

**INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E  
ADMINISTRAÇÃO DO PORTO**

**Economias de escala e de gama e eficiência produtiva  
-aplicação econométrica à banca portuguesa nos anos de 1996 e 1997**

Dissertação apresentada para efeitos do  
artº.19 do Dec.-Lei nº185/81 de 1 de Julho  
desenvolvida e defendida publicamente por

Maria Clara Dias Pinto Ribeiro



Porto  
1998

## Índice

	Pág.
Introdução	1
Parte I – Microeconomia e Economia Bancária	7
Capítulo I – Aspectos introdutórios em torno da teoria da empresa	8
I.0. Introdução	9
I.1. A teoria da produção	9
I.1.1. A produção no curto prazo	10
I.1.2. A produção no longo prazo	15
I.2. A teoria dos custos	20
I.2.1. Os custos no curto prazo	20
I.2.2. Os custos no longo prazo	26
I.3. Alguns conceitos de custos aplicáveis a empresas multiproducto	34
I.3.1. Economias de escala	34
I.3.2. Economias de gama	43
I.4. Conclusão	48
Capítulo II – Economias de escala e de gama e eficiência produtiva: o caso dos mercados bancários	50
II.0. Introdução	51
II.1. Os debates teóricos recentes na economia bancária e as suas implicações para o cômputo das economias de escala e de gama	53
II.1.1. A definição de empresa bancária	54
II.1.2. Especificações da função custo	60
II.1.2.1. Dualidade e natureza das funções custo	60
II.1.2.2. Formas funcionais para as empresas multiproducto	63
II.2. Estimação da eficiência	82
II.2.1. Aproximações paramétricas e não paramétricas	85
II.2.1.1. Os modelos estocásticos	85
II.2.1.2. A aproximação DEA	93
II.2.2. Custos totais: custos explícitos de produção versus custos Económicos	98
II.3. Conclusão	103
Parte II – Aplicação ao sector bancário português	105
Capítulo I – Acerca da especificidade do sector bancário português – Tendências recentes do seu desenvolvimento	106
I.0. Introdução	107
I.1. Sob o signo da desregulamentação	107
I.1.1. A abertura da actividade bancária à iniciativa privada	109
I.1.2. Os efeitos da deregulamentação sobre a actividade creditícia	111
I.1.3. Efeitos da desregulamentação sobre a rendibilidade da banca	116
I.1.4. Efeitos da desregulamentação na rede bancária	121
I.1.5. Algumas notas finais: a actividade bancária nos mercados bolsistas e cambial e as formas de pagamento	123

	Pág.
I.2. As alianças estratégicas na banca portuguesa nos anos noventa	126
I.2.1. Breve caracterização do sector bancário e do posicionamento das instituições de crédito	128
I.2.2. As estratégias dos principais grupos financeiros	131
I.2.3. Cômputo das alianças estratégicas na banca portuguesa	136
I.3. Conclusão	137
Capítulo II – Aplicações empíricas	138
II.0. Introdução	139
II.1. Metodologia e estimações: comparação das especificações Cobb-Douglas e Translog	139
II.1.1. A especificação Cobb-Douglas	140
II.1.2. A especificação Translog	158
II.1.3. Conclusão	168
Conclusão	169
Bibliografia	174
Anexos	185

## Índice de Figuras

	Pág.
Figura 1 – Exemplo de uma função de produção a curto prazo	11
Figura 2 – Curvas de produto total, marginal e médio no curto prazo	13
Figura 3 – A derivação do mapa das isoquantas da montanha da produção	16
Figura 4 – As curvas de custo no curto prazo	21
Figura 5 – A curva de custo variável e a da função de produção	24
Figura 6 – A via de expansão da produção	29
Figura 7 – Curvas de custo total, médio e marginal no longo prazo	30
Figura 8 – Economias de escala para uma empresa multiproduto	35
Figura 9 – Expansão de actividade e output mix	42
Figura 10 – Economias de gama	44
Figura 11 – A linha de expansão de subaditividade	47
Figura 12 – O processo da actividade bancária	55
Figura 13 – Crédito bancário ao sector público e privado e PNBpm	112

## Índice de Quadros

	Pág.
Quadro 1 – Novos bancos operando em Portugal a partir de 1984	110
Quadro 2 – Processo de privatização dos bancos entre 1989 e 1996	111
Quadro 3 – Crédito concedido pelas instituições de crédito	113
Quadro 4 – Evolução do crédito concedido	113
Quadro 5 – Rácio Crédito de Crédito de Cobrança Duvidosa /Crédito a Empresas e Particulares	114
Quadro 6 – Nível de provisionamento	115
Quadro 7 – Rácio de Cooke	116
Quadro 8 – Margens financeiras em percentagem do Activo Total médio	116
Quadro 9 – Diferenciais das taxas de remuneração média implícitas e Margens financeiras	117
Quadro 10 – Evolução da estrutura de balanço do sector bancário	118
Quadro 11 – Evolução do resultado bruto e da rendibilidade do activo Líquido	119
Quadro 12 – Evolução do peso das componentes do produto bancário de Exploração	120
Quadro 13 – Número de balcões e taxas de variação	121
Quadro 14 – Número de trabalhadores bancários afectos à actividade Doméstica	122
Quadro 15 – Valor das transacções e capitalização bolsista	124
Quadro 16 – Peso dos bancos cotados em termos de capitalização bolsista	125
Quadro 17 – Alianças estratégicas, concorrência e concentração	127
Quadro 18 – Resultados de estimação da especificação Cobb-Douglas	149
Quadro 19 – Resultados da especificação Cobb-Douglas considerando os custos operacionais como variável endógena	152
Quadro 20 – Resultados da especificação Cobb-Douglas considerando os custos financeiros como variável endógena	154
Quadro 21 – Variáveis significativas consoante a variável dependente	156
Quadro 22 – Resultados da especificação Translog	164
Quadro 23 – Economias de gama na estimação Trans1	167

## Introdução

A economia bancária inspirou-se, na sua conceptualização, na teoria microeconómica. Foi no seguimento do processo de fusões-aquisições ocorrido no sector bancário americano dos anos cinquenta que os primeiros estudos, com base na teoria da empresa, tiveram lugar. No entanto, a transposição dos conceitos da teoria da empresa para a esfera da produção e dos custos bancários tem de ser feita com alguma precaução.

O objectivo do presente trabalho é o estudo das economias de escala e de gama e da eficiência produtiva na banca. Serão desenvolvidos os seguintes pontos: definição de empresa bancária decorrente da adopção das abordagens produção ou intermediação, medição das economias de escala e de gama e da eficiência produtiva, formas funcionais básicas de custos e processos de estimação.

Uma questão prévia que se coloca no estudo da empresa bancária é a da sua própria definição económica, tendo implicações ao nível dos factores de produção, dos produtos e do âmbito dos custos que se pretendem explicar. Se se optar pela abordagem produção, a empresa bancária pode ser vista como uma empresa de serviços que capta recursos (os depósitos, *latu sensu*) e os aplica (as aplicações creditícias), sendo todos os serviços assumidos como produtos. Daí que os custos considerados sejam tão somente os operacionais, não sendo incluídos os custos financeiros. Se se adoptar a abordagem intermediação, a empresa bancária caracteriza-se pela intermediação financeira: os depósitos estão ao lado do trabalho como factores de produção, permitindo, em seguida, a

produção de concessão de crédito. Nesta última abordagem, os custos financeiros são incluídos no cômputo da totalidade dos custos.

Os estudos pioneiros abordavam a empresa bancária como produzindo um único produto, mediante a incorporação de determinados factores de produção. Do que se tratava, ao nível da empresa, era de tentar computar os efeitos do processo de concentração, da escala, sobre os custos – o cálculo de (des)economias de escala era o objectivo charneira destes estudos. Uma empresa tem economias de escala sempre que, dada uma determinada tecnologia, o aumento da produção é conseguido com um acréscimo menos que proporcional dos custos. A justificação da existência de economias de escala pode ser encontrada na indivisibilidade dos factores de produção, na especialização do processo produtivo ou nos efeitos da dimensão dos factores de produção nos custos. Ainda actualmente as instituições bancárias portuguesas, no seguimento do processo de desregulamentação e de liberalização encetado a partir dos anos oitenta, justificam as suas estratégias de crescimento por via do conseguir dimensão competitiva no longo prazo, ou seja, das economias de escala. A existir esta relação dimensão-custos a actividade bancária encaminhar-se-ia para uma situação de monopólio natural, sobrevivendo bancos grandes e eficientes.

A complexidade da produção bancária deixou de se poder associar a uma empresa uniproduto para ser transmitida pelos conceitos decorrentes de uma empresa multiproduto. A mensuração de economias de escala passou a ser acompanhada pela das economias de gama. Existirão economias de gama sempre que se torne mais barato uma mesma empresa produzir dois ou mais produtos do que a sua produção ser feita em diferentes empresas separadamente. Elas

decorrerão da existência de factores de produção fixos, da indivisibilidade dos inputs e da informação, ou seja, da possibilidade de partilha comum dos inputs na produção de vários produtos.

