e possui valor de projeto:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{cs} = 0,88 \cdot 1,0 \cdot 5600 \cdot \sqrt{30}$$

$$E_{cs} = 27000 \text{ MPa}$$

- brita de granito ( $\alpha_E = 1,0$ )

Dado o cálculo do momento de inércia para a seção bruta  $I_c$ , tem-se definido o uso da rigidez à flexão da peça. Conforme visto nas seções anteriores, caso o elemento estrutural estivesse em estágio II deveria ser calculada uma rigidez equivalente pela Fórmula de Branson.

Para esta verificação, será utilizada a tabela de valores extraídos de BARES e adaptados por PINHEIRO (1993), contemplada no Anexo 3 deste projeto. Para isto, é necessário entender a evolução ocorrida neste processo desde a execução das *Tabelas de Czerny – Beton-Kalender (1976)*. Reitera-se que para ambos os casos, o coeficiente de Poisson utilizado possui valor 0,2 respeitando as indicações regulamentares.

$$a_i = \frac{\alpha \cdot p \cdot l^4}{12 \cdot E \cdot I} \rightarrow \text{PINHEIRO (1993)}$$

$$a_i = \frac{p \cdot l^4}{E \cdot h^3 \cdot \alpha_2} \rightarrow \text{CZERNY – BETON – KALENDER (1976)}$$

Para ambos os casos, verifica-se que a flecha tem seu valor predominantemente definido pela dimensão  $L_x$  quando comparada ao carregamento  $P$ . Ao ser elevado a 4ª potência, é um parâmetro mais preponderante que o carregamento.

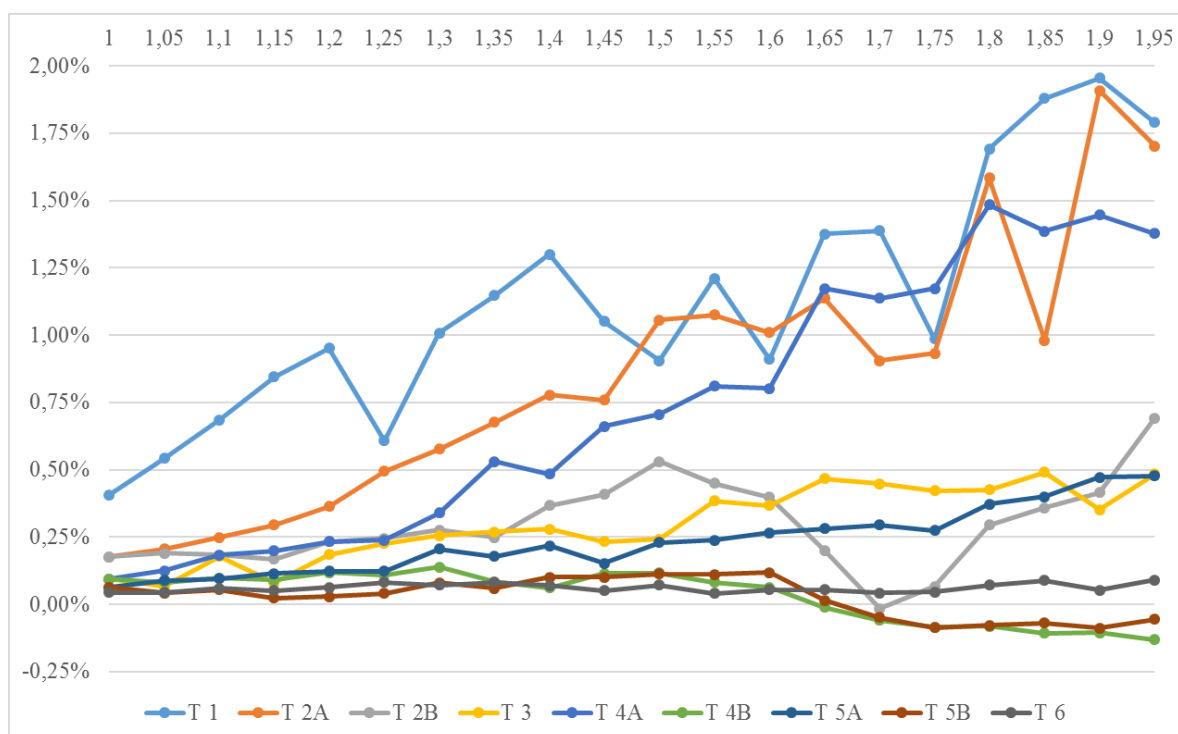


Figura 4.10: Evolução do método de cálculo de flechas para lajes

Fonte: Próprio Autor

Com a figura à cima e as tabelas descritas nos anexos 1 e 3, fica claro que para a maioria dos tipos de laje as tabelas de PINHEIRO (1993) tendem a manter ou aumentar o valor das flechas imediatas contempladas nas tabelas de CZERNY – BETON-KALENDER (1976). Trata-se de um processo de majoração da segurança na medida em que as minorações são inferiores a 0,25% enquanto a majoração de alguns parâmetros supera 1,50%.

As evoluções superiores a 2,0% encontram-se em verde na tabela a seguir e são predominantemente verificadas nas lajes armadas em uma direção.

Tabela 4.6: Evolução do método de cálculo de flechas para lajes

$\lambda$	Evolução dos parâmetros no tempo								
	T 1	T 2A	T 2B	T 3	T 4A	T 4B	T 5A	T 5B	T 6
1	0,4%	0,2%	0,2%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,0%
1,05	0,5%	0,2%	0,2%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,0%	0,0%
1,1	0,7%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%
1,15	0,8%	0,3%	0,2%	0,1%	0,2%	0,1%	0,1%	0,0%	0,1%
1,2	1,0%	0,4%	0,2%	0,2%	0,2%	0,1%	0,1%	0,0%	0,1%
1,25	0,6%	0,5%	0,2%	0,2%	0,2%	0,1%	0,1%	0,0%	0,1%
1,3	1,0%	0,6%	0,3%	0,3%	0,3%	0,1%	0,2%	0,1%	0,1%
1,35	1,1%	0,7%	0,2%	0,3%	0,5%	0,1%	0,2%	0,1%	0,1%
1,4	1,3%	0,8%	0,4%	0,3%	0,5%	0,1%	0,2%	0,1%	0,1%
1,45	1,1%	0,8%	0,4%	0,2%	0,7%	0,1%	0,2%	0,1%	0,1%
1,5	0,9%	1,1%	0,5%	0,2%	0,7%	0,1%	0,2%	0,1%	0,1%
1,55	1,2%	1,1%	0,4%	0,4%	0,8%	0,1%	0,2%	0,1%	0,0%
1,6	0,9%	1,0%	0,4%	0,4%	0,8%	0,1%	0,3%	0,1%	0,1%
1,65	1,4%	1,1%	0,2%	0,5%	1,2%	0,0%	0,3%	0,0%	0,1%
1,7	1,4%	0,9%	0,0%	0,4%	1,1%	-0,1%	0,3%	0,0%	0,0%
1,75	1,0%	0,9%	0,1%	0,4%	1,2%	-0,1%	0,3%	-0,1%	0,0%
1,8	1,7%	1,6%	0,3%	0,4%	1,5%	-0,1%	0,4%	-0,1%	0,1%
1,85	1,9%	1,0%	0,4%	0,5%	1,4%	-0,1%	0,4%	-0,1%	0,1%
1,9	2,0%	1,9%	0,4%	0,4%	1,4%	-0,1%	0,5%	-0,1%	0,1%
1,95	1,8%	1,7%	0,7%	0,5%	1,4%	-0,1%	0,5%	-0,1%	0,1%
2	3,0%	2,5%	0,8%	0,5%	1,9%	-0,1%	0,5%	0,0%	0,1%
>2	10,5%	10,5%	3,1%	3,1%	10,5%	0,0%	3,1%	0,0%	0,0%

Fonte: Próprio Autor

O programa de cálculo automático ROBOT permite aferir o deslocamento  $W$ . Este corresponde ao deslocamento vertical da laje devido ao carregamento e tem seu limite definido no item 13.3 da NBR 6118/2014.

Entretanto, assim como no uso das tabelas expostas, é necessário compreender que o carregamento para a obtenção destes resultados advém da combinação quase permanente das ações. Isto é, minora-se o carregamento acidental pelo fator  $\phi_2 = 0,30$ . Admite-se neste estudo de caso que as lajes do edifício residencial não dispõem de “predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas”.

Além disso, deve-se atentar à necessidade de fazer o *input* do módulo de elasticidade secante a ser utilizado no cálculo das flechas como 27Gpa.

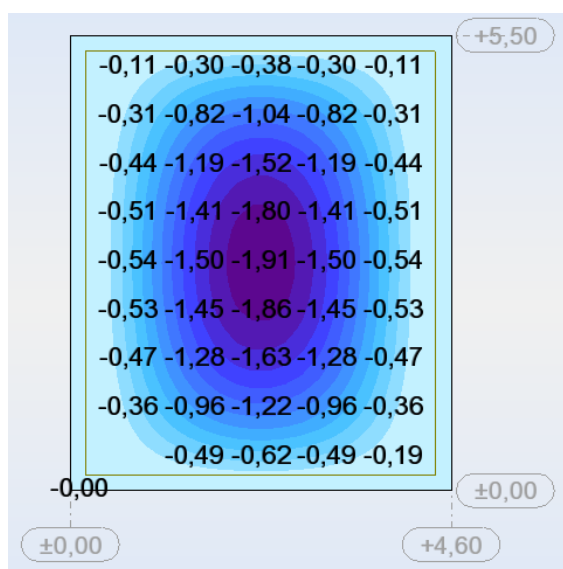


Figura 4.11: Flecha ELS para laje L3

Fonte: ROBOT

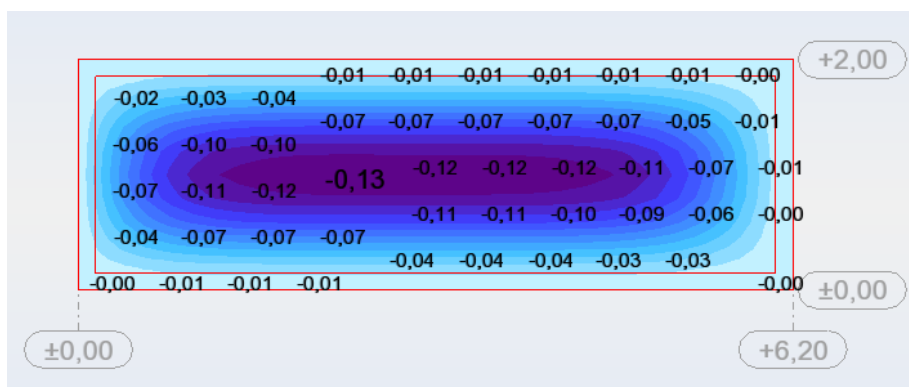


Figura 4.12: Flecha ELS para laje L5

Fonte: ROBOT

No item 13.3 da NBR 6118/2014, fica definido para o tipo de efeito “aceitabilidade sensorial” a condição limite para as lajes em que não há carregamento advindo de paredes:

- Deslocamentos visíveis em elementos estruturais →  $L_x / 250$
- Vibrações sentidas no piso →  $L_x / 350$

Ainda neste tópico da Norma, exige-se para lajes em que há carregamentos advindo de paredes a seguintes verificação:  $L / 500$

Onde L refere-se à dimensão onde a parede se desenvolve.

Entende-se que o contorno das lajes por paredes são carregamentos diretos das vigas e serão considerados no dimensionamento destes elementos lineares.

Como a laje L3 não é base de assentamento de paredes, por exemplo, permite-se verificar os limites:

- Deslocamentos visíveis em elementos estruturais →  $460 / 250 = 1,84$  cm ou 18,4 mm
- Vibrações sentidas no piso →  $460 / 350 = 1,31$  cm ou 13,1 mm

Este cálculo é retórico e pode ser executado para laje L1:

- Deslocamentos visíveis em elementos estruturais →  $350 / 250 = 1,40$  cm ou 14,0 mm
- Vibrações sentidas no piso →  $350 / 350 = 1,00$  cm ou 10,0 mm

Para as lajes em que há paredes, tem-se:

Laje L5 = L6 →  $200 / 500 = 0,4$  cm ou 4mm

Laje L7 = L10 →  $250 / 500 = 0,5$  cm ou 5 mm

Tabela 4.7: Limite regulamentar para flecha em lajes

	<b>Lx (cm)</b>	<b>Divisor</b>	<b>Wmáx (cm)</b>	<b>Wmáx (mm)</b>
<b>L1 = L2</b>	350,00	350,00	1,40	14,00
<b>L3 = L4</b>	460,00	350,00	1,84	18,40
<b>L5 = L6</b>	200,00	500,00	0,40	4,00
<b>L7 = L10</b>	250,00	500,00	0,50	5,00
<b>L8 = L9</b>	250,00	350,00	0,71	7,14
<b>L11 = L16</b>	310,00	350,00	0,89	8,86
<b>L12 = L15</b>	310,00	350,00	0,89	8,86
<b>L13 = L14</b>	300,00	350,00	0,86	8,57

Tabela 4.8: Flechas nas lajes isoladas

Lajes	Czerny – Beton-Kalender (1976) $W_{m\acute{a}x}$ (mm)	Robot Structural Analysis Professional 2015 $W_{m\acute{a}x}$ (mm)	NBR 6118/2014 $W_{m\acute{a}x}$ (mm)	$\Delta$
<b>L1 = L2</b>	1,25	1,32	14,00	5,6%
<b>L3 = L4</b>	1,91	1,91	18,40	0,0%
<b>L5 = L6</b>	0,13	0,13	4,00	0,0%
<b>L7 = L10</b>	0,26	0,26	5,00	0,0%
<b>L8 = L9</b>	0,22	0,23	7,14	4,5%
<b>L11 = L16</b>	0,72	0,76	8,86	5,6%
<b>L12 = L15</b>	0,43	0,44	8,86	2,3%
<b>L13 = L14</b>	0,65	0,68	8,57	4,6%

Fonte: Próprio Autor

Tem-se precisamente um resultado bastante compatível entre a modelação dos elementos isolados e as tabelas teóricas para a combinação quase permanente dos carregamentos. Aplicando os conceitos descritos na expressão (2.31), conclui-se, portanto, que as flechas diferidas no tempo atendem às exigências regulamentares.

Tabela 4.9: Flecha total das lajes isoladas

Lajes	Flecha imediata (mm)	Flecha diferida no tempo (mm)	Flecha total (mm)	Limite máximo (mm)	Situação
<b>L1 = L2</b>	1,25	1,65	2,90	14,00	OK
<b>L3 = L4</b>	1,91	2,52	4,43	18,40	OK
<b>L5 = L6</b>	0,13	0,17	0,30	4,00	OK
<b>L7 = L10</b>	0,26	0,34	0,60	5,00	OK
<b>L8 = L9</b>	0,22	0,29	0,51	7,14	OK
<b>L11 = L16</b>	0,72	0,95	1,67	8,86	OK
<b>L12 = L15</b>	0,43	0,57	1,00	8,86	OK
<b>L13 = L14</b>	0,65	0,86	1,51	8,57	OK

### 4.3 COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS DE SERVIÇO

Os momentos fletores nos vãos e nos apoios são conhecidos respectivamente por momentos positivos e negativos. Conforme exposto na seção 2.2, tem-se de início a compatibilização dos momentos negativos de modo a encarar o comportamento global como lajes justapostas formando um conjunto de elementos de superfície de forma contínua.

Para a compatibilização dos momentos negativos ML1 e ML2, adota-se como regra prática o maior valor entre: 80% do maior momento ou a média entre os momentos.

Tabela 4.10: Compatibilização dos momentos negativos

Momentos Negativos														
<b>L1</b>					<b>L3</b>					<b>L5</b>				
M <sub>1</sub> (-)	M <sub>2</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-) <sub>adotado</sub>	M <sub>1</sub> (-)	M <sub>2</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-) <sub>adotado</sub>	M <sub>1</sub> (-)	M <sub>2</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-) <sub>adotado</sub>
-8,21	-2,82	-5,52	-6,57	-6,57	-9,60	-5,92	<b>-7,76</b>	-7,68	-7,76	-2,82	-8,21	-5,52	-6,57	-6,57
-5,92	-9,60	-7,76	-7,68	-7,76	-9,60	-9,60	-9,60	-7,68	-9,60	-2,82	-3,70	-3,26	-2,96	-3,26
					-9,60	-1,93	-5,77	-7,68	-7,68	-1,93	-9,60	-5,77	-7,68	-7,68
<b>L7</b>					<b>L8</b>					<b>L11</b>				
M <sub>1</sub> (-)	M <sub>2</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-) <sub>adotado</sub>	M <sub>1</sub> (-)	M <sub>2</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-) <sub>adotado</sub>	M <sub>1</sub> (-)	M <sub>2</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-) <sub>adotado</sub>
-3,70	-3,24	-3,47	-2,96	-3,47	-2,81	-2,54	-2,68	-2,25	-2,68	-4,61	-3,70	-4,16	-3,69	-4,16
-3,70	-2,82	-3,26	-2,96	-3,26	-3,21	-4,35	-3,78	-3,48	-3,78	-6,16	-4,61	-5,39	-4,93	-5,39
-3,70	-4,61	<b>-4,16</b>	-3,69	-4,16										
-2,54	-2,81	-2,68	-2,25	-2,68	<b>L12</b>					<b>L13</b>				
					M <sub>1</sub> (-)	M <sub>2</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-) <sub>adotado</sub>	M <sub>1</sub> (-)	M <sub>2</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-)	M <sub>f</sub> (-) <sub>adotado</sub>
					-3,24	-3,70	-3,47	-2,96	-3,47	-5,90	-4,61	-5,26	-4,72	-5,26
					-4,61	-6,16	-5,39	-4,93	-5,39	-4,35	-3,21	-3,78	-3,48	-3,78
					-4,61	-5,90	-5,26	-4,72	-5,26					

Fonte: Próprio Autor

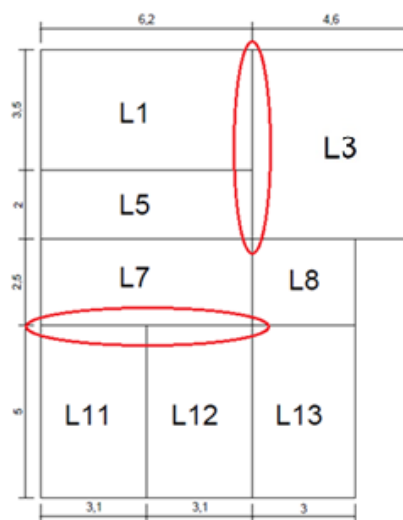


Figura 4.13: Identificação de fronteiras duplas

Fonte: Próprio Autor

Observa-se que a fronteira esquerda da laje L3 possui 2 momentos negativos a serem compatibilizados. Neste estudo de caso, optou-se pela compatibilização com a laje L1 devido à ordem de grandeza destes valores. Assim, a fronteira entre as lajes L3 e L5 será regida pelo momento negativo compatibilizado entre L3 e L1, de modo a majorar os esforços e a área de aço para as armaduras desta região.

A mesma situação é observada na fronteira da laje L7 com as lajes L11 e L12. Como a laje L11 possui momento fletor negativo de maior grandeza que a laje L12, optou-se por seguir com este parâmetro de projeto. A fronteira entre L7 e L11 seguirá os mesmos procedimentos referentes à majoração da área de aço para as armaduras.



Figura 4.14: Esboço dos momentos negativos nas lajes no eixo vertical (kN.m)

Fonte: Próprio Autor

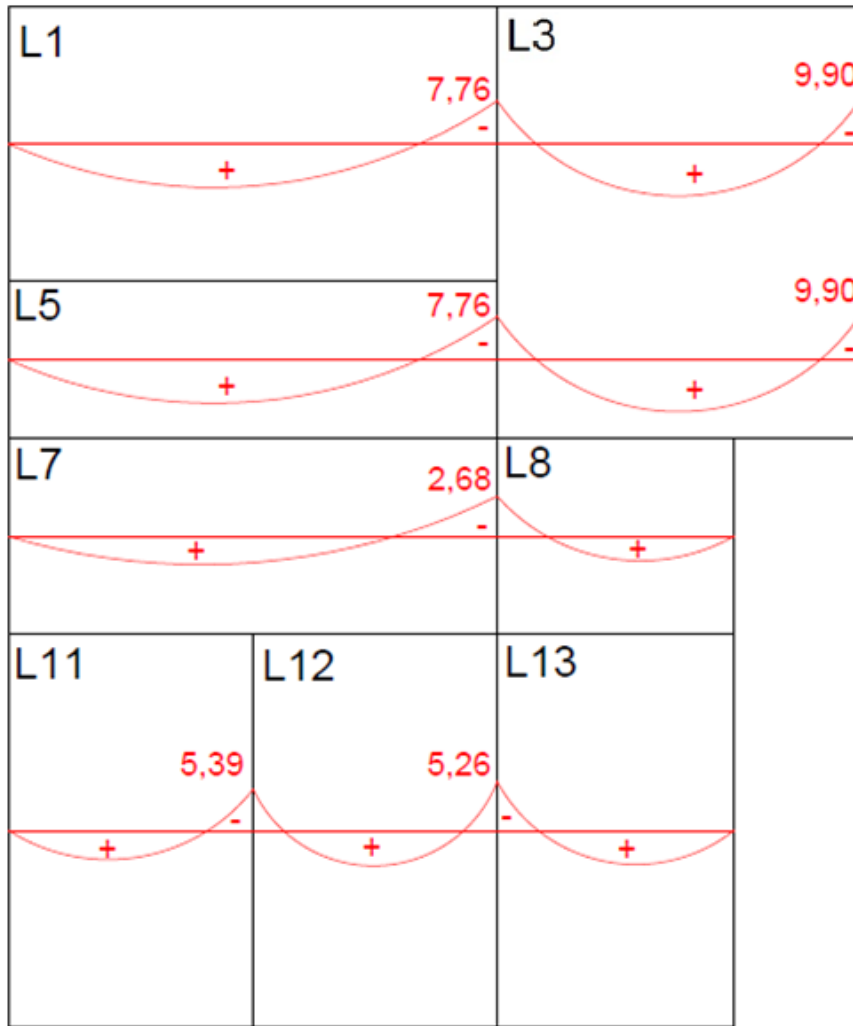


Figura 4.15: Esboço dos momentos negativos nas lajes no eixo horizontal (kN.m)

Fonte: Próprio Autor

Há de se atentar que a laje L3 faz fronteira com a laje L4. Esta não está representada na ilustração devido à simetria com o eixo vertical do edifício.

Dada a compatibilização entre os momentos negativos, procede-se pela correção dos momentos positivos. Conforme exposto na seção 2.2, os momentos positivos nunca serão minorados. Caso o momento negativo tenha sua grandeza diminuída, o momento positivo deve ser somado à metade deste acréscimo. Este procedimento repete-se para todas as condições de contorno das lajes no método simplificado.

Tabela 4.11: Correção dos momentos positivos (kN.m)

Momentos Positivos																	
<b>L1</b>						<b>L3</b>						<b>L5</b>					
M <sub>i</sub>	M <sub>1(-)</sub>	M <sub>1f(-)</sub>	M <sub>2(-)</sub>	M <sub>2f(-)</sub>	M <sub>f(+)</sub>	M <sub>i</sub>	M <sub>1(-)</sub>	M <sub>1f(-)</sub>	M <sub>2(-)</sub>	M <sub>2f(-)</sub>	M <sub>f(+)</sub>	M <sub>i</sub>	M <sub>1(-)</sub>	M <sub>1f(-)</sub>	M <sub>2(-)</sub>	M <sub>2f(-)</sub>	M <sub>f(+)</sub>
3,95	0,00	0,00	-8,21	-6,57	4,77	4,59	-9,60	-9,60	-9,60	<b>-7,76</b>	5,51	1,41	-2,82	-6,57	-2,82	-3,26	1,41
1,80	0,00	0,00	-5,92	-7,76	1,80	2,60	0,00	0,00	0,00	0,00	2,60	0,63	-1,93	-7,68	0,00	0,00	0,63
<b>L7</b>						<b>L8</b>						<b>L11</b>					
M <sub>i</sub>	M <sub>1(-)</sub>	M <sub>1f(-)</sub>	M <sub>2(-)</sub>	M <sub>2f(-)</sub>	M <sub>f(+)</sub>	M <sub>i</sub>	M <sub>1(-)</sub>	M <sub>1f(-)</sub>	M <sub>2(-)</sub>	M <sub>2f(-)</sub>	M <sub>f(+)</sub>	M <sub>i</sub>	M <sub>1(-)</sub>	M <sub>1f(-)</sub>	M <sub>2(-)</sub>	M <sub>2f(-)</sub>	M <sub>f(+)</sub>
1,85	-3,70	-3,26	-3,70	<b>-4,16</b>	2,07	1,40	-3,21	-3,78	0,00	0,00	1,40	2,89	0,00	0,00	-6,16	-5,39	3,28
0,82	-2,54	-2,68	0,00	0,00	0,82	1,08	-2,81	-2,68	0,00	0,00	1,15	1,41	0,00	0,00	-4,61	-4,16	1,64
<b>L12</b>						<b>L13</b>											
M <sub>i</sub>	M <sub>1(-)</sub>	M <sub>1f(-)</sub>	M <sub>2(-)</sub>	M <sub>2f(-)</sub>	M <sub>f(+)</sub>	M <sub>i</sub>	M <sub>1(-)</sub>	M <sub>1f(-)</sub>	M <sub>2(-)</sub>	M <sub>2f(-)</sub>	M <sub>f(+)</sub>						
2,30	-4,61	-5,39	-4,61	-5,26	2,30	2,79	0,00	0,00	-5,90	-5,26	3,12						
1,15	0,00	0,00	-3,24	-3,47	1,15	1,32	0,00	0,00	-4,35	-3,78	1,61						

Fonte: Próprio Autor

Como adoção de projeto, será majorada a área de aço da laje L12. Ao invés de corresponder a apenas 1,15 kN.m, será adotado o comportamento da laje L11 com uma solicitação de 1,64 kN.m. Este procedimento é uma simplificação de projeto. Nas próximas etapas, será comprovado que para ambos os esforços é suficiente a armadura mínima regulamentar.



Figura 4.16: Esboço dos momentos de serviço nas lajes ao longo eixo vertical (kN.m)

Fonte: Próprio Autor

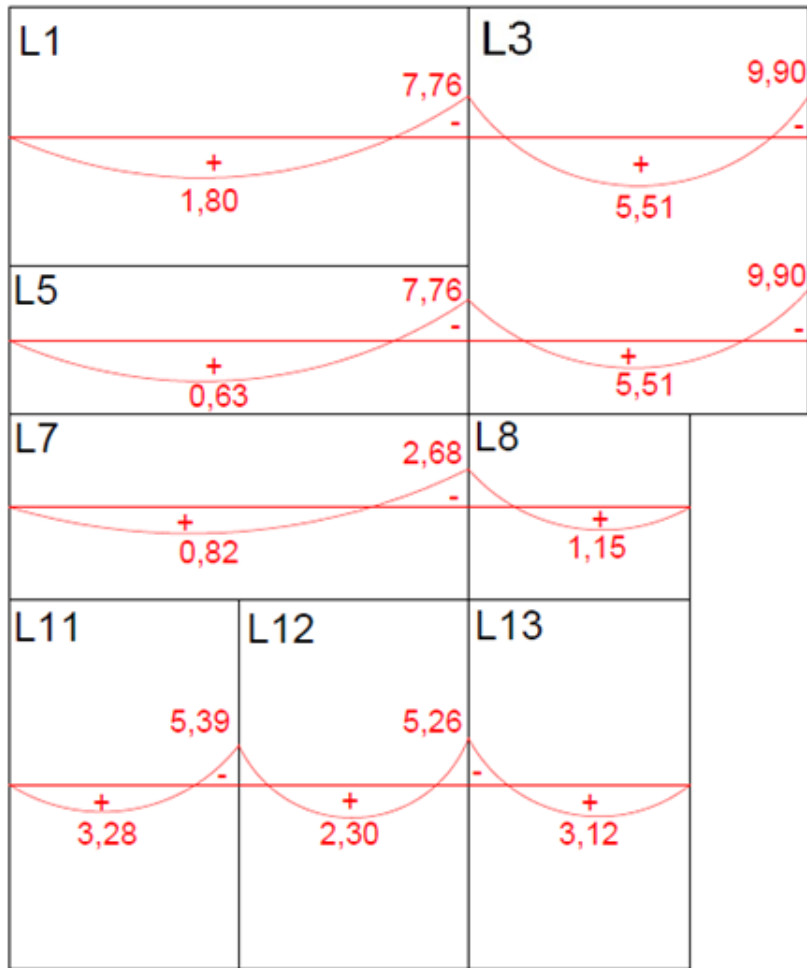


Figura 4.17: Esboço dos momentos de serviço nas lajes ao longo eixo horizontal (kN.m)

Fonte: Próprio Autor

Após este procedimento, tem-se as lajes justapostas. Assim, é possível consultar o diagrama de momentos fletores contínuo para todo o piso da estrutura, conforme exposto na *Figura 4.16* e na *Figura 4.17*. Entretanto, é fundamental lembrar que estes momentos são chamados de Momentos de Serviço. Para a etapa seguinte, onde serão verificadas as armaduras de flexão, deve-se majorar os esforços de serviço pelo coeficiente  $\gamma_c = 1,4$  conforme exposto no tópico 12.4.1 da NBR 6118/2014 e na Tabela 2.6 deste estudo de caso.

#### 4.4 ARMADURA DE FLEXÃO NAS LAJES

Dada a compatibilização dos momentos negativos e a correção dos momentos positivos, procede-se ao cálculo das armaduras de flexão. Este projeto usufruirá dos parâmetros adimensionais  $K_c$  e  $K_s$  constantes na tabela do Anexo 2.

$$K_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} \quad A_s = \frac{K_s \cdot M_d}{d}$$

Para lajes  $b = 100\text{cm}$ . Este processo de cálculo pode ser executado para vigas, com a largura  $b_w$  definida na seção de pré-dimensionamento. Para ambos os elementos estruturais de seção retangular, vale o transcrito na tabela abaixo.

Tabela 4.12: Taxas mínimas de armadura de flexão

Forma da seção	Taxa de armadura mínima $\rho_{\text{mín}} = (A_s, \text{mín}/A_c) \% - \text{Aço CA-50}$						
	C20	C25	<u>C30</u>	C35	C40	C45	C50
Retangular	0,150	0,150	<u>0,150</u>	0,164	0,179	0,194	0,208

Fonte: NBR 6118/2014 tópico 17.3.5.2.1

Ainda segundo a Norma, tem-se o limite máximo da área aço para todos os elementos estruturais deste caso de estudo, isto é, para lajes, vigas e pilares:

Item 17.3.5.2.4 – A soma das armaduras de tração e de compressão ( $A_s + A_s'$ ) não pode ter valor maior que 4% da área de concreto ( $A_c$ ), calculada na região fora da zona de emendas, devendo ser garantidas as condições de ductilidade [...]

No tópico 20.1 da NBR 6118/2014, fica estabelecido para lajes que o diâmetro máximo das armaduras de flexão deve ser inferior a  $1/8$  da espessura da laje ( $h$ ). Ainda neste tópico, limita-se o espaçamento máximo ao menor dos valores entre: 20cm e  $2h$ . Para a armadura secundária a Norma permite espaçamento máximo de 33cm. Para este projeto, fica indicado o mesmo limite utilizado para as armaduras positivas principais: 20cm. E, portanto,  $\phi_{\text{máx}} = 12,5\text{mm}$ .

Todavia, há de se considerar em projeto que a distância entre as armaduras deve ser suficiente para penetrar o concreto, de modo a não permitir o mal adensamento e futuras anomalias.

Tabela 4.13: Lista de Bitolas Padronizadas

$\varnothing$ (mm)	Área de 1 $\varnothing$ (cm <sup>2</sup> )
5	0,20
6,3	0,315
8	0,5
10	0,8
12,5	1,25
16	2
20	3,15

Fonte: Próprio Autor

A Norma não especifica diâmetro mínimo ou espaçamento mínimo. De regra geral, adota-se o espaçamento como 10, 12.5, 15, 17.5 ou 20cm. Para as armaduras positivas de lajes, a prática brasileira refere-se a diâmetros comerciais a partir de 6,3mm. Este diâmetro também é utilizado em armaduras de canto a fim de suprimir os momentos volventes. Para as armaduras negativas entre lajes, indica-se barras de ao menos 8mm de diâmetro comercial.

Para o caso de laje com armadura positiva principal em apenas uma direção, a NBR 6118/2014, item 19.3.3.2, entende que a armadura positiva destinada a outra direção é chamada secundária. Esta armadura também é chamada de distribuição e tem por objetivo solidarizar as faixas da laje na direção principal, evitando, portanto, uma eventual concentração de esforços.

Tabela 4.14:  $\rho_{mín}$  para armaduras passivas aderentes

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{mín}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{mín}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{mín}$
	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$
	$\rho_s \geq 0,50 \rho_{mín}$

Fonte: NBR 6118/2014, Tabela 19.1

Conforme Tabela 4.12, para fck C30, tem-se que a taxa mínima de armadura se refere a 1,5‰ da área de seção bruta de concreto. Admitindo base unitária  $b = 100\text{cm}$  e altura definida no pré-dimensionamento  $h = 10\text{cm}$ , tem-se:

Tabela 4.15: Valores mínimos para armaduras das lajes de projeto

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas
Armaduras negativas	$A_s \geq 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$A_s \geq 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$A_s \geq 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}$
	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$
	$A_s \geq 0,75 \text{ cm}^2/\text{m}$

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.16: Aplicação Tabela Kc e Ks - Momentos positivos

Armadura Positiva																
fck		C-30	b <sub>w</sub> (cm) =		100	h (cm) =		10	d (cm) =		7,5	ø máximo		12,5	Aço	CA-50
Laje	Armadura paralela a Lx															
	M <sub>k</sub> (kN.cm)	M <sub>d</sub> (kN.cm)	k <sub>c</sub> (cm <sup>2</sup> /kN)	k <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> /kN)	A <sub>s</sub> calculado (cm <sup>2</sup> /m)	A <sub>s</sub> mínimo (cm <sup>2</sup> /m)	ø adotado (mm)	A <sub>s</sub> 1 ø adotado	e (cm)	e adotado (cm)	Lx (cm)	n calculado	n adotado			
L1	477,00	667,80	8,4	0,0240	2,14	1,00	6,3	0,312	14,59	12,5	350	28,0	24			
L3	551,00	771,40	7,3	0,0240	2,47	1,00	6,3	0,312	12,63	12,5	460	36,8	37			
L5	141,00	197,40	28,5	0,0234	0,62	1,50	6,3	0,312	20,78	20,0	200	10,0	10			
L7	207,00	289,80	19,4	0,0234	0,90	1,50	6,3	0,312	20,78	20,0	250	12,5	13			
L8	140,00	196,00	28,7	0,0234	0,61	1,00	6,3	0,312	31,17	20,0	250	12,5	13			
L11	328,00	459,20	12,2	0,0236	1,44	1,00	6,3	0,312	21,57	20,0	310	15,5	15			
L12	230,00	322,00	17,5	0,0234	1,00	1,00	6,3	0,312	31,03	20,0	310	15,5	15			
L13	312,00	436,80	12,9	0,0236	1,37	1,00	6,3	0,312	22,68	20,0	300	15,0	15			
Laje	Armadura paralela a Ly															
	M <sub>k</sub> (kN.cm)	M <sub>d</sub> (kN.cm)	k <sub>c</sub> (cm <sup>2</sup> /kN)	k <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> /kN)	A <sub>s</sub> calculado (cm <sup>2</sup> /m)	A <sub>s</sub> mínimo (cm <sup>2</sup> /m)	ø adotado (mm)	A <sub>s</sub> adotado (cm <sup>2</sup> )	e (cm)	e adotado (cm)	Ly (cm)	n calculado	n adotado			
L1	180,00	252,00	22,3	0,0234	0,79	1,00	6,3	0,312	31,17	20,0	620	31,0	31			
L3	260,00	364,00	15,5	0,0236	1,15	1,00	6,3	0,312	27,22	20,0	550	27,5	28			
L5	63,00	88,20	63,8	0,0232	0,27	0,90	6,3	0,312	34,64	20,0	620	31,0	31			
L7	82,00	114,80	49,0	0,0232	0,36	0,90	6,3	0,312	34,64	20,0	620	31,0	31			
L8	115,00	161,00	34,9	0,0232	0,50	1,00	6,3	0,312	31,17	20,0	300	15,0	15			
L11	164,00	229,60	24,5	0,0234	0,72	1,00	6,3	0,312	31,17	20,0	500	25,0	25			
L12	164,00	229,60	24,5	0,0234	0,72	1,00	6,3	0,312	31,17	20,0	500	25,0	25			
L13	161,00	225,40	25,0	0,0234	0,70	1,00	6,3	0,312	31,17	20,0	500	25,0	25			

Fonte: Próprio Autor

Apenas as lajes L5 e L7 são armadas em 1 direção. A armadura mínima paralela a Lx é considerada principal e tem valor  $1,50\text{cm}^2/\text{m}$ . A armadura secundária é paralela a Ly e de valor  $0,90\text{cm}^2/\text{m}$ . Para ambos, estes valores são efetivamente os de dimensionamento.

Tabela 4.17: Aplicação Tabela Kc e Ks - Momentos negativos

Armadura Negativa													
<i>fck</i>	C-30		<i>b<sub>w</sub></i> (cm) = 100		<i>h</i> (cm) = 10		<i>d</i> (cm) = 7,5		$\phi$ máximo 12,5		Aço CA-50		
	<i>M<sub>k</sub></i> (kN.cm)	<i>M<sub>d</sub></i> (kN.cm)	<i>k<sub>c</sub></i> (cm <sup>2</sup> /kN)	<i>k<sub>s</sub></i> (cm <sup>2</sup> /kN)	<i>A<sub>s</sub> calculado</i> (cm <sup>2</sup> /m)	<i>A<sub>s</sub> mínimo</i> (cm <sup>2</sup> /m)	$\phi$ adotado (mm)	<i>A<sub>s</sub> adotado</i> (cm <sup>2</sup> )	<i>e</i> (cm)	<i>e</i> adotado (cm)	<i>L</i> fronteira (cm)	<i>n</i> calculado	<i>n</i> adotado
L3 - L1/L5	776,00	1086,40	5,2	0,0244	3,53	1,50	8,0	0,503	14,22	12,5	550,0	44,0	44,00
L1 - L5	657,00	919,80	6,1	0,0242	2,97	1,50	8,0	0,503	16,94	15,0	620,0	41,3	42,00
L5 - L7	326,00	456,40	12,3	0,0236	1,44	1,50	8,0	0,503	33,51	20,0	620,0	31,0	31,00
L7 - L11/L12	416,00	582,40	9,7	0,0238	1,85	1,50	8,0	0,503	27,20	20,0	620,0	31,0	31,00
L7 - L8	268,00	375,20	15,0	0,0236	1,18	1,50	8,0	0,503	33,51	20,0	250,0	12,5	13,00
L8 - L13	378,00	529,20	10,6	0,0238	1,68	1,50	8,0	0,503	29,93	20,0	300,0	15,0	15,00
L11 - L12	539,00	754,60	7,5	0,0240	2,41	1,50	8,0	0,503	20,82	20,0	500,0	25,0	25,00
L12 - L13	526,00	736,40	7,6	0,0240	2,36	1,50	8,0	0,503	21,33	20,0	500,0	25,0	25,00
L3 - L4	990,00	1386,00	4,1	0,0248	4,58	1,50	8,0	0,503	10,97	10,0	550,0	55,0	55,00

Fonte: Próprio Autor

Observa-se que apesar de majorar My+ da laje L12, esta solicitação não foi suficiente para ser necessário armadura superior ao mínimo regulamentar. Assim, ressalta-se como um limitante de projeto o valor da armadura mínima.

Sugere-se para o comprimento das barras as alternativas propostas por PINHEIRO (2007). Onde para barras inferiores (M+) há a ancoragem de uma extremidade da barra em uma distância de pelo menos  $10\phi$  a partir da face do apoio. Para barras superiores, sugere-se a alternância de comprimentos em pares, conforme segue.

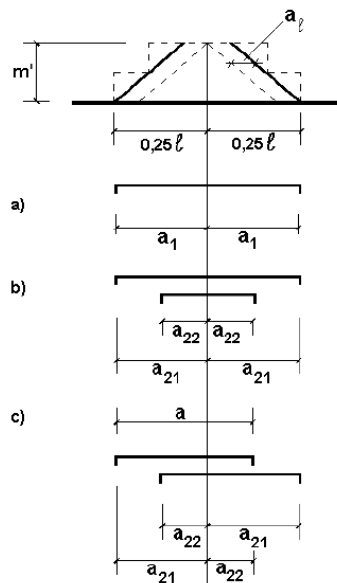


Figura 4.18: Alternativa para armaduras negativas

Fonte: Pinheiro (2007)

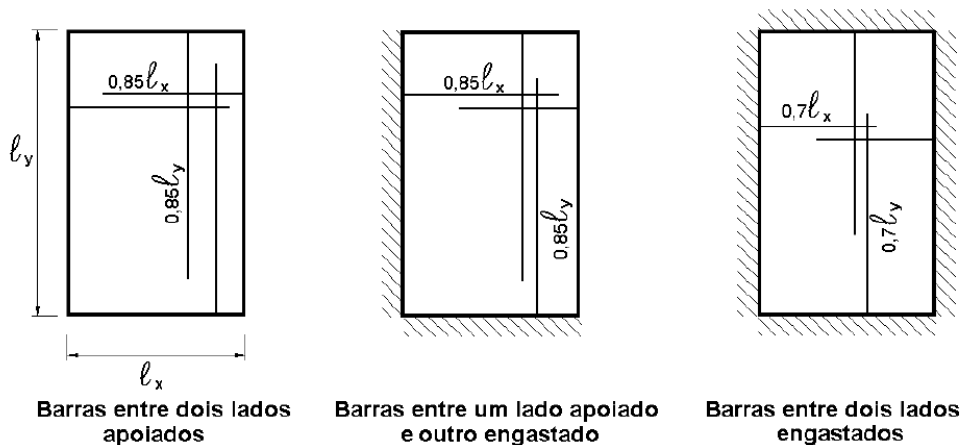


Figura 4.19: Comprimento e distribuição de barras inferiores

Fonte: Pinheiro (2007)

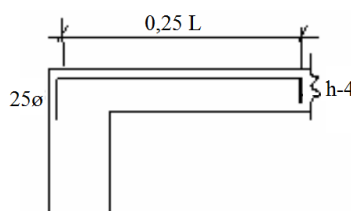


Figura 4.20: Exemplo de armadura de borda

Fonte: Próprio Autor

As bordas das lajes que não configuram a vinculação de encastramento devem dispor de armadura negativa conforme orientação ao lado. Trata-se de barras de 6,3mm espaçadas de 15cm adotadas para evitar o aparecimento de fissuras ao longo das bordas das lajes sem continuidade.

## 4.5 REAÇÃO DAS LAJES NAS VIGAS

O cálculo das reações das lajes nas vigas pode ser feito mediante o uso de tabelas, como as encontradas em PINHEIRO (1993) e contempladas no Anexo 3 deste trabalho. Estas tabelas são baseadas no Processo das Áreas preconizado no tópico 14.7.6.1 da NBR 6118/2014.

À luz do item normativo, tem-se que as charneiras plásticas se aproximam de retas inclinadas a partir dos vértices, com os ângulos a seguir:

- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio considerado encastrado, se o outro for considerado simplesmente apoiado.

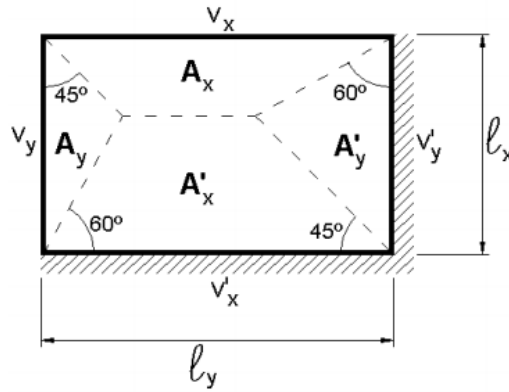


Figura 4.21: Exemplos de aplicação do processo das áreas

Fonte: Pinheiro (2007)

As reações a serem consideradas em cada apoio da laje decorrem da condição global de contorno. Observa-se que os contornos considerados encastrados são responsáveis por absorver mais esforço que os contornos simplesmente apoiados. Esta reação é calculada a partir de uma carga uniformemente distribuída (kN.m) e por vãos medidos em metros.

A tabela a seguir descreve o carregamento de serviço das lajes. Isto é, para o cálculo da armadura de flexão, conforme *Tabela 2.6*, os momentos fletores deverão ser majorados pelo coeficiente de ponderação  $\chi_c = 1,40$ . As reações das lajes nas vigas serão tratadas como reações laterais, em que “R” refere-se a  $L_y$  e “r” a  $L_x$ . A somatória dos 4 quinhões de distribuição deve corresponder ao carregamento total de cada laje.

Tabela 4.18: Carregamento das lajes em combinação rara de ações

Lajes	Lx (m)	Ly (m)	Área (m <sup>2</sup> )	Tabela Beton-Kalender	Carga de Serviço (kN/m <sup>2</sup> )	Carga Total de Serviço (kN)
L1 = L2	3,50	6,20	21,70	Tipo 3	5,90	128,0
L3 = L4	4,60	5,50	25,30	Tipo 4B	5,90	149,3
L5 = L6	2,00	6,20	12,40	Tipo 5C*	8,45	104,8
L7 = L10	2,50	6,20	15,50	Tipo 5C*	7,10	110,00
L8 = L9	2,50	3,00	7,50	Tipo 3	5,90	44,25
L11 = L16	3,10	5,00	15,50	Tipo 3	5,90	91,5
L12 = L15	3,10	5,00	15,50	Tipo 5C*	5,90	91,5
L13 = L14	3,00	5,00	15,00	Tipo 3	5,90	88,5

Tabela 4.19: Discretização das reações das lajes nas vigas

Lajes	Carga de Serviço (kN/m <sup>2</sup> )	RA (kN/m)	RE (kN/m)	rA (kN/m)	rE (kN/m)	$Lx(rA + rE) + Ly(RA + RE)[kN]$
L1 = L2	5,90	5,4	9,4	3,8	6,5	128,0
L3 = L4	5,90	-	10,3	3,9	-	149,3
L5 = L6	8,45	-	7,4	2,4	4,2	104,8
L7 = L10	7,10	-	7,5	2,6	4,4	110,0
L8 = L9	5,90	3,1	5,5	2,7	4,7	44,25
L11 = L16	5,90	4,6	8,0	3,3	5,8	91,5
L12 = L15	5,90	-	6,9	2,6	4,6	91,5
L13 = L14	5,90	4,5	7,9	3,2	5,6	88,5

Fonte: Próprio Autor

Conforme esperado, as reações “E” referentes aos contornos encastrados absorvem mais esforços que os contornos simplesmente apoiados “A”. É fundamental realçar a precisão das tabelas de dimensionamento. Uma vez que o carregamento total da laje é integralmente distribuído conforme as condições de contorno de cada laje, é possível aferir que as vigas internas são mais carregadas que as externas. Isto já era esperado, visto que as vigas internas recebem cargas laterais de 2 lajes. As vigas externas conferem condição simplesmente apoiada às lajes e, portanto, não absorvem a maior parte do carregamento de serviço, conforme ilustração a seguir.

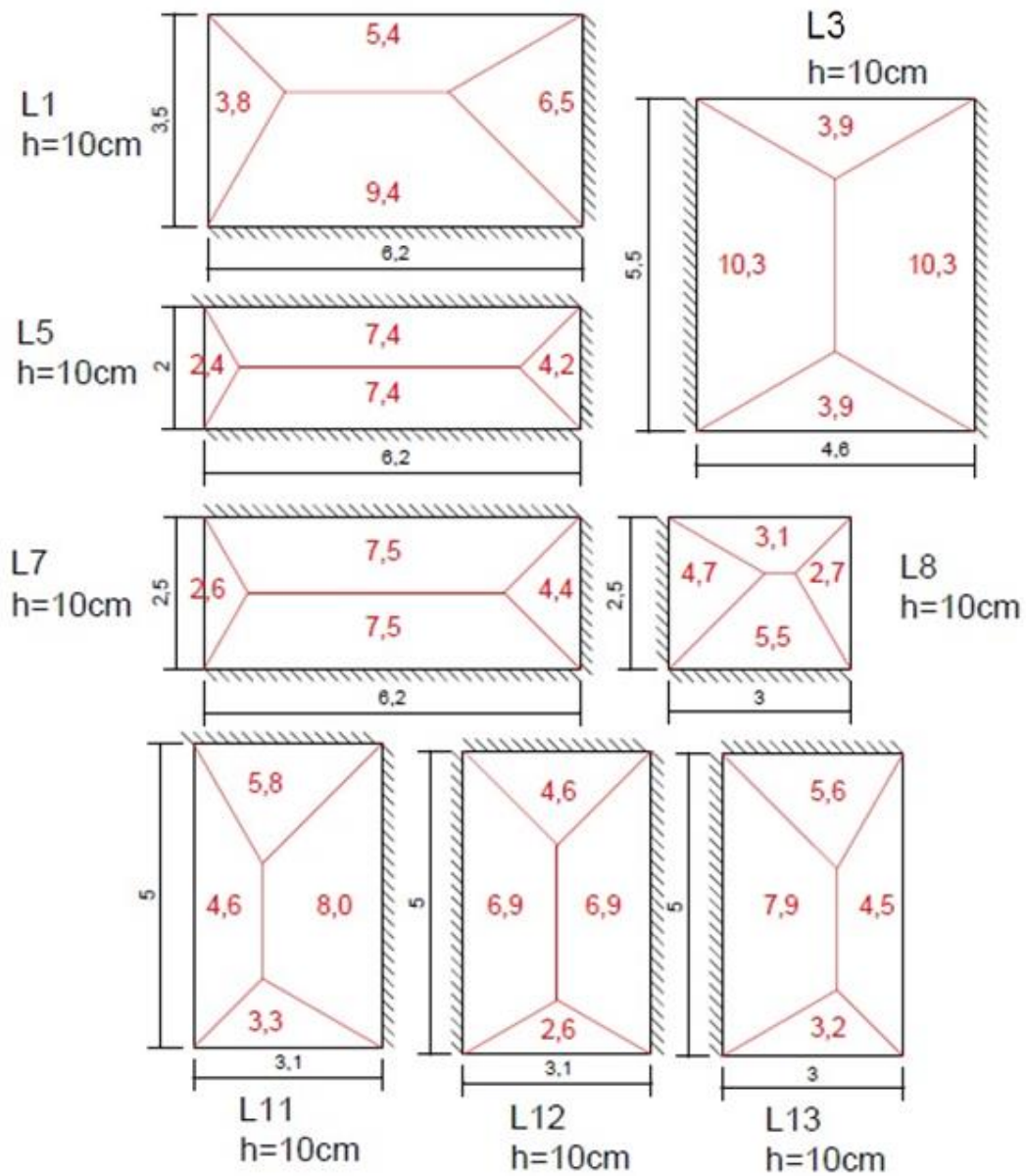


Figura 4.22: Quinhões de carga - Reações laterais das lajes nas vigas

Fonte: Próprio Autor

## 5 VIGAS

Uma vez definidos os materiais C30 e CA-50 e a seção das vigas, serão estudados os vãos efetivos de cada tramo. Posteriormente é necessário verificar os carregamentos das vigas. Neste início de cálculo simplificado, admite-se que os pilares conferem condição de simples apoio. Ao final do estudo, serão compatibilizadas as ligações considerando as exigências de vinculação. Por fim, os esforços de serviço devem ser majorados pelos coeficientes de ponderação para se obter os valores de armadura de flexão e armadura de cisalhamento.

No item 14.6.2.4 da NBR 6118/2014, permite-se que o cálculo de cada tramo de viga seja realizado pela expressão (2.4) contemplada na seção 2.2 deste trabalho.

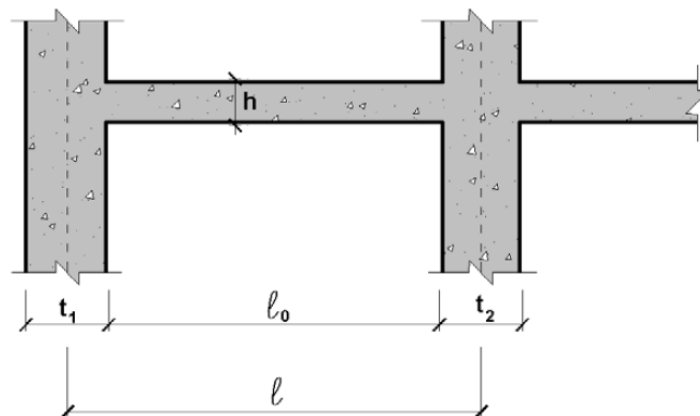


Figura 5.1: Vão efetivo de elementos lineares

Fonte: Pinheiro (2007)

É possível verificar que as lajes e vigas deste projeto possuem os vãos efetivos baseados na mesma instrução normativa. No Brasil, entretanto, é comum para projetos de pequeno porte, como é este estudo de caso, adotar como vão efetivo a distância entre os eixos dos apoios. Portanto, tem-se definido a relação entre os vãos de cálculo das lajes como os vãos efetivos de cada tramo de viga.

O modelo clássico de viga contínua considera a viga simplesmente apoiada nos pilares, isto é, como se não houvesse solidariedade ou transmissão de momentos entre esses elementos. À luz do item 14.6.6 da NBR 6118/2014, exige-se para o estudo das cargas verticais que sejam observadas as seguintes exigências para o modelo:

a) não podem ser considerados momentos positivos menores que os que se obteriam se houvesse encastramento perfeito da viga nos apoios internos;

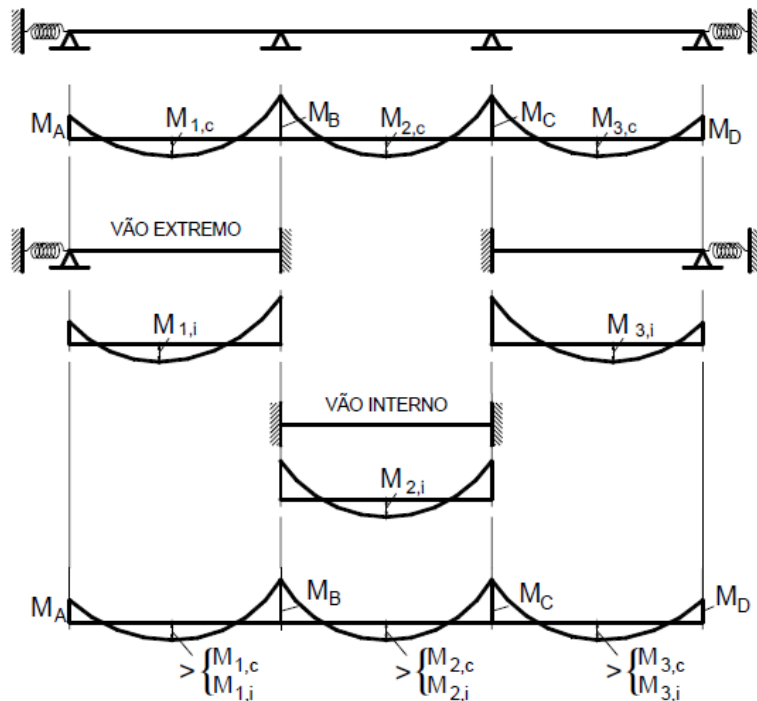


Figura 5.2: MF máximos positivos nos vãos de vigas contínuas

Fonte: Bastos (2015, 56p)

Apesar desta verificação, deve-se respeitar a armadura positiva mínima explicada nas sessões a seguir.

b) quando a viga for solidária com o pilar intermediário e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado o momento negativo de valor absoluto menor do que o de encastramento perfeito nesse apoio;

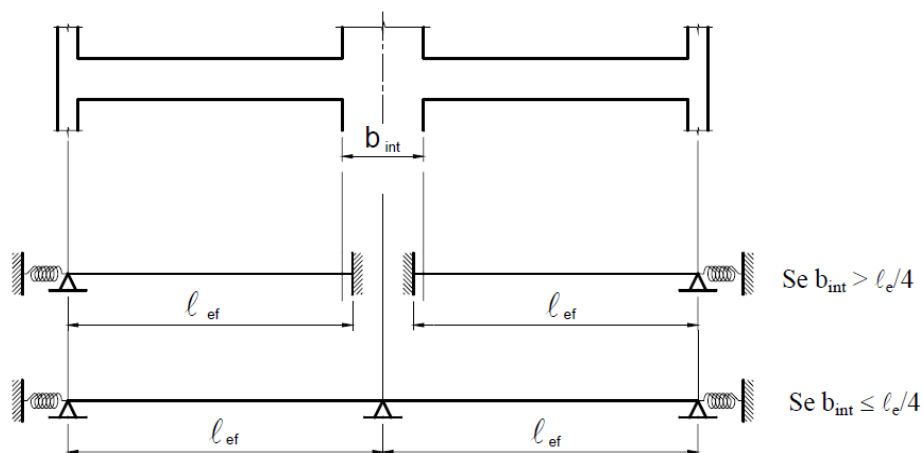


Figura 5.3: Vinculação nos apoios internos de vigas contínuas

Fonte: Bastos (2015, 56p)

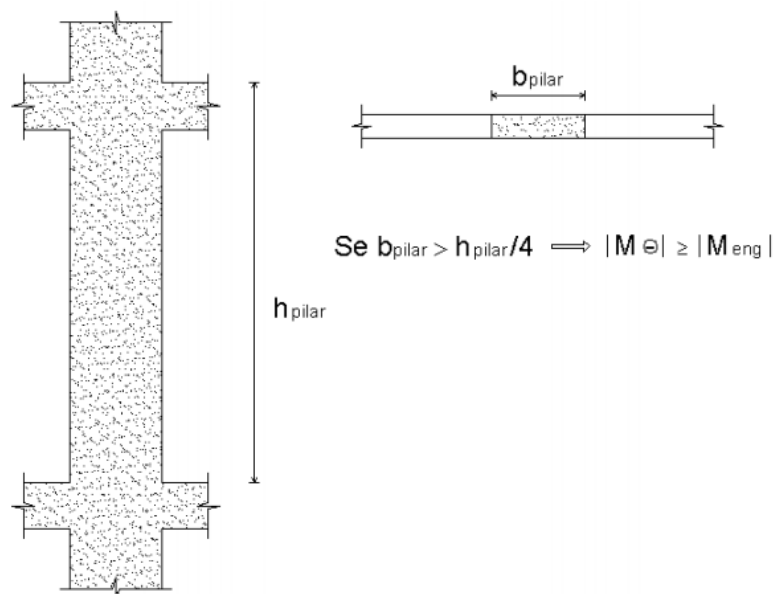


Figura 5.4: Condição para o encastramento de apoios intermediários

Fonte: Fontes (2005)

Esta condição se verifica na totalidade dos casos, haja visto que para o comprimento do pilar definido em 3,15m não há dimensão da seção transversal superior a 70cm.

c) quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade dos pilares com a viga, deve ser considerado, nos apoios extremos, momento fletor igual ao momento de encastramento perfeito multiplicado pelos coeficientes estabelecidos nas seguintes relações:

- na viga:

$$\frac{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}} \quad (5.1)$$

- no tramo superior do pilar:

$$\frac{r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}} \quad (5.2)$$

- no tramo inferior do pilar:

$$\frac{r_{\text{inf}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}} \quad (5.3)$$

A rigidez refere-se à relação entre o momento de inércia da seção transversal do elemento e o comprimento do vão no nó considerado, conforme segue:

$$r = \frac{I}{l} \quad (5.4)$$

O Momento fletor de ligação entre a viga e os pilares extremos é calculado como uma percentagem do momento de encastramento perfeito. Os momentos que atuam nas extremidades dos pilares, devem ser encarados conforme:

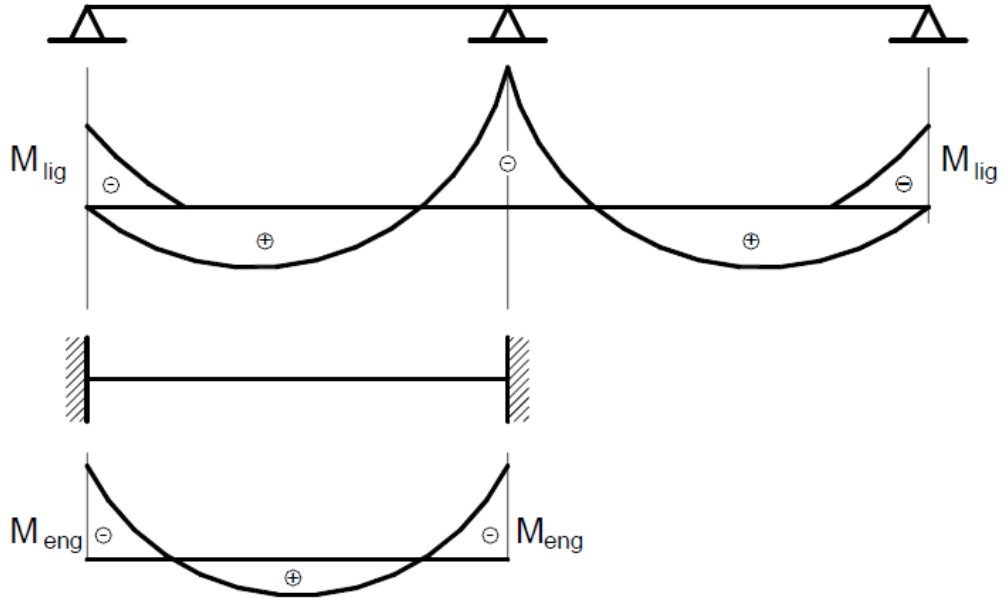


Figura 5.5: Sobreposição do momento de ligação nos extremos

Fonte: Bastos (2015, 56p)

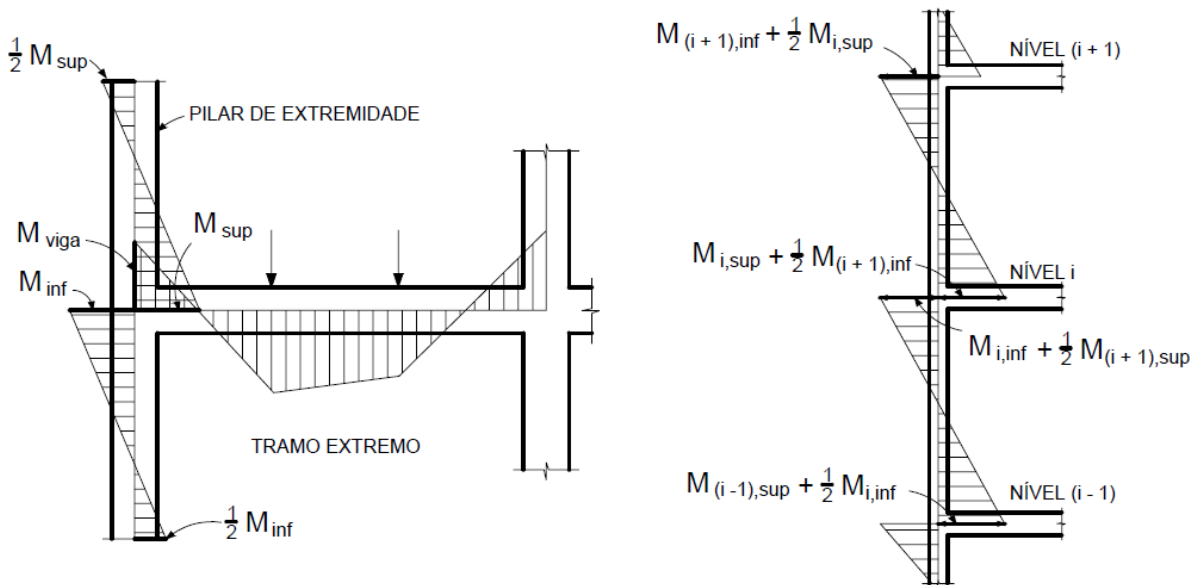


Figura 5.6: Distribuição dos momentos fletores no pilar extremo

Fonte: Bastos (2015, 56p)

Portanto, tem-se que os momentos a serem calculados são:

- na viga:

$$M_{lig} = M_{eng} \cdot \frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}} \quad (5.5)$$

- no tramo superior do pilar:

$$M_{sup,p} = M_{eng} \cdot \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}} \quad (5.6)$$

- no tramo inferior do pilar:

$$M_{inf,p} = M_{eng} \cdot \frac{r_{inf}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}} \quad (5.7)$$

Onde:

$r_{inf}$  = Rigidez do lance inferior do pilar

$r_{sup}$  = Rigidez do lance superior do pilar

$r_{viga}$  = Rigidez do **vão extremo** da viga

$M_{eng}$  = Momento de encastramento perfeito da viga no pilar extremo, considerado encastramento perfeito no pilar interno.

Este estudo de caso considerará como momento de encastramento aquele devido a um carregamento uniformemente distribuído no tramo extremo da viga:

$$M_{eng} = \frac{p \cdot l^2}{12} \quad (5.8)$$

Em caso de carga concentrada advinda de outras vigas, será calculado uma carga uniformemente distribuída equivalente.

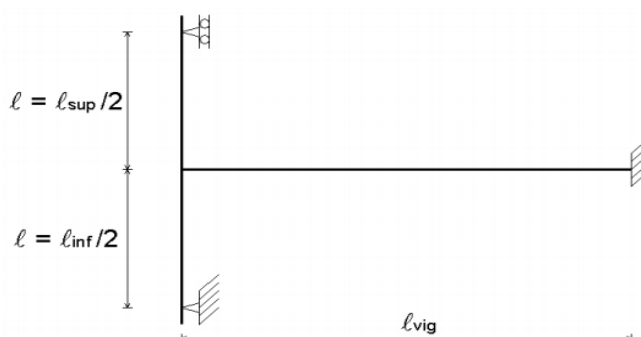


Figura 5.7: Esquema estrutural para obtenção dos coeficientes

Fonte: Fontes (2005)

Reitera-se, portanto, que para o cálculo das rigidezes referentes a cada lance do pilar (superior ou inferior) o comprimento de cálculo refere-se à metade de sua altura. Já para o cálculo da rigidez da viga, contempla-se integralmente o comprimento do tramo extremo da viga.

Como este estudo de caso possui pilares de seção constante ao longo dos pavimentos e de mesmo pé-direito, tem-se na totalidade dos casos:

$$r_{sup} = r_{inf} = \frac{b \cdot h^3}{\frac{12}{L_{pilar}}} = \frac{20 \cdot 20^3}{\frac{12}{\frac{315}{2}}} = 84,7 \text{ cm}^3$$

## 5.1 CARREGAMENTO DAS VIGAS

Antes de proceder ao esquema estático com o carregamento de serviço nas vigas, deve-se atentar que para além do peso próprio e das reações laterais das lajes obtidas pelo método simplificado, há de se considerar o carregamento das paredes que se sobrepõe às vigas. Em alguns casos, há o descarregamento de uma viga em outra. Estas situações serão tratadas como cargas pontuais.

Conforme descrito na seção 2, as paredes serão tratadas como blocos de 19cm de largura. A NBR 6120/1980 recomenda o peso específico aparente de valor 13 kN/m<sup>3</sup> para bloco artificial de tijolo furado. Além disto, há de se considerar a camada de argamassa de revestimento, a ser executada em ambas as faces da parede. Este projeto adotará 2,0cm em cada face, totalizando 4cm de espessura a fim de regularizar a superfície.

