



Comparação de modelos lineares elásticos e hiperelásticos em métodos numéricos para a previsão de resistência estática de juntas adesivas

JOSÉ EDUARDO DIDIER DOMINGOS

outubro de 2023

Comparação de modelos lineares elásticos e hiperelásticos em métodos numéricos para a previsão de resistência estática de juntas adesivas

José Eduardo Didier Domingos

2022/2023

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica

Comparação de modelos lineares elásticos e hiperelásticos em métodos numéricos para a previsão de resistência estática de juntas adesivas

José Eduardo Didier Domingos

1140258

Dissertação apresentada ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação do Doutor Raul Duarte Salgueiral Goes Campilho e coorientação do Doutor Jorge Américo Oliveira Pinto Belinha, do Doutor Isidro de Jesús Sánchez-Arce, do Mestre Luís Daniel Costa Ramalho e do Mestre Diogo Gonçalves.

2023

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica

AGRADECIMENTOS

A realização desta dissertação não teria seguido o mesmo curso sem todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para o seu desenvolvimento. A todos, aqui deixo a minha sincera gratidão.

Um agradecimento especial ao Professor Doutor Raul Duarte Salgueiral Goes Campilho que aceitou orientar a minha tese de mestrado, revelando-se sempre disponível. Todos os seus conselhos e sugestões foram sem dúvida determinantes para a concretização deste trabalho.

Ao Professor Doutor Isidro de Jesús Sánchez-Arce por todos os conselhos e sugestões bem como a valorização do trabalho desenvolvido e entusiasmo contagiante foram determinantes para o resultado alcançado.

Aos meus pais e irmãos que sempre me incentivaram e apoiaram ao longo deste percurso.

À minha companheira de vida por todo o apoio e carinho, e por conseguido ouvir todos os meus queixumes.

Ao meu filho por me ter dado toda força e inspiração necessária para terminar esta fase da minha vida.

RESUMO

As juntas adesivas ligadas por adesivos estruturais são frequentemente analisadas usando modelos de materiais elásticos e elástico-plásticos. Atualmente, os adesivos flexíveis são utilizados em aplicações estruturais. Os modelos de materiais utilizados para adesivos estruturais nem sempre são adequados para adesivos flexíveis. Modelos de materiais hiperelásticos têm se mostrado adequados para modelar adesivos flexíveis. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica bem aceita para modelar e analisar juntas adesivas. *Softwares* comerciais de MEF já possuem pacotes hiperelásticos, mas as aplicações, deste modelo material, a juntas adesivas é ainda pouco estudado. Recentemente, métodos sem malha foram introduzidos nesse campo. Embora, a natureza dos métodos sem malha os torne atrativos para a análise de adesivos flexíveis e das juntas adesivas ligadas por eles, não existem este tipo de análises na literatura. Vários modelos hiperelásticos estão disponíveis. Um deles, o modelo de Ogden, pode representar vários modelos por meio da conversão de seus parâmetros. Portanto, a implementação do modelo de Ogden é mais versátil.

Neste trabalho, os adesivos estudados foram modelados pelo modelo hiperelástico de Ogden, e comparado com *Natural Neighbour Radial Point Interpolation Method* (NNRPIM), para analisar juntas de sobreposição simples (JSS) com diferentes comprimentos de sobreposição (L_0). A caracterização das constantes hiperelásticas foi feita através de dados experimentais de provetes maciços dos adesivos SikaForce® 7752 e Araldite® 2015. Realizaram-se análises numéricas de JSS ligadas com adesivos flexíveis através MEF e o NNRPIM, ambos considerando elasticidade linear. Como ambos os casos de elasticidade parecem concordar com a forma da distribuição de tensões, eles foram comparados.

Com este trabalho, foi possível concluir que o modelo de material hiperelástico é mais adequado para analisar adesivos flexíveis. O modelo de material proposto prevê corretamente o comportamento da junta adesiva e mostrou aumentar a capacidade de a junta suportar carga. Além disso, ele representa melhor o efeito da ductilidade do material e o aumento do L_0 corresponde a um aumento no pico de tensão, mas, ao contrário do modelo elástico linear, não é linearmente proporcional.

PALAVRAS-CHAVE

Métodos sem malha; Hiperelasticidade; Adesivos flexíveis; NNRPIM; MEF.

ABSTRACT

Structural adhesives and the joints involving them are often analyzed using elastic and elastic-plastic material models. Nowadays, flexible adhesives are being used for structural applications. The material models used for structural adhesives are not always suitable for flexible adhesives. Hyper-elastic material models had been proven more suitable to model flexible adhesives. The Finite Element Method (FEM) is a well-accepted technique to model and analyze adhesive joints. Commercial FEM packages already have hyper-elastic capabilities, but not many applications to adhesive joints had been studied. Recently, Meshless Methods (MM) have also been brought into this field. Although the nature of MM made them attractive for the analysis of flexible adhesives and the joints bonded with them, no previous analyses had been reported. Several hyper-elastic models are available. One of them, the Ogden model, can represent several models through converting their parameters. Therefore, the Ogden model implementation is more versatile.

In this work, the studied adhesives were modeled using the hyperelastic Ogden model and compared to the Natural Neighbor Radial Point Interpolation Method (NNRPIM) to analyze single-lap joints (SLJ) with different overlap lengths (L_0). The characterization of hyperelastic constants was carried out using experimental data from bulk specimens of SikaForce® 7752 and Araldite® 2015 adhesives. Numerical analyses of SLJ bonded with flexible adhesives were conducted using both the Finite Element Method (FEM) and NNRPIM, considering linear elasticity in both cases. Since both elasticity scenarios seem to agree with the stress distribution shape, they were compared.

With this work it was possible to conclude that the hyperelastic material model is better suited to analyze flexible adhesive. The proposed material model correctly predicts the behavior of the adhesive joint, and it shown to increase the capacity of the joint to sustain load. Also, it represents better the effect of the ductility of the material and the increasing of L_0 corresponds to and increased peak stress but contrary to the linear elastic model, it is nonlinear proportional.

KEYWORDS

Meshless methods; Hyperelastic; Flexible adhesives; NNRPIM; FEM.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	5
RESUMO	VII
ABSTRACT	IX
ÍNDICE.....	XI
ÍNDICE DE FIGURAS	XIII
ÍNDICE DE TABELAS	XV
LISTAS DE SIGLAS E SÍMBOLOS.....	XVII
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Contextualização	1
1.2. Objetivos	1
1.3. Organização da dissertação.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
2.1. Ligações adesivas.....	3
2.1.1. Caracterização geral de juntas adesivas	3
2.1.2. Modos de carregamento.....	4
2.1.3. Modos de rotura	4
2.1.4. Configurações possíveis de junta	5
2.1.5. Aplicações	6
2.2. Métodos de previsão.....	8
2.2.1. Mecânica dos meios contínuos.....	9
2.2.1.1. Métodos analíticos/ numéricos.....	9
2.2.1.2. Critérios de rotura	10
2.2.2. Mecânica da fratura	11
2.2.3. Modelos de dano coesivo	12
2.2.4. Mecânica do dano.....	13
2.2.5. Método de elementos finitos estendido	14
2.2.6. Estado-da-arte.....	15
2.3. Métodos sem malha.....	18
2.3.1. Descrição geral dos métodos sem malha	19
2.3.2. Formulação RPIM.....	21
2.3.2.1. Domínios de influência e conectividade nodal	21
2.3.2.2. Integração numérica	22
2.3.3. Formulação NNRPIM.....	23
2.3.3.1. Vizinhos naturais	23
2.3.3.2. Células de influência e conectividade nodal	24
2.3.3.3. Integração numérica	25

2.3.3.4.	Função de forma	26
2.3.4.	Hiperelasticidade	28
2.3.4.1.	Comportamento hiperelástico	28
2.3.4.2.	Modelos hiperelásticos	29
2.3.4.3.	Propriedades mecânicas dos materiais hiperelásticos	30
2.3.4.4.	Aplicações numéricas dos modelos hiperelásticos	32
2.3.4.5.	Estado-da-arte de métodos sem malha e hiperelasticidade	33
3.	Desenvolvimento	35
3.1.	Trabalho experimental	35
3.1.1.	Materiais	35
3.1.1.1.	Substratos.....	35
3.1.1.2.	Adesivos.....	36
3.1.1.2.1.	Adesivo Araldite® 2015	36
3.1.1.2.2.	Adesivo SikaForce® 7752.....	37
3.1.2.	Geometria das juntas	38
3.1.3.	Processo de fabrico	38
3.1.4.	Procedimento de ensaio	39
3.1.5.	Resultados.....	40
3.1.5.1.	Curvas $P-\delta$	40
3.1.5.2.	Modos de rotura	41
3.1.5.3.	Análise dos resultados.....	43
3.2.	Análise numérica	44
3.2.1.	Modelos numéricos	44
3.2.2.	Análise de sensibilidade	47
3.3.	Resultados e discussão	49
3.3.1.	Análise de tensões com modelo linear elástico.....	49
3.3.1.1.	Resistência das juntas	52
3.3.2.	Análise de tensões com modelo hiperelástico	55
4.	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	59
4.1.	Conclusões.....	59
4.2.	Propostas de trabalhos futuros.....	60
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Representação esquemática de uma ligação adesiva [1]	3
Figura 2 - Esforços comuns numa junta adesiva [3].....	4
Figura 3 – Rotura do substrato (a), Rotura coesiva perto do substrato (b), rotura coesiva (c) e rotura adesiva (d) [3].....	5
Figura 4 - Junta topo a topo, Junta topo a topo com chanfro interior e junta em degrau [2].....	5
Figura 5 - Junta de sobreposição simples e dupla [2].	5
Figura 6 – Cobre-junta e cobre-junta dupla [2].....	6
Figura 7 – Localização de aplicações adesivas num avião comercial [3]	6
Figura 8 – Aplicações de adesivos num automóvel [6].	7
Figura 9 -Estrutura típica de um satélite. A) Painéis solares, B) Antena refletora, C) Estrutura principal [3]	7
Figura 10 – Painéis feitos em pultrusão para fabricar uma carruagem [1].....	8
Figura 11 – Descontinuidade de tensão numa fenda [20]	11
Figura 12 - Distribuição de tensões num canto reentrante [20].....	11
Figura 13 - Elementos coesivos com abordagem local (a) e com abordagem contínua (b) numa junta adesiva [8].	13
Figura 14 - Comparação de diferentes leis de tração-separação [8].	13
Figura 15 – Curva tensão-deformação para uma material dúctil sem considerar o dano (abcd') e com dano (abcd) [39]	14
Figura 16 - Representação de uma abertura de fenda. Os nós preenchidos são os originais e os nós vazios são os nós fantasma [44].....	15
Figura 17 – a) modelo 2D; b) distribuição regular dos nós; c) distribuição irregular dos nós [62]. .	20
Figura 18 - Fluxograma para MEF e métodos sem malha [63].	20
Figura 19 – Domínio de influência fixo retangular a) Domínio de influência fixo circular b) Domínio de influência adaptável circular [62].....	21
Figura 20 – Malha de integração de fundo do tamanho do domínio do problema a) maior que o domínio do problema b) [62].....	22
Figura 21 - Conjunto inicial de nós de potenciais nós vizinhos [62].	23
Figura 22 - Primeira reta experimental e respetiva célula experimental [62].	24
Figura 23 - Célula de Voronoï, V_0 [62].	24
Figura 24 – Células de influência de primeiro grau a) Células de influência de segunda ordem b) [62].	25
Figura 25 – a Célula de Voronoï e os respetivos vértices PI_i b Pontos médios dos polígonos MI_i c Quadrilátero formado pelo ponto médio, vértices e nó nI [62].	25
Figura 26- Método de integração de Gauss-Lagrange para quadriláteros e triângulos [62].	26
Figura 27 – Ensaio de tração a) ensaio de compressão b) ensaio em estado plano de tração c) e ensaio biaxial de tensão d) [83].	31
Figura 28 – Curvas σ - ϵ do alumínio AW6082-T651 [93].	35
Figura 29 – Curvas σ - ϵ de provetes maciços do adesivo Araldite® 2015 (Adaptado de [94]).	36
Figura 30 - Curvas σ - ϵ de provetes maciços do adesivo SikaForce® 7752 [95].	37
Figura 31 - Configuração da geometria dos provetos de JSS.	38
Figura 32 – Limpeza do substrato.	38

Figura 33 – Aplicação de grampos.	39
Figura 34 - Máquina de ensaio Shimadzu®, modelo AG-X 100 (a) e fixação do provete (b)	39
Figura 35 - Curvas $P-\delta$ obtidas experimentalmente para as JSS: Araldite® 2015 com $L_0=12,5$ mm (a), $L_0=25$ mm (b), $L_0=37,5$ mm (c) e $L_0=50$ mm (d) [91].	40
Figura 36 - Curvas $P-\delta$ obtidas experimentalmente para as JSS: SikaForce® 7752 com $L_0=12,5$ mm (a), $L_0=25$ mm (b), $L_0=37,5$ mm (c) e $L_0=50$ mm (d) [92].	41
Figura 37 - Modos de rotura das JSS com o adesivo Araldite® 2015 para os L_0 : a) 12,5 mm, b) 25mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [91].	41
Figura 38 – Deformação plástica para o $L_0=37,5$ mm a) e $L_0=50$ mm b) [91].	42
Figura 39 - Modos de rotura das JSS com o adesivo SikaForce® 7752 para os L_0 : a) 12,5 mm, b) 25mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [92].	42
Figura 40 – $P_{m\acute{a}x}$ em função do L_0 para os diferentes adesivos [92].	44
Figura 41 – Menu Strutural Definition	45
Figura 42 - definição dos groups para a JSS	45
Figura 43 – Interação entre os diferentes groups	46
Figura 44 – Menu de definição das propriedades do material. Mostra-se como exemplo as propriedades elasto-plástico do Araldite® 2015.	46
Figura 45 – Condições de fronteira.	47
Figura 46 -Variação da tensão de corte com respeito ao número de nós na camada adesiva para a Araldite® 2015.	48
Figura 47 - Variação da tensão de arrancamento com respeito ao número de nós na camada adesiva para a Araldite® 2015.	48
Figura 48 – Distribuição de tensões da JSS para o Araldite® 2015 em que a) tensão de arrancamento e b) tensão de corte.	50
Figura 49 – Tensão equivalente de Von Mises e deformação para a JSS com L_0 de 12,5 mm.	50
Figura 50 - Distribuição de tensões da JSS para o SikaForce® 7752 em que a) tensão de arrancamento e b) tensão de corte.	51
Figura 51 – Diferença percentual dos picos de tensão entre o MEF e o NNRPIM para o Araldite® 2015.	52
Figura 52 - Diferença percentual dos picos de tensão entre o MEF e o NNRPIM para o SikaForce® 7752.	52
Figura 53 – Valores médios de $P_{m\acute{a}x}$ e desvio padrão em função de L_0 para o Araldite® 2015 [91].	53
Figura 54 – Valores médios de $P_{m\acute{a}x}$ e desvio padrão em função de L_0 para o SikaForce® 7752 [95].	53
Figura 55 – Curva $\sigma-\epsilon$ experimental com os modelos hiperelásticos ajustados para o SikaForce® 7752.	55
Figura 56 - Curva $\sigma-\epsilon$ experimental com os modelos hiperelásticos ajustados para o Araldite® 2015.	55
Figura 57 – Comparação de tensões hiperelásticas com lineares elásticas para o Araldite® 2015: τ_{xy} (a) e σ_{yy} (b).	57
Figura 58 - Comparação de tensões hiperelásticas com lineares elásticas para o SikaForce® 7752: τ_{xy} (a) e σ_{yy} (b).	58

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – critérios de rotura (τ tensão de corte, τ_r tensão de rotura ao corte, σ tensão de arrancamento, σ_r tensão de rotura, γ deformação ao corte, γ_r deformação plástica de rotura ao corte, ε_e deformação equivalente de Von Mises, ε_r deformação de rotura à tração, G_y cedência global no adesivo) [23].....	10
Tabela 2 – Estado-da-arte dos métodos de previsão de resistência em juntas adesivas	15
Tabela 3 - estado-da-arte de métodos de sem malha com modelos de materiais hiperelásticos. .	33
Tabela 4 – Propriedades mecânicas à tração da liga de alumínio AW6082-T651 [93].	35
Tabela 5 – Propriedades mecânicas e de fratura do Araldite® 2015 [94].....	36
Tabela 6 – Propriedades mecânica e da fratura do SikaForce® 7752 [95].	37
Tabela 7 - Dimensões das JSS.	38
Tabela 8 - Valores médios de $P_{\text{máx méd}}$ [N] para o Araldite® 2015 [91].	43
Tabela 9 - Valores médios de $P_{\text{máx méd}}$ [N] para o SikaForce® 7752 [92].	43
Tabela 10 – Número de divisões dos substratos e adesivos para a distribuição nodal	47
Tabela 11 - Bias ratio ao longo do adesivo e substratos.	47
Tabela 12 – Distribuição nodal para a análise de sensibilidade.....	48
Tabela 13 - $P_{\text{máx}}$ obtido em função de L_0 para ambos os adesivos.	54
Tabela 14 – Erros na previsão da resistência para os métodos numéricos.	54
Tabela 15 – Constantes do modelo hiperelástico de Ogden de ordem 3 obtidas de acordo com [102] e Sanchez et al. [87].	56

LISTAS DE SIGLAS E SÍMBOLOS

Lista de Siglas

A2015	Araldite® 2015
DEM	<i>Difuse element method</i>
DCB	<i>Double Cantilever Beam</i>
EFG	<i>Element Free Galerkin</i>
ENF	<i>End Notch Flexure</i>
FEMAS	<i>Finite element and meshless method analysis software</i>
FBR	Função de base radial
ISEP	Instituto Superior de Engenharia do Porto
IPP	Instituto Politécnico do Porto
JSS	Junta de sobreposição simples
MEF	Método de elementos finitos
MEFE	Método de Elementos Finitos Extendido
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MDC	Modelos de Dano Coesivo
NEM	<i>Natural element method</i>
NNRPIM	<i>Natural Neighbour Radial Point Interpolation Method</i>
NNRPIM	<i>Neighbour Radial Point Interpolation Method</i>
NH	<i>Neo-Hookean</i>
PIM	<i>Point Interpolation Method</i>
RPIM	<i>Radial Point Interpolation Method</i>
RPKM	<i>Reproducing Kernel Method</i>
SF7752	SikaForce® 7752
SPH	<i>Smooth Particle hydrodynamics</i>
TAST	<i>Thick-Adherend Shear Test</i>
VM	von Mises

Lista de Símbolos

λ_u	Alongamento uniaxial
A_{VI}	Área da célula de Voronoï
A_{Sli}	Área da subdivisão da célula de Voronoï

G_y	Cedência global
V_0	Célula experimental de Voronoï
$a(X_i)$	Coeficiente não constante a
$b(X_i)$	Coeficiente não constante b
L_0	Comprimento de sobreposição
L_T	Comprimento total de sobreposição
C_2	Constante do módulo de assimetria
C_1	Constante do módulo de elasticidade transversal
ξ	Coordenada natural
η	Coordenada natural
x_i	Coordenadas cartesianas em x
y_i	Coordenadas cartesianas em y
X	Coordenadas dos pontos nodais
Υ	Deformação ao corte
ε_r	Deformação de rotura à tração
ε_e	Deformação equivalente de Von Mises
Υ_r	Deformação plástica de rotura ao corte
ε_u	Deformação uniaxial
Γ	Deslocamento da fronteira
$\delta_{\text{máx}}$	Deslocamento máximo
$u(X_i)$	Deslocamento no ponto de interesse
b	Direção perpendicular ao carregamento
Ω	Domínio do problema
t_a	Espessura do adesivo
t_p	Espessura do substrato
$P-\delta$	Força-deslocamento
$R_i(X_i)$	Função de base radial
W	Função de energia de deformação
φ	Função de forma
N_i	Função de forma
$P_i(X_i)$	Função polinomial

J	Matriz jacobiana
G	Matriz momento
K	Matriz rigidez
$P_{\text{máx.méd}}$	média da resistência máxima
μ	Módulo de elasticidade transversal
n_i	Nó i
n_j	Nó j
n_c	Número de células totais
m	Número de nós dos elementos
n_g	Número de pontos de integração totais
c	Parâmetro da função radial multiquadrática c
p	Parâmetro da função radial multiquadrática p
V_0^*	Perímetro da célula de Voronoï experimental
$\hat{w}_i$	Peso de integração
x_i	ponto de interesse
M_{li}	Pontos médios da célula de Voronoï
I_1	Primeira invariante
$P_{\text{máx}}$	Resistência máxima
I_2	Segunda invariante
S_{li}	Subdivisão da célula de Voronoï
V_l	Sub-região da célula de Voronoï
σ_{yy}	Tensão de arrancamento
σ	Tensão de arrancamento
τ_{xy}	Tensão de corte
τ	Tensão de corte
τ_{avg}	tensão de corte média
τ_r	Tensão de rotura ao corte
σ_r	Tensão de rotura arrancamento
σ - ϵ	Tensão-deformação
I_3	Terceira invariante
$\Delta P_{\text{máx.méd}}$	Variação da média da resistência máxima

P_{ij}	Vértices da célula de Voronoï
ϵ	Vetor de deformação
$\mathbf{f}$	Vetor de forças
$\mathbf{b}$	Vetor de forças livres
N	Vetor de pontos nodais
σ	Vetor de tensão
$\mathbf{u}$	Vetor deslocamento

1. INTRODUÇÃO

1.1. Contextualização

As juntas adesivas são cada vez mais utilizadas em aplicações de engenharia. Diversas indústrias usam esta técnica de união devido às vantagens que esta oferece em relação aos métodos tradicionais de ligação. Entre os benefícios destacam-se a ligação de materiais dissimilares, uma distribuição de tensões mais uniforme, boa resistência específica, boa capacidade absorção de vibrações, bom acabamento superficial e proteção contra a corrosão. Contudo, as juntas adesivas apresentam algumas desvantagens, como a necessidade de preparação superficial, a degradação das propriedades devido à exposição ao meio ambiente, a típica impossibilidade de desmontagem e a difícil inspeção da integridade da junta. Apesar do seu melhor desempenho mecânico, as geometrias complexas e os materiais utilizados tornam o seu dimensionamento objeto de estudo. Técnicas avançadas de modelação como o MEF permitem uma correta previsão da resistência da junta e da rotura. No entanto, o MEF apresenta dificuldade de convergência em casos de adesivos com ductilidade acentuada, caso em que técnicas alternativas, como os métodos sem malha, podem ser utilizadas. A utilização de adesivos flexíveis é comum em aplicações não estruturais. Contudo, a sua aplicação em aplicações estruturais, como ligações adesivas, apresenta algumas vantagens devido à capacidade de estes adesivos susterm grandes deformações e diminuir os picos de tensão.

1.2. Objetivos

O principal objetivo desta dissertação é a validação do comportamento hiperelástico de material para estudar juntas ligadas por adesivos flexíveis através de métodos numéricos. Para isso foram utilizados dois adesivos flexíveis com diferentes ductilidades, para ligar JSS com diferentes L_0 .

A validação da análise numérica é feita com recurso ao *Finite element and meshless method analysis software* (FEMAS®), considerando simulações pelo MEF e o NNRPIM. A previsão da resistência máxima ($P_{máx}$) é feita através de critérios de mecânica dos meios contínuos e validada pelos resultados experimentais. As tensões de arrancamento (σ_{yy}) e as tensões de corte (τ_{xy}) para os adesivos foram normalizadas em relação à tensão de corte média (τ_{avg}), e estudadas em regime linear elástico. Posteriormente, realizou-se uma simulação semelhante onde se averiguou as diferenças existentes entre as tensões, mas com um modelo material hiperelástico.

1.3. Organização da dissertação

No capítulo 1 é feita a contextualização do tema de estudo, a apresentação dos objetivos e metodologia de estudo, e apresentada a organização da dissertação.

O capítulo 2 diz respeito à revisão bibliográfica, onde são abordados os temas principais para a compreensão da dissertação. Neste capítulo explica-se o que é uma ligação adesiva, as suas aplicações e as abordagens tradicionais para previsão de resistência da ligação adesiva. O método sem malha NNRPIM é explicado em detalhe, assim como os modelos de materiais hiperelásticos.

Para finalizar este capítulo, fez-se uma revisão do estado-da-arte da combinação dos métodos sem malha e modelos de materiais hiperelásticos.

O capítulo 3 trata do desenvolvimento desta dissertação. Inicialmente são explicados os procedimentos experimentais e os resultados obtidos. Em seguida, com recurso ao *software* FEMAS, são realizadas análises numéricas com métodos sem malha e com o método de elementos finitos. De forma a avaliar o impacto do regime material na análise numérica, este foi alterado de linear elástico para hiperelástico. Ainda, é estudado o efeito do comportamento mecânico da junta com a variação do comprimento de sobreposição.

No capítulo 4 são apresentadas as principais conclusões do trabalho realizado e são sugeridos possíveis trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Ligações adesivas

Ao longo deste capítulo são descritos os fundamentos da união através de adesivos. O capítulo começa por fazer uma definição do que se entende por adesivo estrutural, caracterizam-se os diferentes materiais envolvidos na união e as suas regiões resultantes. Para a seleção da configuração de junta é preciso perceber os esforços que nela atuam. Assim, abordam-se os modos fundamentais de carregamento. Em seguida, detalham-se os diferentes modos de rotura que podem resultar do carregamento e o seu significado. Por fim apresentam-se as principais configurações de juntas.

2.1.1. Caracterização geral de juntas adesivas

A união de materiais constitui uma grande importância para todas as indústrias, já que todas a usam de alguma forma. O uso de adesivos em construções de estruturas permite a ligação de subconjuntos dando origem a componentes finais maiores. A partir da combinação dos diferentes componentes, o resultado contém características geralmente melhores do que o somatório individual de cada uma das propriedades [1]. Talvez a característica mais importante dos adesivos é que estes são multifacetados. De facto, os adesivos conseguem isolar, preencher e amortecer vibrações, para além de unirem quando usados numa dada aplicação [2]. A maior limitação do uso de adesivos é a degradação das suas propriedades ao longo do tempo devido à exposição a humidade, temperaturas elevadas e químicos. Esta degradação é tanto maior quanto maior for a sua exposição a estes fatores [2]. Quando a união depende principalmente da resistência do adesivo são utilizados os adesivos estruturais. Estes são definidos por terem uma resistência mínima ao corte de aproximadamente 7 MPa, serem capazes de resistir à separação e de forma permanente [1, 2].

Uma junta adesiva é formada por um material ligante, o adesivo, e um material ligado, o substrato. A região entre o aderente e o adesivo é a interfase. Esta região é caracterizada por apresentar diferentes propriedades físicas e químicas tanto em relação ao adesivo como o aderente [1]. Ainda se pode considerar uma outra região contida dentro da interfase que é a interface. Esta trata-se do plano de contacto entre as superfícies dos diferentes materiais [1]. A Figura 1 representa esquematicamente uma ligação adesiva.

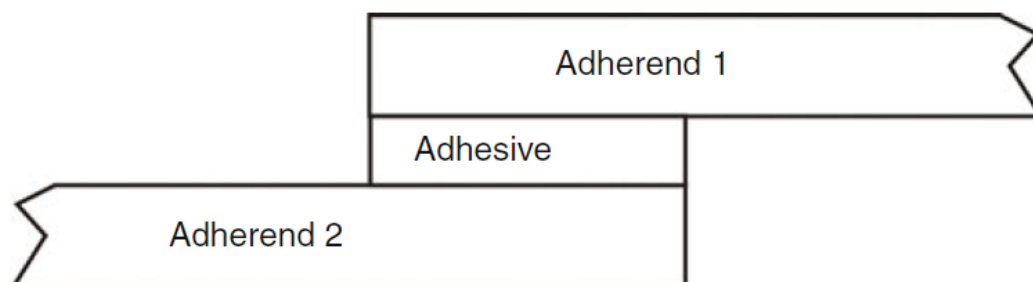


Figura 1 - Representação esquemática de uma ligação adesiva [1]

Podem-se distinguir dois fenómenos que explicam a ligação numa junta adesiva, nomeadamente, a adesão que se trata das forças intermoleculares entre duas substâncias, e a coesão que se trata

das forças moleculares dentro do adesivo ou do substrato [1, 2]. Esta distinção é útil para distinguir os modos de rotura, tema que vai ser abordado em mais detalhe no próximo capítulo.

Para garantir uma boa aderência do adesivo ao substrato é preciso promover um contacto íntimo. Assim na fase de aplicação o adesivo deve-se apresentar no estado líquido de forma a se espalhar e molhar o aderente [2]. Em seguida o adesivo precisa de curar, ou seja, endurecer para tornar possível a transmissão de esforço [3].

2.1.2. Modos de carregamento

Para desenvolver uma junta é preciso antecipar os esforços que podem ocorrer durante a sua utilização. Esforços externos provocam concentração de tensões, sendo responsáveis pela iniciação de fendas que limitam a resistência da junta. Desta forma, antes de começar por escolher uma possível configuração de junta é preciso perceber os esforços que podem atuar nesta. Como se pode observar na Figura 2 existem quatro tipos de forças externas: Esforço axial, esforço transverso, clivagem e arrancamento [2].

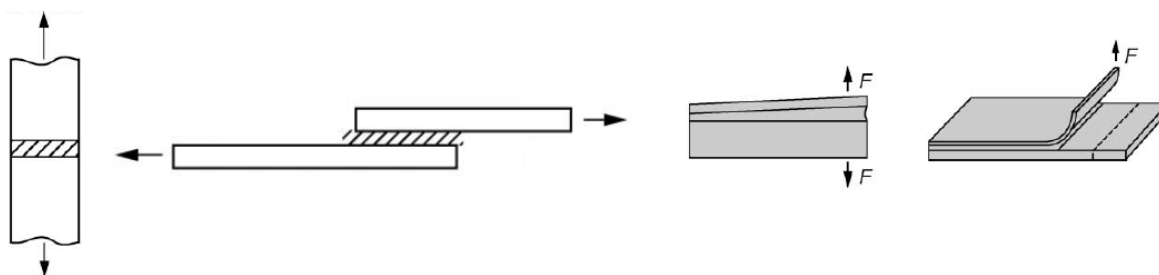


Figura 2 -Esforços comuns numa junta adesiva [3].

O esforço axial desenvolve-se quando as forças atuam no plano perpendicular à zona de ligação. Neste tipo de esforço há uma região de elevada concentração de tensão na periferia do adesivo, devido à sua deformação. Nesta zona dá-se o início de uma fenda, que por sua vez leva à falha da junta adesiva. Na prática é difícil de obter um carregamento puramente axial devido a desalinhamentos. Desta forma para, além do esforço axial, ocorre também clivagem ou arrancamento. O esforço transverso dá-se quando as forças externas atuam num plano paralelo ao adesivo e tentam separar os substratos do adesivo. Geralmente este é o tipo de esforço que as juntas adesivas toleram melhor por conseguirem distribuir as tensões por uma maior área de contacto e de não haver desalinhamento da força. Os esforços de clivagem e arrancamento são semelhantes, na medida em que promovem a separação dos substratos do adesivo - A clivagem ocorre quando as forças tentam separar os aderentes. No caso do arrancamento considera-se que os substratos são flexíveis provocando um ângulo de arrancamento maior e dessa forma uma maior tensão [2].