A ineficiência-X, correspondendo a um conceito importante da economia industrial introduzido por H. Leibenstein (1966), foi adoptada pela literatura económica bancária. Autores avançam para que mais de vinte por cento da totalidade dos custos encontrar explicação nos diferentes comportamentos quanto à gestão do controlo de custos, nas imperfeições de mercado ou nas imposições de índole regulamentar (ineficiência - X), enquanto que menos de cinco por cento está associado a ineficiências de escala e de gama. Para o cômputo da ineficiência-X recorre-se a medidas para avaliar a distância entre a fronteira de produção eficiente e a posição de cada empresa. Para o efeito dois métodos têm sido desenvolvidos na literatura para a estimação das curvas fronteira: os métodos estocásticos e o método DEA (data envelopment analysis). Os resultados obtidos apresentam diferenças consoante o método adoptado. Neste nosso estudo vamos abordar a problemática da ineficiência-X em termos teóricos, deixando para posteriores desenvolvimentos a sua validação empírica.

Para a estimação de possíveis (des)economias de escala e de gama socorremos da modelização da função custo tipo Cobb-Douglas e Translog, tendo por base o conjunto dos bancos operando em Portugal nos anos de 1996 e de 1997. A forma funcional Cobb-Douglas foi a desenvolvida nos primeiros trabalhos de estimação das funções custo bancárias, tendo sido posta em causa a partir dos anos setenta, nomeadamente, por não comportar o carácter multiproducto da empresa bancária. Os trabalhos mais recentes têm optado, maioritariamente, por

formas mais flexíveis do tipo Translog. Pareceu-nos pertinente tentar avaliar se os resultados conseguidos pela forma simples Cobb-Douglas eram confirmados pela formulação Translog, no concernente à existência de economias de escala. Concretamente, ao contrário de conclusões empíricas anteriores, vamos avançar a tese da existência de economias de escala, no caso português, conotadas com os custos operacionais. As economias de gama vão ser mensuradas por via da especificação Translog.

Este estudo é dividido em duas partes. Na primeira pretende-se enquadrar a economia bancária como parte integrante da teoria microeconómica. Para isso introduz-se o leitor, no primeiro capítulo, na teoria da empresa, acentuando os conceitos pertinentes no âmbito de empresas multiproducto. O segundo capítulo é dedicado à precisão, para o caso da empresa bancária, das economias de escala e de gama e da eficiência produtiva, situando-se a exposição em torno dos debates teóricos recentes da economia bancária: a definição económica da empresa bancária (abordagem intermediação versus abordagem produção) e as formas funcionais da função custo mais adoptadas em estudos empíricos. Em relação à estimação da eficiência produtiva são referidos os procedimentos econométricos e os não paramétricos. Concluimos este capítulo com uma breve referência à pertinência da consideração dos custos económicos por comparação com os custos explícitos de produção.

Na segunda parte é apresentada a aplicação das contribuições avançadas anteriormente ao caso da banca portuguesa. No primeiro capítulo é caracterizada a evolução da banca portuguesa na última década, sob o signo da desregulamentação e da abertura à iniciativa privada, focando-se as diferentes

estratégias dos principais grupos recentemente formados. O segundo capítulo comporta as aplicações empíricas, com base na amostra do tipo *cross section* constituída pelo conjunto de bancos operando em Portugal nos anos de 1996 e de 1997, recorrendo-se, de forma comparada, às formas funcionais Cobb-Douglas e Translog. O método de estimação utilizado para a especificação Cobb-Douglas foi o OLS com correcção de heteroscedasticidade, enquanto para a especificação Translog recorreu-se ao método SUR.

O presente trabalho é completado com as principais conclusões e onde são avançadas algumas linhas de investigação futura.

*Parte I*

**Microeconomia e Economia Bancária**

## **Capítulo I**

### **Aspectos introdutórios em torno da teoria da empresa**

## *1.0. Introdução*

Uma empresa é uma entidade que adquire factores de produção, ou inputs, no mercado de factores, a determinado preço (constituindo os custos), combinando-os de forma a produzir determinados produtos, ou outputs, com o propósito de os vender. Há relações estreitas entre os preços a que a empresa pode adquirir os inputs, as quantidades destes que incorpora no processo produtivo, as possibilidades tecnológicas como os factores são combinados para produzir determinado output e os correspondentes custos associados à produção. É sobre estas ligações que nos vamos debruçar.

## *1.1. A teoria da produção*

A produção é um conceito geral que inclui desde processos mais ou menos mecanizados segundo os quais se transformam matérias-primas em produtos acabados a prestações de serviços. Ou seja, a produção pode ser definida como “qualquer actividade que cria utilidade actual ou futura”<sup>1</sup> ou um processo que transforma meios (factores de produção) em produtos. Os factores de produção são tradicionalmente classificados em terra, trabalho, capital e organização,

---

<sup>1</sup> In Robert H. Frank (1995), *Microeconomia e Comportamento*, McGraw Hill, p.263

podendo acrescentar-se outros como a energia, a tecnologia e o conhecimento.

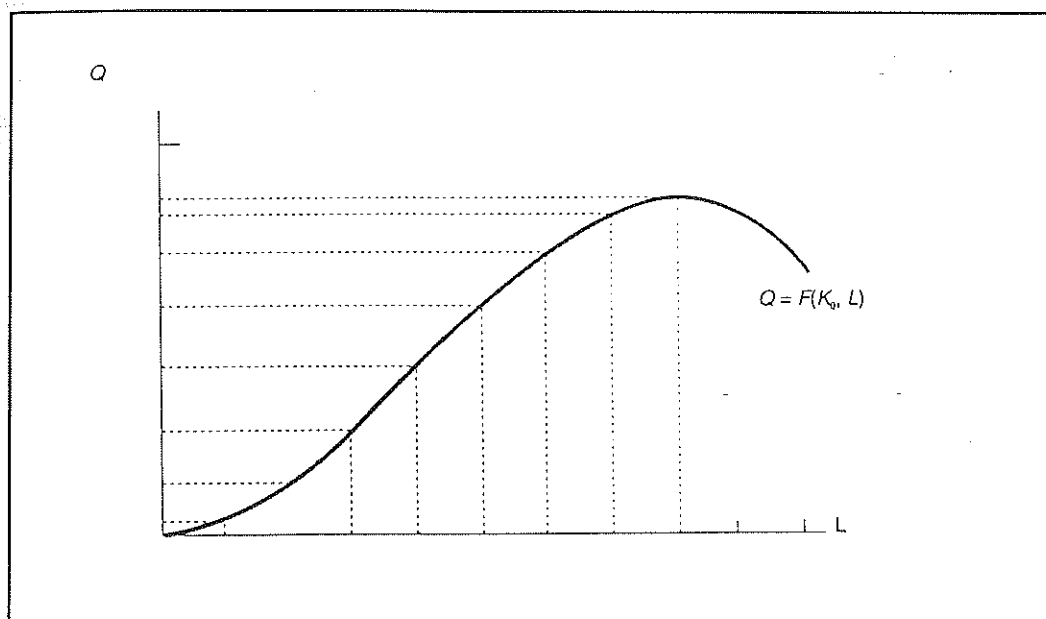
A relação pela qual se combinam os factores de produção de uma forma eficiente para a obtenção de produtos é descrita através de funções de produção, podendo assumir a forma de uma equação matemática. Considerando somente dois factores de produção Trabalho (L) e capital (K), a função de produção seria do tipo  $Q = F(L,K)$ , sendo Q a quantidade produzida.

A função de produção dá-nos a informação de como variará a quantidade produzida se variarem um ou mais factores de produção. O longo prazo de um processo produtivo é definido como o mais curto período de tempo necessário a que todos os factores de produção se comportem como variáveis; o curto prazo é o período de tempo durante o qual um ou mais factores de produção não podem ser alterados, ou seja, se comportam como factores fixos.

### *1.1.1. A produção no curto prazo*

No curto prazo podemos representar a função de produção tendo em atenção que um dos factores se mantém fixo (por exemplo o factor capital) e o outro varia (o factor trabalho).

Figura 1 - Exemplo de uma função de produção a curto prazo



Fonte: Adaptado de Robert H. Frank, 1995, pág.266

O formato curvilinear sugerido na figura 1 é comum a muitas funções de produção no curto prazo, ou *curva de produto total*, apresentando algumas características: 1. passa pela origem, o que significa que a produção é nula se não incluirmos qualquer quantidade de factor variável; 2. o volume de produção aumenta a uma taxa crescente quando são adicionadas as primeiras unidades do factor de produção variável; 3. o volume de produção aumenta a uma taxa decrescente a partir de uma dada quantidade de unidades adicionais de factor variável, podendo mesmo decrescer. Esta última característica da função de produção traduz a *lei dos rendimentos decrescentes*, comum a muitas funções de produção no curto prazo, supondo dada uma tecnologia.