Para cada metro linear de viga, tem-se estabelecido:

- Peso Próprio:  $0,20 \cdot 25 \cdot hviga$
- Bloco Furado:  $0,19 \cdot 13 \cdot hp parede$
- Argamassa de revestimento =  $0,04 \cdot 21 \cdot hp parede$

Portanto:

- Peso Próprio de Viga (20x55)cm<sup>2</sup>: 2,8 kN/m
- Parede acabada sob viga (20x55)cm<sup>2</sup>: 6,4 kN/m
- Argamassa de revestimento sob viga (20x55)cm<sup>2</sup>: 2,2 kN/m
- $\Sigma = 11,4 \text{ kN/m}$

- Peso Próprio de Viga (20x65)cm<sup>2</sup>: 3,3 kN/m
- Parede acabada sob viga (20x65)cm<sup>2</sup>: 6,2 kN/m
- Argamassa de revestimento sob viga (20x65)cm<sup>2</sup>: 2,1 kN/m
- $\Sigma = 11,6 \text{ kN/m}$

## 5.2 ARMADURA MÍNIMA DE FLEXÃO PARA VIGAS

À luz do item 17.3.5.2 da NBR 6118/2014, tem-se a expressão do valor-limite para armaduras longitudinal das vigas. Isto é, o momento mínimo de dimensionamento à flexão.

$$M_{d,mín} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (5.9)$$

Onde:

$W_0$  = Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionadas;

$f_{ctk,sup}$  = Resistência característica superior do concreto à tração

Esta verificação está condicionada à verificação da Tabela 4.12, onde estabelece-se para concreto C30 a taxa mínima de aço como 0,150% da seção bruta de concreto.

Conforme o item 8.2.5 da NBR 6118/2014, tem-se:

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (5.10)$$

Para concretos do grupo I, vale:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

Portanto:

$$f_{ctk,sup} = 0,390 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

Para concreto C30:

$$f_{ctk,sup} = 0,390 \cdot 30^{2/3} = 3,77 \text{ MPa}$$

**5.2.1 Seção (20x55) cm<sup>2</sup>**

Observa-se, para estádio I, que a seção bruta de concreto possui  $y_0$  como metade da altura da seção retangular.

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 55^3}{12} = 277291,7 \text{ cm}^4$$

$$W_0 = \frac{I}{y_0} = \frac{277291,7}{27,5} = 10083,3 \text{ cm}^3$$

$$M_{d, \text{mín}} = 0,8 \cdot 10083,3 \cdot 0,377 = 3041,1 \text{ kN.cm}$$

Usufruindo da tabela de PAPALLARDO (2005), constante no Anexo 2, tem-se:

$$K_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} = \frac{20 \cdot 50^2}{3041,1} = 16,4$$

$$K_s = 0,0234$$

$$A_s = K_s \cdot \frac{M_d}{d} = 0,0236 \cdot \frac{3041,1}{50} = 1,44 \text{ cm}^2$$

Conforme *Tabela 4.12: Taxas mínimas de armadura de flexão*, para seção retangular e concreto C30, a taxa mínima de armadura ( $p_{\text{mín}}$ ) deve ser 0,150% de  $A_c$ . Portanto:

$$A_{s, \text{mín}} = 0,150\% \cdot 20 \cdot 55 = 1,65 \text{ cm}^2 > 1,44 \text{ cm}^2$$

$$A_{s, \text{mín}} = (3\phi 10\text{mm}=2,40 \text{ cm}^2) \text{ ou } (2\phi 12,5\text{mm}=2,50 \text{ cm}^2)$$

Este valor deve ser verificado para os esforços de flexão na zona tracionada. Isto é, armaduras inferiores no meio do vão e armaduras superiores nas proximidades dos apoios.

### 5.2.2 Seção (20x65) cm<sup>2</sup>

Observa-se, para estádio I, que a seção bruta de concreto possui  $y_0$  como metade da altura da seção retangular.

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 65^3}{12} = 457708,3 \text{ cm}^4$$

$$W_0 = \frac{I}{y_0} = \frac{457708,3}{32,5} = 14083,3 \text{ cm}^3$$

$$M_{d, \text{mín}} = 0,8 \cdot 14083,3 \cdot 0,377 = 4247,5 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Usufruindo da tabela de PAPALLARDO (2005), constante no Anexo 2, tem-se:

$$K_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} = \frac{20 \cdot 60^2}{4247,5} = 16,95$$

$$K_s = 0,0236$$

$$A_s = K_s \cdot \frac{M_d}{d} = 0,0236 \cdot \frac{4247,5}{60} = 1,67 \text{ cm}^2$$

Conforme *Tabela 4.12: Taxas mínimas de armadura de flexão*, para seção retangular e concreto C30, a taxa mínima de armadura ( $\rho_{\text{mín}}$ ) deve ser 0,150% de  $A_c$ . Portanto:

$$A_{s, \text{mín}} = 0,150\% \cdot 20 \cdot 65 = 1,95 \text{ cm}^2 > 1,67 \text{ cm}^2$$

$$A_{s, \text{mín}} = (3\phi 10\text{mm}=2,40 \text{ cm}^2) \text{ ou } (2\phi 12,5\text{mm}=2,50 \text{ cm}^2)$$

Este valor deve ser verificado para os esforços de flexão na zona tracionada. Isto é, armaduras inferiores no meio do vão e armaduras superiores nas proximidades dos apoios.

### 5.3 ARMADURA DE PELE

De acordo com o item 17.3.5.2.3 da NBR 6118/2014, a armadura mínima lateral deve ser 1,0‰ da área de concreto em cada face da viga. O item ainda trata sobre a utilização de barras de CA-50 ou CA-60, com espaçamento inferior a 20cm. Alerta-se sobre a ancoragem nos apoios e permite-se que sejam utilizadas áreas de aço de até 5cm<sup>2</sup> em cada face da viga.

Ainda segundo a Norma, pode-se dispensar a armadura de pele em vigas de até 60cm de altura. Entretanto, presando pela eficiência das peças e devido à proximidade com a instrução normativa, seria aceitável a adoção de armadura de pele para todas as vigas.

A fim de evitar a fissuração excessiva em condições de serviço:

Tabela 5.1: Armadura de pele para as vigas do estudo de caso

Seção de viga (cm <sup>2</sup> )	1,0‰ da Área bruta de concreto	Adota-se em cada face
20x55	1,1 cm <sup>2</sup>	4 ø 6,3mm/face
20x65	1,3cm <sup>2</sup>	3 ø 8mm/face

Fonte: Próprio Autor

### 5.4 ARMADURA DE SUSPENSÃO

O item 18.3.6 da NBR 6118/2014, exige a colocação de armadura de suspensão "nas proximidades de cargas concentradas transmitidas à viga por outras vigas".

Nos apoios indiretos, o equilíbrio de esforços internos da viga suporte exige que no cruzamento das duas vigas haja uma armadura de suspensão, funcionando como um tirante interno, que levanta a força aplicada pela viga ao banzo inferior da viga suporte, até o seu banzo superior.

Nas palavras de FUSCO (2000) à cima, ressalta-se que o objetivo deste tipo de armadura é "transmitir ao banzo superior a totalidade da reação de apoio da viga que é suportada."

É interessante ressaltar que a taxa de armadura por metro tende a ser maior que a taxa normal de cálculo dos estribos. Assim, é possível adotar duas soluções. Ou aumenta-se o diâmetro das barras ou diminui-se o espaçamento entre as barras. Isto é, nas regiões de encontro de vigas a armadura de suspensão substitui os estribos.

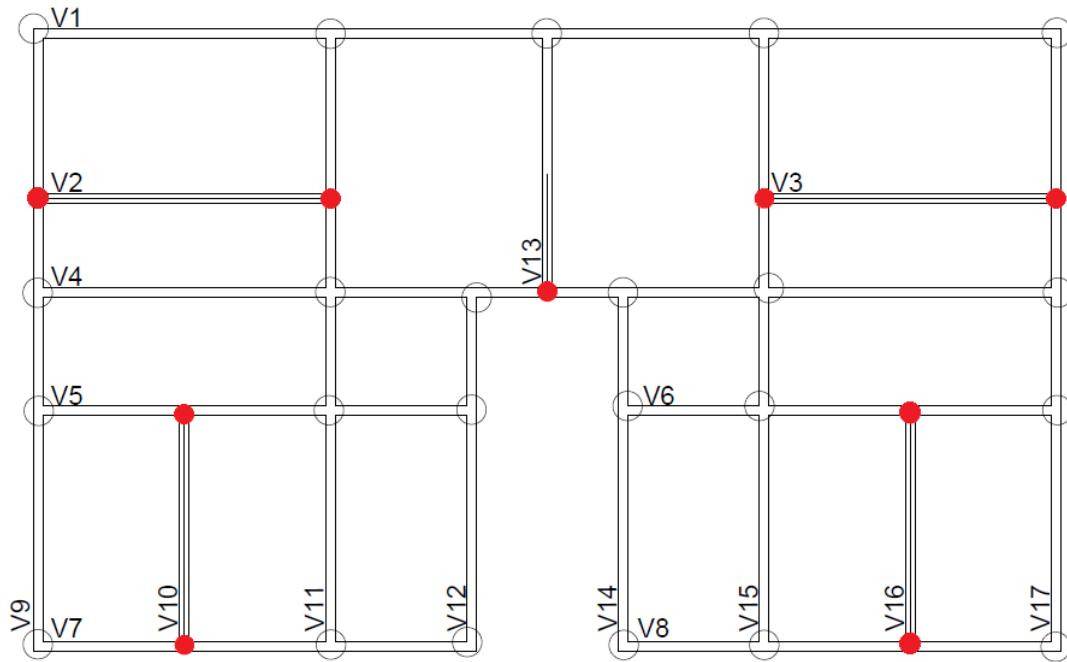


Figura 5.8: Identificação das vigas a serem apoiadas em outras vigas

Fonte: Próprio Autor

Tabela 5.2: Escolha das barras da armadura de suspensão

$\varnothing$ (mm)	Área de 2 seções transversais (cm <sup>2</sup> )
5	0,40
6,3	0,63
8	1,0
10	1,6
12,5	2,5

Fonte: Próprio Autor

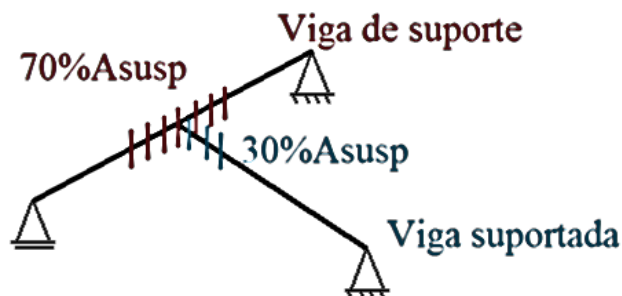


Figura 5.9: Armadura de suspensão para vigas suportada e de suporte

Fonte: Próprio Autor

### 5.4.1 Vigas V2 e V3

A viga V2 de seção (20x65) cm<sup>2</sup> é apoiada nas vigas V9 e V11, ambas com seção (20x55) cm<sup>2</sup>. A reação de apoio de serviço tem valor 88,0 kN. Todas as armaduras deste estudo de caso são de aço CA-50.

$$As, susp = \frac{65 \cdot (88 \cdot 1,4)}{55 \cdot \left(\frac{50}{1,15}\right)} = 3,35 \text{ cm}^2$$

Como a armadura de suspensão refere-se à substituição do estribo convencional, trata-se de uma armadura de 2 ramos. Cada estribo possui duas seções transversais em serviço.

$$Total \text{ de estribos} = \frac{3,35}{0,4} = 9 \text{ barras}$$

Portanto, a viga V2 possui 3 barras de 5mm. Enquanto as vigas de suporte V9 e V11 possuem 6 barras cada na região de interseção.

### 5.4.2 Vigas V10 e V16

A viga V10 de seção (20x55) cm<sup>2</sup> é apoiadas nas vigas V5 e V7, ambas com seção (20x55) cm<sup>2</sup>. A reação de apoio de serviço refere-se a 65,7 kN.

$$As, susp = \frac{55 \cdot (65,7 \cdot 1,4)}{55 \cdot \left(\frac{50}{1,15}\right)} = 2,12 \text{ cm}^2$$

$$Total \text{ de estribos} = \frac{2,5}{0,4} = 6 \text{ barras}$$

Portanto, a viga V10 possui 2 barras de 5mm. Enquanto as vigas de suporte V5 e V9 possuem 4 barras cada na região de interseção.

### 5.4.3 Viga V13

A viga V13 de seção (20x65) cm<sup>2</sup> é apoiadas na viga V4 com seção (20x55) cm<sup>2</sup>. A reação de apoio de serviço refere-se a 88,6 kN.

$$As, susp = \frac{65 \cdot (88,6 \cdot 1,4)}{55 \cdot \left(\frac{50}{1,15}\right)} = 3,4 \text{ cm}^2$$

$$Total \text{ de estribos} = \frac{3,4}{0,4} = 9 \text{ barras}$$

Portanto, a viga V13 possui 3 barras de 5mm, enquanto a viga de suporte V4 possui 6 barras na região de interseção.

## 5.5 FORÇA CORTANTE

À luz da sessão 17.4 da NBR 6118/2014, lê-se as indicações normativas sobre armaduras de elementos lineares submetidos a forças cortantes. Admite-se dois modelos de cálculo que pressupõem a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural e traduzidos por uma componente adicional  $V_c$ .

A treliça clássica de Ritter-Morsch é adotada no Modelo de Cálculo I devido à simplicidade dos cálculos e boas aproximações dos resultados, embora este modelo tenha sido desenvolvido há mais de cem anos. O ângulo de inclinação das bielas comprimidas ( $\Theta$ ) é fixo em 45°. Já o Modelo de Cálculo II admite a denominada "treliça generalizada". Onde o ângulo de inclinação das diagonais comprimidas ( $\Theta$ ) pode variar entre 30° e 45°.

Segundo BASTOS (2015, 75p):

O Modelo de Cálculo I é semelhante ao método constante da versão anterior da norma (NB 1/78), porém, com alteração no valor da parcela  $V_c$ . Pode-se dizer que a nova metodologia introduzida pela NBR 6118 segue em linhas gerais o MC-90 do CEB-FIP e o Eurocode 2, com algumas mudanças e adaptações.

Este estudo de caso adotará o Modelo de Cálculo II, haja visto a aproximação das normas internacionais. De modo que uma parcela da força cortante seja absorvida pelos mecanismos internos resistentes do concreto, dados pela parcela complementar  $V_c$  de acordo com a solicitação. Isto é,  $V_c$  sofre redução com o aumento de  $V_{sd}$ , como será visto adiante. Esta é uma das principais diferenças entre os modelos de cálculo, haja visto que o primeiro modelo possui valor constante de  $V_c$  independente da força cortante solicitante  $V_{sd}$ .

O processo de cálculo do modelo II pode ser compreendido por 4 passos:

**PASSO 1:** Inicialmente deve-se verificar a integridade das bielas de compressão, isto é, verificar o não esmagamento das diagonais comprimidas.

Para esta condição ser satisfeita, a força cortante solicitante de cálculo  $V_{sd}$  na seção considerada deve ser inferior à força cortante resistente de cálculo do concreto  $VRd2$ :

$$V_{sd} \leq VRd2$$

A partir do coeficiente de ponderação constante na *Tabela 2.6: Coeficientes de ponderação  $\chi_c$  e  $\chi_s$* , tem-se a majoração do esforço cortante de serviço:

$$V_{sd} = 1,4 \cdot V_s$$

$$VRd2 = 0,54 \left(1 - \frac{fck}{250}\right) fcd bw d \operatorname{sen}^2 \theta (\cot g \alpha + \cot g \theta) \quad (5.11)$$

\*Para VRd2 em kN e comprimentos em cm.

Substituindo:

Fck = 30 MPa

bw = 0,20 m

$\theta = 38^\circ$

$\alpha = 90^\circ$

$$VRd2 = 0,495 bw d$$

Portanto, com o cobrimento da peça respeitando a *Tabela 2.2: Cobrimento nominal por CAA*, adota-se 5,0cm para todas as vigas deste projeto. Assim, tem-se os seguintes valores de força cortante resistente de cálculo do concreto VRd2 para cada uma das seções:

$$\text{Seção (20x55)} \rightarrow VRd2 = 0,495 \cdot 20 \cdot 50 = 495 \text{ kN}$$

$$\text{Seção (20x65)} \rightarrow VRd2 = 0,495 \cdot 20 \cdot 60 = 594 \text{ kN}$$

Analisando o conjunto de esquemas estáticos de serviço no Anexo 13, observa-se que o maior valor de esforço cortante ocorre na viga V11 (simétrica à V15) no tramo de 6,20m:

$$Vsd = 1,4 \cdot 139,6 = 195,44 \text{ kN}$$

Portanto, para a totalidade dos casos, verifica-se o PASSO 1. Haja visto que para a seção (20x55) cm<sup>2</sup> não há solicitações de serviço superiores a 353,5 kN e para a seção (20x65) cm<sup>2</sup> não há solicitações de serviço superiores a 424,2 kN. Para nenhuma peça há o esmagamento das diagonais comprimidas de concreto.

**PASSO 2:** Estimar a parcela do esforço cortante absorvida pelos mecanismos internos resistentes do concreto Vc. Para isso, é necessário definir o valor de referência Vc0:

$$Vc0 = 0,09 fck^{\frac{2}{3}} bw d \quad (5.12)$$

Portanto:

$$\text{Seção (20x55)} \rightarrow Vc0 = 86,9 \text{ kN}$$

$$\text{Seção (20x65)} \rightarrow Vc0 = 104,3 \text{ kN}$$

Tabela 5.3: Parcela de FC resistida pelos mecanismos internos do concreto ( $V_c$ )

<b>Condição</b>	<b>Valor de <math>V_c</math></b>
$V_{sd} \leq V_{c0}$	$V_{c0}$
$V_{c0} \leq V_{sd} < V_{Rd2}$	$V_{c0} \frac{(V_{Rd2} - V_{sd})}{(V_{Rd2} - V_{c0})}$
$V_{Rd2} = V_{sd}$	0

Fonte: Próprio Autor

Tabela 5.4: Enquadramento de  $V_c$  para seção (20x55)  $\text{cm}^2$ 

<b>Condição</b>	<b>Valor de <math>V_c</math></b>
$V_{sd} \leq 86,9$	86,9
$86,9 \leq V_{sd} < 495$	$0,213 (495 - V_{sd})$
$495 = V_{sd}$	0

Fonte: Próprio Autor

Tabela 5.5: Enquadramento de  $V_c$  para seção (20x65)  $\text{cm}^2$ 

<b>Condição</b>	<b>Valor de <math>V_c</math></b>
$V_{sd} \leq 104,3$	104,3
$104,3 \leq V_{sd} < 594$	$0,213 (594 - V_{sd})$
$594 = V_{sd}$	0

Fonte: Próprio Autor

Portanto,  $V_c$  tem seu valor diminuído na medida em que supera o valor de  $V_{c0}$ . Sendo considerado nulo na condição em que a sollicitação se iguala à resistência  $V_{Rd2}$ .

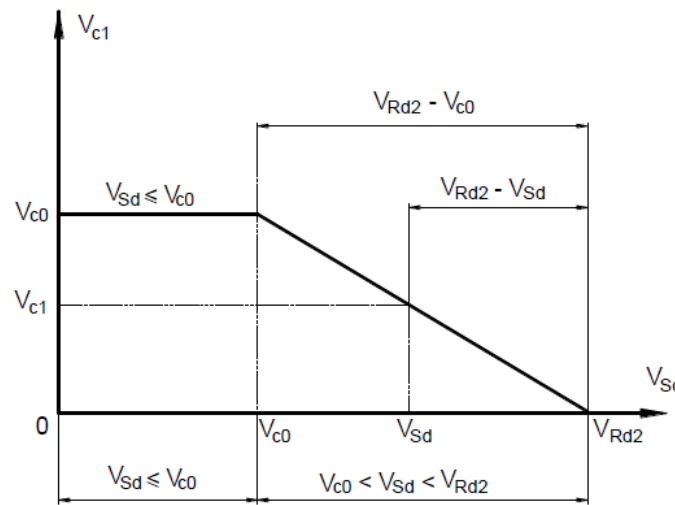


Figura 5.10: Variação entre  $V_c$  e  $V_{sd}$

Fonte: Bastos (2015, 75p)

**PASSO 3:** Taxa geométrica de armadura transversal mínima para elementos lineares sujeitos a esforço cortante. À luz do item 17.4.1.1.1 da NBR 6118/2014, define-se:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s \sin \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad (5.13)$$

Sendo:

$A_{sw}$  Área da seção transversal dos estribos

$s$  Espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural

$\alpha$  Inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural

$b_w$  Largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção

$f_{ywk}$  Resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal

Isolando a  $(A_{sw}/s)$  e adotando  $(\alpha=90^\circ)$  estribos verticais:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \geq 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} b_w$$

Ambas as seções deste estudo de caso dispõem de  $b_w = 20\text{cm}$ . Por outro lado, devido as propriedades dos materiais, fica definido:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 2,90 \text{ MPa}$$

$$f_{ywk} = 500 \text{ MPa}$$

Portanto:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \geq 0,2 \frac{2,9}{500} 20$$

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \geq 2,3\%$$

Para uma taxa de armadura por metro, adota-se  $S = 100\text{cm}$ :

$$A_{sw} \geq 2,3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Segundo GARCIA (2002), a armadura transversal mínima deve ser colocada nas vigas a fim de atender os seguintes objetivos:

- na eventualidade de serem aplicados carregamentos não previstos no cálculo, as vigas não apresentem ruptura brusca logo após surgimento das primeiras fissuras inclinadas;
- limitar a inclinação das bielas e a abertura das fissuras inclinadas;
- evitar a flambagem da armadura longitudinal comprimida.

**PASSO 4:** Estimar a parcela da força cortante resistida pela armadura transversal, isto é, o valor de  $V_{sw}$  através da expressão:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0,9 d f_{wyd} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \text{ sen } \alpha \quad (5.14)$$

Ou seja:

$$\frac{V_{sw}}{50,9 d} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)$$

Entretanto:

$$V_{sd} \leq VRd3 = V_c + V_{sw}$$

Logo:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{V_{sd} - V_c}{50,9 d}$$

Para uma taxa de armadura por metro, adota-se  $S = 100\text{cm}$ :

$$A_{sw} = \frac{V_{sd} - V_c}{0,50 d} \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right]$$

\* Com  $V_{sd}$  e  $V_c$  em kN e  $d$  em centímetros.

**PASSO 5:** Detalhar o espaçamento entre os estribos. Para isto, utiliza-se as indicações fornecidas no item 18.3.3.2 da NBR 6118/2014, onde a medida entre os eixos das armaduras de estribo deve respeitar:

- Se  $V_{sd} < 0,67VRd2$ , então  $s_{máx} = 0,6d < 30\text{cm}$ .
- Se  $V_{sd} > 0,67VRd2$ , então  $s_{máx} = 0,3d < 20\text{cm}$ .

Portanto, este estudo de caso buscará adotar espaçamentos entre estribos inferiores a 30cm e múltiplos de 2,5cm. Além disso, para garantir a passagem do vibrador entre as armaduras, sempre que possível, buscar-se-á espaçamentos iguais ou superiores a 10cm.

Conforme exposto na sessão sobre armadura de suspensão, os estribos possuem duas seções transversais em serviço. Este projeto não adotará ganchos. Serão adotados estribos verticais e retangulares com diâmetros comerciais definidos pela *Tabela 4.13: Lista de Bitolas Padronizadas*.

O espaçamento entre o centro das armaduras de estribo deve respeitar, portanto, a seguinte expressão:

$$e \leq \frac{200 \cdot A1\emptyset}{A_{sw}} \quad (5.15)$$

Antes de proceder pelo dimensionamento das vigas deste projeto, deve-se atentar pelo valor de solicitação máximo que exige armadura mínima. Para isto, separa-se por seção o cálculo a seguir.

A) Para seção (20x55)  $\text{cm}^2$ : Se  $V_{sd} = 135 \text{ kN} \rightarrow V_c = V_{c0} = 76,7 \text{ kN}$

$$A_{sw} = \frac{135 - 76,7}{0,50 \cdot 50} = 2,33 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, a força cortante de serviço que exige armadura mínima possui valor inferior a:

$$F_k = \frac{135}{1,4} = 96,4 \text{ kN}$$

B) Para seção (20x65)  $\text{cm}^2$ : Se  $V_{sd} = 162 \text{ kN} \rightarrow V_c = V_{c0} = 92,0 \text{ kN}$

$$A_{sw} = \frac{162 - 92,0}{0,50 \cdot 60} = 2,33 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, a força cortante de serviço que exige armadura mínima possui valor inferior a:

$$F_k = \frac{162}{1,4} = 115,7 \text{ kN}$$

Ainda no tópico 18.3.3.2 da Norma, indica-se a utilização de barras com diâmetros iguais ou superiores a 5mm, sem exceder 1/10 da largura da viga. Isto é, barras de no máximo 20mm para este projeto.

## 5.6 ESQUEMA ESTÁTICO E CÁLCULO DAS ARMADURAS DA VIGAS

Os esquemas estáticos a serem descritos referem-se à combinação dos carregamentos de serviço. Após a definição dos vãos efetivos de cada tramo das vigas, verificou-se a adoção do modelo clássico de vigas contínuas. Admite-se para as reações laterais das vigas a combinação integral das ações permanentes e acidentais. Isto é, não se minora a carga acidental atuante nas lajes.

Reitera-se para vigas que descarregam em outras vigas a inexistência de momento de encastramento. Estes casos serão tratados como vigas bi-apoiadas. As reações de apoio serão encaminhadas às vigas apoiadas em pilares como cargas concentradas.

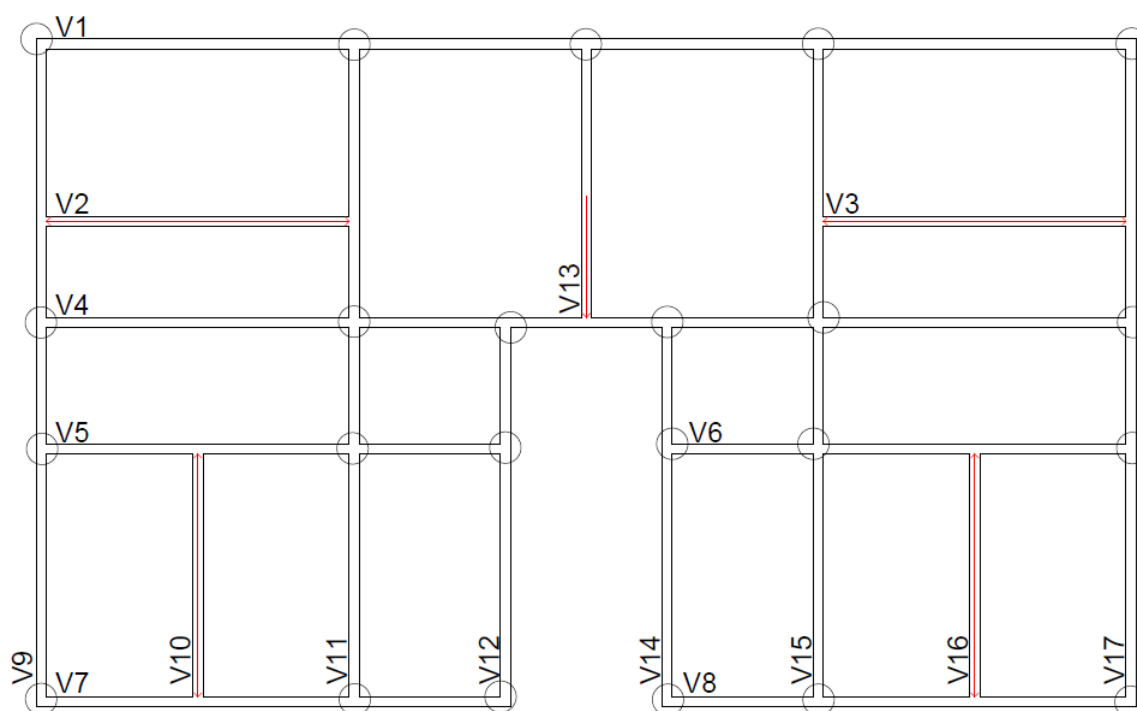


Figura 5.11: Distribuição das reações laterais das lajes nas vigas

Fonte: Próprio Autor

Em conformidade com a subseção anterior, tem-se que o carregamento das vigas depende do peso próprio da peça, das reações laterais das vigas, do material das paredes e seu revestimento.

Com o intuito de não ser repetitivo e confundir o leitor com a quantidade de informações utilizadas, será exposto nesta seção o cálculo detalhado de apenas duas vigas. Todo o memorial de cálculo das demais vigas do projeto encontra-se no Anexo 13.

### 5.6.1 Memorial de cálculo da viga V1

- Seção: 20x55 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,4 \text{ kN/m}$
- Quantidade de tramos: 4
- Reação lateral da laje no tramo 1 e no tramo 4: 5,4 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 2 e no tramo 3: 3,9 kN/m

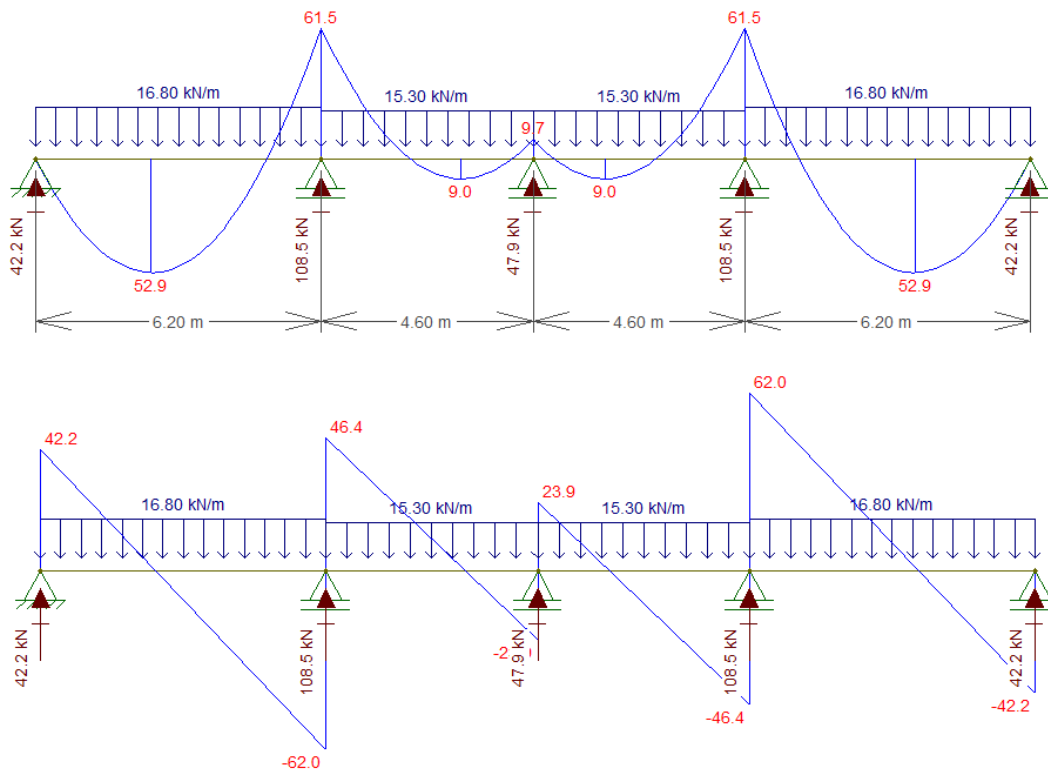


Figura 5.12: Esquema estático: V1 - MF e FC

Fonte: FTOOL

Para os 4 tramos:  $V_k < 96,4 \text{ kN} \rightarrow$  Logo, estribo: trata-se de  $\varnothing 6,3\text{mm}$  a cada 25 cm.

Devido à simetria da peça, os momentos extremos a esquerda e à direita são iguais. Estes devem sobrepor os apoios extremos de modo que seja necessário armadura negativa para flexão da viga.

$$r_{sup} = r_{inf} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{\frac{L_{pilar}}{2}} = \frac{20 \cdot 20^3}{\frac{315}{2}} = 84,7 \text{ cm}^3$$

$$rviga = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{\frac{20 \cdot 55^3}{12}}{620} = 447,2 \text{ cm}^3$$

$$Meng = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{16,8 \cdot 6,20^2}{12} = 53,8 \text{ kN.m}$$

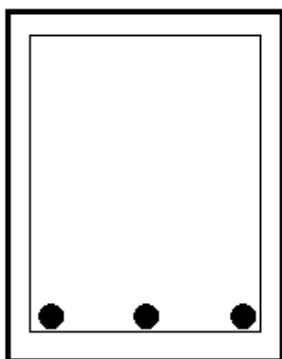
$$Mlig, esq = Mlig, dir = Meng \cdot \frac{rinf + rsup}{rinf + rsup + rviga}$$

$$Mlig, esq = Mlig, dir = 53,8 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 447,2}$$

$$Mlig, esq = Mlig, dir = 53,8 \cdot 0,275 = 14,8 \text{ kN.m}$$

A superposição dos diagramas com a inclusão dos momentos de ligação é suficiente para compatibilizar o **modelo clássico de viga contínua**. Portanto, no encontro entre as vigas V1, V9 e V17, onde existem pilares de suporte, devem ser previstas armaduras de flexão para o momento fletor negativo de valor absoluto 14,8 kN.m na direção longitudinal à viga V1. Para todos os esforços de flexão, será comparado o momento mínimo de cálculo, de modo que a armadura mínima constante na *Tabela 4.12* seja atendida.

- MF+ nos tramos 1 e 4: 52,9 kN.m → Md = 52,9 · 1,40 = 74,06 kN.m



$$Kc = \frac{20 \cdot 50^2}{7406} = 6,75$$

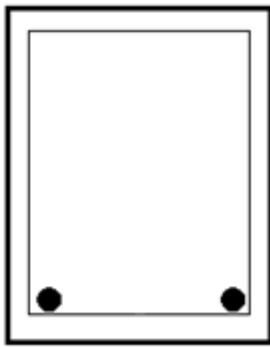
$$Ks = 0,0242$$

$$As = 0,0242 \cdot \frac{7406}{50} = 3,60 \text{ cm}^2$$

$$As \text{ adotado} = 3\emptyset 12,5\text{mm} = 3,75\text{cm}^2$$

$$\text{Espaçamento horizontal} = 5,125 \text{ cm}$$

- MF+ nos tramos 2 e 3:  $9,0 \text{ kN.m} \rightarrow M_d = 9,0 \cdot 1,40 = 12,6 \text{ kN.m}$



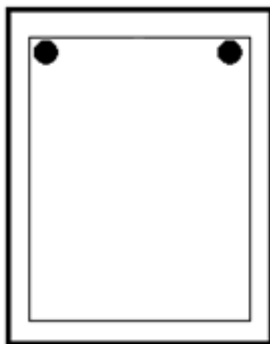
Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra inferior no meio dos tramos 2 e 3 é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

Portanto, adota-se a armadura mínima:

As adotado =  $A_s$ , mín =  $2\phi 12,5\text{mm} = 2,50 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- de ligação nos pilares extremos:  $\rightarrow M_d = 14,8 \cdot 1,40 = 20,7 \text{ kN.m}$



Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra superior nos apoios extremos é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

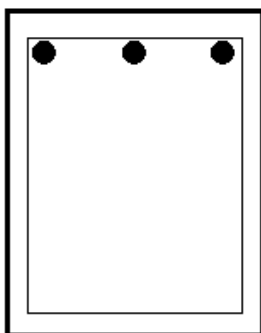
Portanto, adota-se a armadura mínima:

As adotado =  $A_s$ , mín =  $2\phi 12,5\text{mm} = 2,50 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

A mesma situação se verifica para a viga na proximidade com o pilar P3. Na proximidade com o apoio, deve ser prevista a armadura calculada à cima.

- MF- nos apoios P2 e P4:  $61,5 \text{ kN.m} \rightarrow M_d = 61,5 \cdot 1,40 = 86,10 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{8610} = 5,8$$

$$K_s = 0,0242$$

$$A_s = 0,0244 \cdot \frac{8610}{50} = 4,20 \text{ cm}^2$$

As adotado =  $3 \phi 16\text{mm} = 6,0 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 4,6 cm

### 5.6.2 Memorial de cálculo das vigas V2 e V3

- Seção: 20x65 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,6$  kN/m
- Quantidade de tramos: 1
- Somatória das reações laterais das lajes: 9,4 + 7,4 = 16,8 kN/m

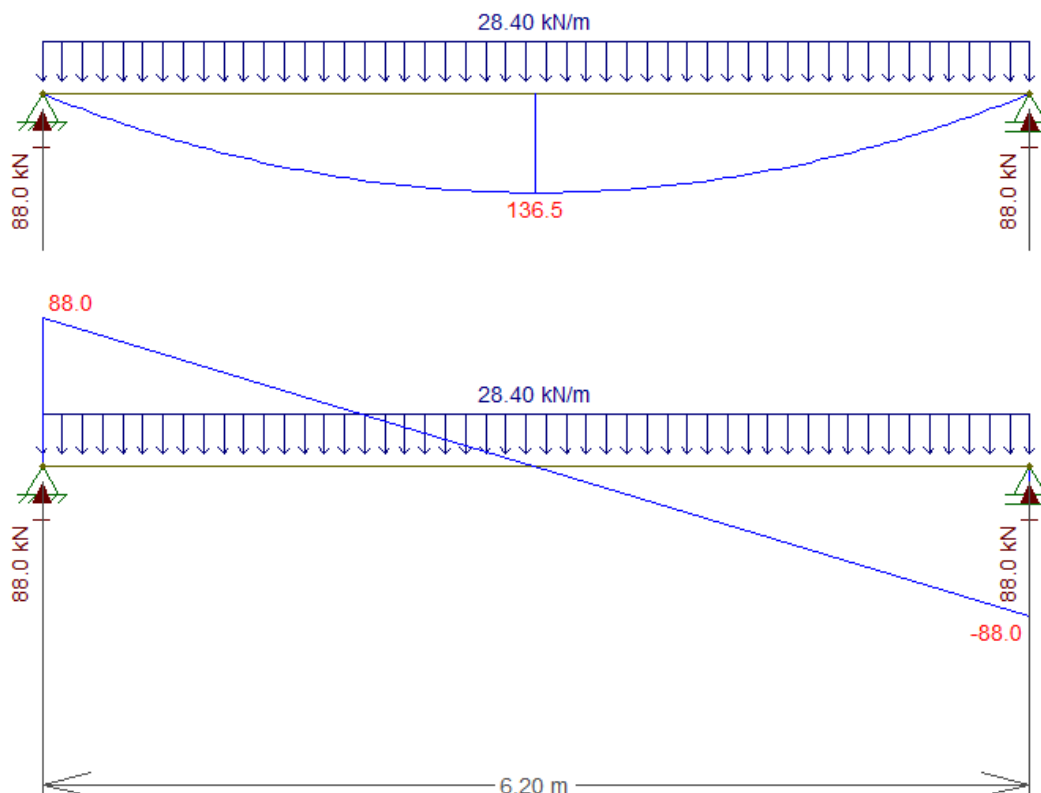


Figura 5.13 - Esquema estático: V2 e V3 - MF e FC [FTOOL]

O momento de extremidade ocorre quando se tem viga apoiada sobre pilar. Uma vez que há viga apoiada sobre viga, não há *rsup*, nem *rinf*. E, portanto, o coeficiente que multiplica o momento de encastramento perfeito é nulo.

- FC de serviço no tramo 1: 88,0 kN  $\rightarrow$   $V_{sd} = 88,0 \cdot 1,40 = 123,2$  kN

Verifica-se no tramo único a condição  $V_{sd} > V_{c0}$ . Interpolando  $V_c$ :

$$V_c = 0,213 (594 - V_{sd}) = 100,3 \text{ kN}$$

$$A_{sw} = \frac{123,2 - 100,3}{0,50 \cdot 60}$$

Como previsto, o esforço é inferior ao valor que exige armadura superior à mínima. Logo, para todo o tramo basta ma armadura resistente ao esforço cortante de  $\emptyset 6,3\text{mm}$  a cada 25 cm.

$$e \leq \frac{200 \cdot 0,315}{2,3}$$

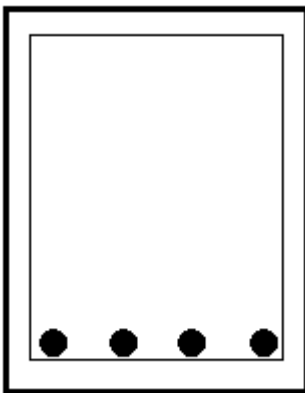
- MF no tramo 1:  $136,5 \text{ kN.m} \rightarrow M_d = 136,5 \cdot 1,40 = 191,1 \text{ kN.m}$

$$K_c = \frac{20 \cdot 60^2}{19110} = 3,77$$

$$K_s = 0,0250$$

$$A_s = 0,0250 \cdot \frac{19110}{60} = 8,0 \text{ cm}^2$$

Sabe-se que o cobrimento vertical é de 5,0cm. Adotando-se o padrão para o cobrimento horizontal de 3,0cm, tem-se que as barras longitudinais devem ser dispostas em 14,0cm. Devendo ser respeitada a distância entre as barras de pelo menos 2,0cm para melhor adensamento durante a concretagem. O mesmo espaçamento será adotado em casos de duas ou mais fileiras de armadura. Para armaduras superiores, na medida do possível será restringido o limite de 3 barras por fileira.



Nas vigas V2 e V3, não há momentos de extremidade. Para toda a seção serão adotadas 4 armaduras longitudinais de 16mm com 2,50 cm entre elas para atender o momento que traciona as fibras inferiores.

Portanto,  $A_s$  adotado =  $4\emptyset 16\text{mm} = 8\text{cm}^2$

## 5.7 RESULTADOS DA ANÁLISE MANUAL

Verificou-se para a totalidade dos casos o enquadramento nos domínios 2 e 3, não sendo necessário o dimensionamento de armadura dupla, isto é, cálculo da armadura de compressão. No item 17.2.3 da NBR 6118/2014, reitera-se a necessidade de se garantir boas condições de ductilidade nas vigas. A partir das instruções normativas e da seção 2.3 do presente trabalho, foi possível compreender que a rutura frágil está associada a posições da linha neutra no domínio 4. Não sendo enquadrado este domínio em nenhuma viga deste estudo.

No cálculo das armaduras de esforço cortante, verificou-se na maioria dos casos a utilização da armadura mínima para as seções de concreto. Portanto, seria benéfico para o projeto o estudo de seções T com alturas de cálculo inferiores. Todavia, o bom pré-dimensionamento das peças previu com folga comportamento dúctil dos elementos lineares.

Por fim, nesta etapa de projeto, ficam satisfeitas as verificações de viga para os objetivos deste trabalho. Poder-se-ia ampliar as verificações para efeitos de torção associados a esforços horizontais como o vento, por exemplo. Entretanto, foge do escopo da análise deste edifício de pequeno porte, pois trata-se de apenas 2 pisos elevados e pressupõem-se ambiente urbano resguardado de correntes de vento de alto impacto.

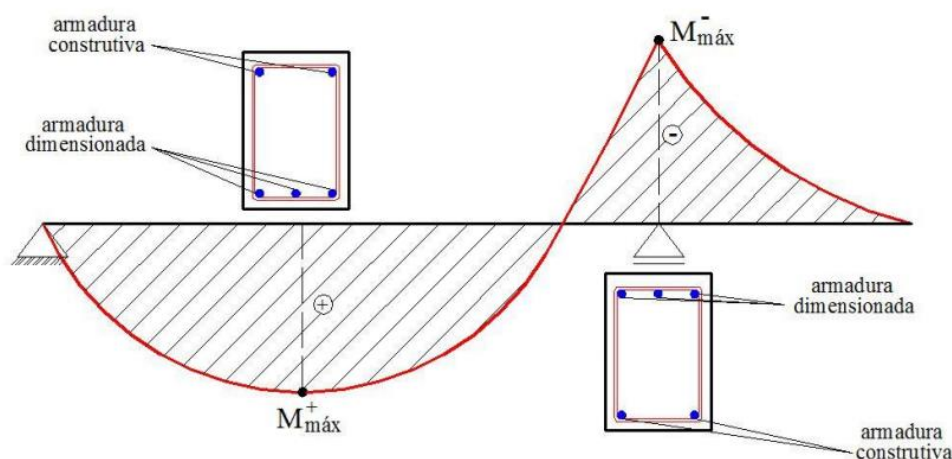


Figura 5.14: Armaduras construtivas

Fonte: Pinheiro (2007)

Admite-se, mesmo na ausência de esforços, a adoção de armadura construtiva. Trata-se de  $2 \varnothing 6.3\text{mm}$  até  $2 \varnothing 10\text{mm}$ . Esta decisão de projeto é conservadora e não implica em novos cálculos. Entretanto, é fundamental para a boa execução em obra pois facilita a disposição dos estribos.

## 5.8 ADERÊNCIA E ANCORAGEM

As armaduras de flexão devem respeitar os comprimentos de ancoragem dispostos na NBR 6118/2014, de modo a garantir a fixação nos apoios internos e extremos da viga. Para se determinar os comprimentos de ancoragem necessários para a boa aderência entre o aço e o concreto, o item 9.3 da NBR 6118/2014 exige a identificação das barras horizontais na seção transversal da viga.

Segundo BASTOS (2015, 38p), a exigência normativa é fundamental pois o "adensamento e o endurecimento do concreto, a sedimentação do cimento e principalmente o fenômeno da exsudação tornam o concreto da camada superior mais poroso (...)".

À luz do enunciado item da Norma, considera-se em boa aderência:

- Para elementos estruturais com  $h < 60\text{cm}$ , as barras horizontais localizadas no máximo 30cm acima da face inferior do elemento;
- Para elementos estruturais com  $h > 60\text{cm}$ , as barras horizontais localizadas no mínimo 30cm abaixo da face superior do elemento;
- Barras com inclinação superior a  $45^\circ$  com a horizontal.

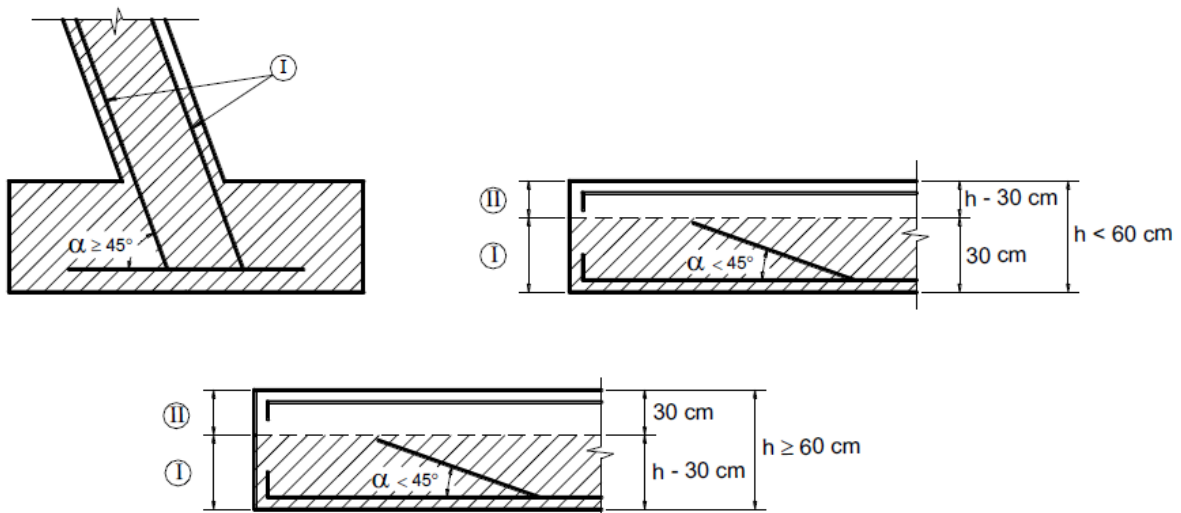


Figura 5.15: Regiões de boa (I) e má (II) aderência

Fonte: Bastos (2015, 38p)

Isto permite aferir neste estudo de caso que as barras localizadas na parte inferior da seção transversal das vigas estão enquadradas em situação de boa aderência. Já as barras que atendem aos esforços de tração das fibras superiores não se configuram nesta situação.

Segundo o enunciado item da Norma, a resistência de aderência de cálculo entre a armadura e o concreto na ancoragem de armaduras passivas deve ser obtida pela expressão:

$$fbd = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot fctd \quad (5.16)$$

Onde:

$$fctd = \frac{fctk, inf}{\gamma_c}$$

$\eta_1 = 1,0$  para barras lisas

$\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas

$\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas

$\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderência

$\eta_2 = 0,7$  para situações de má aderência

$\eta_3 = 1,0$  para  $\phi < 32\text{mm}$

$\eta_3 = (132 - \phi)/100$ , para  $\phi > 32\text{mm}$

Sendo:

$$fctd = \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{30^2}}{1,4 \cdot 10} = 0,145 \text{ kN/cm}^2$$

Barras nervuradas (CA-50)  $\rightarrow \eta_1 = 2,25$

$\phi < 32\text{mm} \rightarrow \eta_3 = 1,0$

Portanto:

Barras locada para esforços de tração na fibra inferior da viga (boa aderência):

$$fbd = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,145 = 0,326 \text{ MPa}$$

Barras locada para esforços de tração na fibra superior da viga (má aderência):

$$fbd = 2,25 \cdot 0,7 \cdot 1,0 \cdot 0,145 = 0,228 \text{ MPa}$$

Inicialmente, este projeto visará a ancoragem por aderência através de um comprimento reto a ser disposto no interior dos apoios. Entende-se como opção seguinte a utilização de ganchos, entretanto este procedimento não é permitido pela Norma para barras comprimidas. Caso não seja possível, serão utilizados grampos horizontais e/ou verticais, entendidos na NBR 6118/2014, item 9.4.1.2, como dispositivos mecânicos.

Segundo BASTOS (2015, 38p) a "ancoragem reta da barra é econômica e simples de projetar e executar. O comprimento de ancoragem é calculado admitindo-se que a tensão de aderência seja constante, o que não corresponde à realidade (...)". Portanto, permite-se aferir que se trata de uma decisão de projeto conservativa, visto que pressupõe esforços superiores e constantes ao longo da ancoragem, conforme ensaios de LEONHARDT (1982).

Consta no item 9.4.2.4 da NBR 6118/2014 a definição de comprimento de ancoragem básico como o "comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força-limite  $A_s f_{yd}$  nessa barra, admitindo-se, ao longo desse comprimento, resistência de aderência uniforme e igual a  $f_{bd}$  (...)". Onde a expressão é dada por:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (5.17)$$

Portanto, para os materiais de projeto concreto C30 e aço CA-50, tem-se:

Barras locadas para esforços de tração na fibra inferior da viga:

$$l_{b+} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\left(\frac{50}{1,15}\right)}{0,326} = 34\phi$$

Barras locadas para esforços de tração na fibra superior da viga:

$$l_{b-} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\left(\frac{50}{1,15}\right)}{0,228} = 48\phi$$

Por fim o comprimento mínimo de ancoragem denominado pela Norma como "comprimento de ancoragem necessário" deve respeitar as seguintes condições, conforme item 9.4.2.5 da NBR 6118/2014 para barras sem ganchos ( $\alpha=1,0$ ):

$$l_{b, nec} = \alpha l_b \cdot \frac{A_{s, calc}}{A_{s, ef}} \geq l_{b, mín} \begin{cases} 0,3l_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

Onde:

$$A_{s, calc} = \frac{0,5 \cdot V_d}{f_{yd}} = \frac{0,5 \cdot 1,4 \cdot V_k}{\left(\frac{50}{1,15}\right)} = \frac{V_k}{62} \quad [kN, cm^2]$$

$A_{s, ef}$  = Somatória das seções transversais das barras de aço que ancoram no apoio ( $cm^2$ ). Este parâmetro possui no item 18.3.2.4 da NBR 6118/2014 a seguinte indicação para ancoragem de barras de "tração do vão":  $(A_{s, apoio}) > 1/3 (A_{s, vão})$

Além disso, a boa prática recomenda o uso de pelo menos 2 barras a serem ancoradas em cada um dos apoios de um tramo de viga.

Portanto, de forma a facilitar os cálculos de comprimento de ancoragem, será dimensionada a situação de projeto mais gravosa de modo que as demais ancoragens estejam em conformidade com o cálculo simplificado. Isto é possível a partir da adoção do maior valor de  $V_k$  constante no projeto.

Consultado o Anexo 13, tem-se que o maior valor de esforço cortante ocorre nas vigas V11 e V15 com esforço cortante de serviço de valor  $V_k = 139,6$  kN.

Por fim:

$$A_{s, \text{calc}} = \frac{139,6}{62} = 2,25 \text{ cm}^2$$

Separa-se o cálculo entre ancoragem das armaduras inferiores da seção transversal, correspondentes ao momento fletor positivo a meio do vão, e ancoragem das armaduras superiores da seção transversal, correspondentes ao momento fletor negativo nos apoios. Para ambos os casos, a situação mais gravosa trata-se de  $\varnothing = 16\text{mm}$ , valor a ser utilizado no cálculo de  $l_{b, \text{mín}}$ .

$$\left\{ l_{b, \text{nec}+} = 34 \cdot 1,6 \cdot \frac{2,25}{4} = 30,6 \right\} \geq l_{b, \text{mín}} \left\{ \begin{array}{l} 0,3 \cdot 34 \cdot 1,6 = 16,3 \text{ cm} \\ 10 \cdot 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 100 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Vê-se que não é possível a adoção de ancoragem com barras retas, visto que o comprimento necessário de ancoragem é superior à largura do apoio.

Mesmo com a adoção de ganchos para as armaduras longitudinais da viga, o comprimento necessário de ancoragem ainda supera os 20cm do pilar:  $30,60 \cdot 0,7 = 21,4\text{cm}$ .

### 5.8.1 Ancoragem da armadura longitudinal positiva nos apoios extremos

Haja visto a impossibilidade do uso de ancoragem com barras retas ou apenas com ganchos, serão utilizados dispositivos mecânicos. Trata-se da adoção de grampos de diâmetro 6,3 ou 8,0 ou 10mm de forma que possa haver curvas de 90°. Esta medida visa aumentar o valor de  $A_{s,ef}$  de modo que  $l_{b,nec}$  esteja em conformidade com as dimensões dos apoios. Assim como os estribos, há 2 seções em serviço e para cada grampo respeitam-se as indicações a seguir.

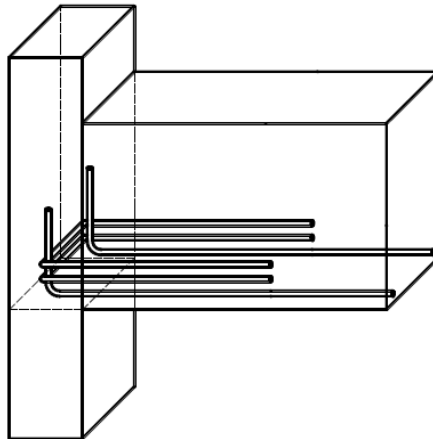


Figura 5.16: Ancoragem com gancho e grampos - 3D

Fonte: Bastos (2015, 38p)

Adotando-se 3 grampos de 10mm, há um acréscimo no valor de  $A_{s,ef}$  de  $3 \cdot 2 \cdot 0,8 = 4,8 \text{ cm}^2$ .

Estes grampos devem ser colocados 3,0cm a cima da armadura longitudinal de modo que respeitem ao menos 3,0cm de espaçamento entre eles. O comprimento longitudinal de ancoragem refere-se a:

$100 \varnothing = 1\text{m}$ .

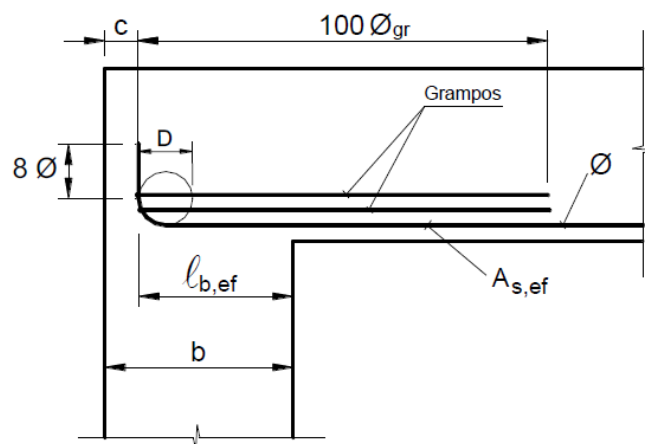


Figura 5.17: Ancoragem com gancho e grampos - Dimensões

Fonte: Bastos (2015, 38p)

$$\left\{ lb, nec += 0,7 \cdot 34 \cdot 1,6 \cdot \frac{2,25}{(4 + 4,8)} = 9,73 \right\} \geq lb, mín \begin{cases} 0,3 \cdot 34 \cdot 1,6 = 16,3 \text{ cm} \\ 10 \cdot 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 100 \text{ cm} \end{cases}$$

Adota-se comprimento de ancoragem igual a 17cm, equivalente ao  $lb, mín$ . Trata-se de trecho reto que atende  $5,5 \phi = 8,8\text{cm}$  e raio de curvatura dos ganchos das armaduras longitudinais igual a  $5,0 \phi = 8,0 \text{ cm}$ . O gancho deve respeitar  $8\phi$ , portanto adota-se 15cm. Estas exigências normativas encontram-se no item 18.3.2.4.1 da NBR 6118/2014.

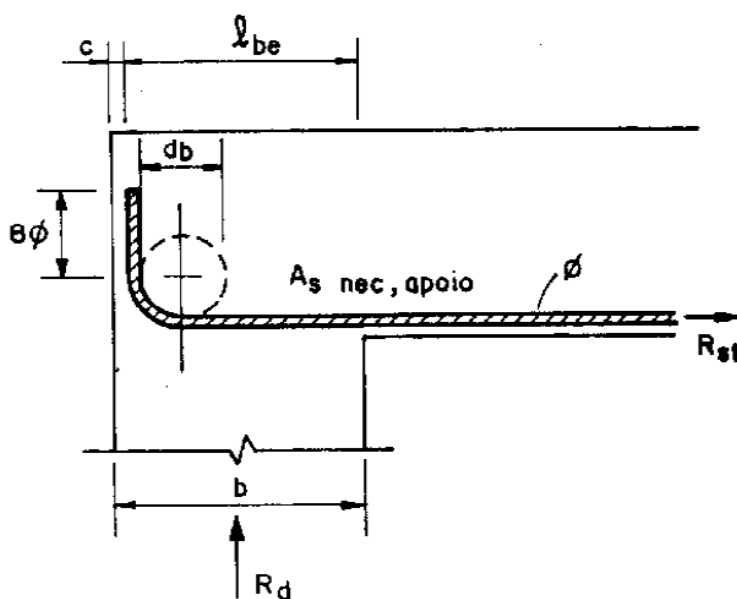


Figura 5.18: Trecho reto e raio de curvatura dos ganchos

Fonte: Pinheiro (2007)

### 5.8.2 Ancoragem da armadura longitudinal positiva nos apoios intermediários

Trata-se da ancoragem de 2 barras para todas as vigas deste projeto. Em casos de bitolas diferentes, ancora-se as 2 barras de maior diâmetro. Os apoios intermediários devem receber ao menos 1/3 da ( $A_s, \text{vão}$ ) e, como este projeto não possui vigas com mais de 6 barras, fica atendida esta condição.

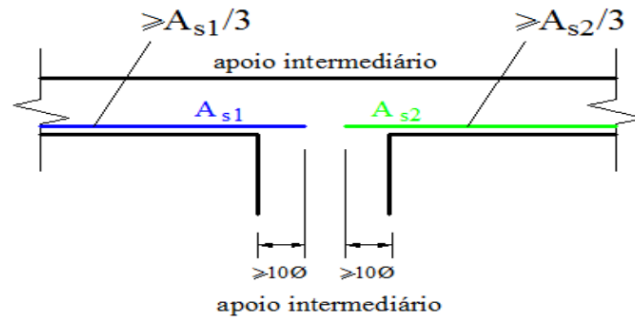


Figura 5.19: Comprimento de ancoragem em apoio intermediário

Fonte: Pinheiro (2007)

No item 18.3.2.4.1 da NBR 6118/2014, nos apoios intermediários permite-se comprimento de ancoragem igual a  $10 \varnothing$  "desde que não haja qualquer possibilidade de ocorrência de momentos positivos na região dos apoios (...)".

Em alternativa à ancoragem de duas barras, é possível optar pela adoção de barra contínua. Procedimento bastante comum aos projetos brasileiros, uma vez que otimiza a execução das ferragens.

### 5.8.3 Ancoragem da armadura longitudinal negativa nos apoios extremos

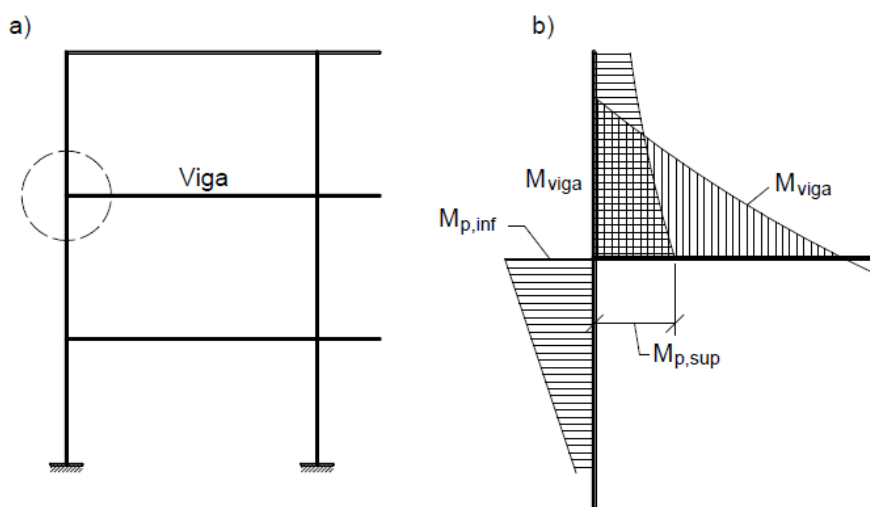


Figura 5.20: MF em nó extremo

Fonte: LEONHARDT, 1982 apud BASTOS, 2015, 38p

Assim como para a flexão a meio no vão, a ancoragem da armadura negativa nos apoios também necessita de grampos. Adotando-se 3 grampos de 10mm, há um acréscimo no valor de  $A_{s,ef}$  de  $3 \cdot 2 \cdot 0,8 = 4,8 \text{ cm}^2$ . Respeitando o espaçamento e os comprimentos dispostos na seção anterior, tem-se:

$$\left\{ lb, nec += 0,7 \cdot 48 \cdot 1,6 \cdot \frac{2,25}{(4 + 4,8)} = 13,75 \right\} \geq lb, mín \begin{cases} 0,3 \cdot 34 \cdot 1,6 = 16,3 \text{ cm} \\ 10 \cdot 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 100 \text{ cm} \end{cases}$$

Adota-se comprimento de ancoragem igual a 17cm, equivalente ao  $lb, mín$ . Trata-se de trecho reto que atende  $5,5 \varnothing = 8,8 \text{ cm}$  e raio de curvatura dos ganchos das armaduras longitudinais igual a  $5,0 \varnothing = 8,0 \text{ cm}$ .

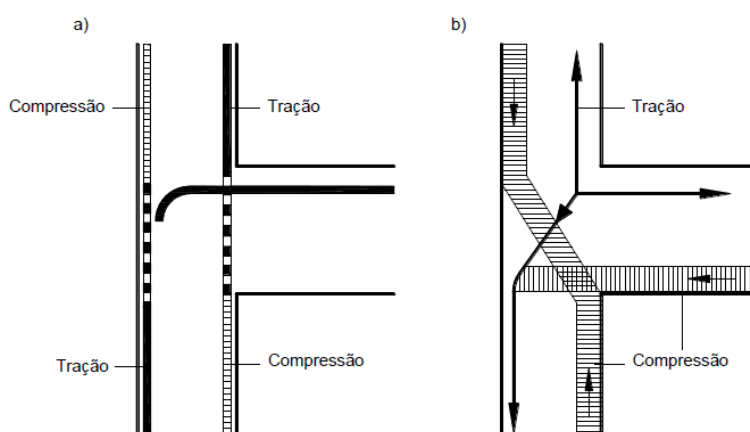


Figura 5.21: Tensões em nó extremo

Fonte: LEONHARDT, 1982 apud BASTOS, 2015, 38p

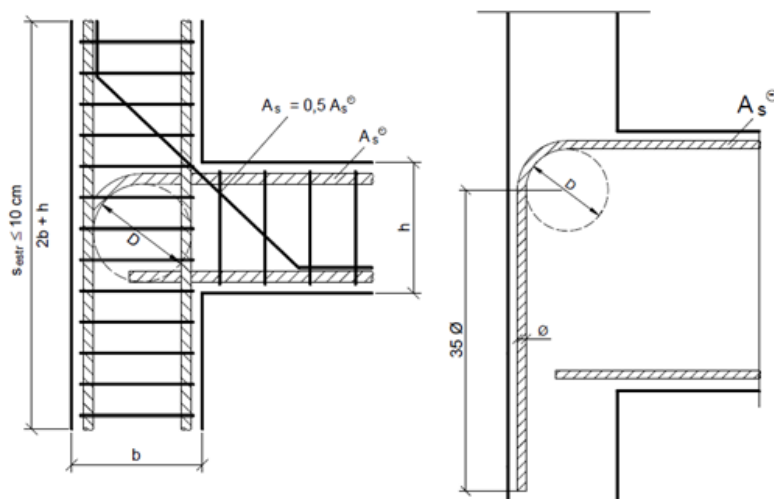


Figura 5.22: Apoio extremo

Fonte: LEONHARDT, 1982 apud BASTOS, 2015, 38p

Apesar da aparente simetria entre as ancoragens, observa-se que o comprimento do gancho na armadura negativa é cerca de 4,5 vezes superior ao gancho da armadura positiva. Esta adoção visa evitar a concentração de tensões, distribuindo-a na área disponível no apoio.



## 6 PILARES

Conforme exposto na seção 2.4, admite-se que os esforços horizontais sejam absorvidos integralmente pela subestrutura de contraventamento. Esta não será dimensionada neste projeto. Entretanto, considera-se que os pilares são subestruturas contraventadas a nível dos pavimentos e sujeitas às cargas axiais de compressão e aos momentos de cálculo.

Assim, os efeitos de segunda ordem são apenas localizados e desprezam-se os efeitos globais de segunda ordem. Segundo ARAÚJO (2004):

Para determinar as forças normais nos pilares correspondentes ao carregamento vertical, basta resolver as vigas e obter suas reações de apoio. Somando as reações das vigas que concorrem em um determinado pilar, obtém-se a carga transmitida ao pilar pelo pavimento em análise. Essas cargas devem ser acumuladas desde o topo do edifício até o nível das fundações.

Deve-se somar às reações de apoio das vigas o peso próprio dos elementos lineares, de modo que este constitui um carregamento relevante a ser considerado. As reações de apoio da cobertura serão dimensionadas como 70% das reações de apoio de vigas do pavimento tipo. Já o peso próprio dos pilares não serão minorados.