2.1.3. Modos de rotura

Devido aos diferentes modos de carregamento descritos no capítulo anterior podem ocorrer diferentes modos de falha/rotura. As juntas adesivas podem falhar por adesão, coesão ou rotura mista [1]. Os tipos de diferentes de rotura dão indicações diferentes. Quando a ligação falha, caso esta seja próxima de um dos substratos, então a carga fornece informação acerca da ligação entre o adesivo e o material do substrato. Se a falha for coesiva, a informação é referente às propriedades

do adesivo curado. Ambos os casos de rotura proporcionam informações da resistência da ligação e estas informações podem ser usadas para posterior dimensionamento [3]. A Figura 3 apresenta diferentes modos de rotura.

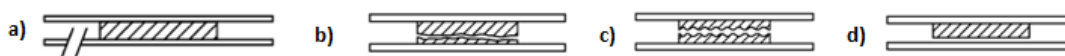


Figura 3 – Rotura do substrato (a), Rotura coesiva perto do substrato (b), rotura coesiva (c) e rotura adesiva (d) [3].

2.1.4. Configurações possíveis de junta

Para maximizar a eficiência de uma junta adesiva deve-se minimizar os esforços que provoquem uma distribuição não uniforme de tensões [4]. Uma das formas de o fazer é através da escolha de uma correta geometria de junta. Os parâmetros geométricos como a área de ligação, ou seja, a largura, comprimento de sobreposição filme adesivo e a espessura afetam o desempenho da junta adesiva. A resistência é diretamente proporcional à largura de ligação e aumenta com o comprimento de sobreposição atingindo um patamar onde deixa de haver ganhos de resistência. Em termos de grau de importância é preferível dar mais ênfase à largura da junta, pois a fronteira da ligação é quem acarreta com a maior parte da carga. A espessura dos substratos é de extrema importância já que é necessário haver uma compatibilização da sua deformação e o material ligante. De uma forma empírica pode-se dizer que, quanto maior for a rigidez do substrato, dado pelo produto entre o módulo de elasticidade e a espessura, maior é a resistência [2].

A configuração de topo a topo (Figura 4) é a mais simples de fabricar embora esta não consiga resistir a momentos fletores por provocarem clivagem. Pequenas alterações de geometria, como chanfros ou degraus, diminuem este efeito [2].



Figura 4 - Junta topo a topo, Junta topo a topo com chanfro interior e junta em degrau [2].

As juntas de sobreposição simples, (JSS), como representadas na Figura 5, são as mais usadas pois ficam sujeitas sobretudo ao corte. Uma das desvantagens está relacionada com o desalinhamento dos substratos que provoca um momento fletor. Este momento fletor leva a esforço de arrancamento da ligação diminuindo a sua resistência. As juntas de sobreposição dupla eliminam este efeito.



Figura 5 - Junta de sobreposição simples e dupla [2].

As sobre-juntas são empregues quando a espessura nas juntas de sobreposição começa a ser impraticável [2]. Devido ao momento fletor estas juntas ficam sujeitas à clivagem. Uma maneira de contornar este aspeto é utilizar uma sobre-junta dupla. Há ainda alternativas mais eficientes, mas que não são tão empregues devido ao dispendioso processo de fabrico. Na Figura 6 estão representadas estas configurações.

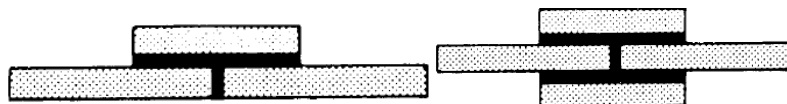


Figura 6 – Cobre-junta e cobre-junta dupla [2].

2.1.5. Aplicações

As indústrias aeronáutica, aeroespacial, automóvel, marítima, de construção, entre outras, usam as ligações adesivas para fabricar os seus produtos.

As ligações adesivas são tipicamente mais eficientes a nível estrutural do que ligações mecânicas aparafusadas. A indústria aeronáutica usa ligações adesivas em larga escala, por serem o método que melhor se adequa às suas necessidades estruturais e de desempenho. As ligações adesivas permitem unir materiais finos, reduzindo o peso e distribuindo as tensões de forma mais uniforme pela área de ligação. Assim, a resistência à fadiga é melhorada, devido à redução de concentração de tensões e da possibilidade de ocorrência de uma fenda. O uso de ligações adesivas permite absorver vibrações, fazendo com que não seja necessário o aumento da espessura de outros componentes. Ainda previnem fugas de combustível e permitem a redução de mão de obra [5].

Existem dois tipos de adesivos usados em aeronáutica. Os estruturais, tais como, epóxi, fenólicos e acrílicos, e os isolantes, que servem para proteger contra a corrosão [1, 3]. Os materiais mais comuns para os substratos são ligas de alumínio, titânio e compósitos, como, plásticos reforçados por fibras, laminados metálicos com fibras e estruturas sanduíche [3]. Na Figura 7 estão assinaladas algumas aplicações adesivas num avião comercial.

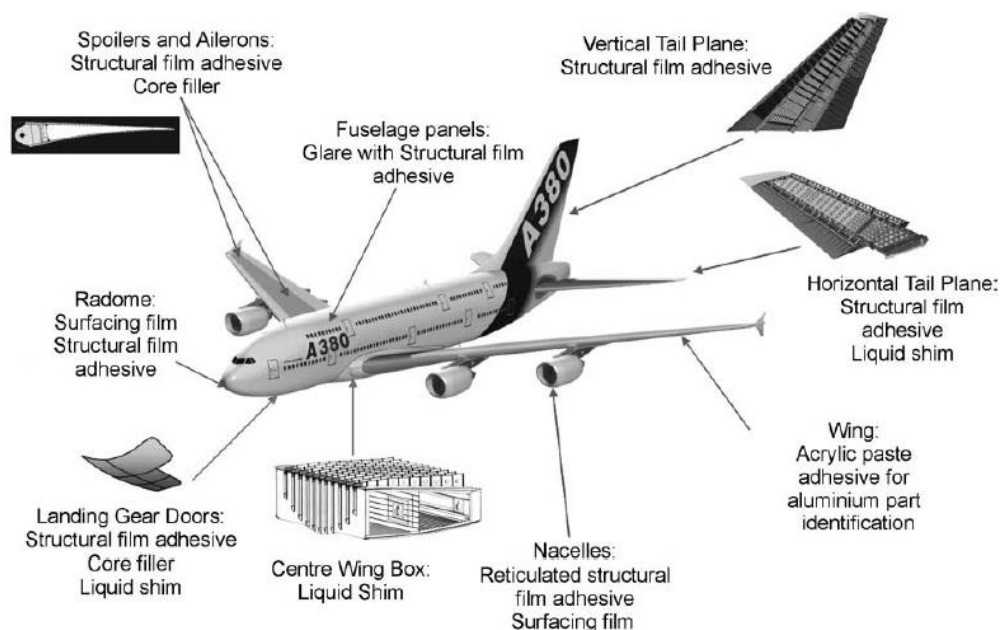


Figura 7 – Localização de aplicações adesivas num avião comercial [3]

O setor automóvel tem vindo a adotar o uso de adesivos estruturais (Figura 8). O aumento de segurança dos passageiros, a maior proteção contra a corrosão e o aumento de resistência à torção do veículo, são alguns dos fatores que explicam a utilização de ligações adesivas [6]. O seu potencial de ligar materiais dissimilares, aliado a uma nova geração de adesivos estruturais, faz com que as carroçarias sejam mais leves e com melhor desempenho em acidentes. Esta tecnologia é vulgarmente utilizada nos para-brisas, portas e capôs. Numa fase inicial, o uso de flanges de

vedação, pretendia maior proteção contra a corrosão e o aumento da rigidez do chassi do veículo. No entanto, esta foi uma medida que fortaleceu a zona da porta contra impactos laterais, aumentando a segurança dos passageiros. Para eliminar barulhos parasitas e vibrações indesejadas, os painéis exteriores são ligados à chapa interior do veículo através de um adesivo semiestrutural. [1].

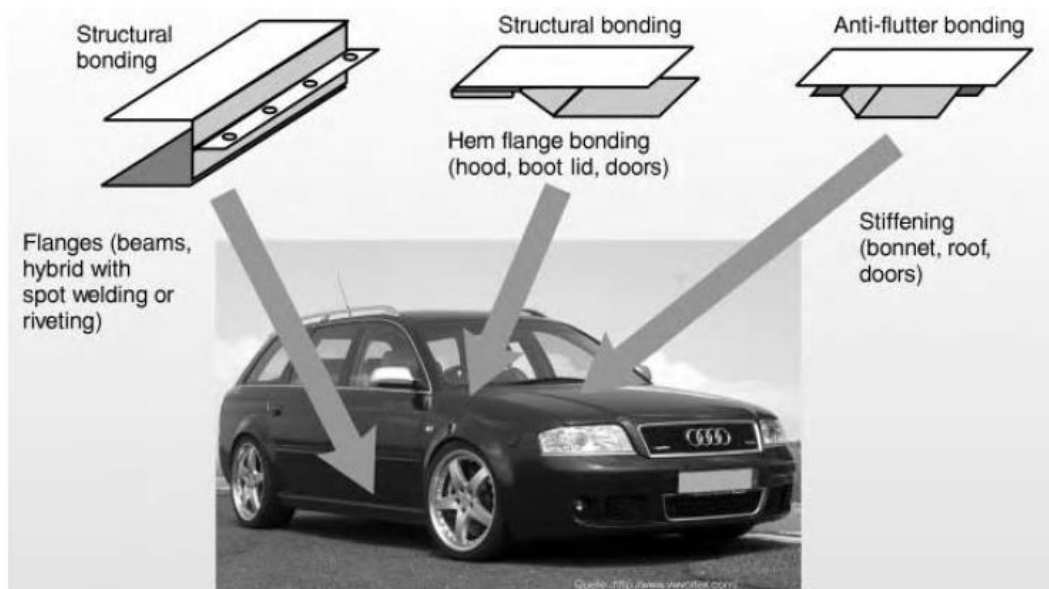


Figura 8 – Aplicações de adesivos num automóvel [6].

Na indústria aeroespacial, o peso influencia significativamente o custo de pôr em órbita uma nave espacial. Tal torna viável gastar elevados recursos financeiros para reduzir peso. Esta redução de peso aliada às dificuldades técnicas, como as elevadas temperaturas de serviço, os esforços no lançamento, a atmosfera corrosiva e o horizonte temporal, faz desta indústria uma grande impulsionadora na inovação das ligações adesivas. São utilizados compósitos, tais como polímeros reforçados com fibras, devido ao seu baixo coeficiente de expansão térmica e elevada resistência específica. Os materiais metálicos são utilizados em zonas onde as temperaturas de serviço são elevadas, por exemplo, o escudo térmico [1, 5]. Devido à facilidade de fabrico e elevada resistência, são usadas resinas epóxi de cura a elevadas temperaturas. Estas também conseguem resistir a temperaturas baixas a moderadas [5]. A Figura 9 mostra um exemplo de um satélite que usa ligações adesivas para unir os diferentes componentes [3].

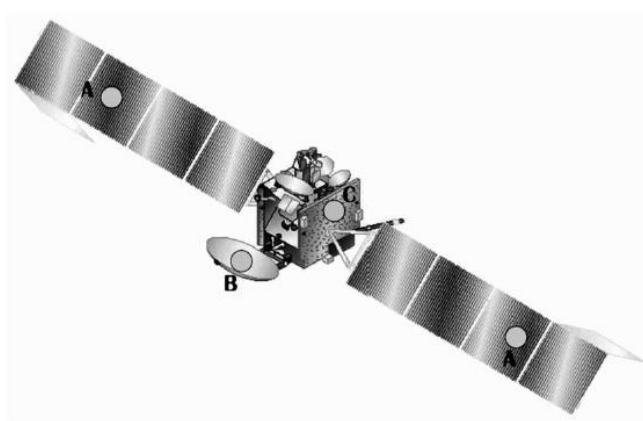


Figura 9 -Estrutura típica de um satélite. A) Painéis solares, B) Antena refletora, C) Estrutura principal [3]

A popularidade das ligações adesivas na indústria naval é cada vez maior. O uso de adesivos estruturais serve principalmente para conectar o casco ao convés, as nervuras ao casco e as anteparas. Estes, para além de conferirem a resistência necessária, ainda isolam os diferentes componentes da água. As uniões, na maior parte dos casos, são feitas entre dois polímeros reforçados por fibra ou alumínio e polímeros reforçados por fibras. O adesivo precisa de ser resistente à humidade, às variações de temperatura e aos raios ultravioleta. Desta forma, são usadas resinas poliéster, vinílica e epóxi. Tal como sucede na indústria automóvel, também esta utiliza adesivos para ligar vidro à embarcação [7].

Para a indústria ferroviária é indispensável o uso das ligações adesivas para o material circulante. As carruagens apresentam grande parte da sua estrutura secundária ligada: adereços colados ao teto e às paredes, ar condicionado e ainda o chão. Com o desenvolvimento de comboios de alta velocidade houve uma necessidade de reduzir o peso. Assim, começaram a ser desenvolvidas estruturas com diferentes materiais. Alumínios extrudidos, painéis sanduíche ou polímeros reforçados com fibras de carbono são alguns dos materiais usados. Estes, unem-se através de ligações adesivas, permitindo abafar o ruído exterior, criar superfícies mais aerodinâmicas e ainda reduzir consideravelmente o consumo de eletricidade. Na carruagem da Figura 10, são utilizados perfis curvos pultrudidos feitos em polímero reforçados com fibra de carbono, de modo a economizar peso [1].

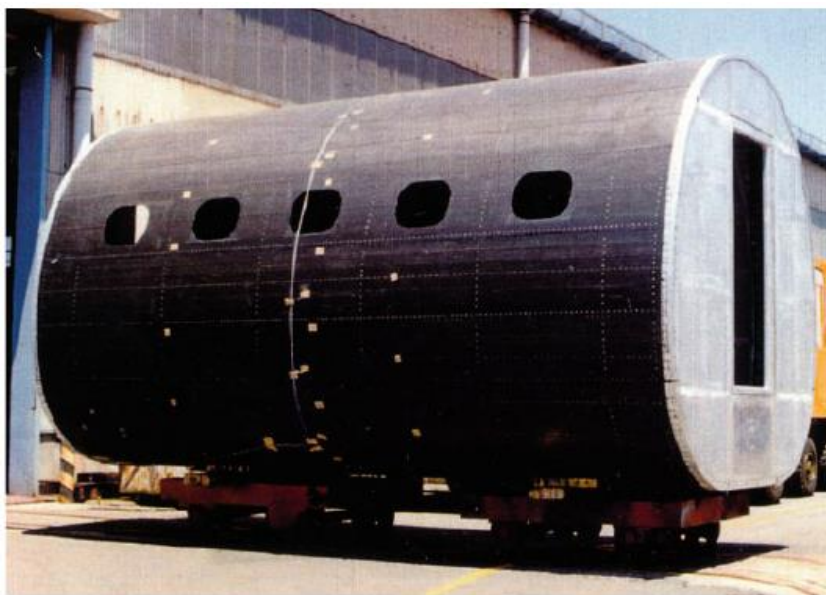


Figura 10 – Painéis feitos em pultrusão para fabricar uma carruagem [1].

2.2. Métodos de previsão

O uso de juntas adesivas tem vindo a aumentar devido sobretudo, à sua vantagem quando comparadas com métodos tradicionais de união. A sua utilização produz estruturas mais leves e com menos concentração de tensões [8]. Isto levou a um estudo intensivo e foram desenvolvidos diversos modelos analíticos [9]. Um dos métodos pioneiros foi o de Volkersen [10].

Com o decorrer do tempo as análises tornaram-se mais complexas, por exemplo, ao considerarem geometrias de juntas complexas e não linearidade dos materiais. Nestes casos é mais comum recorrer a MEF visto permitirem analisar diversas geometrias e condições de carregamento [11].

Uma das primeiras aplicações com sucesso deste método a juntas adesivas foi conseguida por Adams e Peppiatt [12].

2.2.1. Mecânica dos meios contínuos

A mecânica dos meios contínuos, para a previsão da resistência de juntas adesivas, utiliza métodos analíticos ou métodos numéricos. Esta metodologia, aliada a um critério de rotura permite avaliar o desempenho da junta adesiva.

2.2.1.1. Métodos analíticos/ numéricos

Para determinar a resistência de uma junta adesiva, é preciso primeiro obter a distribuição de tensões e de seguida aplicar um critério de rotura adequado. A distribuição de tensão pode ser determinada por métodos numéricos, tais como MEF ou métodos analíticos. Para geometrias complexas, é preferível utilizar um MEF. Quando se pretende fazer uma avaliação rápida, é mais indicado usar um método analítico de forma fechada [9]. Um dos métodos clássicos é o de Volkersen [10]. Este, desenvolveu um método dentro do domínio elástico, segundo o qual o adesivo apenas se pode deformar devido ao corte, mas o substrato deforma devido à tração. Um dos problemas com esta técnica é não ter em conta o efeito da excentricidade da carga que provoca deformação transversal na junta adesiva. Desta forma, Goland e Reissner [13] desenvolveram uma solução analítica que considerava esta deformação na junta adesiva. Hart-Smith [14] aprofundou o método de Volkersen considerando a plastificação do adesivo e as diferentes propriedades térmicas dos substratos. Apesar de úteis para uma primeira análise, estes métodos apresentam algumas limitações. De facto, estes não consideram a variação de tensões ao longo da espessura de sobreposição, fator importante para materiais pouco rígidos e a tensão máxima ocorre no final da sobreposição, o que não respeita a condição de livre tensão [9].

Os métodos analíticos ficam demasiado complexos quando se introduz plastificação do adesivo, substratos feitos em compósito ou filetes na aresta de ligação. O aumento da complexidade torna as equações que governam estes problemas mais complexas pelo que se torna necessário o uso de computadores para obter a solução [9, 15]. As alternativas numéricas são viáveis para análises mais complexas. De uma forma geral é utilizado o MEF, contudo os métodos sem malha também podem ser utilizados para prever a resistência da junta adesiva [8]. Adams e Peppiatt [12] usaram o MEF para estudar o excesso de adesivo que se forma durante o fabrico da ligação adesiva. Os mesmos autores ainda, estenderam este tipo de estudo a juntas tubulares [16] e juntas topo a topo [17]. Harris e Adams [18] consideraram as propriedades elasto-plásticas dos materiais e utilizaram o MEF para prever a carga máxima suportada pela junta. O modelo utilizado mostrou ser capaz de prever a resistência para diferentes adesivos com propriedades mecânicas diferentes.

Atualmente, não é usual utilizar a mecânica dos meios contínuos para prever a resistência das juntas, devido à dependência do refinamento da malha com as singularidades de tensão. Por outro lado, os critérios de rotura utilizados apenas são aplicáveis em condições específicas. Novos critérios de rotura foram desenvolvidos para resolver os problemas associado com a mecânica dos meios contínuos [8]. Um critério de deformação longitudinal crítica desenvolvido por Akhavan-Safar et al. [19], foi proposto para estudar a influência da espessura de filme adesivo, mostrando

ser capaz de prever o decréscimo de resistência com o aumento da espessura em juntas de sobreposição simples.

2.2.1.2. Critérios de rotura

A falta de modelos materiais adequados e a falta de critérios de rotura levam a um tradicional sobredimensionamento da junta adesiva. Para um dimensionamento seguro de uma junta adesiva estrutural, é preciso determinar as tensões e deformações com precisão sob o efeito de um carregamento externo, para com igual precisão prever os locais de falha associados [20]. Uma metodologia comum é comparar as propriedades dos adesivos com a distribuição de tensões e a sua deformação. Este tipo de critério é sobretudo utilizado para métodos analíticos [8].

Para Goglio et al. [21] há quatro abordagens para avaliar a falha nas juntas adesivas. O critério associado a um fator de intensidade de tensão, em que a falha inicia-se quando este fator atinge um valor crítico. Critérios da mecânica do dano, que assumem que o adesivo acumula deformação plástica, medido através de um índice de dano, até que atinge um valor máximo onde ocorre a falha. Critérios coesivos baseados no estudo elasto-plástico da nucleação e propagação da fenda, em que a deformação esta relacionada com uma lei de tração-separação. Por último, um critério de tensão efetiva em que o seu pico representa a severidade da singularidade de tensão e é suficiente para que ocorra a falha. Para Rodríguez et al. [22] os critérios de falha podem ser devido à tensão máxima ou deformação, à tensão ou deformação crítica a uma determinada distância ou sob uma zona, critério limite de cedência, mecânica da fratura ou mecânica do dano. da Silva et al. [23] compararam diferentes métodos analíticos para a previsão da resistência e da falha em juntas de sobreposição simples. Nesta comparação os métodos foram agrupados por ordem crescente complexidade para prever a resistência, com a variação de parâmetros de análise, tais como, rigidez do adesivo, tipo de aderente, comprimento de sobreposição e diferentes espessuras.

Tabela 1 – critérios de rotura (τ tensão de corte, τ_r tensão de rotura ao corte, σ tensão de arrancamento, σ_r tensão de rotura, γ deformação ao corte, γ_r deformação plástica de rotura ao corte, ε_e deformação equivalente de Von Mises, ε_r deformação de rotura à tração, G_y cedência global no adesivo) [23]

Modelos	Tipos de análise	Critérios de rotura
Volkersen [10]	Análise elástica	$\tau > \tau_r$
Goland and Reissner [13]	Análise elástica	$\tau > \tau_r$ ou $\sigma > \sigma_r$
Hart-Smith [14]	Análise linear	$\tau > \tau_r$ ou $\sigma > \sigma_r$
	Análise não linear	$\gamma > \gamma_r$ ou G_y
Bigwood and Cromcombe [24, 25]	Análise linear	$\tau > \tau_r$ ou $\sigma > \sigma_r$
	Análise não linear	$\varepsilon_e > \varepsilon_r$ ou G_y
Frostig et al. [26]	Análise linear	$\tau > \tau_r$ ou $\sigma > \sigma_r$
	Análise linear	$\tau > \tau_r$ ou $\sigma > \sigma_r$
Adams and Mallick [27]	Análise não linear	$\varepsilon_e > \varepsilon_r$ ou G_y
	Módulo efetivo	$\varepsilon_e > \varepsilon_r$
	Rotura transversal do compósito	$\sigma_{comp} > \sigma_{r\ comp}$
Wang et al. [28]	Análise não linear total	$\varepsilon_e > \varepsilon_r$ ou G_y
Adams et al. [29]	Aderente elástico e adesivo dúctil	G_y
	Aderente elasto-plástico	Cedência do aderente

2.2.2. Mecânica da fratura

A mecânica da fratura assume que o material tem defeitos, como fendas ou cantos reentrantes. Para a mecânica dos meios contínuos isto não é possível, uma vez que estas considerações provocam singularidades de tensão ou deformação. A Figura 11 mostra a distribuição de tensões numa fenda. Nestas situações, na zona livre da fenda não há tensão devido à superfície ser livre, mas na extremidade da fenda existe concentração de tensões. A mecânica da fratura permite avaliar se estes defeitos são suscetíveis de causar uma rotura catastrófica, ou se, durante o período de vida da estrutura, a fenda se mantém com dimensões inferiores à crítica, de forma a manter a segurança da estrutura, embora se possa propagar [20].

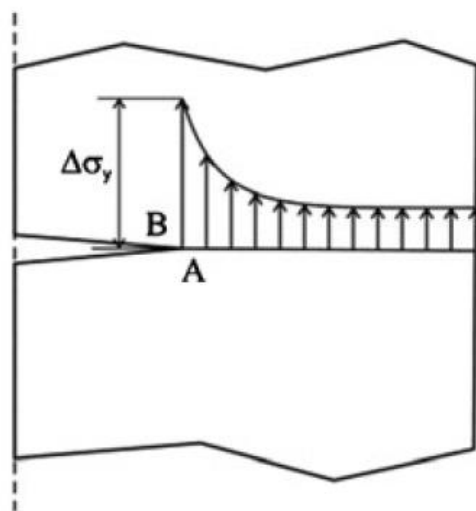


Figura 11 – Descontinuidade de tensão numa fenda [20]

Williams [30] ao estudar materiais com entalhes, descobriu que as singularidades de tensão ocorrem quando o ângulo de fenda é inferior a 180° . No caso de dois materiais ligados, há uma semelhança na singularidade de tensões no canto reentrante. Existe uma descontinuidade de tensões, mas não há uma superfície livre (Figura 12) [20].

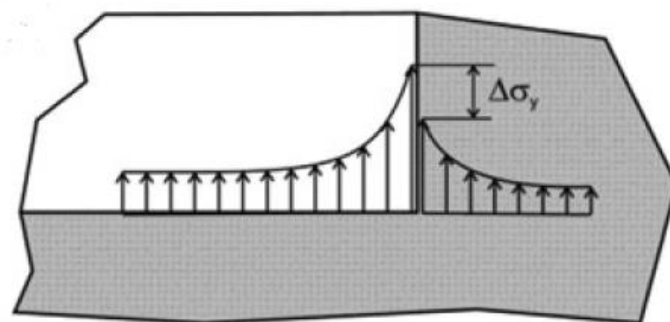


Figura 12 - Distribuição de tensões num canto reentrante [20]

Na mecânica da fratura pode-se estudar este fenómeno através de um critério de tensão ou critério energético. Nos métodos baseados em critérios energéticos, é comum assumir que há uma pré-fenda e esta se inicia quando há energia suficiente, dando-se um decréscimo na energia potencial do sistema. A propagação da fenda só é possível se esta variação de energia for superior à

tenacidade à fratura do material. Nos métodos baseados em critérios de tensão, é preciso definir uma distância de falha à singularidade de tensão ou a tensão usada é uma tensão média ao longo desta distância.

Antes da iniciação da fratura, ocorre a iniciação de uma fenda provocada por deformação plástica na zona de elevada concentração de tensões. Hutchinson [31] e Rice [32] desenvolveram assim formulações capazes de tratar este comportamento, conhecidas por HRR (Hutchinson-Rice-Rosengreen), sendo preferencialmente aplicadas a materiais dúcteis.

Quer se use um critério energético ou um critério de tensão, é preciso introduzir uma distância de pré-fenda fictícia. Esta é também função de diversos parâmetros, desde propriedades dos materiais à geometria. Tal torna estes métodos pouco propensos a usar em otimizações [33]. De forma a contornar esta dificuldade, Leguillon [34], usou um critério que considera o acoplamento da energia e tensão para previsão do dano. A condição energética fornece a condição mínima para o incremento da fenda, enquanto a condição de tensão é o limite máximo.

2.2.3. Modelos de dano coesivo

Para descrever o dano provocado por uma carga estática na zona coesiva na frente da fenda, Barenblatt [35] propôs o conceito dos modelos de dano coesivo (MDC), através do estudo da fratura em materiais frágeis, e Dugdale [36] estudou a cedência de chapas contendo fendas. Ao longo do tempo, este método foi sendo aplicado para estudar ligações adesivas, e também simular iniciação de fendas e falhas em interfaces, como o caso de delaminação nos compósitos. Tipicamente estes modelos usam elementos coesivos que conectam partes sólidas da estrutura, onde múltiplas fraturas podem ser introduzidas artificialmente nas regiões da interface. Os elementos coesivos têm um critério de tensão que define a iniciação do dano e um critério de fratura que define a propagação da fenda. Este tipo de modelos consegue ser facilmente implementado em *softwares* de elementos finitos para modelar diferentes tipos de fratura [37]. As leis coesivas são estabelecidas entre pares de nós que formam elementos coesivos e conectam nós sobrepostos podendo representar diferentes materiais ou camadas de compósitos para simulando uma interface sem espessura (abordagem local). As leis coesivas, podem ainda ser aplicadas diretamente entre dois materiais não ligados, para simular uma fina camada entre ambos (abordagem contínua). Para não afetar a rigidez global da estrutura, na abordagem local, os elementos coesivos apresentam uma rigidez elevada, precisando de mais parâmetros para descrever o dano, o que leva a um maior tempo de computação. A abordagem contínua é mais simples, porque substitui todo o adesivo por elementos coesivos, que têm a rigidez do adesivo, correlacionando assim o comportamento global da junta adesiva [8, 20].

Na Figura 13 está representada a diferença entre ambas as abordagens. Os MDC fornecem uma avaliação do dano a nível macroscópico, não considerando os efeitos microscópicos. Desta forma, as leis coesivas estão interessadas em fazer corresponder o crescimento do dano a propriedades dos materiais. Para isto, as leis coesivas são estabelecidas partindo de uma curva de tração-separação entre o par de nós em faces opostas. O dano é assim avaliado até a um patamar máximo, a partir do qual há o cancelamento do comportamento elástico e se inicia o relaxamento de tensões [20].

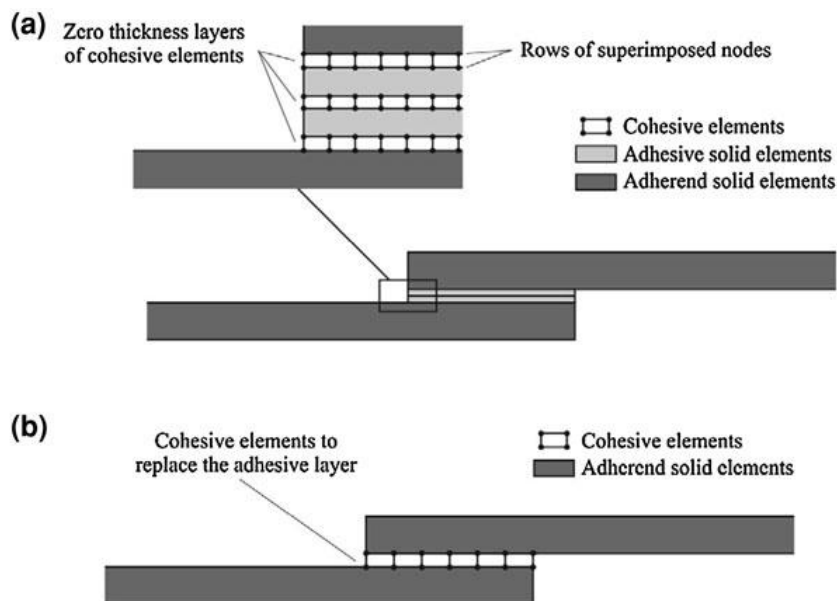


Figura 13 - Elementos coesivos com abordagem local (a) e com abordagem contínua (b) numa junta adesiva [8].