Além da *curva de produto total* deveremos mencionar as curvas de *produto marginal* e de *produto médio* de um factor de produção variável.

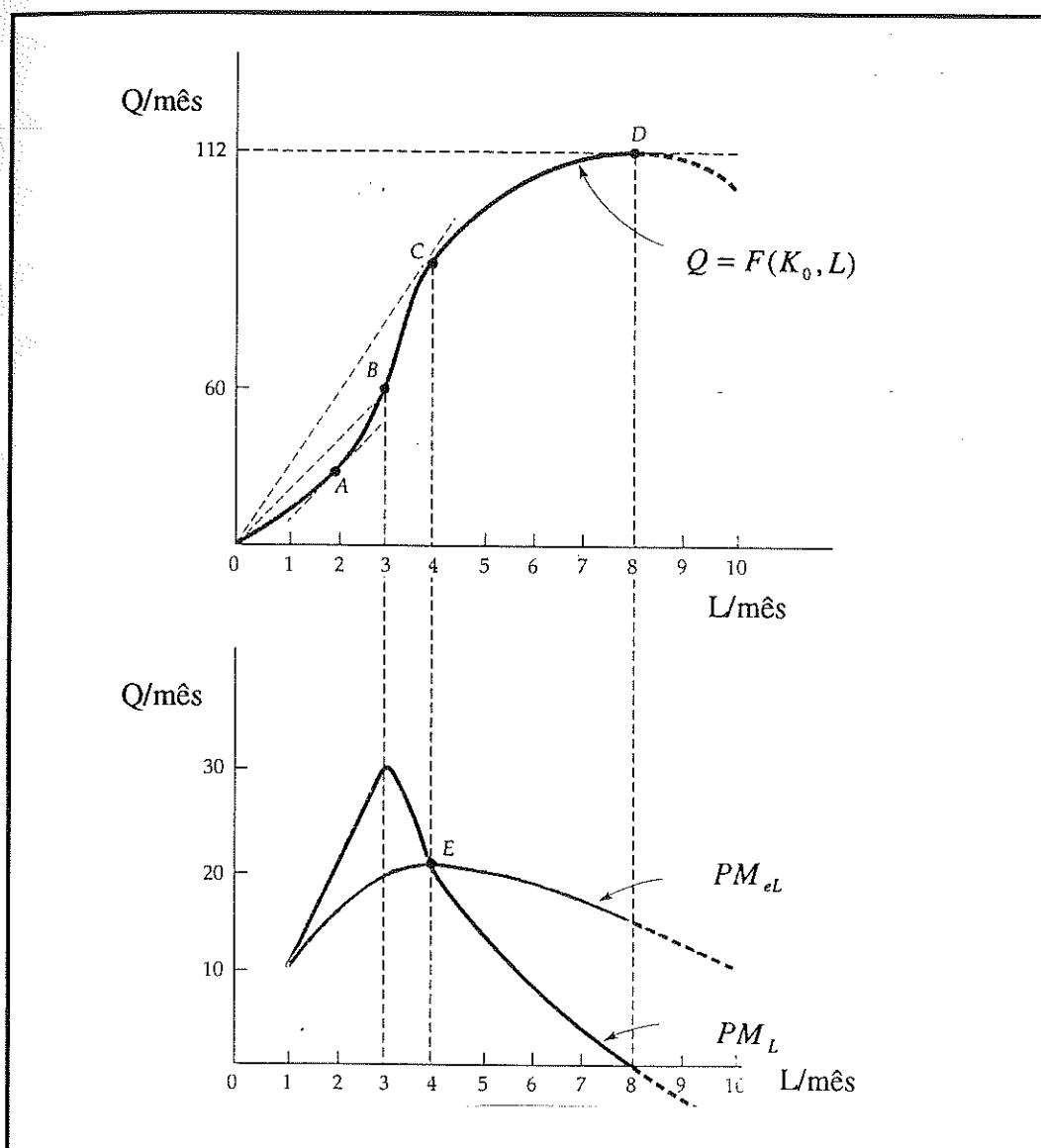
A produção marginal define-se como a variação da produção total como resultado da alteração de uma unidade do factor de produção variável, assumindo como fixos todos os outros factores de produção. Supondo o factor trabalho como variável, a produtividade marginal será dada por

$$PM_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

ou seja, a produtividade marginal em qualquer ponto é igual ao declive da curva do produto total nesse ponto.

O comportamento da curva do produto marginal está associada à forma da curva de produto total. Assumindo o caso típico da curva da figura 1, o produto marginal cresce enquanto a curva de produto total cresce a ritmos crescentes (é convexa), decrescendo a partir da inflexão da curva de custo total (quando esta passa a côncava). Quando a curva de produto total atinge o máximo, a curva de produto marginal é nula (figura 2)

Figura 2 - Curvas de produto total, marginal e médio no curto prazo



Fonte: Adaptado de Robert S. Pindyck e Daniel L. Rubinfeld, 1998, pág.182

A importância do conceito de produção marginal prende-se com a de tomada de decisões estar associada, muitas vezes, a alterações (introdução de novo equipamento, contratação de novos funcionários) e o produto marginal permite a

comparação dos benefício dessas alterações com os custos associados. Por exemplo, a curva do produto marginal permite, à partida, eliminar qualquer combinação de factores de produção que inclua uma quantidade do factor variável superior que determine um produto marginal negativo: a partir desse ponto, a inclusão de um trabalhador adicional no processo produtivo iria acarretar uma diminuição da produção total, ou seja, uma produtividade marginal negativa - “a eficiência técnica não admite a possibilidade de ocorrência de produtos marginais negativos”<sup>2</sup>.

O produto médio de um factor de produção variável é igual à produção por unidade de consumo do factor variável; supondo o trabalho como o factor variável no curto prazo, o produto médio será calculado

$$PMe_L = \frac{Q}{L}$$

Geometricamente, o produto médio num ponto da curva do produto total é o declive do raio traçado a partir da origem que intersecta esse ponto como se pode ver na figura 2.

A curva do produto marginal situa-se acima da curva do produto médio enquanto esta é ascendente (ou seja, se “a contribuição de uma unidade adicional do factor variável para a produção excede a contribuição média dos factores variáveis utilizados até agora, a contribuição média deve subir”<sup>3</sup> ), situando-se abaixo

<sup>2</sup> Traduzido de Robert S. Pindyck, Daniel L. Rubinfeld (1998), *Microeconomics*, Prentice Hall, p.181

<sup>3</sup> In ROBERT H. Frank (1995), obra citada, pág. 272

quando o produto médio é decrescente, intersectando-se as duas curvas quando o produto médio atinge o máximo. Este último resultado pode ser demonstrado; de facto, o produto médio atinge um máximo se e só se a sua primeira derivada, em ordem ao factor variável, for nula, ou seja, se

$$\frac{\partial P_{me}}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial(Q/L)}{\partial L} = \frac{L\partial Q/\partial L - Q}{L^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{Q}{L}$$

Da distinção das curvas de produtos médio e marginal resulta que, como regra geral, quando se pretende distribuir um determinado recurso escasso entre diferentes actividades essa distribuição, para ser eficiente, se faça baseada na igualdade dos produtos marginais (obtendo-se uma *solução interior*, segundo a qual todas as actividades de produção são utilizadas).