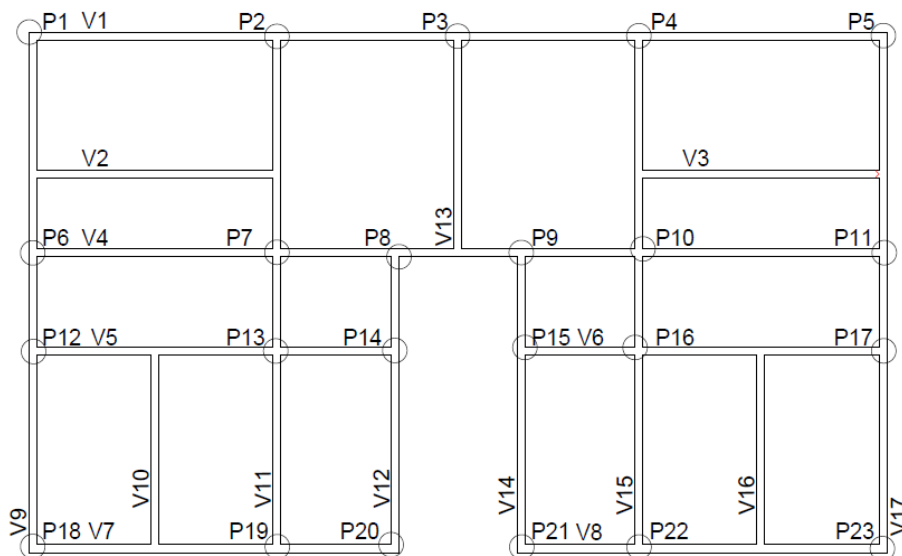


Figura 6.1: Esboço das reações de apoio das vigas nos pilares

Fonte: Próprio Autor

Tabela 6.1: Estimativa de Nd para pilares do 2º andar

Pilar	Ainfluência (m²)	Localização	$\Sigma$ reações vigas X	$\Sigma$ reações vigas Y	Qtde. de pavimentos	$\Sigma$ reações	Peso Próprio	Nk (kN)	Nd (kN)
1	8,53	Canto	42,2	70,0	0,7	78,54	3,15	82	114
2	14,85	Extrem.	108,5	99,1	0,7	145,32	3,15	148	208
3	12,65	Extrem.	47,9	88,6	0,7	95,55	3,15	99	138
4	14,85	Extrem.	108,5	99,1	0,7	145,32	3,15	148	208
5	8,53	Canto	42,2	70,0	0,7	78,54	3,15	82	114
6	12,40	Extrem.	67,6	138,7	0,7	144,41	3,15	148	207
7	21,60	Interno	150,3	193,2	0,7	240,45	3,15	244	341
8	7,20	Extrem.	71,3	2,9	0,7	51,94	3,15	55	77
9	7,20	Extrem.	71,3	2,9	0,7	51,94	3,15	55	77
10	21,60	Interno	150,3	193,2	0,7	240,45	3,15	244	341
11	12,40	Extrem.	67,6	138,7	0,7	144,41	3,15	148	207
12	11,63	Extrem.	88,1	39,9	0,7	89,6	3,15	93	130
13	17,25	Interno	201,0	71,4	0,7	190,68	3,15	194	271
14	5,63	Extrem.	-6,5	79,5	0,7	51,1	3,15	54	76
15	5,63	Extrem.	-6,5	79,5	0,7	51,1	3,15	54	76
16	17,25	Interno	201,0	71,4	0,7	190,68	3,15	194	271
17	11,63	Extrem.	88,1	39,9	0,7	89,6	3,15	93	130
18	7,75	Canto	63,6	35,3	0,7	69,23	3,15	72	101
19	11,50	Extrem.	142,1	57,2	0,7	139,51	3,15	143	200
20	3,75	Canto	-6,9	32,4	0,7	17,85	3,15	21	29
21	3,75	Canto	-6,9	32,4	0,7	17,85	3,15	21	29
22	11,50	Extrem.	142,1	57,2	0,7	139,51	3,15	143	200
23	7,75	Canto	63,6	35,3	0,7	69,23	3,15	72	101

Fonte: Próprio Autor

O pilar do 2º andar é dimensionado para resistir aos esforços das lajes e vigas da cobertura e ao seu peso próprio. Trata-se do primeiro esforço axial a ser acumulado para os pavimentos inferiores até se chegar ao nível da fundação. Devido à ausência de esforços horizontais e à semelhança da condição de vinculação com o pilar do 1º pavimento, o pilar de cobertura tende a obter valor de armadura inferior aos demais pavimentos.

O pilar do 1º andar é calculado para resistir ao esforço acumulado correspondente à somatória das reações das vigas na cobertura e no piso do 2º andar e ao peso próprio do pilar nos 2º e 1º andares.

Posteriormente será verificado se a solução encontrada é suficiente para ser utilizada ao nível térreo. Esta decisão de projeto de separar os cálculos se deve ao fato de o comprimento de flambagem do pilar do térreo ser diferente dada a condição de encastramento da base. Esta condição de vinculação não é encontrada nos pilares dos pavimentos-tipo conforme *Figura 2.27: Situação real e simplificada de pilares contraventados*.

Tabela 6.2: Estimativa de Nd para pilares do 1º andar

Pilar	Ainfluência (m <sup>2</sup> )	Localização	Σreações vigas X	Σreações vigas Y	Qtde. de pavimentos	Σreações	Peso Próprio	Nk (kN)	Nd (kN)
1	8,53	Canto	42,2	70,0	1,7	190,74	6,3	197	276
2	14,85	Extrem.	108,5	99,1	1,7	352,92	6,3	359	503
3	12,65	Extrem.	47,9	88,6	1,7	232,05	6,3	238	334
4	14,85	Extrem.	108,5	99,1	1,7	352,92	6,3	359	503
5	8,53	Canto	42,2	70,0	1,7	190,74	6,3	197	276
6	12,40	Extrem.	67,6	138,7	1,7	350,71	6,3	357	500
7	21,60	Interno	150,3	193,2	1,7	583,95	6,3	590	826
8	7,20	Extrem.	71,3	2,9	1,7	126,14	6,3	132	185
9	7,20	Extrem.	71,3	2,9	1,7	126,14	6,3	132	185
10	21,60	Interno	150,3	193,2	1,7	583,95	6,3	590	826
11	12,40	Extrem.	67,6	138,7	1,7	350,71	6,3	357	500
12	11,63	Extrem.	88,1	39,9	1,7	217,6	6,3	224	313
13	17,25	Interno	201,0	71,4	1,7	463,08	6,3	469	657
14	5,63	Extrem.	-6,5	79,5	1,7	124,1	6,3	130	183
15	5,63	Extrem.	-6,5	79,5	1,7	124,1	6,3	130	183
16	17,25	Interno	201,0	71,4	1,7	463,08	6,3	469	657
17	11,63	Extrem.	88,1	39,9	1,7	217,6	6,3	224	313
18	7,75	Canto	63,6	35,3	1,7	168,13	6,3	174	244
19	11,50	Extrem.	142,1	57,2	1,7	338,81	6,3	345	483
20	3,75	Canto	-6,9	32,4	1,7	43,35	6,3	50	70
21	3,75	Canto	-6,9	32,4	1,7	43,35	6,3	50	70
22	11,50	Extrem.	142,1	57,2	1,7	338,81	6,3	345	483
23	7,75	Canto	63,6	35,3	1,7	168,13	6,3	174	244

Fonte: Próprio Autor

Tabela 6.3: Estimativa de Nd para pilares a nível térreo

Pilar	Ainfluência (m <sup>2</sup> )	Localização	Σreações vigas X	Σreações vigas Y	Qtde. de pavimentos	Σreações	Peso Próprio	Nk (kN)	Nd (kN)
1	8,53	Canto	42,2	70,0	2,7	302,94	9,45	312	437
2	14,85	Extrem.	108,5	99,1	2,7	560,52	9,45	570	798
3	12,65	Extrem.	47,9	88,6	2,7	368,55	9,45	378	529
4	14,85	Extrem.	108,5	99,1	2,7	560,52	9,45	570	798
5	8,53	Canto	42,2	70,0	2,7	302,94	9,45	312	437
6	12,40	Extrem.	67,6	138,7	2,7	557,01	9,45	566	793
7	21,60	Interno	150,3	193,2	2,7	927,45	9,45	937	1312
8	7,20	Extrem.	71,3	2,9	2,7	200,34	9,45	210	294
9	7,20	Extrem.	71,3	2,9	2,7	200,34	9,45	210	294
10	21,60	Interno	150,3	193,2	2,7	927,45	9,45	937	1312
11	12,40	Extrem.	67,6	138,7	2,7	557,01	9,45	566	793
12	11,63	Extrem.	88,1	39,9	2,7	345,6	9,45	355	497
13	17,25	Interno	201,0	71,4	2,7	735,48	9,45	745	1043
14	5,63	Extrem.	-6,5	79,5	2,7	197,1	9,45	207	289
15	5,63	Extrem.	-6,5	79,5	2,7	197,1	9,45	207	289
16	17,25	Interno	201,0	71,4	2,7	735,48	9,45	745	1043
17	11,63	Extrem.	88,1	39,9	2,7	345,6	9,45	355	497
18	7,75	Canto	63,6	35,3	2,7	267,03	9,45	276	387
19	11,50	Extrem.	142,1	57,2	2,7	538,11	9,45	548	767
20	3,75	Canto	-6,9	32,4	2,7	68,85	9,45	78	110
21	3,75	Canto	-6,9	32,4	2,7	68,85	9,45	78	110
22	11,50	Extrem.	142,1	57,2	2,7	538,11	9,45	548	767
23	7,75	Canto	63,6	35,3	2,7	267,03	9,45	276	387

Fonte: Próprio Autor

Somando os valores da coluna  $N_k$  na tabela anterior e dividindo pela somatória das áreas dos 3 pavimentos, constata-se que o carregamento final de serviço possui valor  $12,96 \text{ kN/m}^2$ . É um valor elevado para projetos de pequeno porte. Isto se deve primordialmente ao peso próprio dos elementos estruturais. Por fim, já era esperado que as maiores ações axiais de cálculo acontecessem nos pilares internos e que os pilares de canto recebessem às menores parcelas dos esforços verticais.

Afim de não confundir o leitor, a seguir será desenvolvido um exemplo de dimensionamento de pilares para cada uma das 3 posições geométricas na planta de forma do pavimento-tipo. O memorial de cálculo para outros pilares deste projeto podem ser consultados no Anexo 14.

Usufruindo de concreto C30, aço CA-50 e cobrimento atendido pela Tabela 2.2 como  $d' = 4,0\text{cm}$  serão demonstrados os dimensionamentos dos pilares:

Canto: P1 = P5

Extremidade: P2 = P4

Intermediários: P7 = P10

Os pilares de canto, isto é, submetidos a flexão oblíqua composta serão dimensionados através do método do pilar padrão com rigidez  $K$  aproximada. Os pilares de extremidade submetidos à flexão normal composta e os pilares intermediários submetidos a força centrada na situação de projeto serão dimensionados pelo método do pilar padrão com curvatura aproximada.

Conforme indicado em 2.4.2, o comprimento equivalente  $Le$  refere-se para este estudo de caso à distância entre as faces das vigas de vinculação do pilar acrescido da dimensão do pilar na direção desejada. Se as vigas ortogonais partilharem a mesma seção transversal, o comprimento equivalente do pilar será o mesmo, haja visto tratar-se da mesma condição de vinculação. Portanto, há duas situações possíveis para o pilar de seção quadrada ( $20 \times 20 \text{cm}^2$ ):

Direção em que as vigas superior e inferior são de seção ( $65 \times 20$ )  $\text{cm}^2$ :

$$Le = (315 - 65) + 20 = 270 \text{ cm}$$

Direção em que as vigas superior e inferior são de seção ( $55 \times 20$ )  $\text{cm}^2$ :

$$Le = (315 - 55) + 20 = 280 \text{ cm}$$

Esta condição se verifica para o térreo e para todos os pavimentos-tipo.

Definido o comprimento equivalente  $Le$ , deve-se proceder ao cálculo do comprimento de flambagem  $le$ . À luz da sessão 2.4.2, o comprimento de flambagem é diferente para cada um dos níveis do edifício. O primeiro andar refere-se ao travamento de vigas no topo e na base do pilar, sendo a condição de apoio contemplada com o coeficiente de ponderação 1,0. Já no térreo, considera-se a base dos pilares

encastrada na fundação. Assim, o comprimento equivalente deve ser multiplicado pelo fator 0,7 para resultar no comprimento de flambagem.

$$l_e (1^{\text{º}}\text{andar}=2^{\text{º}}\text{andar}) = L_e \cdot 1,0$$

$$l_e (\text{térreo}) = L_e \cdot 0,7$$

De início é possível compreender que o comprimento de flambagem do térreo é inferior aos demais pavimentos. Esta condição tende a conferir um índice de esbeltez menor aos pilares do térreo. Entretanto, as cargas axiais são maiores e as armaduras longitudinais tendem a acompanhar este aumento para cada pavimento inferior.

## 6.1 PILARES INTERMEDIÁRIOS P7 E P10

Pilar P7 atravessado pelas vigas:

Direção X: viga V4 (20x65) cm<sup>2</sup> →  $L_{ex} = 270$  cm

Direção Y: viga V11 (20x55) cm<sup>2</sup> →  $L_{ey} = 280$  cm

Índice de esbeltez para 1º pavimento:

$$\lambda_x = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 270)}{20} = 46,77$$

$$\lambda_y = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 280)}{20} = 48,50$$

Nas seções de extremidade - topo e base do pilar - e intermediária, nas duas direções x e y, as excentricidades são iguais a zero, pois se trata de um pilar interno:

$$e_i, a = e_i, b = e_i, c = 0 \text{ cm}$$

Conforme exposto, os pilares internos não estão sujeitos à interrupção de vigas. Isto é, há a continuidade das vigas e o momento de ligação entre os elementos estruturais é considerado nulo.

Portanto, dada a ausência de momentos de cálculo na base e no topo de pilares intermediários o coeficiente  $\alpha b$  possui valor 1,0. Isto é, enquadra-se em momentos inferiores ao momento mínimo definido na seção 2.4.2.

Deve-se comparar  $\lambda$  com  $\lambda_1$ , a fim de classificar o pilar pautado nas instruções da *Tabela 2.8: Índice de esbeltez e dimensionamento*.

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_i}{h}}{\alpha b} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{0}{20}}{1,0} = 25$$

Conforme NBR 6118/2014, item 15.8.2:  $35 \leq \lambda_1 \leq 90$

Portanto, adota-se  $\lambda_1 = 35$  para todos os pilares internos em ambas as direções.

Como  $\lambda_1 < \lambda$  para ambas as direções do pilar P7, a *Tabela 2.8* entende que se trata de um pilar medianamente esbelto em X e Y. Portanto, é necessário considerar o efeito do momento de segunda ordem causado pelas deformações das seções transversais.

Conforme consta na NBR 6118/2014, item 11.3.3.4.3, "o efeito das imperfeições locais nos pilares pode ser substituído, em estruturas reticuladas, pela consideração do momento mínimos de 1ª ordem (...)". Portanto, procede-se pelo cálculo das excentricidades mínimas de 1ª ordem advindas do momento normativo mínimo:

$$e_{1, \text{mín}, x} = e_{1, \text{mín}, y} = (0,015 + 0,03h)$$

$$e_{1, \text{mín}} = (0,015 + 0,03 \times 0,20) = 0,021 \text{ m} = 2,1 \text{ cm}$$

$$M_{1d, \text{mín}} = 826 \cdot 2,1 = 1734,6 \text{ kN.cm}$$

O cálculo da excentricidade de segunda ordem é feito com as expressões da seção 2.4.5, deduzidas com base no Método do pilar-padrão com curvatura aproximada.

$$v = \frac{Nd}{Ac \cdot fcd} \text{ [Parâmetro adimensional]}$$

$$v = \frac{826}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,964$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$\left\{ \frac{1}{r} = \frac{0,005}{20(0,964 + 0,5)} = 0,000171 \right\} \leq \left\{ \frac{0,005}{20} = 0,000250 \right\}$$

$$e_{2, x} = \frac{le^2}{10r} = \frac{270^2}{10} 0,000171 = 1,24 \text{ cm}$$

$$e_{2, y} = \frac{le^2}{10r} = \frac{280^2}{10} 0,000171 = 1,34 \text{ cm [Situação mais desfavorável]}$$

$$M_{d, \text{tot}} = (\alpha b \cdot M_{1d, A}) + \left( Nd \frac{Le^2}{10r} \right) \geq M_{1d, A}$$

$$M_{d, \text{tot}} = (1,0 \cdot 1734,6) + (826 \cdot 1,34) \geq M_{1d, A}$$

$$M_{d, \text{tot}} = 2841,4 \text{ kN.cm}$$

Constata-se para pilares internos que o momento fletor solicitante máximo consiste na somatória do momento fletor mínimo regulamentar (advindo da excentricidade mínima de 1ª ordem) com o momento fletor de segunda ordem obtido pelo Método do pilar-padrão com curvatura aproximada.

A armadura longitudinal pode ser obtida pelo momento total ou pela excentricidade total, haja visto que são valores relativos à carga axial de projeto.

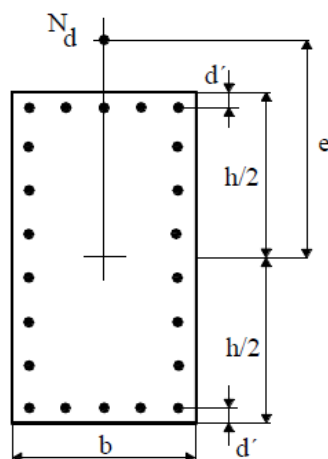


Figura 6.2: Notação para Flexão Composta Normal

Fonte: Venturi (1987)

A partir do Anexo 5, é possível a obtenção da armadura longitudinal para os pilares quadrados deste projeto. Segundo a notação exposta na figura, a distância  $d'$  é paralela à excentricidade de cálculo, e pode ser medida como a distância entre a face da seção e o centro da barra longitudinal. De modo geral, esta distância compreende o cobrimento nominal acrescido do diâmetro das armaduras transversais e metade da armadura longitudinal. De forma a atender a Tabela 2.2, será considerado  $d' = 4,0$  cm.

Dadas as condições iniciais, as expressões que guiam a utilização das ferramentas fornecidas por VENTURI (1987) são:

$$\nu = \frac{Nd}{Ac \cdot fcd} \text{ [Parâmetro adimensional]}$$

$$\mu = \frac{Md, tot}{h \cdot Ac \cdot fcd}$$

OU

$$\mu = \nu \cdot \frac{e}{h}$$

## CAPÍTULO 6

Onde:

$N_d$  = força normal de cálculo;

$A_c$  = área da seção transversal do pilar;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo do concreto à compressão ( $f_{ck}/\gamma_c$ );

$M_{d,tot}$  = momento fletor total de cálculo;

$h$  = dimensão do pilar na direção considerada;

$e$  = excentricidade na direção considerada.

Este projeto será dimensionado a partir das disposições construtivas expostas no Ábaco-A29. Além de contemplar a relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$ , o ábaco refere-se a armadura simétrica em ambas as direções.

X e Y. Escolhido o ábaco e definidos os parâmetros  $\mu$  e  $\nu$ , obtém-se a taxa mecânica  $\omega$ .

A armadura pode ser calculada pela expressão:

$$A_s = \frac{\omega \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (5.18)$$

Esta deve ser distribuída pelas 8 barras na seção transversal.

Para o pilar P7, define-se:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{826}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,964$$
$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2841,4}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,166$$

OU

$$\mu = \nu \cdot \frac{e}{h} = 0,964 \cdot \frac{(1,34 + 2,1)}{20} = 0,166$$

Consultando o ábaco  $\rightarrow \omega = 0,60$

$$A_s = \frac{0,60 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 11,8 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de 8 $\phi$  de 16mm = 16cm<sup>2</sup>

Admitindo que o térreo não gere esforços aos pilares pois são apoiados diretamente no solo, adota-se que não haja momentos na base dos pilares e que o coeficiente  $\alpha_b$  possui valor 1,0. Isto é, enquadra-se em momentos inferiores ao momento mínimo definido na seção 2.4.2. Assim é possível verificar se a armadura dimensionada a nível do 1º pavimento é suficiente para ser utilizada a nível do térreo.

Índice de esbeltez para nível térreo:

$$\left\{ \lambda_x = \frac{3,464 \cdot (0,7 \cdot 270)}{20} = 32,74 \right\} \leq \{ \lambda_1 = 35 \}$$

$$\left\{ \lambda_y = \frac{3,464 \cdot (0,7 \cdot 280)}{20} = 33,95 \right\} \leq \{ \lambda_1 = 35 \}$$

Quando  $\lambda < \lambda_1$ , os efeitos locais de 2º ordem podem ser desprezados conforme item 15.8.2 da NBR 6118/2014. Se verifica esta condição em ambas as direções.

Por se tratar de pilar intermediário:  $e_{i,a} = e_{i,b} = e_{i,c} = 0$  cm

Cálculo da excentricidade e momento de cálculo mínimo para 1ª ordem:

$$e_{1,mín,x} = e_{1,mín,y} = (0,015 + 0,03h)$$

$$e_{1,mín} = (0,015 + 0,03 \cdot 0,20) = 0,021m = 2,1cm$$

Esta excentricidade é a máxima e refere-se ao valor de projeto adotado. Portanto, conclui-se que a excentricidade mínima deve ser analisada em cada direção a fim de obter-se o maior valor. Para pilares intermediários e curtos, trata-se da excentricidade de projeto.

$$M_{1d,mín} = M_{d,tot} = 1312 \cdot 2,1 = 2755,2 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$\nu = \frac{1312}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 1,53$$

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h A_c f_{cd}} = \frac{2755,2}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,161$$

OU

$$\mu = 1,53 \frac{(2,1)}{20} = 0,161$$

Consultando o Ábaco-A29, constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 1,28$

$$A_s = \frac{1,28 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 22,2 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de 20mm = 25,2cm<sup>2</sup>

Este resultado refere-se a uma alta taxa de armadura. A emenda das armaduras de arranque do pilar entre o térreo e o primeiro pavimento deve ser estudada de modo a não superar 8% em nenhuma seção transversal. Este estudo não será contemplado no atual projeto.

Sugere-se a adoção de emenda por luvas. Este procedimento é permitido pelo item 18.6.1.7 da NBR 6118/2014. Entretanto, convém alertar sobre a necessidade de um estudo complementar sobre a resistência do conjunto emenda-luva.

A fim de confirmar a teoria levantada no início deste capítulo, será dimensionada a armadura do pilar a nível do 2º pavimento. Devido à ausência de esforços horizontais, espera-se que a armadura seja igual ou inferior àquela utilizada no 1º pavimento.

Índice de esbeltez para 2º pavimento:

$$\lambda_x = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 270)}{20} = 46,77 \rightarrow \text{Medianamente esbelto}$$

$$\lambda_y = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 280)}{20} = 48,50 \rightarrow \text{Medianamente esbelto}$$

$$e1, \text{mín}, x = e1, \text{mín}, y = (0,015 + 0,03h)$$

$$e1, \text{mín} = (0,015 + 0,03 \cdot 0,20) = 0,021\text{m} = 2,1\text{cm}$$

$$M1d, \text{mín} = 341 \cdot 2,1 = 716,1 \text{ kN.cm}$$

O cálculo da excentricidade de segunda ordem é feito com as expressões da seção 2.4.5, deduzidas com base no Método do pilar-padrão com curvatura aproximada.

$$v = \frac{Nd}{Ac fcd} [\text{Parâmetro adimensional}]$$

$$v = \frac{341}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,400$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$\left\{ \frac{1}{r} = \frac{0,005}{20(0,400 + 0,5)} = 0,000278 \right\} \leq \left\{ \frac{0,005}{20} = 0,000250 \right\}$$

Utiliza-se para curvatura na seção crítica o valor 0,000250.

$$e2, x = \frac{le^2}{10r} = \frac{270^2}{10} 0,000250 = 1,82 \text{ cm}$$

$$e2, y = \frac{le^2}{10r} = \frac{280^2}{10} 0,000171 = 1,96 \text{ cm} [\text{Situação mais desfavorável}]$$

$$M_{d,tot} = (\alpha_b \cdot M_{1d,A}) + \left( N_d \frac{L e^2}{10 r} \right) \geq M_{1d,A}$$

$$M_{d,tot} = (1,0 \times 716,1) + (341 \times 1,96) \geq M_{1d,A}$$

$$M_{d,tot} = 1384,4 \text{ kN.cm}$$

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h A_c f_{cd}} = \frac{1384,4}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,081$$

OU

$$\mu = 0,4 \frac{(2,1 + 1,96)}{20} = 0,081$$

Consultando o Ábaco-A29, constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega < 0$

Portanto, segundo o ábaco, esta condição de dimensionamento refere-se à armadura mínima:  $8\phi$  de  $10\text{mm} = 6,4\text{cm}^2$ .

## 6.2 PILARES DE EXTREMIDADE P2 E P4

Pilar atravessado pela viga:

Direção X: viga V1 (20x55)  $\text{cm}^2 \rightarrow L_{ex} = 280 \text{ cm}$

Pilar com interrupção da viga:

Direção Y: viga V11 (20x55)  $\text{cm}^2 \rightarrow L_{ey} = 280 \text{ cm}$

Índice de esbeltez para 1º e 2º pavimentos:

$$\lambda_x = \lambda_y = \frac{3,464 \times (1,0 \times 280)}{20} = 48,50$$

Esforço de cálculo  $N_d$ :

2º andar:  $N_d = 208 \text{ kN}$

1º andar:  $N_d = 503 \text{ kN}$

Térreo:  $N_d = 798 \text{ kN}$

Por se tratar de um pilar de extremidade com os esforços solicitantes determinados pelo processo de viga contínua, considera-se que o pilar P2 está submetido a uma força normal e a um momento fletor em virtude da sua ligação com a viga V11. Esta condição define a situação de projeto como flexão normal

composta. Com relação às ações da viga V1, se considera apenas compressão centrada, visto que não há momento de ligação entre o elemento de sustentação e o elemento horizontal de vinculação e contraventamento.

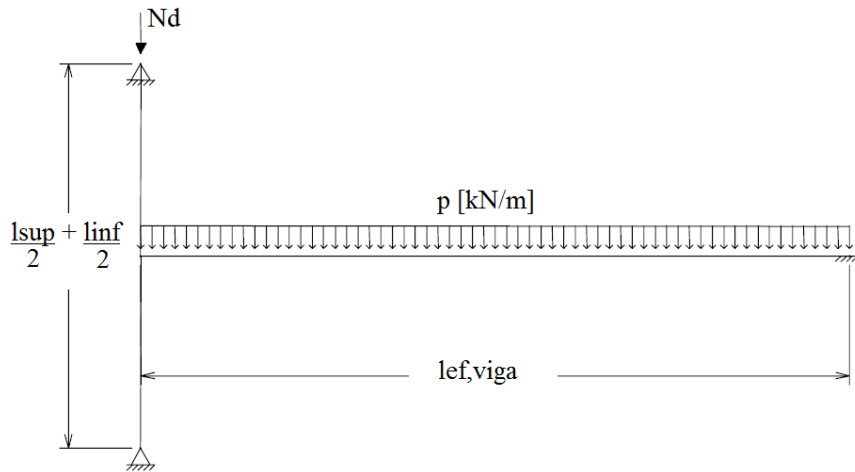


Figura 6.3: Parâmetros para definição dos momentos de dimensionamento do pilar

Fonte: Próprio Autor

Conforme esquema estático definido no Anexo 13, tem-se:

$$p = 43,40 \text{ kN/m}$$

$$l_{ef,viga} = 5,50\text{m}$$

Conforme Figura 5.5, Figura 5.6, Figura 5.7 e as equações definidas na seção 5, os momentos fletores solicitantes na base e no topo do pilar podem ser expressos por:

- no tramo superior do pilar:

$$M_{sup,p} = M_{eng} \cdot \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

- no tramo inferior do pilar:

$$M_{inf,p} = M_{eng} \cdot \frac{r_{inf}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

Onde:

$r_{inf}$  = Rigidez do lance inferior do pilar

$r_{sup}$  = Rigidez do lance superior do pilar

$r_{viga}$  = Rigidez do vão extremo da viga

$M_{eng}$  = Momento de encastramento perfeito da viga no pilar extremo, considerado encastramento perfeito no pilar interno, conforme seção 5:

$$M_{eng} = \frac{p \cdot l^2}{12}$$

Diferentemente dos momentos de extremidade calculados para as vigas contínuas, no cálculo dos momentos de topo e de base do pilar a rigidez considera o comprimento de flambagem do elemento. Isto é, para seção contínua e quadrada ( $b = h$ ), define-se a nível do pilar do 1º pavimento:

$$r_{sup} = r_{inf} = \frac{I_{pilar}}{le} = \frac{\frac{b h^3}{12}}{le(x \text{ ou } y)}$$

Onde  $le$  é o comprimento de flambagem do pilar na direção desejada. Para pilar de extremidade, refere-se ao comprimento de flambagem na direção paralela a viga que se interrompe no pilar. Para pilares de canto, deve ser calculada uma rigidez para cada direção.

Como a viga se interrompe na direção Y:

$$r_{sup,y} = r_{inf,y} = \frac{\frac{20 \cdot 20^3}{12}}{\frac{280}{2}} = \frac{\frac{20 \cdot 20^3}{12}}{\frac{280}{2}} = 95,2 \text{ cm}^3$$

$$r_{viga} = \frac{I_{viga}}{l_{ef,viga}} = \frac{\frac{20 \cdot 55^3}{12}}{550} = 504,2 \text{ cm}^3$$

$$M_{eng} = \frac{p l^2}{12} = \frac{43,4 \cdot 5,5^2}{12} = 109,4 \text{ kN.m}$$

$$M_{sup,p} = M_{inf,p} = M_{eng} \cdot \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

$$M_{sup,p} = M_{inf,p} = 109,4 \cdot \frac{95,2}{95,2 + 95,2 + 504,2} = 15,0 \text{ kN.m}$$

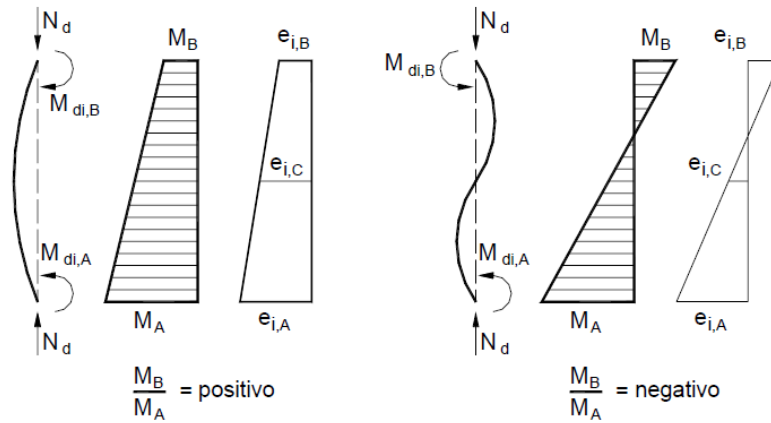


Figura 6.4: Excentricidades iniciais - extremidade e seção intermediária

Fonte: Alva (2008)

Considerando a propagação dos momentos fletores tracionando fibras diferentes da seção transversal do pilar, tem-se para o topo e para a base:

$$M_{sup,p} = -M_{inf,p} = 1,4 \cdot 1500 = 2100 \text{ kN.cm}$$

Dado o cálculo dos momentos fletores atuantes no topo e na base do pilar, é possível estimar a excentricidade do pilar na direção paralela à viga V11, isto é, à viga que se interrompe no pilar P2.

Excentricidade a nível do pilar no 1º andar:

$$e_{1,y} = \frac{2100}{503} = 4,2 \text{ cm}$$

$$e_{1c,y}(\text{intermediária}) = 0,4 e_{1,y} = 1,68 \text{ cm}$$

Devido à continuidade da viga V1:

$$e_{1,x} = 0,0 \text{ cm}$$

Excentricidade e momento mínimos:

$$e_{1,mín,x} = (0,015 + 0,03h)$$

$$e_{1,mín,x} = (0,015 + 0,03 \cdot 0,20) = 0,021\text{m} = 2,1\text{cm}$$

$$M_{1d,mín,x} = 503 \cdot 2,1 = 1056,3 \text{ kN.cm}$$

DIREÇÃO X: Devido à continuidade da viga V1, não ocorrem momentos fletores de ligação e excentricidades de 1ª ordem, portanto  $\alpha b = 1,0$ . Logo:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{ei}{h}}{\alpha b} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{20}}{1,0} = 25$$

Conforme NBR 6118/2014, item 15.8.2:  $35 \leq \lambda_1 \leq 90$ . Portanto, adota-se  $\lambda_1 = 35$ .

Assim, como  $\lambda_1 \leq \lambda_x$ , devem ser considerados os efeitos de 2ª ordem pois se trata de pilar medianamente esbelto.

Por fim, é necessário para o primeiro pavimento:

$$M1d, \text{mín}, x = 503 \times 2,1 = 1056,3 \text{ kN.cm}$$

$$v = \frac{503}{20^2 \times 3,0/1,4} = 0,587$$

$$\left\{ \frac{1}{r} = \frac{0,005}{20 (0,587 + 0,5)} = 0,000230 \right\} \leq \left\{ \frac{0,005}{20} = 0,000250 \right\}$$

$$e2, x = \frac{le^2}{10 r} = \frac{280^2}{10} 0,000230 = 1,80 \text{ cm}$$

$$Md, \text{tot} = (1,0 \cdot 1056,3) + (503 \cdot 1,80) \geq M1d, A$$

$$Md, \text{tot} = 1963,4 \text{ kN.cm}$$

$$\mu = \frac{Md, \text{tot}}{h A c f c d} = \frac{1963,4}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,115$$

OU

$$\mu = 0,587 \frac{(2,1 + 1,80)}{20} = 0,115$$

Consultando o Ábaco-A29 (flexão composta reta), constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,15$

$$As = \frac{0,15 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 2,96 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de  $10\text{mm} = 6,4 \text{ cm}^2$

DIREÇÃO Y:

Excentricidade de 1ª ordem:  $e_{1,ya} = e_{1,yb} = 4,2$  cm

É maior que a excentricidade mínima: 2,1 cm

Logo, é necessário o cálculo de  $\alpha_b$  para definir o valor de  $\lambda_1$ :

$$\left\{ \alpha_b = 0,6 + 0,40 \cdot \frac{M_b}{M_a} \right\} \geq 0,4$$

$$\alpha_b = 0,6 + 0,40 \cdot \frac{(-2100)}{(+2100)} = 0,2$$

Logo, adota-se  $\alpha_b = 0,4$  e procede-se pelo cálculo de  $\lambda_1$ :

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{1,68}{20}}{0,4} = 65,1$$

Assim, como  $\lambda_y \leq \lambda_1$ , podem ser desprezados os efeitos de 2ª ordem pois trata-se de pilar curto.

$$M_{sup,p} = -M_{inf,p} = M_{d,tot} = 1,4 \times 1500 = 2100 \text{ kN.cm}$$

$$\nu = \frac{503}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,587$$

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h A_c f_{cd}} = \frac{2100,0}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,123$$

OU

$$\mu = 0,587 \frac{(4,2)}{20} = 0,123$$

Consultando o Ábaco-A29 (flexão composta reta), constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,18$

$$A_s = \frac{0,18 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 3,55 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de 10mm = 6,4 cm<sup>2</sup>

TERCEIRA SITUAÇÃO DE CÁLCULO: Além das 2 situações expostas como flexão normal composta (FNC), é possível avaliar a situação de flexão oblíqua composta (FOC) através da análise da seção intermediária do pilar. Isto é, haja visto que em X trata-se de pilar medianamente esbelto, há de se considerar a excentricidade a meia altura do pilar. Para este efeito, devem ser acrescidos:

- A) O efeito de 1ª ordem: Definido como o maior valor entre a excentricidade inicial e a excentricidade mínima na direção em que o pilar é classificado como medianamente esbelto;
- B) A excentricidade ortogonal: Dado que trata-se de pilar curto, trata-se da excentricidade a meia altura do pilar. Este valor é tratado como 40% do valor da excentricidade de extremidade do pilar.

Logo, para a utilização dos Ábacos de PINHEIRO (1994) para Flexão Oblíqua Composta deve-se definir:

$d' = 3,0 \text{ cm} \rightarrow$  Adota recobrimento inferior ao real a fim de conferir situação mais crítica de dimensionamento. Devido à ausência de ábaco tipo 6 com a relação  $d'/h = 0,20$  nos trabalhos de PINHEIRO (1994), será adotado  $d'/h=0,15$  de forma a simplificar o entendimento da metodologia de dimensionamento e quantificar a armadura para FOC.

Escolhido o Ábaco 34A e 34B, conforme ANEXO 6 do presente trabalho, deve-se fazer o *input* das seguintes informações:

$$\nu = \frac{503}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,587 \text{ [Aproximadamente } 0,600\text{]}$$

$$e_{1c,y}(\text{intermediária}) = 0,4 \text{ e } e_{1,y} = 1,68 \text{ cm}$$

$$\mu_y = \nu \frac{e_{y,tot}}{h_e} = 0,587 \frac{1,68}{20} = 0,050$$

$$e_{x,tot} = e_{x,1ordem} + e_{x,2ordem} = 2,1 + 1,80 = 3,9 \text{ cm}$$

$$\mu_x = \nu \frac{e_{x,tot}}{h_x} = 0,587 \frac{3,9}{20} = 0,114$$

Consultando o Ábaco-A34 (flexão composta oblíqua), constante no Anexo 6, devido à relação  $d'/h = 3/20 = 0,15$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,20$

$$A_s = \frac{0,20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 3,94 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de  $10\text{mm} = 6,4 \text{ cm}^2$

Constata-se que a armadura mínima é suficiente para todas as situações de cálculo. Fundamental observar que a situação crítica se refere à FNC e que a distância final entre o ponto de aplicação da força e o centro da seção é maior que o caso de FOC.

### 6.3 PILARES DE CANTO P1 E P5

Pilar com interrupção das vigas:

Direção X: viga V1 (20x55) cm<sup>2</sup> → Lex = 280 cm

Direção Y: viga V9 (20x55) cm<sup>2</sup> → Ley = 280 cm

Índice de esbelteza para 1º e 2º pavimentos:

$$\lambda_x = \lambda_y = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 280)}{20} = 48,50$$

Esforço de cálculo Nd:

2º andar: Nd = 114 kN

1º andar: Nd = 276 kN

Térreo: Nd = 437 kN

Para ambas as direções:

$$r_{sup} = r_{inf} = \frac{20 \cdot 20^3}{\frac{12}{280}} = 95,2 \text{ cm}^3$$

$$r_{viga} = \frac{I_{viga}}{l_{ef, viga}} = \frac{20 \cdot 55^3}{\frac{12}{620}} = 447,2 \text{ cm}^3$$

Conforme esquema estático definido no Anexo 13, tem-se: p = 16,80 kN/m; lef,viga = 6,20 m

$$M_{eng, x} = \frac{p l^2}{12} = \frac{16,8 \cdot 6,2^2}{12} = 53,8 \text{ kN.m}$$

$$M_{sup, x} = M_{inf, x} = M_{eng} \cdot \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

$$M_{sup, x} = M_{inf, x} = 53,8 \cdot \frac{95,2}{95,2 + 95,2 + 447,2} = 8,0 \text{ kN.m}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores tracionando fibras diferentes da seção transversal do pilar, conforme Figura 6.4, tem-se para o topo e para a base:

$$M_{sup, x} = -M_{inf, x} = 1,4 \cdot 800 = 1120 \text{ kN.cm}$$

$$e_{1, x} = \frac{1120}{276} = 4,06 \text{ cm}$$

$$e_{1c, x}(\text{intermediária}) = 0,4 e_{1, x} = 1,62 \text{ cm}$$

Conforme esquema estático definido no Anexo 13, tem-se  $p = 30,7 \text{ kN/m}$ ;  $l_{\text{ef,viga}} = 5,50 \text{ m}$

$$M_{\text{eng},y} = \frac{p l^2}{12} = \frac{30,7 \cdot 5,50^2}{12} = 77,4 \text{ kN.m}$$

$$M_{\text{sup},y} = M_{\text{inf},y} = M_{\text{eng}} \cdot \frac{r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}}$$

$$M_{\text{sup},y} = M_{\text{inf},y} = 77,4 \cdot \frac{95,2}{95,2 + 95,2 + 447,2} = 11,56 \text{ kN.m}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores tracionando fibras diferentes da seção transversal do pilar, conforme Figura 6.4, tem-se para o topo e para a base:

$$M_{\text{sup},y} = -M_{\text{inf},y} = 1,4 \times 1156 = 1628,4 \text{ kN.cm}$$

$$e_{1,y} = \frac{1618,4}{276} = 5,86 \text{ cm}$$

$$e_{1c,y}(\text{intermediária}) = 0,4 e_{1,y} = 2,35 \text{ cm}$$

Logo, constata-se que as excentricidades de extremidade são superiores à excentricidade mínima (2,1cm), isto é, os momentos de cálculos são superiores aos momentos mínimos normativos. Portanto, adota-se  $\alpha_b = 0,4$  e procede-se pelo cálculo de  $\lambda_1$ :

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{1,62}{20}}{0,4} = 65,0$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{2,35}{20}}{0,4} = 66,2$$

Assim, para ambas as direções, os efeitos locais de segunda ordem podem ser desprezados, pois trata-se de pilar curto. Portanto, os momentos totais referem-se aos momentos de primeira ordem. A situação de projeto e a situação de cálculo para as extremidades do pilar de canto podem ser definidas conforme imagem a seguir. Trata-se do maior valor entre a excentricidade mínima e a excentricidade inicial. Para os pilares P1 e P5:

$$e_{1,x} = \frac{1120}{276} = 4,06 \text{ cm}$$

$$e_{1,y} = \frac{1618,4}{276} = 5,86 \text{ cm}$$

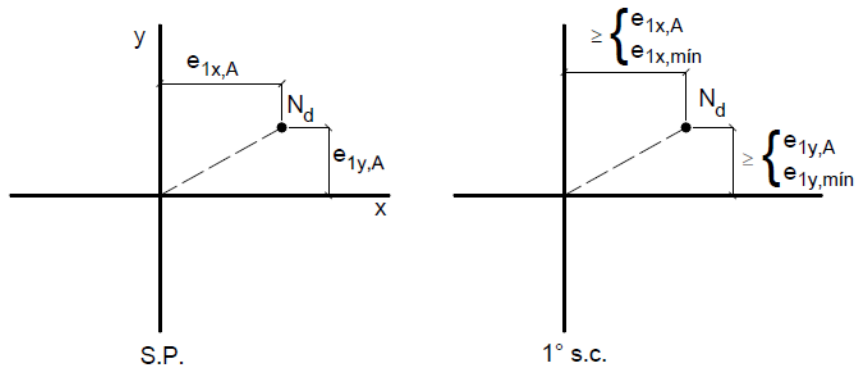


Figura 6.5: Seções de extremidade em pilares de canto

Fonte: Bastos (2015, 100p)

Escolhido o Ábaco 34A e 34B, conforme ANEXO 6 do presente trabalho, deve-se fazer o *input* das seguintes informações:

$$\nu = \frac{276}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,332 \text{ [Aproximadamente } 0,400\text{]}$$

$$\mu_x = \nu \frac{e_{x, tot}}{h_e} = 0,332 \frac{4,06}{20} = 0,065$$

$$\mu_y = \nu \frac{e_{y, tot}}{h_x} = 0,332 \frac{5,86}{20} = 0,097$$

Consultando o Ábaco-A34 (flexão composta oblíqua), constante no Anexo 6, devido à relação  $d'/h = 3/20 = 0,15$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,15$

$$A_s = \frac{0,15 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 2,96 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de 10mm = 6,4 cm<sup>2</sup>

## 6.4 RESULTADOS DA ANÁLISE MANUAL

Por se tratar de um edifício de pequeno porte residencial, as cargas de projeto apesar de majoradas são baixas para haver grande necessidade de armaduras. Como previsto, os pilares internos obtiveram as maiores taxas. Dentre outros motivos, ressalta-se a maior área de influência, conforme Tabela 3.3.

Não convém exibir o dimensionamento manual de todos os pilares aos 3 patamares de pavimentos. Entretanto, foi possível constatar informações importantes com a amostragem. A área de seção transversal (20x20) cm<sup>2</sup> se mostra suficiente para o espaçamento entre 8 barras, entretanto a taxa de armadura para as regiões de emenda deve ser estudada de modo a não superar os 8% comentados nas orientações normativas do tópico 2.4.7. Para os pilares internos, este objetivo pode ser alcançado através da adoção de emendas por luvas a nível do primeiro pavimento.

Os pilares de canto se mostraram classificados como curtos, à luz da Tabela 2.8. Isto se deve primordialmente ao comprimento de flambagem ser pequeno e os momentos de cálculo superarem o momento mínimo normativo ( $\alpha b = 0,4$ ). Para casos em que isto não ocorre, os momentos totais de segunda ordem devem ser obtidos pelo Método do pilar-padrão com rigidez K aproximada, prescrito no item 2.4.6 do presente trabalho. A situação de projeto e as situações de cálculo podem ser compreendidas na ilustração a seguir.

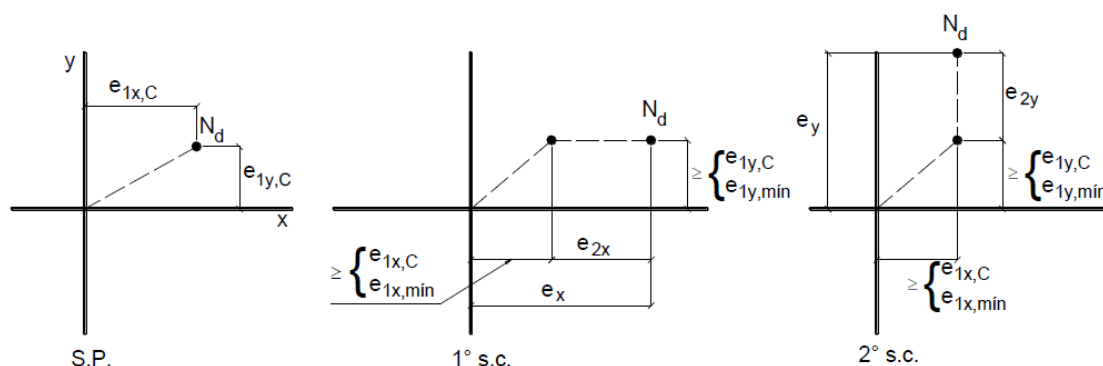


Figura 6.6: Seção intermediária dos pilares de canto

Fonte: Bastos (2015, 100p)

Ressalta-se que o uso de ábacos para o dimensionamento de armaduras longitudinais de pilares deve ser restrito ao Grupo I de resistência. Sugere-se a estudos futuros ábaco com 4 barras, isto é, uma barra em cada vértice da seção transversal travadas por estribos. Não foi encontrado este ábaco nas referências de VENTURI (1987). Este, apesar de necessariamente ser de outra fonte, tende a ser suficiente para todo o 2º pavimento e diminui a taxa de armadura nas regiões de emenda entre o primeiro e segundo pavimentos.



## **7 AUTODESK ROBOT STRUCTURAL A. PROFESSIONAL 2015**

### **7.1 BREVE HISTÓRICO**

Este programa de cálculo automático foi criado no Instituto Francês de Engenharia Civil de Toulouse, França, a partir da tese de doutorado de André Niznik, em 1983. Entretanto, a venda de uma versão comercial do software iniciou-se apenas em 1985 através da empresa Francesa ROBOT DIFFUSION.

No início da década de 90, o programa foi reescrito para a linguagem de programação C/C++ e nomeado ROBOT V6. Entre 1992 e 1995, o programa se tornou um dos maiores softwares de engenharia estrutural sendo utilizado em 42 países por mais de 2500 empresas através de cerca de 20 distribuidores.

Com a representação e comercialização do software pela empresa ROBOBAT, ocorreu a reprogramação entre 1996 e 1997. A versão ROBOT 97 foi o primeiro software de engenharia estrutural para Windows 95, o que representou uma melhoria significativa para a otimização de tempo de programação para edifícios de concreto armado.

Ao final de 1998, o Grupo ROBOBAT era representado em 50 países por 25 distribuidores e consolidou duas novas agências no EUA e no Reino Unido. No ano seguinte, foi firmado o acordo de parceria com a Autodesk, momento em que a empresa ROBOBAT INC. se tornou um membro das empresas Autodesk Developer Network e Autodesk Authorized Distributor.

Nos anos 2000, a empresa francesa ROBOBAT lançou a versão ambiente Windows ROBOT MILLENNIUM, que desenvolve novas soluções baseadas em AutoCAD. Nos primeiros anos do século XXI, a ROBOBAT lançou diversos novos produtos de engenharia estrutural para integrar o modelador de sólidos ROBOT MILLENNIUM. São firmadas parcerias com empresas de países como França, Reino Unido e Estados Unidos da América. Ao final de 2004 o volume de negócios do Grupo ROBOBAT superava 10 milhões de dólares.

Em 2005, a ROBOBAT integrou o consórcio INTEGRATED STRUCTURAL SOFTWARE (ISS), em parceria com representantes de outros softwares como o ANSYS e Autodesk. Ao final deste ano, o ROBOT MILLENNIUM foi integrado ao REVIT, o novo software da Autodesk para construção industrial, e as licenças do software já eram usadas em mais de 100 países com novos distribuidores.

A empresa ROBOBAT foi certificada pela ISO 9001:2000 em 2006. Já no ano seguinte, tornou-se Microsoft Gold Certified Partner. Neste momento foram lançadas diversas extensões do REVIT de modo a integrar com outros softwares de engenharia, num conceito Building Information Modeling (BIM).

Em 2008, a Autodesk adquiriu os direitos da empresa francesa ROBOBAT com todas as subsidiárias e escritórios na Polónia, Reino Unido e EUA. Esta aquisição incluiu os direitos de comercialização do software ROBOT MILLIENIUM. No mesmo ano, a ROBOBAT POLSKA tornou-se uma Autodesk Value Added Reseller com uma camada de ouro, um Centro de Treinamento Autorizado Autodesk e um membro da Autodesk Developpers Network. No final do ano, a ROBOBAT POLSKA registrou a marca BIMware.

A partir de 2009, a Autodesk vende as licenças do Autodesk Robot Structural Analysis. Além disso, são disponibilizadas licenças gratuitas para estudantes testarem o programa de forma a aprimorarem o conhecimento acadêmico com a prática do mercado.

A AUTODESK INC é líder em software de design, engenharia e entretenimento 3D. Desde o lançamento do software AutoCAD em 1982, a Autodesk continua a desenvolver o mais amplo portfólio de software 3D para os mercados globais.

## **7.2 VERSÃO DO SOFTWARE UTILIZADA**

O software Robot Structural Analysis Professional oferece aos engenheiros estruturais recursos avançados para simulação e análise parcial ou total de estruturas de pequeno, médio ou grande porte, independente da complexidade das mesmas. O software oferece um fluxo de trabalho simples e fácil, o que possibilita ao engenheiro realizar os trabalhos de forma mais ágil.

Trata-se de um programa de cálculo automático destinado à análise estrutural com interface tridimensional. A partir da utilização do método dos elementos finitos, é possível efetuar análises lineares e não-lineares, estáticas e dinâmicas.

O software dispõe, em sua base de programação, de diversos códigos regulamentares de construção. Dentre eles, destacam-se os Eurocódigos. Já de início é fundamental ressaltar a inexistência da regulamentação brasileira. É uma falha comercial, haja visto que o Brasil é um país com mais de 200 milhões de habitantes e mais de 8,5 milhões de km<sup>2</sup> de área territorial. Com um mercado de construção civil propício ao investimento de empresas interessadas no progresso social e na rentabilidade de suas ferramentas, o Brasil se mostra um ambiente sedento por otimização de projetos e interessado em novas metodologias de planejamento que satisfaçam esta necessidade.

Devido à limitação regulamentar do software, todas as etapas de modelação ocorrerão de forma manual, de maneira a contemplar combinações manuais das ações. Uma vez que o programa permite o *input* dos parâmetros constantes na Tabela 2.6, é possível a modelação.

Permite-se compreender a metodologia de utilização de software através de duas fases. A primeira refere-se à simulação e consiste na definição do modelo numérico que representa a estrutura real. Neste momento, o engenheiro projetista deve dispor de um pré-dimensionamento prévio e a definição das ações de projeto. Há o *input* destas informações e são automaticamente obtidos os esforços internos e as deformações nos diversos elementos estruturais. No atual projeto, trata-se de lajes, viga e pilares.

A segunda fase refere-se ao tratamento dos dados obtidos. Isto é, consiste na aceitação pelo engenheiro projetista pautado nas instruções normativas locais vigentes. Para o atual caso de estudo, este trabalho é manual e será discutido no decorrer das seções seguintes.



Figura 7.1: Versão utilizada pelo programa da AUTODESK

Fonte: AUTODESK

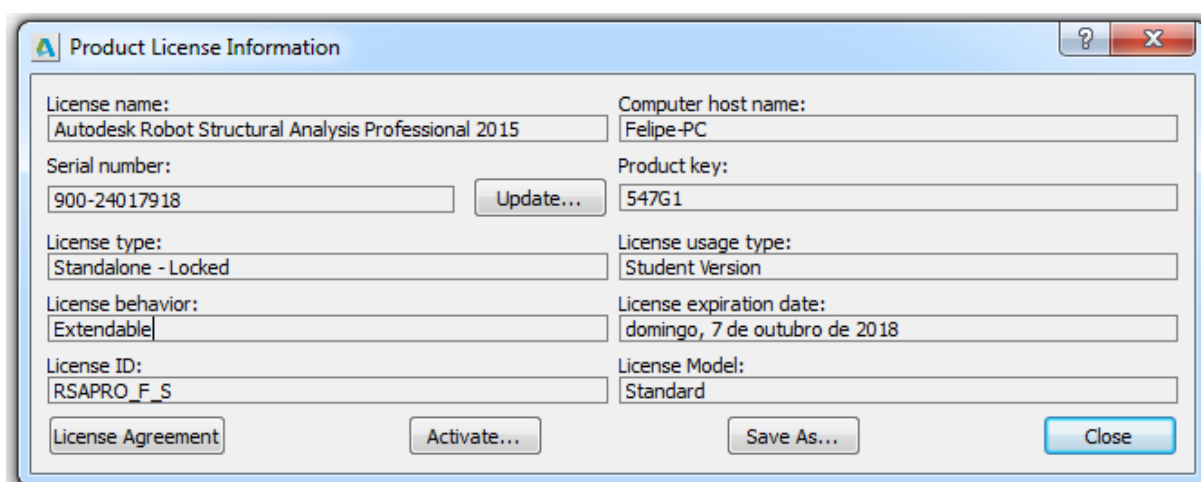


Figura 7.2: Versão de estudante 2015

Fonte: AUTODESK

A Divisão de Tecnologia da Informação (DTI) provê uma vasta gama de softwares e serviços de suporte técnico para toda a comunidade acadêmica e corporativa do Instituto Presbiteriano Mackenzie (IPM), Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM), Colégio Presbiteriano Mackenzie (CPM) e demais órgãos. Esta versão do software foi obtida através do "Student Design Community", isto é, através do website da Autodesk destinado aos alunos e professores ligados aos cursos de Arquitetura e Urbanismo, Desenho Industrial, Propaganda, Publicidade e Criação, Engenharia Civil e Mecânica da UPM. Este trabalho foi possível graças ao acordo das Instituições, que exime os alunos de arcar com o pagamento das licenças do software. Este método beneficia não só o estudante, mas a Autodesk, visto que a demanda pelos programas deve aumentar com os recursos mais acessíveis.

A versão acadêmica exposta nas figuras é suficiente para a complexidade do edifício de pequeno porte, pois atende a todos os esforços a serem obtidos para os elementos estruturais laje, viga e pilar do estudo de caso.

Ressalta-se que é responsabilidade do autor o risco de se obter modelações errôneas. Conforme consta no contrato de licenças e serviços, com aceitação obrigatória no momento de download da ferramenta, prescreve-se a responsabilidade integral do usuário e exime-se a Autodesk dos resultados constantes neste projeto:

Item 6.1 - Limitações de funcionalidade: A Autodesk não será responsável de qualquer maneira pelos resultados obtidos através da utilização dos Materiais Licenciados ou Serviços. As pessoas que usam os Materiais Licenciados ou Serviços são responsáveis pela supervisão, gestão e controle dos Materiais Licenciados e Serviços e os resultados do uso dos Materiais Licenciados e Serviços. Essa responsabilidade inclui, sem limitação, a determinação dos usos apropriados para os Materiais Licenciados e Serviços e a seleção dos Materiais Licenciados, Serviços e outros programas de computador e materiais para ajudar a alcançar os resultados pretendidos. As pessoas que utilizam os Materiais Licenciados ou Serviços também são responsáveis por estabelecer a adequação dos procedimentos independentes para testar a confiabilidade, exatidão, completude e outras características de qualquer resultado dos Materiais Licenciados ou Serviços, incluindo, sem limitação, todos os itens criados com a ajuda dos Materiais Licenciados ou Serviços. O Licenciado reconhece e concorda que os Materiais Licenciados fazem parte do ambiente exclusivo de hardware e software do Licenciado para oferecer uma funcionalidade específica, e que os Materiais Licenciados e Serviços fornecidos pela Autodesk podem não alcançar os resultados que o Licenciado deseja dentro das restrições de projeto, análise, simulação, estimativa e/ou testes do Licenciado.

### 7.3 INTRODUÇÃO AO MODELO NUMÉRICO

É possível compreender algumas das capacidades do software através de AZEVEDO (2003):

O programa ROBOT MILLENNIUM dá a possibilidade de se efetuarem diferentes tipos de análise estrutural utilizando distintos materiais: estática linear, estática geometricamente não linear, incluindo efeitos P-DELTA, análise à encurvadura não tendo em conta os efeitos de segunda ordem, análise modal, análise de resposta a forças de excitação harmônica, análise sísmica de acordo com vários códigos regulamentares, análise sísmica com base em espectros de resposta, análise linear e não linear material no domínio do tempo com base em acelerogramas, análise tipo *Pushover*, entre outras.

Apesar da altíssima capacidade de cálculo do programa, este projeto visa obter resultados em uma ótica estática dos carregamentos e de comportamento linear dos materiais. Para isto, é fundamental compreender que o programa trabalha através da geração de uma malha de elementos finitos para os elementos de superfície. Deste modo, é possível refinar a precisão de cálculo através de uma maior quantidade de nós num mesmo pano de laje.

As lajes são modeladas através de elementos “Panels”. A armadura destes elementos é definida por “Reinforced Concrete Slab”, comumente chamada pelo programa de “RC Slab”. Esta adoção refere-se ao fato de os esforços de flexão serem preponderantes. Na medida que os esforços axiais tomam importância, as lajes passam a ser modeladas através de elementos “Shell”, isto é, elementos de casca. Para este projeto, as lajes não dispõem de armadura para esforço cortante e “Panels” é suficiente para obter os esforços internos.

A discretização da malha de elementos finitos das lajes compreende dois métodos. As opções disponíveis ao engenheiro projetista podem ser compreendidas por TAVARES (2013), conforme segue através da ilustração:

Método de “Coons” – Divisão da estrutura em estudo em elementos triangulares ou quadriláteros, de modo que lados opostos sejam divididos no mesmo número de segmentos. Ou seja, faces opostas da estrutura em estudo são divididas o mesmo número de vezes, existindo uma ligação entre os pontos de uma face com os pontos da face oposta (Figura A);

Método de “Delaunay” – Divisão otimizada em triângulos. Apenas pode ser usado em elementos planos, ao contrário do método de “Coons” que pode ser utilizado em elementos volumétricos. A sua utilização é aconselhada em casos em que existam aberturas, ou em que a geometria seja mais complicada (Figura B).

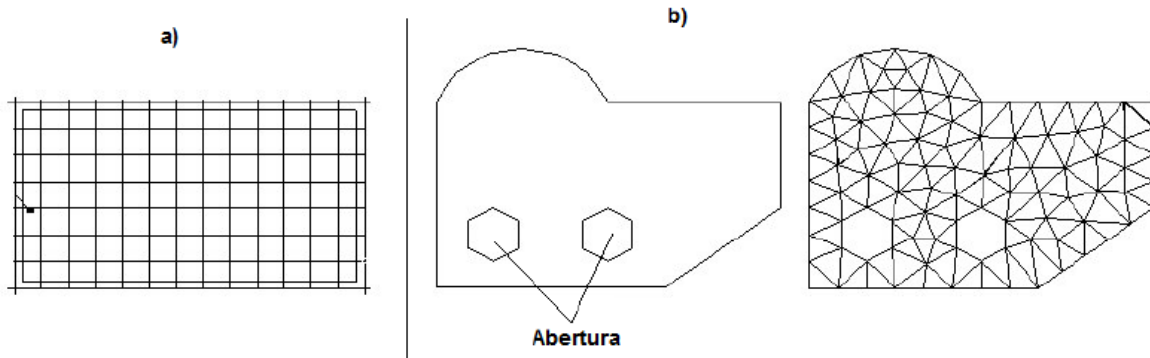


Figura 7.3: Malha de elementos finitos no ROBOT

Fonte: Tavares (2013)

Assim como nas lajes, as vigas e pilares iniciam sua modelação através da definição da geometria e do material. Este último contempla concreto, aço, madeira ou alumínio; além de fornecer a opção de o usuário criar um material definindo suas propriedades estruturais. A diferença entre os elementos de superfície e os elementos lineares se dá na definição dos graus de liberdade. Para as lajes, a malha de elementos finitos pode ser refinada para dezenas, centenas ou milhares de nós. Já as vigas e pilares referem-se a barras que ligam apenas 2 nós.

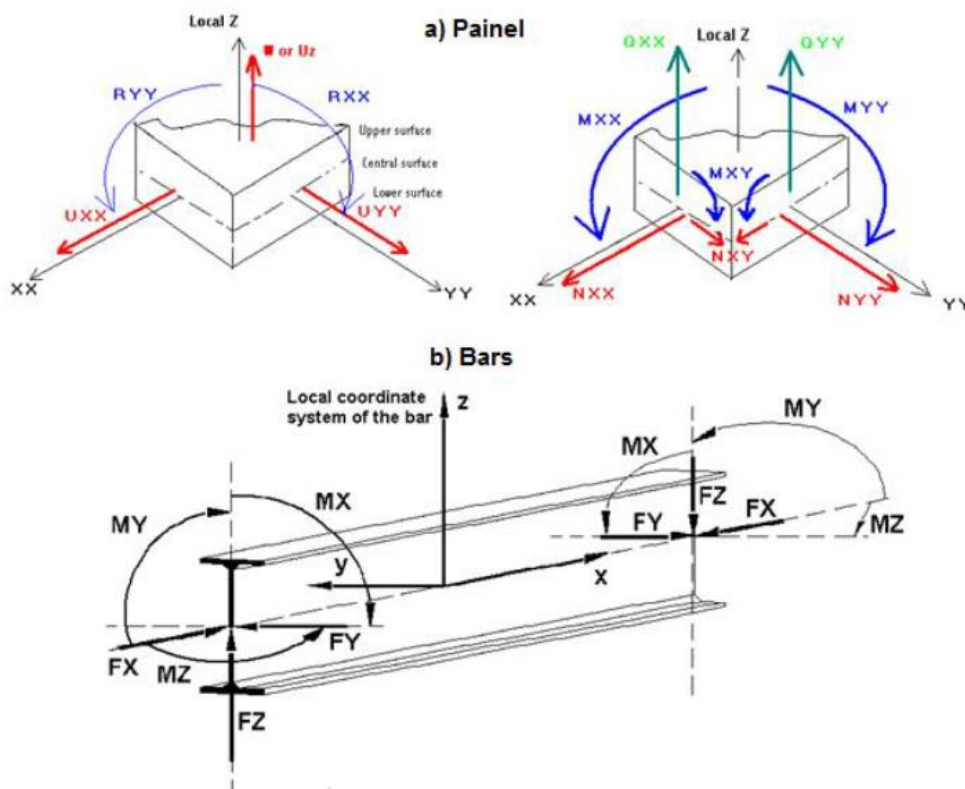


Figura 7.4: Convenção de sinais em painéis e barras

Fonte: Tavares (2013)

Para todos os casos, os “Nodes” são caracterizados pelas restrições de rotação (Rx, Ry e Rz) e translação (Ux, Uy e Uz), constituindo 6 graus de liberdade. Há ainda a possibilidade de impor um valor para cada um dos 6 GL.

Observa-se na figura anterior que os elementos lineares possuem o eixo longitudinal da peça definido como a direção X. Assim, os resultados de compressão axial são esforços FX. Já as orientações transversais dependem da numeração dos nós, sendo possível a alteração manual após a modelação.

Os resultados deste software para elementos lineares podem ser apresentados por diagramas. Já para elementos de superfície a visualização gráfica se dá através de mapas. Para ambos os casos, também é possível gerar uma tabela de resultados, que contempla a formulação gráfica. Reitera-se a melhor visualização por cores, haja visto se tratar de um programa de cálculo tridimensional. Logo, a fim de facilitar a apreciação das informações, serão evitadas tabelas de resultados, sendo destinado este mecanismo ao capítulo de comparação e conclusão.

Por fim, ressalta-se a possibilidade de introduzir parte do modelo numérico através da importação de um arquivo de extensão “.dxf” ou “.dwg” por exemplo. Assim, permite-se a compatibilização deste software com arquivos gerados na plataforma AutoCAD por exemplo. São mecanismos de compartilhamento de informações fundamentais para o desenvolvimento da tecnologia BIM defendido pela Autodesk.

## 7.4 DEFINIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Trata-se de concreto do Grupo I com  $f_{ck} = 30\text{MPa}$ . Isto é, no Brasil o ensaio de resistência característica a compressão decorre da moldagem de um cilindro, conforme assinalado na figura a seguir. O módulo de elasticidade foi definido conforme *Tabela 2.3: Estimativa do módulo de elasticidade por  $f_{ck}$* . O módulo de elasticidade inicial, o coeficiente de dilatação térmica, a densidade do concreto armado e o coeficiente de Poisson também foram transcritos da seção 2.1. Já o módulo de elasticidade transversal é indicado por PINHEIRO (2007) como 40% do módulo de elasticidade inicial.