A lei coesiva apresenta pode diferentes formas: triangular, linear-parabólica, exponencial e trapezoidal (Figura 14) [8]. Por demonstrar ser capaz de prever a resistência das juntas adesivas na maioria dos casos, e devido à sua simplicidade, a lei coesiva triangular é utilizada em softwares de cálculo comerciais. Outro fator que contribui para esta aceitação é o facto de esta lei se encontrar implementada no *software* ABAQUS® da Dassault Systèmes. N.Y., USA.

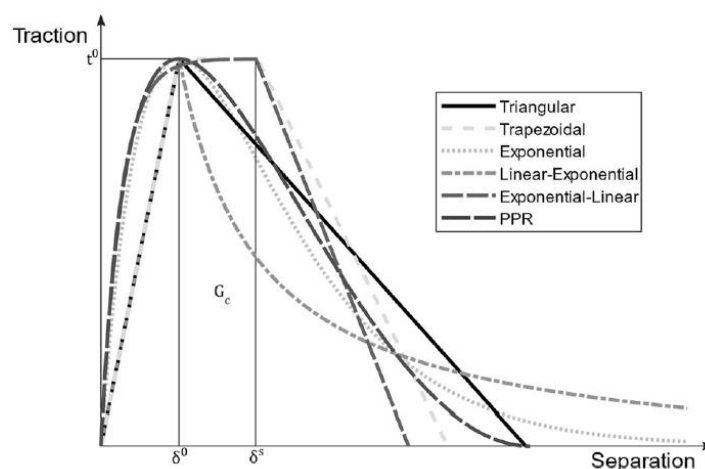


Figura 14 - Comparação de diferentes leis de tração-separação [8].

2.2.4. Mecânica do dano

Nos MDC a curva tração-separação representa o comportamento geral da ligação e não faz distinção entre falha adesiva e coesiva. No caso de materiais dúcteis, é necessário haver uma variação da lei tração-separação para conseguir caracterizar corretamente o comportamento da dependência da rigidez e resistência com a configuração da junta adesiva [38]. A mecânica do dano, por sua vez, modela a perda da capacidade de transferência de carga do material provocado pelo crescimento de vazios, através da redução de rigidez do material. Esta abordagem é capaz de prever

o trajeto da fratura sem precisar de o pré-definir, ao contrário dos MDC, caso em que o trajeto é pré-definido pelo posicionamento dos elementos coesivos no modelo [8, 39].

Um modelo de elementos finitos, em que os seus elementos contínuos se comportem de forma elástica e plástica para simular o comportamento de cada material, resulta numa curva errada não modelando a perda de rigidez que ocorre à medida que o material vai plastificando. A mecânica do dano, permite simular trajetos arbitrários até à falha catastrófica ao acrescentar um variável dano, D , tal fenómeno pode ser observado na Figura 15 [20].

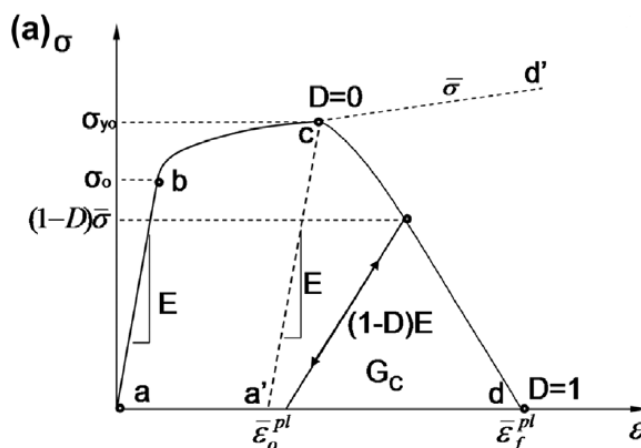


Figura 15 – Curva tensão-deformação para uma material dúctil sem considerar o dano ($abcd'$) e com dano ($abcd$) [39]

O parâmetro D inicialmente tem valor nulo e assim se mantém até à condição de dano ser alcançada. A partir desse ponto o seu valor cresce, até atingir o valor de 1, onde ocorre a abertura de uma fenda [38]. Contudo, este método depende da malha, pois alguns parâmetros são avaliados em cada elemento sendo afetados pelo seu comprimento característico [39, 40].

2.2.5. Método de elementos finitos estendido

O Método de Elementos Finitos Estendido (MEFE) é uma melhoria recente do MEF para modelar o crescimento do dano que ocorre numa estrutura. O MEFE usa leis de dano baseadas nas propriedades do adesivo, para definir o trajeto de fratura e a deformação na rotura [41]. As características fundamentais do MEFE foram apresentadas por Belytschko [42] e Moës *et al.* [43], que acrescentaram à formulação do MEF um campo de deslocamentos descontínuos após a extremidade da fenda. Com a utilização da partição da unidade dos EF, a função de enriquecimento consegue ser facilmente incorporada na sua aproximação pois, à medida que a extremidade da fenda se desloca os EF acompanham o seu percurso. O MEFE não necessita de restringir o trajeto da fenda, podendo esta ser arbitrária, sem requerer que a malha corresponda à geometria das descontinuidades nem refazer a malha perto da fenda [8].

O MEFE considera inicialmente um comportamento linear elástico dos materiais, que é representado por uma matriz constitutiva elástica que relaciona tensões com as separações normais e de corte. O dano e a rotura são simulados pelo MEFE por critérios de iniciação de dano e leis de dano entre nós fantasmas inicialmente sobrepostos aos nós reais iniciais. Quando uma fenda se propaga por um elemento, o elemento fratura-se em duas partes, cada uma formada por nós reais e fantasmas, respetivamente. Cada nó fantasma e nó real associado deixam de estar

restringidos e podem separar-se de acordo com uma lei de dano até à falha completa [44]. A Figura 16 mostra uma malha com uma fenda modelada por nós fantasmas.

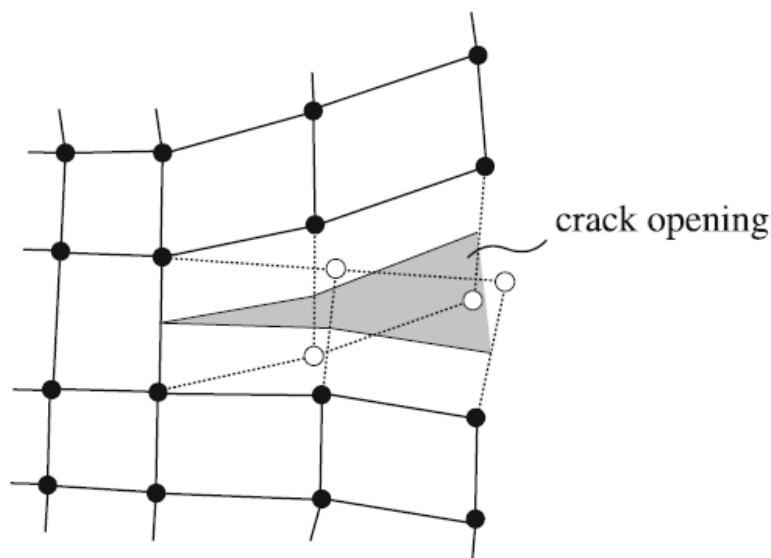


Figura 16 - Representação de uma abertura de fenda. Os nós preenchidos são os originais e os nós vazios são os nós fantasma [44].

2.2.6. Estado-da-arte

Neste capítulo é apresentado o estado-da-arte dos métodos de previsão de resistência em juntas adesivas na Tabela 2.

Tabela 2 – Estado-da-arte dos métodos de previsão de resistência em juntas adesivas

Referência	Descrição
Akhavan-Safar et al. [19]	Neste trabalho os autores procuraram estabelecer um critério que fosse capaz de lidar com as discrepâncias existentes entre resultados experimentais e previsões feitas através de métodos analíticos ou MEF em JSS. Os autores estudaram a falha em JSS através do método de deformação longitudinal crítica. Realizaram vários ensaios experimentais com rácios diferentes de comprimento de sobreposição e espessura. O método escolhido mostrou limitações quando este rácio é pequeno, apresentando desvios consideráveis na sua previsão. Contudo, houve alguns ensaios onde foi possível prever o efeito negativo do aumento da espessura, na resistência da ligação.
Belnoue e Hallett [38]	Neste trabalho estudou-se uma nova metodologia de MEF capaz de modelar a falha coesiva e adesiva de forma separada. Foram realizados ensaios experimentais com aderentes feitos em compósito de fibras de carbono ligados por um adesivo epóxi dúctil. O modelo proposto mostrou necessitar de menos testes de calibração quando comparado com um MDC. A nova abordagem mostrou ser capaz de prever a fratura nos diferentes testes realizados com a variação da espessura do filme adesivo.

Wu et al. [45]

Neste trabalho foi investigada a falha de juntas em topo a topo com ângulo e em degrau, com defeito no filme adesivo, através da mudança da sua localização, assim como tamanho e largura. Os autores pretenderam com isto, saber qual o dano tolerado pela ligação adesiva. Para esse efeito, utilizaram uma análise de MEF. Fizeram um estudo sobre os parâmetros que pudessem influenciar a tolerância do dano, como, a sequência do empilhamento, a presença de uma reparação ou o número de degraus na junta em degrau. Os critérios de rotura utilizados foram a tensão máxima ao corte, quando o adesivo apresentava comportamento elástico e deformação máxima ao corte quando o adesivo apresentava não linearidade. Os resultados foram comparados no fim de cada simulação, para os diferentes critérios de rotura. Assim, os autores concluíram que não se consegue melhorar a tolerância ao dano de uma junta topo a topo com ângulo, mas a junta em degrau contém mais parâmetros que podem ser otimizados para aumentar esta tolerância.

Le Pavic et al. [46]

A necessidade de ferramentas preditivas para a estimar a resistência de juntas adesivas levou os autores a desenvolver um critério rápido que pudesse prever a falha, numa fase de conceção. A ferramenta desenvolvida usa um critério de tensão e energia acoplado para prever a falha, pois, este critério cumpre os requisitos de prever a resistência de forma conservativa, não é afetado pela mudança de geometria, nem pelo carregamento. A distribuição de tensões foi obtida através de um método semianalítico. Para testar esta metodologia fabricaram provetes com dois entalhes, um em cada ponta, ligado por um adesivo rígido. Utilizaram o aparelho Arcan modificado capaz de mudar o ângulo de carregamento, de modo, a que o carregamento ficasse em tensão pura, corte puro e misto. Os resultados experimentais foram comparados com o MEF e o método semianalítico desenvolvido. A previsão feita pelo método desenvolvido mostrou ser conservativa em todos os carregamentos, mas com um tempo de computação muito reduzido quando comparado com o MEF.

Sugiman e Ahmad [39]

Neste trabalho os MDC e a mecânica do dano contínuo são comparados com ensaios experimentais para prever a resistência em juntas adesivas. Ainda, o efeito da viscosidade e do tamanho da malha são elucidados para prever a carga de rotura assim como, o tempo de computação para JSS. O estudo de convergência consistiu em fazer variar o rácio altura e comprimento dos diferentes elementos. Em ambos os modelos, os autores identificaram que as malhas com um rácio de 1 captam bem os picos de tensão e deformação, sendo esta relação a recomendada. A viscosidade foi alterada de 0 a 0,01 s e mostrou ser essencial para a convergência do modelo de dano contínuo. Esta, apresenta pouca expressão no aumento da força máxima, mas faz diminuir o tempo de computação. Em seguida, os resultados dos ensaios à tração foram comparados com as previsões de resistência feitas pelo MDC e o modelo de dano contínuo. Ambos os modelos foram capazes de prever a carga estática máxima, contudo o MDC mostrou ser mais preciso e avaliar melhor o dano.

Demiral e Kadioglu [47]

Uma análise tridimensional de JSS com diferentes ângulos de empilhamento do aderente e sujeita a carga axial foi feita neste trabalho. Os autores pretendiam estudar o dano no aderente, feito em compósito, e no filme adesivo em simultâneo. Para isso, um MDC foi utilizado para modelar o adesivo enquanto as diferentes camadas de empilhamento foram modeladas por um modelo de dano contínuo implementado através de uma sub-rotina no *software* ABAQUS®. As juntas adesivas foram testadas sob carga axial com diferentes espessuras e comprimentos de sobreposição. O modelo proposto conseguiu acomodar o início do dano, a sua propagação e o efeito não linear do material sujeito ao corte. O modelo proposto obteve resultados satisfatórios para prever a carga com diferentes ângulos de empilhamento. O modelo numérico previu que não há grandes alterações de tensões com o aumento de espessura de filme adesivo, mas quanto maior for o comprimento de sobreposição maior será a carga máxima que a junta suporta.

de Almeida et al. [48]

Neste trabalho foram feitos ensaios experimentais de juntas em T quando sujeitas a um esforço de arrancamento. Estas juntas foram fabricadas por um processo de soldadura, ligação adesiva ou um processo híbrido que combina a ligação adesiva com soldadura. Foram usados três adesivos, variando a sua rigidez. Os resultados experimentais foram comparados com as previsões de resistência e distribuição de tensões obtidos por um MDC. Através dos ensaios, os autores descobriram que a força máxima é maior para as juntas em T soldadas em relação às ligadas por um adesivo. Ainda, constataram que as juntas híbridas em T apresentam maior resistência do que as simplesmente soldadas ou ligadas por um adesivo. Foi observado que as tensões diminuía consideravelmente para as juntas híbridas em T quando comparadas com as juntas soldadas. O MDC apresentou alguns desvios em relação aos ensaios experimentais. Este previu por excesso a resistência em todas as juntas e nos diferentes processos de fabrico. Os autores consideraram que estes resultados eram aceitáveis e o MDC era capaz de modelar as diferentes juntas em T.

Machado et al. [49]

Neste trabalho o MEFE foi utilizado para prever a resistência de juntas em degrau com diferentes comprimentos de sobreposição. Foram realizados ensaios experimentais com três tipos de adesivos, (desde rígido até dúctil). A previsão feita pelo modelo numérico continha critérios de iniciação de dano baseados nas tensões ou nas deformações. Foram avaliadas diferentes leis de dano nomeadamente a exponencial e linear. Experimentalmente os autores descobriram que a carga máxima varia com o adesivo e comprimento de sobreposição. A ductilidade dos adesivos mostrou ser uma mais-valia com o aumento do comprimento de sobreposição, tendo as juntas adesivas dúcteis superado a carga máxima das juntas rígidas. O modelo de MEFE mostrou conseguir prever a iniciação do dano quando os critérios de tensão foram utilizados. Para os critérios de deformação a previsão era imprecisa. A lei de dano triangular mostrou ser melhor que a lei de dano exponencial para prever a resistência da junta. O MEFE mostrou ser capaz de prever a resistência da junta quando os parâmetros são cuidadosamente escolhidos.

Stein et al. [44]

Neste trabalho foi desenvolvido um MEFE melhorado. A análise realizada permite modelar a propagação de fendas incluindo, desviar o trajeto quando esta se aproxima da interface. A ideia da melhoria trata de detectar se a fenda ao propagar no filme adesivo vai passar para o aderente e nestas situações redirecionando a fenda de acordo com o ângulo de incidência. Caso contrário, a propagação da fenda é perpendicular à tensão máxima principal. O modelo proposto foi comparado com resultados experimentais existentes na literatura. Os resultados da literatura escolhidos validam a abordagem proposta, apresentando resultados idênticos.

de Sousa et al. [50]

Neste trabalho os autores pretendiam comparar diferentes métodos analíticos (Volkersen, Goland and Reissner e Hart-Smith) e métodos numéricos (MDC e MEFE) para prever a resistência de JSS. O objetivo era avaliar qual destes métodos conseguia prever melhor a resistência quando comparado com resultados experimentais. Para isso utilizaram três tipos de adesivo, desde dúctil a rígido, com quatro comprimentos de sobreposição diferentes. Os resultados experimentais mostraram que os adesivos rígidos não obtinham ganhos significativos de resistência com o aumento do comprimento de sobreposição, enquanto os outros dois adesivos mais dúcteis, aumentaram a força de rotura ao permitirem a plastificação do adesivo. Os métodos analíticos mostram-se precisos apenas para alguns dos casos experimentais. O método de Volkersen foi preciso para comprimentos de sobreposição pequenos e quando o adesivo era rígido. Tanto o método de Goland and Reissner e Hart-Smith sob previram a resistência da ligação. Contudo, o método de Hart-Smith é capaz de prever com precisão a resistência de adesivos muito dúcteis. O método numérico MDC mostrou ser bastante preciso, com a exceção das juntas feitas com o adesivo mais dúctil. Por outro lado, o MEFE mostrou não ser adequado para prever a resistência das juntas adesivas, sob prevendo a sua resistência, caso ainda mais acentuado quando a propagação da fenda está associada a um modo misto.

2.3. Métodos sem malha

A simulação de problemas de engenharia é realizada sobretudo através de MEF. Este método, apesar de ser o mais estudado, requer alguma consideração quando usado em problemas de geometria complexa ou grandes deformações, uma vez que a precisão do método depende da malha [51]. Uma forma mais conveniente de resolver estes problemas é utilizar métodos sem malha [52]. Devido à possibilidade de haver alteração de interação dos nós com a evolução do modelo, a modelação de fraturas e fendas é mais simples. Os métodos sem malha conseguem lidar com problemas de geometria e materiais não lineares, como o caso de grandes deformações pois não há distorção de malha [53].

Nos métodos sem malha a geometria é discretizada através de nós que podem estar repartidos de forma estruturada ou aleatória. Uma vez que a distribuição nodal é criada, a conectividade entre os nós pode ser estabelecida por meio de diferentes métodos. Por exemplo, o *Radial Point*

Interpolation Method (RPIM), e alguns de os seus derivados, utiliza funções polinomiais e radiais para estabelecer a conectividade nodal [54].

Um dos primeiros métodos sem malha criados foi o *Smooth Particle Hidrodynamics* (SPH) [55]. Este foi aplicado a fenómenos astrofísicos que não contém fronteiras, como o estudo de explosão de estrelas e nuvens de poeira cósmica [51]. O *Diffuse Element Method* (DEM) [56], foi o primeiro método sem malha a utilizar o método dos mínimos quadrados (MMQ) como função de aproximação, com o intuito de tornar mais suave as funções de aproximação. O *Element Free Galerkin Method* (EFGM) [57], surgiu com o aprofundamento do DEM a resolução de problemas com a forma fraca de Galerkin. O *Reproducing Kernel Particles Method* (RKPM) [58] foi desenvolvido para melhorar o SPH através da utilização de funções de correção, satisfazendo assim os requisitos de continuidade.

As dificuldades em implementar as fronteiras essenciais torna os métodos anteriores pouco atrativos, para problemas de mecânica computacional [54]. Isto deve-se à falta da propriedade de Delta de Kronecker. Desta forma, o *Point Interpolation Method* (PIM) [59] foi desenvolvido com funções de aproximação polinomiais, que percorrem cada nó dentro do seu domínio de influência, conferindo assim a propriedade de Delta de Kronecker. As funções de aproximação de base polinomial precisam de técnicas especiais para serem implementadas [54]. Assim, o RPIM [54] foi desenvolvido usando funções de forma de base radial o que resolve o problema anterior. À semelhança do PIM as funções de forma do RPIM possuem a propriedade da Delta de Kronecker. Esta propriedade, também está presente nas funções de forma do FEM, o que torna a imposição das condições fronteira num processo similar ao usado no FEM [54]. Posteriormente, Dinis et al. [60], desenvolveram o *Natural Neighbour Radial Point Interpolation Method* (NNRPIM), em que consiste na combinação das funções de aproximação do RPIM com o conceito dos vizinhos naturais desenvolvido no *Natural Element Method* (NEM) [61]. Este método apresenta menor esforço computacional quando comparado com o RPIM, com uma malha mais grosseira que o MEF consegue ser mais preciso e apresentar uma maior taxa de convergência e aplicado a problemas de 3D obtém resultados muito semelhantes ao MEF [60].

2.3.1. Descrição geral dos métodos sem malha

Nos métodos sem malha é primeiro estabelecido o contorno do domínio o que permite estabelecer as fronteiras essenciais e naturais Figura 17 a). Com o domínio e as fronteiras identificadas um conjunto de nós forma uma distribuição nodal regular Figura 17 b) ou irregular Figura 17 c). Como se observa na Figura 17 esta distribuição nodal não forma uma malha, num método sem malha apenas é preciso saber a localização dos nós no espaço para discretizar o domínio [62]. A densidade e a distribuição nodal estão diretamente relacionadas com a precisão que se pretende. Geralmente as zonas de concentração de tensões devem apresentar maior densidade de nodal quando comparada com zonas onde a distribuição de tensão é suave. De salientar, que o tempo computacional é diretamente proporcional à densidade de nós utilizado [62]. Depois dependendo do método escolhido uma malha de fundo, com dependência nodal ou sem dependência nodal é construída [63].

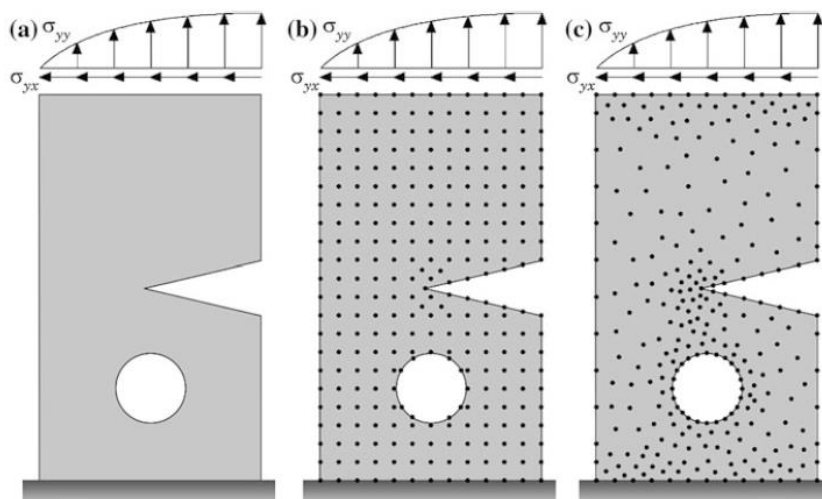


Figura 17 – a) modelo 2D; b) distribuição regular dos nós; c) distribuição irregular dos nós [62].

A conectividade dos nodal é assegurada pelos domínios de suporte, que se tratam de áreas ou volumes que contém os nós de campo. A forma mais comum dos domínios de suporte são círculos ou retângulos. A forma e o tamanho do domínio de suporte, depende da posição dos nós e afetam os resultados. Assim, é recomendado que todos os domínios de suporte contenham o mesmo número de nós, tornando o tamanho do domínio depende da densidade nodal [51, 62].

Por último, estabelece-se o sistema de equações do problema. As variáveis de campo a serem estudadas, geralmente os deslocamentos, são formuladas de forma aproximada. As equações são agrupadas em nós locais para depois se criar o sistema de equações global, em que relaciona os nós [62]. As diferenças entre a aplicação do MEF e os métodos sem malha está representada na Figura 18.

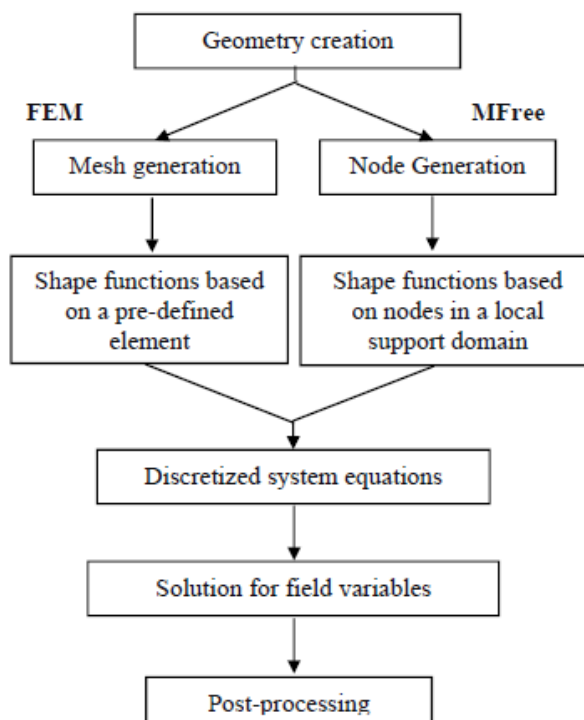


Figura 18 - Fluxograma para MEF e métodos sem malha [63].

Estes métodos divergem na fase de criação da malha e na construção das funções de forma. No MEF a função de forma é construída através dos elementos e igual para todos eles. Nos métodos sem malha a função de forma muda consoante a posição do ponto de interesse e a construção dos elementos é feita durante a análise e não previamente estabelecida como no MEF [52]. No decorrer deste capítulo vai-se explicar a formulação do RPIM e em seguida as diferenças existentes no NNRPIM.

2.3.2. Formulação RPIM

O RPIM foi desenvolvido por Wang e Liu [54] com o intuito de superar possíveis singularidades que ocorrem em métodos sem malha baseados em funções de aproximação com MMQ. Este método, utiliza funções de aproximação de base radial combinado com funções polinomiais. Ao ser utilizado a função radial o problema das singularidades é eliminado. A função de aproximação atravessa todo os nós do domínio, o que faz com que esta contenha as propriedades de Delta Kronecker. Isto, faz com que a implementação das fronteiras naturais e essenciais sejam mais fáceis do que os métodos que usam a função de aproximação de MMQ. Ainda se torna mais eficiente que estes últimos métodos, devido à simplicidade das funções de aproximação.

2.3.2.1. Domínios de influência e conectividade nodal

A conectividade nodal no MEF é assegurada pela malha de elementos finitos previamente definida. Nos métodos sem malha não existe relações predefinidas entre os nós, o que faz com que a conectividade nodal seja feita após a distribuição nodal [62]. Nos métodos sem malha a conectividade nodal é assegurada pela sobreposição dos domínios de influência. Os domínios de influência podem ser entendidos como a influência que cada ponto de interesse exerce num determinado domínio. OS domínios de influência são representado para cada ponto de interesse no problema e podem apresentar diferentes formas, como círculos ou retângulos [52, 62]. Os domínios de influência devem conter o mesmo número de nós, uma vez que domínios de influência que não são balanceados afetam o desempenho e a solução final. Assim, é preferível que o seu tamanho varie de forma a acomodar o mesmo número de nós dentro de cada domínio de influência. Na Figura 19 a) e b) estão representadas diferentes formas de domínios de influência e ainda na Figura 19 c) um domínio de influência adaptável mantendo o mesmo número de nós.

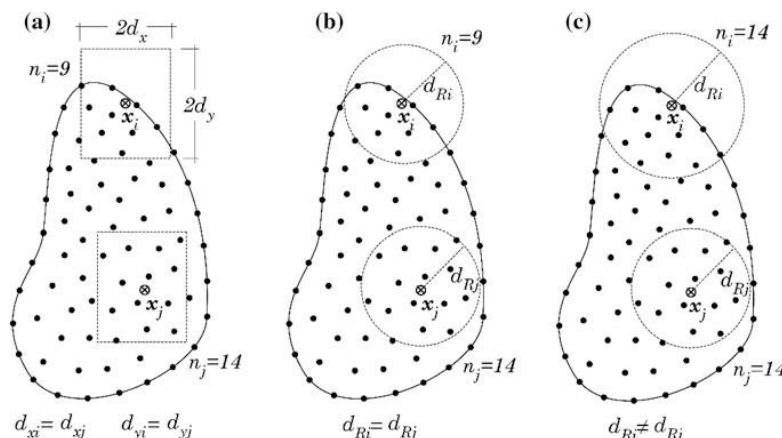


Figura 19 – Domínio de influência fixo retangular a) Domínio de influência fixo circular b) Domínio de influência adaptável circular [62].

2.3.2.2. Integração numérica

Nos métodos numéricos que usam a formulação fraca de Galerkin, o processo de integração consome uma elevada percentagem de recursos computacionais, devido à determinação do sistema de equações integro-diferenciais que regem o fenómeno físico em estudo. No MEF a malha de integração é coincidente com a malha de elementos finitos. No caso dos métodos sem malha não existe tal relação. Isto, torna impossível definir uma malha de integração de fundo *à priori*. Recorrendo ao esquema de *Gauss-Legendre* é possível criar uma malha de integração de fundo. Este esquema de integração divide o domínio do problema numa grelha de células. Dentro de cada célula são colocados os pontos de integração de gauss. Esta grelha pode ser maior que o domínio do problema ou do mesmo tamanho. Na Figura 20 está representado diferentes malhas de integração de fundo.

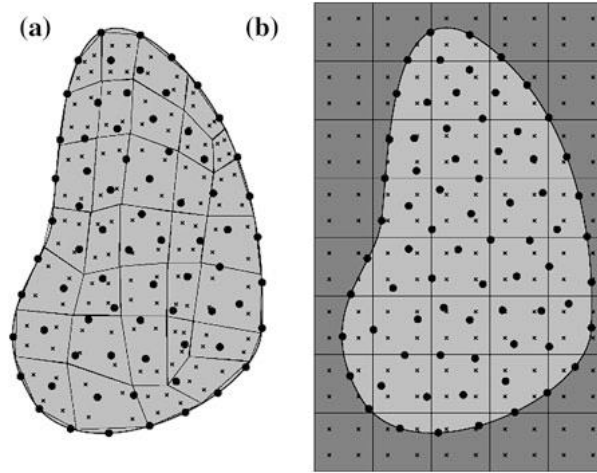


Figura 20 – Malha de integração de fundo do tamanho do domínio do problema a) maior que o domínio do problema b) [62].

Quando se usa uma malha de integração maior que o domínio do problema esta requer pós-processamento para eliminar os pontos de *Gauss* fora do domínio [62]. Com a malha de integração de fundo formada os seus elementos são transformados na forma paramétrica através e os pontos de gauss são distribuídos. Em seguida são obtidas as coordenadas dos pontos de gauss:

$$x = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) \cdot x_i \quad (1)$$

$$y = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) \cdot y_i \quad (2)$$

em que m é o número de nós que definem o elemento, ξ e η são as coordenadas naturais, N_i a função de forma e x_i e y_i são as coordenadas cartesianas dos nós da célula. O peso de integração da quadratura de Gauss é obtido pela multiplicação do peso isoparamétrico do ponto pela inversa da matriz jacobiana (J) para a respetiva célula.

$$[J] = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (3)$$

A integração numérica fica no domínio do problema Ω fica:

$$\int_{\Omega} F(x).d\Omega = \sum_l \sum_{i=1}^{n_g} \hat{w}_i F(x_i) \quad (4)$$

Onde $\hat{w}_i$ é o peso de integração para o ponto x_i , e n_c e n_g são o número de células totais e o número de pontos de *Gauss* totais na malha de integração de fundo, respetivamente.