### 1.1.2. A produção no longo prazo

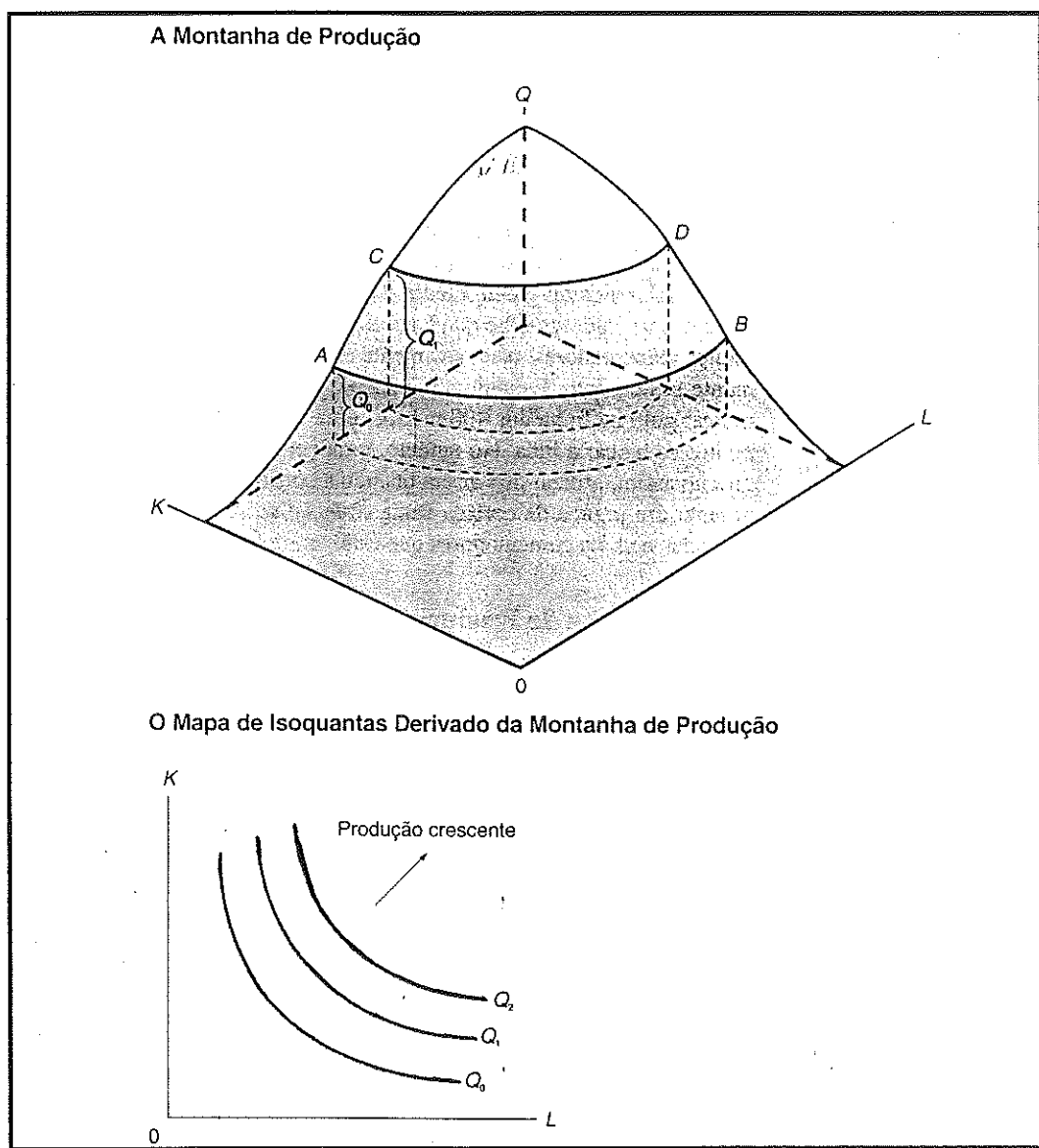
No longo prazo todos os factores de produção são variáveis, por definição. A consideração de  $n$  factores de produção obrigaria a uma representação num espaço  $n+1$  dimensional.

Assumindo dois factores de produção, a representação geométrica da função de produção implica o recurso a três dimensões.

No entanto, é possível através do recurso a um eixo cartesiano representar a função de produção de uma empresa como um mapa de *isoquantas* (todas as

combinações possíveis dos factores de produção, ou seja, todos os pares ordenados - trabalho e capital - que geram um determinado nível de produção). Qualquer combinação de factores de produção sobre uma isoquanta produz um nível de produção superior a outro par ordenado de factores que se situe abaixo dessa isoquanta (figura 3).

Figura 3 - A derivação do mapa das isoquantas da montanha da produção



Fonte: Robert H. Frank, 1995, pág.288

A *taxa marginal de substituição técnica* (TMST) é a taxa à qual um factor de produção pode ser trocado por outro sem implicar qualquer alteração no volume de produção. A inclinação de uma isoquanta, em valor absoluto, dá, justamente, essa informação.

Se diminuirmos a quantidade de um factor de produção variável, por exemplo o capital, em  $\Delta K$ , a perda de produto total será dada por  $PM_K * \Delta K$  (sendo  $PM_K$  o produto marginal do factor capital). De igual forma se aumentarmos a quantidade de um factor de produção variável, o trabalho, em  $\Delta L$ , o acréscimo de produto total será dado por  $PM_L * \Delta L$  (sendo a  $PM_L$  o produto marginal do factor trabalho). Ao longo de uma isoquanta, o produto total mantém-se, ou seja,

$$PM_K * \Delta K = PM_L * \Delta L \Leftrightarrow \frac{PM_L}{PM_K} = \frac{\Delta K}{\Delta L}$$

A TMST sendo o quociente entre  $\Delta K$  e  $\Delta L$ , em valor absoluto, não é mais do que a relação entre as produtividades marginais do trabalho e do capital.

A representação geométrica da isoquanta dá-nos a forma como os factores de produção se substituem. Nos casos extremos, quando são *substitutos perfeitos* o mapa das isoquantas é um conjunto de segmentos de recta, mantendo-se a TMST constante sobre qualquer isoquanta; quando os factores de produção são *complementares perfeitos*, as isoquantas apresentam a forma de ângulo recto, sendo a TMST infinita no segmento vertical, indefinida no vértice e nula no segmento horizontal.

Um conceito importante para avaliar a relação entre a estrutura e a eficiência de uma empresa é o de *rendimentos à escala*. Consiste na determinação do output quando se faz variar, na mesma proporção, todos os factores de produção<sup>4</sup>. Uma função de produção tem *rendimentos crescentes à escala* quando as variações proporcionais de todos os factores correspondem a variações mais que proporcionais na produção, ou seja,

$$F(cK, cL) > cF(K, L)$$

Uma função de produção apresenta *rendimentos decrescentes à escala* quando as variações proporcionais de todos os factores de produção gera uma variação menos que proporcional no output, ou seja,

$$F(cK, cL) < cF(K, L)$$

Finalmente, uma função de produção apresenta *rendimentos constantes à escala* quando uma variação proporcional de todos os factores de produção provoca igual variação proporcional no output, ou seja,

$$F(cK, cL) = cF(K, L)$$

---

<sup>4</sup>É um conceito que está ligado ao longo prazo, não se podendo confundir com a lei dos rendimentos decrescentes.

Quando um processo produtivo apresenta rendimentos crescentes à escala as isoquantas tornam-se cada vez mais próximas, enquanto se afastam quando estamos perante rendimentos decrescentes à escala. Quando os rendimentos são constantes à escala as isoquantas apresentam a mesma distância entre si.

Observe-se que uma função de produção tem rendimentos constantes à escala se e só se for uma função linear homogénea. Toda a função homogénea de grau superior (inferior) a um terá rendimentos crescentes (decrescentes) à escala, embora o inverso possa não ser verdadeiro.

As definições avançadas correspondem a assumir a hipótese extrema segundo a qual qualquer processo tecnológico pode ser balizado dentro destas três categorias. No entanto, muitas funções de produção apresentam rendimentos crescentes, decrescentes e constantes à escala correspondentes a certos intervalos de variação do output. Daí que seja pertinente o cálculo de medidas *locais* dos rendimentos à escala. A *elasticidade de escala* ou *elasticidade do output* ( $\varepsilon(Q)$ ) corresponde à percentagem de variação instantânea do output como resultado da variação um por cento em todos os factores de produção, num determinado ponto.

$$\varepsilon(Q) = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{d \log F(tQ)}{d \log t}$$

Os rendimentos à escala são localmente crescentes, decrescentes ou constantes consoante  $\epsilon(Q)$  for maior, menor ou igual a um, respectivamente<sup>5</sup>.

## *1.2. A teoria dos custos*

Enquanto na teoria da produção estabelecemos a ligação entre as quantidades de factores de produção utilizadas e o output produzido, na teoria dos custos vamos estudar a relação entre a quantidade produzida e o custo para a produzir. Da mesma forma que na teoria da produção vamos dividir a nossa exposição entre o curto prazo e o longo prazo.