Steel		Concrete		Aluminum		Timber		Other	
Name:	C30	Description:	C30 - Felipe						
Elasticity					Resistance				
Young modulus, E:	31000,00	(MPa)	Characteristic	30	(MPa)	Sample: Cylindrical			
Poisson ratio, $\nu$ :	0,2								
Shear modulus, G:	12400	(MPa)							
Force density (unit weight):	25	(kN/m <sup>3</sup> )							
Thermal expansion coefficient:	0,000010	(1/°C)							
Damping ratio:	0,05								

Figura 7.5: Propriedades mecânicas do concreto

Fonte: ROBOT

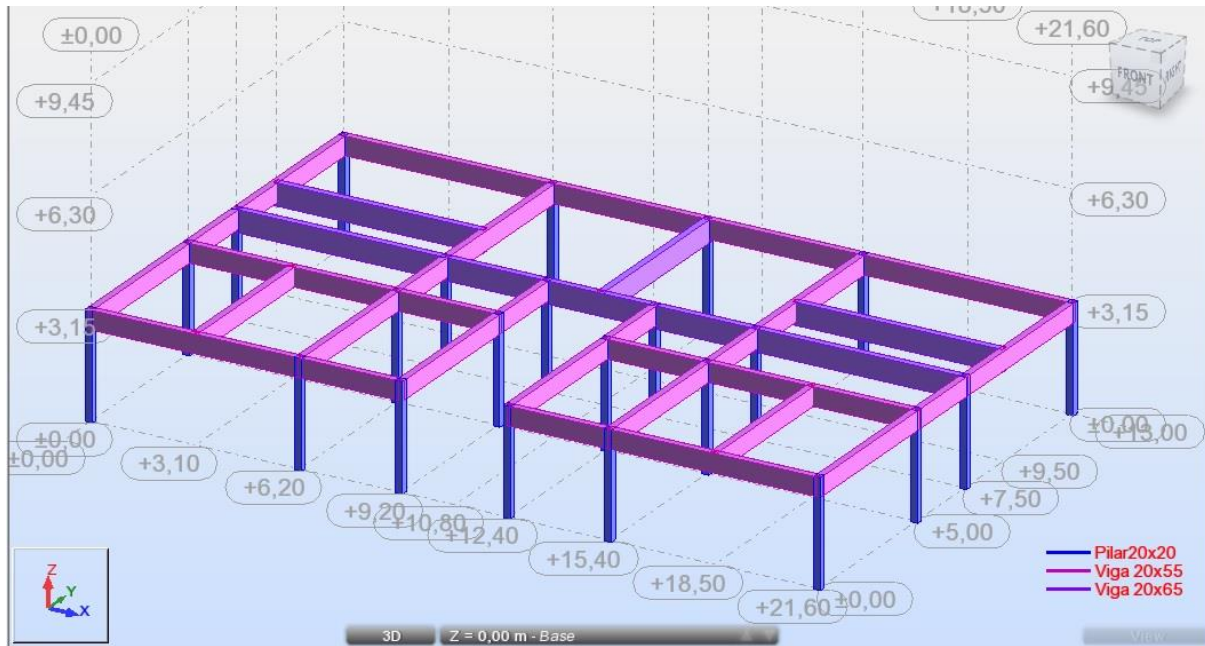


Figura 7.6: Localização dos elementos lineares nos eixos estruturais

Fonte: ROBOT

O ROBOT permite observar a seção de cada elemento linear por cores.

Pode-se atentar que o topo do pilar, cujo comprimento é de 3,15m, possui a mesma cota da face superior das vigas. Assim, o comprimento de flambagem dos pilares deve ser calculado conforme consta no dimensionamento manual do atual projeto. A cota da face superior das lajes também partilha deste dimensionamento conforme abaixo.

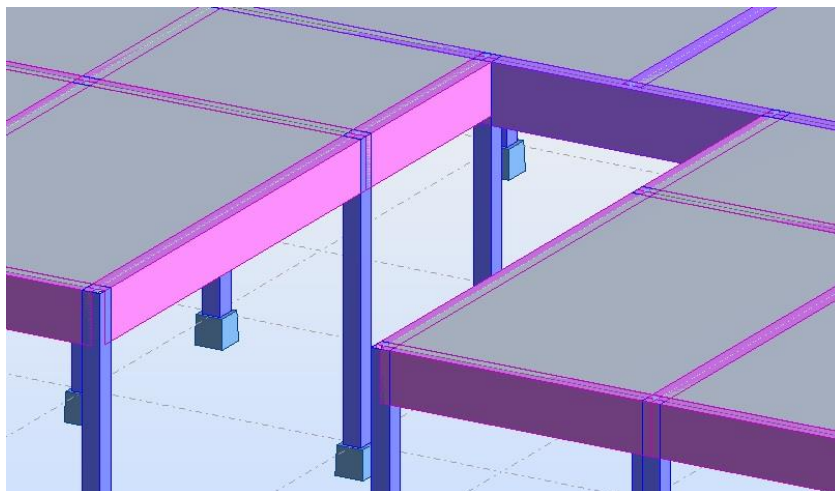


Figura 7.7: Cota da face superior dos elementos

Fonte: ROBOT

Para além do peso próprio dos elementos, são previstos os seguintes carregamentos para as lajes, conforme Tabela 4.2: Carregamento das lajes (kN/m<sup>2</sup>):

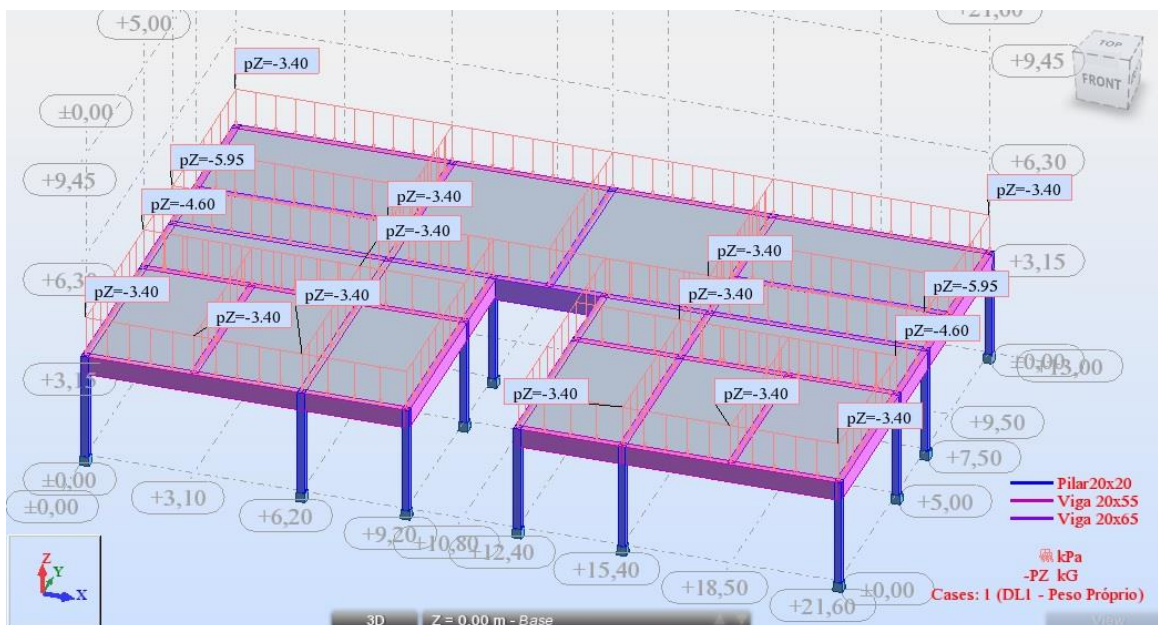


Figura 7.8: Carregamento de serviço para além do peso próprio

Fonte: ROBOT

Para se obter os esforços internos de todos os elementos estruturais deste projeto, realiza-se uma combinação manual majorando os casos de carga com o fator de ponderação 1,4 constante na *Tabela 2.6: Coeficientes de ponderação  $\chi_c$  e  $\chi_s$* .

## 7.5 LAJES

No ROBOT, será utilizado o “Método de Coons” referido na seção 7.3. A malha de elementos finitos para o modelo integral será constituída predominantemente por elementos quadriláteros de 4 nós com dimensões máximas de 0,50 metro, conforme compreende-se nas figuras a seguir.

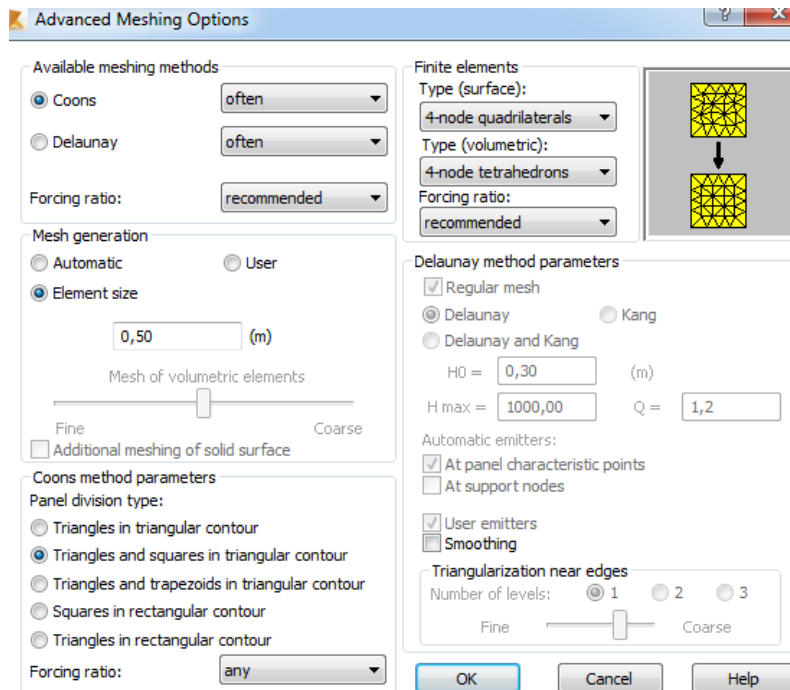


Figura 7.9: Refinamento da malha de elementos finitos

Fonte: ROBOT

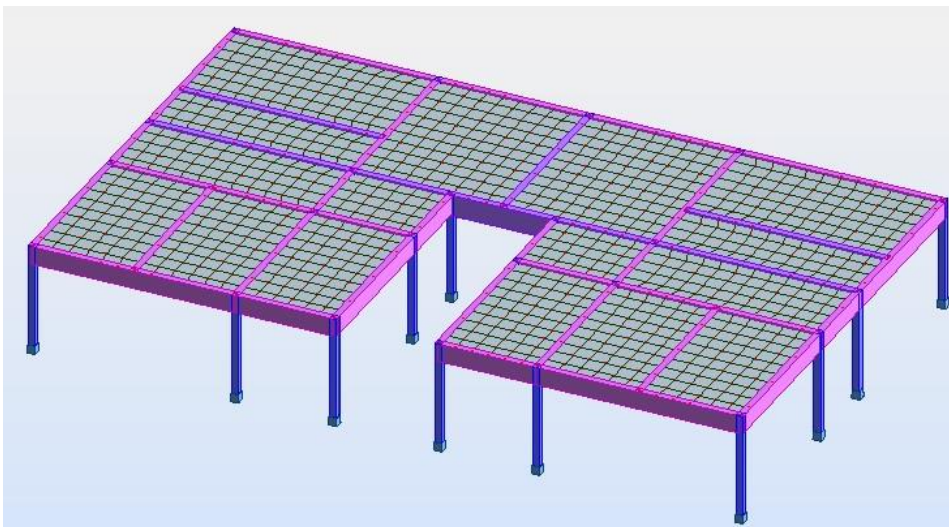


Figura 7.10: Malha de elementos finitos do piso do primeiro pavimento

Fonte: ROBOT

Trata-se de mais de 1100 nós apenas neste pavimento.

### 7.5.1 Lajes isoladas e compatibilização

Conforme exposto no início da seção 4, o dimensionamento manual foi realizado pelo método simplificado. Este não corresponde à real distribuição de esforços na estrutura. Entretanto, de modo a viabilizar a análise de elemento de superfície isolado, será exposto um dimensionamento acadêmico.

Por ser inconcebível a exibição da armação de todos os elementos estruturais de projeto de forma isolada, serão utilizadas algumas lajes representativas da estrutura de modo e detalhar o dimensionamento da armação. Para este objetivo, vale ressaltar os pressupostos da seção 4.3 através de ZENZEN (2012):

Durante muitos anos, o cálculo de pavimentos de edifícios com a estrutura composta por lajes e vigas foi feito com a utilização de tabelas, considerando as lajes como elementos isolados e apoiados em vigas indeformáveis. As continuidades entre os painéis de lajes são tratadas de formas simplificadas, como se não houvesse interação entre eles ou supondo-se encastramento fixo ou, ainda, buscando-se uma compatibilização dos momentos fletores adjacentes de um apoio, com posteriores correções dos momentos centrais.

Logo, as lajes L8 e L13 representarão o método simplificado de compatibilização de momentos positivos e negativos pelo ROBOT. Os resultados da análise isolada das lajes serão reexibidos de forma a constituir um parâmetro de modelação. Por se tratar de poucos panos de laje, este cálculo usufruirá de malha de elementos com 0,25m e do Método de Coons.

Usufruindo das instruções da *Figura 4.1: Condição de contorno das lajes*, é possível compreender que as lajes representativas possuem duas arestas adjacentes engastadas e duas arestas adjacentes apoiadas. Isto é, para a modelação de elementos isolados, entende-se que os APOIOS possuem os 3 graus de liberdade de translação impedidos:  $U_x$ ,  $U_y$  e  $U_z$ . Já os ENCASTRAMENTOS possuem todos os graus de liberdade impedidos, incluindo os de rotação:  $R_x$ ,  $R_y$  e  $R_z$ . Outra forma de entender as condições de apoio pode ser exposta pelo fato de apenas os contornos apoiados permitirem rotação, enquanto os contornos encastrados não.

Observa-se na imagem a seguir que apenas a viga de fronteira entre as lajes foi dimensionada. Isto não corresponde à realidade, haja visto que há vigas em todo o contorno das lajes. Entretanto, para obter os momentos de compatibilização constatou-se que as vigas de periferia não contribuem significativamente e, portanto, foram removidas do modelo.

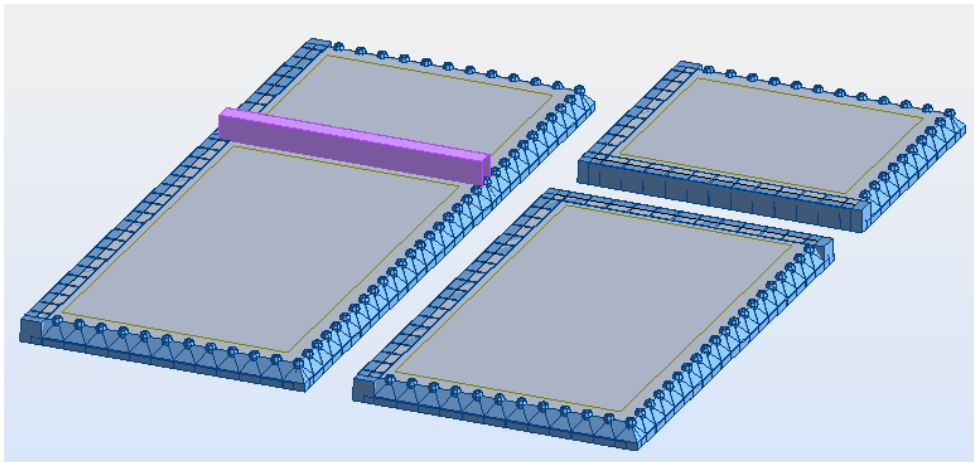


Figura 7.11: Lajes representativas L8 e L13 isoladas e compatibilizadas

Fonte: ROBOT

A viga de fronteira foi modelada de forma que o momento de inércia na direção longitudinal da mesma fosse desprezado. Na imagem a seguir é possível identificar o procedimento que permite esta decisão de projeto. Assim, é possível compreender a melhor distribuição de esforços entre os elementos de superfície.

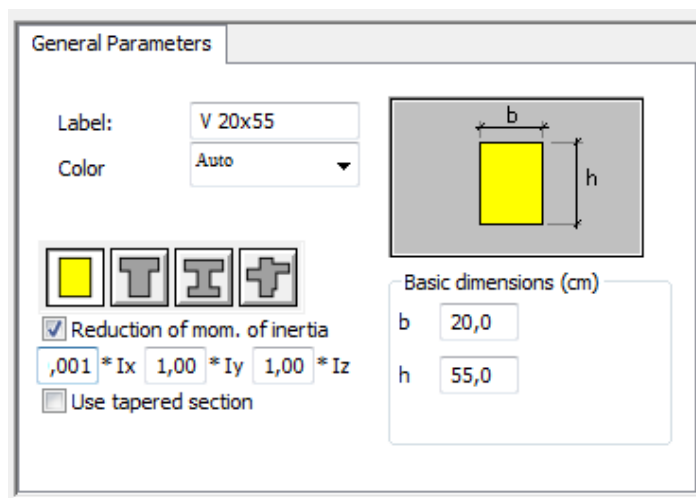


Figura 7.12: Desprezar o momento de inércia longitudinal da viga de fronteira

Fonte: ROBOT

A partir dos carregamentos de serviço expostos na *Tabela 4.2: Carregamento das lajes (kN/m<sup>2</sup>)*, obtém-se os resultados expostos na figura a seguir. Observa-se que o ROBOT entende que os momentos positivos (centrais) das lajes não se alteram significativamente a partir da compatibilização. É possível que os baixos valores de carregamento não evidenciem esta alteração, melhor percebida pelo momento negativo de fronteira.

Na seção 4.3 foi adotado como regra prática o maior valor entre: 80% do maior momento ou a média entre os momentos. Neste princípio, o ROBOT poderia exibir 3,42 kN.m ou 3,72 kN.m. Sendo indicado o maior valor. Entretanto, não foi constatado esta metodologia simplificada. Apesar do dimensionamento da viga e das condições de contorno, o ROBOT exibiu resultado ligeiramente inferior ao esperado: 3,33 kN.m

Cada nó malha de elementos finitos exibe resultados em seus Pontos de Gauss. O ROBOT permite a suavização entre estes dados. Entre com e sem a suavização “smoothing” os resultados variam apenas 0,01 kN.m. Além disso, há de se atentar nos sinais invertidos entre ROBOT e a convenção de sinais.

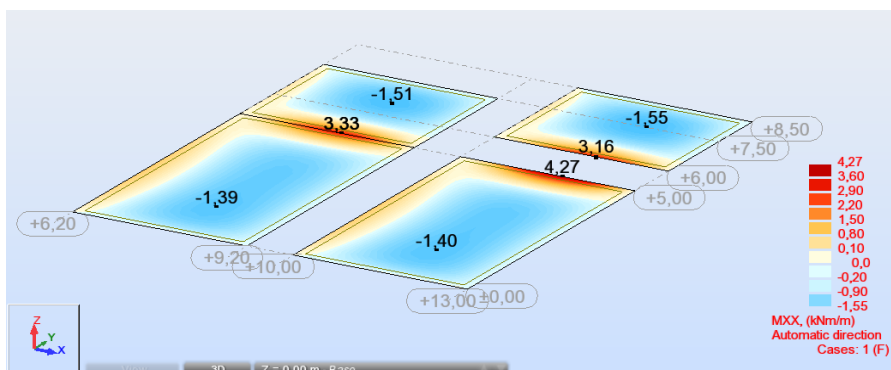


Figura 7.13: Momentos fletores paralelos ao eixo Y global

Fonte: ROBOT

Para haver harmonia com a Tabela 4.16 e a Tabela 4.17, o carregamento foi majorado pelo coeficiente de ponderação 1,4. Em seguida, adentrou-se o módulo de dimensionamento de armaduras do software.

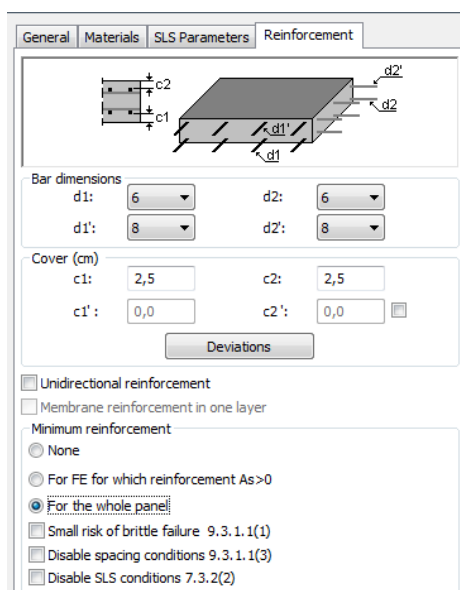


Figura 7.14: Diâmetros das barras, área mínima de aço e cobrimento de lajes

Fonte: ROBOT

Na imagem anterior é possível observar o *input* das propriedades de dimensionamento da laje. A área mínima de aço será utilizada para todo o pano de laje, não existindo regiões sem armadura.

Devido a inexistência das Normas Brasileiras Registradas referentes ao dimensionamento das armaduras de estruturas de concreto armado, principalmente a NBR6118/2014, o programa não exibe a armadura mínima esperada. Apesar de inúmeras tentativas de tentar alterar os códigos pré-programados, não foi possível compreender em tempo hábil para execução deste trabalho as metodologias de programação para implementar as exigências brasileiras. Assim, a título de compreensão da potencialidade da ferramenta, serão exibidos os resultados de códigos pré-programados, com armaduras mínimas que superam as exigências regulamentares brasileiras.

Como percebido, o ROBOT exibe momentos fletores com sinais inversos à convenção internacional de sinais. Os momentos centrais são tratados como negativos e os momentos de borda como positivos. Assim, há 4 mapas de armaduras: X+, X-, Y+ e Y-.

De início, o ROBOT entende que as armaduras positivas e negativas são locadas por todo o pano de laje. Assim, não há o melhor custo-benefício da armação. Entretanto, a fim de perceber a metodologia pré-programada serão usados tais comprimentos de armadura.

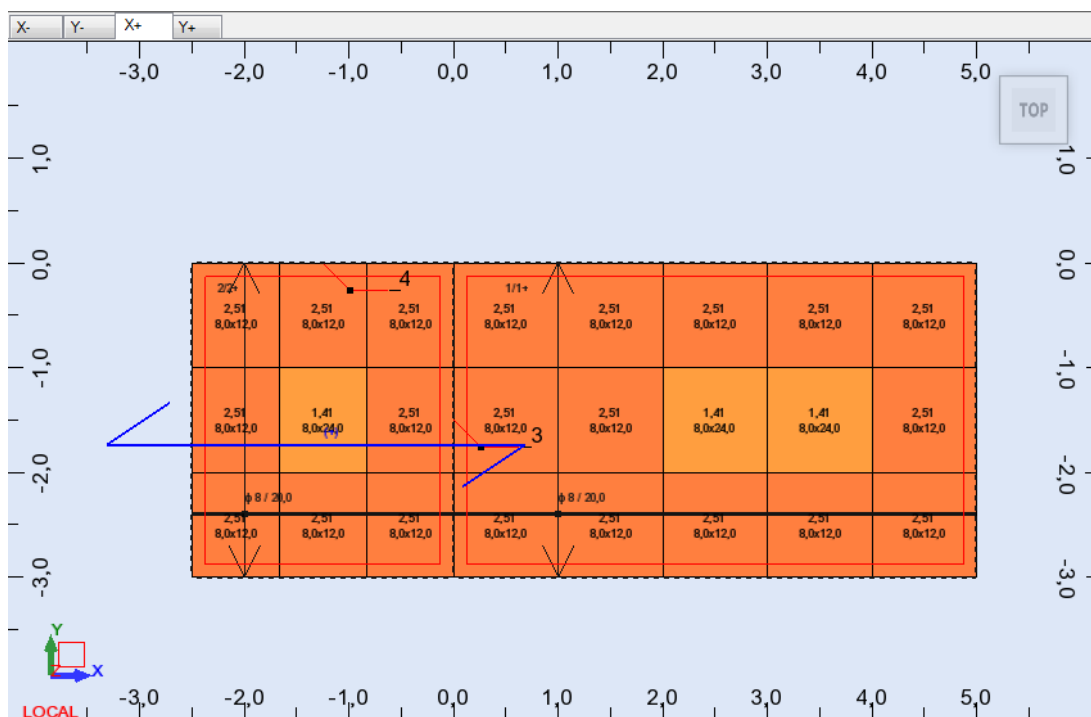


Figura 7.15: Armadura mínima requerida para código base pré-programado

Fonte: ROBOT

Dada a exibição da armadura mínima pelo código base pré-programado, o usuário deve definir para cada elemento da malha um diâmetro de armadura e um espaçamento.

A fim de simplificar a explicação, todo o pano de laje será tratado como armadura mínima de  $2,51\text{cm}^2/\text{m}$ . Assim, adotando barras de  $\phi = 8\text{mm}$  espaçadas a cada  $20\text{cm}$ , tem-se as armaduras superiores e inferiores para cada direção X e Y.

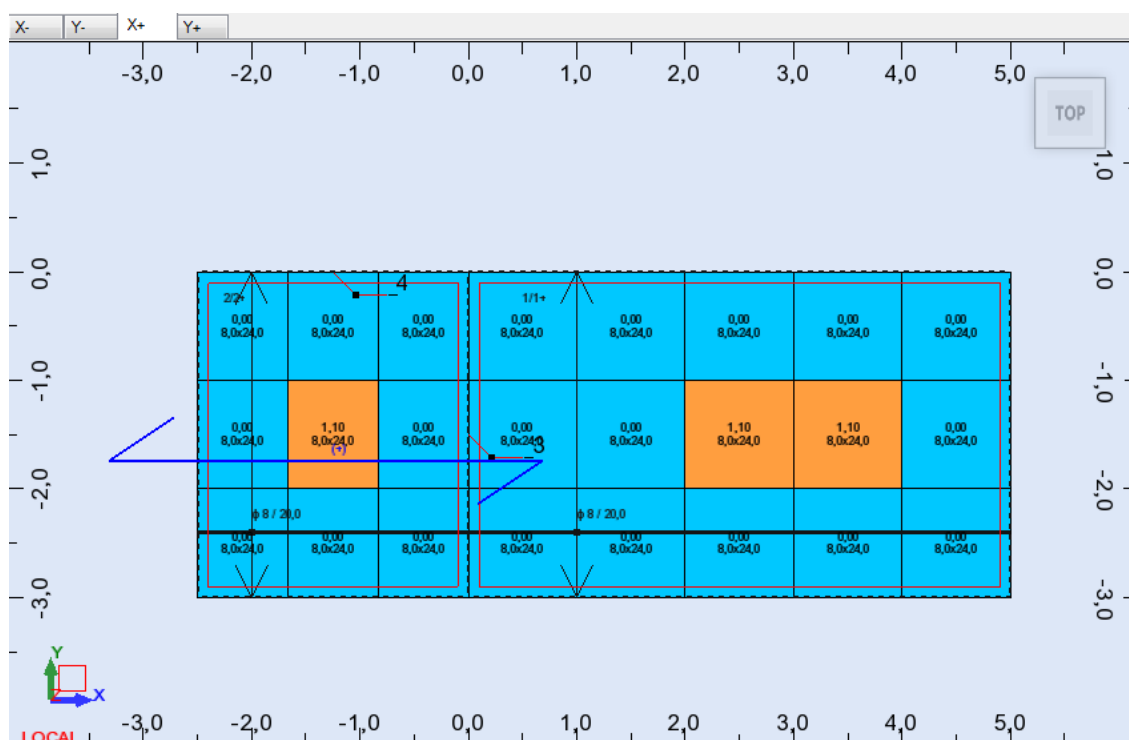


Figura 7.16: Armadura adotada supera a armadura mínima

Fonte: ROBOT

Os resultados exibidos no Anexo 7 do presente trabalho permitem aferir boa qualidade gráfica do software. Os detalhes construtivos não são suficientes para grandes obras, mas permitem ao engenheiro estrutural ter boa noção espacial dos resultados finais.

Constata-se que as armaduras inferiores, isto é, aquelas destinadas a absorver os momentos positivos centrais das lajes possuem comprimento idêntico ao da aresta paralela na laje, com variação de  $5\text{cm}$  devido à ancoragem.

Para as armaduras superiores, isto é, aquelas destinadas a absorver os momentos negativos de extremidade, constata-se comprimento bastante superior ao da aresta paralela na laje. Assim, a armadura negativa de uma laje complementa a armadura negativa da outra laje. Trata-se de uma interessante metodologia de disposição de armaduras e está de acordo com a alternância de comprimentos proposta na *Figura 4.18: Alternativa para armaduras negativas*.

Todavia, cabe ao engenheiro estrutural avaliar se as camadas de armadura inferiores e superiores são possíveis de serem implementadas, haja visto se tratar de uma laje de apenas  $10\text{cm}$  de espessura.

5. Levantamento de materiais		
• Volume de concreto		= 2,25 (m3)
• Gabarito		= 22,50 (m2)
• Circunferência da laje		= 21,00 (m)
• Área de aberturas		= 0,00 (m2)
• Aço B500C		
• Peso total		= 181,00 (kG)
• Densidade		= 80,44 (kG/m3)
• Diâmetro médio		= 8,0 (mm)
• Levantamento de acordo com os diâmetros:		
Diâmetro	Comprimento (m)	Número:
8	2,45	15
8	2,86	15
8	2,95	76
8	4,95	15
8	5,36	15

Figura 7.17: Exibição parcial do relatório detalhado para laje

Fonte: ROBOT

Para todos os casos, o ROBOT permite a exibição da quantidade de barras e conforme extenso relatório detalhado dá informações semelhantes a um memorial de cálculo do engenheiro estrutural. Trata-se de um artifício poderoso, visto que define os regulamentos utilizados pelo software e permite aferir uma primeira perspectiva do orçamento relativo aos materiais de construção.

## 7.5.2 Lajes dentro do modelo numérico

Haja visto se tratar de um método simplificado, a adoção de lajes isoladas não representa o comportamento real da estrutura da maneira mais fiel. É possível analisar, por exemplo, a ligação entre as lajes L11e L12. Observando o mapa de resultados para a flexão das lajes na direção paralela ao eixo X global, permite-se compreender que a viga de fronteira V10 não gera momentos negativos nas lajes.

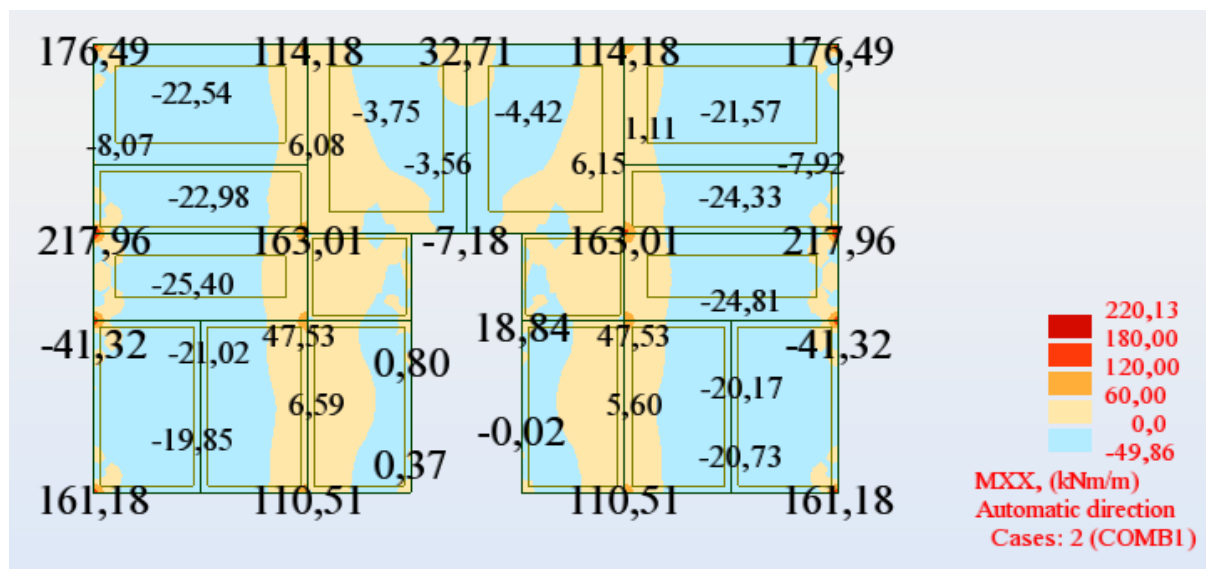


Figura 7.18: MF de cálculo para lajes na direção paralela ao eixo X global

Fonte: ROBOT

No método simplificado, a viga V10 significaria uma condição de encastramento. Entretanto, devido à ausência de pilares no limite da viga de fronteira, esta é apoiada em outras vigas (V5 e V7). Assim, trata-se de superdimensionamento o cálculo de armadura negativa nesta região, sendo suficiente a adoção de armadura de borda entre as lajes. Apesar do sinal invertido no ROBOT, é possível compreender que as condições de contorno do elemento estrutural laje não representam apoio indeslocável.

Assim, o comportamento global da estrutura pode vir a ser melhor compreendido pela disposição integral do modelo numérico em softwares de cálculo estrutural como o ROBOT e o CAD/TQS. O primeiro utiliza uma malha de elementos finitos, enquanto o segundo utiliza o método de grelha. Ambos os casos se referem a excelentes metodologias para alcançar o objetivo final do usuário: obter a disposição das armaduras nos elementos estruturais. Com isso, é possível verificar se está condizente com as normas locais vigentes.

Nesta ótica, para não ser repetitivo, o dimensionamento das armaduras deveria ser repetido para cada laje do modelo numérico com os momentos expostos nas figuras desta seção. Os passos descritos na seção anterior deveriam ser repetidos de modo a obter melhor custo-benefício da armação.

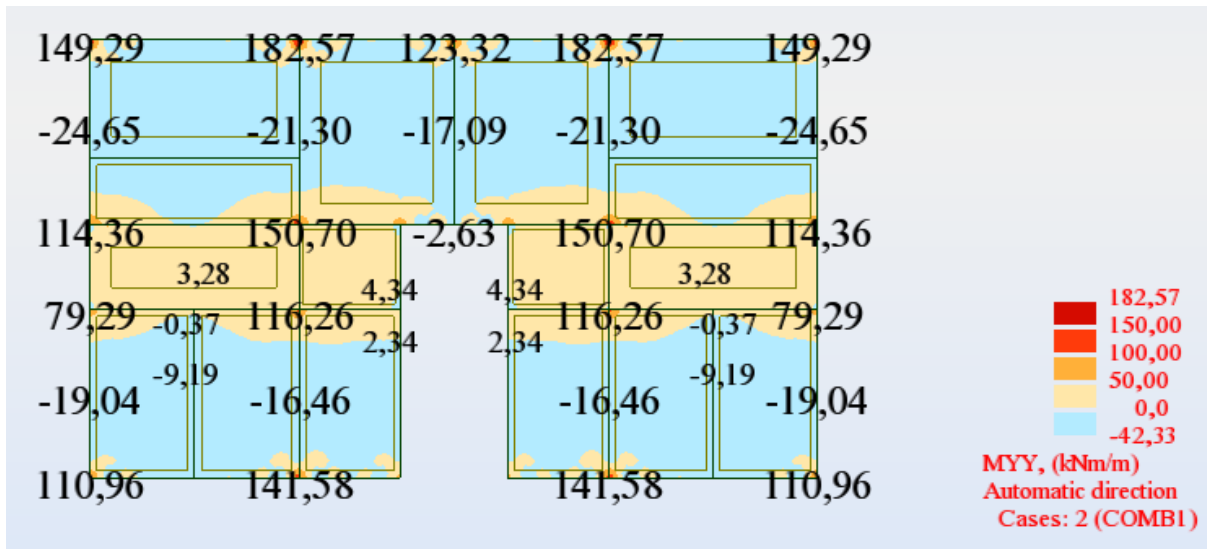


Figura 7.19: MF de cálculo para lajes na direção paralela ao eixo Y global

Fonte: ROBOT

Constata-se que os momentos negativos nos panos de laje encontram-se preponderantemente nos pórticos centrais da estrutura. Isto ocorre para ambas as direções, conforme descrição gráfica em cores. Todavia, para todas as lajes não deve ser descartada a armadura de borda descrita na *Figura 4.20: Exemplo de armadura de borda* a fim de combater o fenômeno da fissuração excessiva.

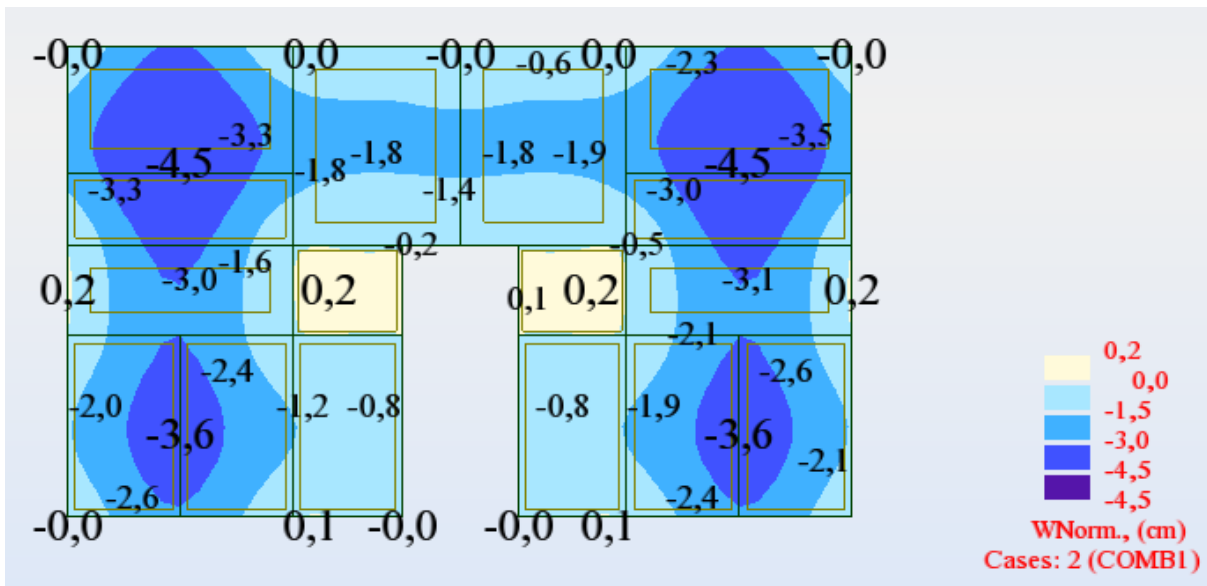


Figura 7.20: Flechas para carregamento de cálculo das lajes

Fonte: ROBOT

As maiores deformações verticais são encontradas nas vigas V2, V3, V10 e V16, visto que há a consideração da deformação combinada com os elementos de superfície.

Diferentemente do CAD/TQS, o ROBOT não permite a identificação das vigas apoiadas e de apoio, de modo que o cálculo é automático. Já no primeiro software, conforme será visto em diante, deve ser selecionada a viga destino da armadura de suspensão.

## 7.6 VIGAS

Assim como os pilares, as vigas são modeladas como elementos de barra. Estes correspondem a elementos finitos com dois nós, um em cada extremidade. Conforme exposto, cada “Node” possui 6 graus de liberdade, sendo 3 referentes a translação ( $U_x$ ,  $U_y$  e  $U_z$ ) e 3 referentes a rotação ( $R_x$ ,  $R_y$  e  $R_z$ ).

Diferentemente dos elementos de superfície, em que o usuário é responsável por escolher armadura superior a mínima regulamentar exibida pelo ROBOT, nos elementos lineares o software sugere uma solução de armadura. Esta pode ser alterada pelo usuário a qualquer momento, mas a solução inicial é previamente validada pelo regulamento programado.

### 7.6.1 Pórtico de viga contínua isolado

Por ser inconcebível a exibição das etapas de modelação de todos os pórticos de viga contínua, será tratado como representativo o pórtico da viga V1. O esquema estático foi definido através da *Figura 5.12: Esquema estático: V1 - MF e FC*.

Uma das principais diferenças entre o FTOOL e o ROBOT se dá justamente na inexistência de um módulo de dimensionamento de armaduras para o primeiro software. Outra diferença fundamental é compreender que o ROBOT permite a classificação das barras quanto a pilares “Columns” ou vigas “Beams”. Já no FTOOL todos os elementos lineares são tratados como barras.

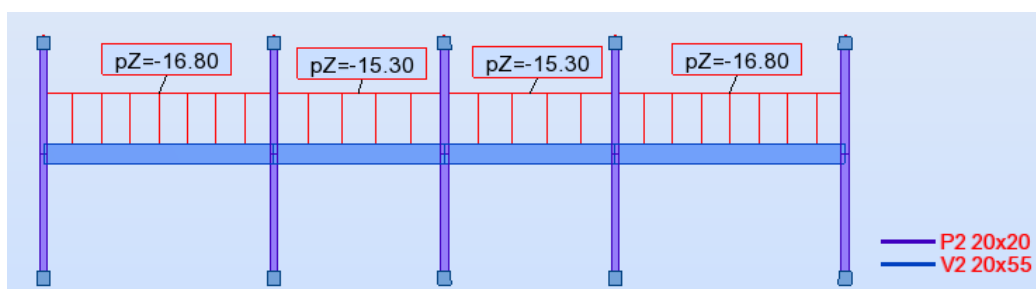


Figura 7.21: Modelação da viga V1 e seus respectivos apoios

Fonte: ROBOT

Diferentemente do FTOOL, no ROBOT é fundamental levar em consideração o momento de inércia da seção transversal da viga e dos pilares. Há a possibilidade de alterar a proporção da rigidez da peça entre diferentes direções, conforme exposto na Figura 7.12. Entretanto, a relação será mantida equalizada de forma a tentar entender o cálculo realizado pelo ROBOT para se obter os momentos de extremidade.

Como percebeu-se no Anexo 13, o momento de ligação nas extremidades da viga contínua depende da rigidez dos apoios extremos. Dada a manutenção da inércia, o ROBOT apresentou o seguinte diagrama de momentos fletores:

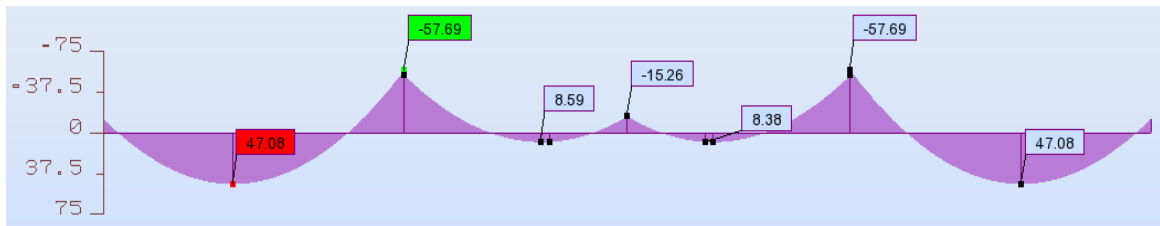


Figura 7.22: Diagrama de momentos fletores de serviço da viga contínua V1

Fonte: ROBOT

Os resultados são bastante condizentes com os obtidos no Anexo 13. Vale ressaltar que os momentos de extremidade são simétricos e possuem valor 12,73 kN.m. Refere-se a uma ligeira diminuição do esperado: - 14,0 %. Os demais valores ao longo da viga contínua também possuem ligeira variação, sendo o maior acréscimo no pilar central: 5,5 kN.m.

Barra / Ponto (m)	MY (kNm)
Valor atual	-12,73
para a barra:	2
no ponto:	x=0,0 (m)
2 / origem	-12,73
2 / fim	-57,69
63 / origem	-57,69
63 / fim	-12,73

Figura 7.23: Momento de extremidade da viga contínua V1

Fonte: ROBOT

Dada a introdução do pórtico isolado e a obtenção dos esforços internos, estes serão majorados pelo fator de ponderação 1,4 a fim de se trabalhar com os valores de cálculo. Assim, é possível adentrar o módulo de dimensionamento de armaduras.

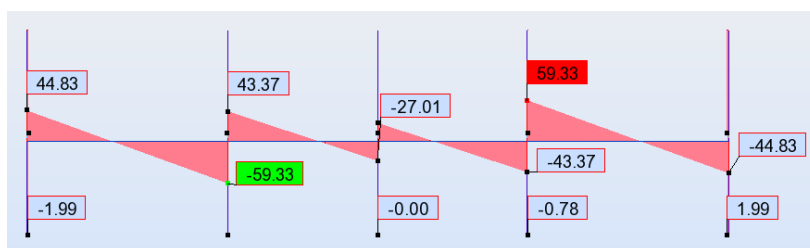


Figura 7.24: Diagrama de força cortante de serviço da viga contínua V1

Fonte: ROBOT

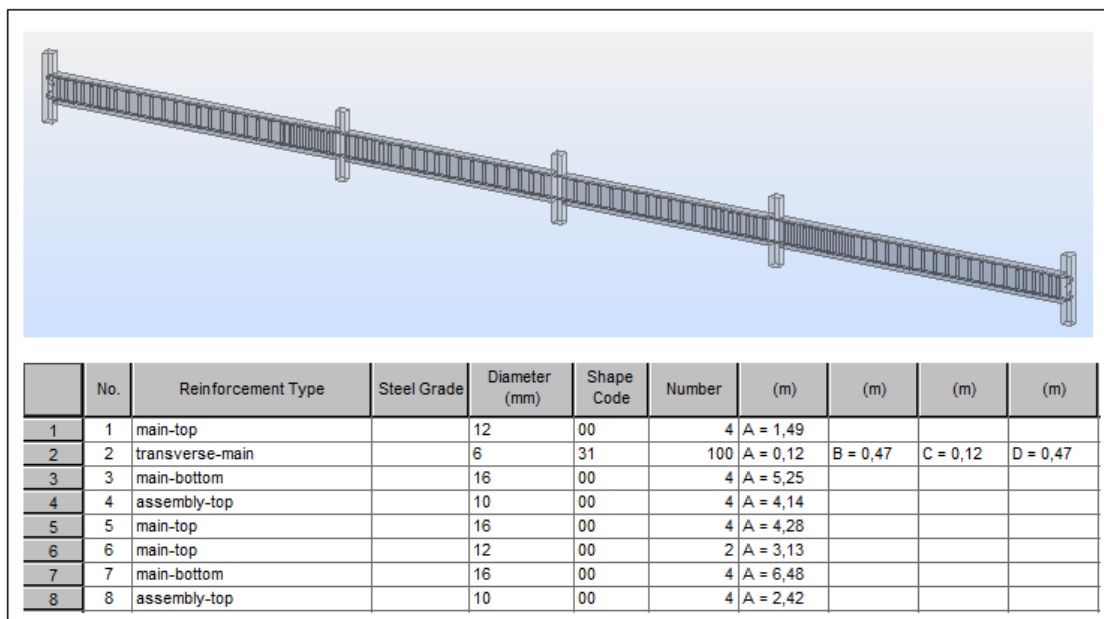


Figura 7.25: Identificação das armaduras da viga contínua V1

Fonte: ROBOT

Todos os resultados são exibidos no Anexo 8 deste projeto. Foram pré-estabelecidos na programação barras longitudinais de 20, 16, 12 ou 10mm. As armaduras transversais são de 6mm e o espaçamento foi definido pelo ROBOT para cada patamar do diagrama de esforço cortante.

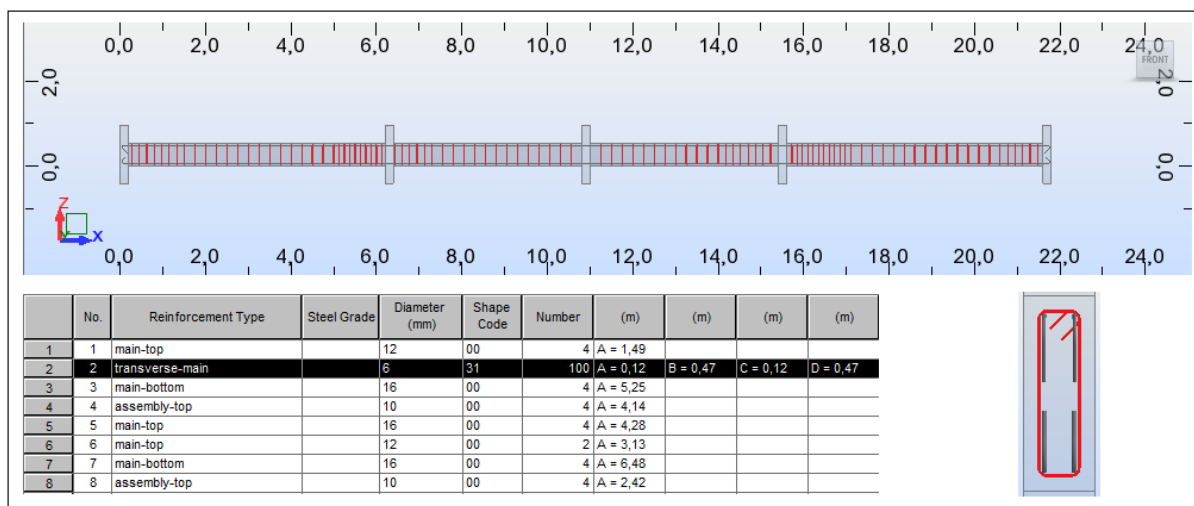


Figura 7.26: Estribos para cada tramo - viga V1

Fonte: ROBOT

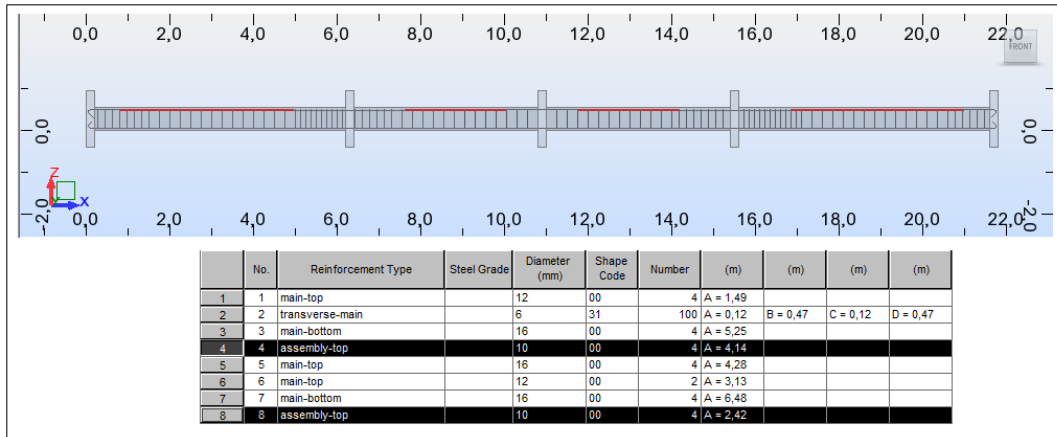


Figura 7.27: Porta-estribos com barras de 10mm - viga V1

Fonte: ROBOT

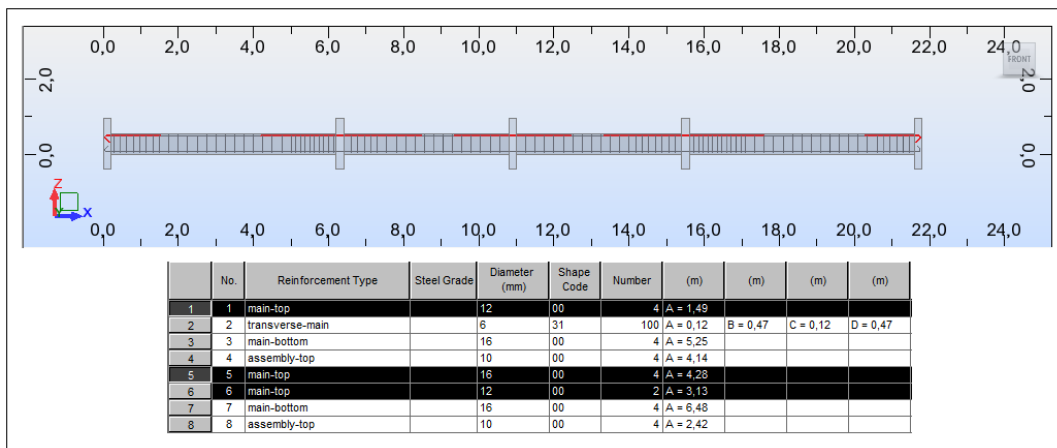


Figura 7.28: Armadura para momentos negativos - viga V1

Fonte: ROBOT

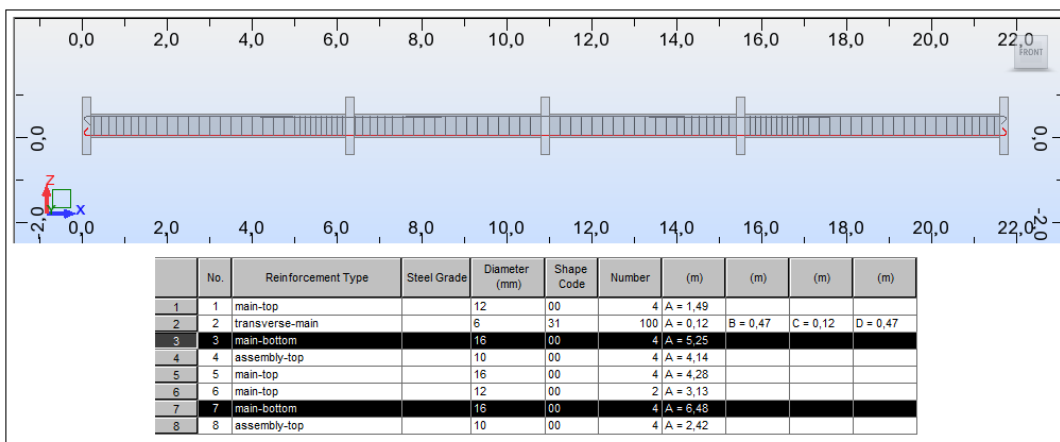


Figura 7.29: Armadura para momentos positivos - viga V1

Fonte: ROBOT

A armadura negativa a meio de cada tramo da viga não possui função estrutural. Conforme pré-estabelecido na seção 5.7, trata-se de armadura construtiva que auxilia a locação dos estribos. Já era esperado 2 barras com menor diâmetro aceitável: 10 mm. O comprimento dessas barras é definido pela ligação entre as armaduras negativas dos apoios de cada tramo. Há de se considerar a região de emenda em cada lado, conforme comprova-se no Anexo 8.

As armaduras negativas dos apoios P2 e P4 calculadas na seção 6.2 referem-se a  $4,20 \text{ cm}^2$ . A sugestão adotada refere-se a 3 barras de 16mm ( $6,0 \text{ cm}^2$ ). Entretanto, devido às variações do diagrama de momentos fletores ocasionadas pela consideração dos momentos de inércia das peças, o ROBOT exibiu como solução 2 barras de 16mm ( $4,0 \text{ cm}^2$ ). Para o diagrama exposto pelo software, a armadura é condizente.

Diferentemente das armaduras negativas, em que as diferenças são bastante sutis, as armaduras positivas representam significativa mudança. Esta não ocorre nos tramos extremos 1 e 4, pois a armadura necessária é  $3,60 \text{ cm}^2$  sendo atendida por 3 barras de 12,5mm ( $3,75 \text{ cm}^2$ ) ou 2 barras de 16mm ( $4 \text{ cm}^2$ ). A surpresa ocorre nos tramos 2 e 3, pois trata-se de momentos fletores inferiores ao mínimo. Eram esperadas 2 barras de 12,5mm. Entretanto, o ROBOT exibiu 2 barras de 16mm. Uma possível explicação seria o tamanho do vão, que supera 4m ou o comprimento das barras que superam 6,4m.

As armaduras transversais referem-se apenas a barras de 6mm. Assim, o ROBOT define a necessidade maior ou menor de espaçamento entre as barras através de programação interna. Os estribos são simples, retangulares com dimensões 47cmx12cm. Conforme sabido, os esforços cortantes são maiores quanto mais próximo dos apoios. Logo, o espaçamento entre os estribos é menor nestas regiões e maior quanto mais próximo do meio dos tramos. Com a variação dos espaçamentos definidos pelo ROBOT como 13 e 18 cm nas regiões de alto esforço e 25cm nas regiões de baixo esforço, resultou-se num total de 80 estribos.

Por fim, o dimensionamento de vigas no ROBOT se mostra uma boa alternativa para o engenheiro estrutural viabilizar pequenos projetos. As condições gráficas dos resultados não são suficientes para serem encaminhadas para grandes obras. Entretanto, é condizente para comprovar cálculos parciais de projeto. Reitera-se que é fundamental haver a programação das diretrizes brasileiras no software para este se tornar opção no futuro mercado brasileiro.

## 7.7 PILARES

Conforme reafirmado nas seções anteriores, os resultados obtidos para elementos isolados não se referem aos resultados obtidos com o modelo numérico global. Assim, para não ser repetitivo, serão exibidos os resultados para o dimensionamento de um pilar no ROBOT de forma a ilustrar o realizado na seção 6.

Trata-se do pilar de extremidade P2. Conforme mencionado, no modelo simplificado entende-se que a excentricidade inicial ocorre apenas na direção paralela ao eixo da viga que se interrompe no pilar. Entretanto, no modelo global isto não se verifica, pois todos os pilares possuem alguma excentricidade, mesmo que pequena no modelo de pórticos.

Por não haver o enquadramento regulamentar brasileiro no ROBOT, se torna inconcebível a avaliação da ferramenta mesmo que para um modelo acadêmico. Entretanto, a fim de ilustrar as potencialidades gráficas da ferramenta, foi gerado um modelo genérico no Anexo 9 a partir de regulamentos pré-programados.

O ROBOT permite que o usuário defina a quantidade de barras, assim como dá algumas opções para a disposição dos ferros. Assim, é gerado automaticamente a seção transversal e uma elevação da armação do elemento estrutural.

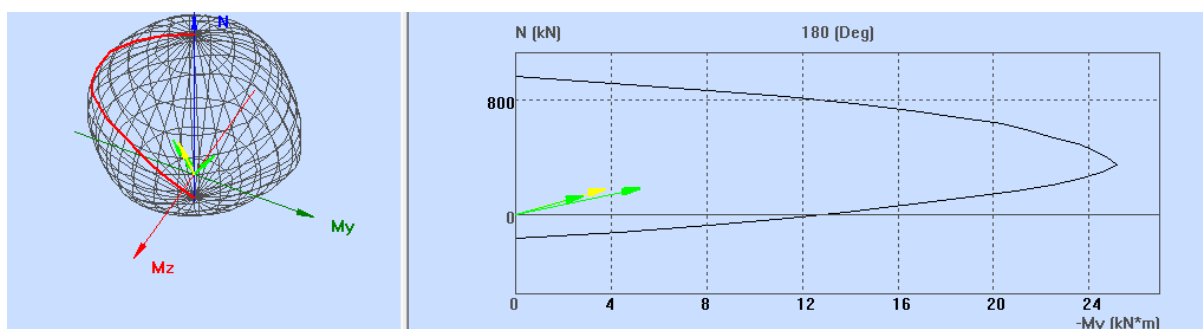


Figura 7.30: Dimensionamento de pilares

Fonte: ROBOT

As combinações de ações são geradas individualmente e os resultados podem ser verificados em gráficos como o exibido à cima. É possível identificar o caso crítico de dimensionamento e as excentricidades máximas para cada caso de flexão oblíqua composta ou flexão normal composta.

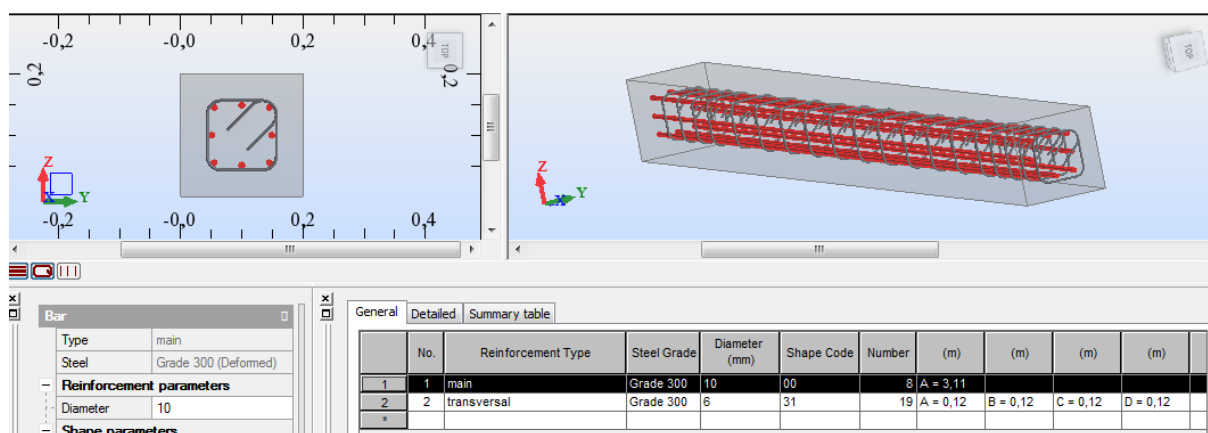


Figura 7.31: Armadura longitudinal - Pilar de extremidade P2

Fonte: ROBOT

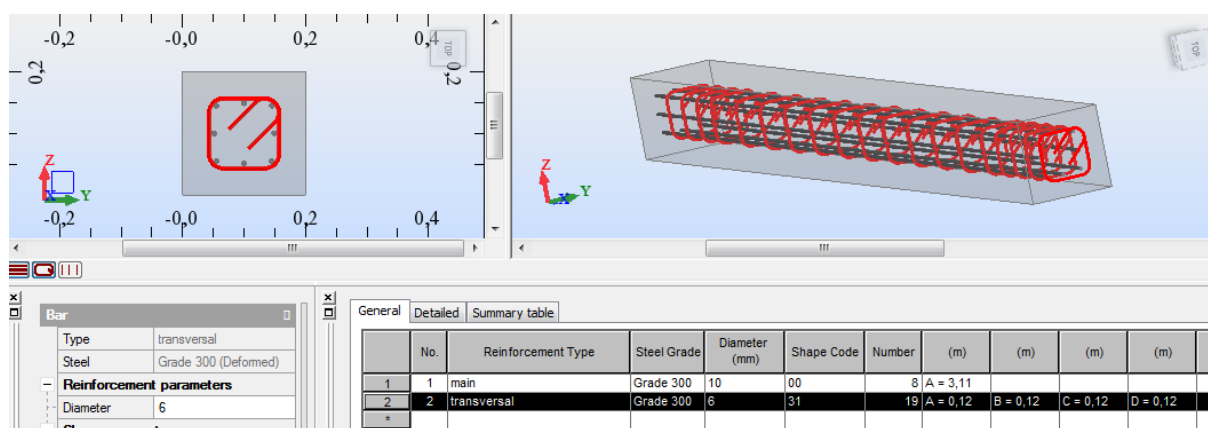


Figura 7.32: Armadura transversal - Pilar de extremidade P2

Fonte: ROBOT

Constata-se que os resultados gráficos do Anexo 9 não são suficientes para grandes obras. Entretanto, a título acadêmico, é possível auxiliar na exposição de resultados.

Devido à proximidade regulamentar entre o Eurocódigo 2, pré-estabelecido no software, e NBR 6118/2014, o resultado obtido no anexo se aproxima ao calculado na seção 6 para quantidade e diâmetro das barras

Entretanto, os cuidados mais evidentes de armação se referiam às emendas de armadura de arranque a nível do primeiro pavimento. Para o modelo genérico, não foi possível encontrar soluções sugeridas pelo programa.



## 8 CAD/TQS

### 8.1 BREVE HISTÓRICO

O CAD/TQS é um sistema computacional gráfico destinado à elaboração de projetos de estruturas de concreto armado, protendido e em alvenaria estrutural. Foi lançado em 1986 pela TQS Informática LTDA, empresa que o comercializa, o desenvolve e dá suporte aos seus clientes até hoje.

Desde a criação do software, há a adaptação dos parâmetros de cálculo para a NBR 6118. Reitera-se que a primeira publicação deste Regulamento ocorreu ao final da década de 70, sendo a última revisão ocorrida em 2014, conforme rege na vigência do atual trabalho.

Por ter todo o desenvolvimento integrado com as normas técnicas de concreto armado e protendido, bem como na metodologia usual de elaboração e representação de projetos estruturais, o software CAD/TQS é um dos mais empregados pelas empresas brasileiras de projeto estrutural.

### 8.2 VERSÃO DO SOFTWARE UTILIZADA

A versão do software foi fornecida de forma gratuita para a realização deste trabalho acadêmico. Trata-se de uma versão imensamente de maior capacidade de cálculo para os objetivos deste projeto. A versão 19 é capaz, dentre muitas outras funcionalidades: discretizar pilares-parede a um melhor nível de detalhamento de armaduras; desenvolver rotinas de cálculo em processamento paralelo; gerar modelos 3D do edifício em formato pdf; aumentar a compatibilidade com outros softwares como o REVIT. Por fim, ressalta-se que é a primeira versão do software a disponibilizar a licença via WEB, não mais por Hardlock.

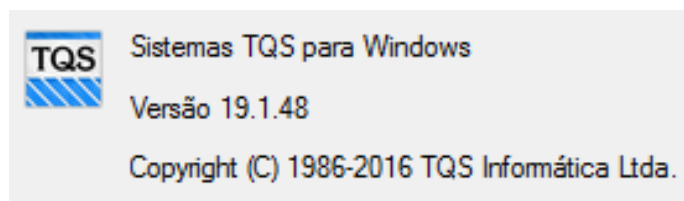


Figura 8.1: Versão do software CAD/TQS

Fonte: CAD/TQS

O autor ressalta que é de sua total responsabilidade o risco de se obter modelações errôneas. Conforme consta no contrato de licenças e serviços, com aceitação obrigatória no momento de download da ferramenta, prescreve-se a responsabilidade integral do usuário e exime-se a TQS Informática LTDA de resultados constantes neste projeto:

5.1 Limitação de Responsabilidade. A única obrigação da Licenciante ou responsabilidade SOB ESTA ACORDO é a substituição da MÍDIA COM DEFEITO DE ACORDO COM A LIMITED GARANTIA ACIMA. EM HIPÓTESE ALGUMA licenciante ou QUALQUER OUTRA PESSOA QUE ESTEVE ENVOLVIDO NA CRIAÇÃO, produção ou entrega do produto licenciado SER RESPONSÁVEL POR QUAISQUER DANOS, ACIDENTAL OU INDIRETO, incluindo, sem LIMITAÇÃO, QUALQUER PERDA DE DADOS OU PERDA DE LUCROS OU PERDA DE ECONOMIAS, DECORRENTE DO USO OU INCAPACIDADE DE USO DO PRODUTO LICENCIADO (OU QUALQUER HARDWARE MOBILADO Com o Produto Licenciado), MESMO QUE O LICENCIANTE TENHA SIDO AVISADO DA POSSIBILIDADE DE TAIS DANOS, OU POR QUALQUER RECLAMAÇÃO DE TERCEIROS. EM HIPÓTESE O LICENCIANTE SERÁ RESPONSÁVEL POR QUAISQUER DANOS.

É importante lembrar que um sistema computacional, por mais sofisticado que seja, é apenas uma ferramenta auxiliar. A responsabilidade pelo projeto é sempre do Engenheiro que o manipula e tende a ser sempre assim.

### 8.3 INTRODUÇÃO AO MODELO NUMÉRICO

The image shows a software interface for project identification and structural type selection. It is divided into several sections:

- Identificação:** Contains text input fields for 'Título do edifício' (filled with 'Edifício Quintina'), 'Título do cliente' (filled with 'Felipe Guerrero'), 'Endereço da obra', 'Número do projeto' (filled with '1'), and 'Prefixo de plantas'.
- Norma em uso:** A dropdown menu currently showing 'NBR-6118:2014'.
- Descrição do projeto:** A large empty text area for project description.
- Tipo de estrutura:** A group box containing three radio button options: 'Concreto Armado/Protendido' (selected), 'Alvenaria Estrutural', and 'Projeto de formas de madeira'.
- Avançado...:** A button at the bottom right of the interface.

Figura 8.2: Enquadramento normativo

Fonte: CAD/TQS

Antes de tudo, ao criar um novo edifício, o usuário deve escolher qual a norma brasileira que este se enquadra. Conforme atual vigência, este edifício de concreto armado é dimensionado na versão 2014 da NBR 6118.

O software permite a adoção de um modelo de cálculo para cada pavimento. Todavia, para os 2 andares e para a cobertura será utilizado o modelo de grelha de lajes planas. A ideia de se interpretar uma laje através de uma grelha equivalente não é uma prática inovadora. Já em 1976, HAMBLY a sistematizava por exemplo.