2.3.3. Formulação NNRPIM

O método sem malha NNRPIM foi desenvolvido por Dinis et al. [60], que consiste numa melhoria do RPIM através do conceito de vizinhos naturais proposto por Sukumar et al. [61]. Este método, usa células de Voronoï para construir as células de influência e a triangulação de Delaunay para a construção da malha de fundo. Assim, a conectividade nodal é assegurada pelas células de influência substituindo o conceito de domínio de influência. Este método, apenas precisa da informação espacial dos nós para criar a malha de integração de fundo, o que o torna um verdadeiro método sem malha [62]. As funções de interpolação são muito semelhantes ao RPIM, contudo à algumas diferenças que mudam o desempenho do método.

2.3.3.1. Vizinhos naturais

O diagrama de Voronoï e a triangulação de Delaunay são conceitos matemáticos importantes na determinação dos vizinhos naturais desenvolvido por Sibson [64]. Em seguida vai ser explicado a aplicação bidimensional deste conceito. Considerando um domínio Ω completamente discretizado pelo conjunto de pontos nodais $N = \{n_0, n_1, \dots, n_N\}$. Os nós podem encontrar-se espalhados pelo domínio Ω de forma regular ou irregular com coordenadas $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \in \Omega$.

O diagrama de Voronoï é a partição do domínio definido por N , em sub-regiões, V_I . A cada sub-região V_I está associado um nó de interesse x_I de forma que qualquer nó no interior de V_I está mais próximo de n_I do que n_j [60].

$$V_I = \{n \in \mathbb{R}^2 : \varepsilon_n(n, n_I) < \varepsilon_n(n, n_J) \forall J \neq I\} \quad (5)$$

A construção de uma sub-região passa primeiro por:

- Identificar o conjunto de possíveis nós de um vizinho natural de n_0

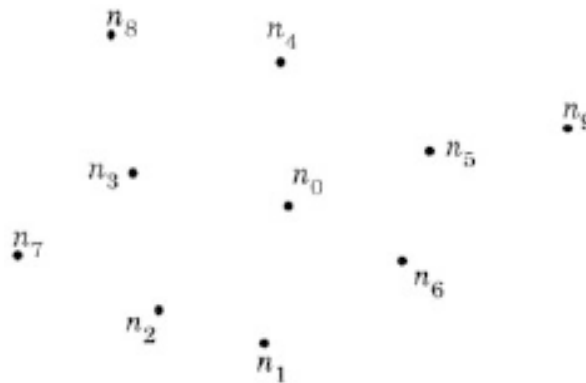


Figura 21 - Conjunto inicial de nós de potenciais nós vizinhos [62].

- Selecionando um potencial nó vizinho, por exemplo n_4 , traça-se uma linha até n_0 , e em seguida define-se o vetor normal n_{40} , onde 0 é o nó central em estudo. Desta forma é possível criar uma reta [62].

$$u_{40}x + v_{40}y \geq u_{40}x_4 + v_{40}y_4 \quad (6)$$

Após a definição desta reta os pontos que não respeitem (7) são eliminados.

$$u_{40}x + v_{40}y = u_{40}x_4 + v_{40}y_4 \quad (7)$$

Esta definição significa que apenas os nós dentro do perímetro formado por V_0^* são considerados nós vizinhos [60].

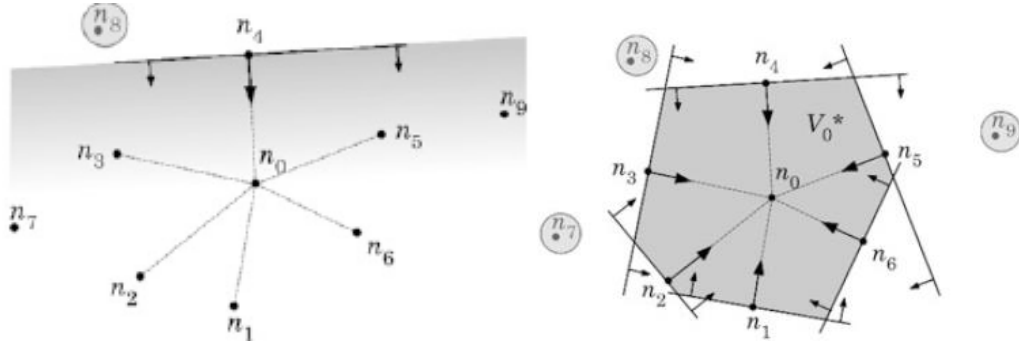


Figura 22 - Primeira reta experimental e respetiva célula experimental [62].

- A célula final V_0 , é a célula homotética de V_0^* , que consiste em dividir a distância do nó central ao nó vizinho para metade.

$$d_{0i}^* = \frac{d_{0i}}{2} = \frac{\|x_0 - x_i\|}{2} \quad (8)$$

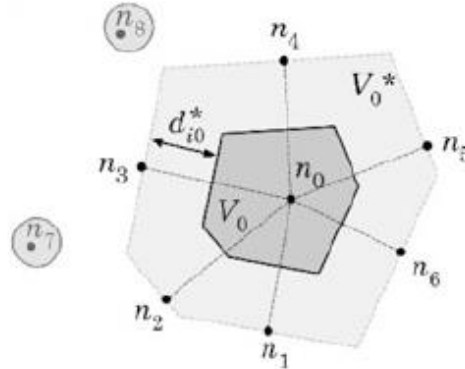


Figura 23 - Célula de Voronoï, V_0 [62].

- Um processo idêntico é feito para as restantes células de Voronoï obtendo-se o diagrama de Voronoï.

A triangulação de Delaunay é uma construção geométrica que conecta os nós que possuem fronteiras comuns. Esta construção implica que apenas exista uma fronteira de Delaunay apenas para os casos em que as células de Voronoï partilhem os mesmos nós.

2.3.3.2. Células de influência e conectividade nodal

A conectividade nodal é assegurada pela sobreposição de diferentes células de influência em cada nó. As células de influência podem ser agrupadas em duas categorias.

As células de influência de primeiro grau são aquelas que formam um diagrama de Voronoi em relação ao ponto de interesse, X_I . Por este motivo, é que são designadas células de primeiro grau. As células de influência de segundo grau, baseadas na construção do diagrama de Voronoi anterior, formam os seus vizinhos naturais. Na Figura 24 estão representados os dois tipos de células de influência.

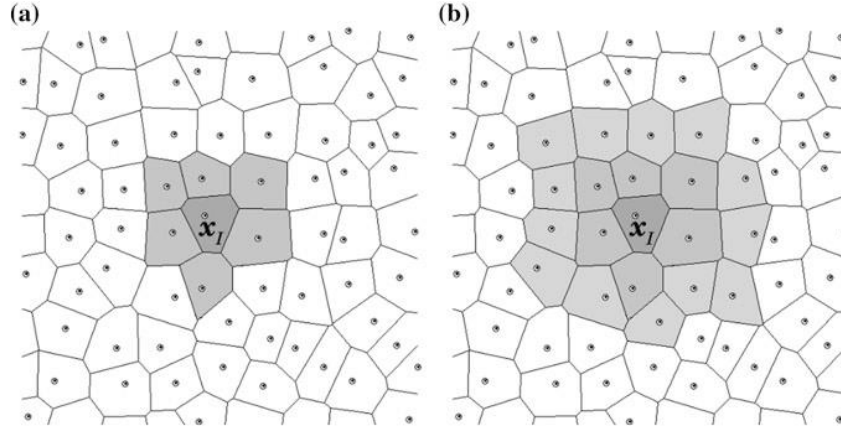


Figura 24 – Células de influência de primeiro grau a) Células de influência de segunda ordem b) [62].

2.3.3.3. Integração numérica

A integração numérica é feita através da construção da célula de Voronoi em relação ao ponto, n_I e determinando os vértices P_{Ii} do polígono formado V_I . Em seguida obtém-se os pontos médios M_{Ii} entre o nó I e os seus vizinhos naturais. Assim a célula de Voronoi V_I fica dividida em n sub-células S_{Ii} .

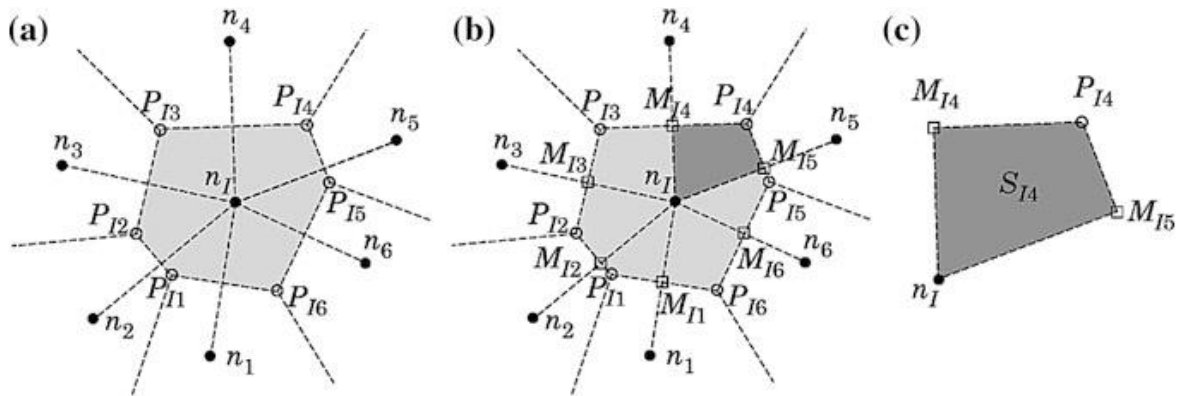


Figura 25 – a Célula de Voronoi e os respetivos vértices P_{Ii} b Pontos médios dos polígonos M_{Ii} c Quadrilátero formado pelo ponto médio, vértices e nó n_I [62].

A partição da área célula de Voronoi A_{V_I} em n sub-células de área $A_{S_{Ii}}$ é dada pela equação (9)

$$A_{V_I} = \sum_{i=1}^n A_{S_{Ii}}, \quad \forall A_{S_{Ii}} \geq 0 \quad (9)$$

O esquema de integração é obtido através do método da quadratura de Gauss. Primeiro é encontrado o centro geométrico de cada quadrilátero e assim formam-se sub-quadriláteros. O sub-quadrilátero é depois preenchido pelos pontos de integração dependendo do esquema de integração. Na Figura 26 estão representados o esquema de integração de 1x1, que significa que

por sub-quadrilátero vai haver 1 ponto de integração e 3x3 que significa que por sub-quadrilátero existem 9 pontos de integração.

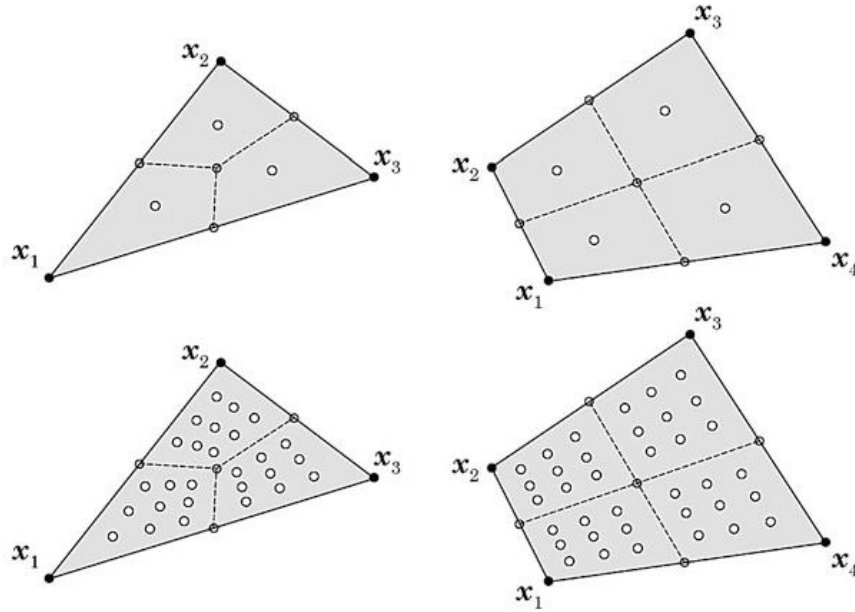


Figura 26- Método de integração de Gauss-Lagrange para quadriláteros e triângulos [62].

2.3.3.4. Função de forma

A função de forma para o NNRPIM é obtida através da combinação de uma FBR e uma função polinomial. Assumindo que apenas os nós dentro da célula de influência do ponto de interesse $\mathbf{X}_I$ afetam a função de forma $\mathbf{u}(\mathbf{X}_I)$, resulta:

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}_I) = \sum_{i=1}^n R_i(\mathbf{X}_I) a_i(\mathbf{X}_I) + \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{X}_I) b_j(\mathbf{X}_I) = \left\{ R^T(\mathbf{X}_I), p^T(\mathbf{X}_I) \right\} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Na equação (10) $R_i(\mathbf{X}_I)$ é a FBR, n é o número de nós da célula de influência $\mathbf{X}_I$. Os coeficientes $a_i(\mathbf{X}_I)$ e $b_i(\mathbf{X}_I)$ são coeficientes não constantes das FBR $R_i(\mathbf{X}_I)$ e polinomial $P_i(\mathbf{X}_I)$. A função polinomial é definida por uma base de monômios m .

$$\begin{aligned} R^T(\mathbf{X}_I) &= \{R_1(\mathbf{X}_I), R_2(\mathbf{X}_I), \dots, R_n(\mathbf{X}_I)\}, \\ P^T(\mathbf{X}_I) &= \{P_1(\mathbf{X}_I), P_2(\mathbf{X}_I), \dots, P_m(\mathbf{X}_I)\}, \\ a^T(\mathbf{X}_I) &= \{a_1(\mathbf{X}_I), a_2(\mathbf{X}_I), \dots, a_n(\mathbf{X}_I)\}, \\ b^T(\mathbf{X}_I) &= \{b_1(\mathbf{X}_I), b_2(\mathbf{X}_I), \dots, b_m(\mathbf{X}_I)\}, \end{aligned} \quad (11)$$

A forma multiquadrática da FBR é a que se obtém melhores resultados [60], então:

$$R(r_{ii}) = (r_{ii}^2 + c^2)^p \quad (12)$$

Onde c e p são parâmetros de forma. Estes parâmetros são obtidos por testes numéricos e podem representar uma desvantagem pois a sua variação afeta a qualidade dos resultados. A literatura sugere que $c \ll 1$ e $p \cong 1$, fornecem os melhores resultados. Nesta dissertação os valores de c e p são assumidos como 0,0001 e 0,9999, respetivamente [63]. Para assegurar que a matriz de FBR é invertível é adicionada a função polinomial. Esta, pode apresentar diversas formas:

Base Nula: $P^T(X) = \{0\}; m = 0$

Base Constante: $P^T(X) = \{1\}; m = 1$

Base Linear: $P^T(X) = \{1, x, y\}; m = 3$ (13)

Base Quadrática: $P^T(X) = \{1, x, y, x^2, xy, y^2\}; m = 6$

Geralmente, utilizam-se funções polinomiais de baixa ordem ($m \leq 1$). Dinis et al. [60] descobriram que a função polinomial de base constante resulta em distribuições de tensões mais suaves e precisas. De forma a obter uma solução única a função polinomial tem de satisfazer:

$$\sum_{j=1}^m p_j(X_I) a_i(X_I) = 0 \quad (14)$$

Uma nova matriz pode ser escrita:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_Q & \mathbf{P}_m \\ \mathbf{P}_m^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{G} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Onde,

$$\mathbf{u}_s = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}^T \quad (16)$$

$$\mathbf{R}_Q = \begin{bmatrix} R(r_{11}) & R(r_{21}) & \dots & R(r_{1n}) \\ R(r_{21}) & R(r_{22}) & \dots & R(r_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R(r_{n1}) & R(r_{n2}) & \dots & R(r_{nm}) \end{bmatrix} \quad (17)$$

A matriz G tem de ser simétrica por causa da distância ser independente da direção $R(r_{ij}) = R(r_{ji})$. Ao resolver a equação (15) e substituir na equação (10) resulta.

$$\mathbf{u}(X_I) = \{R^T(X_I), \mathbf{p}^T(X_I)\} \mathbf{G}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ 0 \end{Bmatrix} = \varphi(X_I) \mathbf{u}_s \quad (18)$$

Onde φ são as funções de forma definidas por:

$$\varphi(X_I) = \{R^T(X_I), \mathbf{p}^T(X_I)\} \mathbf{G}^{-1} \quad (19)$$

A derivada parcial em relação a uma varável ξ fica:

$$\varphi_{,\xi}(X_I) = \{R_{,\xi}^T(X_I), \mathbf{p}_{,\xi}^T(X_I)\} \mathbf{G}^{-1} \quad (20)$$

As derivadas parciais da função multiquadrática da FBR em ordem a x e y são:

$$\mathbf{R}_{,x} = 2p(r_{ij}^2 + c^2)^{p-1}(x_j - x_i) \quad (21)$$

$$\mathbf{R}_{,y} = 2p(r_{ij}^2 + c^2)^{p-1}(y_j - y_i) \quad (22)$$

Os trabalhos de Wang [54, 65] sustêm que as funções possuem as propriedades de Delta Kronecker e a partição da unidade:

$$\varphi_i(X_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i \neq j) \\ 0 & (i = j) \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i(X_i) = 1 \quad (24)$$

Para a resolução das equações diferenciais parciais, converte-se para a forma fraca, isto é, usa-se um método energético. A forma fraca mais utilizada em problemas de mecânica dos sólidos foi desenvolvida por Garlekin [66].

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \cdot d\boldsymbol{\varepsilon} \, d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot d\mathbf{u} \, d\Omega - \int_{\Gamma} \bar{\mathbf{t}} \cdot d\mathbf{u} \, d\Gamma = 0 \quad (25)$$

Onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o vetor de tensão relacionado com a deformação $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\mathbf{b}$ é a força livre do corpo, $\bar{\mathbf{t}}$ é a tensão aplicada e $\mathbf{u}$ é o deslocamento na fronteira Γ . Com a equação anterior é possível determinar a matriz de rigidez ($\mathbf{K}$) e com os segundos e terceiros termos pode-se escrever o vetor de forças, $\mathbf{f}$.

$$\mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{f} = 0 \quad (26)$$

2.3.4. Hiperelasticidade

Em aplicações estruturais é comum serem utilizados adesivos rígidos. Estes adesivos, promovem uma boa transmissão de carga permitindo a distribuição entre os aderentes. Contudo, estes adesivos apresentam uma fratura frágil. Nas situações em que não é pretendido este tipo de rotura, são utilizados adesivos flexíveis [67]. Estes adesivos apresentam um comportamento não linear, não sendo corretamente caracterizados por modelos elásticos ou elasto-plásticos. Isto, faz com que seja necessário usar um modelo hiperelástico para reproduzir o seu comportamento [68]. Nos modelos hiperelásticos, para obtenção dos coeficientes, é preferível ter informação sob vários estados de tensão. Assim, é normal realizar-se testes em provetes maciços à tração, compressão, estado plano de tensão e estado biaxial de tensão [68]. A escolha do modelo hiperelástico deve ser feita de acordo com o modelo que mostram melhor correlação com os dados experimentais [69]. Existem diversos modelos hiperelásticos que podem ser utilizados como: Neo-Hookean [70], Mooney-Rivlin [71], Yeoh [72] ou Ogden [73]. Este comportamento do material tem sido aplicado a juntas adesivas ligadas por adesivos flexíveis na sua maioria em pacotes comerciais. Por outro lado, parece ainda não ter sido aplicado a métodos sem malha. Contudo, já existe implementação de adesivos flexíveis com métodos sem malha [74].

2.3.4.1. Comportamento hiperelástico

O comportamento dos materiais é um fator determinante para a simulação numérica prever de forma adequada a tensão e a deformação de rotura em juntas adesivas [68]. Um comportamento típico dos materiais apresenta é o comportamento elástico, isto é, recuperam a sua forma original quando retirada a carga. A linearidade elástica é uma forma elementar de descrever o modelo material onde existe proporcionalidade entre tensão e a deformação [68].

Apesar de um número elevado de materiais apresentar comportamento elástico, muitos sofrem deformações permanentes, também designada por deformação plástica, para maiores magnitudes de deformação [75]. O material deixa de apresentar proporcionalidade entre tensão e deformação assumindo um comportamento não linear. Este modelo material é conhecido por elasto-plástico e esta transição ocorre no ponto de cedência [68]. Contudo, estes modelos materiais são adequados para descrever juntas adesivas ligadas por adesivos rígidos porque devido à sua rigidez transmitem carga numa região concentrada não permitindo plastificação o que leva à rotura prematura do filme adesivo [76].

Os adesivos flexíveis apresentam propriedades semelhantes a borrachas sendo mais adequado serem tratados como materiais hiperelástico. Este comportamento de material trata-se de um caso específico dentro de elasticidade, em que o material exibe comportamento não linear, e é adequado para deformações acima de 700% do seu comprimento inicial [68, 75, 77]. Na teoria de borracha as propriedades elásticas dos materiais são caracterizados por uma função de energia de deformação (W) [78]. Esta função, pode ser ainda expressa em termos de invariantes ou dos alongamentos principais:

$$W(I_1, I_2, I_3) \quad (27)$$

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (28)$$

No subcapítulo seguinte irão ser abordados diferentes modelos hiperelástico onde utilizam uma das abordagens anteriormente apresentadas.

2.3.4.2. Modelos hiperelásticos

Nesta secção foram seleccionados modelos apropriados para serem implementados em técnicas numéricas e com uma abordagem preocupada com o ajuste dos modelos matemáticos aos dados experimentais. Esta geralmente é a abordagem a seguir em problemas de engenharia [79]. Antes da apresentação dos modelos hiperelásticos é preciso perceber a relação existente entre as invariantes principais e os alongamentos, assim:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (29)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (30)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (31)$$

Considerando que o material é incompressível, resulta:

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 \quad (32)$$

Em seguida são apresentados os mais comuns para analisar adesivos flexíveis [68].

- Mooney-Rivlin

Mooney estabeleceu uma teoria elasticidade capaz de descrever o comportamento de um material que se assemelha a borracha. Nesta teoria, a função de energia de deformação foi desenvolvida tendo em conta os alongamentos principais. Mais tarde, Rivlin aprofundou o desenvolvimento desta teoria fazendo uma série de ensaios extensivos sobre o tema e expressou a função de energia de deformação por meio dos termos invariantes [71, 80].

$$W(I_1, I_2) = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (33)$$

Onde a constante C_1 representa o módulo de elasticidade transversal e a constante C_2 é reconhecida como um fator de correção designado por módulo de assimetria [80].

- Neo-hookean

Numa série de artigos Treloar estabeleceu uma relação do trabalho de deformação em função de três alongamentos principais. Mais tarde realizou ensaios para obter uma correlação com experimental com a equação deduzida [70].

$$W(I_1) = \frac{1}{2} \mu (I_1 - 3) \quad (34)$$

Onde μ representa o modulo de elasticidade transversal. A equação (32) mostra que há uma relação linear entre os dois primeiros alongamentos, logo são apenas necessários estes para descrever as invariantes [81]. Ao comparar com a teoria de Mooney-Rivlin observa-se que esta equação de energia é um caso especial em que $C_2 = 0$ [82].

- Ogden

O uso de invariantes como variáveis da função de energia de deformação torna complicada a análise matemática. De forma a não comprometer a resposta mecânica dos materiais que se assemelham a borrachas e mantendo a simplicidade matemática, Ogden propôs um modelo hiperelástico em que a função de energia tem como variáveis os alongamentos principais [73].

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{K=1}^N \frac{\mu_K}{\alpha_K} (\lambda_1^{\alpha_K} + \lambda_2^{\alpha_K} + \lambda_3^{\alpha_K} - 3) \quad (35)$$

- Yeoh

Yeoh desenvolveu o seu modelo sabendo que $\partial W / \partial I_1$ é muito maior que $\partial W / \partial I_2$ e dessa forma desprezou este último termo, sem obter erros significativo. Desta forma é esperado que tenha pouco impacto no resultado. Por outro lado, que I_2 tem uma correlação com I_1 o que faz com que parte negligenciada esteja contida no termo $\partial W / \partial I_1$. A equação de deformação de energia de Rivlin passa a ser da forma cúbica [72].

$$W(I_1) = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_1 - 3)^3 \quad (36)$$

- Polinomial

Uma generalização dos modelos de Neo-Hookean e Mooney-Rivlin obtém-se assumindo que a equação da energia é uma expansão polinomial dos termos de I_1 e I_2 . O modelo polinomial pode ser então expresso por [77]:

$$W(I_1, I_2) = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (37)$$

A equação (37) pode ainda ser reduzida ao considerar que o efeito da segunda variante é reduzido.

$$W(I_1, I_2) = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i \quad (38)$$

Nesta dissertação vai ser utilizado o modelo de Ogden devido à possibilidade de com esta formulação se conseguir outros modelos materiais. Os modelos de Mooney-Rivlin e Neo-Hookean podem-se considerar casos particulares do modelo de Ogden. Portanto, para se estabelecer equivalência com o modelo de Neo-Hookean assume-se $N = 1$, $\mu_1 = 2C_1$ e $\alpha_1 = 2$. Considerando, $N = 2$, $\mu_1 = 2C_1$, $\mu_2 = -2C_2$ e $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = -2$ obtém-se o modelo de Mooney-Rivlin [75].

2.3.4.3. Propriedades mecânicas dos materiais hiperelásticos

Como já referido anteriormente, a precisão da previsão feita pelo modelo numérico requer um modelo material e propriedades mecânicas que o representem de forma precisa [68]. Ainda, para materiais hiperelásticos é aconselhado obter os coeficientes sob forma de diferentes estados de

tensão. Para esse efeito, os testes mais frequentes são de compressão e tração. Os testes de compressão provocam sempre um estado uniaxial de compressão. Quanto aos testes de tração estes podem ser uniaxiais mas também é comum realizar ensaios biaxiais de tração e em estado plano de tração [83]. A Figura 27 mostra diferentes tipos de ensaios comuns de serem feito a materiais hiperelásticos.

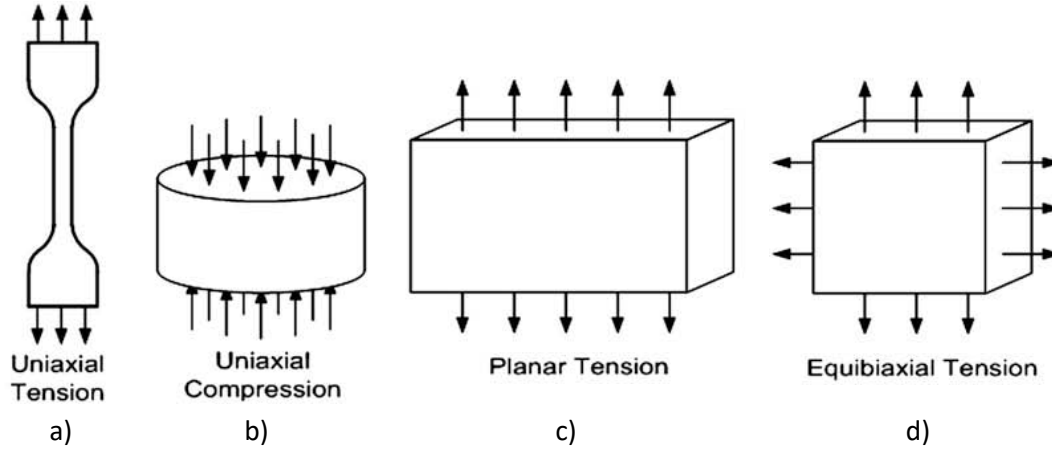


Figura 27 – Ensaio de tração a) ensaio de compressão b) ensaio em estado plano de tração c) e ensaio biaxial de tensão d) [83].

Os testes uniaxiais são feitos com provetes maciços do aderente que apresentam a forma de haltere, quando se pretende tracionar, Figura 27 a), e a forma de um disco quando o ensaio é de compressão, Figura 27 b), [84]. Durante um ensaio uniaxial a relação dos alongamentos nos eixos principais ficam [68]:

$$\lambda_1 = \lambda_u = 1 + \varepsilon_u; \lambda_2 = \lambda_3 = 1 / \sqrt{\lambda_u} \quad (39)$$

Na equação (39) onde λ_u é o alongamento principal na direção do carregamento uniaxial e ε_u é a deformação na direção do carregamento uniaxial.

Para se realizar um ensaios em estado plano de tensão, como representado na Figura 27d), é recomendado que o provete tenha um rácio de largura de pelo menos 10 vezes a altura [84]. O ensaio consiste em fazer tracionar este provete que devido às suas dimensões, apenas vai ter deformações no plano do carregamento, garantindo que a deformação é semelhante ao estado plano de tensão. Os alongamentos principais são [68, 84]:

$$\lambda_1 = \lambda_s, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1 / \lambda_s \quad (40)$$

$$\varepsilon_s = \lambda_s - 1 \quad (41)$$

O ensaio biaxial, representado na Figura 27 d), consistem em alongar um provete de forma quadrada e fina, em duas direções perpendiculares à tração. Este tipo de estado de tensão requiere que se produza igual tração em dois eixos ortogonais. Se for assumido incompressibilidade, os alongamentos neste modo deformação, relacionam-se através da equação (42):

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_b \text{ e } \lambda_3 = 1 / \lambda_b^2 \quad (42)$$

A deformação é definida por:

$$\varepsilon_b = \lambda_b - 1 \quad (43)$$

O índice b na equação anterior representa o alongamento na direção perpendicular ao carregamento.

2.3.4.4. Aplicações numéricas dos modelos hiperelásticos

A aplicação de adesivos flexíveis tem vindo a ser cada vez mais utilizada em diversas indústrias ao invés de adesivos rígidos. Estes podem ser utilizados para absorver impactos e vibrações. Contudo, para ligações adesivas o facto de apresentarem uma distribuição de tensões mais uniforme melhora a resposta à fadiga quando comparada com adesivos rígidos [67].