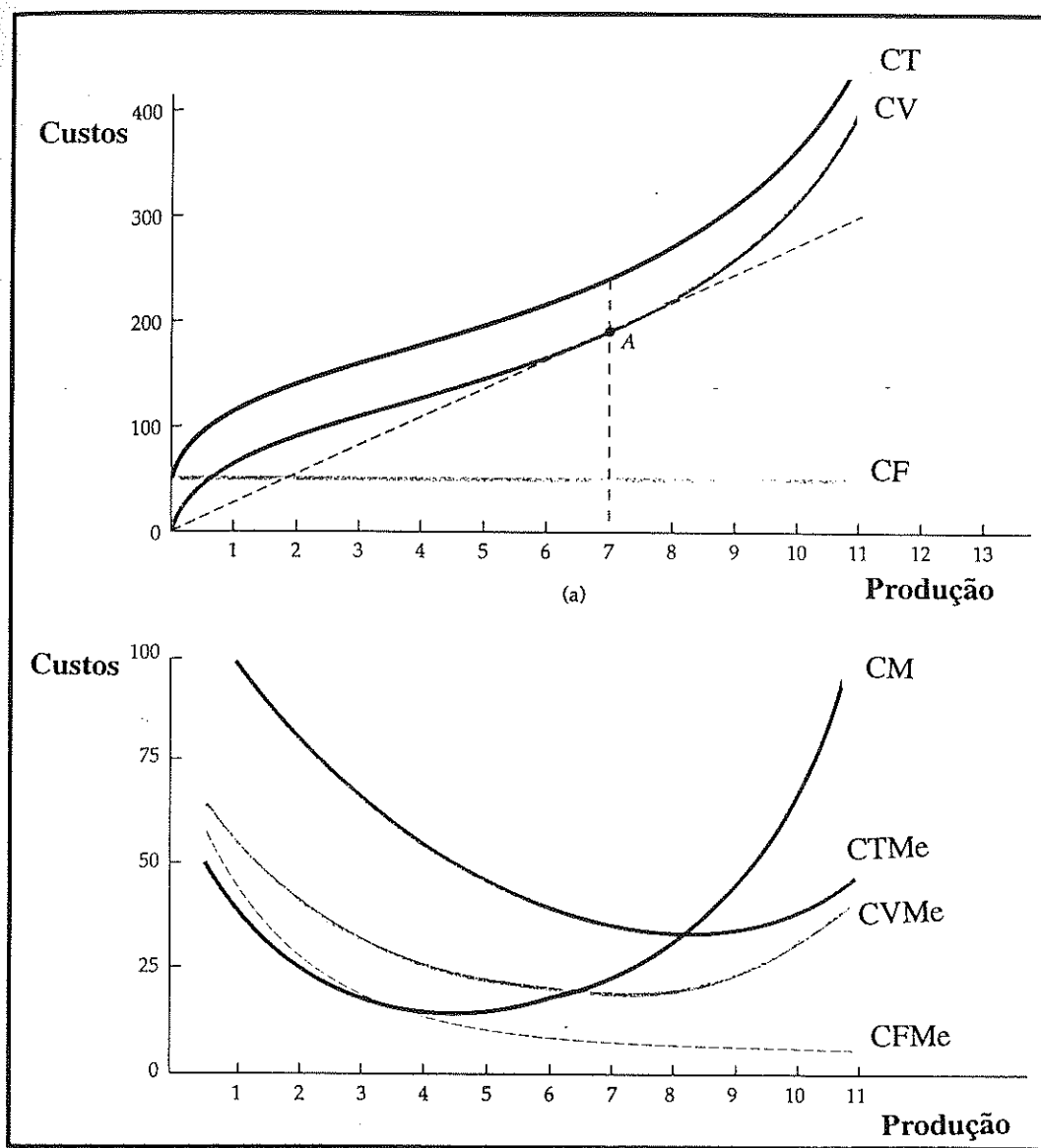
### *1.2.1. Os custos no curto prazo*

A abordagem da questão de como os custos variam com o output no curto prazo, implica a consideração de vários tipos de custo: custo total, custo variável, custo fixo, custo marginal, custo total médio, custo variável médio e custo fixo médio (figura 4).

---

<sup>5</sup>Cfr Geoffrey A. Jehle (1991), *Advanced Microeconomic Theory*, Prentice-Hall International

Figura 4 - As curvas de custo no curto prazo



Fonte: Robert S. Pindyck e Daniel L. Rubinfeld, 1998, pág.213

O *custo total de produção (CT)* é o custo de todos os factores de produção para os vários outputs. São parcelas do custo total de produção o *custo fixo (CF)* e o *custo variável (CV)*.

Os custos fixos podem variar no longo prazo, mas mantêm-se inalterados no curto prazo independentemente do nível de produção; podem-se incluir nestes custos rubricas como manutenção da unidade fabril, despesas com pessoal, seguros, pagamentos de juros de empréstimos. Considerando o factor capital como fixo no curto prazo  $K_0$  e  $r$  o custo unitário, então o

$$CF = rK_0$$

O custo variável é o custo total do factor de produção variável (no nosso caso o trabalho) associado a cada nível de output. Se notarmos por  $L_i$  a quantidade de trabalho necessária para a produção de  $Q_i$  unidades de produto e por  $w$  o custo unitário do factor trabalho (por exemplo, o salário horário), teremos

$$CV(Q_i) = wL_i$$

O custo total de produção, para um dado nível de produção  $Q_i$ , será dado por

$$CT(Q_i) = CF + CV(Q_i) = rK_0 + wL_i$$

Decorrendo da definição destas categorias de custos outras podem ser avançadas. Em primeiro lugar, três de *custo médio*, ou seja, de custo por unidade de produto. O *custo fixo médio* ( $CFMe(Q_i)$ ) da produção de um nível de output  $Q_i$  é dado por

$$CFMe(Q_i) = \frac{CF}{Q_i} = \frac{rK_o}{Q_i}$$

dependendo, ao contrário do custo fixo, do nível de produção: à medida que o nível de produção aumenta o CFMe diminui. O *custo variável médio* ( $CVMe(Q_i)$ ) da produção de um nível de output  $Q_i$  é dado por

$$CVMe(Q_i) = \frac{CV(Q_i)}{Q_i} = \frac{wL_i}{Q_i}$$

O *custo total médio* ( $CTMe(Q_i)$ ) representa o custo unitário de produção e calcula-se

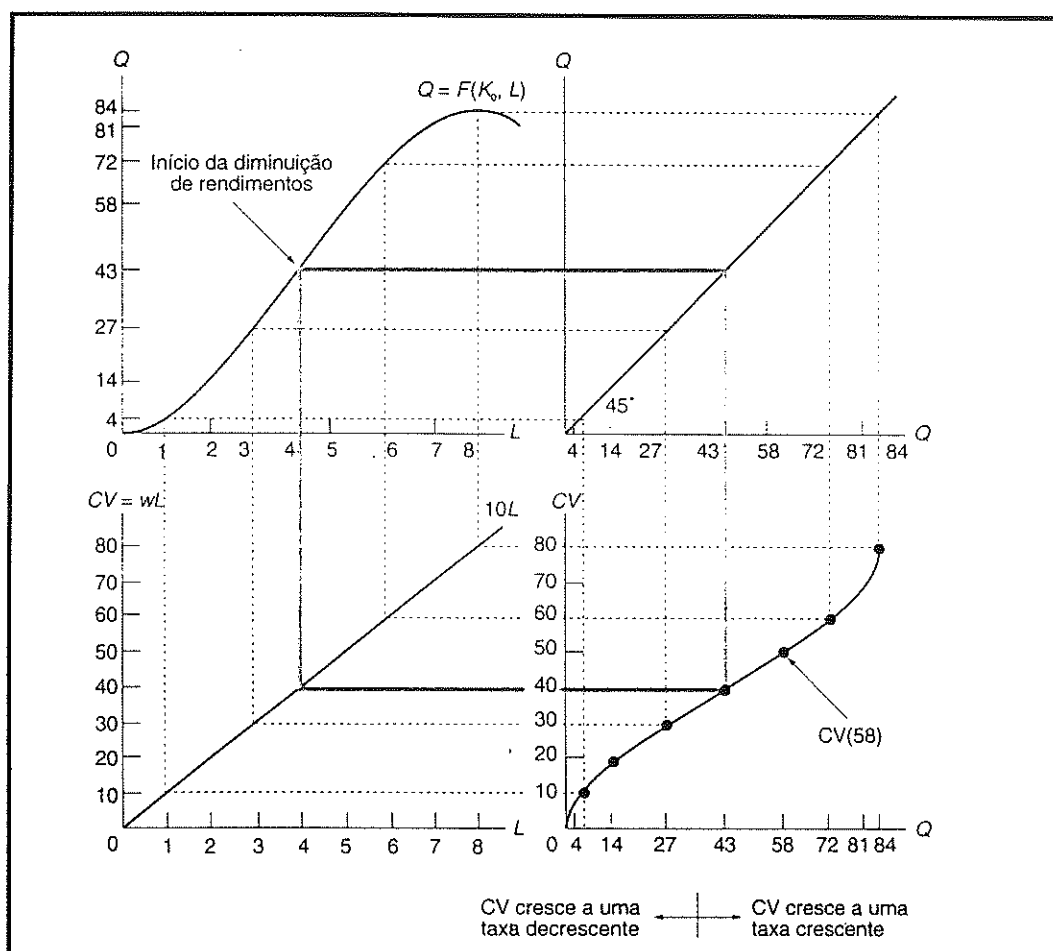
$$CTMe(Q_i) = \frac{CT(Q_i)}{Q_i} = CFMe(Q_i) + CVMe(Q_i) = \frac{rK_o + wL_i}{Q_i}$$

Em segundo lugar, uma quarta categoria de custos derivada das iniciais é a de *custo marginal* ( $CM(Q_i)$ ) que mede a variação do custo total decorrente da produção adicional de uma unidade de produto. A questão charneira que se coloca à empresa é a de que se deve expandir, ou retrain, a produção; o custo de expansão, ou a poupança no caso da retracção, é, precisamente, o custo marginal. Como o custo fixo não sofre alteração, por definição, com a variação da produção, o custo marginal pode ser calculado tendo por referência apenas variação do custo variável:

$$CM(Q_i) = \frac{\Delta CV(Q_i)}{\Delta Q_i}$$

A forma da curva de custo variável (e a de custo total) está estritamente ligada com a da função de produção de curto prazo ( figura 5) e isso decorre de a quantidade de trabalho necessária para produzir uma dada quantidade  $Q_i$  de produção quando multiplicada pelo custo unitário do factor variável ser o custo variável.