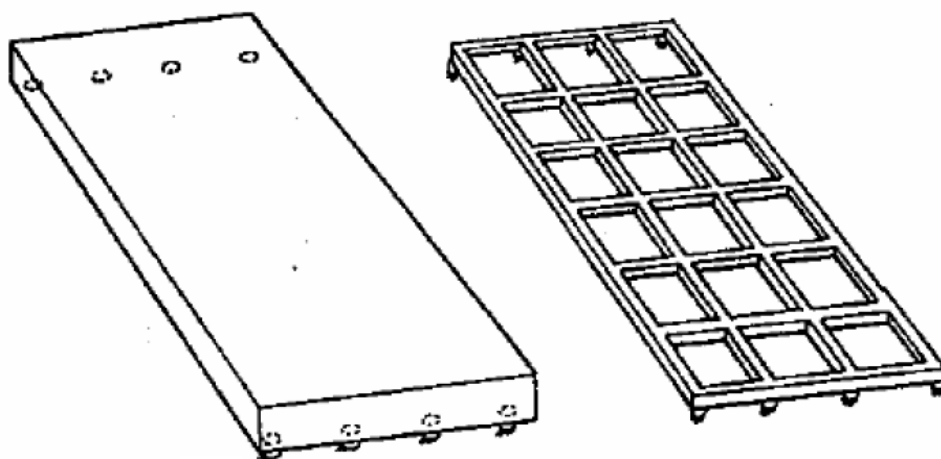


Figura 8.3: Laje maciça e grelha equivalente

Fonte: HAMBLY (1976)

Para lajes retangulares, a analogia de grelha consiste na discretização de barras ortogonais. Trata-se de um conjunto de vigas individuais interconectadas nos pontos de cruzamento, chamados pontos nodais.

Uma das diferenças essenciais percebidas no início da modelação consiste em o CAD/TQS fornecer ao usuário a possibilidade de escolher um fck por elemento estrutural por piso. Isto é, permite-se que pilares, vigas e lajes tenham materiais diferentes entre si e entre pisos. Contudo, este projeto usufruirá de concreto da classe C30 para toda a estrutura.

Após a definição dos materiais, procede-se pela escolha da Classe de Agressividade Ambiental (CAA). Conforme Tabela 2.1, este projeto consiste em ambiente urbano e CAA II. Automaticamente, o software já define o cobrimento de todos os elementos estruturais no projeto. Ressalta-se que esta etapa ocorre antes mesmo da definição das seções.

Na figura a seguir, exige-se o enquadramento territorial para o cálculo da ação do vento na estrutura. Apesar de ser uma exigência normativa, embasada na NBR 6123/1988, este projeto acadêmico forçará a não consideração do esforço pelo programa. Isto é possível por forçar que a velocidade inicial  $V_0$  seja nula. Trata-se de uma abordagem que não se refere a realidade, mas visa entender melhor a distribuição dos esforços verticais.

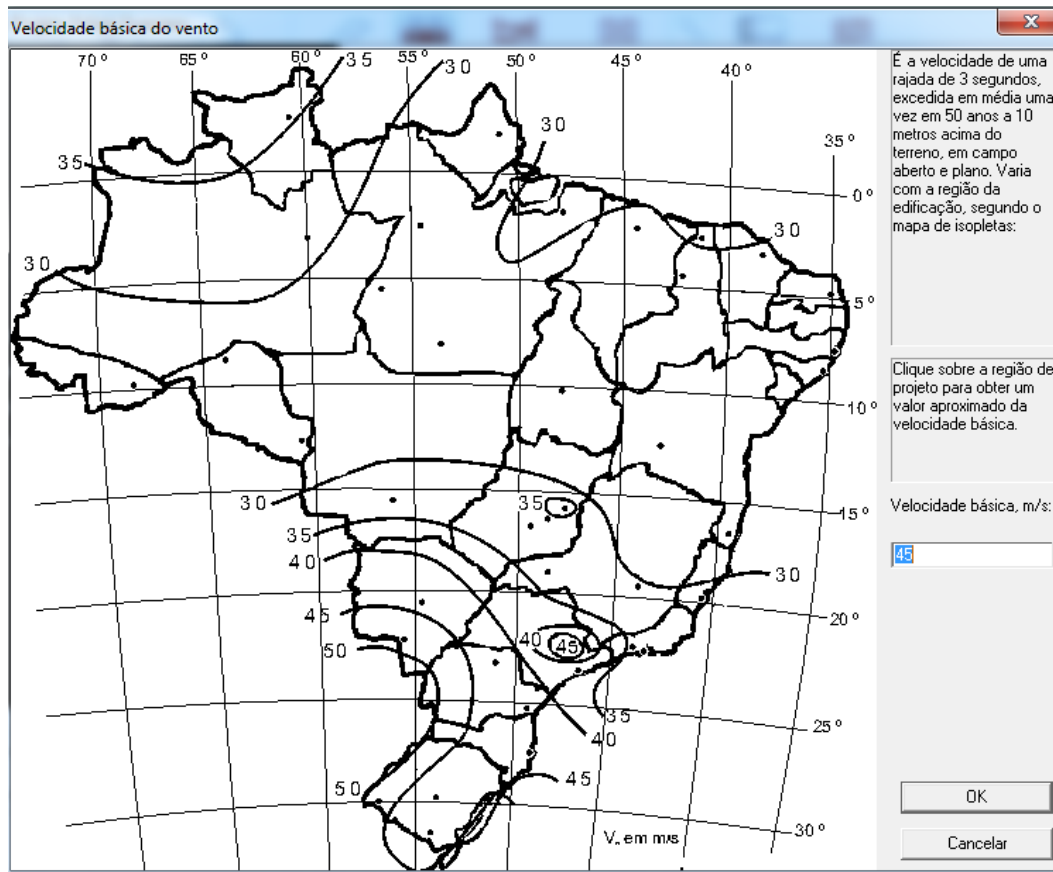


Figura 8.4: Obrigatoriedade da ação do vento

Fonte: CAD/TQS

Após inserir a quantidade de pavimentos, os materiais dos elementos, o enquadramento normativo, os cobrimentos e os critérios de carga, é possível lançar os elementos em cada pavimento. Os pilares são numerados automaticamente e o usuário deve escolher o pavimento onde este nasce e onde este morre. As vigas e lajes também são numeradas automaticamente, respeitando a leitura na planta de formas sendo de cima para baixo e da esquerda para a direita para todos os elementos, conforme Anexo 10.

## 8.4 LAJES

As lajes dos pavimentos tipo L5 e L6 foram modeladas com carga permanente de valor  $0,395\text{tf/m}^2$ , as lajes L7 e L10 com  $0,260\text{tf/m}^2$  e as demais com  $0,140\text{tf/m}^2$ . Para todos os casos, a carga acidental é  $0,200\text{tf/m}^2$ , conforme estudo contemplado na *Tabela 4.2: Carregamento das lajes (kN/m<sup>2</sup>)*. Reitera-se que o programa já estabelece o peso próprio automaticamente e não é necessário defini-lo como carga permanente. Há carregamentos normativos pré-programados, mas este projeto adotará valores próprios superiores devido à escolha de piso de elevado peso específico.

Para além do peso próprio, todas as lajes de cobertura foram modeladas com  $0,100\text{tf/m}^2$  como carga permanente e  $0,200\text{tf/m}^2$  como carga acidental, conforme orientações da NBR 6120/1980 para terraços sem acesso ao público. A diminuição do carregamento permanente é prevista pela ausência de paredes, móveis e piso.

Reitera-se que apesar da mesma disposição geométrica entre as plantas do pavimento tipo e da cobertura, o carregamento é completamente diferente. Para além das diferenças entre as lajes, nas vigas de cobertura não são previstas cargas advindas de paredes. Caso fosse necessário, é possível inserir o carregamento de platibanda por exemplo.

É interessante observar que o software gera o *offset* dos elementos estruturais automaticamente, conforme imagem a seguir. Isto é, a cota superior das lajes, vigas e pilares é definida automaticamente como cota única do pavimento. Contudo, o usuário pode configurar desníveis caso deseje.

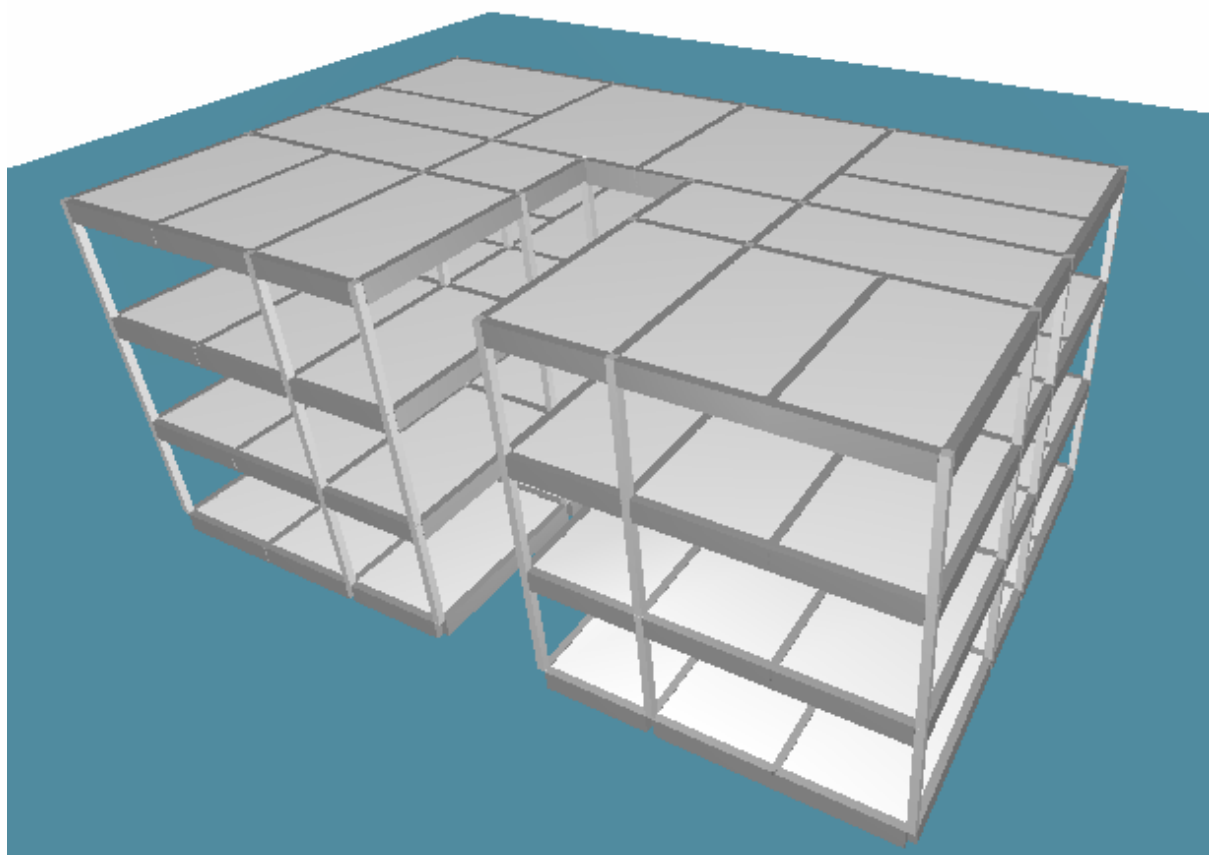


Figura 8.5: Modelo numérico 3D

Fonte: CAD/TQS

Apesar da modelação do pavimento térreo, não será considerada transmissão de esforços aos pilares. Entende-se que estas lajes e as vigas baldrame apoiam-se diretamente no solo e na fundação. Ambos não serão contemplados neste estudo.

Dada a modelação dos elementos e a definição dos carregamentos, é necessário compreender que as armaduras advêm dos diagramas de esforços. No ROBOT, constatou-se que os mapas de esforços são formados por uma malha de pontos nodais dos elementos finitos, conforme exposto na Figura 7.18, Figura 7.19 e na Figura 7.20.

No CAD/TQS, os elementos de superfície possuem os esforços representados por faixas. Esta metodologia é idêntica ao módulo de dimensionamento de armaduras do software. É possível exibir 4 mapas de esforços: armação negativa vertical e horizontal e armação positiva principal e secundária.

No mapa a seguir, é possível separar a identificação das armaduras por cores. Além disso, há de se atentar que os esforços exibidos são momentos fletores distribuídos por faixas unitárias nas lajes.

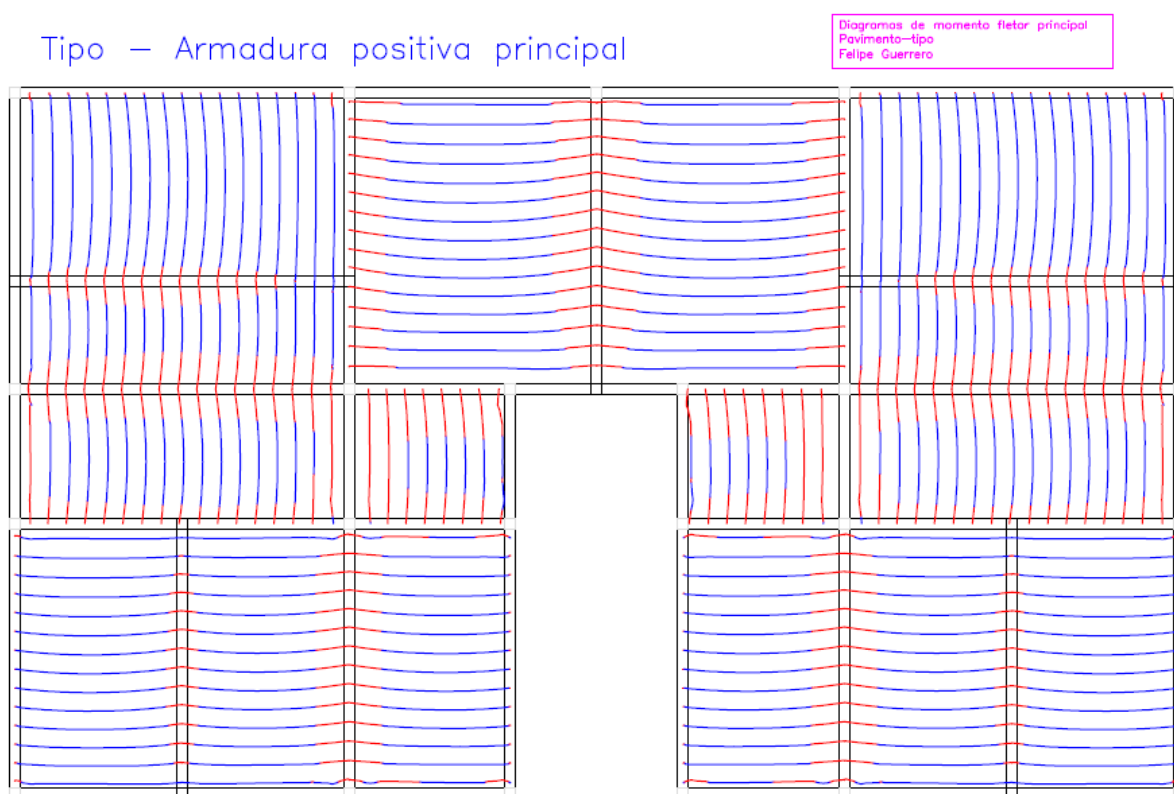


Figura 8.6: Exemplo de representação dos esforços nas lajes

Fonte: CAD/TQS

No ROBOT, o mapa de esforços é global para a direção horizontal ou vertical. Já no CAD/TQS, observa-se que os diagramas principais de esforços são paralelos à menor dimensão de cada laje. Para esta direção, será definida a armadura principal.

Dado o esforço, o software automaticamente sugere uma armadura a ser disposta em faixas do elemento estrutural. Todas as lajes possuem armadura negativa, seja de compatibilização com a laje adjacente ou

como armadura de borda para evitar fissuração excessiva. As armaduras positivas inicialmente são sugeridas com comprimento integral da laje acrescido dos comprimentos de ancoragem.

Na figura a seguir, é exposta a armadura positiva a ser disposta paralela à direção principal. A fim de atender a todas as faixas de esforços calculadas pelo software, foram utilizadas barras de 6,3mm com espaçamentos entre 10 e 15cm. De forma bastante intuitiva, o programa de cálculo permite a edição dos diâmetros e espaçamentos. Também é possível estudar para cada solução o acréscimo de armadura.

### Tipo – Armadura positiva principal

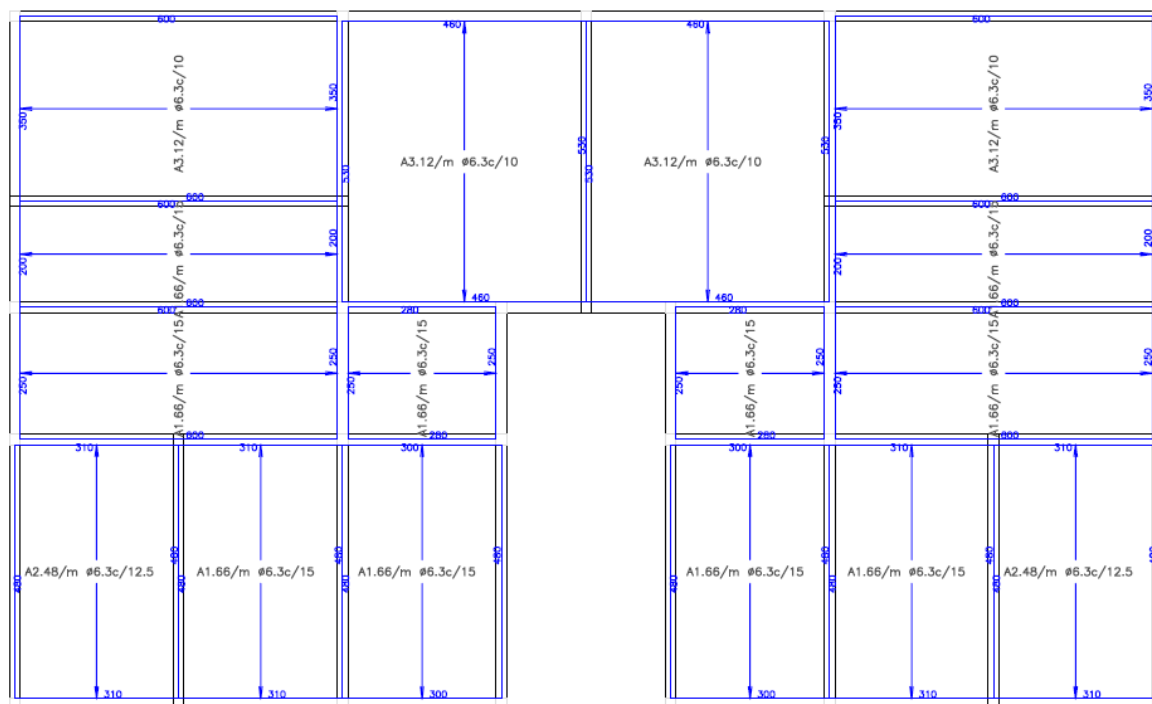


Figura 8.7: Armadura positiva paralela à direção principal da laje

Fonte: CAD/TQS

Para armadura negativa, o processo é um pouco diferente. Escolhe-se entre armaduras verticais ou horizontais, conforme exposto na figura a seguir.

Tipo – Armadura negativa horizontal

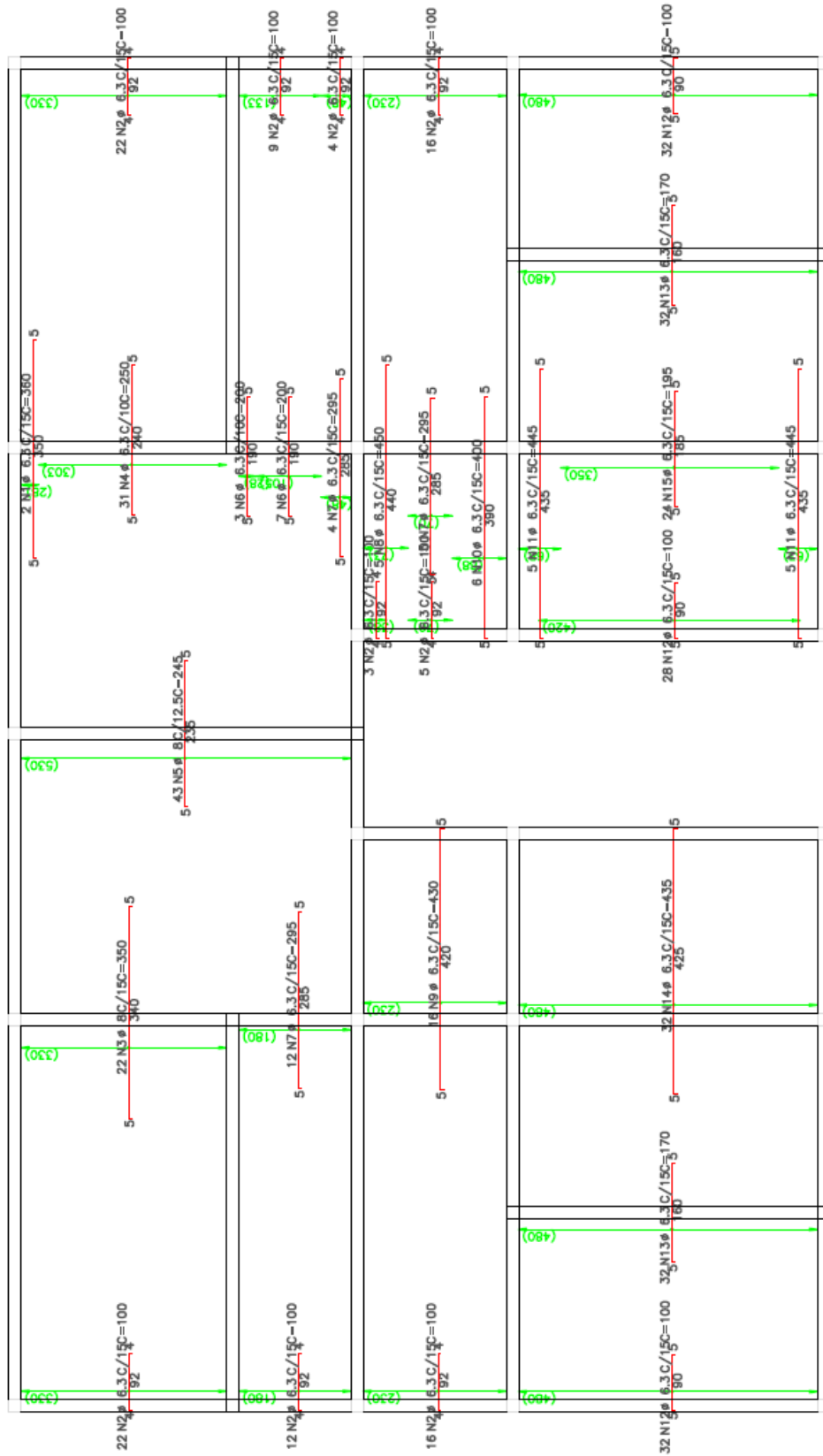


Figura 8.8: Disposição das armaduras negativas nas lajes

Fonte: CAD/TQS

Considerando que o edifício possui um eixo vertical de simetria na localização do eixo longitudinal da viga V13, propositadamente foram alteradas somente as armaduras das lajes a esquerda deste eixo. Assim, foi possível observar que é papel fundamental do engenheiro projetista adaptar os cálculos do software para uma linguagem fácil ao armador.

Comparando as lajes simétricas L8 e L9, é bastante nítido que o software sugere faixas de armaduras diferentes. Apesar de satisfatório em termos regulamentares, trata-se de uma disposição complexa e que exige refinada atenção do armador na execução da obra.

A fim de evitar riscos, foi otimizada a laje L8 de modo que, para todas as faixas, a armadura adotada seja satisfatória. Apesar de aumentar o consumo de aço, entende-se que o risco de não seguir o projeto diminui na medida que a simplicidade estrutural aumenta.

A simplificação das armaduras é uma das etapas mais importantes da modelação. Além de ser responsabilidade do projetista adotar soluções que satisfaçam as exigências regulamentares, também é seu papel transcrevê-las em uma linguagem de fácil compreensão para serem acompanhadas durante a obra.

O executor deve estar atento às instruções de projeto. Uma delas, por exemplo, refere-se à disposição das armaduras positivas principais antes das armaduras positivas secundárias. Este cuidado é fundamental para garantir maior altura de cálculo para a armadura de maior esforço. São detalhes que fazem enorme diferença para garantia da segurança estrutural e bom aproveitamento dos elementos estruturais.

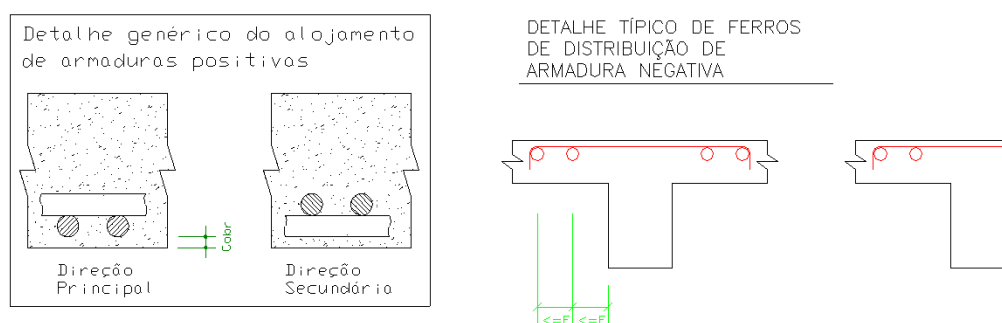


Figura 8.9: Detalhes de disposição das armaduras

Fonte: CAD/TQS

O projetista não deve poupar papel. Devem ser fornecidas todas as informações de execução e demais ressalvas de detalhes. A comunicação entre o projetista e o executor deve ser um canal aberto. É fundamental que o executor entre em contato com o projetista quando houver ambiguidade na leitura das informações. Afinal, menos custoso o contato precipitado antes da concretagem que a necessidade de reforço por má execução dos elementos.

Ressalta-se o nível altíssimo de detalhamento de desenhos oferecido pelo CAD/TQS. É possível que o usuário defina o cobrimento em cada lado das armaduras, além de todos os demais comprimentos de ancoragem.

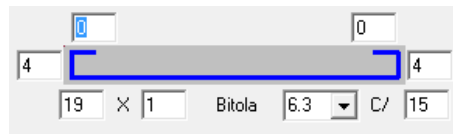


Figura 8.10: Detalhamento de armadura a ser definido pelo usuário

Fonte: CAD/TQS

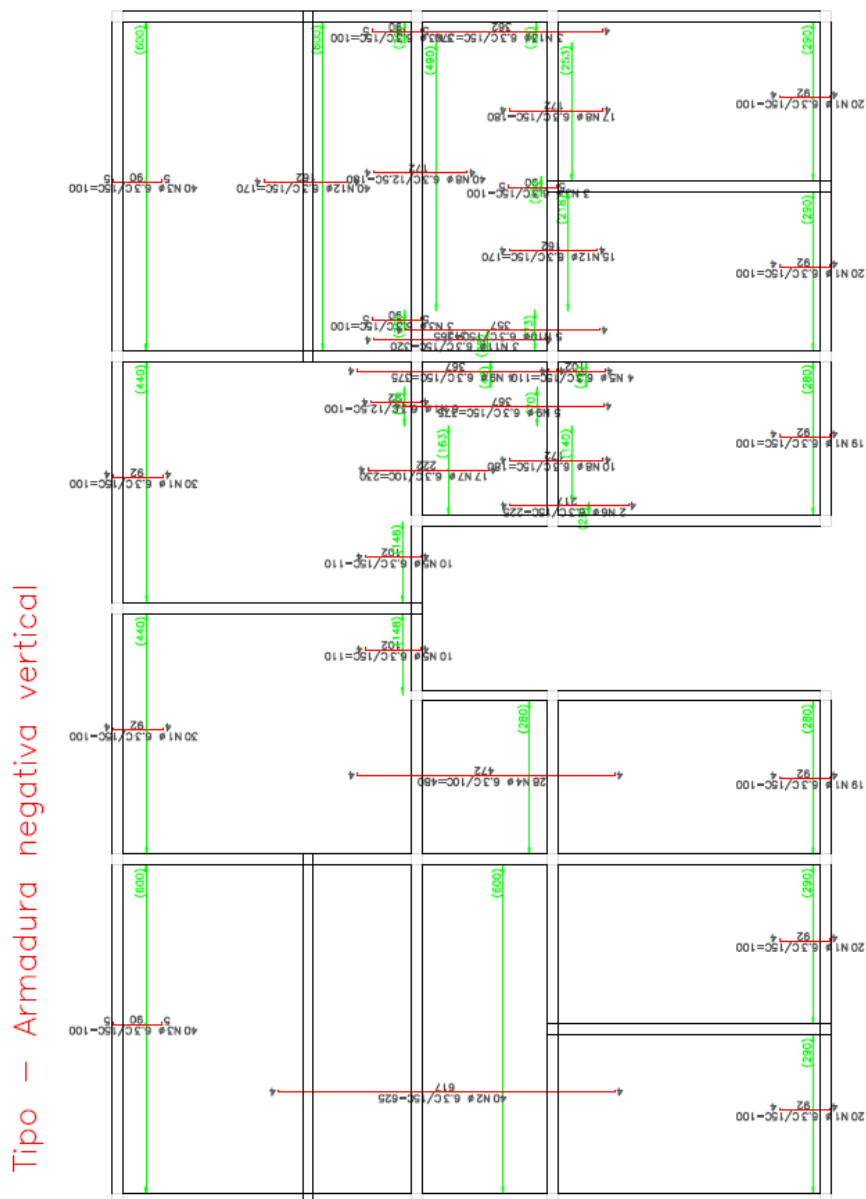


Figura 8.11: Simplificação da disposição das armaduras negativas nas lajes

Fonte: CAD/TQS

Reitera-se que as armaduras de borda sugeridas pelo CAD/TQS podem ser facilmente adaptadas às instruções da *Figura 4.20*.

Por fim, a modelação dos pavimentos como grelhas de lajes planas se mostrou uma boa alternativa de cálculo. Uma vez que cada barra ortogonal é tratada como viga, é possível definir esquemas estruturais infinitesimais de modo a formar a grelha unificada.

## 8.5 VIGAS

Na inserção de vigas, é possível definir o carregamento permanente advindo das paredes. O programa possui em sua biblioteca os costumeiros blocos de 19cm. O peso específico adotado é  $0,32\text{tf/m}^2$  sendo compatível com a parede acabada calculada nas seções iniciais se for considerada a argamassa de revestimento.

O software automaticamente faz a envolvente de esforços para todos os casos de carga, pautado nas instruções contidas na NBR 6118/2014 para combinação de cargas em ELS e ELU, conforme enquadramento dado na *Figura 8.2*.

No módulo de obtenção dos esforços das vigas, constata-se no diagrama de esforço cortante abaixo que a viga V2 está apoiada nas vigas V9 e V11. Por simetria, a mesma situação ocorre com a viga V3 e as vigas V14 e V17. Também se verifica apoio das vigas V10, V13 e V16 em outras vigas. Isto já era esperado, conforme estudo realizado na seção 5.

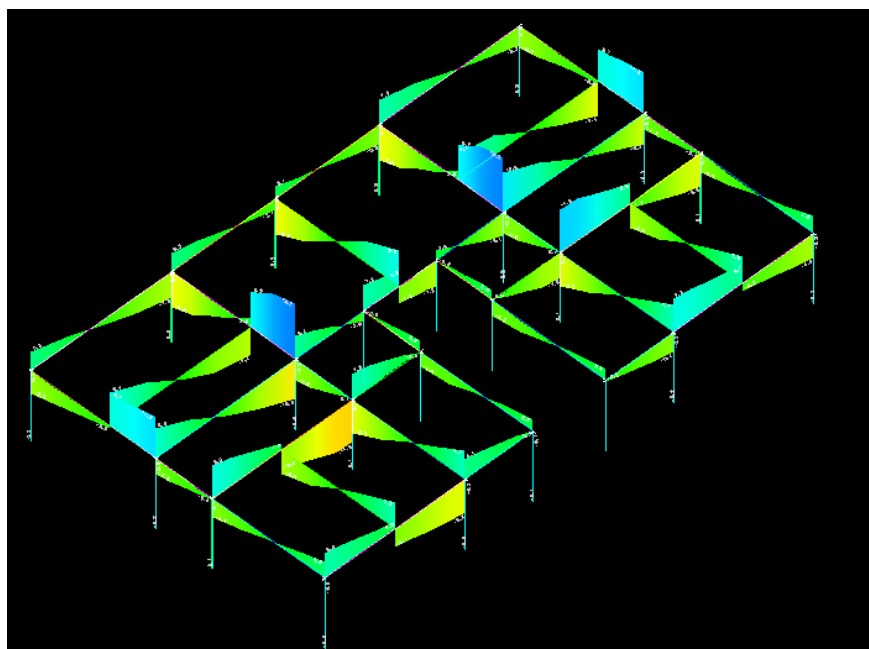


Figura 8.12: Esboço do diagrama de esforço cortante para andar tipo

Fonte: CAD/TQS

Entretanto, surpreende-se pela capacidade deste software de dar detalhes sobre as armaduras de suspensão. Diferentemente das instruções acadêmicas da seção citada, o software entende que 100% desta armadura deve ser colocada na viga de apoio. A viga sustentada permaneceria então com os estribos comuns.

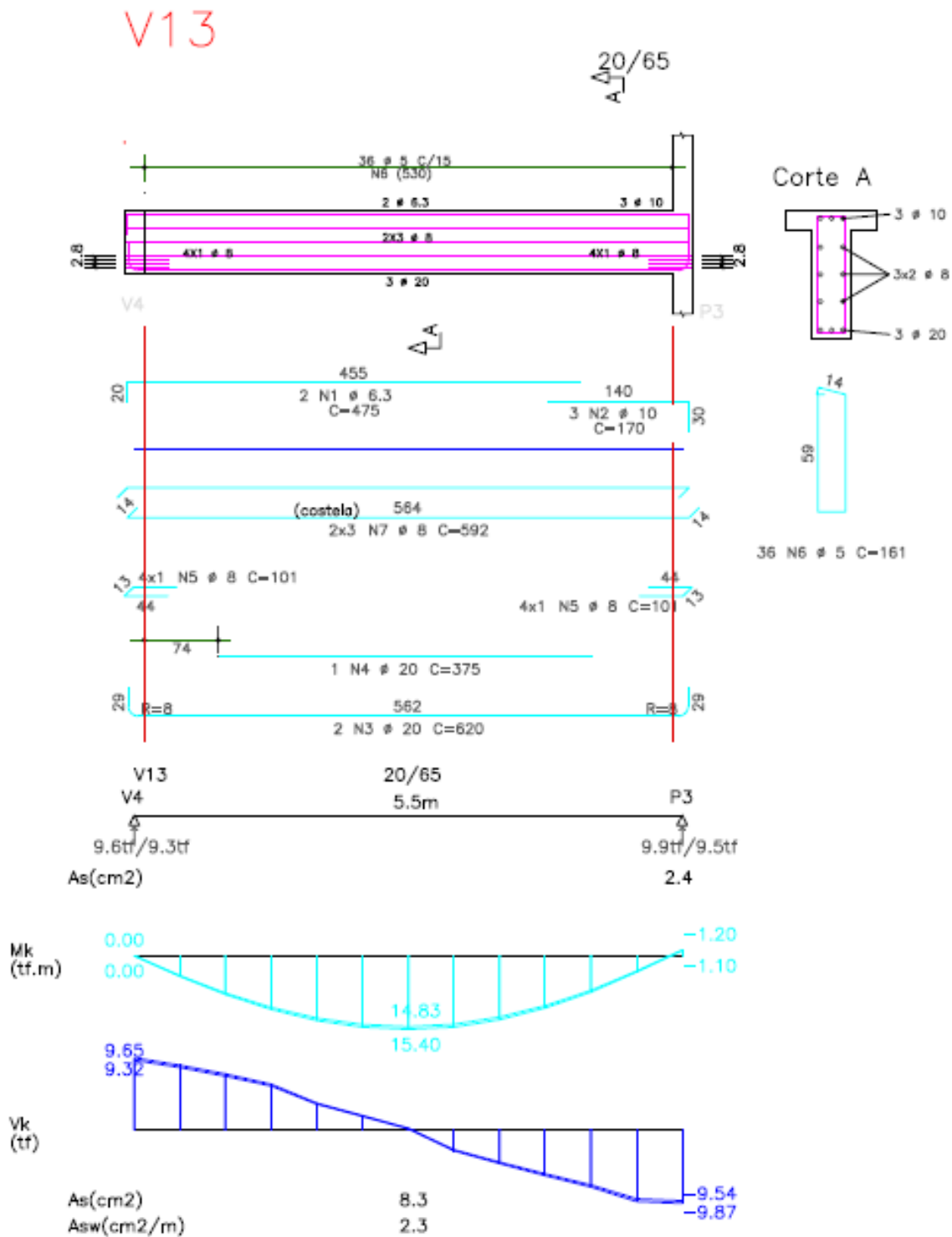


Figura 8.13: Armaduras da viga de tramo único V13

Fonte: CAD/TQS



Observa-se que o tramo central da viga contínua V4 possui 3 intervalos de estribos. O intervalo central corresponde a uma maior taxa de armadura e se deve à armadura de suspensão advinda proporcionalmente a partir da carga a ser apoiada pela viga V13. Esta maior taxa de armadura é alcançada a partir da diminuição do espaçamento entre as barras de 6,3mm de diâmetro.

Na viga V13, observa-se que há momento negativo apenas no apoio correspondente ao pilar P3. Nesta região, há a locação de 3 barras de 10mm. Para o restante da viga, há a locação do porta-estribos correspondente a 2 barras de 6,3mm. Conforme exposto, o usuário é capaz de alterar as propriedades dessa armadura, que pode vir a ser 2 barras de 10mm.

Atenta-se ainda ao cálculo automático da decalagem. O programa sugere comprimento de armaduras de modo que faixas de momentos fletores sejam atendidas. No Anexo 12, é possível verificar as excelentes soluções sugeridas pelo software para as armaduras da viga contínua V1 por exemplo. Para todos os tramos, a decalagem é utilizada de modo a otimizar o consumo de aço.

A partir da sugestão do software, o usuário tem liberdade de alterar os dados das armaduras longitudinais e transversais. Após as alterações, o software ainda possibilita que seja recalculada a viga com a nova armadura. E assim, através de extenso e detalhado relatório é comprovado se a nova solução atende a todas as solicitações.



Figura 8.15: Resultado parcial do relatório de verificação de vigas

Fonte: CAD/TQS

Vê-se que o cálculo é realizado em diversas seções ao longo da viga para esforços de flexão, cisalhamento e torção. No ROBOT, há a opção da lista de ferros, conforme Anexo 8. No CAD/TQS isso também se verifica, conforme observa-se na figura a seguir.

Entre as principais diferenças entre os softwares, ressalta-se o cálculo com as barras usuais no Brasil. Isto é, 6.3mm ao invés dos 6mm utilizados pelo ROBOT e 12.5mm ao invés dos 12mm parametrizados no software Europeu.

ELEM	AÇO	POS	BIT (mm)	QUANT	COMPRIMENTO UNIT (cm)	TOTAL (cm)
V7	(X2)					
	50A	1	12.5	4	500	2000
	50A	2	20	4	560	2240
	50A	3	16	2	270	540
	50A	4	20	6	665	3990
	50A	5	12.5	4	330	1320
	50A	6	6.3	2	91	182
	60B	7	5	126	141	17766

ACO	RESUMO BIT (mm)	AÇO CA COMPR (m)	50-60 PESO (kg)
60B	5	178	27
50A	6.3	2	0
50A	12.5	33	32
50A	16	5	9
50A	20	62	154
Peso Total		60B =	27 kg
Peso Total		50A =	195 kg

ELEM	Resumo de aço por elemento	PESO (kg)	PESO (kg+10%)
V7		222	244

Figura 8.16: Lista de ferros para viga V7

Fonte: CAD/TQS

Para além do relatório geral e da lista de ferros, o software ainda permite a compartimentação de relatórios conforme etapas de dimensionamento.

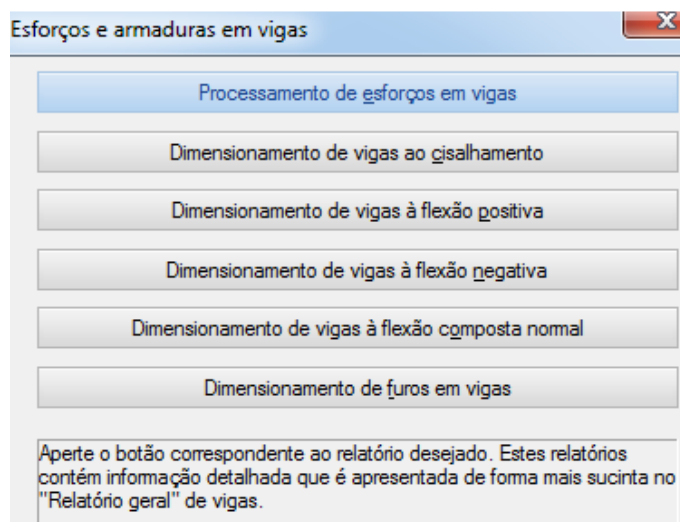


Figura 8.17: Exemplos de relatórios para vigas

Fonte: CAD/TQS

As demais vigas estão detalhadas no Anexo 12, pautadas nos diagramas de esforços cortantes da Figura 8.12 e no diagrama de momentos fletores da figura a seguir.

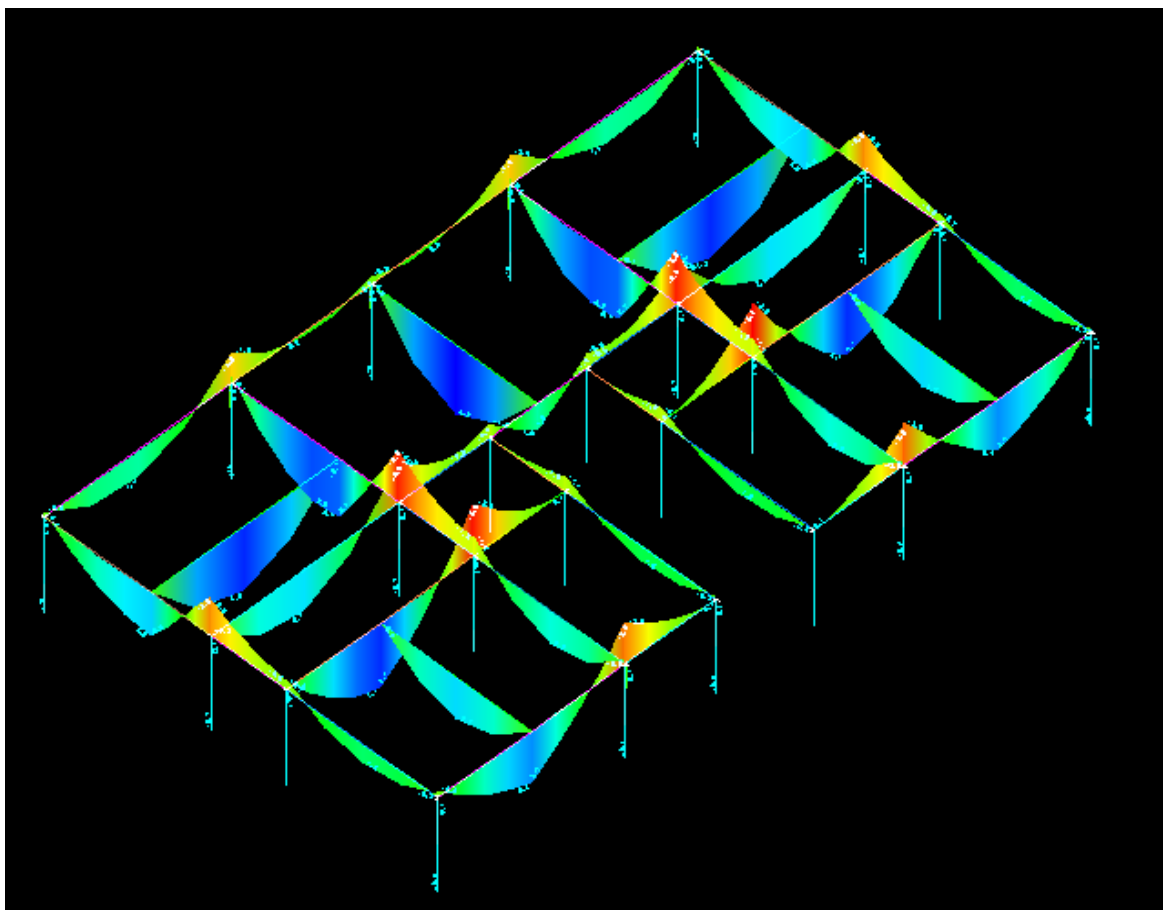


Figura 8.18: Esboço do diagrama de momento fletor para andar tipo

Fonte: CAD/TQS

A lista de ferros exibida refere-se ao recálculo da viga V7 após as alterações do autor e a verificação da satisfação dos esforços pelo software. Reitera-se que as alterações podem ser verificadas comparando no Anexo 12 as vigas V7 e V8, de modo que devido à simetria geométrica e dos carregamentos, ambas as soluções atenderam os diagramas de esforços de flexão e cisalhamento.

Há de se atentar para todos os casos sobre a utilização ou não das armaduras de pele. Conforme ressaltado na seção 5 do presente trabalho, a NBR 6118/2014 permite que vigas de altura inferior a 60cm não disponham deste tipo de armadura. Assim, foi parametrizado esta indicação regulamentar no software brasileiro para a armadura vulgarmente chamada “costela”.

## 8.6 PILARES

Conforme estudado na *Tabela 6.3: Estimativa de Nd para pilares a nível térreo*, constatou-se que os 4 pilares intermediários deste projeto (P7, P10, P13 e P16) são os pilares mais carregados. Sugeriu-se na seção 6 que as emendas entre térreo e o primeiro pavimento fossem realizadas por luvas. Entretanto, alertou-se sobre a indicação normativa de não ocorrer taxa de armadura superior a 8% em nenhuma seção.

Ao calcular o “processamento global da estrutura” no software CAD/TQS, foram gerados alertas sobre esta indicação normativa. Entretanto, o programa permite algumas alternativas para solucionar este problema. Para além da emenda com luvas, o programa permite que o usuário habilite o detalhamento das emendas com alternância de barras longitudinais, conforme figuras a seguir. Observa-se que, para qualquer situação de taxa de armadura, o programa permite ao usuário utilizar esta alternativa.

Reitera-se, conforme exposto, que o usuário se responsabiliza pelos resultados e o programa, sempre com alertas de incompatibilidade, permite quaisquer alterações.

No dimensionamento manual, foram utilizados para flexão reta os Ábacos de VENTURINI (1987) e para flexão oblíqua os Ábacos de PINHEIRO (1994). Para ambos os casos, a quantidade mínima de barras é 8. Conforme instruções normativas, o menor diâmetro a ser utilizado na armação longitudinal de pilares é 10mm. Logo, dimensionou-se como armadura mínima de 6,4 cm<sup>2</sup>.

No software TQS é diferente. Para todos os pilares da cobertura foram utilizadas apenas 4 barras de 10mm. Apesar de não ter sido utilizada bibliografia que contemplasse ábacos de 4 barras, constata-se que esta área de aço é superior ao necessário pelas solicitações.

As maiores taxas de armaduras foram utilizadas nos pilares internos a nível do térreo. Isto já era esperado, conforme estudo realizado na seção 6. Entretanto, devido à distribuição de esforços ser diferente do método simplificado, pode-se observar variações das taxas de armadura.

A solução gráfica se mostra bastante desenvolvida e a interface com o usuário permite diversas edições possíveis. Inicialmente, a quantidade de recursos do software pode confundir o usuário. Mas com o tempo, percebe-se um conjunto de botões de edição que facilitam adaptações desejadas pelo projetista de estruturas.

As opções comuns de alteração podem compreender compatibilização de comprimento de barras, a utilização de apenas 1 diâmetro de barra na seção, disposição dos estribos e técnicas de ancoragem e emenda de armaduras.

Sugere-se a utilização de cargas linearmente distribuídas para estudo futuro nas lajes L5, L6, L7 e L8, pois a simplificação adotada na *Tabela 4.2: Carregamento das lajes (kN/m<sup>2</sup>)* não corresponde ao melhor

## CAPÍTULO 8

modelo numérico. Logo, podem ocorrer variação das flechas esperadas devido a esta simplificação, além da diferença de esforços a ser encaminhada aos elementos lineares vigas e pilares.

A tabela de carga do Anexo 11 permite entender que o software estabelece o eixo Z vertical para todos os elementos lineares. Assim, não há necessidade de se preocupar com eixos locais para elementos não inclinados.

A variação observada na *Tabela 6.1* se deve ao fato do software CAD/TQS verificar a envolvente de esforços com todas as combinações possíveis de carregamento.

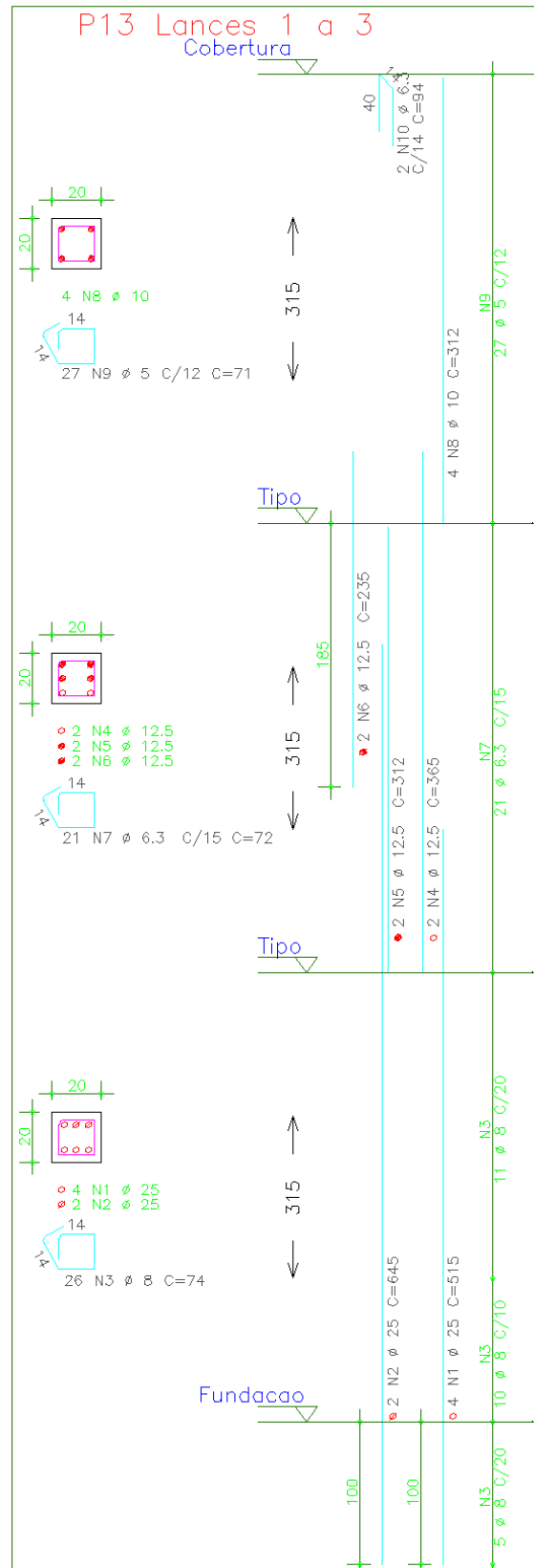


Figura 8.19: Emendas com alternância de barras longitudinais

Fonte: CAD/TQS

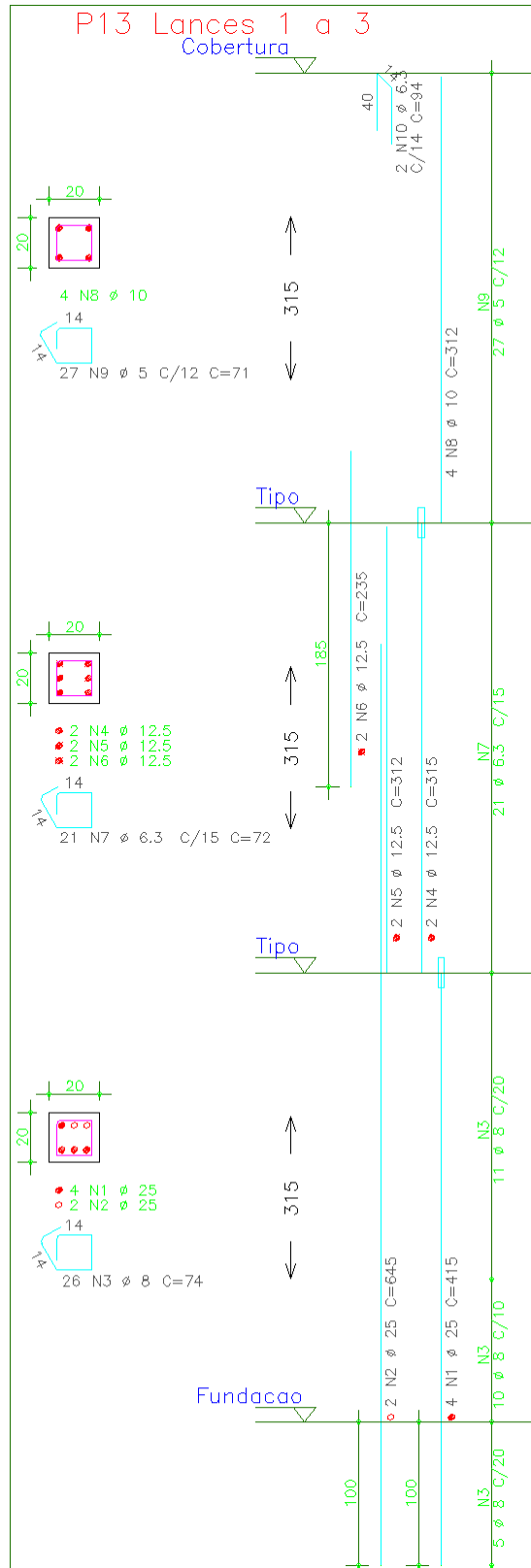


Figura 8.20: Detalhamento de emendas com luvas

Fonte: CAD/TQS

## 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

À luz da NBR 15575/2013 - Anexo C, é possível compreender os conceitos que envolvem a durabilidade de uma edificação:

A Vida Útil de Projeto (VUP) é basicamente uma expressão de caráter econômico de uma exigência do usuário. A melhor forma para se determinar a VUP para uma parte de uma edificação é através de pesquisa de opinião entre técnicos, usuários e agentes envolvidos com o processo de construção. Em países europeus, isto foi feito durante as décadas de 60 e 70 para a regulamentação dos valores das VUP mínimas exigíveis.

A Norma ainda ressalta algumas das principais interferências na VUP como as características dos materiais, a qualidade dos serviços de execução, o correto uso da edificação, a efetividade da manutenção, as mudanças nas condições de agressividade local, entre outros. Além disso, permite compreender que a negligência no cumprimento integral de manutenções programadas pode comprometer a VUP:

A VUP é uma decisão de projetos que tem de ser estabelecida inicialmente para balizar todo o processo de produção do bem. Quando se projeta um sistema ou um elemento (por exemplo, a impermeabilização de uma laje), é possível escolher entre uma infinidade de técnicas e materiais. Alguns, pelas suas características, podem ter Vida Útil de Projeto (VUP) de 20 anos, sem manutenção, e outros não mais que 5 anos. Evidentemente, as soluções têm custo e desempenho ao longo do tempo muito diferentes. (...)

Por exemplo, um revestimento de fachada em argamassa pintado pode ser projetado para uma VUP de 25 anos, desde que a pintura seja refeita a cada 5 anos, no máximo. Se o usuário não realizar a manutenção prevista, a VU real do revestimento pode ser seriamente comprometida. Por consequência, as eventuais patologias resultantes podem ter origem no uso inadequado e não em uma construção falha.

No gráfico a seguir, é possível compreender que a queda natural de desempenho é prevista e ocorre gradualmente ao longo do tempo. Entretanto, intervenções de manutenção podem prolongar o tempo até que o edifício não forneça um desempenho satisfatório.

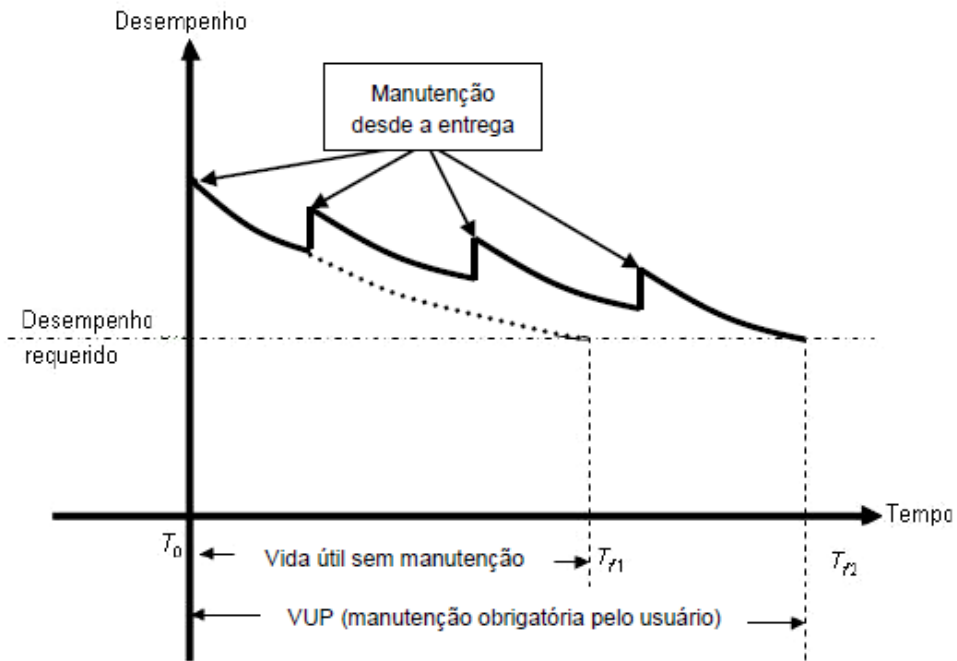


Figura 9.1: Desempenho ao longo do tempo

Fonte: NBR 15575/2013 - Anexo C

Todavia, se estas etapas forem previstas na fase de projeto, os custos com manutenção podem ser minimizados. Trata-se de uma economia imensamente significativa, conforme demonstração do gráfico a seguir.

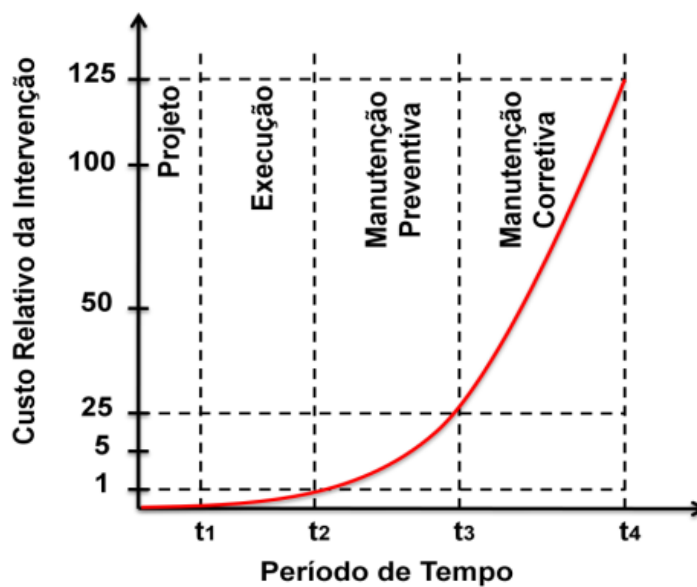


Figura 9.2: Lei de Sitter

Fonte: HELENE, 1992 apud CAVALLI, 2008 apud SOUZA, 2011

Do ponto de vista econômico, os estudos de HELENE (1997) permitem compreender que quanto mais tarde for prevista a intervenção maiores são os custos associados. A evolução é assimilada ao de uma progressão geométrica de razão 5. Portanto, a metodologia é conhecida por “Lei dos 5” ou Regra de Sitter.

A fase mais importante refere-se à fase de projeto, pois associa-se um custo de fator 1. Nesta fase contemplam-se medidas que visam aumentar a proteção e a durabilidade da estrutura antes mesmo da execução. Dentre as ações, é contemplado “o aumento do cobrimento dos elementos estruturais, o aumento do fck do concreto, a diminuição da relação água/cimento, a especificação de adições na execução do concreto e a previsão de manutenções periódicas.”.

Segundo HELENE (1997), para as medidas que não foram tomadas na fase de projeto, mas durante a execução da obra, associa-se um custo de fator 5. Isto é, valor 5 vezes superior ao custo da mesma intervenção se fosse tomada na fase de projeto. Dentre as medidas “extra projeto”, destaca-se a decisão de reduzir a relação água/cimento na obra. Esta mudança na fase de projeto significaria o dimensionamento com um novo e melhor material de construção. Nesta situação, os elementos estruturais poderiam ser redimensionados e possivelmente o volume de concreto, assim como o peso próprio da estrutura, seriam diminuídos. Devido à maior resistência à compressão do concreto, possivelmente as taxas de armaduras também poderiam ser inferiores. Uma microanálise ainda permitiria aferir menor consumo de formas, por exemplo.

As duas fases seguintes são de manutenção preventiva e manutenção corretiva. Respectivamente, referem-se às ações tomadas antes e depois da constatação de fenômenos patológicos da edificação. Para as ações corretivas estão associados custos de fator 125. Já para as ações preventivas, associam-se custos de fator 25. Isto é, trata-se de gastos 25 vezes superiores aos que deveriam ser tomados na fase de projeto. Entretanto, são 5 vezes inferiores às medidas tardias e muitas vezes paliativas para correção.

Observa-se que a durabilidade está associada a uma corresponsabilidade de diversos agentes envolvidos no projeto, execução e uso da edificação. Ainda segundo HELENE (1997), para além do proprietário e do usuário, são responsáveis quem rege o projeto arquitetônico, quem acompanha a tecnologia do concreto, quem executa a obra e, por fim, mas não menos importante, quem define o projeto estrutural. O desafio identificado na compatibilização destes processos refere-se à conscientização da importância da durabilidade das estruturas respeitando a segurança e os critérios econômicos.

Tais indicações podem ser encontradas no item 7 da NBR 6118/2014. Dentre os critérios que visam a durabilidade, destacam-se: prever drenagem eficiente; evitar formas arquitetônicas e estruturais inadequadas; garantir a qualidade do concreto de recobrimento; detalhar a disposição das armaduras; acompanhar a abertura de fissuras; orientar inspeções e manutenção preventiva.

Assim, é possível compreender a importância de um bom projeto estrutural. É papel do engenheiro de estruturas definir uma solução que atenda aos critérios de segurança estrutural. Entretanto, ressalta-se que diversas medidas podem ser tomadas de modo a facilitar a execução e utilização desta. Conforme exposto na seção 8, a comunicação entre os agentes deve ser um canal aberto de modo a viabilizar a compatibilização dos processos.

Claramente a engenharia de estruturas se mostra um assunto extenso. Espera-se que as nuances abordadas neste trabalho contribuam para incentivar a utilização dos regulamentos vigentes e as ferramentas disponíveis no mercado. Assim, é possível trilhar o caminho para otimizar o cronograma e o orçamento da obra e garantir uso seguro das estruturas.

### 9.1 CONCLUSÕES

Quando executada de maneira responsável e em conformidade com os regulamentos vigentes, é evidente que a utilização de ferramentas computacionais oferece profundas vantagens à produtividade, à segurança e à qualidade dos projetos de um engenheiro estrutural. Apesar do avanço tecnológico ocorrido na última década, é fundamental ter em mente que por mais sofisticado que o sistema computacional seja, o engenheiro civil é o protagonista deste trabalho e o software de cálculo se refere apenas à ferramenta auxiliar.

É essencial compreender que o modelo executado no computador simula o edifício. Esperar que o edifício simule o modelo computacional é um erro gravíssimo. Uma vez que existem diversos modelos de cálculo disponíveis e muitas vezes há sensíveis discrepâncias entre os comportamentos previstos, há de se estudar àquele que melhor se adequa à complexidade da estrutura.

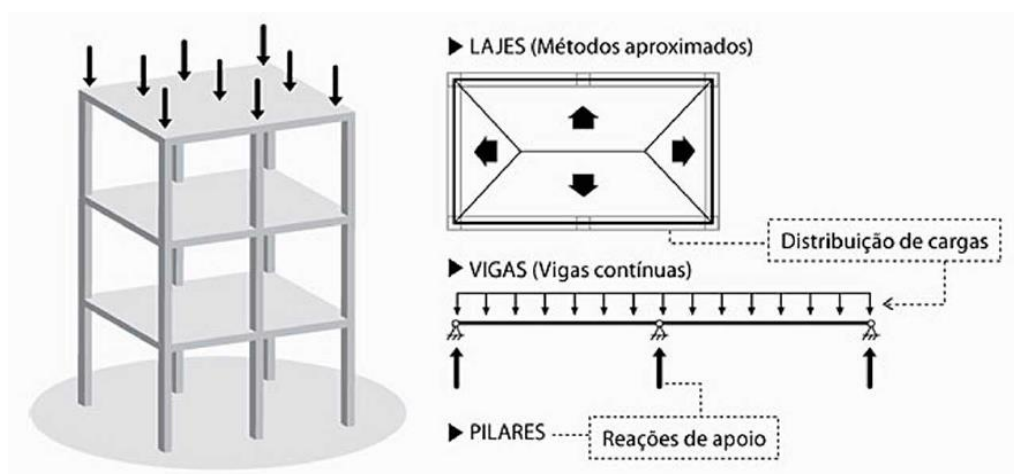


Figura 9.3: Vigas contínuas

Fonte: Kimura (2007)

Inicialmente, este trabalho considerou o modelo de vigas contínuas para o cálculo manual. Trata-se de uma metodologia consagrada, cujos esforços e flechas nas lajes e as reações nas vigas são obtidos através de tabelas de aproximação como as de Marcus e Czerny. Assim, as vigas recebem as cargas advindas de quinhões de área nas lajes através de cargas uniformemente distribuídas. Já os pilares recebem as reações de apoio das vigas através de cargas verticais concentradas.

Conforme exaustivamente exposto durante as seções, trata-se de uma abordagem isolada dos elementos estruturais, com o comportamento de cada peça sendo previsto de forma independente. Apesar de consagrados, muitas vezes há limitações de aplicação destes princípios. Uma vez que na vida real o edifício de concreto armado trabalha como um bloco monolítico integral, há a dependência entre os elementos.

Devido à facilidade da planta de formas, os esforços internos obtiveram boa representação quando comparados com os resultados dos softwares. Entretanto, há de se lembrar que foram desconsiderados os efeitos horizontais advindos das ações do vento. Na prática, o edifício deve dispor de mecanismos resistentes a todas as ações.

Hoje em dia no mercado brasileiro, devido à vasta disponibilidade de softwares de cálculo automático e diversos modelos de cálculo, o modelo de vigas contínuas tende a servir apenas de verificação para outras abordagens.