Chiminelli et al. [67], estudaram diferentes modelos material para reproduzir o comportamento de JSS com substratos de compósito ligadas por adesivos flexíveis. A resistência da junta foi analisada com modelo elástico, elasto-plástico e hiperelástico. Para descobrir as constantes hiperelásticas foram realizados ensaios à compressão e tração, e posteriormente recorrendo a *software* comercial, ajustadas às curvas experimentais obtidas. Dos diferentes comportamentos estudados, o hiperelástico foi o que melhor conseguiu reproduzir a curva σ - ϵ , sendo que a carga máxima no comportamento elasto-plástico era subestimada e no elástico prevista por excesso. Lubowiecka et al. [85] identificaram os parâmetros de um adesivo flexível através do ajuste a dados experimentais, e simularam numericamente o seu efeito numa JSS. O comportamento do adesivo correspondia ao modelo hiperelástico de Neo-Hookean. Com esta informação decidiram estudar a resistência da ligação com aderentes similares ou dissimilares. A simulação numérica foi feita através de um *software* comercial, e mostrou que a rigidez do aderente desempenha elevada importância na deformação e na resistência da junta. A junta ligada com aderentes similares de alumínio obteve uma maior resistência tendo sido o excesso de tensão que provocou a rotura. Na junta ligada com substratos dissimilares de alumínio e poliuretano a deformação foi maior que a junta anterior, tendo sido a rotura causada pelo excesso de deformação. Os autores ainda encontraram diferenças na distribuição de tensões, para as diferentes juntas, apesar de não especificarem quais. Srinivasan et al. [86] estudaram JSS ligadas através da combinação de adesivos rígidos com adesivos flexível. Para o fabrico da junta utilizaram substratos feitos em compósito e dois tipos de adesivos rígidos combinado com um adesivo flexível. Utilizaram um *Software* comercial para a análise numérica e modelaram o adesivo rígido como elasto-plástico e o adesivo flexível com o modelo hiperelástico de Marlow. A utilização deste sistema adesivo mostrou melhorar a resistência da junta quando comparada com juntas ligadas por apenas o adesivo rígido. Sanchez et al. [87] estudaram JSS ligadas com adesivos flexíveis. Utilizaram dois adesivos para ligar as juntas. Para analisar do comportamento mecânica da JSS foram considerados dois tipos de comportamento de material, sendo que estes foram, o hiperelástico e elasto-plástico. O modelo hiperelástico escolhido foi o de Ogden de ordem 3. Ainda, fizeram variar o L_0 para estudar o efeito que este tinha sobre a resistência e a distribuição de tensões. Os autores verificaram o modelo hiperelástico era mais representativo do comportamento experimentalmente observado do adesivo quando comparado com o elasto-plástico. Foi também observado que a análise de tensões apresentou uma distribuição semelhante ao comportamento linear elástico ao longo do L_0 .

Apesar de haver trabalhos onde métodos sem malha são aplicados a modelos hiperelásticos para caracterizar adesivos flexíveis [88, 89] a sua extensão a juntas adesivas parece ainda não ter sido feita. No capítulo 3 vai ser proposto uma extensão para análise de juntas adesivas com métodos sem malha baseados no trabalho Sánchez-Arce et al. [74].

2.3.4.5. Estado-da-arte de métodos sem malha e hiperelasticidade

O estado-da-arte de métodos sem malha com modelos de materiais hiperelásticos é apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 - estado-da-arte de métodos de sem malha com modelos de materiais hiperelásticos.

Referência	Descrição
Nguyen et al. [90]	Neste trabalho os autores desenvolveram um novo método para estudar materiais hiperelásticos com fraturas. Utilizaram o método sem malha de <i>moving Kriging</i> e propuseram um esquema de integração numérica baseada no método de transformação cartesiano <i>NURBS</i> enriquecido. Através de vários exemplos numéricos demonstraram que os resultados obtidos pelo método desenvolvido eram semelhantes aos obtidos pelo MEFE. Assim este método foi capaz de analisar o comportamento de fraturas não lineares.
Bui et al. [89]	Neste trabalho um modelo hiperelástico foi usado com um método de elemento finito sem malha de base radial para estudar materiais que se assemelham a borracha. Para isso, usaram resultados existentes na literatura para compararem o modelo desenvolvido. Os autores obtiveram resultados com precisão aceitável demonstrando a capacidade do método desenvolvido de resolver problemas não lineares elásticos.
Khosrowpour et al. [88]	A resposta não linear elástica dos materiais hiperelásticos foi modelada através de um método sem malha considerando o modelo de Mooney-Rivlin compressível. Foram desenvolvidas soluções analíticas para estado plano de tensão e estado plano de deformação tendo em conta grandes deformações. Para os problemas estudados fizeram variar o número de nós dentro de cada domínio de suporte e o parâmetro de forma (η). Os valores $\eta = 4,001$ e $\eta = 5,001$ levaram a resultados mais precisos e entre vinte a trinta nós por cada domínio de suporte é suficiente. De forma a aumentar a precisão utilizaram nós fictícios para as condições de fronteira essencial e natural. Os resultados obtidos mostram que o método é adequado quando as condições de fronteira também o são.
Sánchez-Arce et al. [74]	Neste trabalho os autores aplicaram o modelo hiperelástico de Ogden com o método sem malha NNRPIM. Para validarem o modelo proposto os autores utilizaram resultados existentes na literatura. O método foi desenvolvido em MATLAB® e os resultados obtidos foram comparados com o <i>software</i> comercial ABAQUS®. A solução obtida pelo modelo hiperelástico com NNRPIM foi semelhante à do <i>software</i> comercial e aos resultados da literatura. O modelo apresentou um desvio de 5% em relação à solução do ABAQUS® mas com uma malha catorze vezes mais grosseira. Mostraram assim que o método NNRPIM é aplicável a modelos de materiais hiperelásticos.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1. Trabalho experimental

Neste capítulo é apresentada uma breve descrição dos materiais usados, tanto aderentes como adesivos, do tipo de junta analisada, bem como do procedimento para a preparação da mesma e posterior ensaio. De salientar que o trabalho experimental das JSS foi realizado por Fernandes [91] para o Araldite® 2015 e por Carvalho [92] para o SikaForce® 7752.

3.1.1. Materiais

Neste subcapítulo são descritos todos os materiais utilizados nas juntas adesivas (adesivos e substratos), e é feita a análise detalhada das propriedades mecânicas mais relevantes.

3.1.1.1. Substratos

Os substratos utilizados neste trabalho consistem numa liga de alumínio AW6082-T651. Esta liga de alumínio é obtida através de envelhecimento artificial a uma temperatura de 180 °C. A seleção desta liga deveu-se ao facto de esta ter um amplo campo de aplicações estruturais. Esta liga de alumínio foi caracterizada em trabalhos anteriores [93], onde foram definidas as propriedades representadas na Tabela 4. As curvas de tensão-deformação (σ - ε) dos substratos de alumínio apresentadas na Figura 28 foram obtidas experimentalmente [93]. Na Figura 28 também se representa a aproximação considerada para utilização nas simulações numéricas.

Tabela 4 – Propriedades mecânicas à tração da liga de alumínio AW6082-T651 [93].

Propriedades	Valor
Módulo de Young, E [GPa]	70,07±0,83
Tensão de cedência à tração, σ_y [MPa]	261,67±7,65
Resistência à tração, σ_f [MPa]	324,00±0,16
Deformação de rotura, ε_f [%]	21,70±4,24

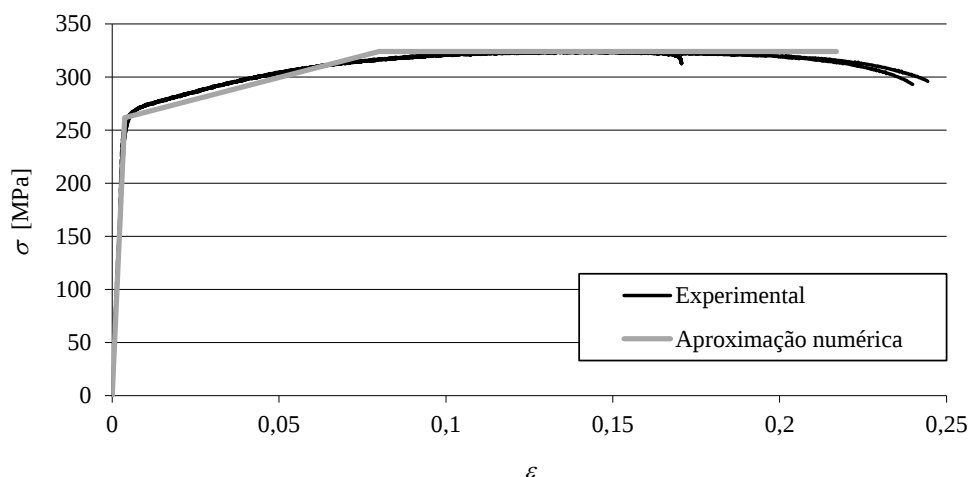


Figura 28 – Curvas σ - ε do alumínio AW6082-T651 [93].

3.1.1.2. Adesivos

Nesta dissertação são considerados dois adesivos: o Araldite® 2015 e o Sikaforce® 7752. As suas propriedades mecânicas são apresentadas ao longo deste subcapítulo.

3.1.1.2.1. Adesivo Araldite® 2015

O Araldite® 2015 é um adesivo epóxico estrutural bi-componente de ductilidade moderada. Esta característica possibilita a redistribuição de tensões nas extremidades da ligação. O Araldite® 2015 é fornecido em cartuchos, possui dois componentes, e a sua cura é efetuada à temperatura ambiente. A sua razão de aplicação é de 50 g/50 g, sendo a mistura realizada por um bico e aplicado por meio de uma pistola de aplicação. Na Figura 29 são apresentadas as curvas σ - ε dos provetes maciços ensaiados à tração e na Tabela 5 as propriedades mecânicas e de fratura do Araldite® 2015.

Tabela 5 – Propriedades mecânicas e de fratura do Araldite® 2015 [94].

Propriedades	Araldite® 2015
Módulo de Young, E [GPa]	1,85±0,21
Coefficiente de Poisson, ν	0,33 ^a
Tensão de cedência à tração, σ_y [MPa]	12,63±0,61
Tensão de rotura à tração, σ_f [MPa]	21,63±1,61
Deformação de rotura à tração, ε_f [%]	4,77±0,15
Módulo de elasticidade transversal, G [GPa]	0,56±0,21
Tensão de cedência ao corte, τ_y [MPa]	14,6±1,3
Tensão de rotura de corte, τ_f [MPa]	17,9±1,8
Deformação de rotura ao corte, γ_f [%]	43,9±3,4
Tenacidade à tração, G_{IC} [N/mm]	0,43±0,02
Tenacidade ao corte, G_{IIC} [N/mm]	4,70±0,34

^a informação do fabricante

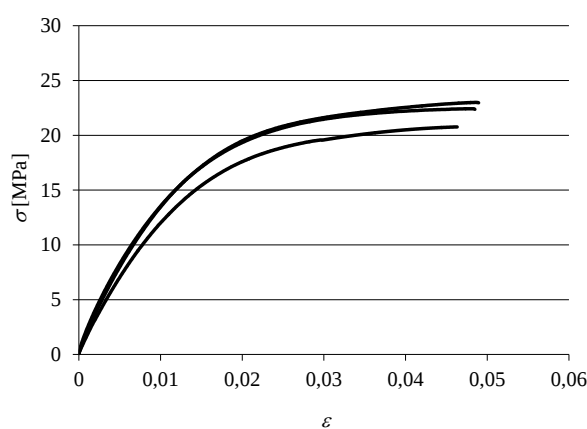


Figura 29 – Curvas σ - ε de provetes maciços do adesivo Araldite® 2015 (Adaptado de [94]).

3.1.1.2.2. Adesivo SikaForce® 7752

O SikaForce® 7752 é um adesivo estrutural de poliuretano que oferece elevada ductilidade com propriedades mecânicas razoáveis. Quando se compara este adesivo com o Araldite® 2015, este apresenta menor resistência ao corte e tração mas, maior ductilidade. Este adesivo é composto por dois componentes, resina e endurecedor, e a sua razão de mistura é de 5 para 1. Dado a sua ductilidade faz com que seja particularmente adequado para longos comprimentos de sobreposição [95]. As propriedades mecânicas e da fratura da Tabela 6 foram obtidas através de quatro ensaios: teste à tração de provetes maciços, *Thick-Adherend Shear Test* (TAST), DCB e ENF, mais informação pode ser consultada no trabalho Faneco et al. [95].

Tabela 6 – Propriedades mecânica e da fratura do SikaForce® 7752 [95].

Propriedades	SikaForce® 7752
Módulo de Young, E [GPa]	0,49±0,09
Coefficiente de Poisson, ν	0,31 ^a
Tensão de cedência à tração, σ_y [MPa]	3,24±0,48
Tensão de rotura à tração, σ_f [MPa]	11,49±0,25
Deformação de rotura à tração, ε_f [%]	19,18±1,4
Módulo de elasticidade transversal, G [GPa]	0,19±0,02
Tensão de cedência ao corte, τ_y [MPa]	5,16±1,14
Tensão de rotura de corte, τ_f [MPa]	10,17±0,64
Deformação de rotura ao corte, γ_f [%]	54,81±6,39
Tenacidade à tração, G_{IC} [N/mm]	2,36±0,17
Tenacidade ao corte, G_{IIC} [N/mm]	5,41±0,47

^a calculado através do módulo de elasticidade transversal (G)

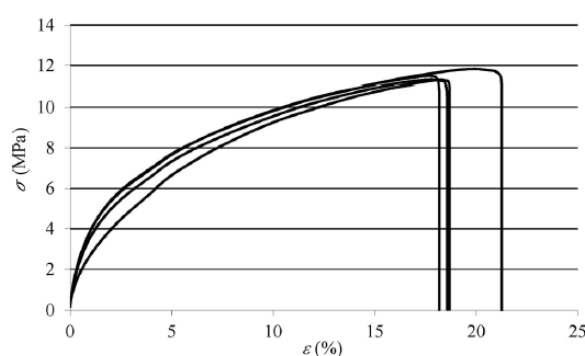


Figura 30 - Curvas σ - ε de provetes maciços do adesivo SikaForce® 7752 [95].

3.1.2. Geometria das juntas

A Figura 31 representa a geometria e dimensões características das JSS, cujos parâmetros geométricos são: comprimento total dos provetes (L_T), espessura do substrato (t_p), espessura do adesivo (t_A) e comprimento de sobreposição (L_O). Na Tabela 7 são apresentadas as diferentes características das JSS.

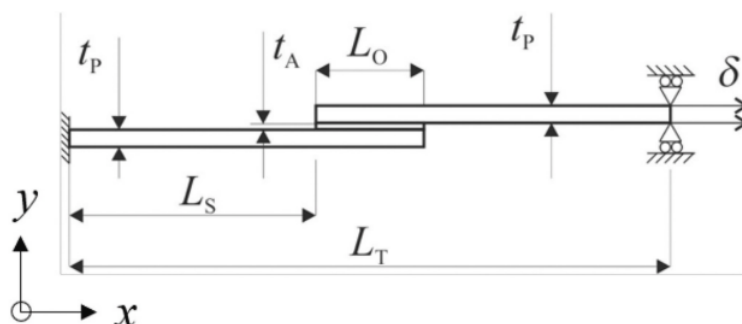


Figura 31 - Configuração da geometria dos provetos de JSS.

Tabela 7 - Dimensões das JSS.

Parâmetro	Valor [mm]				
L_O	12,5	25,0	37,5	50,0	
L_T	170,0				
t_p	3,0				
t_A	0,2				

3.1.3. Processo de fabrico

Os substratos de liga de alumínio AW6082-T651 foram fornecidos com 3 mm de espessura e cortados para a largura final de 25 mm. Para proceder à sua união dos substratos, foi necessário realizar a limpeza da superfície para remover camadas fracas de óxidos e gorduras. Este processo consistiu na granalhagem e posterior limpeza com acetona como ilustrado na Figura 32.



Figura 32 – Limpeza do substrato.

Após o processo de limpeza das superfícies procedeu-se à aplicação do adesivo e colagem dos substratos. De forma a garantir a correta espessura de filme de adesivo, foi colocado fio calibrado com 0,2 mm de espessura na extremidade da zona de sobreposição. Para o correto posicionamento dos substratos, procedeu-se à sua fixação através de grampos a barras de suporte. Em seguida, aplicou-se o adesivo e posicionou-se cuidadosamente o outro substrato, mantendo o alinhamento e as dimensões desejadas. Com os substratos posicionados, aplicou-se pressão por meio de grampos, o que permitiu expulsar o excesso de adesivo, e assim promover a espessura desejada, como se observa na Figura 33.



Figura 33 – Aplicação de grampos.

Este excesso foi removido com mó posteriormente à cura total do adesivo.

3.1.4. Procedimento de ensaio

Os ensaios de tração foram realizados numa máquina de ensaios Shimadzu®, modelo AG-X 100, equipada com uma célula de carga de 100 kN e com uma distância entre maxilas de 170 mm, à temperatura ambiente (Figura 34). A velocidade de ensaio foi de 1 mm/min para todos os provetes.

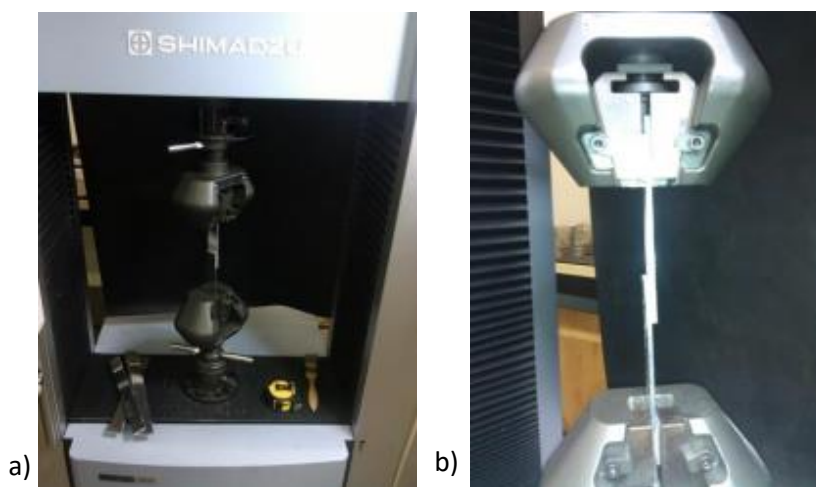


Figura 34 - Máquina de ensaio Shimadzu®, modelo AG-X 100 (a) e fixação do provete (b)

3.1.5. Resultados

Neste subcapítulo são apresentados os modos de rotura e as curvas $P-\delta$ para as diferentes configurações de JSS. É também apresentado $P_{máx}$ e efetuada a análise dos dados obtidos experimentalmente.

3.1.5.1. Curvas $P-\delta$

Na Figura 35 estão representadas as curvas $P-\delta$ obtidas experimentalmente para o Araldite® 2015, para os diferentes L_0 .

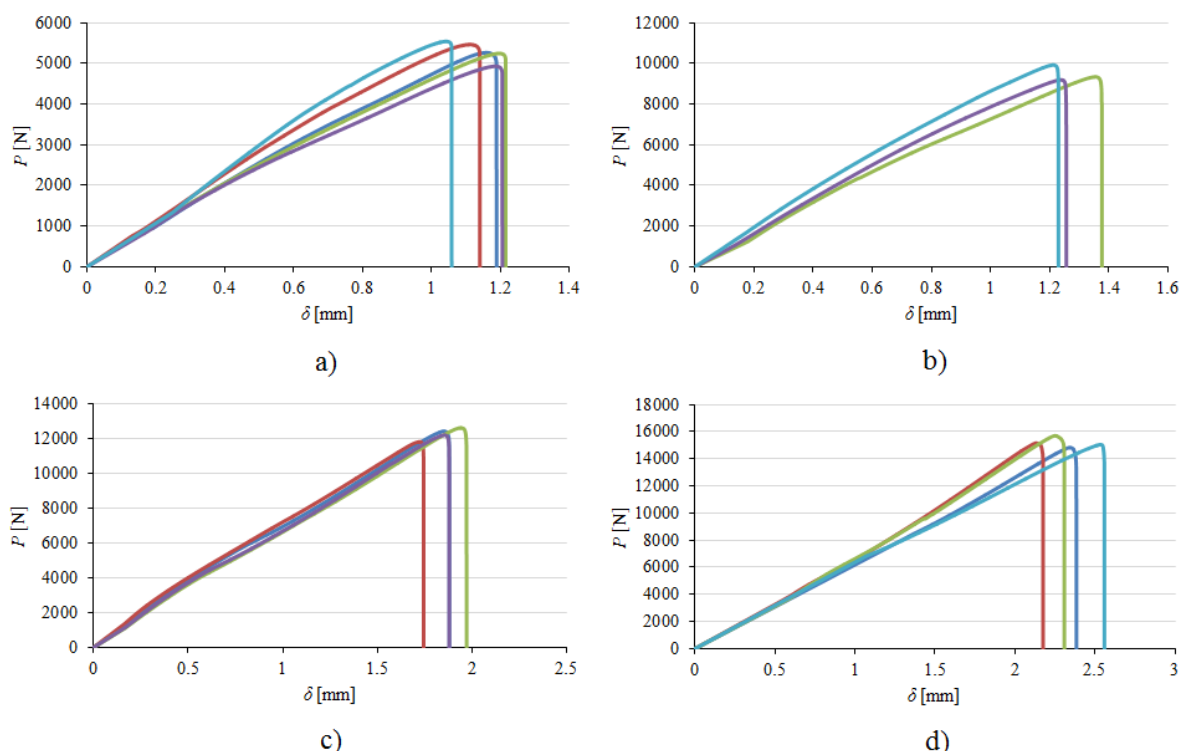


Figura 35 - Curvas $P-\delta$ obtidas experimentalmente para as JSS: Araldite® 2015 com $L_0=12,5$ mm (a), $L_0=25$ mm (b), $L_0=37,5$ mm (c) e $L_0=50$ mm (d) [91].

Na Figura 35 observa-se boa repetibilidade dos resultados, com as juntas adesivas a obterem rigidez, valores $P_{máx}$ e $\delta_{máx}$ semelhantes. Os ensaios revelam um comportamento praticamente linear até à rotura, com pequenos desvios por causa da flexibilidade do equipamento e escorregamento das amarras e provetes.

Na Figura 36 estão representadas as curvas $P-\delta$ para as diferentes JSS ligadas com o SikaForce® 7752. Na Figura 36 observa-se boa repetibilidade para os L_0 de 12,5 mm e 37,5 mm (Figura 36 a) e Figura 36 c), respetivamente), e uma repetibilidade razoável para os restantes L_0 . O Araldite® 2015 na globalidade apresenta melhor repetibilidade de resultados em relação ao SikaForce® 7752. Com a observação da Figura 36 constata-se a transição do regime elástico para o regime plástico do adesivo. Isso é notório pela variação do declive da curva na qual, nomeadamente pela perda de rigidez a junta. Também é possível que tenham ocorrido escorregamentos entre amarras e provetes, efeitos da flexibilidade do equipamento e folgas do mesmo. Algumas juntas não estão

representadas na Figura 35 e Figura 36 porque o seu ensaio foi considerado inválido, devido a um comportamento díspar em relação às restantes juntas adesivas.

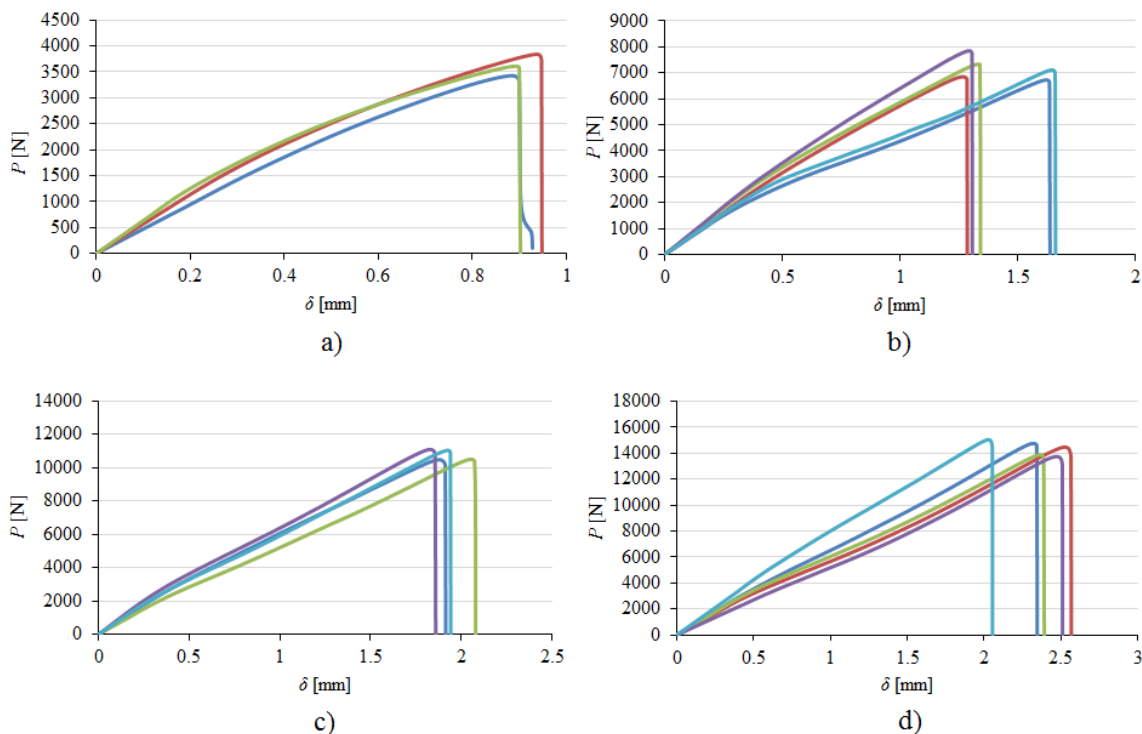


Figura 36 - Curvas P - δ obtidas experimentalmente para as JSS: SikaForce® 7752 com $L_0=12,5$ mm (a), $L_0=25$ mm (b), $L_0=37,5$ mm (c) e $L_0=50$ mm (d) [92].

3.1.5.2. Modos de rotura

Neste subcapítulo são apresentados os modos de rotura dos ensaios de tração às juntas adesivas. A Figura 37 representa os modos de rotura dos substratos colados com Araldite® 2015. Na imagem os provetes estão organizados por ordem crescente de comprimento de sobreposição. A rotura foi coesiva em todos os casos.

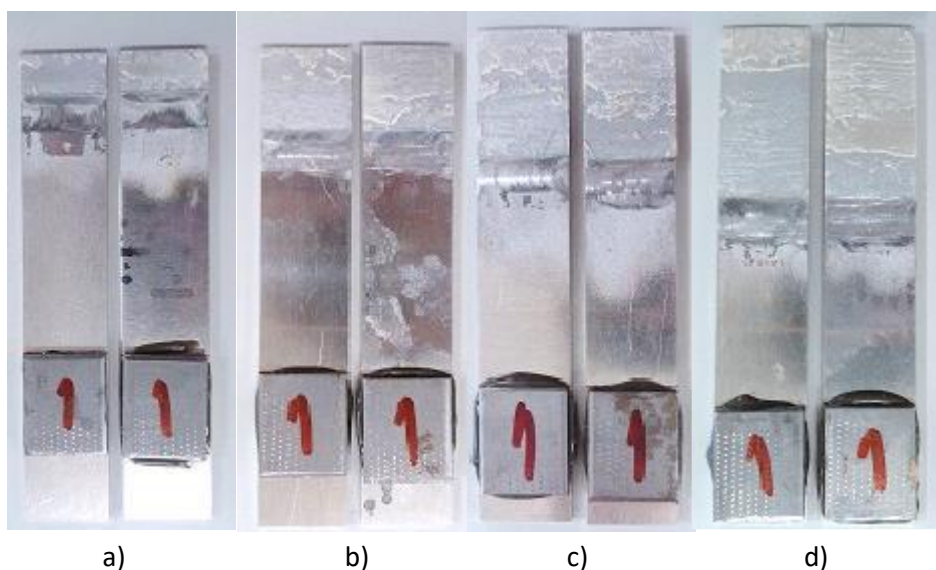


Figura 37 - Modos de rotura das JSS com o adesivo Araldite® 2015 para os L_0 : a) 12,5 mm, b) 25 mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [91].

Ainda, para o $L_0 = 37,5$ mm e $L_0 = 50$ mm houve deformação plástica nos aderentes. Esta deformação aumenta com o L_0 devido à capacidade da JSS sustentar mais carga. Na Figura 38 a) observa-se a deformação plástica para o $L_0 = 37,5$ mm e Figura 38 b) para $L_0 = 50$ mm.

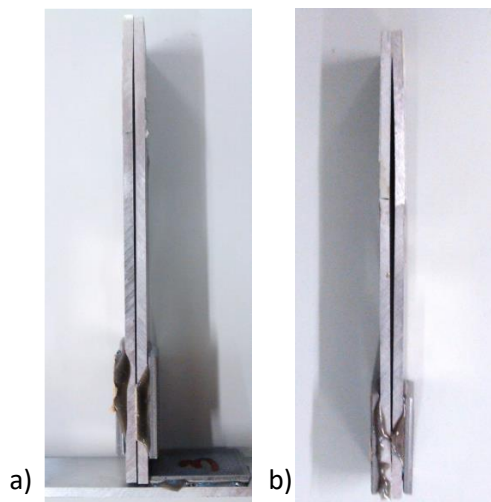


Figura 38 – Deformação plástica para o $L_0=37,5$ mm a) e $L_0=50$ mm b) [91].

Na Figura 39 estão representados os 5 provetes ensaiados divididos por L_0 , para o adesivo SikaForce® 7752. À semelhança do adesivo anterior, as juntas ligadas pelo adesivo SikaForce® 7752 sofreram rotura coesiva.

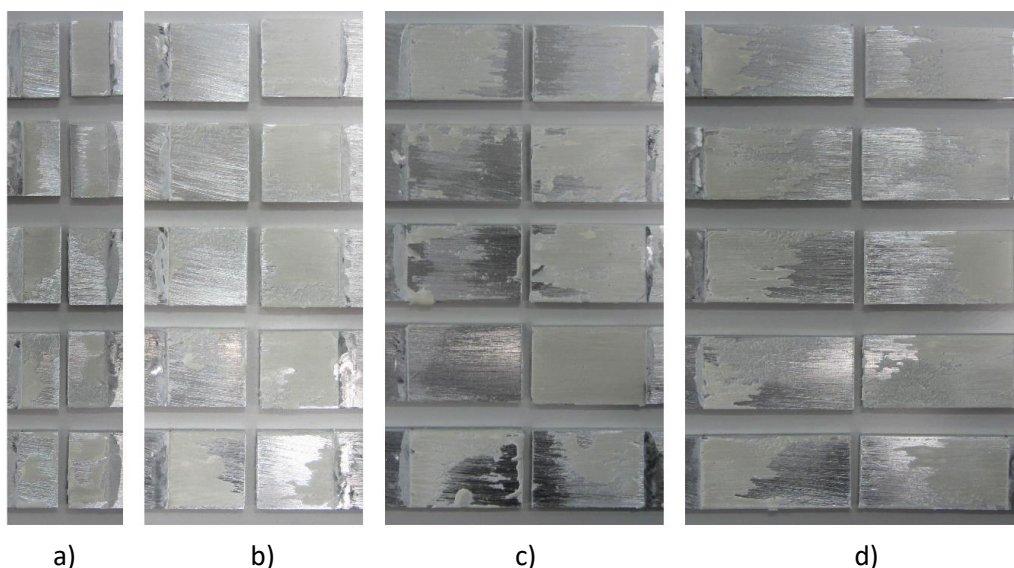


Figura 39 - Modos de rotura das JSS com o adesivo SikaForce® 7752 para os L_0 : a) 12,5 mm, b) 25 mm, c) 37,5 mm e d) 50 mm [92].

A constatação do tipo de rotura por vezes pode ser difícil por ter ocorrido mais próximo de um dos substratos. Contudo, o facto de se comprovar a existência de adesivo em ambas as faces comprova este tipo de rotura.