Figura 5 - A curva de custo variável e a da função de produção



Fonte: Robert Frank, 1995, pág. 301

A forma das curvas de custo total e de custo variável é a mesma, desfazadas verticalmente o correspondente ao custo fixo, apresentando-se este último como uma recta horizontal ao eixo das abcissas.

Como o custo fixo (medido em unidades monetárias por unidade de tempo) não varia com o nível da produção, o custo fixo médio (medido em unidades monetárias por unidade de produção) decresce com o aumento do output. Geométricamente, o custo fixo médio para o nível de produção  $Q_i$  é dado pelo declive do raio para a curva do custo fixo em  $Q_i$ , representando-se por uma hipérbole rectangular.

Da mesma forma, o custo total médio é dado pelo declive do raio que intersecta a curva de custo total, atingindo o mínimo para o nível de produção em que o raio é tangente àquela curva; similarmente, o custo variável médio graficamente é calculado pelo declive do raio que intersecta a curva de custo variável. A distância vertical, a um determinado nível de produção, entre a curva de custo total médio e a curva de custo variável médio é o custo fixo médio; esta distância tende para infinito quando a produção tende para zero, aproximando-se de zero quando o output tende para infinito.

O custo marginal para um nível de produção  $Q_i$  é dado pelo declive da curva do custo total (ou da do custo variável). A curva do custo marginal apresentará um declive positivo, a partir de um mínimo, traduzindo rendimentos decrescentes.

A curva do custo marginal intersecta as curvas de custo variável médio e de custo total médio nos respectivos mínimos: a produção de uma unidade adicional de produto quando o custo marginal excede o custo médio (total ou variável)

provoca o crescimento do custo médio (e vice-versa). No ponto 1.1.1. referimos que a curva de produto marginal intersecta a curva de produto médio no máximo desta. Esta analogia traduz uma ligação estreita entre as curvas. De facto,

definimos custo marginal como  $CM(Q_i) = \frac{\Delta CV}{\Delta Q_i} = \frac{\Delta wL}{\Delta Q_i}$  e o produto marginal

como  $PM_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$ ; então

$$CM(Q_i) = \frac{w}{PM_L}$$

ou seja, à medida que o produto marginal diminui, por força da lei dos rendimentos decrescentes, aumenta o custo marginal; quando o produto marginal é máximo, o custo marginal é mínimo (supondo uma empresa que tem a possibilidade de variar a quantidade de factor variável, supostamente o trabalho, mantendo a mesma remuneração unitária).

De igual forma se poderia estabelecer a relação inversa entre o custo variável médio e o produto médio no curto prazo.

### 1.2.2. Os custos no longo prazo

No longo prazo todos os inputs são variáveis. A questão que se coloca é como se deve combinar os factores de produção de forma a obter o máximo output a um mínimo custo. De facto este problema comporta duas questões assimiláveis: a primeira a da empresa desejar produzir o máximo, com um determinado custo; a

segunda a da empresa que pretende produzir um determinado output a um custo mínimo. A resposta depende dos preços relativos dos inputs ( vamos considerar que no mercado de factores impera a concorrência, podendo-se assumir que os preços dos inputs são fixos).

Uma *linha de isocusto* inclui todas as combinações possíveis de factores de produção dado um determinado custo total. Assumindo dois factores de produção variáveis, trabalho e capital, o custo total, para um dado nível de produção  $Q_i$ , é dado por

$$CT(Q_i) = rK_i + wL_i$$

ou seja,

$$K_i = \frac{CT(Q_i)}{r} - \frac{w}{r}L_i$$

A inclinação da linha de isocusto é

$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{w}{r}$$

A minimização do custo para um dado nível de produção ou a maximização da produção para um dado nível de custo é estabelecido da mesma forma: trata-se de fazer coincidir uma isoquanta com uma isocusto. Algebricamente isso

consegue-se igualando os respectivos declives. Assim, sendo o declive de uma isoquanta dado por

$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{PM_L}{PM_K}$$

e o declive de uma isoquanta

$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{w}{r}$$

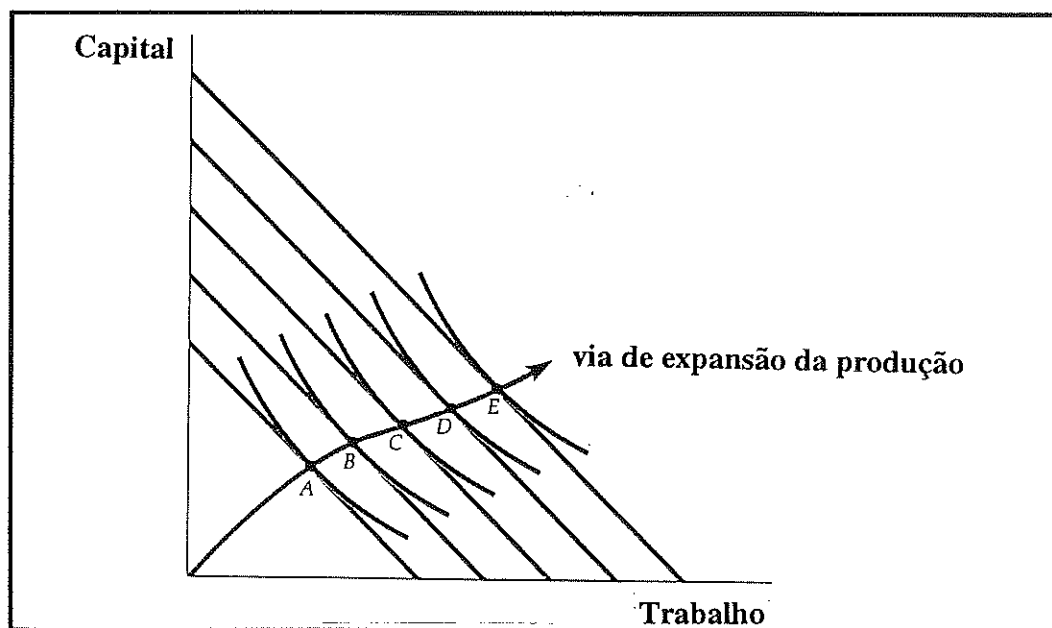
o custo mínimo para uma determinada produção obtém-se para  $K^*$  e  $L^*$  (valores de custo mínimo para os respectivos factores de produção) tal que

$$\frac{PM_{L^*}}{PM_{K^*}} = \frac{w}{r}$$

Repare-se que o primeiro membro da igualdade traduz a taxa marginal de substituição técnica. Reescrevendo a igualdade  $\frac{PM_{L^*}}{w} = \frac{PM_{K^*}}{r}$  vemos que, para custos mínimos, a produção adicional que obtemos da última unidade monetária gasta num determinado factor de produção deve ser idêntica para todos os factores de produção, sob pena de não obtermos custos mínimos. Esta questão da *dualidade* entre as teorias de produção e custo será abordada mais em pormenor no ponto II.1.2.1..