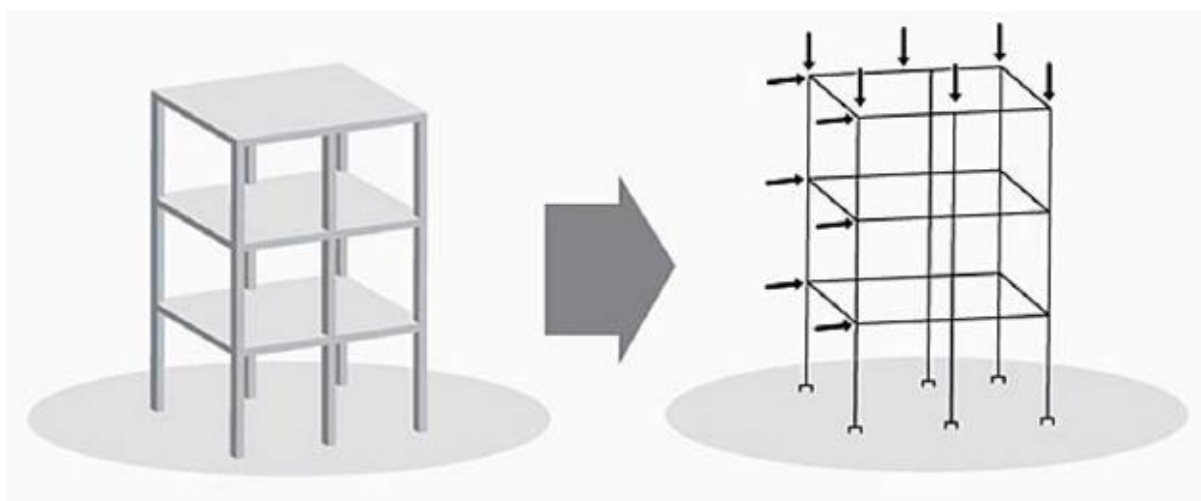


Figura 9.4: Pórtico espacial

Fonte: Kimura (2007)

Para os softwares utilizados neste estudo de caso, a estrutura foi desenvolvida em uma interface 3D. Contudo, o estudo dos pavimentos usufruiu de abordagens distintas.

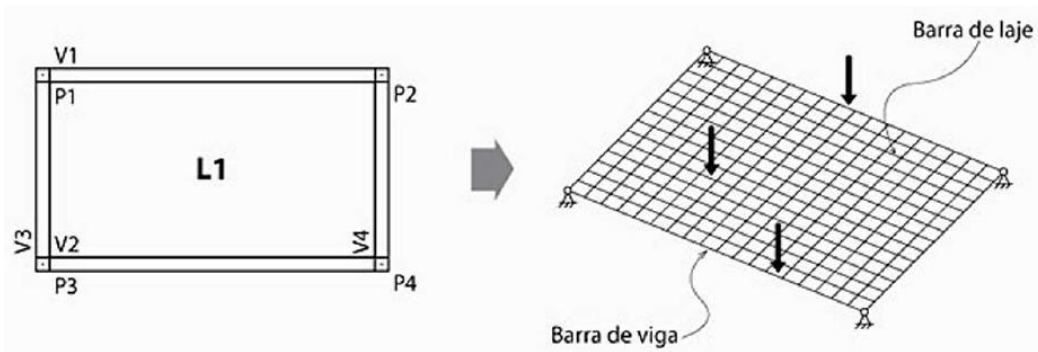


Figura 9.5: Grelha de vigas e lajes

Fonte: Kimura (2007)

No software CAD/TQS, foi utilizado o modelo estrutural IV descrito por “Modelo integrado e flexibilizado – conforme critério – de pórtico espacial”. Já o pavimento foi calculado como “Modelo de grelha de lajes planas”. Neste caso, o pórtico é composto apenas por barras que simulam as vigas e pilares da estrutura, com o “efeito de diafragma rígido das lajes devidamente incorporado”.

Neste modelo, o CAD/TQS realiza a discretização de barras ortogonais paralelas aos contornos das lajes retangulares. A transferência de cargas das lajes para as vigas não é mais realizada por área de influência. Desprezando os quinhões de carga do modelo de viga contínua, a distribuição é discretizada barra a barra, como uma reação de apoio infinitesimal. Há de se ressaltar a consideração da rigidez de cada barra.

Já no software europeu, as lajes são refinadas em elementos infinitesimais. Conforme explicado na seção 7, trata-se da divisão de um domínio de integração em um número discreto de pequenas regiões finitas. Cada uma delas refere-se a um elemento finito e ao conjunto se constitui uma malha.

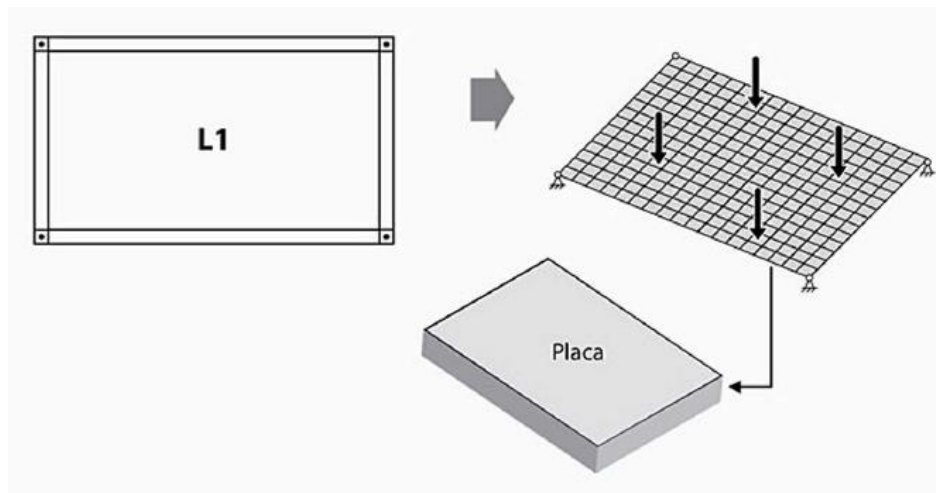


Figura 9.6: Método dos Elementos Finitos

Fonte: Kimura (2007)

Apesar de se tratar de um método bastante evoluído e com potencialidade para atender estruturas mais completas, o ROBOT não tende a ser utilizado em grande escala no Brasil devido à ausência da regulamentação brasileira.

O CAD/TQS foi desenvolvido a partir das instruções normativas nacionais (ABNT NBR 6118/2014) e continuamente oferece novos recursos aos usuários. Assim, é possível compreender a crescente aceitação deste software nos escritórios de cálculo de estruturas brasileiros.

Nesta situação, há vantagens e desvantagens para ambos os softwares. Uma vez que o CAD/TQS não possui os regulamentos de outros países, seu mercado é restrito ao território nacional. Em contrapartida, o ROBOT dispõe do regulamento de diversos países europeus e tende a desenvolver novas adaptações para aumentar seu mercado nestes países.

Para o atual caso de estudo, é perceptível que mais de um modelo de cálculo seja utilizado. Todavia, estes devem estar à luz dos regulamentos vigentes no local de construção da edificação. Compreende-se que a combinação de modelos diversos de cálculo pode refinar o estudo da estrutura de modo a prever um melhor aproveitamento conjunto dos elementos estruturais.

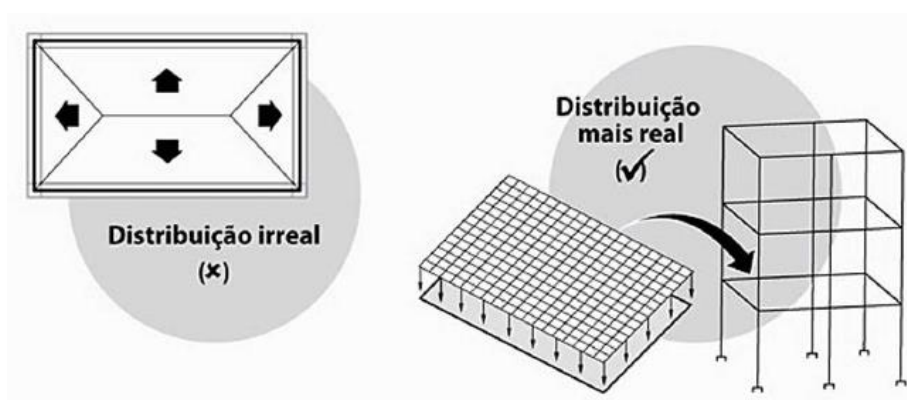


Figura 9.7: Combinação entre modelos de cálculo

Fonte: Kimura (2007)

Não há uma receita universal para o cálculo de edifícios de concreto armado. A complexidade deve ser analisada pelo engenheiro civil de modo a prever modelos que melhor representem o comportamento estrutural. Muitas vezes, como neste caso, há de se estudar modelos combinados. E é nessa necessidade que os softwares de cálculo automático otimizam a simulação de soluções. Um pavimento de 100m<sup>2</sup> pode dispor de uma maior ou menor quantidade de lajes, vigas e pilares dependendo do estudo realizado pelo engenheiro calculista.

Este trabalho contém um vasto conjunto de informações contempladas em regulamentos nacionais e indicações de alguns dos melhores profissionais do setor. Além disso, há a aplicação das diretrizes regulamentares na avaliação dos resultados dos softwares de cálculo automático de estruturas. Assim, espera-se contribuir para incentivar: os profissionais da área no uso consciente das ferramentas; as empresas de software no investimento de novos mercados; e os alunos de engenharia civil no aparelhamento dos conteúdos acadêmicos com as práticas do mercado.

Esta filosofia, que deve reger o futuro curso de engenharia civil, pode ser compreendida nas palavras de AZEVEDO (2000):

Uma vez que nas diversas áreas abordadas num curso de engenharia existe uma elevada quantidade de aplicações disponíveis, é claramente irrealista ter-se a intenção de ensinar a totalidade dos alunos a utilizar um elevado número de programas. Nestas circunstâncias correr-se-ia o risco de diminuir drasticamente a quantidade de matérias tradicionais, com o objectivo de abrir espaço no plano de estudos para o treino dos futuros utilizadores de software profissional. Não se deve também manter um tipo de ensino 100% tradicional, em que o contacto dos alunos com os computadores seja demasiado escasso. Um equilíbrio entre estas duas componentes parece ser a solução mais adequada.

## 9.2 SUGESTÕES DE PESQUISA

O presente trabalho não contemplou o estudo de fundações. Assim como, a interação entre as vigas baldrame do pavimento térreo e o solo. Além disso, indica-se verificar as alterações nas armaduras dos elementos estruturais na consideração dos esforços laterais advindos das ações do vento.

Já na cobertura, é necessário adaptar o suporte da caixa d'água a fim de melhor distribuir os esforços. A partir da sugestão dada na Figura 3.2 , sugere-se o dimensionamento da escada com as dimensões dos degraus de acordo com a Lei de Blondel.

Por fim, apesar de contempladas as instruções normativas no software CAD/TQS, permite-se maior aprofundamento no cálculo da decalagem das armaduras longitudinais das vigas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVA, G.M.S.; DEBS, A.L.H.C.; GIONGO, J.S. **Concreto armado: projeto de pilares de acordo com a NBR 6118:2003**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2008. Disponível em < <http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoll/Projeto%20de%20pilares%20segundo%20a%20NBR%2061182003%20-%20Alva;%20El%20Debs;%20Giongo%20-%20Fev2008.pdf> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

AZEVEDO, A. F. M. **A Utilização de Software Comercial no Ensino Universitário**. Painel integrado no VI Congresso Nacional de Mecânica Aplicada e Computacional Universidade de Aveiro– Portugal. Abril 2000, 6 p. Disponível em < [http://civil.fe.up.pt/pub/people/alvaro/public\\_por.htm](http://civil.fe.up.pt/pub/people/alvaro/public_por.htm) >. Acesso em 06 de junho de 2016.

ARAÚJO, José Milton de. **Projeto estrutural de edifícios de concreto armado**. 3ª ed, Editora Dunas. Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande do Sul. Maio de 2014, 306p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Agregados para concreto - Especificação: NBR 7211:2009**. Rio de Janeiro, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações – Procedimento: NBR 6120:2000**. Rio de Janeiro, 2000.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Concreto de cimento Portland - Preparo, controle, recebimento e aceitação – Procedimento: NBR 12655:2015**, Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Forças devidas ao vento em edificações: NBR 6123/1988**., Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Edificações habitacionais — Desempenho. Parte 1: Requisitos gerais. NBR 15575/2013**.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência: NBR 8953:2015**. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento: NBR 6118:2003**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento: NBR 6118:2014**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Representação de projetos de arquitetura**: NBR 6492:2009. Rio de Janeiro, 2009.

AUFIERI, Fábio Augusto. **Diretrizes para o dimensionamento e detalhamento de pilares de edifícios em concreto armado**. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas.

São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 1997. Disponível em < [http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1997ME\\_FabioAugustoAufieri.pdf](http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1997ME_FabioAugustoAufieri.pdf) >. Acesso em 06 de junho de 2016.

AZEVEDO, Jorge Manuel Santos. **Critérios de utilização de programas de cálculo automático integral na análise e no dimensionamento sísmico de estruturas de edifícios**. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas. Porto, Portugal. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. 2003, 316p. Disponível em < <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/12641/2/Texto%20integral.pdf> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Lajes de Concreto**. Disciplina 2117 – Estruturas de Concreto I. Bauru/SP. Departamento de Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista, agosto de 2015, 115p. Disponível em < <http://www.feb.unesp.br/pbastos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Flexão normal simples - Vigas**. Disciplina 2117 – Estruturas de Concreto I. Bauru/SP. Departamento de Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista, fevereiro de 2015, 78p. Disponível em < <http://www.feb.unesp.br/pbastos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Vigas de concreto armado**. Disciplina 2323 - Estruturas de Concreto II. Departamento de Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista, junho de 2015, 56p. Disponível em < <http://www.feb.unesp.br/pbastos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante**. Disciplina 2323 - Estruturas de Concreto II. Departamento de Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista, agosto de 2015, 75p. Disponível em < <http://www.feb.unesp.br/pbastos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Pilares de concreto armado**. Disciplina 2323 - Estruturas de Concreto II. Bauru/SP. Departamento de Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista, agosto de 2015, 100p. Disponível em < <http://www.feb.unesp.br/pbastos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Ancoragem e emenda de armaduras**. Disciplina 2323 - Estruturas de Concreto II. Bauru/SP. Departamento de Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista, maio de 2015, 38p. Disponível em < <http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

BORJA, Edilberto Vitorino de. **Notas de Aula da disciplina Construções em Concreto Armado – Lajes parte 01**. Rio Grande do Norte: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, 2015. Disponível em < <https://docente.ifrn.edu.br/edilbertoborja/disciplinas/construcoes-em-concreto-armado> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

CAMACHO, Jefferson Sidney. **Curso de Concreto Armado (NBR 6118/2003): Estudo das lajes**. Universidade Estadual Paulista (UNESP) Júlio de Mesquita Filho - Campus de Ilha Solteira, 2004. Disponível em < <http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-civil/nepae4636/downloads/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

CAMPOS FILHO, Américo; **Projeto de lajes maciças de concreto armado**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Departamento de Engenharia Civil. Rio Grande do Sul, 2014, 43 p. Disponível em < <https://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/eng01112/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

CAVALLI, A. F.; DOTAF, T. S. **Avaliação da degradação do concreto devido à contaminação das águas por esgoto doméstico**. Trabalho de Conclusão de Curso (Pós-Graduação em Patologias nas Obras Civas) – Universidade Tuiuti do Paraná, Curitiba, 2008.

FONTES, Fernando Fernandes. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118/2003**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2005.

FUSCO, P. B. **Técnica de Armar as Estruturas de Concreto Armado**. São Paulo: Ed. Pini, 2000, 382p.

GARCIA, S.L.G. **Taxa de armadura transversal mínima em vigas de concreto armado**. Tese (Doutorado), Rio de Janeiro, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002, 207p.

HAMBLY, E.C. **Bridge deck behavior**. London, Chapman and Hall, 1976.

HELENE, P. R. L. **Manual para reparo, reforço e proteção de estruturas de concreto**. São Paulo: PINI, 1992.

KIMURA, ALIO. **Informática Aplicada em Estruturas de Concreto Armado: cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. São Paulo: 1ª ed., Ed. Pini, 2007, 623p.

LEONHARDT, F. ; MÖNNIG, E. **Construções de concreto – Princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado**, v. 3, Rio de Janeiro, Ed. Interciência, 1982, 273p.

MAC GREGOR, James G. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall, 1988.

MIRANDA, Lucas Rodrigo. **Cálculo e detalhamento prático de pilares para edificações de pequeno e médio porte**. Universidade Federal de São Carlos - UFSCAR. Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Construção Civil. Área de Concentração: Sistemas Construtivos de Edificações. São Carlos, 2008, 198p.

PAPALLARDO, Alfonso. **Notas de Aula da disciplina Estruturas de Concreto II – Dimensionamento à Flexão**. Curso de graduação em Engenharia Civil. Escola de Engenharia. Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2005.

PINHEIRO, L. M. **Concreto armado: tabelas e ábacos**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 1993. Disponível em < <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

PINHEIRO, L.M.; BARALDI; L.T.; POREM, M.E. **Concreto armado: Ábacos para flexão oblíqua**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 1994. Disponível em < <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S.P.; MOREIRA, M. V.N.; SCADELAI, M. A.; RAZENTE, J. A.; LIMA, J. S.; GUARDA, C. C. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. 18 Capítulos. Escola de Engenharia de São Carlos: Universidade de São Paulo, 2007. Disponível em < <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

SOUZA, P. P; **Programa de manutenção de edifícios para as unidades de atenção primária à saúde da cidade de juiz de fora**. Universidade Federal De Juiz De Fora. Juiz de Fora, 2011. Dissertação de mestrado. Disponível em < <http://www.ufjf.br/ambienteconstruido/files/2009/09/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Priscila-Souza-Pereira1.pdf> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

SÃO PAULO (Prefeitura). **Código de Obras e Edificações do Município de São Paulo; Lei nº 11.228, de 25 de junho de 1992**. Dispõe sobre as regras gerais e específicas a serem obedecidas no projeto, licenciamento, execução, manutenção e utilização de obras e edificações. São Paulo : Classe A, 1992.

SÜSSEKIND, J.C. **Curso de concreto**. v. 2, 4a ed., Porto Alegre, Ed. Globo, 1984, 280p.

TAVARES, Tiago Miguel Antunes de Sousa. **Análise comparativa de modelos de cálculo automático no âmbito do projeto de estruturas**. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas. Porto, Portugal. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. 2013, 143 p. Disponível em < <https://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/68719> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

VENTURINI, W.S. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 1987. Disponível em < <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/> >. Acesso em 06 de junho de 2016.

ZENZEN, Alessandro. **Comparação de métodos de cálculo para determinação dos momentos fletores em lajes de concreto armado**. Ijuí, Rio Grande do Sul. Universidade Regional Do Noroeste Do Estado Do Rio Grande Do Sul. Departamento De Ciências Exatas E Engenharias, 2012, 91p. Disponível em < [http://www.projetos.unijui.edu.br/petegc/wp-content/uploads/tccs/2012/tcc\\_alessandro%20zenzen.pdf](http://www.projetos.unijui.edu.br/petegc/wp-content/uploads/tccs/2012/tcc_alessandro%20zenzen.pdf) >. Acesso em 06 de junho de 2016.

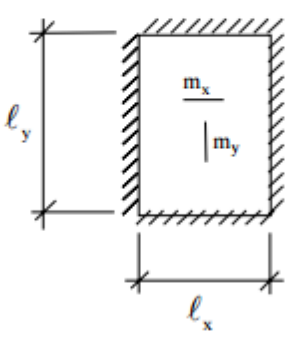


## ANEXO 1: TABELAS DE CZERNY – BETON KALENDER [1976]

Coeficiente de Poisson  $\nu = 0,2$

TABELA 1 - TIPO 1  
Laje com as 4 bordas livremente apoiadas  
(carga uniforme)

$\ell_y/\ell_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	22,7	22,7			21,4
1,05	20,8	22,5			19,4
1,10	19,3	22,3			17,8
1,15	18,1	22,3			16,5
1,20	16,9	22,3			15,4
1,25	15,9	22,4			14,3
1,30	15,2	22,7			13,6
1,35	14,4	22,9			12,9
1,40	13,8	23,1			12,3
1,45	13,2	23,3			11,7
1,50	12,7	23,5			11,2
1,55	12,3	23,5			10,8
1,60	11,9	23,5			10,4
1,65	11,5	23,5			10,1
1,70	11,2	23,5			9,8
1,75	10,8	23,5			9,5
1,80	10,7	23,5			9,3
1,85	10,4	23,5			9,1
1,90	10,2	23,5			8,9
1,95	10,1	23,5			8,7
2,00	9,9	23,5			8,6
>2	8,0	23,5			6,7



$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_y}$$

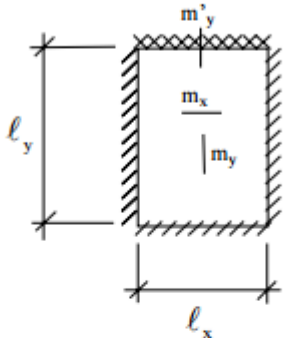
$$w_{\max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

$\nu = 0,2$

**Beton-Kalender (1976)**

TABELA 2 - TIPO 2A  
 Laje com 3 bordas livremente apoiadas e  
 uma borda menor engastada  
 (carga uniforme)

$l_y/l_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	32,4	26,5		11,9	31,2
1,05	29,2	25,0		11,3	27,6
1,10	26,1	24,4		10,9	24,7
1,15	23,7	23,9		10,4	22,3
1,20	22,0	23,8		10,1	20,3
1,25	20,2	23,6		9,8	18,7
1,30	19,0	23,7		9,6	17,3
1,35	17,8	23,7		9,3	16,1
1,40	16,8	23,8		9,2	15,1
1,45	15,8	23,9		9,0	14,2
1,50	15,1	24,0		8,9	13,5
1,55	14,3	24,0		8,8	12,8
1,60	13,8	24,0		8,7	12,2
1,65	13,2	24,0		8,6	11,7
1,70	12,8	24,0		8,5	11,2
1,75	12,3	24,0		8,45	10,8
1,80	12,0	24,0		8,4	10,5
1,85	11,5	24,0		8,35	10,1
1,90	11,3	24,0		8,3	9,9
1,95	10,9	24,0		8,25	9,6
2,00	10,8	24,0		8,2	9,4
>2	8,0	24,0		8,0	6,7



$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_y^2}{\alpha_y}$$

$$m'_y = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_y}$$

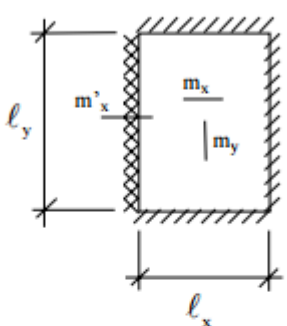
$$w_{\max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

$$\nu = 0,2$$

**Beton-Kalender (1976)**

TABELA 3 - TIPO 2B  
Laje com 3 bordas livremente apoiadas e  
uma borda maior engastada  
(carga uniforme)

$\ell_y/\ell_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	26,5	32,4	11,9		31,2
1,05	25,7	33,3	11,3		29,2
1,10	24,4	33,9	10,9		27,4
1,15	23,3	34,5	10,5		26,0
1,20	22,3	34,9	10,2		24,8
1,25	21,4	35,2	9,9		23,8
1,30	20,7	35,4	9,7		22,9
1,35	20,1	37,8	9,4		22,1
1,40	19,7	39,9	9,3		21,5
1,45	19,2	41,1	9,1		20,9
1,50	18,8	42,5	9,0		20,4
1,55	18,3	42,5	8,9		20,0
1,60	17,8	42,5	8,8		19,6
1,65	17,5	42,5	8,7		19,3
1,70	17,2	42,5	8,6		19,0
1,75	17,0	42,5	8,5		18,7
1,80	16,8	42,5	8,4		18,5
1,85	16,5	42,5	8,3		18,3
1,90	16,4	42,5	8,3		18,1
1,95	16,3	42,5	8,3		18,0
2,00	16,2	42,5	8,3		17,8
>2	14,2	42,5	8,0		16,7



$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_y}$$

$$m'_x = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_x}$$

$$w_{\max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

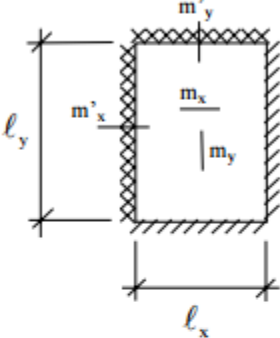
$$\nu = 0,2$$

**Beton-Kalender (1976)**

TABELA 4 - TIPO 3

Laje com 2 bordas adjacentes engastadas e  
as outras duas livremente apoiadas  
(carga uniforme)

$\ell_y/\ell_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	34,5	34,5	14,3	14,3	41,3
1,05	32,1	33,7	13,3	13,8	37,1
1,10	30,1	33,9	12,7	13,6	34,5
1,15	28,0	33,9	12,0	13,3	31,7
1,20	26,4	34,0	11,5	13,1	29,9
1,25	24,9	34,4	11,1	12,9	28,2
1,30	23,8	35,0	10,7	12,8	26,8
1,35	23,0	36,6	10,3	12,7	25,5
1,40	22,2	37,8	10,0	12,6	24,5
1,45	21,4	39,1	9,8	12,5	23,5
1,50	20,7	40,2	9,6	12,4	22,7
1,55	20,2	40,2	9,4	12,3	22,1
1,60	19,7	40,2	9,2	12,3	21,5
1,65	19,2	40,2	9,1	12,2	21,0
1,70	18,8	40,2	8,9	12,2	20,5
1,75	18,4	40,2	8,8	12,2	20,1
1,80	18,1	40,2	8,7	12,2	19,7
1,85	17,8	40,2	8,6	12,2	19,4
1,90	17,5	40,2	8,5	12,2	19,0
1,95	17,2	40,2	8,4	12,2	18,8
2,00	17,1	40,2	8,4	12,2	18,5
>2	14,2	40,2	8,0	12,0	16,7



$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_y^2}{\alpha_y}$$

$$m'_x = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_x}$$

$$m'_y = -\frac{p\ell_y^2}{\beta_y}$$

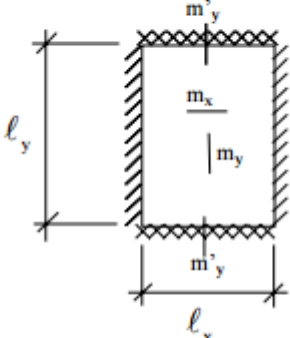
$$w_{\max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

$$\nu = 0,2$$

**Beton-Kalender (1976)**

TABELA 5 - TIPO 4A  
Laje com 2 bordas maiores livremente apoiadas e duas bordas menores engastadas (carga uniforme)

$\ell_y/\ell_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	46,1	31,6		14,3	45,3
1,05	39,9	29,8		13,4	39,2
1,10	36,0	28,8		12,7	34,4
1,15	31,9	27,7		12,0	30,4
1,20	29,0	26,9		11,5	27,2
1,25	26,2	26,1		11,1	24,5
1,30	24,1	25,6		10,7	22,3
1,35	22,1	25,1		10,3	20,4
1,40	20,6	24,8		10,0	18,8
1,45	19,3	24,6		9,75	17,5
1,50	18,1	24,4		9,5	16,3
1,55	17,0	24,3		9,3	15,3
1,60	16,2	24,3		9,2	14,4
1,65	15,4	24,3		9,05	13,7
1,70	14,7	24,3		8,9	13,0
1,75	14,0	24,3		8,8	12,4
1,80	13,5	24,3		8,7	11,9
1,85	13,0	24,3		8,6	11,4
1,90	12,6	24,3		8,5	11,0
1,95	12,1	24,3		8,4	10,6
2,00	11,8	24,3		8,4	10,3
>2	8,0	24,3		8,0	6,7



$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_y^2}{\alpha_y}$$

$$m'_y = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_y}$$

$$w_{max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

$$\nu = 0,2$$

**Beton-Kalender (1976)**

**TABELA 6 - TIPO 4B**  
Laje com 2 bordas maiores engastadas e duas bordas menores livremente apoiadas (carga uniforme)

$\ell_y/\ell_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	31,6	46,1	14,3		45,3
1,05	29,9	46,4	13,8		43,2
1,10	29,0	47,2	13,5		41,5
1,15	28,0	47,7	13,2		40,1
1,20	27,2	48,1	13,0		39,0
1,25	26,4	48,2	12,7		37,9
1,30	25,8	48,1	12,6		37,2
1,35	25,3	47,9	12,4		36,5
1,40	24,8	47,8	12,3		36,0
1,45	24,4	47,7	12,2		35,6
1,50	24,2	47,6	12,2		35,1
1,55	24,0	47,6	12,1		34,7
1,60	24,0	47,6	12,0		34,5
1,65	24,0	47,6	12,0		34,2
1,70	24,0	47,4	12,0		33,9
1,75	24,0	47,3	12,0		33,8
1,80	24,0	47,2	12,0		33,7
1,85	24,0	47,1	12,0		33,6
1,90	24,0	47,1	12,0		33,5
1,95	24,0	47,1	12,0		33,4
2,00	24,0	47,0	12,0		33,3
>2	24,0	47,0	12,0		32,0

$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_y}$$

$$m'_x = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_x}$$

$$w_{max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

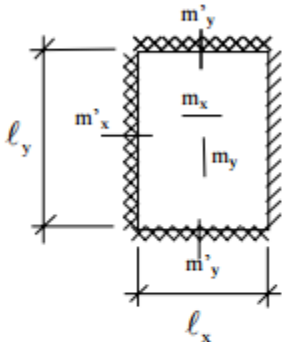
$$\nu = 0,2$$

**Beton-Kalender (1976)**

TABELA 7 - TIPO 5A

Laje com 2 bordas menores engastadas, uma borda maior engastada e outra livremente apoiada (carga uniforme)

$\ell_y/\ell_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	44,6	38,1	18,3	16,2	55,4
1,05	41,7	37,3	16,6	15,4	49,1
1,10	38,1	36,7	15,4	14,8	44,1
1,15	34,9	36,4	14,4	14,3	40,1
1,20	32,1	36,2	13,5	13,9	36,7
1,25	29,8	36,1	12,7	13,5	33,8
1,30	28,0	36,2	12,2	13,3	31,7
1,35	26,4	36,6	11,6	13,1	29,7
1,40	25,2	37,0	11,2	13,0	28,1
1,45	24,0	37,5	10,9	12,8	26,6
1,50	23,1	38,3	10,6	12,7	25,5
1,55	22,3	39,3	10,3	12,6	24,5
1,60	21,7	40,3	10,1	12,6	23,6
1,65	21,1	41,4	9,9	12,5	22,8
1,70	20,4	42,7	9,7	12,5	22,1
1,75	20,0	43,8	9,5	12,4	21,5
1,80	19,5	44,8	9,4	12,4	21,0
1,85	19,1	45,9	9,2	12,3	20,5
1,90	18,7	46,7	9,0	12,3	20,1
1,95	18,4	47,7	8,9	12,3	19,7
2,00	18,0	48,6	8,8	12,3	19,3
>2	14,2	48,6	8,0	12,0	16,7



$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_y}$$

$$m'_x = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_x}$$

$$m'_y = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_y}$$

$$w_{max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

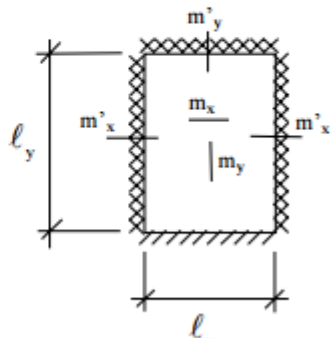
$$\nu = 0,2$$

**Beton-Kalender (1976)**

TABELA 8 - TIPO 5B

Laje com 2 bordas maiores engastadas, uma borda menor engastada e outra livremente apoiada (carga uniforme)

$\ell_y/\ell_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	38,1	44,6	16,2	18,3	55,4
1,05	35,5	44,8	15,3	17,9	51,6
1,10	33,7	45,7	14,8	17,7	48,7
1,15	32,0	47,1	14,2	17,6	46,1
1,20	30,7	47,6	13,9	17,5	44,1
1,25	29,5	47,7	13,5	17,5	42,5
1,30	28,4	47,7	13,2	17,5	41,2
1,35	27,6	47,9	12,9	17,5	39,9
1,40	26,8	48,1	12,7	17,5	38,9
1,45	26,2	48,3	12,6	17,5	38,0
1,50	25,7	48,7	12,5	17,5	37,2
1,55	25,2	49,0	12,4	17,5	36,5
1,60	24,8	49,4	12,3	17,5	36,0
1,65	24,5	49,8	12,2	17,5	35,4
1,70	24,2	50,2	12,2	17,5	35,0
1,75	24,0	50,7	12,1	17,5	34,6
1,80	24,0	51,3	12,1	17,5	34,4
1,85	24,0	52,0	12,0	17,5	34,2
1,90	24,0	52,6	12,0	17,5	33,9
1,95	24,0	53,4	12,0	17,5	33,8
2,00	24,0	54,1	12,0	17,5	33,7
>2	24,0	54,0	12,0	17,5	32,0



$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_y}$$

$$m'_x = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_x}$$

$$m'_y = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_y}$$

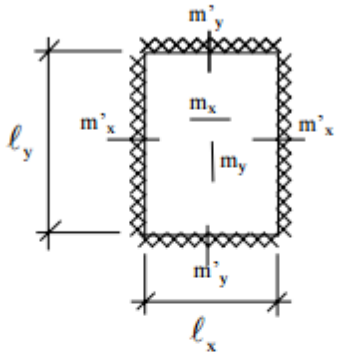
$$w_{\max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

$$\nu = 0,2$$

**Beton-Kalender (1976)**

TABELA 9 - TIPO 6  
Laje com as 4 bordas engastadas  
(carga uniforme)

$\ell_y/\ell_x$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\alpha_2$
1,00	47,3	47,3	19,4	19,4	68,5
1,05	43,1	47,3	18,2	18,8	62,4
1,10	40,0	47,8	17,1	18,4	57,6
1,15	37,3	48,3	16,3	18,1	53,4
1,20	35,2	49,3	15,5	17,9	50,3
1,25	33,4	50,5	14,9	17,7	47,6
1,30	31,8	51,7	14,5	17,6	45,3
1,35	30,7	53,3	14,0	17,5	43,4
1,40	29,6	54,8	13,7	17,5	42,0
1,45	28,6	56,4	13,4	17,5	40,5
1,50	27,8	57,3	13,2	17,5	39,5
1,55	27,2	57,6	13,0	17,5	38,4
1,60	26,6	57,8	12,8	17,5	37,6
1,65	26,1	57,9	12,7	17,5	36,9
1,70	25,5	57,8	12,5	17,5	36,3
1,75	25,1	57,7	12,4	17,5	35,8
1,80	24,8	57,6	12,3	17,5	35,4
1,85	24,5	57,5	12,2	17,5	35,1
1,90	24,2	57,4	12,1	17,5	34,7
1,95	24,0	57,2	12,0	17,5	34,5
2,00	24,0	57,1	12,0	17,5	34,3
>2	24,0	57,0	12,0	17,5	32,0



$$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x}$$

$$m_y = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_y}$$

$$m'_x = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_x}$$

$$m'_y = -\frac{p\ell_x^2}{\beta_y}$$

$$w_{max} = \frac{p\ell_x^4}{Eh^3\alpha_2}$$

$$\nu = 0,2$$

**Beton-Kalender (1976)**



## ANEXO 2: COEFICIENTES Kc E Ks

TABELAS PARA DETERMINAÇÃO DAS ARMADURAS DE FLEXÃO [PAPALLARDO, 2005]

$k_x = \frac{x}{d}$	$k_c = \frac{bd^2}{M_d}$ (Unidades: kN, cm)							$k_s$	DOMÍNIO m = 0 m/p	DIAGRAMA DE DEFORMAÇÕES		
	C-20	C-25	C-30	C-35	C-40	C-45	C-50				CA50	
0,02	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9	23,1	20,8	0,0232	2			
0,04	26,2	20,9	17,4	14,9	13,1	11,6	10,5	0,0234				
0,06	17,6	14,1	11,7	10,0	8,8	7,8	7,0	0,0236				
0,08	13,3	10,6	8,9	7,6	6,6	5,9	5,3	0,0238				
0,10	10,7	8,6	7,1	6,1	5,4	4,8	4,3	0,0240				
0,12	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	4,0	3,6	0,0242				
0,14	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,0244				
0,16	6,9	5,5	4,6	3,9	3,4	3,1	2,7	0,0246				
0,18	6,2	4,9	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	0,0248				
0,20	5,6	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,2	0,0250				
0,22	5,1	4,1	3,4	2,9	2,6	2,3	2,1	0,0252				
0,24	4,7	3,8	3,2	2,7	2,4	2,1	1,9	0,0254				
0,259	4,4	3,5	3,0	2,5	2,2	2,0	1,8	0,0257				
0,28	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	0,0259			3	
0,30	3,9	3,1	2,6	2,2	1,9	1,7	1,6	0,0261				
0,32	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	0,0264				
0,34	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	0,0266				
0,36	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5	1,3	0,0269				
0,38	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	0,0271				
0,40	3,1	2,5	2,0	1,8	1,5	1,4	1,2	0,0274				
0,42	2,9	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	0,0276				
0,44	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,0279				
0,46	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,0282				
0,48	2,7	2,1	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	0,0285				
0,50	2,6	2,1	1,7	1,5	1,3	1,1	1,0	0,0288				
0,52	2,5	2,0	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,0290				
0,54	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,0293				
0,56	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	0,9	0,0296				
0,58	2,3	1,8	1,5	1,3	1,2	1,0	0,9	0,0299				
0,60	2,3	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,0303				
0,62	2,2	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,0306				
0,628	2,2	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,0307				
0,64	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,0325	4			
0,66	2,1	1,7	1,4	1,2	1,1	0,9	0,8	0,0359				
0,68	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,0397				
0,70	2,0	1,6	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,0441				



## ANEXO 3: TABELAS E ÁBACOS

CONCRETO ARMADO - [PINHEIRO, 1993]

Tabela A-1									
FLECHAS EM LAJES COM CARGA UNIFORME – VALORES DE $\alpha$									
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo de Laje								
	1	2A	2B	3	4A	4B	5A	5B	6
1,00	4,76	3,26	3,26	2,46	2,25	2,25	1,84	1,84	1,49
1,05	5,26	3,68	3,48	2,72	2,60	2,35	2,08	1,96	1,63
1,10	5,74	4,11	3,70	2,96	2,97	2,45	2,31	2,08	1,77
1,15	6,20	4,55	3,89	3,18	3,35	2,53	2,54	2,18	1,90
1,20	6,64	5,00	4,09	3,40	3,74	2,61	2,77	2,28	2,02
1,25	7,08	5,44	4,26	3,61	4,14	2,68	3,00	2,37	2,14
1,30	7,49	5,88	4,43	3,80	4,56	2,74	3,22	2,46	2,24
1,35	7,90	6,32	4,58	3,99	5,01	2,77	3,42	2,53	2,34
1,40	8,29	6,74	4,73	4,15	5,41	2,80	3,62	2,61	2,41
1,45	8,67	7,15	4,87	4,31	5,83	2,85	3,80	2,67	2,49
1,50	9,03	7,55	5,01	4,46	6,25	2,89	3,98	2,73	2,56
1,55	9,39	7,95	5,09	4,61	6,66	2,91	4,14	2,78	2,62
1,60	9,71	8,32	5,18	4,73	7,06	2,92	4,30	2,82	2,68
1,65	10,04	8,68	5,22	4,86	7,46	2,92	4,45	2,83	2,73
1,70	10,34	9,03	5,26	4,97	7,84	2,93	4,59	2,84	2,77
1,75	10,62	9,36	5,36	5,06	8,21	2,93	4,71	2,86	2,81
1,80	10,91	9,69	5,46	5,16	8,58	2,94	4,84	2,88	2,85
1,85	11,16	10,00	5,53	5,25	8,93	2,94	4,96	2,90	2,88
1,90	11,41	10,29	5,60	5,33	9,25	2,95	5,07	2,92	2,90
1,95	11,65	10,58	5,68	5,41	9,58	2,95	5,17	2,94	2,93
2,00	11,89	10,87	5,76	5,49	9,90	2,96	5,28	2,96	2,96
$\infty$	15,63	15,63	6,50	6,50	15,63	3,13	6,50	3,13	3,13

Valores extraídos de BARES e adaptada por PINHEIRO (1994)

$$a_i = \frac{\alpha p \ell_x^4}{12 EI}$$

p = carga uniforme                       $\ell_x$  = menor vão                       $\ell_y$  = maior vão  
E = módulo elasticidade                      h = altura da laje

Tabela 2.5a									
FLECHAS EM LAJES COM CARGA UNIFORME – VALORES DE $\alpha$									
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo de Laje								
	1	2A	2B	3	4A	4B	5A	5B	6
1,00	4,76	3,26	3,26	2,46	2,25	2,25	1,84	1,84	1,49
1,05	5,26	3,68	3,48	2,72	2,60	2,35	2,08	1,96	1,63
1,10	5,74	4,11	3,70	2,96	2,97	2,45	2,31	2,08	1,77
1,15	6,20	4,55	3,89	3,18	3,35	2,53	2,54	2,18	1,90
1,20	6,64	5,00	4,09	3,40	3,74	2,61	2,77	2,28	2,02
1,25	7,08	5,44	4,26	3,61	4,14	2,68	3,00	2,37	2,14
1,30	7,49	5,88	4,43	3,80	4,56	2,74	3,22	2,46	2,24
1,35	7,90	6,32	4,58	3,99	5,01	2,77	3,42	2,53	2,34
1,40	8,29	6,74	4,73	4,15	5,41	2,80	3,62	2,61	2,41
1,45	8,67	7,15	4,87	4,31	5,83	2,85	3,80	2,67	2,49
1,50	9,03	7,55	5,01	4,46	6,25	2,89	3,98	2,73	2,56
1,55	9,39	7,95	5,09	4,61	6,66	2,91	4,14	2,78	2,62
1,60	9,71	8,32	5,18	4,73	7,06	2,92	4,30	2,82	2,68
1,65	10,04	8,68	5,22	4,86	7,46	2,92	4,45	2,83	2,73
1,70	10,34	9,03	5,26	4,97	7,84	2,93	4,59	2,84	2,77
1,75	10,62	9,36	5,36	5,06	8,21	2,93	4,71	2,86	2,81
1,80	10,91	9,69	5,46	5,16	8,58	2,94	4,84	2,88	2,85
1,85	11,16	10,00	5,53	5,25	8,93	2,94	4,96	2,90	2,88
1,90	11,41	10,29	5,60	5,33	9,25	2,95	5,07	2,92	2,90
1,95	11,65	10,58	5,68	5,41	9,58	2,95	5,17	2,94	2,93
2,00	11,89	10,87	5,76	5,49	9,90	2,96	5,28	2,96	2,96
$\infty$	15,63	15,63	6,50	6,50	15,63	3,13	6,50	3,13	3,13

Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.

$$\alpha_r = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{p \ell_x^4}{E_c I}$$

b = largura da seção       $\ell_x$  = menor vão       $E_c$  = módulo de elasticidade  
p = carga uniforme       $\ell_y$  = maior vão      I = momento de inércia

Tabela A-5									
REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME									
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
	1		2A			2B			
	$v_x$	$v_y$	$v_x$	$v_y$	$v'_y$	$v_x$	$v'_x$	$v_y$	
1,00	2,50	2,50	1,83	2,75	4,02	2,75	4,02	1,83	1,00
1,05	2,62	2,50	1,92	2,80	4,10	2,82	4,13	1,83	1,05
1,10	2,73	2,50	2,01	2,85	4,17	2,89	4,23	1,83	1,10
1,15	2,83	2,50	2,10	2,88	4,22	2,95	4,32	1,83	1,15
1,20	2,92	2,50	2,20	2,91	4,27	3,01	4,41	1,83	1,20
1,25	3,00	2,50	2,29	2,94	4,30	3,06	4,48	1,83	1,25
1,30	3,08	2,50	2,38	2,95	4,32	3,11	4,55	1,83	1,30
1,35	3,15	2,50	2,47	2,96	4,33	3,16	4,62	1,83	1,35
1,40	3,21	2,50	2,56	2,96	4,33	3,20	4,68	1,83	1,40
1,45	3,28	2,50	2,64	2,96	4,33	3,24	4,74	1,83	1,45
1,50	3,33	2,50	2,72	2,96	4,33	3,27	4,79	1,83	1,50
1,55	3,39	2,50	2,80	2,96	4,33	3,31	4,84	1,83	1,55
1,60	3,44	2,50	2,87	2,96	4,33	3,34	4,89	1,83	1,60
1,65	3,48	2,50	2,93	2,96	4,33	3,37	4,93	1,83	1,65
1,70	3,53	2,50	2,99	2,96	4,33	3,40	4,97	1,83	1,70
1,75	3,57	2,50	3,05	2,96	4,33	3,42	5,01	1,83	1,75
1,80	3,61	2,50	3,10	2,96	4,33	3,45	5,05	1,83	1,80
1,85	3,65	2,50	3,15	2,96	4,33	3,47	5,09	1,83	1,85
1,90	3,68	2,50	3,20	2,96	4,33	3,50	5,12	1,83	1,90
1,95	3,72	2,50	3,25	2,96	4,33	3,52	5,15	1,83	1,95
2,00	3,75	2,50	3,29	2,96	4,33	3,54	5,18	1,83	2,00
> 2,00	5,00	2,50	5,00	2,96	4,33	4,38	6,25	1,83	> 2,00

Tabela elaborada por PINHEIRO (1994) conforme NBR 6118.

$V = v \frac{p \ell_x}{10}$                        $p =$  carga uniforme                       $\ell_x =$  menor vão

(\*) os alívios foram considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.

Tabela A-6										
REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME										
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	
	$v_x$	$v'_x$	$v_y$	$v'_y$	$v_x$	$v'_y$	$v'_x$	$v_y$		
1,00	2,17	3,17	2,17	3,17	1,44	3,56	3,56	1,44	1,00	
1,05	2,27	3,32	2,17	3,17	1,52	3,66	3,63	1,44	1,05	
1,10	2,36	3,46	2,17	3,17	1,59	3,75	3,69	1,44	1,10	
1,15	2,45	3,58	2,17	3,17	1,66	3,84	3,74	1,44	1,15	
1,20	2,53	3,70	2,17	3,17	1,73	3,92	3,80	1,44	1,20	
1,25	2,60	3,80	2,17	3,17	1,80	3,99	3,85	1,44	1,25	
1,30	2,63	3,90	2,17	3,17	1,88	4,06	3,89	1,44	1,30	
1,35	2,73	3,99	2,17	3,17	1,95	4,12	3,93	1,44	1,35	
1,40	2,78	4,08	2,17	3,17	2,02	4,17	3,97	1,44	1,40	
1,45	2,84	4,15	2,17	3,17	2,09	4,22	4,00	1,44	1,45	
1,50	2,89	4,23	2,17	3,17	2,17	4,25	4,04	1,44	1,50	
1,55	2,93	4,29	2,17	3,17	2,24	4,28	4,07	1,44	1,55	
1,60	2,98	4,36	2,17	3,17	2,31	4,30	4,10	1,44	1,60	
1,65	3,02	4,42	2,17	3,17	2,38	4,32	4,13	1,44	1,65	
1,70	3,06	4,48	2,17	3,17	2,45	4,33	4,15	1,44	1,70	
1,75	3,09	4,53	2,17	3,17	2,53	4,33	4,18	1,44	1,75	
1,80	3,13	4,58	2,17	3,17	2,59	4,33	4,20	1,44	1,80	
1,85	3,16	4,63	2,17	3,17	2,63	4,33	4,22	1,44	1,85	
1,90	3,19	4,67	2,17	3,17	2,72	4,33	4,24	1,44	1,90	
1,95	3,22	4,71	2,17	3,17	2,78	4,33	4,26	1,44	1,95	
2,00	3,25	4,75	2,17	3,17	2,83	4,33	4,28	1,44	2,00	
> 2,00	4,38	6,25	2,17	3,17	5,00	4,33	5,00	1,44	> 2,00	

Tabela elaborada por PINHEIRO (1994) conforme NBR 6118.

$V = v \frac{p \ell_x}{10}$        $p =$  carga uniforme       $\ell_x =$  menor vão

(\*) os alívios foram considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.

Tabela A-7									
REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME									
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo								$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
	5A			5B			6		
	$v_x$	$v'_x$	$v'_y$	$v'_x$	$v_y$	$v'_y$	$v'_x$	$v'_y$	
1,00	1,71	2,50	3,03	3,03	1,71	2,50	2,50	2,50	1,00
1,05	1,79	2,63	3,08	3,12	1,71	2,50	2,62	2,50	1,05
1,10	1,88	2,75	3,11	3,21	1,71	2,50	2,73	2,50	1,10
1,15	1,96	2,88	3,14	3,29	1,71	2,50	2,83	2,50	1,15
1,20	2,05	3,00	3,16	3,36	1,71	2,50	2,92	2,50	1,20
1,25	2,13	3,13	3,17	3,42	1,71	2,50	3,00	2,50	1,25
1,30	2,22	3,25	3,17	3,48	1,71	2,50	3,08	2,50	1,30
1,35	2,30	3,36	3,17	3,54	1,71	2,50	3,15	2,50	1,35
1,40	2,37	3,47	3,17	3,59	1,71	2,50	3,21	2,50	1,40
1,45	2,44	3,57	3,17	3,64	1,71	2,50	3,28	2,50	1,45
1,50	2,50	3,66	3,17	3,69	1,71	2,50	3,33	2,50	1,50
1,55	2,56	3,75	3,17	3,73	1,71	2,50	3,39	2,50	1,55
1,60	2,61	3,83	3,17	3,77	1,71	2,50	3,44	2,50	1,60
1,65	2,67	3,90	3,17	3,81	1,71	2,50	3,48	2,50	1,65
1,70	2,72	3,98	3,17	3,84	1,71	2,50	3,53	2,50	1,70
1,75	2,76	4,04	3,17	3,87	1,71	2,50	3,57	2,50	1,75
1,80	2,80	4,11	3,17	3,90	1,71	2,50	3,61	2,50	1,80
1,85	2,85	4,17	3,17	3,93	1,71	2,50	3,65	2,50	1,85
1,90	2,89	4,22	3,17	3,96	1,71	2,50	3,68	2,50	1,90
1,95	2,92	4,28	3,17	3,99	1,71	2,50	3,72	2,50	1,95
2,00	2,96	4,33	3,17	4,01	1,71	2,50	3,75	2,50	2,00
> 2,00	4,38	6,25	3,17	5,00	1,71	2,50	5,00	2,50	> 2,00

Tabela elaborada por PINHEIRO (1994) conforme NBR 6118.

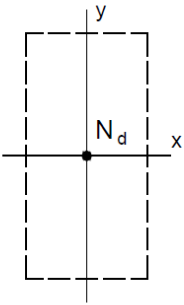
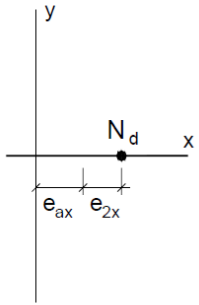
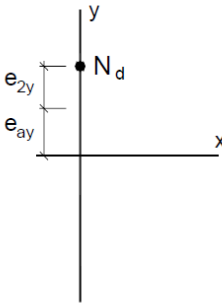
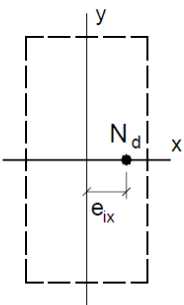
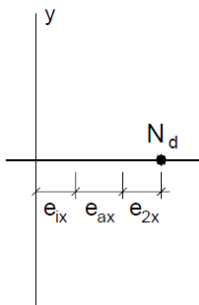
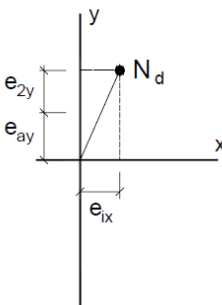
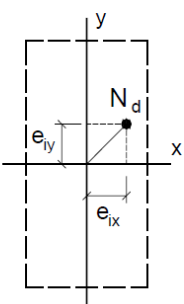
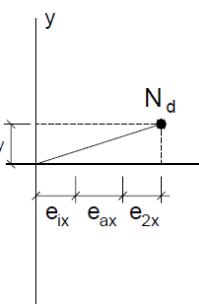
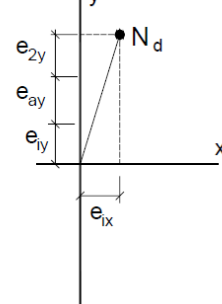
$V = v \frac{p \ell_x}{10}$                        $p =$  carga uniforme                       $\ell_x =$  menor vão

(\*) os alívios foram considerados pela metade, prevendo a possibilidade de engastes parciais.



## ANEXO 4: SITUAÇÃO DE PROJETO E DE CÁLCULO

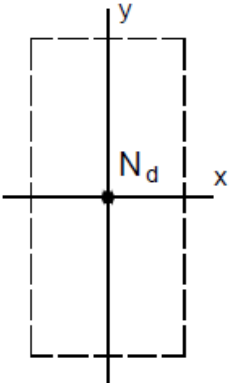
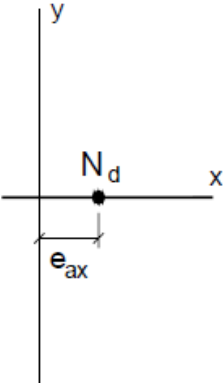
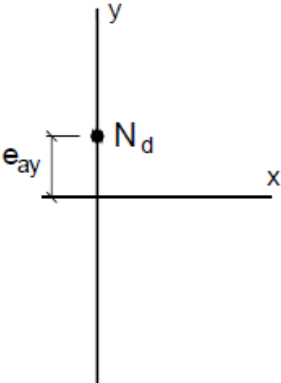
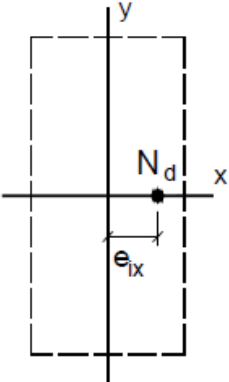
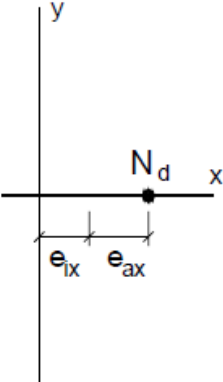
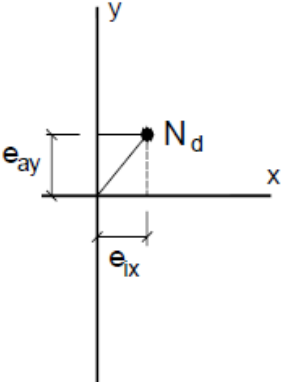
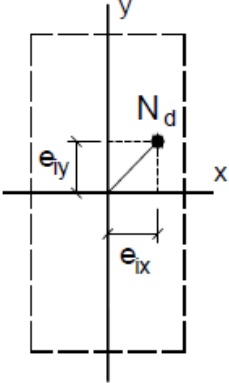
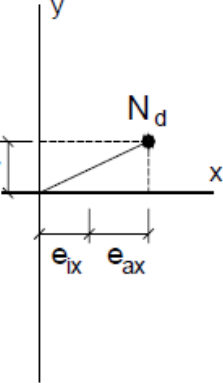
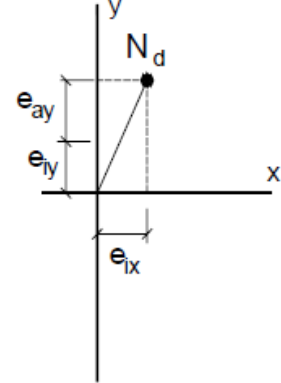
### PILARES MEDIANAMENTE ESBELTOS – SEÇÕES INTERMEDIÁRIAS

	SITUAÇÃO DE PROJETO	SITUAÇÕES DE CÁLCULO - Seções intermediárias	
Pilares intermediários	 <p>Compressão centrada</p>	 <p>Flexão normal composta</p>	 <p>Flexão normal composta</p>
Pilares de extremidade	 <p>Flexão normal composta</p>	 <p>Flexão normal composta</p>	 <p>Flexão oblíqua composta</p>
Pilares de canto	 <p>Flexão oblíqua composta</p>	 <p>Flexão oblíqua composta</p>	 <p>Flexão oblíqua composta</p>

ALVA, G.M.S.; DEBS, A.L.H.C.; GIONGO, J.S. Concreto armado: projeto de pilares de acordo com a NBR

6118:2003

PILARES CURTOS – SEÇÕES INTERMEDIÁRIAS

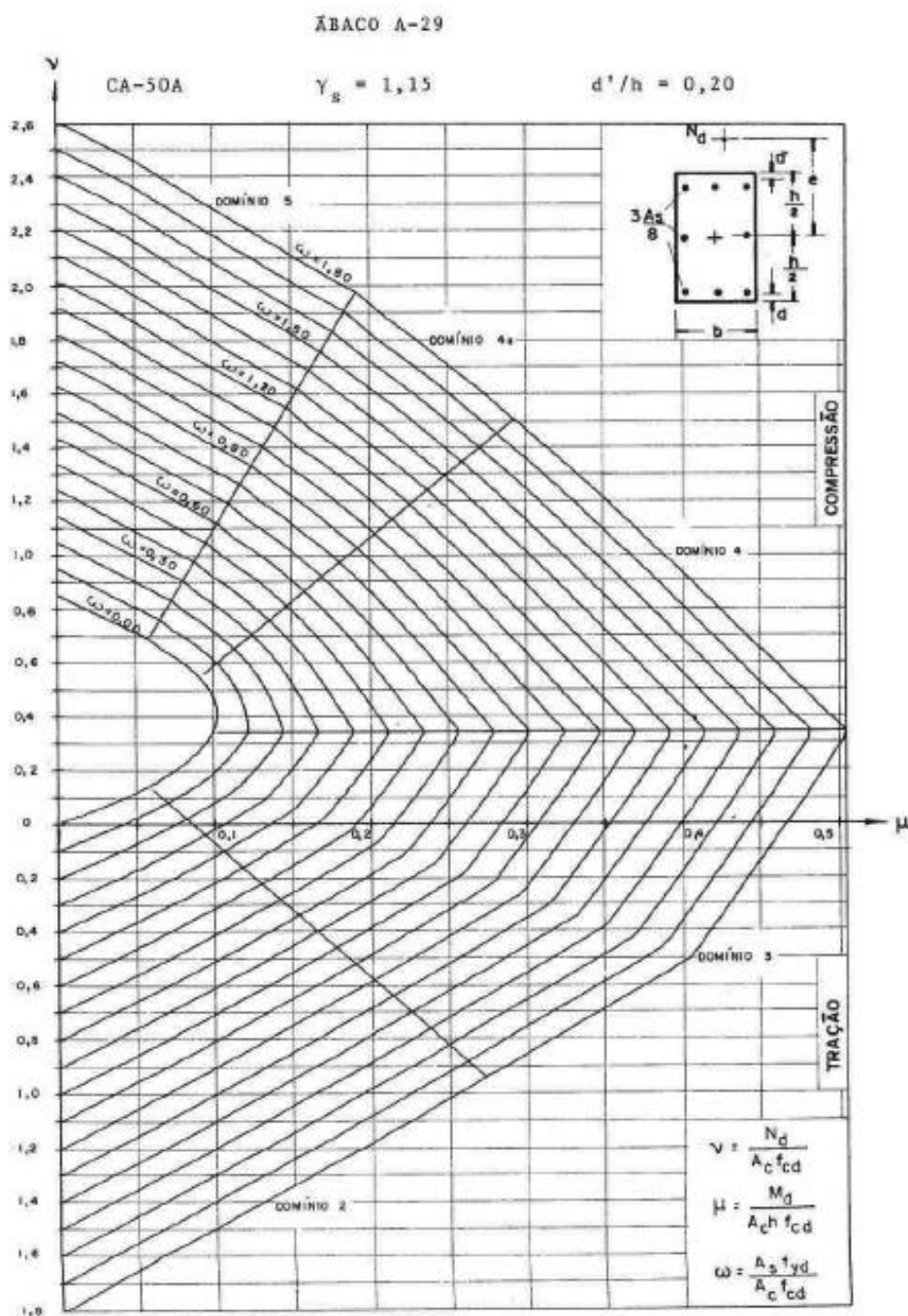
	SITUAÇÃO DE PROJETO	SITUAÇÕES DE CÁLCULO - Seções intermediárias	
Pilares intermediários	 <p>Compressão centrada</p>	 <p>Flexão normal composta</p>	 <p>Flexão normal composta</p>
Pilares de extremidade	 <p>Flexão normal composta</p>	 <p>Flexão normal composta</p>	 <p>Flexão oblíqua composta</p>
Pilares de canto	 <p>Flexão oblíqua composta</p>	 <p>Flexão oblíqua composta</p>	 <p>Flexão oblíqua composta</p>

ALVA, G.M.S.; DEBS, A.L.H.C.; GIONGO, J.S. Concreto armado: projeto de pilares de acordo com a NBR

6118:2003

## ANEXO 5: DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO RETA

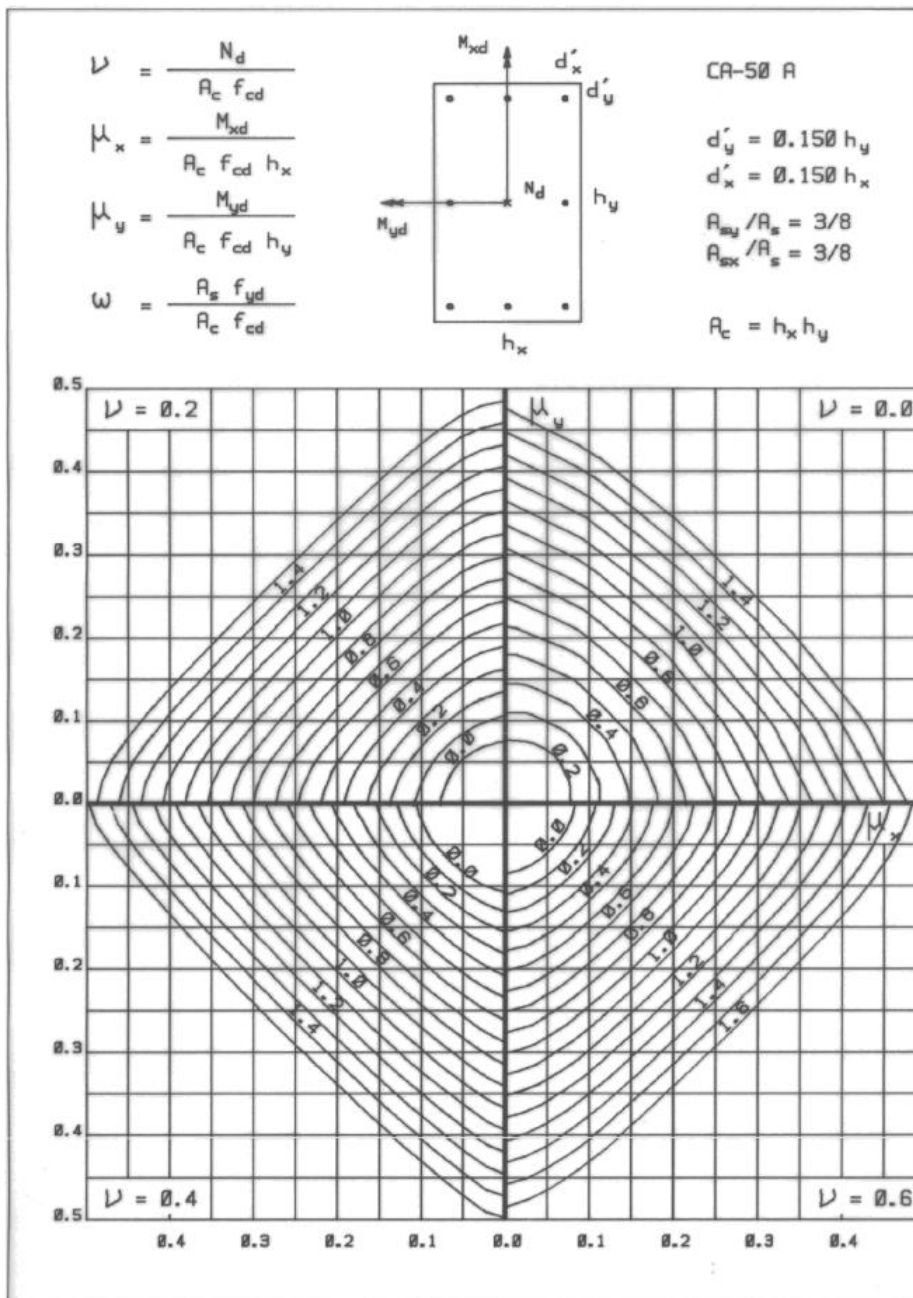
PEÇAS RETANGULARES SOLICITADAS CONCRETO ARMADO - [VENTURINI, 1987]



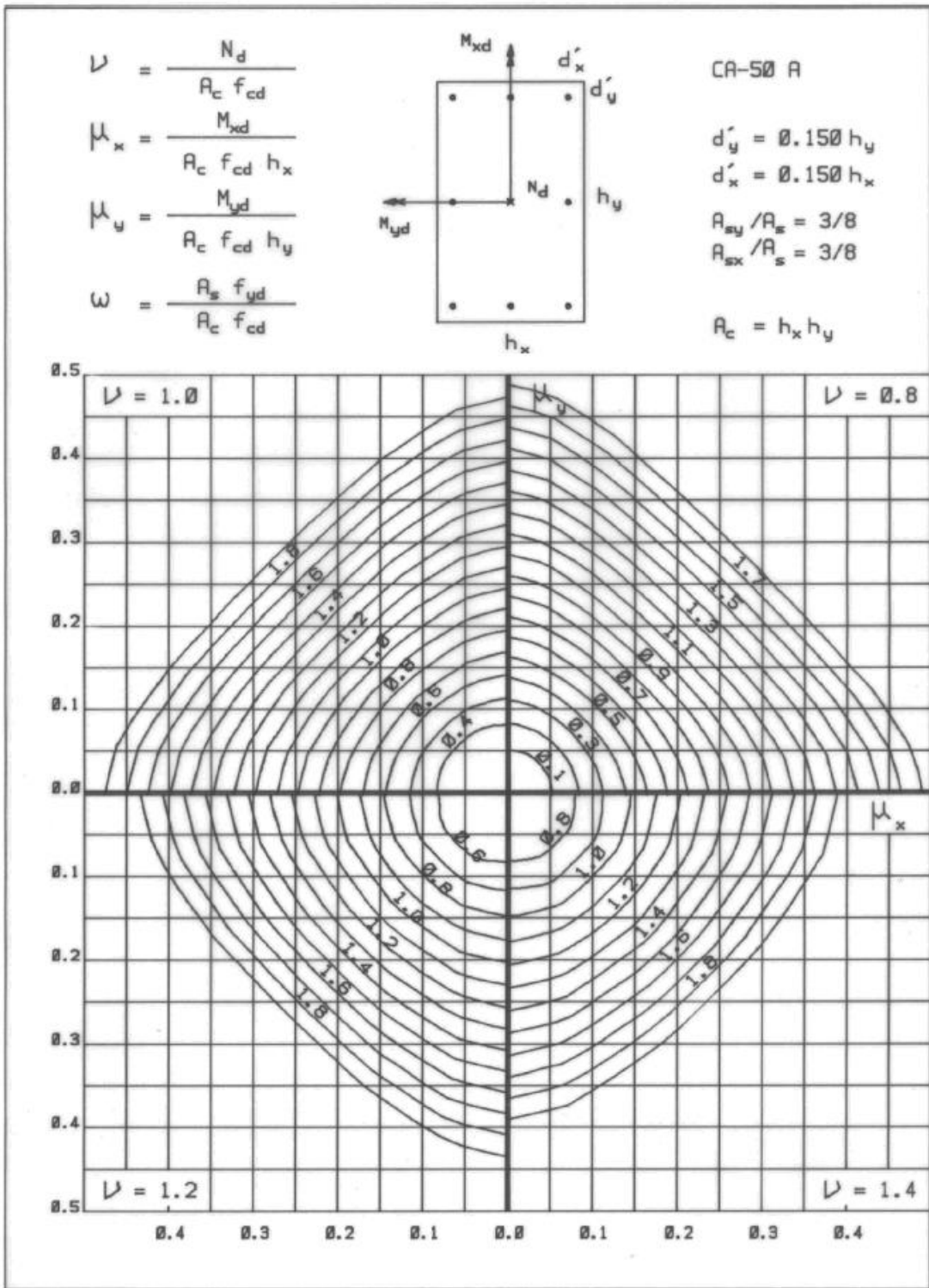


## ANEXO 6: DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO OBLÍQUA

ÁBACOS PARA FLEXÃO OBLÍQUA [PINHEIRO, 1994]