3.1.5.3. Análise dos resultados

Na Tabela 8 são apresentados os valores de resistência máxima média, $P_{m\acute{a}x\ m\acute{e}d}$ com o L_0 para o Araldite® 2015. Ainda, quantifica o aumento de resistência, $\Delta P_{m\acute{a}x\ m\acute{e}d}$ [%], entre valores de L_0 consecutivos. Como é possível observar a $P_{m\acute{a}x}$ aumenta, sendo progressivamente menor entre L_0 consecutivos. Para os menores L_0 a resistência da junta tem um aumento significativo de 79,3%. O $L_0 = 37,5$ mm e $L_0 = 50$ mm aumentam a resistência de forma menos significativa para 29,1% e 24,1% respetivamente. Aumentando do L_0 12,5 mm para $L_0 = 50$ mm incrementa a resistência da junta em 187,1 %. É importante mencionar que como referido anteriormente, há uma boa repetibilidade dos resultados, o que pode ser comprovado pelos valores de desvio padrão.

Tabela 8 - Valores médios de $P_{m\acute{a}x\ m\acute{e}d}$ [N] para o Araldite® 2015 [91].

L_0	12,5 mm	25 mm	37,5 mm	50 mm
$P_{m\acute{a}x.m\acute{e}d}$ [N]	5287,8	9480,7	12235,2	15182,2
Desvio padrão [N]	237,2	386,6	343,9	370,4
$\Delta P_{m\acute{a}x}$ [%]	-	79,3	29,1	24,1

Na Tabela 9 estão representados os valores médios de $P_{m\acute{a}x\ m\acute{e}d}$ do SikaForce® 7752 em função dos diferentes L_0 . A carga máxima registada para este adesivo foi ligeiramente inferior ao adesivo anterior. O aumento mais significativo de resistência ocorreu $L_0 = 12,5$ mm para 25 mm, com uma variação percentual de 97%. De realçar que o aumento da resistência entre o menor e o maior L_0 é de 296,7%, o que se encontra de acordo com Faneco et al. [95], que destacam uma melhor aplicação deste adesivo para L_0 maiores.

Tabela 9 - Valores médios de $P_{m\acute{a}x\ m\acute{e}d}$ [N] para o SikaForce® 7752 [92].

L_0	12,5 mm	25 mm	37,5 mm	50 mm
$P_{m\acute{a}x.m\acute{e}d}$ [N]	3625,6	7175,5	10774,1	14383,7
Desvio padrão [N]	206,8	445,5	334,1	553,6
$\Delta P_{m\acute{a}x}$ [%]	-	97,0	50,2	33,5

Na Figura 40 estão representados os diferentes valores da $P_{m\acute{a}x}$ para os dois adesivos e com os seus respetivos desvios padrão. Denota-se que a JSS é afetada pelas características do adesivo como a rigidez, resistência e ductilidade. Para além deste facto o E afeta a distribuição de tensões, fazendo com que um menor valor de E reduza os gradientes de tensões, o que por consequência aumenta a resistência da junta [96]. Para o menor L_0 , o Araldite® 2015 oferece mais resistência do que o SikaForce® 7752 e é nesta gama em que a diferença é maior, com o Araldite® 2015 a ter uma $P_{m\acute{a}x}$ 45,9 % superior ao SikaForce® 7752. Para $L_0 = 25$ mm o SikaForce® 7752 começa a aproximar-se da resistência do Araldite® 2015, mas este último continuando a apresentar uma $P_{m\acute{a}x}$ 32,1% superior. Para o $L_0 = 37,5$ mm, a $P_{m\acute{a}x}$ para o Araldite® 2015 atingiu aproximadamente 12,2 kN e o SikaForce® 7752 10,8 kN. Esta diferença é mínima para o maior L_0 , mantendo-se a tendência do Araldite® 2015 ser mais resistente. A maior capacidade de plastificação do adesivo SikaForce® 7752 explica o aumento significativo de resistência para os maior L_0 . Neste caso, o SikaForce® 7752 apresenta uma $P_{m\acute{a}x}$ 5,6% menor do que o Araldite® 2015.

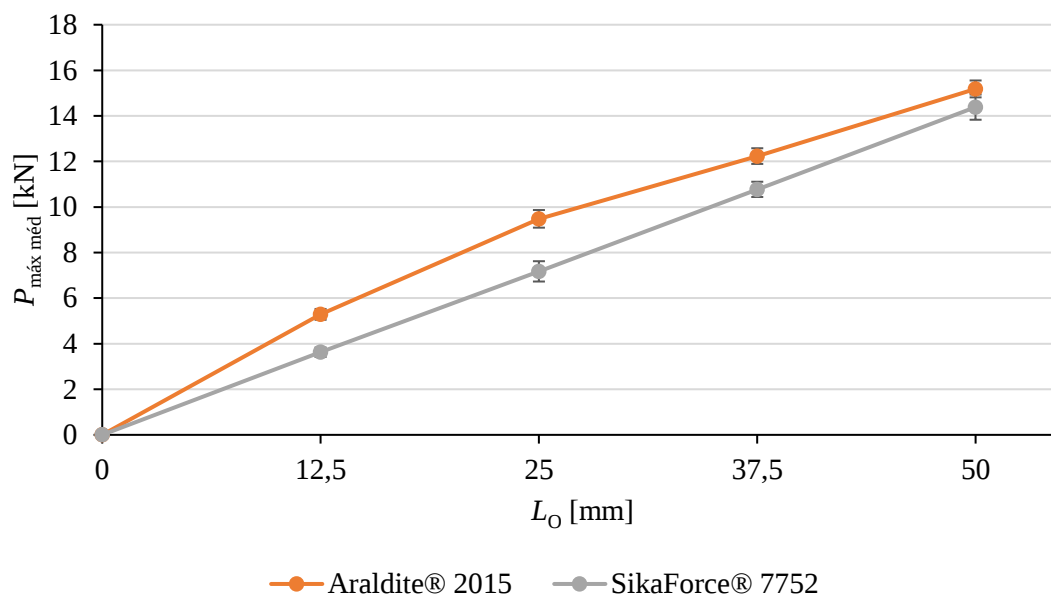


Figura 40 – $P_{méd\ máx}$ em função do L_0 para os diferentes adesivos [92].

O SikaForce® 7752 apresenta uma relação de proporcionalidade da curva $P_{méd\ máx} - L_0$, aumentando cerca de 3600 N entre valores consecutivos de L_0 . No caso do Araldite® 2015, o aumento de L_0 produz um aumento de $P_{méd\ máx}$. Porém devido à sua ductilidade limitada, o aumento não é proporcional.

3.2. Análise numérica

Neste capítulo é apresentado a preparação da análise numérica realizada através do *software* FEMAS®. A escolha da malha foi realizada através de uma análise de sensibilidade. Este processo também é descrito neste capítulo.

3.2.1. Modelos numéricos

A análise numérica foi realizada através do *software* FEMAS®. Este software permite a realização de simulações com o MEF e métodos sem malha, como o RPIM e NNRPIM, sendo baseado na linguagem de programação MATLAB (The Mathworks Inc.USA). A interface gráfica incorporada no *software* facilita a sua utilização, possibilitando a modelação passo a passo. Nesta dissertação foram modeladas juntas de sobreposição simples onde se variou o comprimento de sobreposição, tendo sido a análise feita com NNRPIM e os mesmos modelos foram resolvidos utilizando o MEF com a finalidade de ter um ponto de comparação.

A geometria tem de ser planeada antes da modelação para se determinar o número e o tipo de materiais a utilizar, o número de divisões da geometria para uma discretização adequada (*patches*). Visto tratar-se de um problema de multimaterial é recomendado utilizar-se grupos, (*groups*), que representam restrições nos pontos de integração para que estes não possam apresentar influência para além do material a que pertencem, o que ajuda a estabelecer a conectividade nodal [97]. Para a JSS, temos 3 *patches*, 1 por cada substrato e 1 para a camada adesiva. Com os *patches* definidos fica estabelecido o domínio para o problema em análise. Visto que a JSS é constituída por dois

materiais, é necessário estes serem definidos (isto é definido mais à frente). Foram utilizados 7 *groups*, dois por cada substrato, dois para representar as interfaces da camada adesiva e um para a camada adesiva, como se observa na Figura 41 e Figura 42 e nas interações da Figura 43. Para definir a análise são introduzidos os parâmetros anteriores no módulo *structural definition*, como mostra na Figura 41. De salientar que o número de *laminates* representa o número de compósitos diferentes existentes na análise, neste caso seu valor é 1.

Structural Definition

General discription of the data required by the numerical structural analysis.

Number of PATCHES defining the problem domain: 3

Number of GROUPS within the problem domain (fracture problems): 7

Number of PROPERTIES within the problem domain: 1

Number of distinct MATERIALS used in the analysis: 2

Number of distinct LAMINATES used in the analysis: 1

Dimensional approach of the numerical analysis: 2D - Plane Strain

MATERIAL BEHAVIOR analysis: Linear Elastic

Figura 41 – Menu Strutural Definition

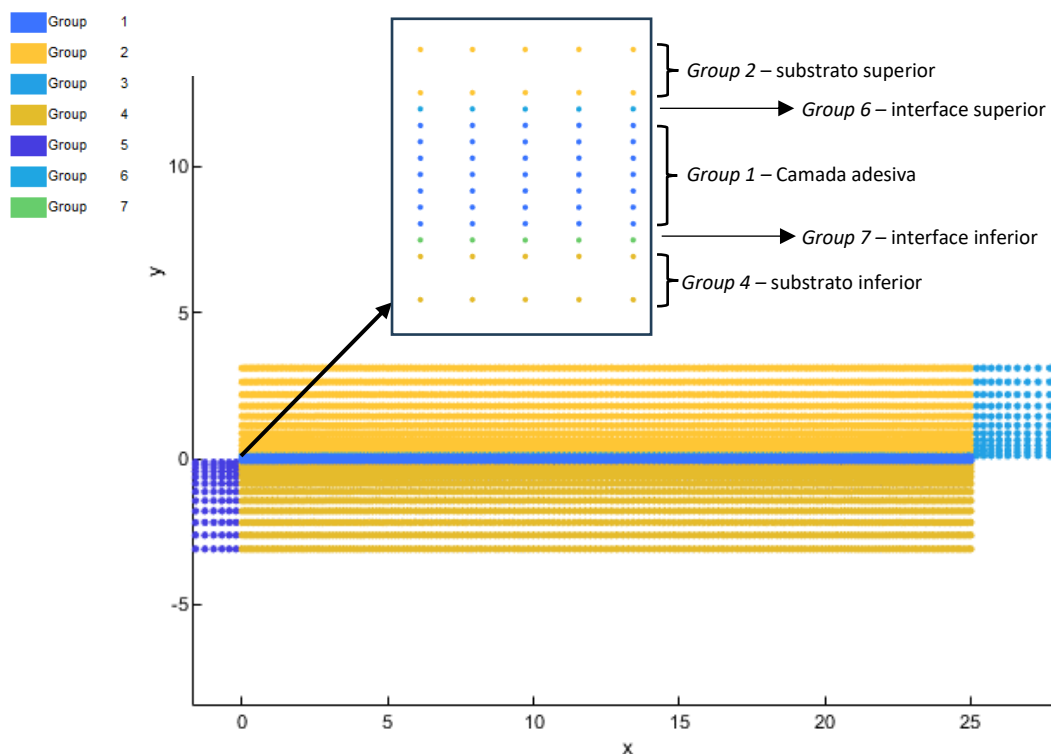


Figura 42 - definição dos groups para a JSS

A interação entre os *groups* é apresentada na Figura 43. A título de exemplo o grupo 1, que corresponde à camada adesiva, interage com o grupo 6 e 7 tratando-se das interfaces e ainda consigo mesmo, fazendo um total de 3 relações.

Group 1	sees	3	groups, which are:	1	6	7	1
Group 2	sees	3	groups, which are:	2	3	6	2
Group 3	sees	3	groups, which are:	3	2	6	3
Group 4	sees	3	groups, which are:	4	5	7	4
Group 5	sees	3	groups, which are:	5	4	7	5
Group 6	sees	3	groups, which are:	6	1	2	6
Group 7	sees	3	groups, which are:	7	1	4	7

Figura 43 – Interação entre os diferentes groups

A definição dos materiais é feita através do módulo *Mater-Materials* (Figura 44). Para materiais isotrópicos apenas é preciso preencher a primeira coluna, no caso de materiais anisotrópicos é necessário preencher as restantes. Assim que os campos necessários estejam preenchidos gravam-se as configurações em *save materials*. As propriedades aqui utilizadas foram as mesmas que na parte experimental (Tabela 4, Tabela 5 e Tabela 6). Pretendendo esta dissertação comparar os efeitos dos diferentes comportamentos, fez-se mudar o comportamento do material para linear elástico e hiperelástico, consoante a análise pretendida. A Figura 44 representa as propriedades do adesivo Araldite 2015.

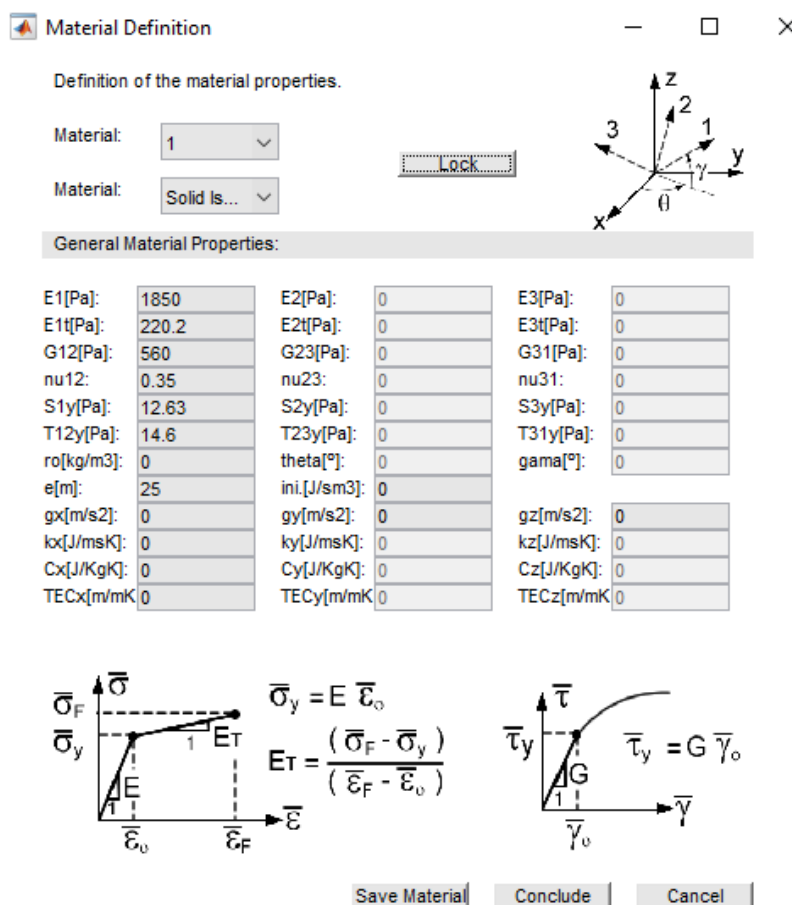


Figura 44 – Menu de definição das propriedades do material. Mostra-se como exemplo as propriedades elasto-plástico do Araldite® 2015.

A geometria é criada através dos *patches* e a malha construída para cada um deles. Para garantir que não há descontinuidades entre as malhas é aplicada a função de *stitch*. Esta consiste na união de nós sobrepostos ou nós muito próximos nos diferentes *patches*. Para a escolha da malha foi realizada uma análise de sensibilidade, mais detalhe pode ser encontrado no subcapítulo 3.2.2. As divisões utilizadas ao longo do comprimento de sobreposição e do substrato estão representados na Tabela 10. Para a JSS foi sempre utilizado um maior refinamento no comprimento de sobreposição (Figura 42).

Tabela 10 – Número de divisões dos substratos e adesivos para a distribuição nodal

L_0 [mm]	t_p	t_a	l_s	l_0
12,5	12	8	100	102
25	12	8	74	188
37,5	12	8	60	220
50	12	8	70	260

De modo reduzir o número de nós no domínio (modelo), estes foram concentrados em áreas de interesse. Assim, reduz-se o custo computacional sem reduzir a precisão do modelo [97]. A concentração de nós (*bias*), foi feita a través de um script de MATLAB® fora do FEMAS®. Na Tabela 11 estão representados os diferentes *bias ratio* utilizados para os casos estudados.

Tabela 11 - Bias ratio ao longo do adesivo e substratos.

L_0 [mm]	l_s	t_p	l_0
12,5	80	80	20
25	90	80	40
37,5	90	80	40
50	80	80	20

Em seguida, impõe-se as condições que reproduzem numericamente o caso experimental. Estas consistem na restrição de deslocamento na face esquerda do substrato inferior, representando a maxila da máquina de ensaio. Da mesma maneira, para simular o deslocamento durante os ensaios é imposto um deslocamento na face direita do substrato superior, como se mostra na Figura 45.



Figura 45 – Condições de fronteira.

3.2.2. Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade foi feita tomando como referência o Araldite® 2015 com o L_0 de 12,5 mm. Este modelo foi analisado no regime linear elástico. Em seguida, registaram-se as tensões σ_{yy} e τ_{xy} máximas no centro da camada adesiva. Este processo foi repetido para as diferentes densidades nodais; as divisões ao longo do comprimento de sobreposição foram mantidas

constantes e o número de divisões ao longo da espessura da camada adesiva variou de 4 a 10. Na Tabela 12 apresentam-se os valores utilizados para a análise de sensibilidade.

Tabela 12 – Distribuição nodal para a análise de sensibilidade

Malha	L_0	t_A	Divisões	$\sigma_{yy_{max}}$	$\tau_{xy_{max}}$
1	102	4	512	240,83	137,36
2	102	6	721	254,68	139,08
3	102	8	927	235,56	141,30
4	102	10	1133	233,58	143,34

Como se observa na Tabela 12 os resultados não são muito afetados com o aumento da densidade nodal, o que vai de encontro ao já observado por [60]. Contudo, analisando as σ_{yy} obteve-se uma variação entre malhas de 5,75%, -7,51% e -0,84%. Continuando com as τ_{xy} a variação foi de 1,26%, 1,60% e 1,44%.

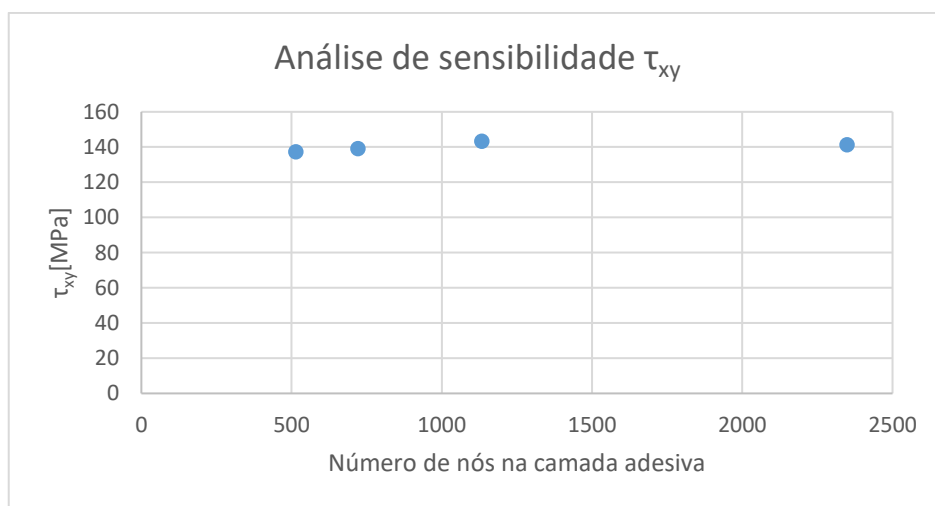


Figura 46 - Variação da tensão de corte com respeito ao número de nós na camada adesiva para a Araldite® 2015.

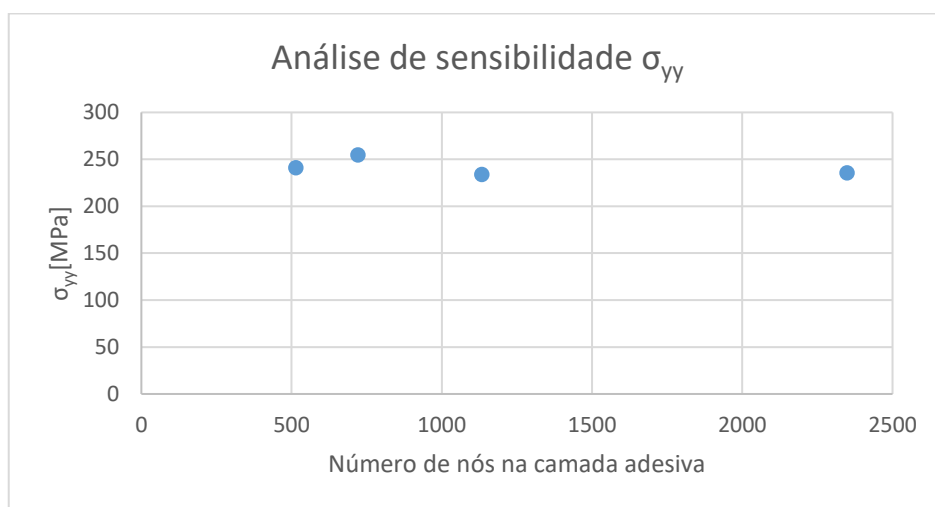


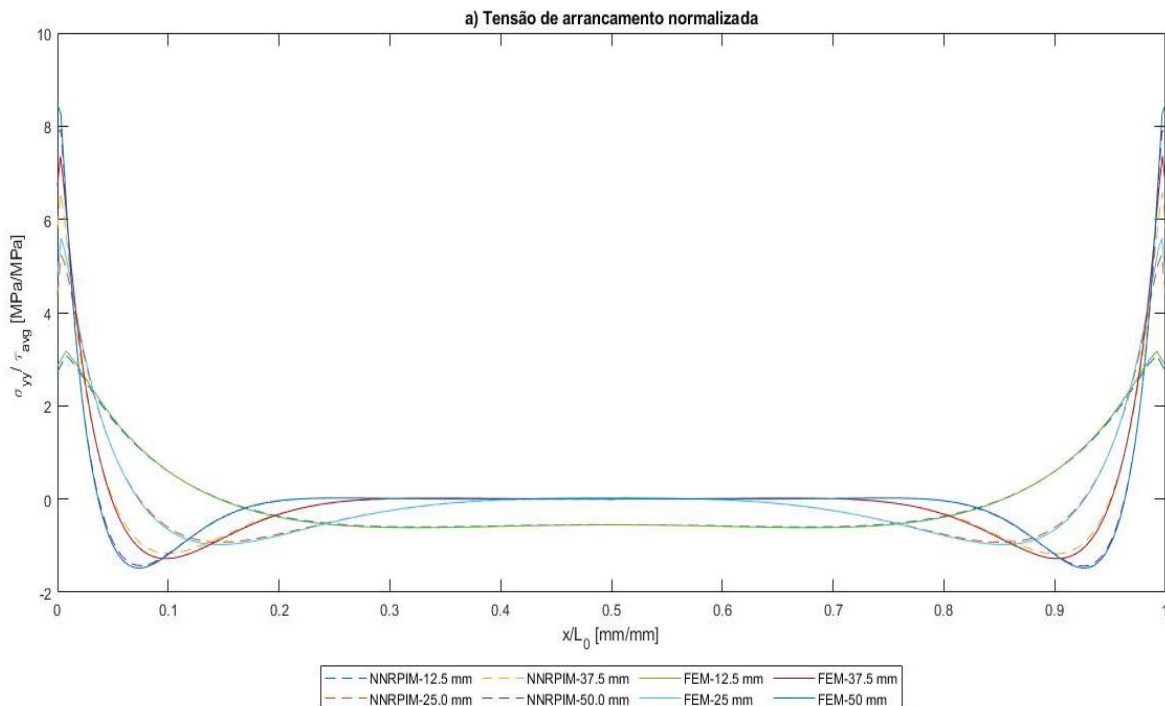
Figura 47 - Variação da tensão de arrancamento com respeito ao número de nós na camada adesiva para a Araldite® 2015.

Como se pode observar na Figura 46 todas as malhas estudadas apresentam valores semelhantes de τ_{xy} . Na Figura 47 a σ_{yy} aumenta da malha 1 para a malha 2, diminui da malha 2 para a malha 3 e estabiliza da malha 3 para a malha 4. As diferenças entre tensões obtidas com a malha 3 e a malha 4, tanto em relação σ_{yy} como τ_{xy} , foram mínimas. Portanto, a malha 3 foi escolhida para estudar às JSS, pois também requer menos tempo de computação.

3.3. Resultados e discussão

3.3.1. Análise de tensões com modelo linear elástico

Este capítulo tem como propósito servir de base de referência para a análise hiperelástica. Como Sanchez et al. [87] constatou, a distribuição de tensões com um comportamento hiperelástico são semelhantes às obtidas com um comportamento linear elástico. Dessa forma, pretende-se explorar a relação que parece existir entre os diferentes comportamentos do material. Apesar de já haver trabalhos onde a aplicação de modelos de materiais lineares ter sido aplicada a juntas adesivas [96], há ainda pouca literatura referente a métodos sem malha para estudar ligações adesivas [8]. Desse modo, decidiu-se fazer uma comparação do MEF com o NNRPIM, para perceber a viabilidade de utilizar o NNRPIM em alternativa ao MEF, para estudar ligações adesivas ligadas com adesivos flexíveis; ao qual já tinha sido demonstrado para adesivo rígidos [98]. Para a modelação numérica considerou-se o aderente e a camada adesiva como linear elástico para ambos os adesivos em estudo. Subsequentemente, a τ_{xy} e as σ_{yy} foram obtidas através da linha média do adesivo de forma a evitar singularidades de tensão que pudessem ocorrer nos cantos da interface [99]. Os gráficos foram normalizados em relação a tensão de corte média (τ_{avg}), de acordo com o descrito em [9]. A Figura 48 e Figura 50, representam as σ_{yy} e τ_{xy} em função do de x/L_0 .



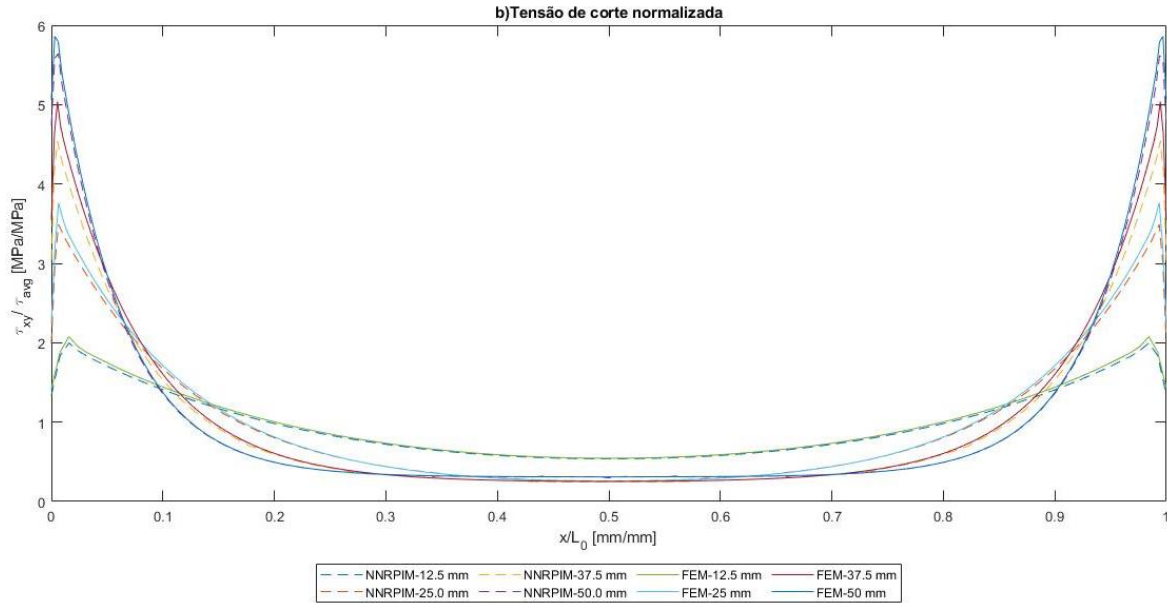


Figura 48 – Distribuição de tensões da JSS para o Araldite® 2015 em que a) tensão de arrancamento e b) tensão de corte.

As distribuições de tensões na camada adesiva (Figura 48 e Figura 50) apresentam formas típicas, tanto para a τ_{xy} como para a σ_{yy} . A distribuição de tensões em JSS está associada à excentricidade geométrica que provoca rotação nos substratos. Devido à rotação ocorrem concentração de tensões manifestando-se por picos de tensão no final do L_0 . Ainda, leva ao aparecimento de tensões de arrancamento [13, 100]. A Figura 49 mostra a rotação nos substratos e a tensão equivalente de Von Mises.

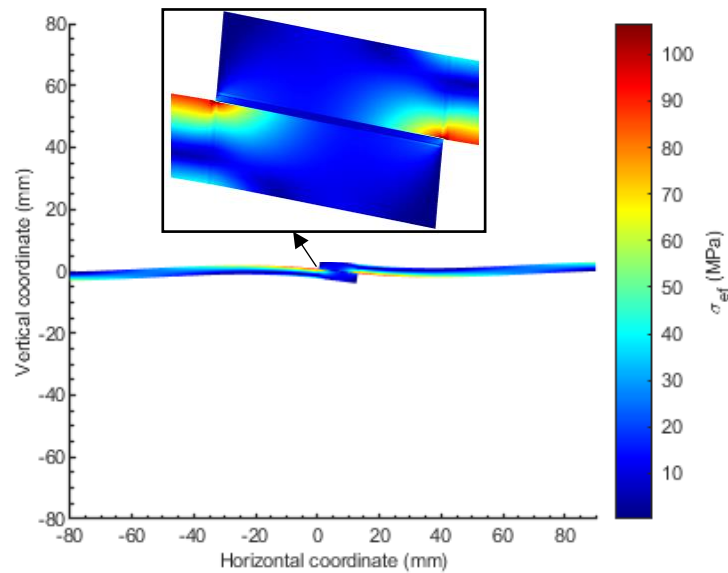


Figura 49 – Tensão equivalente de Von Mises e deformação para a JSS com L_0 de 12,5 mm.

A avaliação da σ_{yy}/τ_{avg} mostra que os picos de tensão aumentam com L_0 , semelhante ao observado em [96]. A τ_{xy} normalizada tende a aumentar com L_0 visto que a deformação longitudinal no aderente aumenta. Este comportamento é idêntico nos dois adesivos, mas devido à maior ductilidade do SikaForce® 7752 apresenta menores picos de tensão [101].