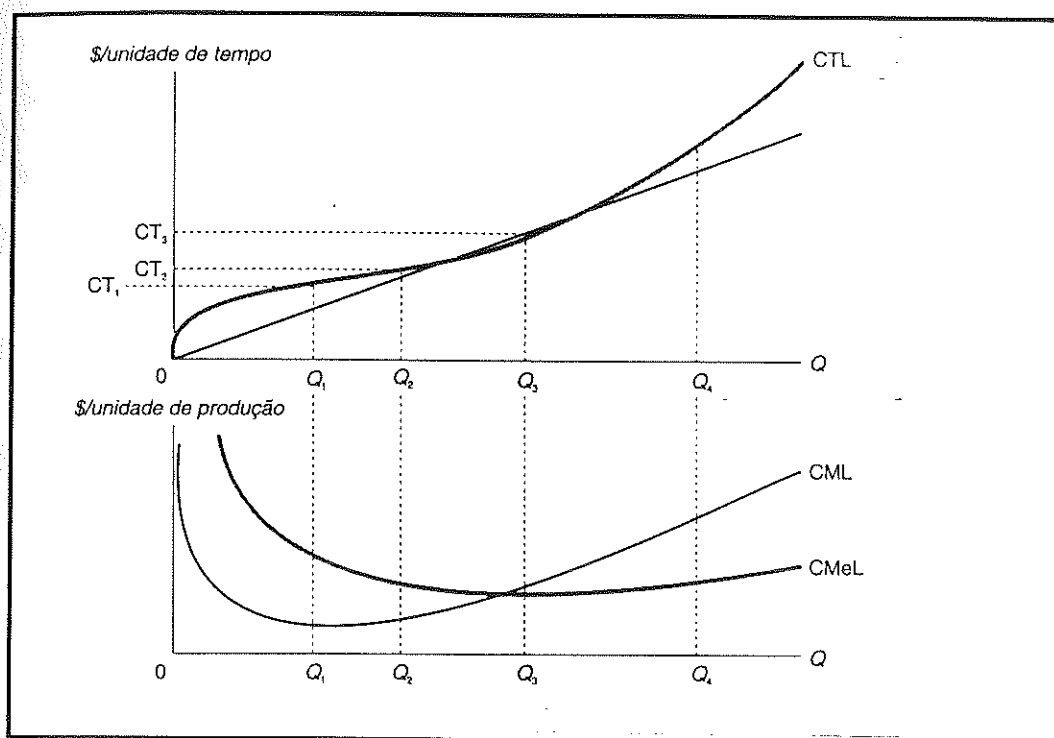
Às combinações de factores de produção de custo mínimo que podem ser utilizadas na obtenção de cada nível de produção, ou seja, ao conjunto de pontos de tangência entre uma linha de isocusto, que se desloca para cima e em paralelo, e o mapa das isoquantas, dá-se o nome de *via ou caminho de expansão da produção* (figura 6). Da inscrição dos pares quantidade-custo total (figura 7), extraídos da via de expansão da produção resulta a *curva de custo total de longo prazo (CTL)* - não há lugar à distinção entre custo total, custo variável e custo fixo, dado que no longo prazo todos os custos são variáveis.

Figura 6 - A via de expansão da produção



Fonte: Robert S. Pindyck e Daniel L. Rubinfeld, 1998, pág. 221

Figura 7 - Curvas de custo total, médio e marginal no longo prazo



Fonte: Robert Frank, 1995, pág. 319

A CTL passa sempre pela origem e isso traduz que, no longo prazo, a empresa pode cessar toda a sua actividade. Dado um nível de produção, os custos totais de curto prazo são sempre iguais ou superiores aos custos totais de longo prazo, uma vez que podemos manipular todos os factores de produção no longo prazo e apenas alguns no curto prazo.

O *custo marginal a longo prazo (CML)*, ou seja, o custo, a longo prazo, da expansão da produção de uma unidade adicional, calcula-se de forma idêntica ao de curto prazo:

$$CML = \frac{\Delta CTL(Q)}{\Delta Q}$$

De igual forma o *custo médio a longo prazo (CMeL)* estabelece-se similarmente ao de curto prazo:

$$CMeL = \frac{CTL(Q)}{Q}$$

O CMeL decresce enquanto o CML se situa acima dele, aumentado no caso contrário.

As representações gráficas dos custos de longo prazo traduzem o grau de economias de escala na produção. Uma função de produção (admitindo que os preços dos inputs se mantêm, independentemente do nível de produção), com rendimentos constantes à escala, o CTL é proporcional à produção, sendo o CML constante e igual ao CMeL (o CMeL é horizontal); quando nos situamos na zona de rendimentos decrescentes à escala, o CTL cresce mais que proporcionalmente ao aumento da produção, apresentando-se o CML crescente e superior ao CMeL (o CMeL é decrescente); na zona de rendimentos crescentes à escala o CTL cresce menos que proporcionalmente do que a produção, sendo o CML decrescente e inferior ao CMeL (o declive do CMeL é positivo). Ou seja, o

grau de rendimentos à escala na produção pode ser analisado pelo sinal do declive do CMeL<sup>6</sup>.

A existência de economias de escala baseia-se em os custos totais crescerem menos que proporcionalmente do que o output. A relação entre as curvas de custo médio e de custo marginal permite escrever o rácio das economias de escala como

$$EE = \frac{CMeL}{CML} = \frac{\frac{CTL}{Q}}{\frac{\partial CTL}{\partial Q}}$$

representando a elasticidade do custo em relação à produção. Quando a derivada do custo médio em relação à produção é negativa, o rácio  $EE \geq 1$ , ou seja, estamos perante economias de escala; quando a derivada do custo médio em relação à produção é positiva, o rácio  $EE \leq 1$ , ocorrendo deseconomias de escala; finalmente, quando a derivada do custo médio em relação à produção é nula,  $EE=1$ , estamos perante economias constantes à escala.

A análise da forma da curva de custo médio de longo prazo é importante para se detectar a existência de economias de escala, mas também permite inferir sobre o nível de competição no mercado. Se a curva de CMeL é sempre decrescente, os custos mais reduzidos ocorrem quando estamos perante uma situação próxima do monopólio natural. Se o mínimo da CMeL se situar num ponto da produção

---

<sup>6</sup>No longo prazo a empresa pode modificar a proporção de inputs à medida que a produção varia. Neste caso recorre-se ao conceito mais abrangente de *economias de escala* e não ao de rendimentos crescentes à escala.

correspondente a uma parte substancial do output total do mercado, então estamos perante mercados oligopolísticos. Se o mínimo do CMeL corresponder a uma pequena parcela da produção total do mercado, ou se apresentar declive nulo ou sempre positivo, então o mercado pode ser abastecido por um número elevado de pequenas empresas (concorrência perfeita).

Dito de outra forma, de uma maneira geral, nenhuma empresa está disposta a produzir acima da sua *escala mínima eficiente (EME)* correspondente ao mínimo do custo médio de longo prazo. O grau de competição e o número de empresas tende a ser maior quando a sua EME é relativamente pequena face à totalidade do mercado, dado que as barreiras à entrada são, também, pequenas; no caso da sua EME ser relativamente elevada face ao output total, as barreiras à entrada (nomeadamente quanto ao volume de investimento e à qualificação da mão de obra) tendem a ser também elevadas, diminuindo a possibilidade de entrada de novos concorrentes e reduzindo a concorrência<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup>D.A.Hay e D.J.Morris (1991); *Industrial Economics and Organisation - Theory and Evidence*  
Oxford University Press

### 1.3. Alguns conceitos de custos aplicáveis a empresas multiproducto

Baumol, Panzar e Willig<sup>8</sup> constituem uma importante referência no tratamento da extensão dos conceitos da teoria de custos de empresas produzindo um só produto para empresas multiproducto.

#### 1.3.1. Economias de escala

O conceito de custo médio para uma empresa multiproducto (que vamos designar por *Custo Médio Vectorial* - CMeV) tem como pressuposto que o custo total varia proporcionalmente à medida que o nível da produção (de um vector de output) se altera, sendo dado por

$$CMeV(Q) = \frac{CT(Q)}{\sum_{i=1}^n Q_i} = \frac{CT(tq_0)}{t \sum_i Q_i}$$

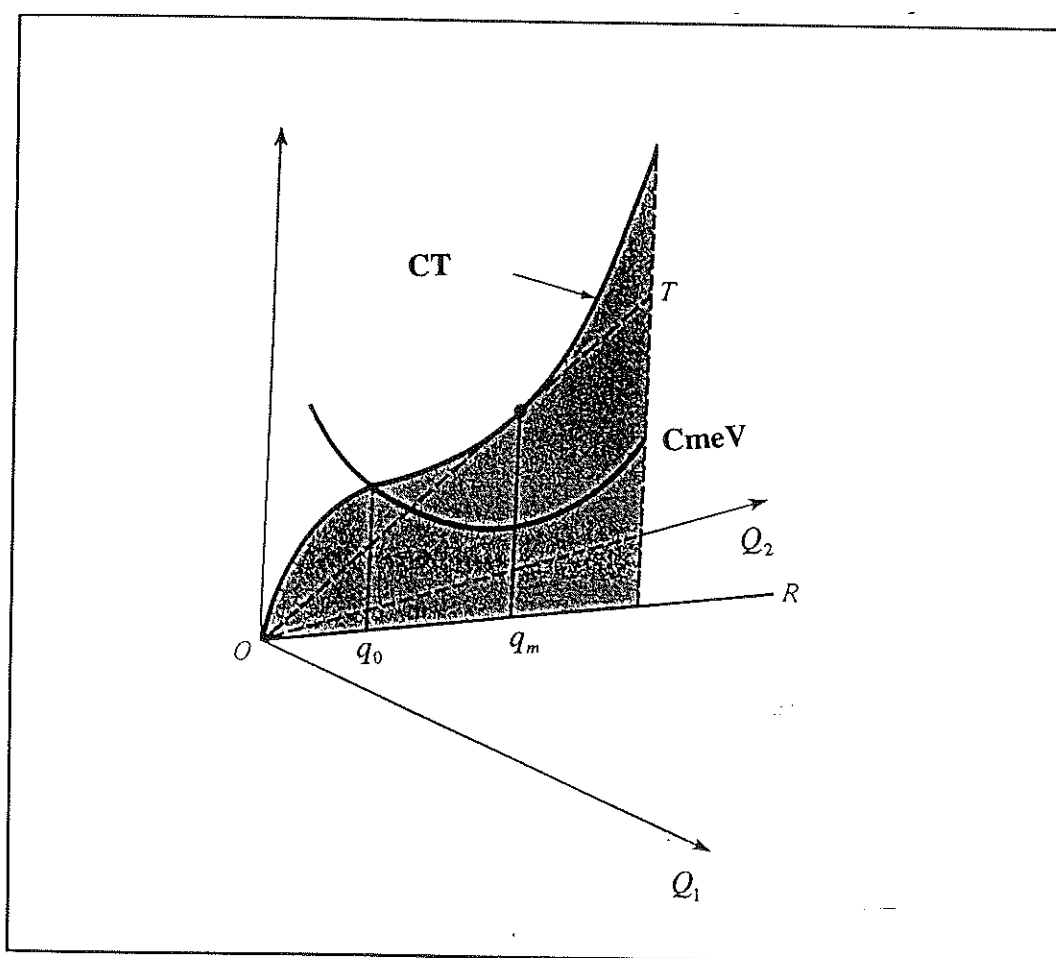
---

<sup>8</sup>W. Baumol, J. Panzar, R. Willig (1988), *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, Harcourt Brace Jovanovich Publishers