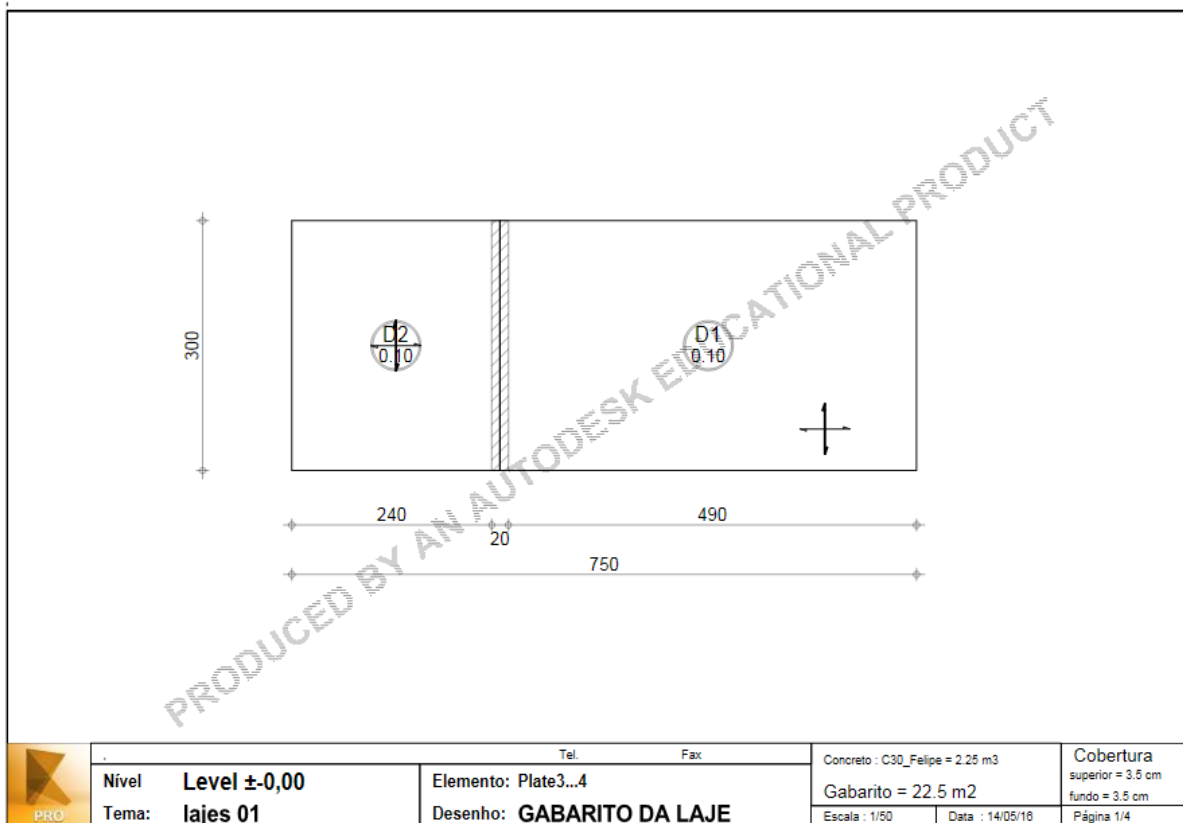
ÁBACO 34 A

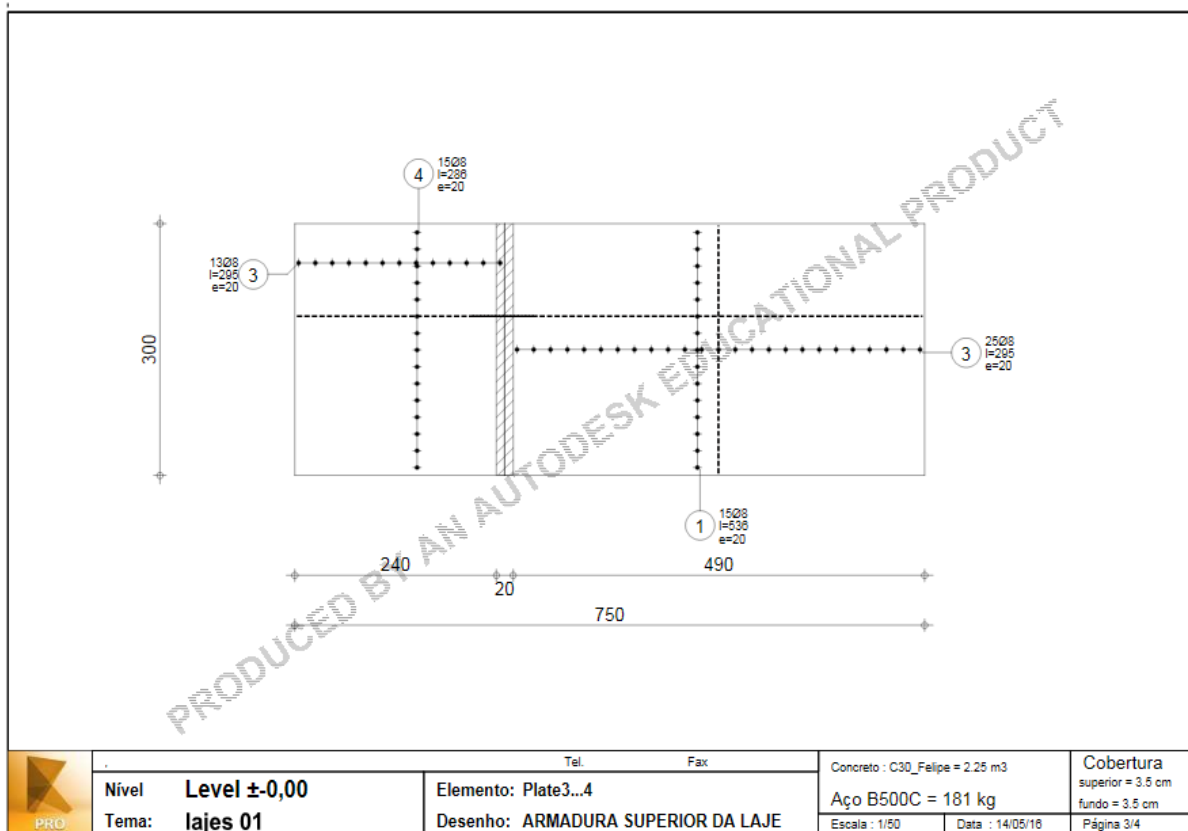
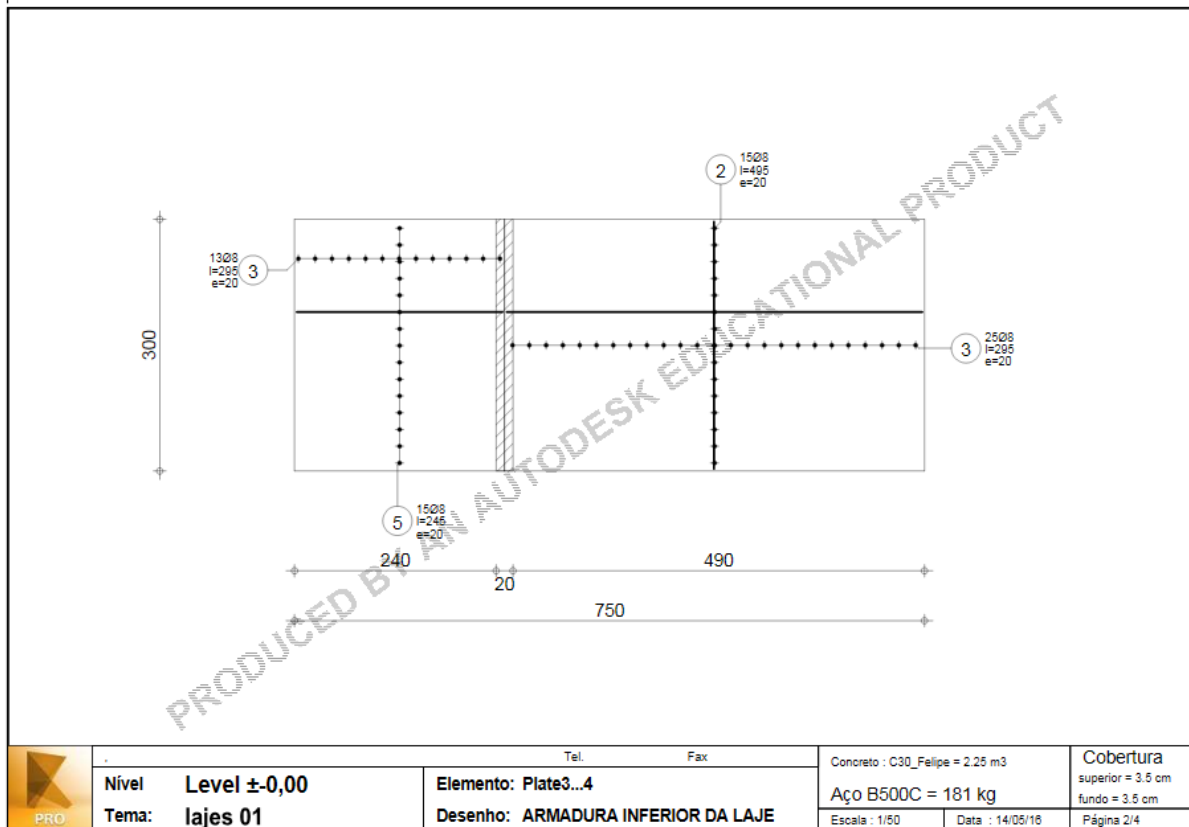


ÁBACO 34 B

## ANEXO 7: RESULTADOS PARA LAJES - ROBOT


Lajes representativas L8 e L13





Pos.	Armadura	Código	Formato	Aço
①	1508	l=536	00	B500C
②	1508	l=495	00	B500C
③	7608	l=295	00	B500C
④	1508	l=286	00	B500C
⑤	1508	l=245	00	B500C

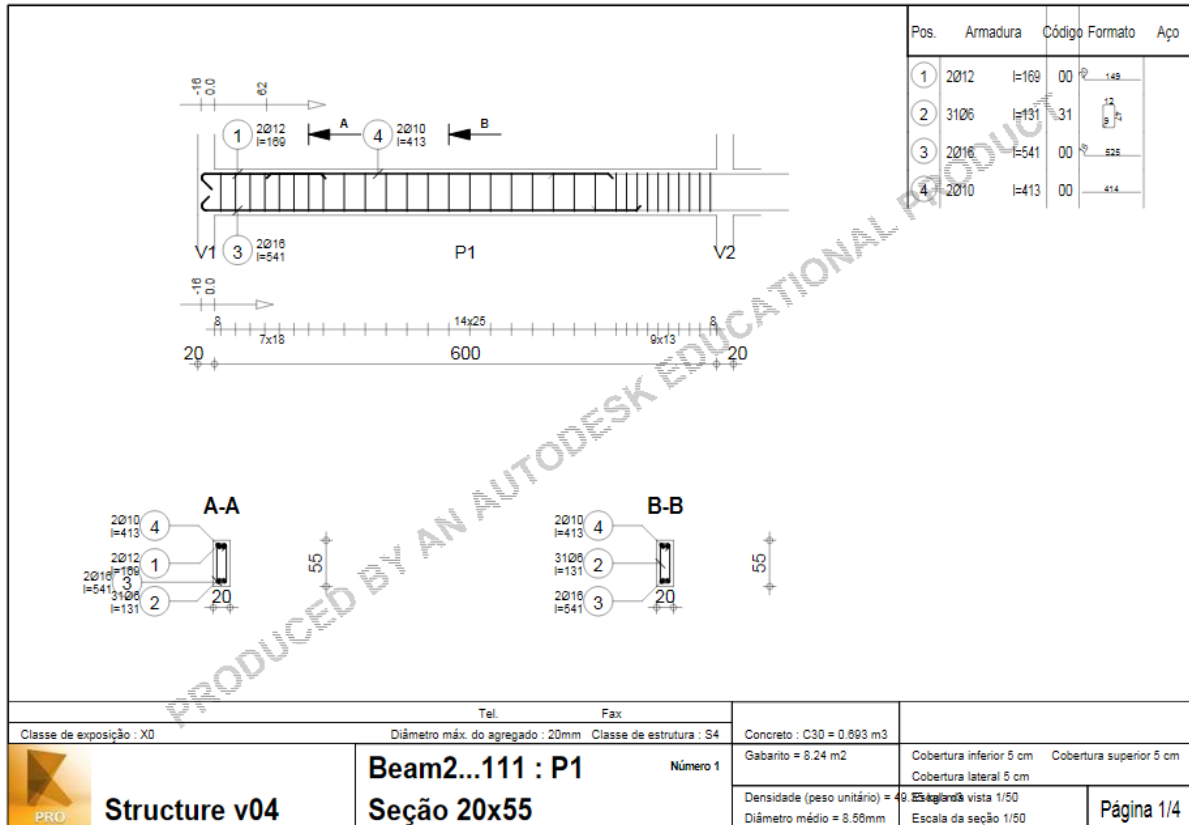
PRODUCED BY AN AUTODESK EDUCATIONAL PRODUCT

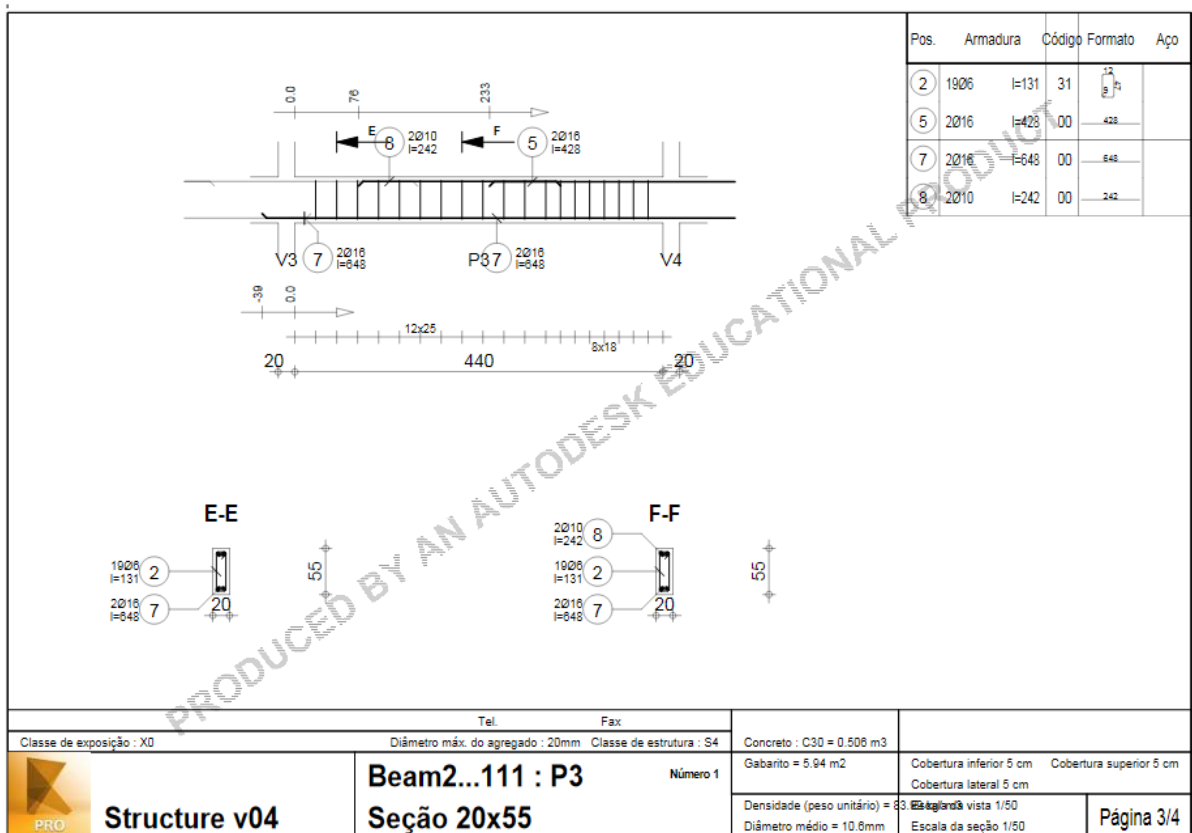
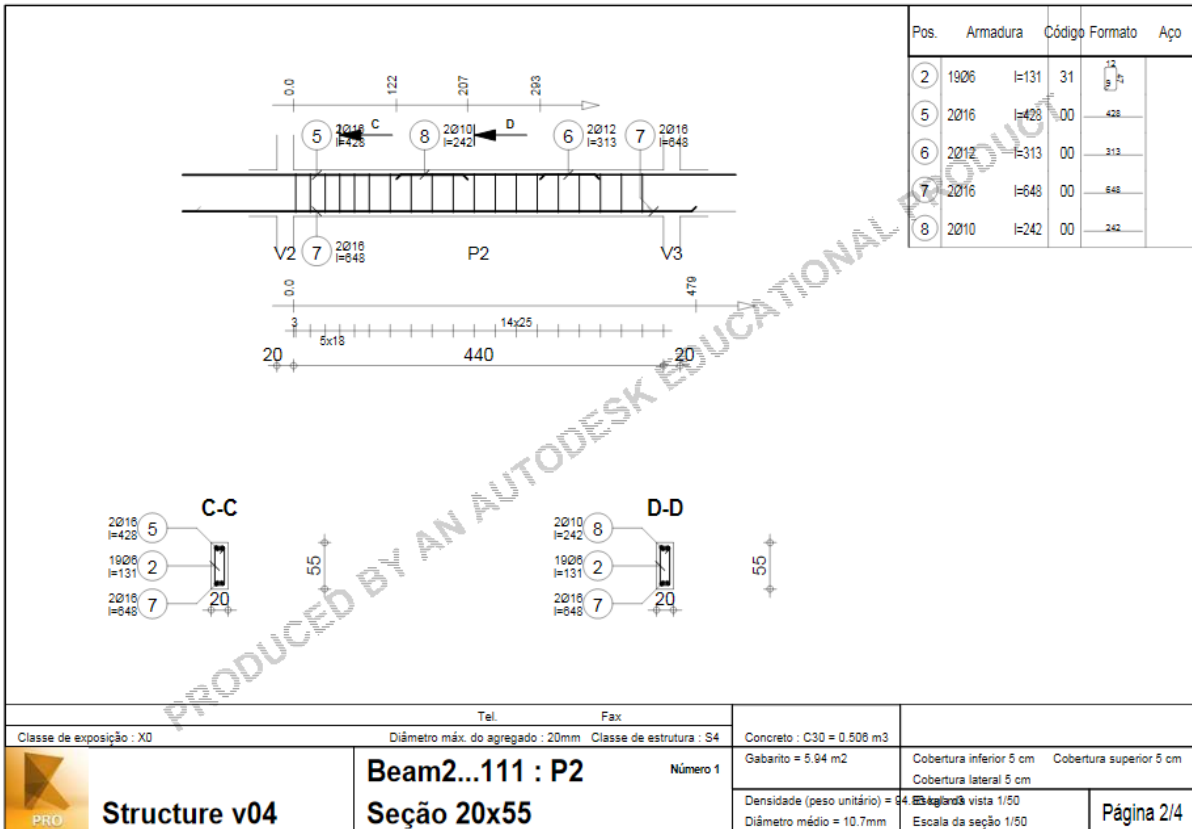
		Tel.	Fax		
	<b>Nível</b> Level ±-0,00 <b>Tema:</b> lajes 01	<b>Elemento:</b> Plate3...4 <b>Desenho:</b> LEVANTAMENTO DE QUANTIDADE DE ARMADURA	Concreto : C30_Felipe = 2.25 m3 Aço B500C = 181 kg		<b>Cobertura</b> superior = 3.5 cm fundo = 3.5 cm
				Data : 14/05/16	Página 4/4

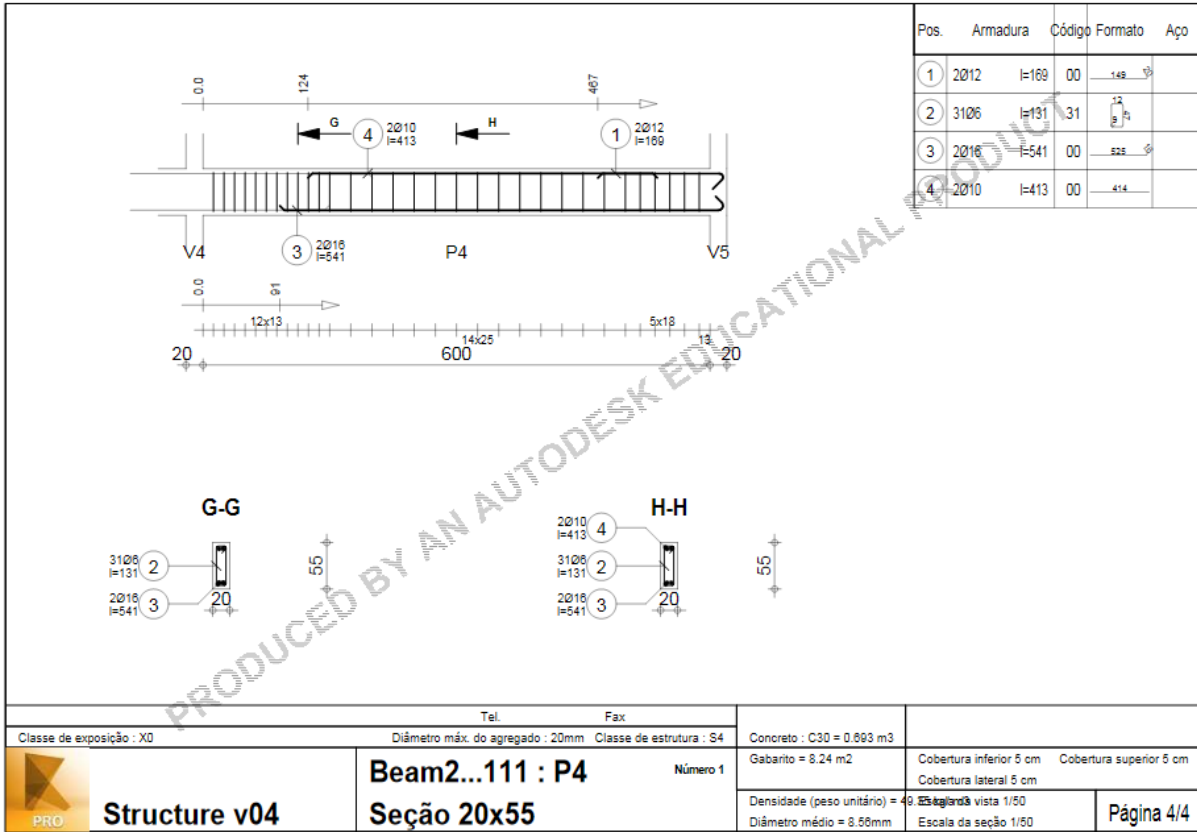



# ANEXO 8: RESULTADOS PARA VIGAS - ROBOT

Viga contínua V1







Tel.		Fax		Concreto : C30 = 0.693 m3	
Classe de exposição : X0		Diâmetro máx. do agregado : 20mm Classe de estrutura : S4		Gabarito = 8.24 m2	
 <b>Structure v04</b>		<b>Beam2...111 : P4</b> Número 1		Cobertura inferior 5 cm    Cobertura superior 5 cm Cobertura lateral 5 cm	
				Densidade (peso unitário) = 25 kg/m³ Diâmetro médio = 3.56mm	

## Armadura:

### 2.6.1 P1 : Vão de 0,20 até 6,20 (m)

#### Armadura longitudinal:

- fundo ()
  - 2  $\phi$ 16 l = 5,41 de 0,04 até 5,29
- montagem (superior) ()
  - 2  $\phi$ 10 l = 4,14 de 0,82 até 4,96
- apoio ()
  - 2  $\phi$ 12 l = 1,69 de 0,04 até 1,53

#### Armadura transversal:

- principal ()
  - estribos 31  $\phi$ 6 l = 1,31  
e = 1\*0,08 + 7\*0,18 + 14\*0,25 + 9\*0,13 (m)
  - pinos 31  $\phi$ 6 l = 1,31  
e = 1\*0,08 + 7\*0,18 + 14\*0,25 + 9\*0,13 (m)

### 2.6.2 P2 : Vão de 6,40 até 10,80 (m)

#### Armadura longitudinal:

- fundo ()
  - 2  $\phi$ 16 l = 6,48 de 4,71 até 11,19
- montagem (superior) ()
  - 2  $\phi$ 10 l = 2,42 de 7,62 até 10,04
- apoio ()
  - 2  $\phi$ 16 l = 4,28 de 4,19 até 8,47
  - 2  $\phi$ 12 l = 3,13 de 9,33 até 12,47

#### Armadura transversal:

- principal ()
  - estribos 19  $\phi$ 6 l = 1,31  
e = 1\*0,03 + 5\*0,18 + 13\*0,25 (m)
  - pinos 19  $\phi$ 6 l = 1,31  
e = 1\*0,03 + 5\*0,18 + 13\*0,25 (m)

### 2.6.3 P3 : Vão de 11,00 até 15,40 (m)

#### Armadura longitudinal:

- fundo ()
  - 2  $\phi$ 16 l = 6,48 de 10,61 até 17,09
- montagem (superior) ()
  - 2  $\phi$ 10 l = 2,42 de 11,76 até 14,18
- apoio ()
  - 2  $\phi$ 16 l = 4,28 de 13,33 até 17,61

#### Armadura transversal:

- principal ()
  - estribos 19  $\phi$ 6 l = 1,31  
e = 12\*0,25 + 7\*0,18 (m)
  - pinos 19  $\phi$ 6 l = 1,31  
e = 12\*0,25 + 7\*0,18 (m)

### 2.6.4 P4 : Vão de 15,60 até 21,60 (m)

#### Armadura longitudinal:

- fundo ()
  - 2  $\phi$ 16 l = 5,41 de 16,51 até 21,76
- montagem (superior) ()
  - 2  $\phi$ 10 l = 4,14 de 16,84 até 20,98
- apoio ()
  - 2  $\phi$ 12 l = 1,69 de 20,27 até 21,76

#### Armadura transversal:

- principal ()
  - estribos 31  $\phi$ 6 l = 1,31  
e = 12\*0,13 + 14\*0,25 + 5\*0,18 (m)
  - pinos 31  $\phi$ 6 l = 1,31  
e = 12\*0,13 + 14\*0,25 + 5\*0,18 (m)

## Levantamento de materiais:

- Volume de concreto = 2,40 (m<sup>3</sup>)
- Gabarito = 28,36 (m<sup>2</sup>)
- Aço
  - Peso total = 158,94 (kG)
  - Densidade = 66,28 (kG/m<sup>3</sup>)
  - Diâmetro médio = 9,5 (mm)
  - Levantamento de acordo com os diâmetros:

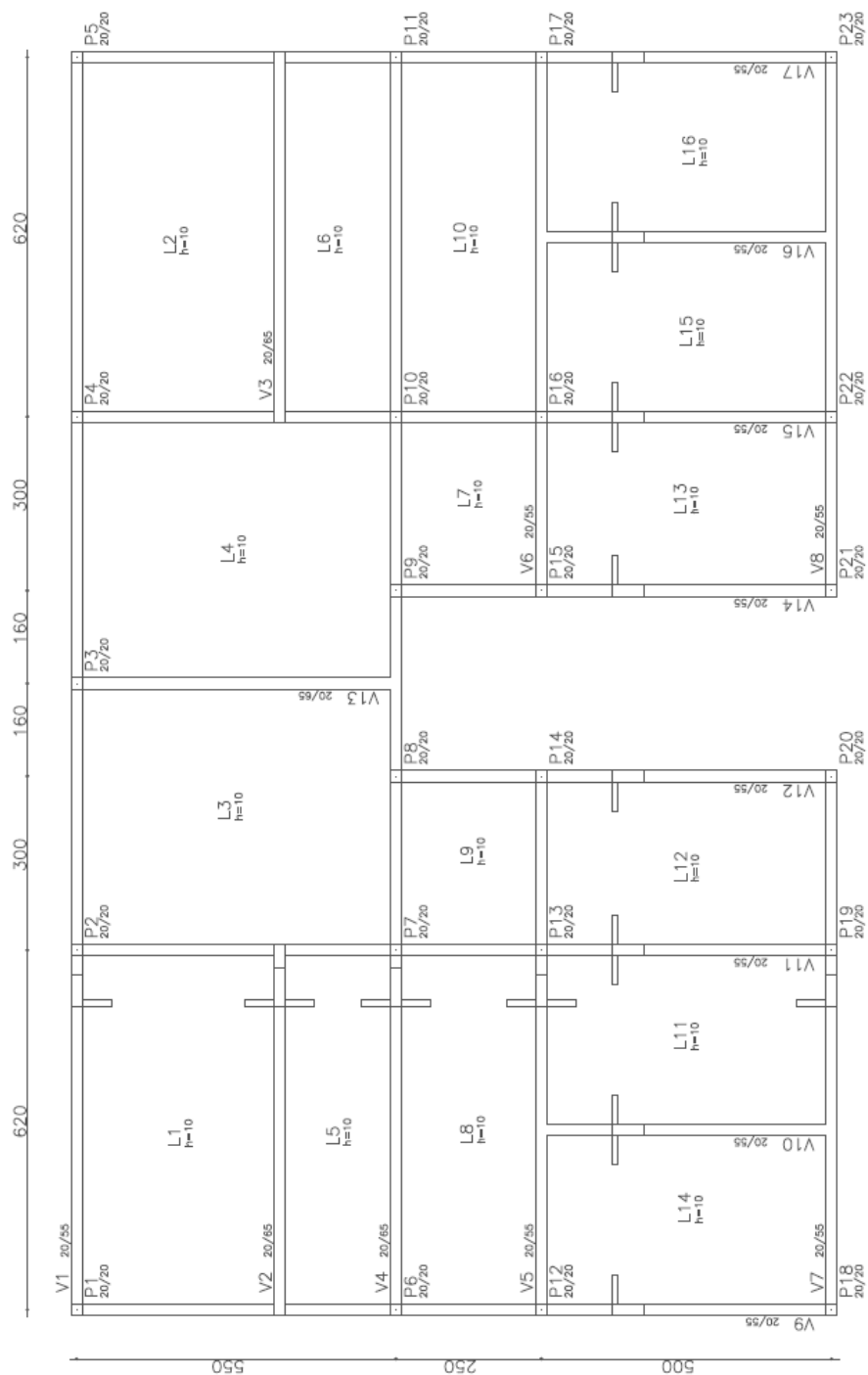
Diâmetro (mm)	Comprimento (m)	Peso (kG)	Número (Nº)	Peso total (kG)
6	1,31	0,29	100	29,06
10	2,42	1,49	4	5,96
10	4,14	2,55	4	10,20
12	1,69	1,50	4	6,01
12	3,13	2,78	2	5,56
16	4,28	6,76	4	27,03
16	5,41	8,55	4	34,19
16	6,48	10,23	4	40,92





# ANEXO 10: PLANTA DE FORMA (CAD/TQS)

Andar tipo e cobertura





# ANEXO 11: RESULTADOS PARA PILARES (CAD/TQS)

## CASOS DE CARGA CRÍTICOS A NÍVEL DA FUNDAÇÃO

Elem	Vento (1) 90°				Vento (3) 0°				FZ MAX-ELU2-Verificações de estado limite último - Pilares e fundações				MX MAX-ELU2-Verificações de estado limite último - Pilares e fundações				MY MAX-ELU2-Verificações de estado limite último - Pilares e fundações			
	FZ	FY	FX	MZ	FZ	FY	FX	MZ	FZ	FY	FX	MZ	FZ	FY	FX	MZ	FZ	FY	FX	MZ
P1	40.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	40.3	0.0	0.0	0.9	40.0	0.0	0.0	1.2	40.0	0.0	0.0	0.9
P2	76.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	76.5	0.0	0.0	-0.4	76.5	0.0	0.0	1.5	76.5	0.0	0.0	-0.4
P3	56.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	56.8	0.0	0.0	0.0	56.8	0.0	0.0	1.1	56.8	0.0	0.0	0.0
P4	76.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	76.5	0.0	0.0	0.4	76.5	0.0	0.0	1.5	76.5	0.0	0.0	0.4
P5	40.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	40.3	0.0	0.0	-0.9	40.0	0.0	0.0	1.2	40.0	0.0	0.0	-0.9
P6	82.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	82.0	0.0	0.0	0.8	79.9	0.0	0.0	-0.7	82.0	0.0	0.0	0.8
P7	131.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	131.0	0.0	0.0	-0.9	125.0	0.0	0.0	-0.9	125.0	0.0	0.0	-0.9
P8	36.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	37.7	0.0	0.0	0.2	36.6	0.0	0.0	-0.3	37.7	0.0	0.0	0.2
P9	36.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	37.7	0.0	0.0	-0.3	36.6	0.0	0.0	-0.3	37.7	0.0	0.0	-0.3
P10	131.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	131.0	0.0	0.0	-0.9	125.0	0.0	0.0	-0.9	125.0	0.0	0.0	-0.9
P11	82.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	82.0	0.0	0.0	-0.7	79.9	0.0	0.0	-0.7	79.9	0.0	0.0	-0.7
P12	47.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	48.6	0.0	0.0	1.6	48.6	0.0	0.0	0.5	47.7	0.0	0.0	1.6
P13	97.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	97.6	0.0	0.0	-0.8	97.5	0.0	0.0	-0.8	95.0	0.0	0.0	-0.8
P14	26.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	26.6	0.0	0.0	0.3	26.6	0.0	0.0	0.3	26.6	0.0	0.0	0.3
P15	26.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	26.6	0.0	0.0	-0.3	26.6	0.0	0.0	-0.3	26.6	0.0	0.0	-0.3
P16	97.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	97.6	0.0	0.0	0.8	97.5	0.0	0.0	0.7	97.6	0.0	0.0	0.8
P17	47.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	48.6	0.0	0.0	-1.6	48.6	0.0	0.0	-1.6	47.5	0.0	0.0	-1.6
P18	39.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	39.6	0.0	0.0	1.4	38.7	0.0	0.0	-0.6	39.5	0.0	0.0	1.4
P19	76.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	76.9	0.0	0.0	-0.8	75.1	0.0	0.0	-0.8	74.5	0.0	0.0	-0.8
P20	10.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.3	0.0	0.0	-0.5	10.8	0.0	0.0	-0.5	11.3	0.0	0.0	-0.5
P21	10.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.3	0.0	0.0	-0.5	10.8	0.0	0.0	-0.5	10.8	0.0	0.0	-0.5
P22	76.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	76.9	0.0	0.0	0.8	75.1	0.0	0.0	0.7	76.9	0.0	0.0	0.8
P23	39.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	39.6	0.0	0.0	-1.4	38.7	0.0	0.0	-1.4	38.8	0.0	0.0	-1.4
Soma	1384.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1392.7	0.0	0.0	1.9	1367.7	0.0	0.0	2.1	1369.9	0.0	0.0	1.9

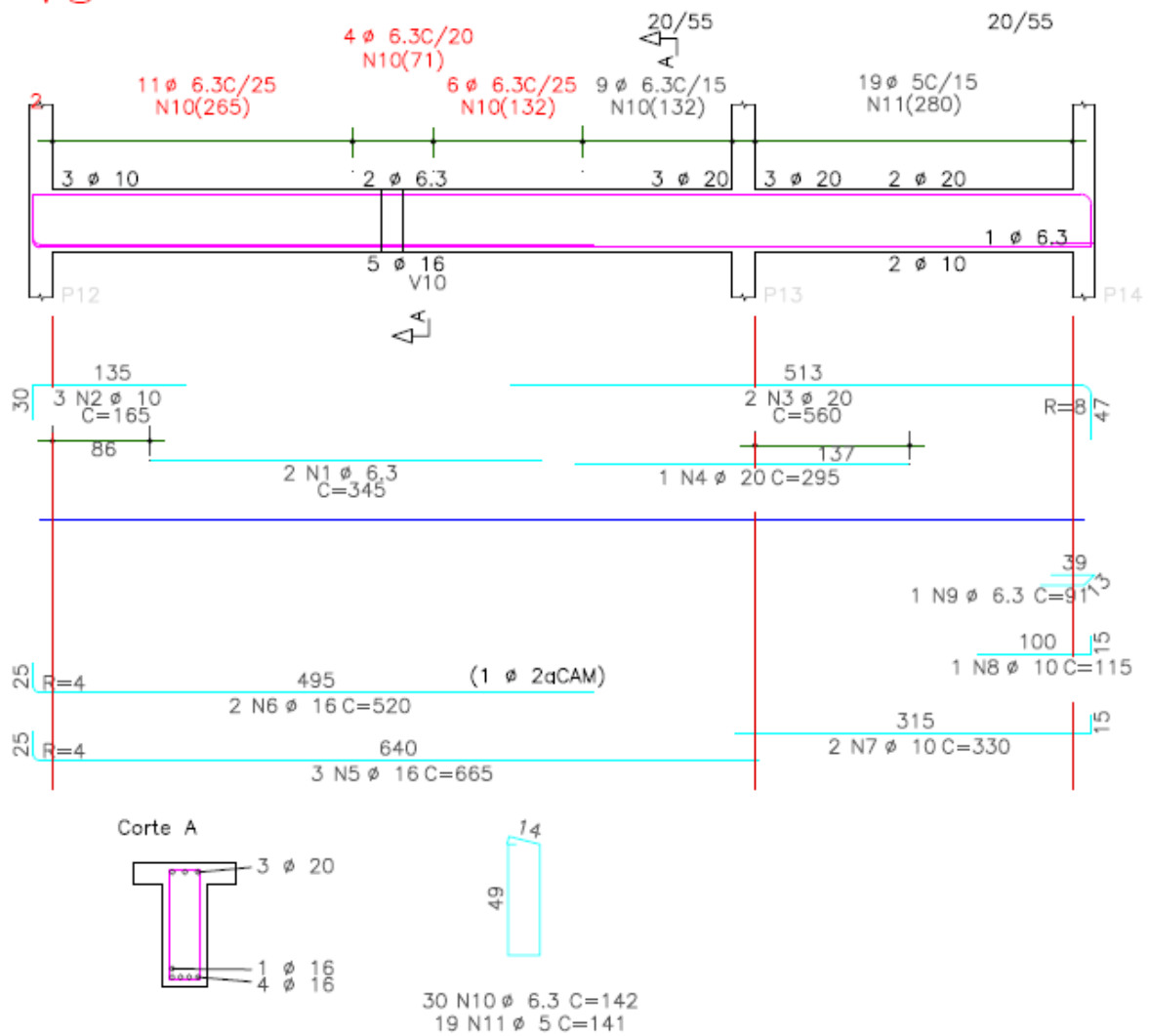
Observações:

- 1 - Esforços com valores característicos
- 2 - Forças em t
- 3 - Momentos em t.m
- 4 - Sistema de coordenadas GLOBAL

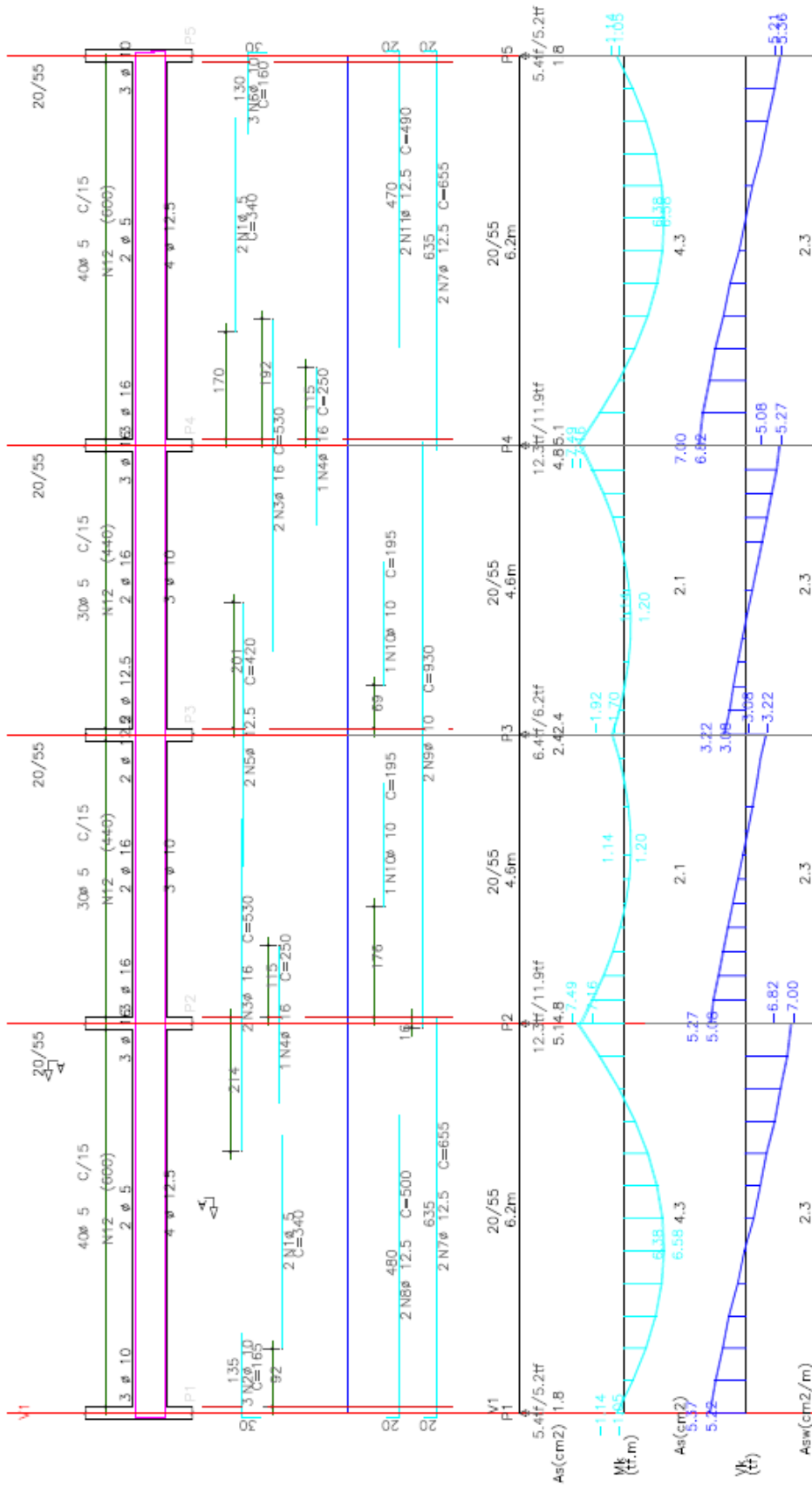


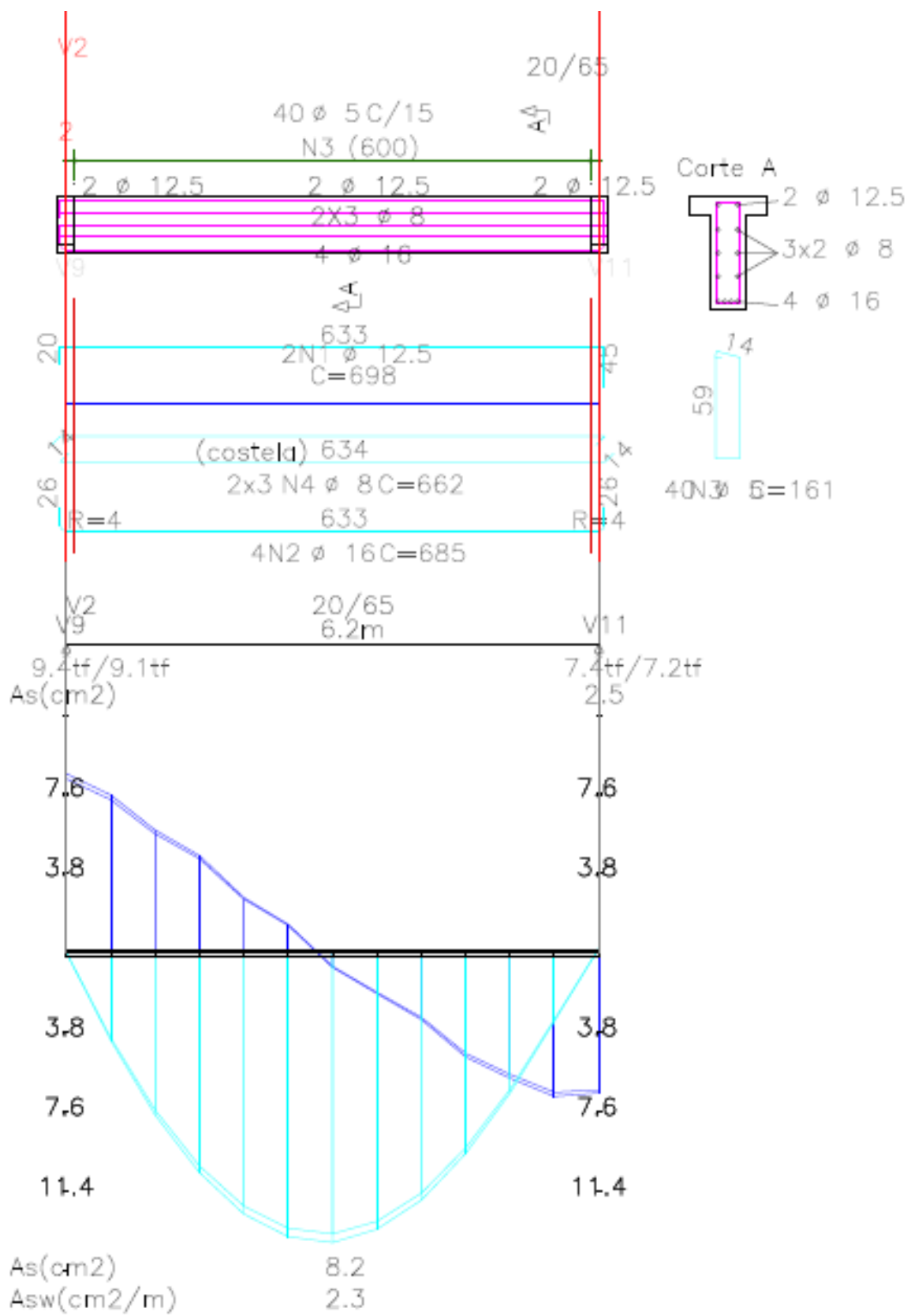
## ANEXO 12: RESULTADOS PARA VIGAS (CAD/TQS)

V5

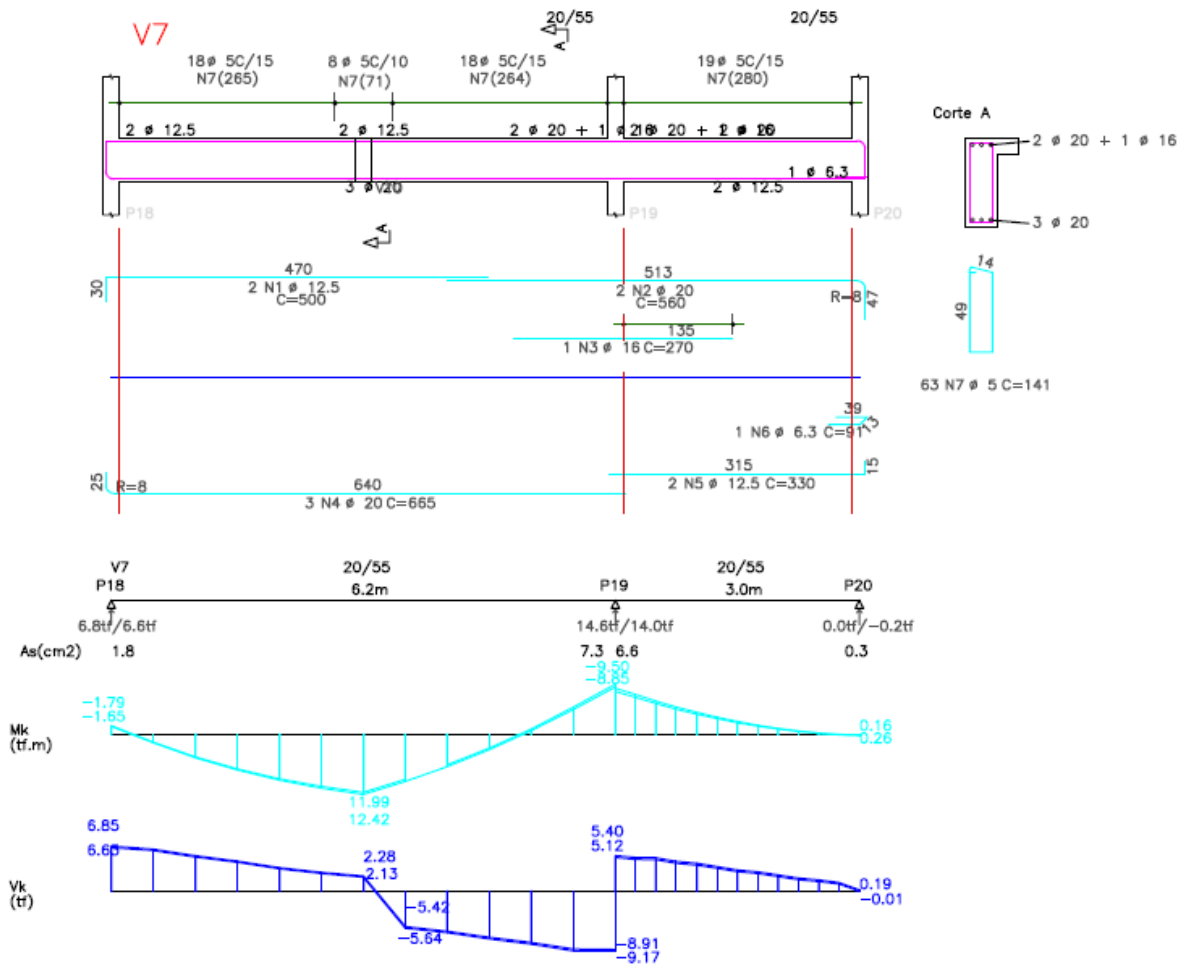


V5 = V6





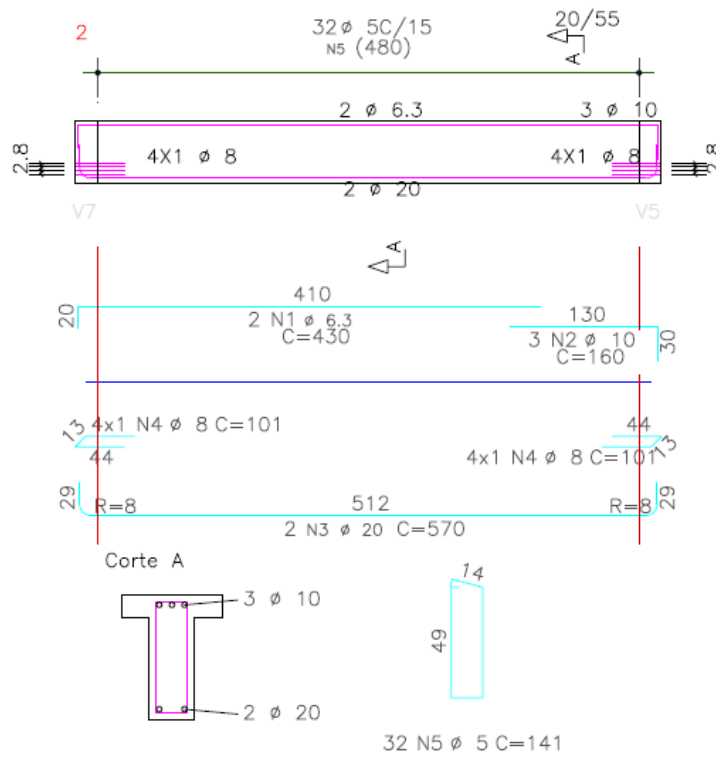
V2 = V3



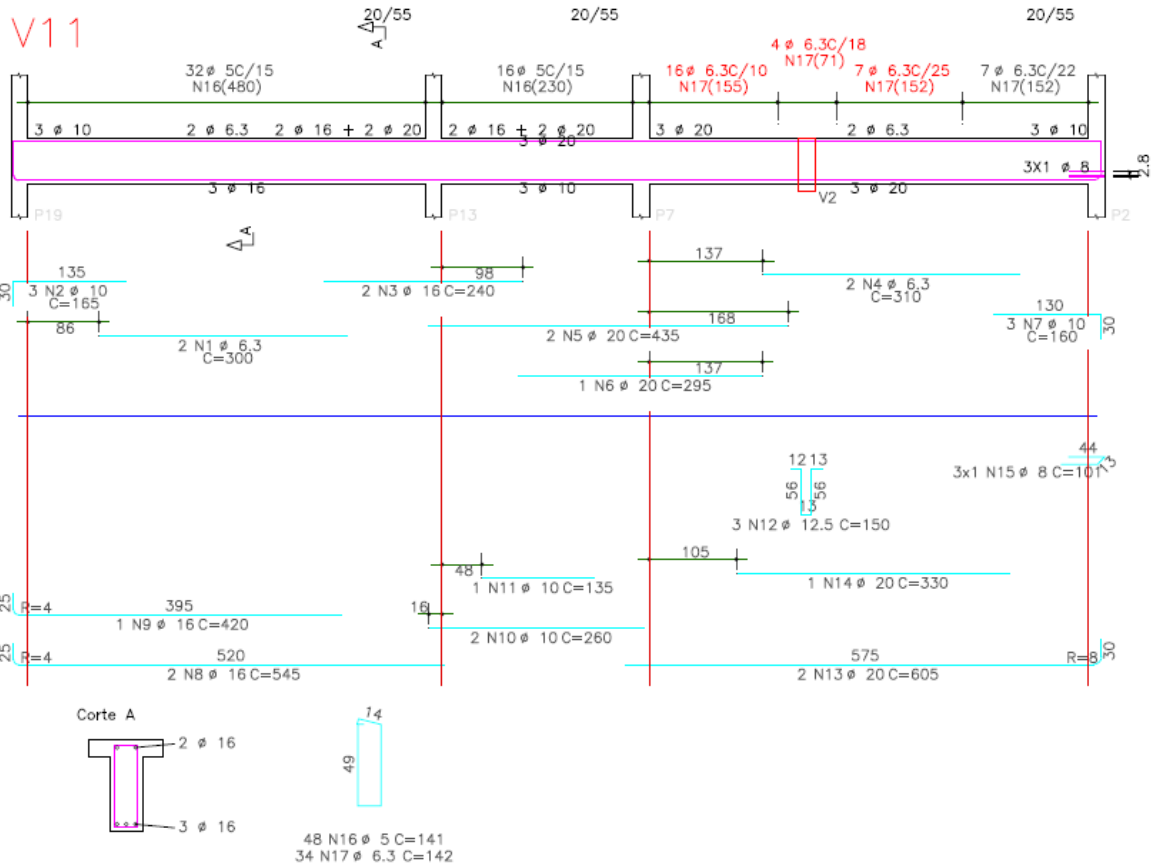
V7 = V8 → Observar 2 soluções para mesmo diagrama de esforços.



# V10

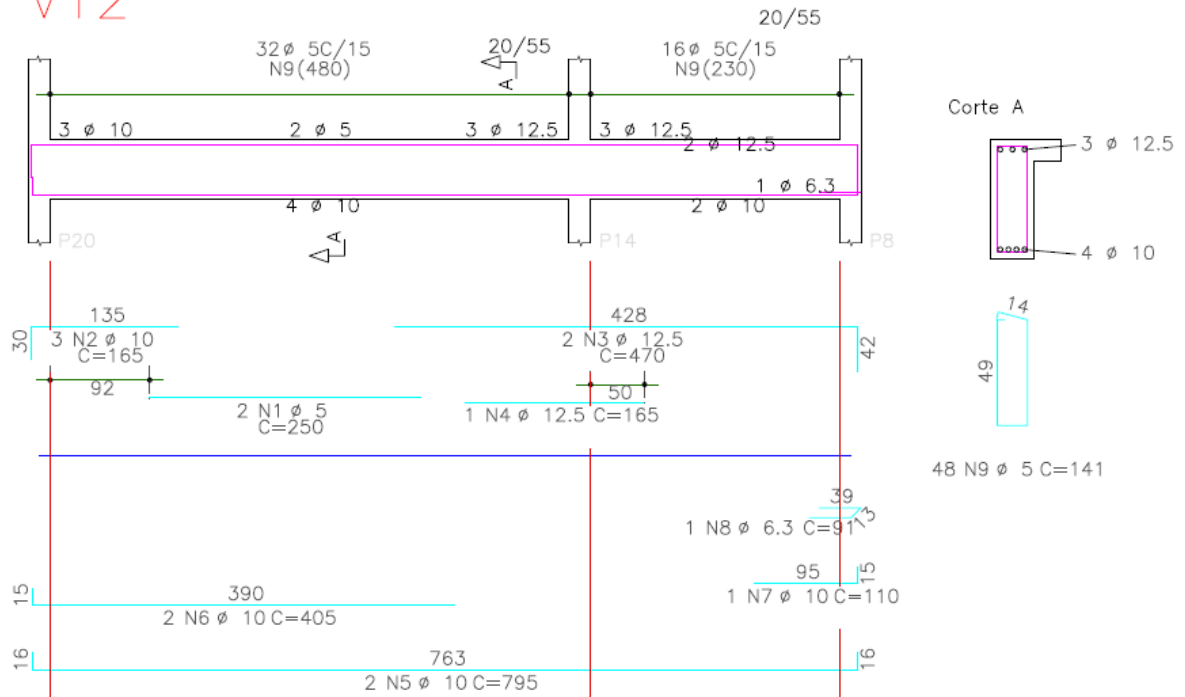


V10 = V16



V 11 = V 15

V12



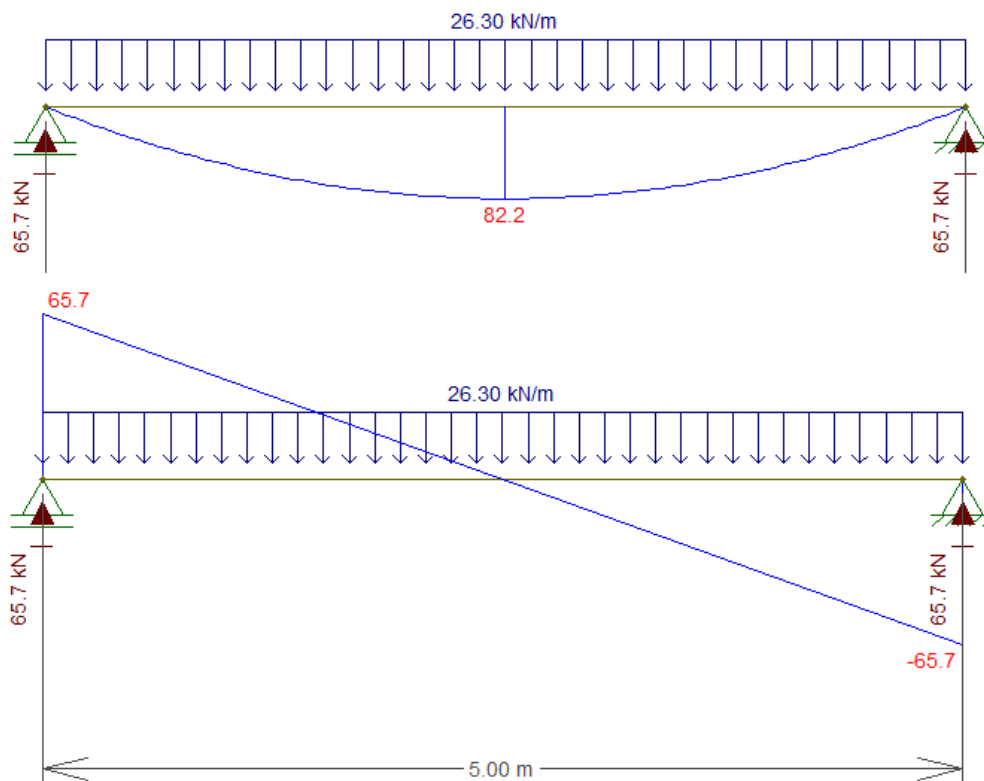
V 12 = V 14



## ANEXO 13: MEMORIAL DE CÁLCULO - VIGAS

### Viga V10 e V16

- Seção: 20x55 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,4$  kN/m
- Quantidade de tramos: 1
- Somatória das reações laterais das lajes: 8,0 + 6,9 = 14,9 kN/m

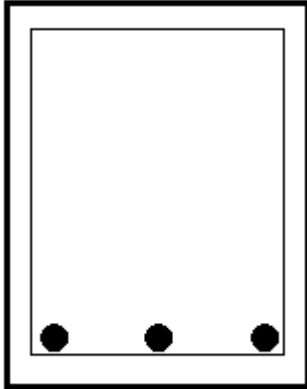


Esquema estático: V10 e V16 - MF e FC [FTOOL]

O momento de extremidade ocorre quando se tem viga apoiada sobre pilar. Uma vez que há viga apoiada sobre viga, não há *rsup*, nem *rinf*. E, portanto, o coeficiente que multiplica o momento de encastramento perfeito é nulo.

- FC de serviço no tramo 1: 65,7 kN < 96,4 kN.

Logo, trata-se de  $\varnothing$  6,3mm a cada 25 cm.



MF no tramo 1: 82,2 kN.m

$Md = 82,2 \cdot 1,40 = 115,1$  kN.m

$$Kc = \frac{20 \cdot 50^2}{11510} = 4,34$$

$Ks = 0,0248$

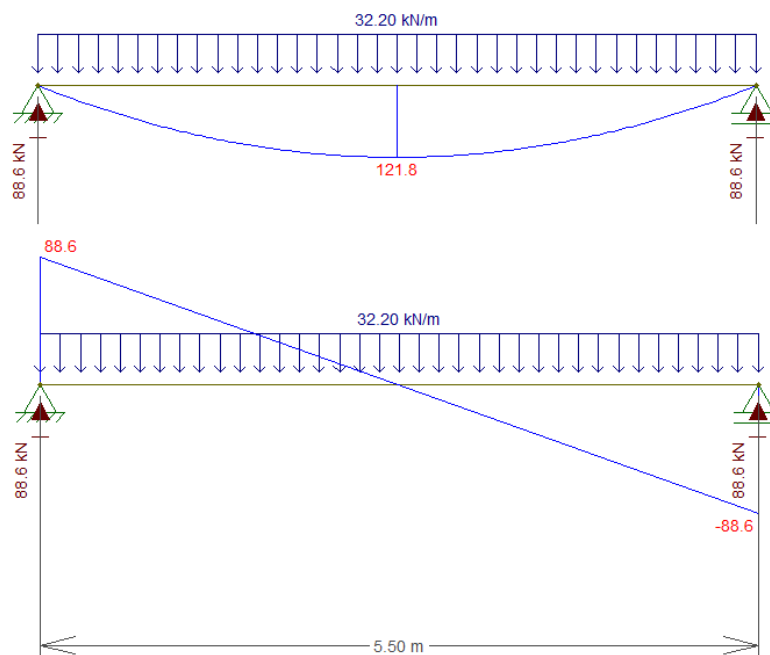
$$As = 0,0248 \cdot \frac{11510}{50} = 5,71 \text{ cm}^2$$

As adotado = 3 $\varnothing$ 16mm = 6cm<sup>2</sup>

Espaçamento horizontal = 4,6 cm

### Viga V13

- Seção: 20x65 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,6$  kN/m
- Quantidade de tramos: 1
- Somatória das reações laterais das lajes: 10,3 + 10,3 = 20,6 kN/m



Esquema estático: V13 - MF e FC [FTOOL]

- FC de serviço no tramo 1:  $88,6 < 115,7$  kN.

Logo, trata-se de  $\emptyset$  6,3mm a cada 25 cm.

Observa-se que um dos apoios desta viga é um pilar. Portanto, deve-se proceder pelo cálculo do momento de ligação, como segue:

$$r_{sup} = r_{inf} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{\frac{L_{pilar}}{2}} = \frac{\frac{20 \cdot 20^3}{12}}{\frac{315}{2}} = 84,7 \text{ cm}^3$$

$$r_{viga} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{\frac{20 \cdot 65^3}{12}}{550} = 832,2 \text{ cm}^3$$

$$M_{eng} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{32,2 \cdot 5,5^2}{12} = 81,2 \text{ kN.m}$$

$$M_{lig} = M_{eng} \cdot \frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

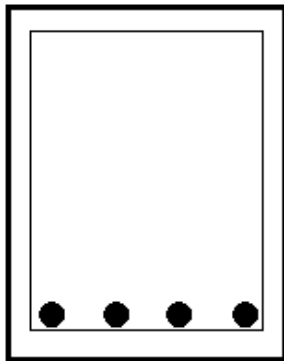
$$M_{lig} = 80,16 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 832,2}$$

$$M_{lig} = 81,2 \cdot 0,169 = 13,7 \text{ kN.m}$$

Portanto, na vinculação entre as vigas V13 e V1, onde existe um pilar de suporte de ambas, deve ser dimensionada a armadura negativa de flexão da viga para o momento de ligação de valor 13,7 kN.m.

O apoio extremo oposto da viga não possui rigidez proveniente de pilares e, portanto, não se contempla o cálculo do momento de ligação.