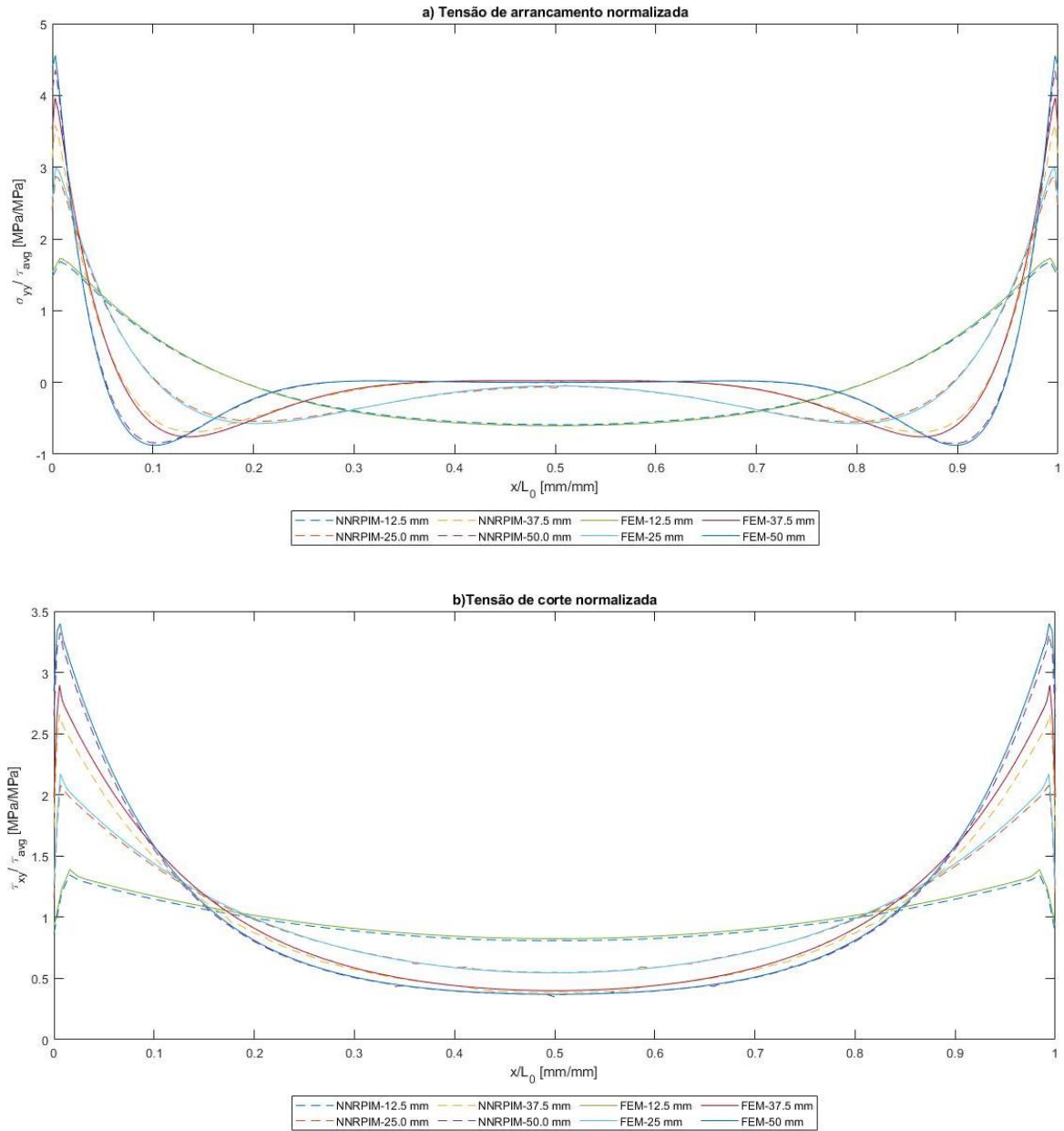


Figura 50 - Distribuição de tensões da JSS para o SikaForce® 7752 em que a) tensão de arrancamento e b) tensão de corte.

A distribuição de tensão de corte e arrancamento são muito semelhantes no MEF e no NNRPIM, apresentando pequenas diferenças nos picos de tensão. Estas diferenças foram agrupadas na Figura 51 e Figura 52. No caso da Araldite® 2015 os picos de σ_{yy} e τ_{xy} foram superiores no MEF em relação ao NNRPIM, em média 6,67% e 5,97% respectivamente. Em termos de menor variação, tanto para a σ_{yy} como para a τ_{xy} , esta ocorreu para o L_0 de 12,5 mm. O $L_0=37.5$ mm foi o que apresentou maior desvio, para os picos de σ_{yy} e τ_{xy} .

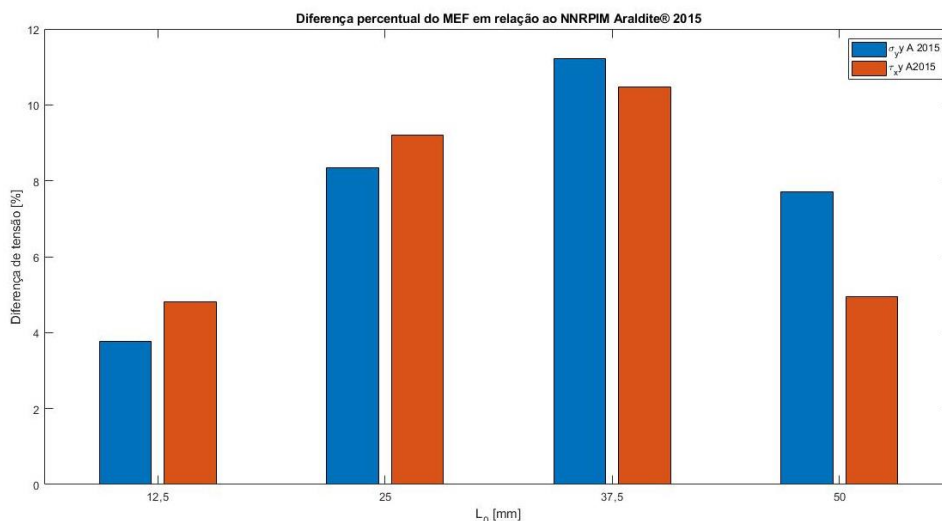


Figura 51 – Diferença percentual dos picos de tensão entre o MEF e o NNRPIM para o Araldite® 2015.

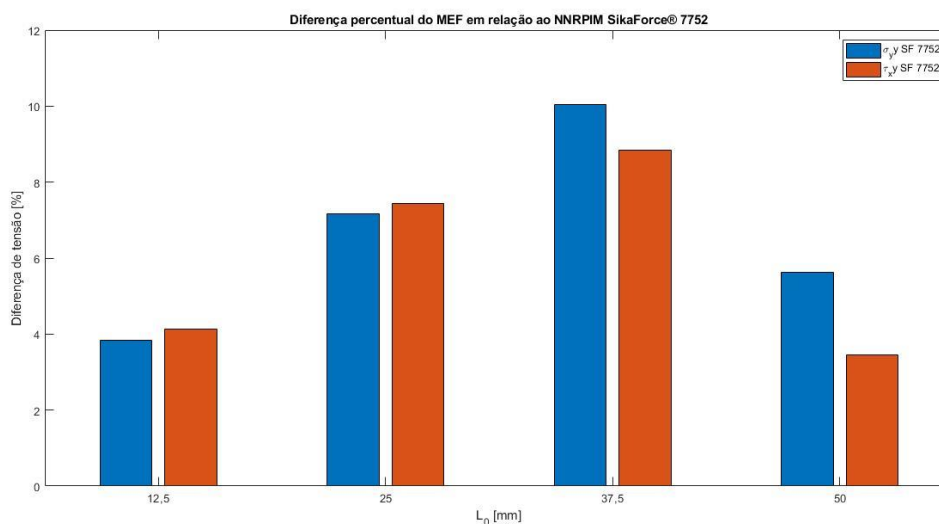


Figura 52 - Diferença percentual dos picos de tensão entre o MEF e o NNRPIM para o SikaForce® 7752.

No caso da SikaForce® 7752 os picos de σ_{yy} e τ_{xy} foram superiores no MEF em relação ao NNRPIM, em média 7,77% e 7,36% respetivamente. A σ_{yy} teve a menor variação para o L_0 de 12,5 mm e a maior para o L_0 de 37,5mm. No caso τ_{xy} o L_0 de 50 mm apresentou o menor desvio, sendo que o maior ocorreu no L_0 anterior. Sánchez-Arce et al. [98] demonstrou que o NNRPIM produzia resultados semelhantes a métodos bem estabelecidos como o MEF para ligações adesivas. Nesse trabalho, o adesivo usado para ligar a junta adesiva apresentava um comportamento rígido. As diferenças encontradas foram da mesma ordem de magnitude que nesta dissertação, provando assim também que o método numérico pode ser implementado para o estudo de juntas ligadas com adesivos flexíveis.

3.3.1.1. Resistência das juntas

Na Figura 53 e Figura 54 encontram-se os valores médios de $P_{m\acute{a}x}$ e os respetivos desvios padrão para o Araldite® 2015 e para o SikaForce® 7752. Os critérios de rotura escolhidos foram a tensão

máxima de corte e a tensão máxima de arrancamento. A resistência da JSS foi obtida da seguinte forma:

$$P_{máx} = \frac{F_{rea} \times \tau_{rot}}{\tau_{xy}} \quad (44)$$

$$P_{máx} = \frac{F_{rea} \times \sigma_{rot}}{\sigma_{yy}} \quad (45)$$

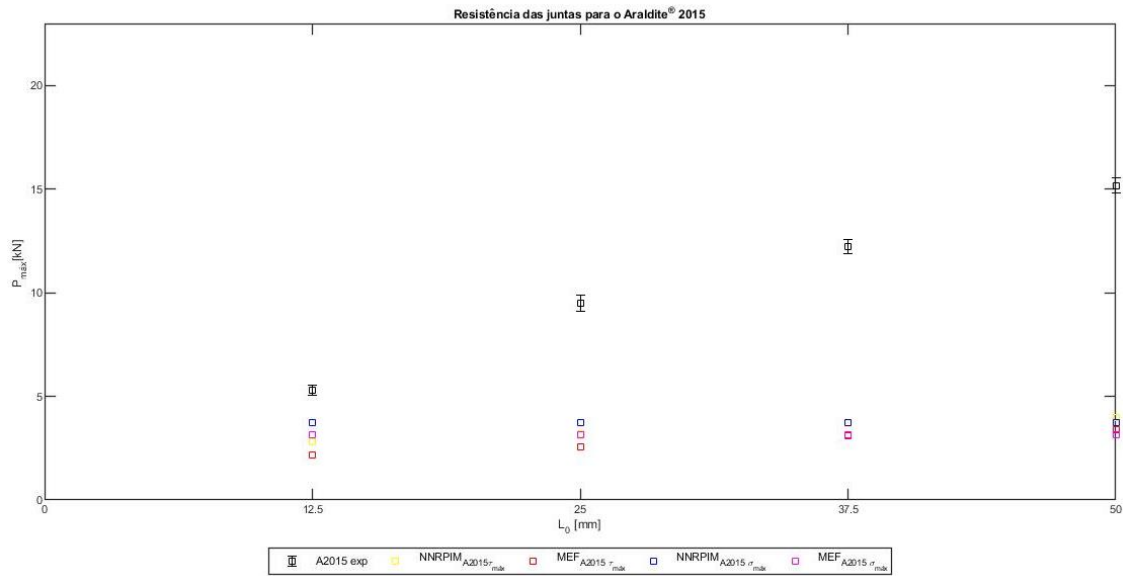


Figura 53 – Valores médios de $P_{máx}$ e desvio padrão em função de L_0 para o Araldite® 2015 [91].

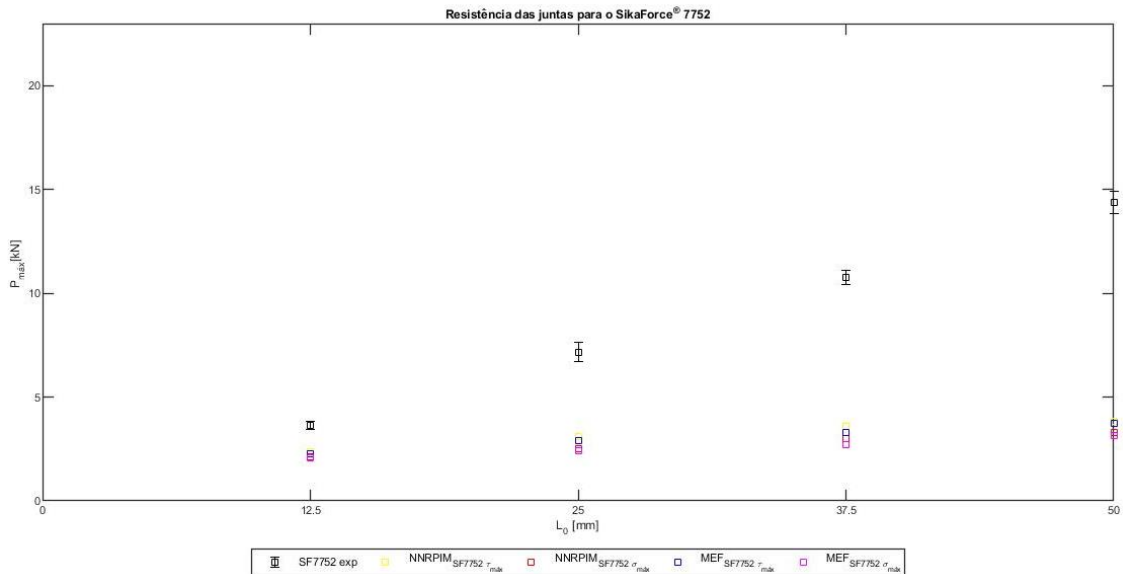


Figura 54 – Valores médios de $P_{máx}$ e desvio padrão em função de L_0 para o SikaForce® 7752 [95].

Da Tabela 13 vê-se que a $P_{máx}$ aumenta com o aumento de L_0 para ambos os adesivos em estudo. Começando pelo MEF, no Araldite® 2015 ocorre um maior aumento percentual de $P_{máx}$ entre os dois últimos L_0 , sendo de 14,6% quando considerado $\tau_{máx}$ e 15,8% quando considerado $\sigma_{máx}$. Através do NNRPIM o maior aumento percentual de $P_{máx}$ ocorre do $L_0 = 25$ mm para o $L_0 = 37,5$ mm. No caso da previsão feita por $\tau_{máx}$ o aumento foi de 15,2% e com o $\sigma_{máx}$ foi de 19,4%.

Para o SikaForce® 7752 é feita a previsão pelo MEF, o maior aumento de $P_{máx}$ foi de 27,9% do $L_0 = 12,5$ mm para o $L_0 = 25$ mm, obtido pela $\tau_{máx}$. Considerando $\sigma_{máx}$ este aumento ocorreu entre os últimos dois L_0 , tendo sido de 16,1%. O NNRPIM obteve um maior incremento de $P_{máx}$ com a $\tau_{máx}$ de cerca 31,1% do $L_0 = 12,5$ mm para o $L_0 = 25$ mm e com o $\sigma_{máx}$, 41,7%, entre os L_0 intermédios. Dos critérios escolhidos a $\tau_{máx}$ permite maior $P_{máx}$ porque a τ_{xy} apresentar uma distribuição de tensão mais suave, sendo os picos de tensão menos pronunciados.

Tabela 13 - $P_{máx}$ obtido em função de L_0 para ambos os adesivos.

		L_0 [mm]	12,5	25	37,5	50
Araldite® 2015	MEF	$P_{máx}(\tau_{máx})$ [N]	2694,2	2973,3	3331,5	3818,1
		$P_{máx}(\sigma_{máx})$ [N]	2103,6	2415,6	2755,4	3190,4
	NNRPIM	$P_{máx}(\tau_{máx})$ [N]	2801,3	3205,7	3694,3	3963,9
		$P_{máx}(\sigma_{máx})$ [N]	2191,0	2580,1	3081,3	3411,3
SikaForce® 7752	MEF	$P_{máx}(\tau_{máx})$ [N]	2288,6	2926,8	3294,4	3741,4
		$P_{máx}(\sigma_{máx})$ [N]	2070,2	2400,7	2716,1	3154,1
	NNRPIM	$P_{máx}(\tau_{máx})$ [N]	2362,0	3096,3	3000,4	3297,7
		$P_{máx}(\sigma_{máx})$ [N]	2129,7	2532,1	3588,8	3823,2

Na Tabela 14 estão representados os erros de $P_{máx}$ para ambos os métodos numéricos em relação ao obtido experimentalmente. Tanto no MEF como no NNRPIM, estes métodos sob estimam a $P_{máx}$ atingida pela junta. O erro também cresce com o aumento do L_0 para ambos os métodos numéricos, à exceção do NNRPIM e para o Araldite 2015 no $L_0 = 50$ mm. Os erros encontrados são da mesma ordem de grandeza desta forma, comprova-se que os erros aqui encontrados não se devem a uma má implementação do NNRPIM, mas antes, da incapacidade dos critérios escolhidos para previsão de $P_{máx}$ de JSS ligadas por adesivos flexíveis.

Tabela 14 – Erros na previsão da resistência para os métodos numéricos.

		L_0 [mm]	12,5	25	37,5	50
Araldite® 2015	MEF	$P_{máx}(\text{exp})$ [N]	5287,8	9480,7	12235,2	15182,2
		$\Delta P_{máx}(\tau_{máx})$ [%]	-49,0	-68,6	-72,8	-74,9
		$\Delta P_{máx}(\sigma_{máx})$ [%]	-60,2	-74,5	-77,5	-79,0
	NNRPIM	$\Delta P_{máx}(\tau_{máx})$ [%]	-47,0	-66,2	-77,1	-73,9
		$\Delta P_{máx}(\sigma_{máx})$ [%]	-58,6	-72,8	-74,8	-77,5
SikaForce® 7752	MEF	$P_{máx}(\text{exp})$ [N]	3625,6	7175,5	10774,1	14383,7
		$\Delta P_{máx}(\tau_{máx})$ [%]	-36,9	-58,7	-69,4	-74,0
		$\Delta P_{máx}(\sigma_{máx})$ [%]	-42,9	-66,5	-74,8	-78,1
	NNRPIM	$\Delta P_{máx}(\tau_{máx})$ [%]	-34,9	-56,8	-72,2	-77,1
		$\Delta P_{máx}(\sigma_{máx})$ [%]	-41,3	-64,7	-66,7	-73,4

3.3.2. Análise de tensões com modelo hiperelástico

O comportamento hiperelástico dos adesivos SikaForce® 7752 e Araldite® 2015 já foi estudado recorrendo a *softwares* comerciais, onde foi descoberto que ambos os adesivos correspondem ao modelo de Ogden de ordem 3 [87]. Dessa forma, escolheu-se o mesmo modelo hiperelástico mas o ajuste aos dados experimentais foi feito recorrendo a um procedimento descrito por Baaser [102]. As curvas $P - \delta$ utilizadas para obtenção das constantes de material foram as mesmas de Faneco et al. [95] para o SikaForce® 7752 e para o Araldite® 2015 as de Fernandes [91]. Os dados experimentais correspondem a ensaios uniaxiais. Os modelos ajustados ao SikaForce® 7752 estão representados na Figura 56 e para o Araldite® 2015 na Figura 55.

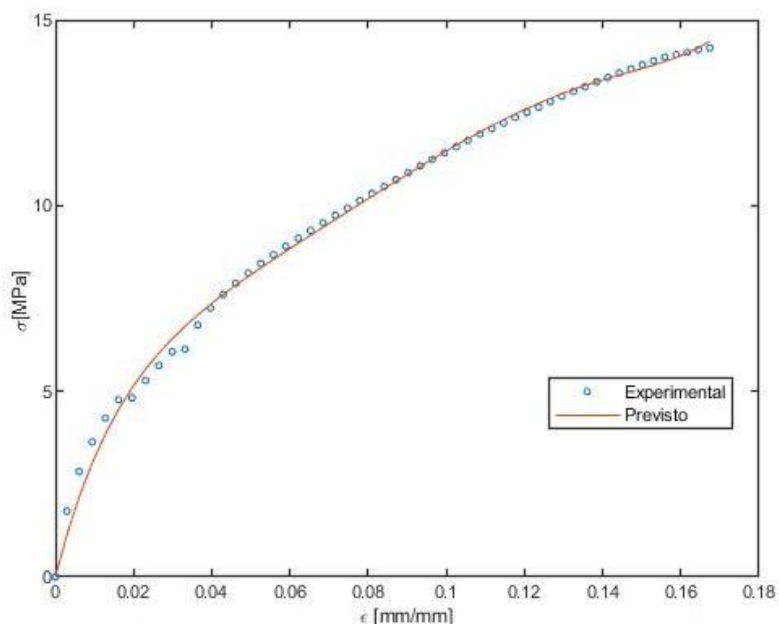


Figura 55 – Curva σ - ϵ experimental com os modelos hiperelásticos ajustados para o SikaForce® 7752.

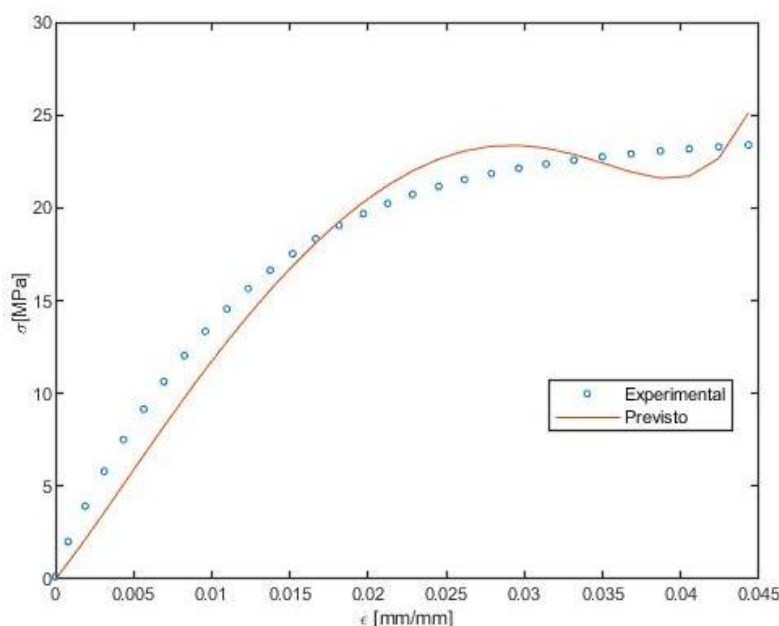


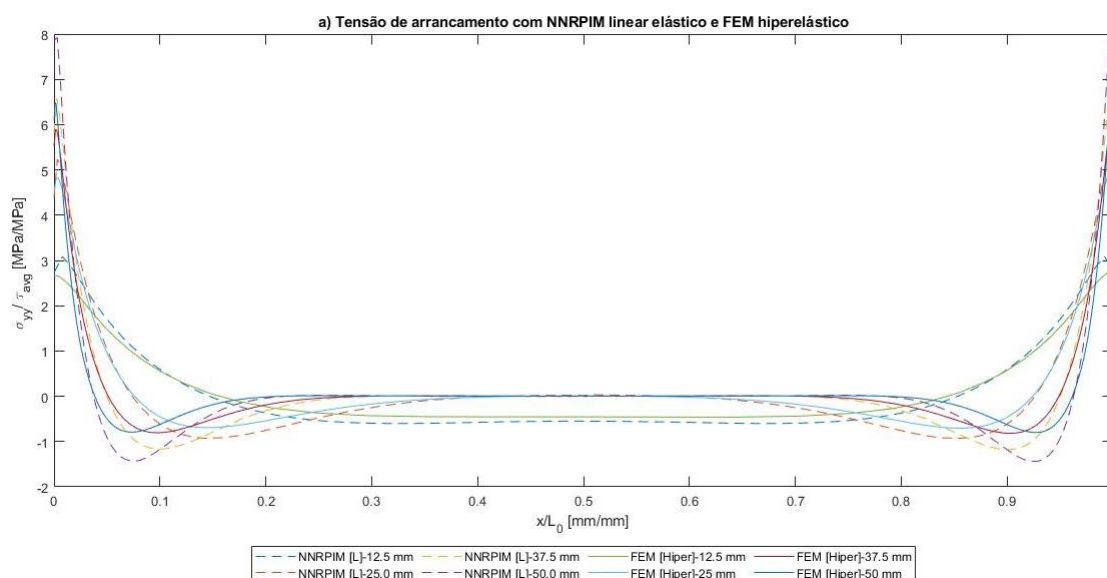
Figura 56 - Curva σ - ϵ experimental com os modelos hiperelásticos ajustados para o Araldite® 2015.

As constantes encontradas através do processo de ajuste estão na Tabela 15. Os valores das constantes são diferentes dos encontrados em Sanchez et al. [87]. Estas diferenças ocorrem devido aos diferentes algoritmos de otimização utilizados [69].

Tabela 15 – Constantes do modelo hiperelástico de Ogden de ordem 3 obtidas de acordo com [102] e Sanchez et al. [87].

Constantes	Araldite® 2015	Araldite® 2015 [87]	SikaForce® 7752	SikaForce® 7752 [87]
μ_1	124,22	-240842,43	61,47	-2946,04
μ_2	-412,21	146827,79	-91,44	1472,70
μ_3	635,85	94678,81	168,30	1581,90
α_1	124,61	1,99	-28,30	-3,46
α_2	-227,18	3,99	31,47	-3,40
α_3	-68,02	-2,00	-63,73	-5,87

Com as constantes do modelo hiperelástico determinadas procedeu-se à análise de tensões no adesivo. Os modelos hiperelásticos foram resolvidos utilizando uma força imposta em vez de um deslocamento. A magnitude da força corresponde a aquela encontrada experimentalmente. Procedeu-se desta forma para visualizar as tensões em $P_{máx}$ já que não há este tipo de dados na literatura. Comparando as tensões hiperelásticas, obtidas por Sanchez et al. [87], com as tensões dos modelos linear elásticos, observa-se que tanto para o Araldite 2015 (Figura 57) como para o SikaForce® 7752 (Figura 58) as distribuições de tensões são qualitativamente similares, confirmando as semelhanças entre ambos os modelos materiais.



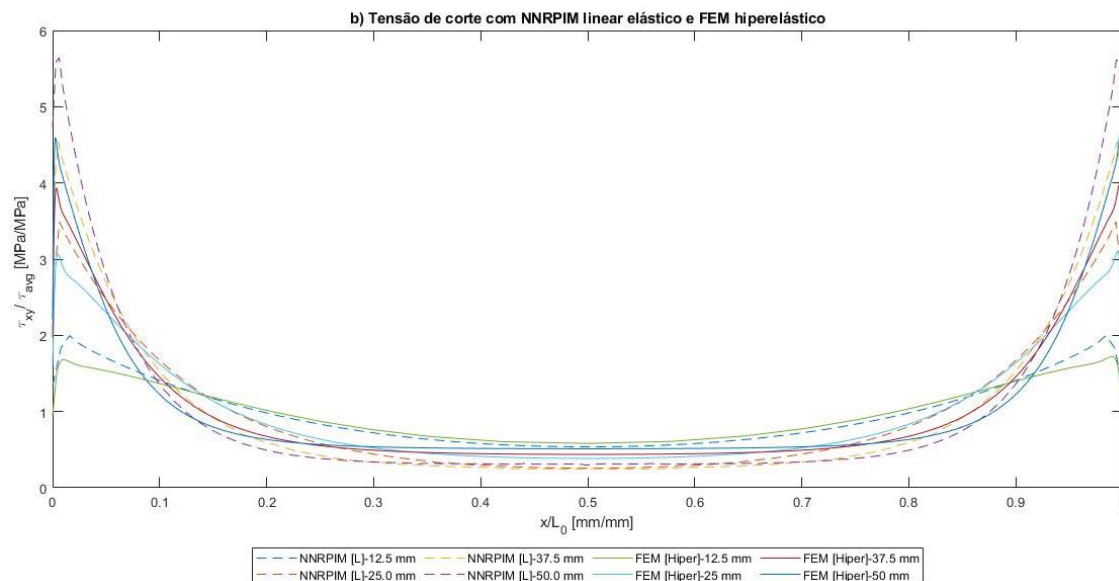
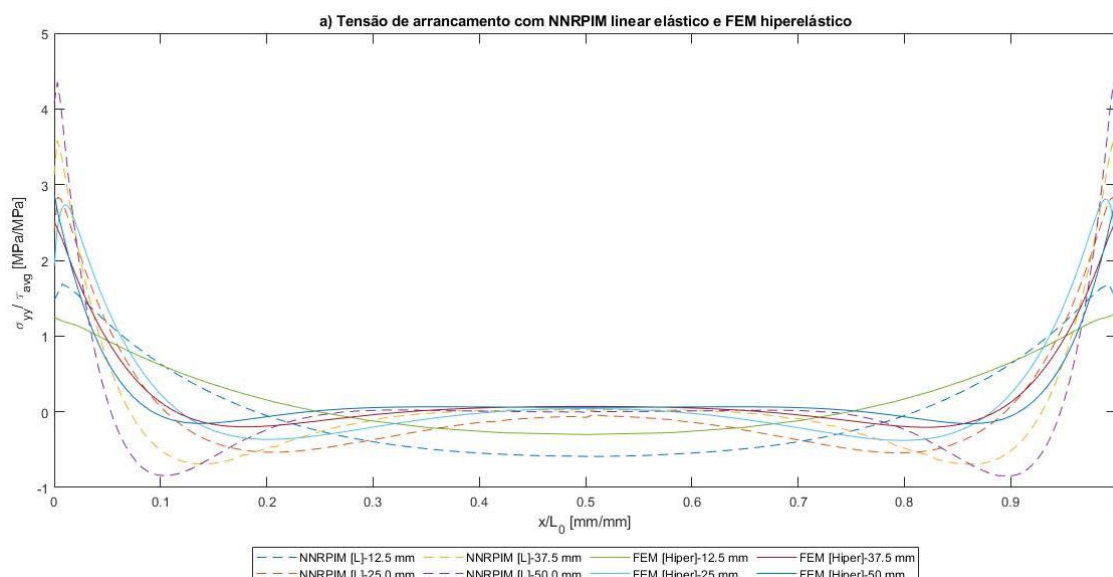


Figura 57 – Comparação de tensões hiperelásticas com lineares elásticas para o Araldite® 2015: τ_{xy} (a) e σ_{yy} (b).

Quando se observam as Figura 57 e Figura 58 constata-se que os modelos lineares elásticos obtêm τ_{xy} e σ_{yy} superiores aos modelos hiperelásticos. Ainda, em ambos os modelos de material os picos de tensão aumentam com o incremento de L_0 . No caso do Araldite® 2015 o $L_0 = 12.5$ mm apresentou uma τ_{xy} linear elástica 13,8 % superior à τ_{xy} hiperelástica e uma σ_{yy} linear elástica 10,7%. Esta diferença diminuiu no $L_0 = 25$ mm para 11% entre τ_{xy} lineares elásticas e τ_{xy} hiperelásticas, e σ_{yy} linear elástica também diminuiu para 6,4%. A partir do $L_0 37,5$ mm a diferença volta a aumentar para 12,6% e 9,2 % nas τ_{xy} lineares para hiperelásticas e σ_{yy} lineares para hiperelásticas, respetivamente. No $L_0 = 50$ mm obtêm os maiores desvios de tensão, no caso das τ_{xy} é de 18,0% e das σ_{yy} de 17,2%.



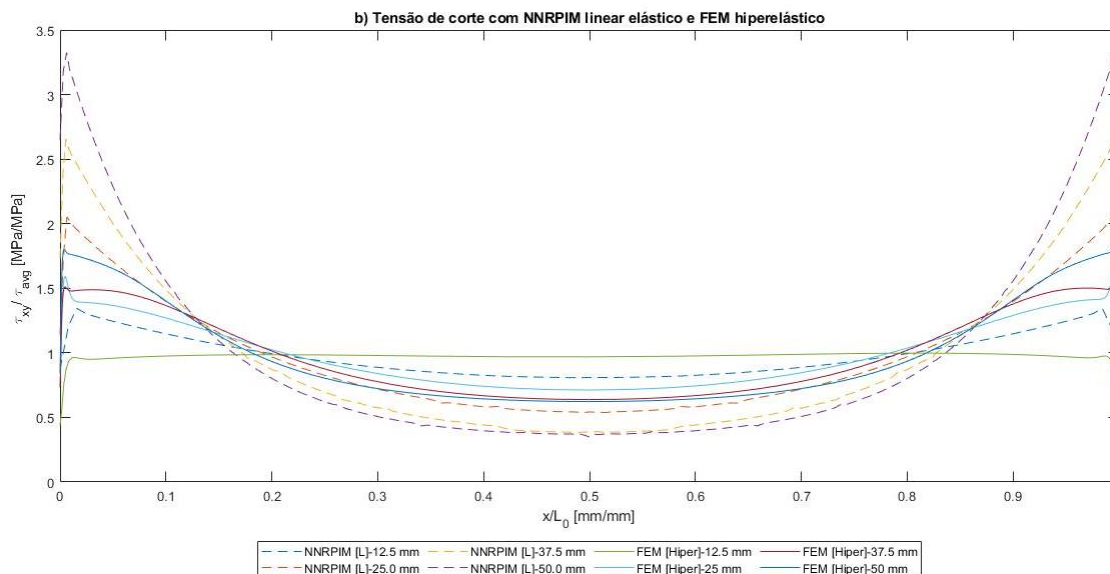


Figura 58 - Comparação de tensões hiperelásticas com lineares elásticas para o SikaForce® 7752: τ_{xy} (a) e σ_{yy} (b).

No caso do SikaForce® 7752, no $L_0 = 12.5$ mm apresentou uma τ_{xy} linear elástica 25,9 % superior à τ_{xy} hiperelástica e uma σ_{yy} linear elástica 22,8%. Para o $L_0 = 25$ mm a diferença percentual foi de 21% entre τ_{xy} lineares elásticas e τ_{xy} hiperelásticas, e apresenta um valor mínimo diferença de percentual σ_{yy} entre o modelo linear elástica e hiperelástico de 1,0%. A partir do $L_0 = 37,5$ mm a diferença volta a aumentar para 42,6% e 29,4 % nas τ_{xy} lineares para hiperelásticas e σ_{yy} lineares para hiperelásticas, respetivamente. O $L_0 = 50$ mm obtém os maiores desvios de tensão, no caso das τ_{xy} é de 45,4% e das σ_{yy} de 33,6%.

A diferença de tensões encontrada do modelo linear elástico e o modelo hiperelástico deve-se à não linearidade deste último, deixando de haver proporcionalidade linear entre as tensões e as deformações. Ainda, para os modelos lineares elásticos o aumento de L_0 faz aumentar as tensões. De igual forma, as tensões (τ_{xy}/τ_{avg} e σ_{yy}/τ_{avg}) nos modelos hiperelásticos incrementam com o incremento do L_0 , embora a magnitude dos picos de tensão seja menor que no caso linear. Isto, deve-se sobretudo a estes modelos serem capazes de capturar o comportamento não linear do material, concordando com aquilo proposto por Duncan e Crocker [103]. O efeito da ductilidade pode ser observado na Figura 58, através do aumento das diferenças entre os picos de tensão lineares face aos picos de tensão hiperelásticos. Ainda, ao comparar a interceção das tensões hiperelásticas com as tensões lineares verifica-se que estas começam a ocorrer cada vez mais prematuramente com o aumento L_0 . Desta forma, nos modelos hiperelásticos a transferência de carga ocorre por uma área maior de adesivo. Este último fenómeno, ocorre para os dois adesivos, o que significa que é um efeito da escolha do modelo material hiperelástico.

4. CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

4.1. Conclusões

O presente trabalho teve como principal objetivo o estudo numérico de JSS ligadas através de adesivos flexíveis, tendo sido aplicado o método sem malha NNRPIM. Para tal, foram utilizadas JSS ligadas pelo Araldite® 2015 e pelo SikaForce® 7752 com substratos de alumínio e diferentes valores de L_0 . Devido a estes materiais apresentarem uma ductilidade elevada, foram avaliados modelos linear elásticos e hiperelásticos.

Para avaliar os resultados obtidos através dos modelos numéricos, estes foram comparados com dados experimentais obtidos por trabalhos anteriores, onde foram estudadas JSS ligadas por estes adesivos. Assim, foi possível estudar as curvas $P - \delta$ e concluir que ambos os adesivos registaram um aumento praticamente proporcional de $P_{m\acute{a}x}$ com L_0 . Nos L_0 de 12,5 mm e 25 mm, os adesivos apresentam praticamente um desenvolvimento semelhante de $P_{m\acute{a}x}$, sendo o Araldite® 2015 o adesivo mais resistente. Verifica-se que, para os maiores L_0 , a maior ductilidade do SikaForce® 7752 permite um maior incremento de resistência do que o Araldite® 2015, conferindo-lhe a capacidade de suportar mais carga para L_0 elevados.

A análise numérica das juntas adesivas foi feita através do MEF, devido a este ser um método bem estabelecido, para posterior comparação com o NNRPIM. Antes de iniciar a análise numérica foi feita uma análise de sensibilidade para averiguar qual a densidade nodal adequada para o estudo das JSS ligadas pelos adesivos flexíveis. Criaram-se quatro malhas diferentes nas quais se variou o número de divisões ao longo da espessura de sobreposição de 4 a 10. A terceira malha com oito divisões foi escolhida devido às tensões terem estabilizado.

Das simulações realizadas em regime linear verifica-se que o NNRPIM subestima a τ_{xy} e a σ_{yy} para todos os L_0 em relação ao MEF. Contudo, as distribuições de tensões apresentam a mesma forma e as das diferenças dos picos de tensão são consideradas aceitáveis, comprovando assim a aplicação do NNRPIM ao estudo de adesivos flexíveis com um modelo material linear elástico. Nesta análise os resultados obtidos para o Araldite® 2015 apresentam maiores diferenças percentuais para $L_0 = 37,5$ mm, de cerca de 10,5 % para τ_{xy} e 11,2 % para σ_{yy} . O caso com a menor diferença trata-se de $L_0 = 12,5$ mm, com cerca 4,8% para τ_{xy} e 3,7% para σ_{yy} . No caso do SikaForce® 7752, τ_{xy} e σ_{yy} obtiveram uma diferença maior para $L_0 = 37,5$ mm, tendo sido de 8,8% e 10,0%, respetivamente. A menor diferença de τ_{xy} , 3,4%, foi obtida para o $L_0 = 50$ mm, enquanto para σ_{yy} esta foi de $L_0 = 12,5$ mm em 3,8%. A determinação da rotura na camada adesiva foi conseguida através da aplicação de critérios da MMC baseados na $\tau_{m\acute{a}x}$ e $\sigma_{m\acute{a}x}$. A aplicação de $\tau_{m\acute{a}x}$ para prever a $P_{m\acute{a}x}$ permite que a junta adesiva obtenha uma maior carga do que com $\sigma_{m\acute{a}x}$. Isto deve-se à distribuição das σ_{yy} apresentar picos de tensão muito pronunciados, fazendo com que se atinja a σ_{ced} de forma precoce. A previsão da resistência apresenta erros na mesma ordem de grandeza entre o MEF e o NNRPIM. Esta comparação permite concluir que a aplicação do NNRPIM foi bem sucedida, devendo-se os erros à incapacidade de os métodos de MMC preverem a resistência de juntas ligadas com adesivos flexíveis.

Para a análise dos modelos hiperelásticos fez-se primeiro uma caracterização dos adesivos em estudo, sendo que o modelo hiperelástico de Ogden de ordem 3 reproduz corretamente o

comportamento dos dois adesivos. As diferenças encontradas no valor das constantes em relação a Sanchez et al. [87] estão relacionadas com o algoritmo de otimização. A simulação numérica com modelo material linear foi comparada com a simulação hiperelástica de Sanchez et al. [87], feita com recurso a *software* comercial e ao MEF. Foi possível constatar que as distribuições de tensões são qualitativamente semelhantes entre o Araldite® 2015 e o SikaForce® 7752. Estas semelhanças podem ser observadas na diminuição dos picos de tensão com o aumento da ductilidade do adesivo. Ao comparar os modelos lineares elásticos com os modelos hiperelásticos, no caso do Araldite® 2015, os picos de tensão são em média 10,9% e 13,9% superiores para a σ_{yy} e τ_{xy} , respetivamente. Para o SikaForce® 7752 os picos de tensão são em média 23,7% e 33,7% superiores para a σ_{yy} e τ_{xy} . Como se comprova em ambos os adesivos, o modelo linear elástico sobrestima os picos de tensão, mostrando assim que o modelo hiperelástico consegue reproduzir melhor o comportamento não linear dos adesivos. Também se pode observar como o modelo hiperelástico reproduz melhor o efeito da ductilidade do adesivo. Este fenómeno pode ser constatado para as juntas ligadas com o SikaForce® 7752, caso em que o modelo linear apresenta diferenças cada vez maiores com o aumento do L_0 , em relação ao Araldite® 2015. Foi evidenciado que, nos modelos hiperelásticos, há mais área de adesivo a transferir carga com o aumento do L_0 do que nos modelos lineares. Este efeito foi observado em ambos os adesivos, o que comprova que se trata de uma consequência direta do comportamento de material hiperelástico.

4.2. Propostas de trabalhos futuros

Como propostas de trabalhos futuros sugerem-se os seguintes:

- Implementação de métodos sem malha com modelos materiais hiperelásticos para analisar JSS ligadas com adesivos flexíveis;
- Utilização de métodos que considerem parâmetros energéticos como critérios de rotura;
- Estudo de geometrias mais complexas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. da Silva, L.F.M., A. Öchsner, e R.D. Adams, *Handbook of Adhesion Technology*, ed. L.F.M. da Silva, A. Öchsner, and R.D. Adams. 2011, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
2. Petrie, E.M., *Handbook of Adhesives and Sealants*. 2nd Edition ed. 2007, New York: McGraw-Hill Education.
3. Cognard, P., *Handbook of adhesives and sealants: basic concepts and high tech bonding*. 2005, Oxford: Elsevier Science Ltd.
4. da Silva, L.F.M., A.G. de Magalhaes, e M.F.S. de Moura, *Juntas adesivas estruturais*. 2007: Publindústria Portugal.
5. Pocius, A.V. e D. Dillard, *Adhesion science and engineering: surfaces, chemistry and applications*. 2002, Amsterdam: Elsevier Science B.V.
6. Dilger, K., 19 - *Automobiles*, in *Adhesive Bonding (Second Edition)*, R.D. Adams, Editor. 2021, Woodhead Publishing. p. 605-635.
7. Hentinen, M., 20 - *Boats and marine*, in *Adhesive Bonding (Second Edition)*, R.D. Adams, Editor. 2021, Woodhead Publishing. p. 637-665.
8. Ramalho, L.D.C., R.D.S.G. Campilho, J. Belinha, e L.F.M., *Static strength prediction of adhesive joints: A review*. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2020. **96**: p. 102451.
9. da Silva, L.F., P.J. das Neves, R. Adams, e J. Spelt, *Analytical models of adhesively bonded joints—Part I: Literature survey*. International Journal of Adhesion & Adhesives, 2009. **29**(3): p. 319-330.
10. Volkersen, O.J.L.s., *Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten*. 1938. **15**: p. 41-47.
11. He, X., *A review of finite element analysis of adhesively bonded joints*. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2011. **31**(4): p. 248-264.
12. Adams, R. e N. Peppiatt, *Stress analysis of adhesive-bonded lap joints*. Journal of strain analysis for Engineering Design, 1974. **9**(3): p. 185-196.
13. Goland, M. e E. Reissner, *The stresses in cemented joints*. 1944.
14. Hart-Smith, L., *Adhesive-Bonded Single-Lap Joints*. 1973.
15. Campilho, R.D.S.G., *Strength prediction of adhesively-bonded joints*. 2017, Boca Raton, EUA: CRC Press.
16. Adams, R. e N. Peppiatt, *Stress analysis of adhesive bonded tubular lap joints*. The Journal of Adhesion, 1977. **9**(1): p. 1-18.
17. Adams, R.D., J. Coppedale, e N. Peppiatt, *Stress analysis of axisymmetric butt joints loaded in torsion and tension*. Journal The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 1978. **13**(1): p. 1-10.
18. Harris, J. e R. Adams, *Strength prediction of bonded single lap joints by non-linear finite element methods*. International Journal of Adhesion & Adhesives, 1984. **4**(2): p. 65-78.
19. Akhavan-Safar, A., M. Ayatollahi, e L.F.M. da Silva, *Strength prediction of adhesively bonded single lap joints with different bondline thicknesses: A critical longitudinal strain approach*. International Journal of Solids Structures, 2017. **109**: p. 189-198.
20. Da Silva, L.F. e R.D. Campilho, *Advances in numerical modelling of adhesive joints*, in *Advances in numerical modeling of adhesive joints*. 2012, Springer. p. 1-93.
21. Goglio, L., M. Rossetto, E. Dragoni, e adhesives, *Design of adhesive joints based on peak elastic stresses*. International Journal of Adhesion & Adhesives, 2008. **28**(8): p. 427-435.
22. Rodríguez, R.Q., W.P. De Paiva, P. Sollero, M.R.B. Rodrigues, e É.L. De Albuquerque, *Failure criteria for adhesively bonded joints*. International Journal of Adhesion & Adhesives, 2012. **37**: p. 26-36.

23. da Silva, L.F.M., P.J.C. das Neves, R.D. Adams, A. Wang, e J.K. Spelt, *Analytical models of adhesively bonded joints—Part II: Comparative study*. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2009. **29**(3): p. 331-341.
24. Bigwood, D.A. e A.D. Crocombe, *Elastic analysis and engineering design formulae for bonded joints*. International Journal of Adhesion & Adhesives, 1989. **9**(4): p. 229-242.
25. Bigwood, D.A. e A.D. Crocombe, *Non-linear adhesive bonded joint design analyses*. International Journal of Adhesion and Adhesives, 1990. **10**(1): p. 31-41.
26. Frostig, Y., O.T. Thomsen, e F. Mortensen, *Analysis of adhesive-bonded joints, square-end, and spew-fillet—high-order theory approach*. Journal of Engineering Mechanics, 1999. **125**(11): p. 1298-1307.
27. Adams, R.D. e V. Mallick, *A method for the stress analysis of lap joints*. The Journal of Adhesion, 1992. **38**(3-4): p. 199-217.
28. Wang, R.X., J. Cui, A.N. Sinclair, e J.K. Spelt, *Strength of adhesive joints with adherend yielding: I. analytical model*. The Journal of Adhesion, 2003. **79**(1): p. 23-48.
29. Adams, R.D., R.D. Adams, J. Comyn, W.C. Wake, e W. Wake, *Structural adhesive joints in engineering*. 1997: Springer Science & Business Media.
30. Williams, M.L., *The stresses around a fault or crack in dissimilar media*. Bulletin of the Seismological Society of America, 1959. **49**(2): p. 199-204.
31. Hutchinson, J.W., *Plastic stress and strain fields at a crack tip*. Journal of the Mechanics Physics of Solids, 1968. **16**(5): p. 337-342.
32. Rice, J.R., *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks*. Journal of Applied Mechanics, 1968. **35**(2): p. 379-386.
33. Carrere, N., E. Martin, e D. Leguillon, *Comparison between models based on a coupled criterion for the prediction of the failure of adhesively bonded joints*. Journal of Fracture Mechanics, 2015. **138**: p. 185-201.
34. Leguillon, D., *Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch*. European Journal of Mechanics A/Solids 2002. **21**(1): p. 61-72.
35. Barenblatt, G.I., *The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks*. Journal of Applied Mathematics Mechanics, 1959. **23**(3): p. 434-444.
36. Dugdale, D.S., *Yielding of steel sheets containing slits*. Journal of the Mechanics Physics of Solids, 1960. **8**(2): p. 100-104.
37. Ji, G., Z. Ouyang, G. Li, S. Ibekwe, e S.-S. Pang, *Effects of adhesive thickness on global and local Mode-I interfacial fracture of bonded joints*. International Journal of Solids Structures, 2010. **47**(18-19): p. 2445-2458.
38. Belnoue, J.P.-H. e S.R. Hallett, *Cohesive/adhesive failure interaction in ductile adhesive joints Part I: A smeared-crack model for cohesive failure*. International Journal of Adhesion & Adhesives, 2016. **68**: p. 359-368.
39. Sugiman, S. e H. Ahmad, *Comparison of cohesive zone and continuum damage approach in predicting the static failure of adhesively bonded single lap joints*. Journal of Adhesion Science Technology, 2017. **31**(5): p. 552-570.
40. Zhang, Q., X. Cheng, Y. Cheng, W. Li, e R. Hu, *Investigation of tensile behavior and influence factors of composite-to-metal 2D-scarf bonded joint*. Engineering Structures, 2019. **180**: p. 284-294.
41. Santos, T.F. e R.D.S.G. Campilho, *Numerical modelling of adhesively-bonded double-lap joints by the eXtended Finite Element Method*. Finite Elements in Analysis and Design, 2017. **133**: p. 1-9.
42. Belytschko, T. e T. Black, *Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999. **45**(5): p. 601-620.
43. Moës, N., J. Dolbow, e T. Belytschko, *A finite element method for crack growth without remeshing*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999. **46**(1): p. 131-150.

44. Stein, N., S. Dölling, K. Chalkiadaki, W. Becker, e P. Weißgraeber, *Enhanced XFEM for crack deflection in multi-material joints*. International Journal of Fracture, 2017. **207**(2): p. 193-210.
45. Wu, C., C. Chen, L. He, e W. Yan, *Comparison on damage tolerance of scarf and stepped-lap bonded composite joints under quasi-static loading*. Composites Part B: Engineering, 2018. **155**: p. 19-30.
46. Le Pavic, J., G. Stamoulis, T. Bonnemains, D. Da Silva, e D. Thévenet, *Fast failure prediction of adhesively bonded structures using a coupled stress-energetic failure criterion*. Journal of Fatigue Fracture of Engineering Materials Structures, 2019. **42**(3): p. 627-639.
47. Demiral, M. e F. Kadioglu, *Failure behaviour of the adhesive layer and angle ply composite adherends in single lap joints: A numerical study*. International Journal of Adhesion & Adhesives, 2018. **87**: p. 181-190.
48. de Almeida, F.J.S., R.D.S.G. Campilho, e F.J.G. Silva, *Strength prediction of T-peel joints by a hybrid spot-welding/adhesive bonding technique*. The Journal of Adhesion, 2018. **94**(3): p. 181-198.
49. Machado, R.M.D., R.D.S.G. Campilho, e R.J.B. Rocha, *Extended finite element modelling of aluminium stepped-adhesive joints*. The Journal of Adhesion, 2019. **95**(5-7): p. 450-473.
50. de Sousa, C.C.R.G., R.D.S.G. Campilho, E.A.S. Marques, M. Costa, e L.F.M. da Silva, *Overview of different strength prediction techniques for single-lap bonded joints*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications, 2017. **231**(1-2): p. 210-223.
51. Liu, G.-R. e Y.-T. Gu, *An introduction to meshfree methods and their programming*. 2005, Dordrecht: Springer Science & Business Media.
52. Liu, G.R. e D. Karamanlidis, *Mesh Free Methods: Moving Beyond the Finite Element Method*. Applied Mechanics Reviews, 2003. **56**(2): p. B17-B18.
53. Chen, Y., J. Lee, e A. Eskandarian, *Meshless methods in solid mechanics*. 2006, New York: Springer Science & Business Media.
54. Wang, J.G. e G.R.S. Liu, *A point interpolation meshless method based on radial basis functions*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002. **54**(11): p. 1623-1648.
55. Gingold, R.A. e J.J. Monaghan, *Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1977. **181**(3): p. 375-389.
56. Nayroles, B., G. Touzot, e P. Villon, *Generalizing the finite element method: Diffuse approximation and diffuse elements*. Computational Mechanics, 1992. **10**(5): p. 307-318.
57. Belytschko, T., Y.Y. Lu, e L. Gu, *Element-free Galerkin methods*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994. **37**(2): p. 229-256.
58. Liu, W.K., S. Jun, e Y.F. Zhang, *Reproducing kernel particle methods*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1995. **20**(8-9): p. 1081-1106.
59. Liu, G.R. e Y.T. Gu, *A point interpolation method for two-dimensional solids*. 2001. **50**(4): p. 937-951.
60. Dinis, L.M.J.S., R.M. Natal Jorge, e J. Belinha, *Analysis of 3D solids using the natural neighbour radial point interpolation method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007. **196**(13): p. 2009-2028.
61. Sukumar, N., B. Moran, e T. Belytschko, *The natural element method in solid mechanics*. International journal for numerical methods in engineering, 1998. **43**(5): p. 839-887.
62. Belinha, J., *Meshless Methods Introduction*, in *Meshless Methods in Biomechanics: Bone Tissue Remodelling Analysis*, J. Belinha, Editor. 2014, Springer International Publishing: Cham. p. 41-87.
63. Belinha, J., A.L. Araújo, A.J.M. Ferreira, L.M.J.S. Dinis, e R.M. Natal Jorge, *The analysis of laminated plates using distinct advanced discretization meshless techniques*. Composite Structures, 2016. **143**: p. 165-179.

64. Sibson, R., *A vector identity for the Dirichlet tessellation*. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1980. **87**(1): p. 151-155.
65. Wang, J.G. e G.R. Liu, *On the optimal shape parameters of radial basis functions used for 2-D meshless methods*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002. **191**(23): p. 2611-2630.
66. Liu, G.R., *An overview on meshfree methods: for computational solid mechanics*. International Journal of Computational Methods, 2016. **13**(05): p. 1630001.
67. Chiminelli, A., C. Valero, M. Lizaranzu, C.I. López, e M. Canales, *Modelling of bonded joints with flexible adhesives*. The Journal of Adhesion, 2019. **95**(5-7): p. 369-384.
68. Crocker, L.E., Duncan, B. C., Hughes, R. G., Urquhart, J. M., *Hyperelastic Modelling of Flexible Adhesives*. 1999, National Physical Laboratory: Teddington, Middlesex, UK.
69. Rackl, M., *Curve Fitting for Ogden, Yeoh and Polynomial Models*. 2015.
70. Treloar, L.R.G., *Stress-strain data for vulcanized rubber under various types of deformation*. Rubber Chemistry Technology, 1944. **17**(4): p. 813-825.
71. Rivlin, R.S. e D.W. Saunders, *Large elastic deformations of isotropic materials VII. Experiments on the deformation of rubber*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical Physical Sciences, 1951. **243**(865): p. 251-288.
72. Yeoh, O.H., *Some forms of the strain energy function for rubber*. Rubber Chemistry and Technology, 1993. **66**(5): p. 754-771.
73. Ogden, R.W., *Large deformation isotropic elasticity—on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids*. Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical Physical Sciences, 1972. **326**(1567): p. 565-584.
74. Sánchez-Arce, I.J., D.C. Gonçalves, L.D.C. Ramalho, R.D.S.G. Campilho, e J. Belinha, *Meshless and hyper-elastic implementation to analyse flexible adhesives*. Procedia Structural Integrity, 2021. **33**: p. 149-158.
75. de Souza Neto, E.A., D. Perić, e D.R.J. Owen, *Finite Strain Hyperelasticity*, in *Computational Methods for Plasticity*. 2008. p. 517-571.
76. Fernandes, T.A.B., R.D.S.G. Campilho, M.D. Banea, e L.F.M. da Silva, *Adhesive Selection for Single Lap Bonded Joints: Experimentation and Advanced Techniques for Strength Prediction*. The Journal of Adhesion, 2015. **91**(10-11): p. 841-862.
77. Bergström, J., *5 - Elasticity/Hyperelasticity*, in *Mechanics of Solid Polymers*, J. Bergström, Editor. 2015, William Andrew Publishing. p. 209-307.
78. Ogden, R.W., *Non-Linear Elastic Deformations*. 1984, New York: Courier Corporation.
79. Holzapfel, G.A., *Nonlinear solid mechanics, A continuum approach for engineering*. 2000, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd.
80. Mooney, M., *A theory of large elastic deformation*. Journal of Applied Physics, 1940. **11**(9): p. 582-592.
81. Ogden, R.W., *Elastic Deformations of Rubberlike Solids*, in *Mechanics of Solids*, H.G. Hopkins and M.J. Sewell, Editors. 1982, Pergamon: Oxford. p. 499-537.
82. Treloar, L.R.G., *The elasticity of a network of long-chain molecules—II*. Transactions of the Faraday Society, 1943. **39**(0): p. 241-246.
83. Sasso, M., G. Palmieri, G. Chiappini, e D. Amodio, *Characterization of hyperelastic rubber-like materials by biaxial and uniaxial stretching tests based on optical methods*. Polymer Testing, 2008. **27**(8): p. 995-1004.
84. Bergström, J., *2 - Experimental Characterization Techniques*, in *Mechanics of Solid Polymers*, J. Bergström, Editor. 2015, William Andrew Publishing. p. 19-114.
85. Lubowiecka, I., M. Rodríguez, E. Rodríguez, e D. Martínez, *Experimentation, material modelling and simulation of bonded joints with a flexible adhesive*. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2012. **37**: p. 56-64.
86. Srinivasan, D.V., V. Ravichandran, e S. Idapalapati, *Failure analysis of GFRP single lap joints tailored with a combination of tough epoxy and hyperelastic adhesives*. Composites Part B: Engineering, 2020. **200**: p. 108255.

87. Sanchez, I., L. Ramalho, D. Gonçalves, R. Campilho, e J. Belinha, *Hyperelastic Behaviour of Adhesives and Its Effect on Bonded Joints: An Exploratory Study*. 2022. p. 135-148.
88. Khosrowpour, E., M.R. Hematiyan, e M. Hajhashemkhani, *A strong-form meshfree method for stress analysis of hyperelastic materials*. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2019. **109**: p. 32-42.
89. Bui, T.K., T.L.N. Vu, T.N. Nguyen, e T.T. Truong, *Meshless radial point interpolation method for hyperelastic materials*. Kalpa Publications in Engineering, 2020. **3**: p. 223-230.
90. Nguyen, N.T., M.N. Nguyen, T. Van Vu, T.T. Truong, e T.Q. Bui, *A meshfree model enhanced by NURBS-based Cartesian transformation method for cracks at finite deformation in hyperelastic solids*. Engineering Fracture Mechanics, 2022. **261**: p. 108176.
91. Fernandes, T.A.B., *Aplicação de métodos numéricos avançados para a previsão de resistência de ligações adesivas*, in *Engenharia Mecânica*. 2014, Instituto Superior de Engenharia do Porto: Porto.
92. Carvalho, U.T.F., *Modelação de juntas adesivas por modelos de dano coesivo utilizando o método direto*, in *Engenharia Mecânica*. 2016, Instituto Superior de Engenharia do Porto: Porto.
93. Campilho, R.D.S.G., M.D. Banea, A.M.G. Pinto, L.F.M. da Silva, e A.M.P. de Jesus, *Strength prediction of single- and double-lap joints by standard and extended finite element modelling*. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2011. **31**(5): p. 363-372.
94. Campilho, R., A. Pinto, M. Banea, R. Silva, e L.F.M. Silva, *Strength Improvement of Adhesively-Bonded Joints Using a Reverse-Bent Geometry*. Journal of Adhesion Science and Technology - J ADHES SCI TECHNOL, 2011. **25**: p. 2351-2368.
95. Faneco, T.M.S., R. Campilho, e R. Lopes, *Strength and Fracture Characterization of a Novel Polyurethane Adhesive for the Automotive Industry*. Journal of Testing and Evaluation, 2017. **45**: p. 398-407.
96. Nunes, S.L.S., R.D.S.G. Campilho, F.J.G. da Silva, C.C.R.G. de Sousa, T.A.B. Fernandes, M.D. Banea, e L.F.M. da Silva, *Comparative Failure Assessment of Single and Double Lap Joints with Varying Adhesive Systems*. The Journal of Adhesion, 2016. **92**(7-9): p. 610-634.
97. Ramalho, L.D.C., I.J. Sánchez-Arce, R.D.S.G. Campilho, J.A.O.P. Belinha, e F.J.G. Silva, *Strength prediction and stress analysis of adhesively bonded composite joints using meshless methods*. Procedia Manufacturing, 2020. **51**: p. 904-911.
98. Sánchez-Arce, I.J., L.D.C. Ramalho, R.D.S.G. Campilho, e J. Belinha, *Analyzing single-lap joints bonded with a brittle adhesive by an elastic meshless method*. Procedia Structural Integrity, 2020. **28**: p. 1084-1093.
99. Gonçalves, D., I. Sanchez, L. Ramalho, R. Campilho, e J. Belinha, *Introductory application of a natural neighbour meshless elastic formulation to double-lap adhesive joints*. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2022. **44**.
100. Crocombe, A., *5 - Stress analysis*, in *Adhesive Bonding*, R.D. Adams, Editor. 2005, Woodhead Publishing. p. 91-122.
101. Resende, R.F.P., B.F.P. Resende, I.J. Sanchez Arce, L.D.C. Ramalho, R.D.S.G. Campilho, e J. Belinha, *Elasto-plastic adhesive joint design approach by a radial point interpolation meshless method*. The Journal of Adhesion, 2022. **98**(15): p. 2396-2422.
102. Baaser, H., *Development and application of the finite element method based on Matlab*. 2010, Heidelberg: Springer Science & Business Media.
103. Duncan, B.C. e L.E. Crocker, *Characterisation of Flexible Adhesives for Design*. 2001: Teddington, Middlesex. UK. p. 85-85.