- MF+ no tramo 1: 121,8 kN.m →  $M_d = 121,8 \cdot 1,40 = 170,52 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 60^2}{17052} = 4,22$$

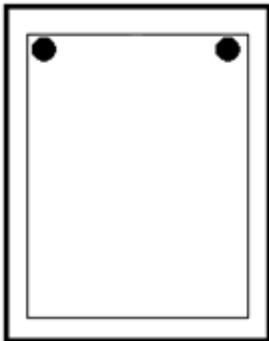
$$K_s = 0,0248$$

$$A_s = 0,0248 \cdot \frac{17052}{60} = 7,04 \text{ cm}^2$$

As adotado = 4Ø 16mm = 8cm<sup>2</sup>

Espaçamento horizontal = 2,50 cm

- MF- no tramo 1: 13,7 kN.m →  $M_d = 13,7 \cdot 1,40 = 19,2 \text{ kN.m}$



Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra superior no encontro com apoio no pilar P3 é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

Portanto, adota-se a armadura mínima:

As adotado =  $A_s$ , mín = 2Ø12,5mm = 2,50 cm<sup>2</sup>

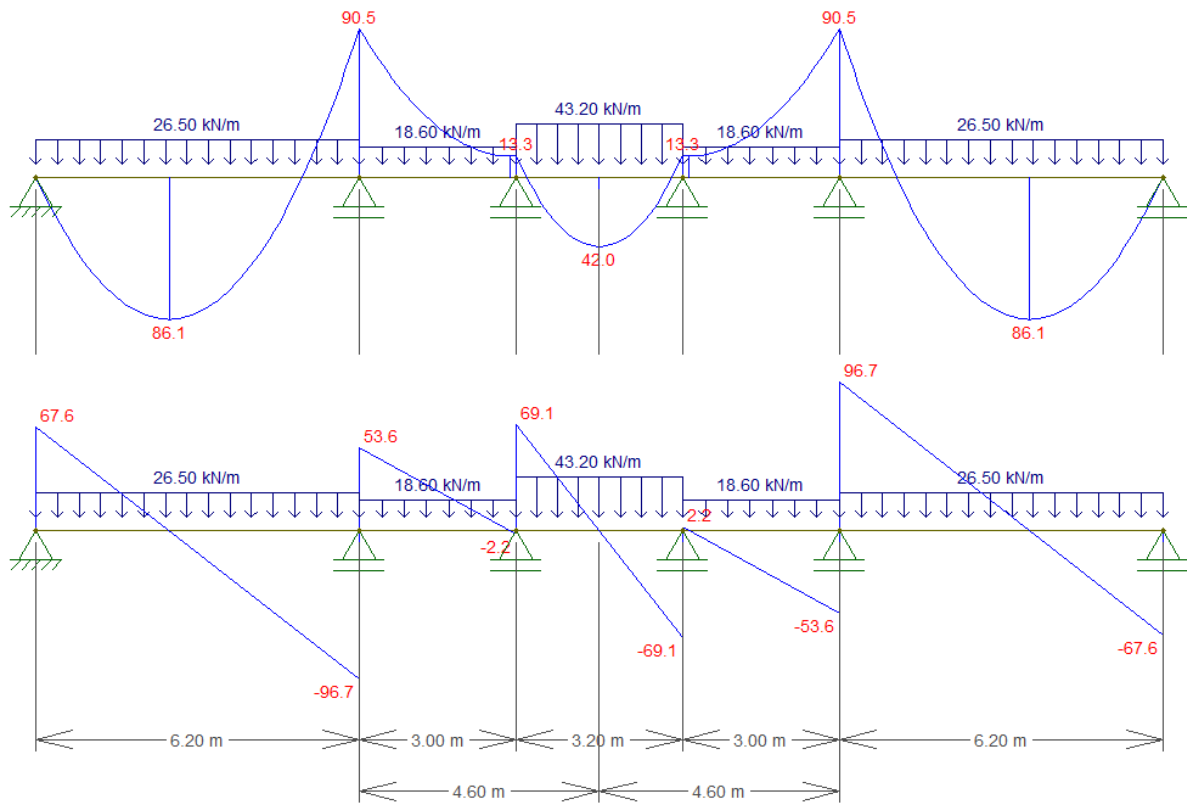
Espaçamento horizontal = 11,50cm

#### Viga V4

- Seção: 20x65 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,6 \text{ kN/m}$
- Quantidade de tramos: 5
- Reação lateral da laje no tramo 1 e no tramo 5:  $7,4 + 7,5 = 14,9 \text{ kN/m}$
- Reação lateral da laje no tramo 2 e no tramo 4:  $3,9 + 3,1 = 7,0 \text{ kN/m}$
- Reação lateral da laje no tramo 3: 3,9 kN/m

Há de se atentar para o tramo 3 que há uma carga concentrada advinda da viga V13. Para haver conformidade com os demais cálculos, deve-se proceder pela compatibilização desta carga em uma carga uniformemente distribuída.

$$P_{\text{médio}} = \frac{15,5 \cdot 3,20 + 88,6}{3,20} = 43,2 \text{ kN/m}$$



Esquema estático: V4 - MF e FC [FTOOL]

Para os 5 tramos:  $V_k < 115,7 \text{ kN} \rightarrow$  Logo, trata-se de  $\emptyset 6,3\text{mm}$  a cada 25 cm.

Devido à simetria da peça, os momentos extremos a esquerda e à direita são iguais. Estes devem sobrepôr os apoios extremos de modo que seja necessário armadura negativa para flexão da viga.

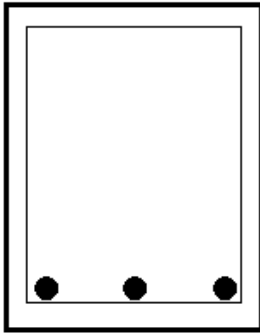
$$r_{\text{viga}} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{20 \cdot 65^3}{12 \cdot 620} = 738,2 \text{ cm}^3$$

$$M_{\text{eng}} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{26,1 \cdot 6,20^2}{12} = 84,9 \text{ kN.m}$$

$$M_{\text{lig, esq}} = M_{\text{lig, dir}} = 84,9 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 738,2}$$

$$M_{\text{lig, esq}} = M_{\text{lig, dir}} = 84,9 \cdot 0,187 = 15,8 \text{ kN.m}$$

- MF+ nos tramos 1 e 5:  $86,1 \text{ kN.m} \rightarrow M_d = 86,1 \cdot 1,40 = 120,54 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 60^2}{12054} = 5,97$$

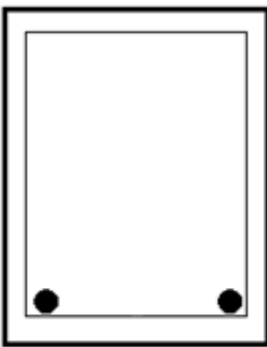
$$K_s = 0,0244$$

$$A_s = 0,0244 \cdot \frac{12054}{60} = 4,90 \text{ cm}^2$$

As adotado =  $3\phi 16\text{mm} = 6,0 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 4,60 cm

- MF+ no tramo 3:  $42,0 \text{ kN.m} \rightarrow M_d = 42,0 \cdot 1,40 = 58,8 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 60^2}{5880} = 12,24$$

$$K_s = 0,0244$$

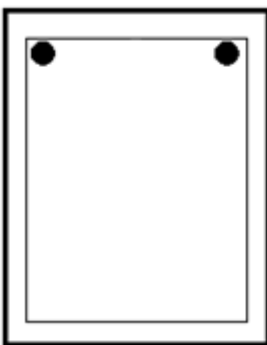
$$A_s = 0,0236 \cdot \frac{5880}{60} = 2,31 \text{ cm}^2$$

As adotado =  $A_s$ , mín =  $2\phi 12,5\text{mm} = 2,50 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

Para os tramos 2 e 4, observa-se que não há momento positivo. Entretanto, de forma conservativa, será adotada a armadura mínima conforme exposto à cima. Trata-se de  $2\phi 12,5\text{mm}$ . Mesma adoção de projeto para o tramo 3.

- MF- de ligação nos pilares extremos e MF- nos apoios P8 e P9:



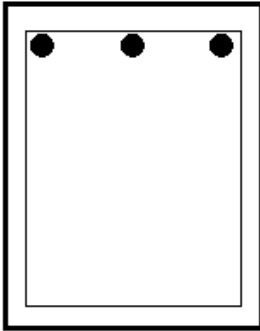
Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra superior nos apoios extremos e nos apoios P8 e P9 é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

Portanto, adota-se a armadura mínima:

As adotado =  $A_s$ , mín =  $2\phi 12,5\text{mm} = 2,50 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- nos apoios P7 e P10:  $90,5 \text{ kN.m} \rightarrow M_d = 90,5 \cdot 1,40 = 126,70 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 60^2}{12670} = 5,68$$

$$K_s = 0,0244$$

$$A_s = 0,0244 \cdot \frac{12670}{60} = 5,2 \text{ cm}^2$$

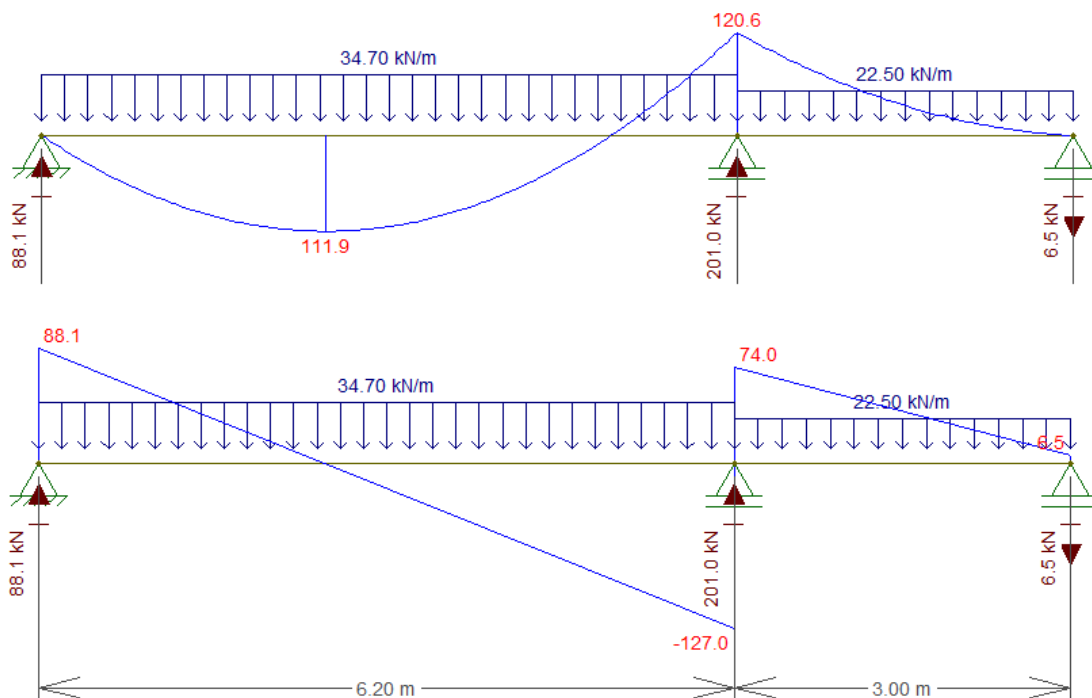
$$A_s \text{ adotado} = 3\phi 16\text{mm} = 6,0 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espaçamento horizontal} = 4,6\text{cm}$$

### Vigas V5 e V6

- Seção:  $20 \times 55 \text{ cm}^2$
- $\Sigma = 11,4 \text{ kN/m}$
- Quantidade de tramos: 3
- Reação lateral da laje no tramo 1:  $7,5 + 5,8 = 13,3 \text{ kN/m}$
- Reação lateral da laje no tramo 2:  $7,5 + 4,6 = 12,1 \text{ kN/m}$
- Reação lateral da laje no tramo 3:  $5,5 + 5,6 = 11,1 \text{ kN/m}$

$$P_{\text{médio}} = \frac{24,7 \cdot 3,10 + 23,5 \cdot 3,10 + 65,7}{3,10 + 3,10} = 34,7 \text{ kN/m}$$



Esquema estático: V5 e V6 - MF e FC [FTOOL]

- FC de serviço no tramo 1: 127,0 kN  $\rightarrow V_{sd} = 127 \cdot 1,40 = 177,8$  kN

Verifica-se no tramo 1 a condição  $V_{sd} > V_{c0}$ . Interpolando  $V_c$ :

$$V_c = 0,213 (495 - 177,8) = 67,6 \text{ kN}$$

$$A_{sw} = \frac{177,8 - 67,6}{0,50 \cdot 50} = 4,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$e \leq \frac{200 \cdot 0,315}{4,4}$$

Logo, trata-se de  $\emptyset 6,3\text{mm}$  a cada 12,5 cm.

- FC de serviço no tramo 2: 74,0 < 96,4 kN.

Logo, trata-se de  $\emptyset 6,3\text{mm}$  a cada 25 cm.

Observa-se que a peça não é simétrica. Portanto, os momentos de ligação a esquerda e a direita devem ser calculados separadamente, visto que contemplam parâmetros distintos. A viga deve dispor de armadura negativa para os seguintes momentos de serviço:

$$r_{\text{viga, esq}} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{\frac{20 \cdot 55^3}{12}}{620} = 447,2 \text{ cm}^3$$

$$Meng, esq = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{34,7 \cdot 6,20^2}{12} = 111,2 \text{ kN.m}$$

$$Mlig, esq = Meng, esq \cdot \frac{rinf + rsup}{rinf + rsup + rviga}$$

$$Mlig, esq = 111,2 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 447,2}$$

$$Mlig, esq = 111,2 \cdot 0,275 = 30,6 \text{ kN.m}$$

$$r_{\text{viga, dir}} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{\frac{20 \cdot 55^3}{12}}{300} = 924,31 \text{ cm}^3$$

$$Meng, dir = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{22,5 \cdot 3,00^2}{12} = 16,9 \text{ kN.m}$$

$$Mlig, dir = Meng, dir \cdot \frac{rinf + rsup}{rinf + rsup + rviga}$$

$$Mlig, dir = 16,9 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 924,31}$$

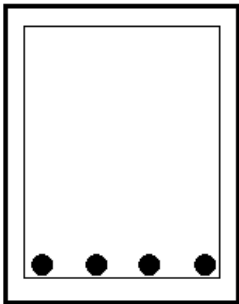
$$Mlig, dir = 16,9 \cdot 0,155 = 2,6 \text{ kN.m}$$

Constata-se que o momento de ligação a esquerda é sensivelmente maior que o momento de ligação a direita. Isto se deve primordialmente à diferença entre os vãos dos tramos. Vê-se que o momento de

encastramento perfeito contempla esta distância elevada ao quadrado, enquanto o carregamento do tramo permanece com expoente 1,0.

Os momentos de ligação devem ser superpostos ao diagrama de momento fletor de modo a exigir armadura à flexão nas ligações com os pilares extremos. Para ambos os casos, deve ser comparado o momento mínimo de cálculo de modo a satisfazer a exigência de armadura mínima constante na *Tabela 4.12: Taxas mínimas de armadura de flexão*.

- MF+ no tramo 1: 111,9 kN.m →  $M_d = 111,9 \cdot 1,40 = 156,66 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{15666} = 3,19$$

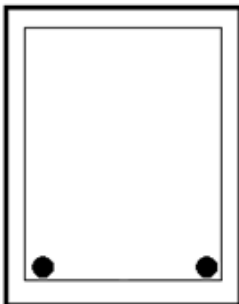
$$K_s = 0,0257$$

$$A_s = 0,0257 \cdot \frac{15666}{50} = 8,0 \text{ cm}^2$$

As adotado = 4Ø 16mm = 8,0 cm<sup>2</sup>

Espaçamento horizontal = 2,50 cm

- MF+ no tramo 2:



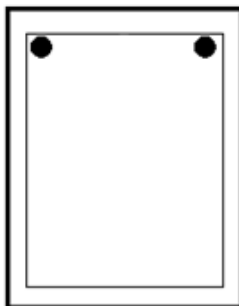
Observa-se que não há momento positivo. Entretanto, de forma conservativa, será adotada a armadura mínima. Trata-se de 2Ø12,5mm.

Conforme momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

As adotado =  $A_s$ , mín = 2Ø12,5mm = 2,50 cm<sup>2</sup>

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- de ligação nos pilares extremos:



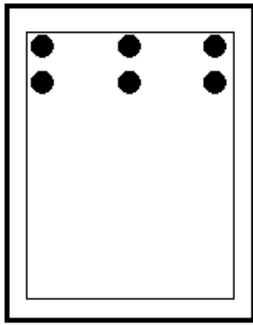
Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra superior nos apoios extremos é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

Portanto, adota-se a armadura mínima:

As adotado =  $A_s$ , mín = 2Ø12,5mm = 2,50 cm<sup>2</sup>

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- no apoio P13: 120,6 kN.m →  $M_d = 120,6 \cdot 1,40 = 168,84$  kN.m



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{16884} = 2,96 \text{ [DOMÍNIO 3]}$$

$$K_s = 0,0259$$

$$A_s = 0,0259 \cdot \frac{16884}{50} = 8,74 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ adotado} = 3\phi 16\text{mm} + 3 \phi 12,5\text{mm} = (3 \times 2 + 3 \times 1,25)\text{cm}^2 = 9,75\text{cm}^2$$

Espaçamento horizontal para primeira fileira = 4,6 cm

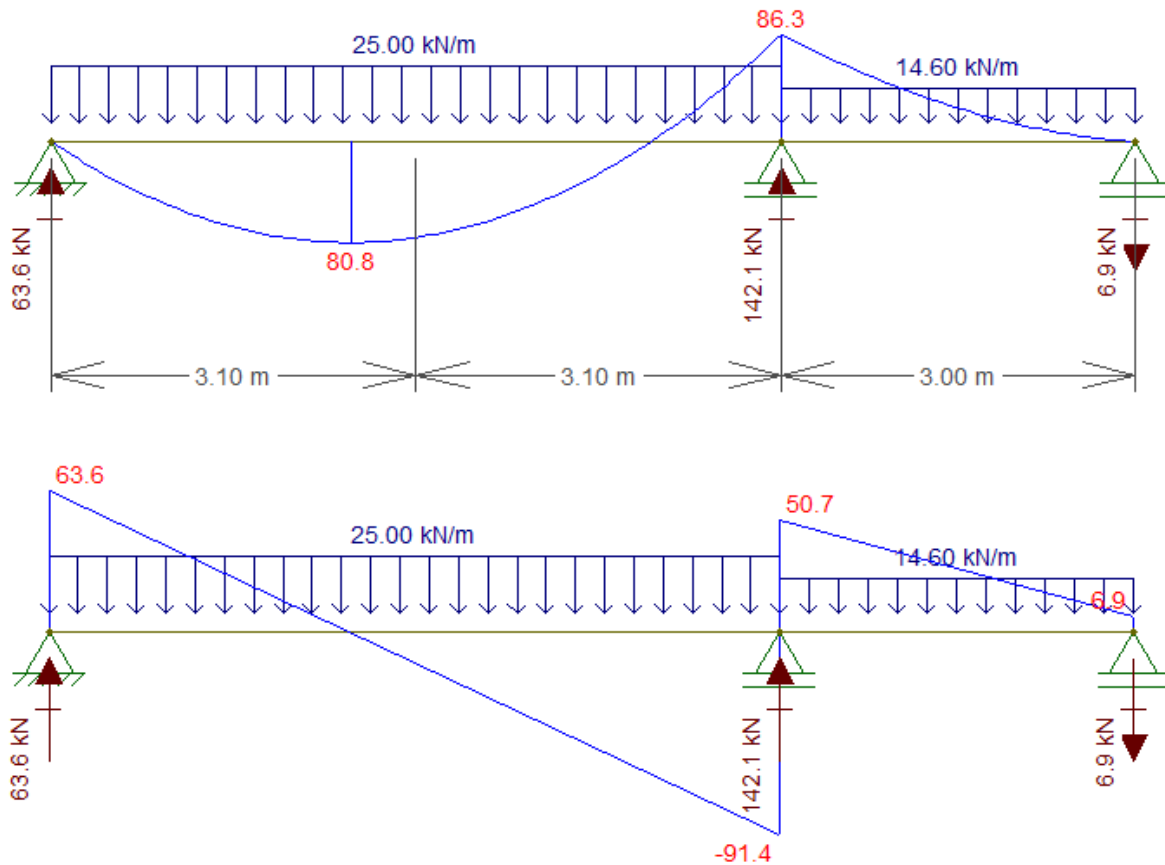
Espaçamento horizontal para primeira fileira = 5,125 cm

Espaçamento vertical = 2,0 cm

### Vigas V7 e V8

- Seção: 20x55 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,4$  kN/m
- Quantidade de tramos: 3
- Reação lateral da laje no tramo 1: 3,3 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 2: 2,6 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 3: 3,2 kN/m

$$P_{\text{médio}} = \frac{14,7 \cdot 3,10 + 14,0 \cdot 3,10 + 65,7}{3,10 + 3,10} = 25,0 \text{ kN/m}$$



Esquema estático: V7 e V8 - MF e FC [FTOOL]

Para os 2 tramos:  $V_k < 96,4 \text{ kN}$  → Logo, trata-se de  $\varnothing 6,3\text{mm}$  a cada 25 cm.

Observa-se que a peça não é simétrica. Portanto, os momentos de ligação a esquerda e a direita devem ser calculados separadamente, visto que contemplam parâmetros distintos. A viga deve dispor de armadura negativa para os seguintes momentos de serviço:

$$r_{\text{viga, esq}} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{20 \cdot 55^3}{12 \cdot 620} = 447,2 \text{ cm}^3$$

$$M_{\text{eng, esq}} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{25,0 \cdot 6,20^2}{12} = 80,1 \text{ kN.m}$$

$$M_{\text{lig, esq}} = M_{\text{eng, esq}} \cdot \frac{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}}$$

$$M_{lig, esq} = 80,1 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 447,2}$$

$$M_{lig, esq} = 80,1 \cdot 0,275 = 22,0 \text{ kN.m}$$

$$r_{viga, dir} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{\frac{20 \cdot 55^3}{12}}{300} = 924,31 \text{ cm}^3$$

$$M_{eng, dir} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{14,6 \cdot 3,00^2}{12} = 11,0 \text{ kN.m}$$

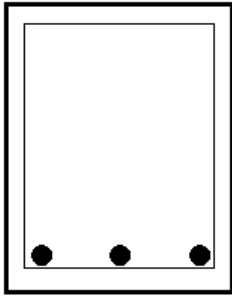
$$M_{lig, dir} = M_{eng, dir} \cdot \frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

$$M_{lig, dir} = 11,0 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 924,31}$$

$$M_{lig, dir} = 11,0 \cdot 0,155 = 1,7 \text{ kN.m}$$

Os momentos de ligação devem ser superpostos ao diagrama de momento fletor de modo a exigir armadura à flexão nas ligações com os pilares extremos.

- MF+ no tramo 1: 80,8 kN.m →  $M_d = 80,8 \cdot 1,40 = 113,12 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{11312} = 4,42$$

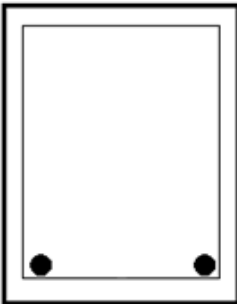
$$K_s = 0,0248$$

$$A_s = 0,0248 \cdot \frac{11312}{50} = 5,6 \text{ cm}^2$$

$A_s$  adotado = 3Ø 16mm = 6,0 cm<sup>2</sup>

Espaçamento horizontal = 4,60 cm

- MF+ no tramo 2:



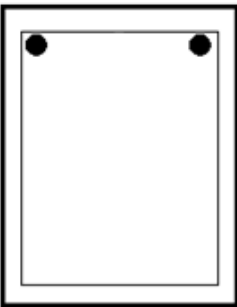
Observa-se que não há momento positivo. Entretanto, de forma conservativa, será adotada a armadura mínima. Trata-se de 2Ø12,5mm.

Conforme momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2:

$A_s$  adotado =  $A_s$ , mín = 2Ø12,5mm = 2,50 cm<sup>2</sup>

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- de ligação nos pilares extremos:

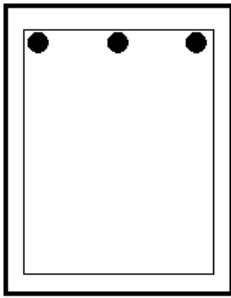


Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra superior nos apoios extremos é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

$A_s$  adotado =  $A_s$ , mín = 2Ø12,5mm = 2,50 cm<sup>2</sup>

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- no apoio P13: 86,3 kN.m →  $M_d = 86,3 \cdot 1,40 = 120,82 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{12082} = 4,14$$

$$K_s = 0,0248$$

$$A_s = 0,0248 \cdot \frac{12082}{50} = 5,99 \text{ cm}^2$$

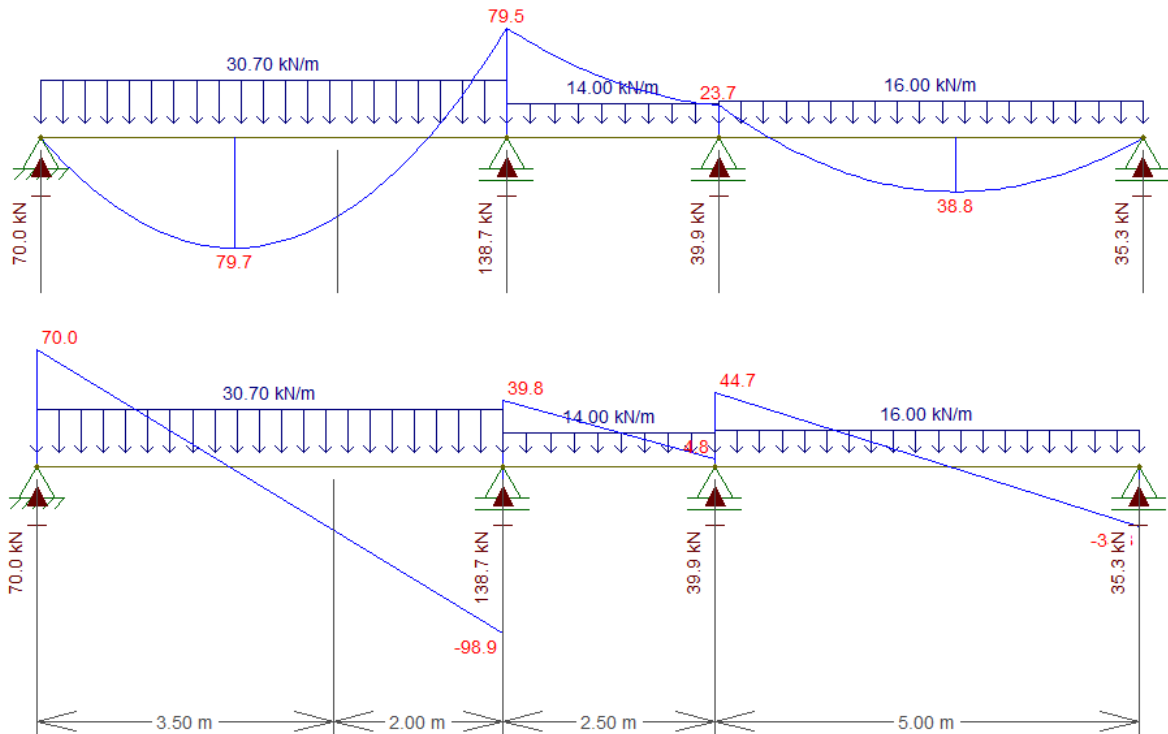
$$A_s \text{ adotado} = 3\phi 16\text{mm} = 6,0 \text{ cm}^2$$

Espaçamento horizontal = 4,60cm

### Vigas V9 e V17

- Seção: 20x55 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,4 \text{ kN/m}$
- Quantidade de tramos: 4
- Reação lateral da laje no tramo 1: 3,8 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 2: 2,4 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 3: 2,6 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 4: 4,6 kN/m

$$P_{\text{médio}} = \frac{15,2 \cdot 3,50 + 13,8 \cdot 2,00 + 88,0}{3,50 + 2,00} = 30,7 \text{ kN/m}$$



Esquema estático: V9 e V17 - MF e FC [FTOOL]

Para os 3 tramos:  $V_k < 96,4 \text{ kN}$  → Logo, trata-se de  $\varnothing 6,3\text{mm}$  a cada 25 cm.

Observa-se que a peça não é simétrica. Portanto, os momentos de ligação a esquerda e a direita devem ser calculados separadamente, visto que contemplam parâmetros distintos. A viga deve dispor de armadura negativa para os seguintes momentos de serviço:

$$r_{\text{viga, esq}} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 55^3}{12} = 504,2 \text{ cm}^3$$

$$M_{\text{eng, esq}} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{30,7 \cdot 5,50^2}{12} = 77,4 \text{ kN.m}$$

$$M_{\text{lig, esq}} = M_{\text{eng, esq}} \cdot \frac{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}}$$

$$M_{\text{lig, esq}} = 77,4 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 504,2}$$

$$M_{lig, esq} = 77,4 \cdot 0,251 = 19,5 \text{ kN.m}$$

$$r_{viga, dir} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{\frac{20 \cdot 55^3}{12}}{500} = 554,6 \text{ cm}^3$$

$$M_{eng, dir} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{16,0 \cdot 5,00^2}{12} = 33,3 \text{ kN.m}$$

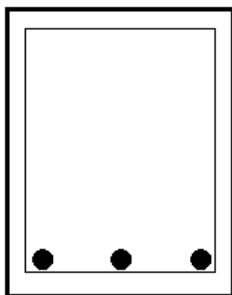
$$M_{lig, dir} = M_{eng, dir} \cdot \frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

$$M_{lig, dir} = 33,3 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 554,6}$$

$$M_{lig, dir} = 33,3 \cdot 0,234 = 7,8 \text{ kN.m}$$

Os momentos de ligação devem ser superpostos ao diagrama de momento fletor de modo a exigir armadura à flexão nas ligações com os pilares extremos.

- MF+ no tramo 1: 79,7 kN.m → Md = 79,7 · 1,40 = 111,58 kN.m



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{11158} = 4,48$$

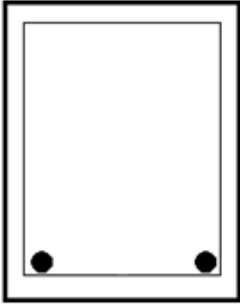
$$K_s = 0,0248$$

$$A_s = 0,0248 \cdot \frac{11158}{50} = 5,53 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ adotado} = 3\emptyset 16\text{mm} = 6,0 \text{ cm}^2$$

Espaçamento horizontal = 4,60 cm

- MF+ nos tramo 2 e 3:



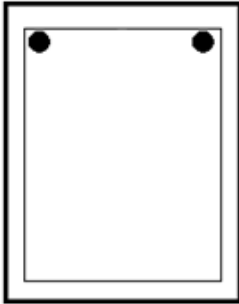
Observa-se que não há momento positivo no tramo 2 e que o momento existente no tramo 3 é inferior ao momento mínimo de cálculo. Para ambos os casos, de forma conservativa, será adotada a armadura mínima. Trata-se de  $2\phi 12,5\text{mm}$ .

Conforme momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2:

As adotado =  $A_s, \text{mín} = 2\phi 12,5\text{mm} = 2,50 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- de ligação nos pilares extremos e no apoio P12:



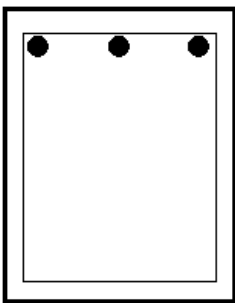
Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra superior nos apoios extremos e no apoio P12 é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2:

Portanto, adota-se a armadura mínima:

As adotado =  $A_s, \text{mín} = 2\phi 12,5\text{mm} = 2,50 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- no apoio P6:  $79,5 \text{ kN.m} \rightarrow M_d = 79,5 \cdot 1,40 = 111,30 \text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{11130} = 4,5$$

$$K_s = 0,0248$$

$$A_s = 0,0248 \cdot \frac{11130}{50} = 5,52 \text{ cm}^2$$

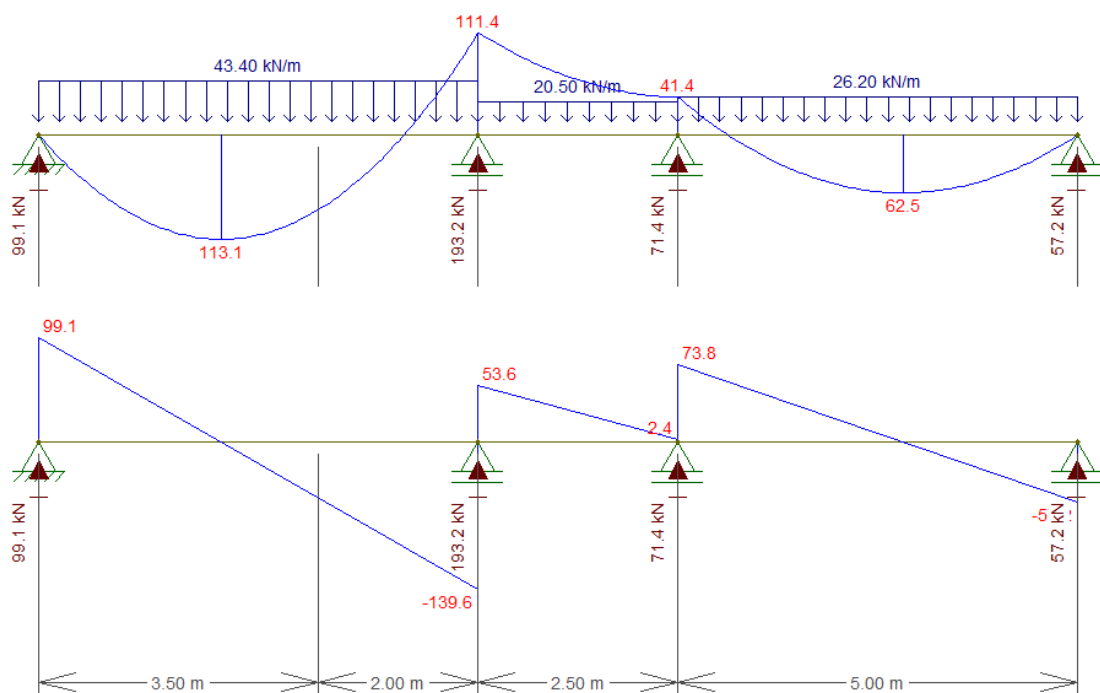
As adotado =  $3\phi 16\text{mm} = 6,0 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 4,60cm

## Vigas V11 e V15

- Seção: 20x55 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,4$  kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 1, esq da carga concentrada: 6,5 + 10,3 = 16,8 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 1, dir da carga concentrada: 4,2 + 10,3 = 14,5 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 2: 4,4 + 4,7 = 9,1 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 3: 6,9 + 7,9 = 14,8 kN/m

$$P_{\text{médio}} = \frac{28,2 \cdot 3,50 + 25,9 \cdot 2,00 + 88,0}{3,50 + 2,00} = 43,4 \text{ kN/m}$$



Esquema estático: V11 e V15 - MF e FC [FTOOL]

- FC de serviço no tramo 1: 139,6 kN  $\rightarrow$   $V_{sd} = 139,6 \cdot 1,4 = 195,44$  kN

Verifica-se no tramo 1 a condição  $V_{sd} > V_{c0}$ . Interpolando  $V_c$ :

$$V_c = 0,213 (495 - 195,4) = 63,8 \text{ kN}$$

$$A_{sw} = \frac{195,44 - 63,8}{0,50 \cdot 50} = 5,3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$e \leq \frac{200 \cdot 0,315}{5,3}$$

Logo, trata-se de  $\emptyset$  6,3mm a cada 10 cm.

- Para os demais tramos:  $V_k < 96,4$  kN  $\rightarrow$  Logo, trata-se de  $\emptyset$  6,3mm a cada 25 cm.

Observa-se que a peça não é simétrica. Portanto, os momentos de ligação a esquerda e a direita devem ser calculados separadamente, visto que contemplam parâmetros distintos. A viga deve dispor de armadura negativa para os seguintes momentos de serviço:

$$r_{viga, esq} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{20 \cdot 55^3}{12 \cdot 550} = 504,2 \text{ cm}^3$$

$$Meng, esq = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{43,4 \cdot 5,50^2}{12} = 109,4 \text{ kN.m}$$

$$Mlig, esq = Meng, esq \cdot \frac{rinf + rsup}{rinf + rsup + rviga}$$

$$Mlig, esq = 109,4 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 504,2}$$

$$Mlig, esq = 109,4 \cdot 0,251 = 27,5 \text{ kN.m}$$

$$r_{viga, dir} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{20 \cdot 55^3}{12 \cdot 500} = 554,6 \text{ cm}^3$$

$$Meng, dir = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{26,2 \cdot 5,00^2}{12} = 54,6 \text{ kN.m}$$

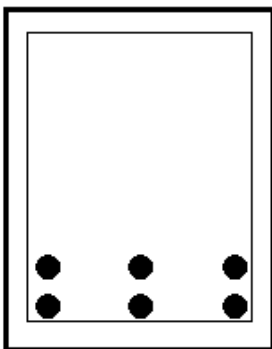
$$Mlig, dir = Meng, dir \cdot \frac{rinf + rsup}{rinf + rsup + rviga}$$

$$Mlig, dir = 54,6 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 554,6}$$

$$Mlig, dir = 54,6 \cdot 0,234 = 12,8 \text{ kN.m}$$

Os momentos de ligação devem ser superpostos ao diagrama de momento fletor de modo a exigir armadura à flexão nas ligações com os pilares extremos.

- MF+ no tramo 1: 113,1 kN.m → Md = 113,1 · 1,40 = 158,34 kN.m



$$Kc = \frac{20 \cdot 50^2}{15834} = 3,16$$

$$Ks = 0,0257$$

$$As = 0,0257 \cdot \frac{15834}{50} = 8,2 \text{ cm}^2$$

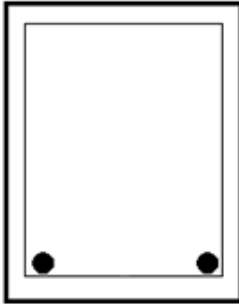
$$As \text{ adotado} = 3\emptyset 16\text{mm} + 3\emptyset 10\text{mm} = (3 \times 2 + 3 \times 0,8) \text{ cm}^2 = 8,4 \text{ cm}^2$$

Espaçamento horizontal para primeira fileira = 4,6 cm

Espaçamento horizontal para primeira fileira = 5,5 cm

Espaçamento vertical = 2,0 cm

- MF+ no tramo 2:



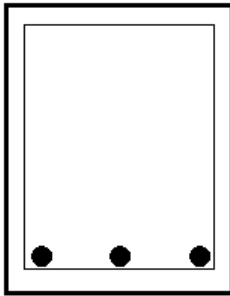
Observa-se que não há momento positivo no tramo 2. De forma conservativa, será adotada a armadura mínima. Trata-se de  $2\phi 12,5\text{mm}$ .

Conforme momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2:

As adotado =  $A_s$ , mín =  $2\phi 12,5\text{mm} = 2,50\text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal =  $11,50\text{cm}$

- MF+ no tramo 3:  $62,5\text{ kN.m} \rightarrow M_d = 62,5 \cdot 1,40 = 87,50\text{ kN.m}$



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{8750} = 5,7$$

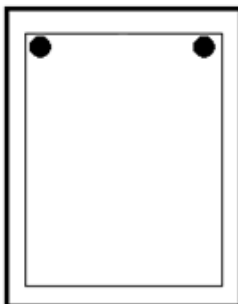
$$K_s = 0,0244$$

$$A_s = 0,0244 \cdot \frac{8750}{50} = 4,3\text{ cm}^2$$

As adotado =  $3\phi 16\text{mm} = 6,0\text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal =  $4,60\text{cm}$

- MF- de ligação nos pilares extremos:



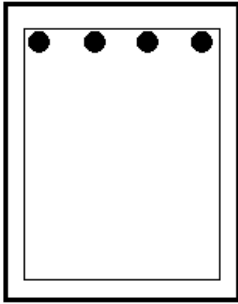
Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra superior nos apoios extremos é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

Portanto, adota-se a armadura mínima:

As adotado =  $A_s$ , mín =  $2\phi 12,5\text{mm} = 2,50\text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal =  $11,50\text{cm}$

- MF- no apoio P7: 111,4 kN.m →  $M_d = 111,4 \cdot 1,40 = 155,96$  kN.m



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{15596} = 3,21$$

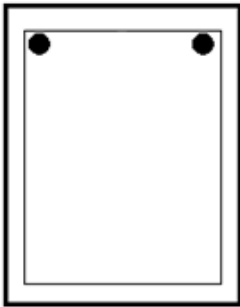
$$K_s = 0,0254$$

$$A_s = 0,0254 \cdot \frac{15596}{50} = 7,92 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ adotado} = 4\phi 16\text{mm} = 8,0 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espaçamento horizontal} = 2,50\text{cm}$$

- MF- no apoio P13: 41,4 kN.m →  $M_d = 41,4 \cdot 1,40 = 58,0$  kN.m



$$K_c = \frac{20 \cdot 50^2}{5800} = 8,62$$

$$K_s = 0,0240$$

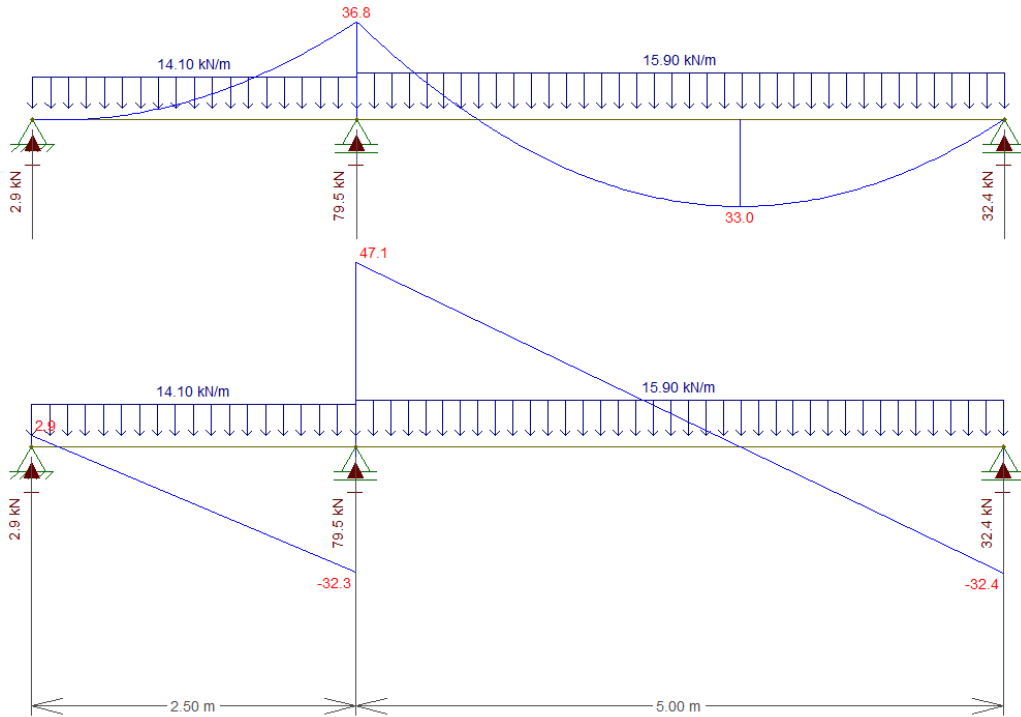
$$A_s = 0,0240 \cdot \frac{5800}{50} = 2,8 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ adotado} = 2\phi 16\text{mm} = 4,0\text{cm}^2$$

$$\text{Espaçamento horizontal} = 10,80 \text{ cm}$$

### Vigas V12 e V14

- Seção: 20x55 cm<sup>2</sup>
- $\Sigma = 11,4$  kN/m
- Quantidade de tramos: 2
- Reação lateral da laje no tramo 1: 2,7 kN/m
- Reação lateral da laje no tramo 2: 4,5 kN/m



Esquema estático: V12 e V14 - MF e FC [FTOOL]

Para os 2 tramos:  $V_k < 96,4 \text{ kN} \rightarrow$  Logo, trata-se de  $\emptyset 6,3\text{mm}$  a cada 25 cm.

Observa-se que a peça não é simétrica. Portanto, os momentos de ligação a esquerda e a direita devem ser calculados separadamente, visto que contemplam parâmetros distintos. A viga deve dispor de armadura negativa para os seguintes momentos de serviço:

$$r_{\text{viga, esq}} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L_{\text{tramo extremo}}} = \frac{20 \cdot 55^3}{12 \cdot 250} = 1109,2 \text{ cm}^3$$

$$M_{\text{eng, esq}} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{14,1 \cdot 2,50^2}{12} = 7,34 \text{ kN.m}$$

$$M_{\text{lig, esq}} = M_{\text{eng, esq}} \cdot \frac{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}}$$

$$M_{\text{lig, esq}} = 7,34 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 1109,2}$$

$$M_{lig, esq} = 7,34 \cdot 0,132 = 1,0 \text{ kN.m}$$

$$r_{viga, dir} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{L \text{ tramo extremo}} = \frac{\frac{20 \cdot 55^3}{12}}{500} = 554,6 \text{ cm}^3$$

$$M_{eng, dir} = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{15,9 \cdot 5,00^2}{12} = 33,1 \text{ kN.m}$$

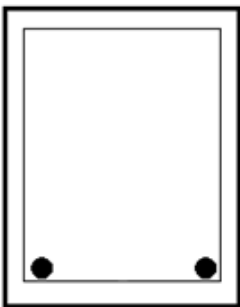
$$M_{lig, dir} = M_{eng, dir} \cdot \frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

$$M_{lig, dir} = 33,1 \cdot \frac{84,7 + 84,7}{84,7 + 84,7 + 554,6}$$

$$M_{lig, dir} = 33,1 \cdot 0,234 = 7,7 \text{ kN.m}$$

Os momentos de ligação devem ser superpostos ao diagrama de momento fletor de modo a exigir armadura à flexão nas ligações com os pilares extremos. Para todos os casos, deve-se verificar a armadura mínima conforme Tabela 4.12: Taxas mínimas de armadura de flexão.

- MF+ no tramo 1:



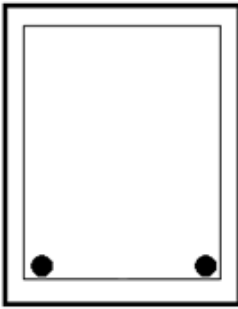
Observa-se que não há momento positivo no tramo 1. De forma conservativa, será adotada a armadura mínima.

Conforme momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

As adotado =  $A_s$ , mín =  $2\phi 12,5\text{mm} = 2,50 \text{ cm}^2$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF+ no tramo 2: 33,0 kN.m  $\rightarrow$  Md = 33,0 · 1,40 = 46,2 kN.m



$$Kc = \frac{20 \cdot 50^2}{4620} = 10,82$$

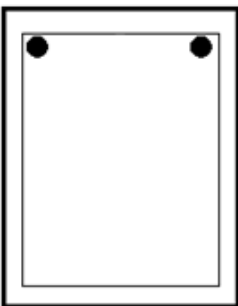
$$Ks = 0,0238$$

$$As = 0,0238 \cdot \frac{4620}{50} = 2,2 \text{ cm}^2$$

$$As \text{ adotado} = 2\phi 12,5\text{mm} = 2,5 \text{ cm}^2$$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- de ligação nos pilares extremos:



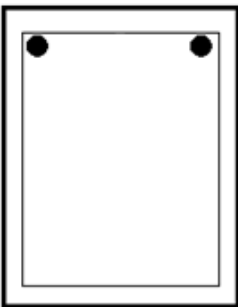
Observa-se que o momento de cálculo para a armadura tração na fibra superior nos apoios extremos é muito menor que o momento mínimo de cálculo definido na subseção 5.2.

Portanto, adota-se a armadura mínima:

$$As \text{ adotado} = As, \text{ mín} = 2\phi 12,5\text{mm} = 2,50 \text{ cm}^2$$

Espaçamento horizontal = 11,50cm

- MF- no apoio P14: 36,8 kN.m  $\rightarrow$  Md = 36,8 · 1,40 = 51,52 kN.m



$$Kc = \frac{20 \cdot 50^2}{5152} = 9,7$$

$$Ks = 0,0238$$

$$As = 0,0238 \cdot \frac{5152}{50} = 2,45 \text{ cm}^2$$

$$As \text{ adotado} = 2\phi 16\text{mm} = 4,00 \text{ cm}^2$$

Espaçamento horizontal = 10,80cm



## ANEXO 14: MEMORIAL DE CÁLCULO - PILARES

### Pilares Intermediários P13 e P16

Pilar atravessado pelas vigas:

Direção X: viga V6 (20x55) cm<sup>2</sup> → Lex = 280 cm

Direção Y: viga V15 (20x55) cm<sup>2</sup> → Ley = 280 cm

Índice de esbeltez para 1º e 2º pavimentos:

$$\lambda_x = \lambda_y = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 280)}{20} = 48,50$$

Portanto para os 2 pavimentos e para ambas as direções o pilar é classificado como medianamente esbelto, pois  $90 > \lambda > [\lambda_1=35]$ . Isto permite compreender que os elementos de sustentação possuem um índice de esbeltez único devido ao comprimento de flambagem comum e à seção transversal quadrada.

Nas seções de extremidade - topo e base do pilar - e intermediária, nas duas direções x e y, as excentricidades são iguais a zero, pois se trata de um pilar interno:

$$e_{i,a} = e_{i,b} = e_{i,c} = 0 \text{ cm}$$

$$e_{1, \text{mín}, x} = e_{1, \text{mín}, y} = (0,015 + 0,03h)$$

$$e_{1, \text{mín}} = (0,015 + 0,03 \times 0,20) = 0,021 \text{ m} = 2,1 \text{ cm}$$

Para 2º pavimento:

$$M_{1d, \text{mín}} = 271 \cdot 2,1 = 569,1 \text{ kN.cm}$$

O cálculo da excentricidade de segunda ordem é feito com as expressões da seção 2, deduzidas com base no Método do pilar-padrão com curvatura aproximada.

$$v = \frac{Nd}{Ac fcd} \text{ [Parâmetro adimensional]}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$v = \frac{271}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,316$$

$$\left\{ \frac{1}{r} = \frac{0,005}{20 (0,316 + 0,5)} = 0,000306 \right\} \leq \left\{ \frac{0,005}{20} = 0,000250 \right\}$$

Utiliza-se para curvatura na seção crítica o valor 0,000250.

$$e_{2,x} = e_{2,y} = \frac{le^2}{10r} = \frac{280^2}{10} 0,000250 = 1,96 \text{ cm [Situação mais desfavorável]}$$

$$M_{d,tot} = (\alpha b \cdot M_{1d,A}) + \left( Nd \frac{Le^2}{10r} \right) \geq M_{1d,A}$$

$$M_{d,tot} = (1,0 \times 569,1) + (271 \times 1,96) \geq M_{1d,A}$$

$$M_{d,tot} = 1100,3 \text{ kN.cm}$$

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h A_c f_{cd}} = \frac{1100,3}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,064$$

OU

$$\mu = 0,316 \frac{(2,1 + 1,96)}{20} = 0,064$$

Consultando o Ábaco-A29, constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega < 0$

Portanto, segundo o ábaco, esta condição de dimensionamento refere-se à armadura mínima:  $8\phi$  de 10mm = 6,4cm<sup>2</sup>

.Para 1º pavimento:

$$M_{1d,mín} = 657 \cdot 2,1 = 1380,0 \text{ kN.cm}$$

$$v = \frac{657}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,767$$

$$\left\{ \frac{1}{r} = \frac{0,005}{20 (0,767 + 0,5)} = 0,000197 \right\} \leq \left\{ \frac{0,005}{20} = 0,000250 \right\}$$

$$e_{2,x} = e_{2,y} = \frac{le^2}{10r} = \frac{280^2}{10} 0,000197 = 1,55 \text{ cm}$$

$$M_{d,tot} = (1,0 \cdot 1380) + (657 \cdot 1,55) \geq M_{1d,A}$$

$$Md, tot = 2398,4 \text{ kN.cm}$$

$$\mu = \frac{Md, tot}{h Ac fcd} = \frac{2398,4}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,140$$

OU

$$\mu = 0,767 \frac{(2,1 + 1,55)}{20} = 0,140$$

Consultando o *Ábaco-A29*, constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,44$

$$As = \frac{0,44 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 8,67 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de 8 $\phi$  de 12,5mm = 10,0 cm<sup>2</sup>

Admitindo que o térreo não gere esforços aos pilares pois são apoiados diretamente no solo, adota-se que não haja momentos na base dos pilares e que o coeficiente  $\alpha_b$  possui valor 1,0. Isto é, enquadra-se em momentos inferiores ao momento mínimo definido na seção. Assim é possível verificar se a armadura dimensionada a nível do 1º pavimento é suficiente para ser utilizada a nível do térreo.

Índice de esbeltez para nível térreo:

$$\left\{ \lambda_x = \lambda_y = \frac{3,464 \cdot (0,7 \cdot 280)}{20} = 33,95 \right\} \leq \{ \lambda_1 = 35 \}$$

Quando  $\lambda < \lambda_1$ , os efeitos locais de 2º ordem podem ser desprezados conforme item 15.8.2 da NBR 6118/2014. A condição de pilar curto se verifica esta condição em ambas as direções X e Y. Por se tratar de pilar intermediário:  $e_{i,a} = e_{i,b} = e_{i,c} = 0 \text{ cm}$

Cálculo da excentricidade e momento de cálculo mínimo para 1ª ordem:

$$e_{1, \text{mín}, x} = e_{1, \text{mín}, y} = (0,015 + 0,03h)$$

$$e_{1, \text{mín}} = (0,015 + 0,03 \times 0,20) = 0,021 \text{ m} = 2,1 \text{ cm}$$

Esta excentricidade é a máxima e refere-se ao valor de projeto adotado. Portanto, conclui-se que a excentricidade mínima deve ser analisada em cada direção a fim de obter-se o maior valor. Para pilares intermediários e curtos, trata-se da excentricidade de projeto.

$$M_{1d, \text{mín}} = Md, tot = 1043 \times 2,1 = 2190,3 \text{ kN.cm}$$

$$v = \frac{1043}{20^2 \times 3,0/1,4} = 1,22$$

$$\mu = \frac{Md, tot}{h Ac fcd} = \frac{2190,3}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,128$$

OU

$$\mu = 1,22 \frac{(2,1)}{20} = 0,128$$

Consultando o *Ábaco-A29*, constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,83$

$$As = \frac{0,83 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 16,4 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de  $20\text{mm} = 25,2\text{cm}^2$ . Conforme exposto no dimensionamento do pilar anterior a nível do térreo, para esta taxa elevada de armadura sugere-se a adoção de emenda por luvas. Deste modo, não deve haver seções transversais com taxas de armadura superiores a 8%, mas a resistência do conjunto deve ser estudada.

## Pilares de Extremidade P6 E P11

Pilar atravessado pela viga:

Direção X: viga V4 (20x65) cm<sup>2</sup> → Lex = 270 cm

Pilar com interrupção da viga:

Direção Y: viga V9 (20x55) cm<sup>2</sup> → Ley = 280 cm

Índice de esbeltez para 1º e 2º pavimentos:

$$\lambda_x = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 270)}{20} = 46,77$$

$$\lambda_y = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 280)}{20} = 48,50$$

Esforço de cálculo Nd:

2º andar: Nd = 207 kN

1º andar: Nd = 500 kN

Térreo: Nd = 793 kN

Por se tratar de um pilar de extremidade com os esforços solicitantes determinados pelo processo de viga contínua, considera-se que o pilar P2 está submetido a uma força normal e a um momento fletor em virtude da sua ligação com a viga V4. Esta condição define a situação de projeto como flexão normal composta. Com relação às ações da viga V9, se considera apenas compressão centrada, visto que não há momento de ligação entre o elemento de sustentação e o elemento horizontal de vinculação e contraventamento.

Conforme Anexo 13:

p = 26,50 kN/m

lef,viga = 6,20m

$$r_{sup,x} = r_{inf,x} = \frac{20 \cdot 20^3}{\frac{12}{270}} = 98,8 \text{ cm}^3$$

$$r_{viga} = \frac{I_{viga}}{l_{ef,viga}} = \frac{20 \cdot 65^3}{620} = 738,2 \text{ cm}^3$$

$$M_{eng} = \frac{p l^2}{12} = \frac{26,5 \cdot 6,2^2}{12} = 84,9 \text{ kN.m}$$

$$M_{sup,p} = M_{inf,p} = M_{eng} \cdot \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

$$M_{sup,p} = M_{inf,p} = 84,9 \cdot \frac{98,8}{98,8 + 98,8 + 738,2} = 9,0 \text{ kN.m}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores tracionando fibras diferentes da seção transversal do pilar, conforme Figura 6.4, tem-se para o topo e para a base:

$$M_{sup,p} = -M_{inf,p} = 1,4 \cdot 900 = 1260 \text{ kN.cm}$$

Dado o cálculo dos momentos fletores atuantes no topo e na base do pilar, é possível estimar a excentricidade do pilar na direção paralela à viga V4, isto é, à viga que se interrompe no pilar P6.

Excentricidade a nível do pilar no 1º andar:

$$e_{1,x} = \frac{1260}{500} = 2,52 \text{ cm}$$

$$e_{1c,x}(\text{intermediária}) = 0,4 e_{1,x} = 1,00 \text{ cm}$$

Devido à continuidade da viga V9:

$$e_{1,y} = 0,0 \text{ cm}$$

Excentricidade e momento mínimos:

$$e_{1,mín,y} = (0,015 + 0,03h)$$

$$e_{1,mín,y} = (0,015 + 0,03 \cdot 0,20) = 0,021\text{m} = 2,1\text{cm}$$

$$M_{1d,mín,y} = 500 \cdot 2,1 = 1050,0 \text{ kN.cm}$$

DIREÇÃO Y: Devido à continuidade da viga V9, não ocorrem momentos fletores de ligação e excentricidades de 1ª ordem, portanto  $\alpha b = 1,0$ . Logo:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{ei}{h}}{\alpha b} = \frac{25 + 12,5 \frac{0}{20}}{1,0} = 25$$

Conforme NBR 6118/2014, item 15.8.2:  $35 \leq \lambda_1 \leq 90$ . Portanto, adota-se  $\lambda_1 = 35$ .

Assim, como  $\lambda_{1,x} \leq \lambda_x$ , devem ser considerados os efeitos de 2ª ordem pois se trata de pilar medianamente esbelto.

Por fim, é necessário para o primeiro pavimento:

$$M_{1d, \text{mín}, y} = 500 \cdot 2,1 = 1050,0 \text{ kN.cm}$$

$$\nu = \frac{500}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,583$$

$$\left\{ \frac{1}{r} = \frac{0,005}{20 (0,583 + 0,5)} = 0,000231 \right\} \leq \left\{ \frac{0,005}{20} = 0,000250 \right\}$$

$$e_{2,x} = \frac{le^2}{10 r} = \frac{280^2}{10} 0,000231 = 1,81 \text{ cm}$$

$$M_{d, \text{tot}} = (1,0 \times 1050,0) + (500 \times 1,81) \geq M_{1d, A}$$

$$M_{d, \text{tot}} = 1955,0 \text{ kN.cm}$$

$$\mu = \frac{M_{d, \text{tot}}}{h A_c f_{cd}} = \frac{1955,0}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,114$$

OU

$$\mu = 0,583 \frac{(2,1 + 1,81)}{20} = 0,114$$

Consultando o Ábaco-A29 (flexão composta reta), constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,15$

$$A_s = \frac{0,15 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 2,96 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de 10mm = 6,4 cm<sup>2</sup>

DIREÇÃO X:

Excentricidade de 1ª ordem:  $e_{1,xa} = e_{1,xb} = 2,52$  cm

É maior que a excentricidade mínima: 2,1 cm

Logo, é necessário o cálculo de  $\alpha_b$  para definir o valor de  $\lambda_1$ :

$$\left\{ \alpha_b = 0,6 + 0,40 \cdot \frac{M_b}{M_a} \right\} \geq 0,4$$

$$\alpha_b = 0,6 + 0,40 \cdot \frac{(-1260)}{(+1260)} = 0,2$$

Logo, adota-se  $\alpha_b = 0,4$  e procede-se pelo cálculo de  $\lambda_1$ :

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{1,00}{20}}{0,4} = 64,1$$

Assim, como  $\lambda_y \leq \lambda_{1,y}$ , podem ser desprezados os efeitos de 2ª ordem pois trata-se de pilar curto.

$$M_{sup,p} = -M_{inf,p} = 1,4 \cdot 900 = 1260 \text{ kN.cm}$$

$$\nu = \frac{500}{20^2 \times 3,0/1,4} = 0,583$$

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h A_c f_{cd}} = \frac{1260}{20 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4} = 0,074$$

OU

$$\mu = 0,583 \frac{(2,52)}{20} = 0,074$$

Consultando o Ábaco-A29 (flexão composta reta), constante no Anexo 5, devido à relação  $d'/h = 4/20 = 0,2$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,01$

$$A_s = \frac{0,01 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 0,20 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de 10mm = 6,4 cm<sup>2</sup>

TERCEIRA SITUAÇÃO DE CÁLCULO: Além das 2 situações expostas como flexão normal composta (FNC), é possível avaliar a situação de flexão oblíqua composta (FOC) através da análise da seção intermediária do pilar. Isto é, haja visto que em Y trata-se de pilar medianamente esbelto, há de se considerar a excentricidade a meia altura do pilar. Para este efeito, devem ser acrescidos:

- A) O efeito de 1ª ordem: Definido como o maior valor entre a excentricidade inicial e a excentricidade mínima na direção em que o pilar é classificado como medianamente esbelto;
- B) A excentricidade ortogonal: Dado que trata-se de pilar curto, trata-se da excentricidade a meia altura do pilar. Este valor é tratado como 40% do valor da excentricidade de extremidade do pilar.

Logo, para a utilização dos Ábacos de PINHEIRO (1994) para Flexão Oblíqua Composta deve-se definir:

$d' = 3,0 \text{ cm} \rightarrow$  Adota recobrimento inferior ao real a fim de conferir situação mais crítica de dimensionamento. Devido à ausência de ábaco tipo 6 com a relação  $d'/h = 0,20$  nos trabalhos de PINHEIRO (1994), será adotado  $d'/h = 0,15$  de forma a simplificar o entendimento da metodologia de dimensionamento e quantificar a armadura para FOC.

Escolhido o Ábaco 34A e 34B, conforme ANEXO 6 do presente trabalho, deve-se fazer o *imput* das seguintes informações:

$$v = \frac{500}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,583 \text{ [Aproximadamente } 0,600\text{]}$$

$$e_{1c,x}(\text{intermediária}) = 0,4 \text{ e } e_{1,x} = 1,00 \text{ cm}$$

$$\mu_x = v \frac{e_{x,tot}}{h_e} = 0,583 \frac{1,00}{20} = 0,030$$

$$e_{y,tot} = e_{y,1ordem} + e_{y,2ordem} = 2,1 + 1,81 = 3,91 \text{ cm}$$

$$\mu_y = v \frac{e_{y,tot}}{h_x} = 0,583 \frac{3,91}{20} = 0,114$$

Consultando o Ábaco-A34 (flexão composta oblíqua), constante no Anexo 6, devido à relação  $d'/h = 3/20 = 0,15$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,19$

$$A_s = \frac{0,19 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 3,75 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de 10mm = 6,4 cm<sup>2</sup>

Constata-se que a armadura mínima é suficiente para todas as situações de cálculo.

## Pilares de Cantos P18 e P15

Pilar com interrupção das vigas:

Direção X: viga V7 (20x55) cm<sup>2</sup> → Lex = 280 cm

Direção Y: viga V9 (20x55) cm<sup>2</sup> → Ley = 280 cm

Índice de esbeltez para 1º e 2º pavimentos:

$$\lambda_x = \lambda_y = \frac{3,464 \cdot (1,0 \cdot 280)}{20} = 48,50$$

Esforço de cálculo Nd:

2º andar: Nd = 101 kN

1º andar: Nd = 244 kN

Térreo: Nd = 387 kN

Para ambas as direções a nível do 1º pavimento:

$$r_{sup} = r_{inf} = \frac{\frac{20 \cdot 20^3}{12}}{\frac{280}{2}} = 95,2 \text{ cm}^3$$

$$r_{viga} = \frac{I_{viga}}{l_{ef, viga}} = \frac{20 \cdot 55^3}{12} = 447,2 \text{ cm}^3$$

Conforme Anexo 13:

p = 25,00 kN/m

l<sub>ef,viga</sub> = 6,20 m

$$M_{eng, x} = \frac{p l^2}{12} = \frac{25,0 \cdot 6,2^2}{12} = 80,08 \text{ kN.m}$$

$$M_{sup, x} = M_{inf, x} = M_{eng} \cdot \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

$$M_{sup, x} = M_{inf, x} = 80,08 \cdot \frac{95,2}{95,2 + 95,2 + 447,2} = 11,96 \text{ kN.m}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores tracionando fibras diferentes da seção transversal do pilar, tem-se para o topo e para a base:

$$M_{sup,x} = -M_{inf,x} = 1,4 \cdot 1196 = 1674,0 \text{ kN.cm}$$

$$e_{1,x} = \frac{1674,0}{244} = 6,86 \text{ cm}$$

$$e_{1c,x}(\text{intermediária}) = 0,4 e_{1,x} = 2,74 \text{ cm}$$

Conforme Anexo 13:

$$p = 16,0 \text{ kN/m}$$

$$l_{ef,viga} = 5,00 \text{ m}$$

$$M_{eng,y} = \frac{p l^2}{12} = \frac{16,0 \cdot 5,00^2}{12} = 33,33 \text{ kN.m}$$

$$M_{sup,y} = M_{inf,y} = M_{eng} \cdot \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}}$$

$$M_{sup,y} = M_{inf,y} = 33,33 \cdot \frac{95,2}{95,2 + 95,2 + 447,2} = 4,98 \text{ kN.m}$$

Considerando a propagação dos momentos fletores tracionando fibras diferentes da seção transversal do pilar, tem-se para o topo e para a base:

$$M_{sup,y} = -M_{inf,y} = 1,4 \cdot 498 = 697,0 \text{ kN.cm}$$

$$e_{1,y} = \frac{697,0}{244} = 2,86 \text{ cm}$$

$$e_{1c,y}(\text{intermediária}) = 0,4 e_{1,y} = 1,14 \text{ cm}$$

Logo, constata-se que as excentricidades de extremidade são superiores à excentricidade mínima (2,1cm), isto é, os momentos de cálculos são superiores aos momentos mínimos normativos. Portanto, adota-se  $\alpha_b = 0,4$  e procede-se pelo cálculo de  $\lambda_1$ :

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \frac{2,74}{20}}{0,4} = 66,8$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \frac{1,14}{20}}{0,4} = 64,3$$

Assim, para ambas as direções, os efeitos locais de segunda ordem podem ser desprezados, pois trata-se de pilar curto. Portanto, os momentos totais referem-se aos momentos de primeira ordem. A situação de

projeto e a situação de cálculo para as extremidades do pilar de canto podem ser definidas conforme Figura 6.5. A situação mais crítica refere-se às extremidades do pilar de canto, isto é, topo e base.

Escolhido o Ábaco 34A e 34B, conforme ANEXO 6 do presente trabalho, deve-se fazer o *input* das seguintes informações:

$$v = \frac{244}{20^2 \cdot 3,0/1,4} = 0,285 \text{ [Aproximadamente } 0,200\text{]}$$

$$\mu_x = v \frac{e_{x, tot}}{h_e} = 0,285 \frac{6,86}{20} = 0,098$$

$$\mu_y = v \frac{e_{y, tot}}{h_x} = 0,285 \frac{2,86}{20} = 0,041$$

Consultando o Ábaco-A34 (flexão composta oblíqua), constante no Anexo 6, devido à relação  $d'/h = 3/20 = 0,15$  e a simetria das armaduras, tem-se:  $\rightarrow \omega = 0,11$

$$A_s = \frac{0,11 \cdot 20^2 \cdot 3/1,4}{50/1,15} = 2,17 \text{ cm}^2$$

Portanto, trata-se de  $8\phi$  de 10mm = 6,4 cm<sup>2</sup>