onde  $q_0$  é o vector unidade referente a determinados outputs e  $t$  é o número de unidades no vector  $tq_0=Q$ .

A figura 8 pretende, através de uma representação tri-dimensional, inscrever o CMeV, os custos totais e as economias de escala de uma empresa multiproduto.

Figura 8 - Economias de escala para uma empresa multiproduto



Fonte: W.Baumol, J.Panzar,R.Willig, 1988, pág.50

O plano  $Q_1OQ_2$  representa o espaço do output; a proporção em que os outputs representados por  $Q_1$  e  $Q_2$  são produzidos é dada pelo vector ou raio  $OR^9$ . O vector da produção movimenta-se ao longo do vector  $OR$ . Da mesma forma que no caso de uma empresa produzindo um único produto, o mínimo do CMeV no ponto  $q_0$  corresponde à escala mais eficiente (para a empresa produzindo  $Q_1$  e  $Q_2$  na proporção definida pelo vector  $OR$ ). O grau de economias de escala globais ( $EEG_N(Q)$ ) definido para o conjunto de toda a produção  $N$  ( $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ) é dado por

$$EEG_N(Q) = \frac{CMeV(Q)}{CM(Q)} = \frac{CT(Q)}{\sum_{i=1}^n Q_i * \frac{\partial CT(Q_i)}{\partial Q_i}}$$

Sendo o custo médio vectorial dado por  $CMeV(tQ) = \frac{CT(tq_0)}{t \sum_i Q_i}$ , a sua primeira

derivada em ordem a  $t$  será

$$\frac{dCMeV(tQ)}{dt} = \frac{1}{(t \sum Q_i)^2} \left[ (t \sum Q_i) Q * \frac{1}{CT(tq_0)} - CT(tq_0) \sum Q_i \right]$$

Se designarmos por  $\varepsilon$  a elasticidade do CMeV em relação a  $t$ , no ponto  $q_0$ , teremos

<sup>9</sup> A expressão *raio* é associada à denominação inglesa de *RAC-Ray Average Cost* avançada por Baumol, Panzar e Willig (1988)

$$\varepsilon = \frac{dCMeV(tQ)}{dt} * \frac{t}{CMeV(tQ)} = \left( \frac{1}{EEG_N(tQ)} - 1 \right)$$

ou seja, para  $t=1$ ,

$$EEG_N(Q) = \frac{1}{\varepsilon + 1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln CT}{\partial \ln Q_i}}$$

O grau de economias de escala pode ser interpretado como a elasticidade do output em relação ao custo necessário para a sua produção<sup>10</sup>. Haverá economias, deseconomias de escala ou constância à escala no ponto  $q_0$  se a derivada nesse ponto do CMeV for negativa ou positiva, sendo  $EEG_N > 1$ ,  $EEG_N < 1$  ou  $EEG_N = 1$ , respectivamente.

Até agora estivemos interessados em analisar, através da introdução dos conceitos de custo médio vectorial e do grau de economias de escala, de que forma é que os custos variavam em função de alterações proporcionais nas quantidades do conjunto dos produtos (ao longo do vector OR). Um outro aspecto importante é saber de que forma os custos variam em função da alteração do output de um único produto, mantendo-se as quantidades dos outros produtos constantes. É assim que surge o conceito de *custo incremental (CI)* da produção do produto  $i$  definido como o custo total ( $CT(Q)$ ) de uma empresa multiproducto dado um determinado vector de outputs subtraído do custo decorrente do

<sup>10</sup> Cfr. Baumol, Panzar e Willig (1988), pág.51

abandono da produção do produto  $i$  ( $CT(Q_{m-i})$ ), mantendo-se todos os restantes outputs constantes. Ou seja,

$$CI(Q) = CT(Q) - CT(Q_{m-i})$$

onde  $Q_{m-i}$  é o vector da produção com o elemento zero na posição  $i$ . O *custo médio incremental* ( $CMel$ )<sup>11</sup> é definido como o aumento do custo resultante do nível de produção extra de um determinado produto  $i$  quando comparado com o custo da sua não produção, dividido pelo output desse produto  $i$ :

$$CMel_i(Q) = \frac{CI_i(Q)}{Q_i}$$

O *grau de economias de escala específicas* do produto  $i$  ( $EEE_i(Q)$ ), é calculado da forma habitual como o quociente entre os custos médios e os marginais

$$EEE_i(Q) = \frac{CMel_i}{\frac{\partial CT}{\partial Q_i}}$$

Como habitualmente, quando  $EEE_i(Q) > 1$ , ou seja, quando o custo marginal é inferior ao custo médio, este último tem como primeira derivada um valor negativo, decrescendo à medida que  $Q_i$  cresce (haverá economias de escala nesse

<sup>11</sup> O termo *incremental* é preferível ao *variável* adoptado por autores como Turner e Areeda (1975) pela possibilidade de incluir no cálculo do custo médio alguma parcela correspondente a custos de cariz fixo (cfr. Baumol, Panzar, Willig, 1988, pág.67)

intervalo). De igual forma, quando  $EEE_i(Q) < 1$ , o custo marginal crescerá à medida que  $Q_i$  aumenta, havendo deseconomias de escala. Quando  $EEE_i(Q) = 1$  estamos sobre o mínimo do custo médio, havendo economias constantes à escala.

A especificação adoptada para a função custo é um factor relevante para a interpretação do grau de economias de escala. A função custo de um departamento ou secção de um banco pode ser substancialmente diversa daquela referente a todo o banco. Estes dois níveis de análise são referidos na literatura bancária como *plant (branch) economies* e *firm economies*<sup>12</sup>.

Nos primeiros estudos a distinção entre estes dois níveis *plant* e *firm* era feita através da introdução de variáveis dummy ( Benston, 1965; Bell e Murphy, 1968<sup>13</sup>).

Estudos mais recentes incluem na função custo variáveis referentes ao nível *plant*.

Por exemplo se se optar por uma especificação da função custo do tipo

$$CT = C(Q, W, B)$$

- em que CT representa os custos da empresa bancária, Q o vector dos produtos bancários, W o vector de preços associado aos factores de produção e B o vector correspondente à variável (de estrutura) número de balcões - as economias de

<sup>12</sup> Optamos pelas designações originais anglo-saxónicas, dada a sua consagração na literatura bancária portuguesa.

<sup>13</sup> Citados por P.Molyneux, Y.Altunbas, E.Gardener (1996), *Efficiency in european banking*, John Wiley & Sons, pág.157

- escala são calculadas no pressuposto de que o número de balcões permanece constante durante o processo de estimação.

Para a estimação de economias de escala ao nível *firm* tanto o número de balcões como as produções podem variar. Neste caso a especificação da função custo do tipo

$$CT = C(Q, W)$$

não inclui explicitamente o número de balcões como variável autónoma; ou seja, a variação de custos decorrentes da alteração do número de balcões associada a mudanças de escala operativa é traduzida directamente pelo grau de economias de escala.

Na prática muitos bancos, para aumentarem o seu nível de actividade, são obrigados a aumentar a sua rede de balcões, pelo que seria de desprezar o nível *plant*. Por outro lado, a formulação da função custos incluindo explicitamente o vector *B* mostra-se superior, em termos de “implementação econométrica”, à da formulação *firm*<sup>14</sup>.

A harmonização das duas perspectivas foi resolvida pela introdução do conceito de *augmented economies of scale* (alguns autores, como Clark<sup>15</sup>, falam, neste

<sup>14</sup> P. Soares de Pinho (1995), *Economias de escala e eficiência produtiva na banca portuguesa: uma revisão da literatura*, pág.42

<sup>15</sup> J.A. Clark (1988), *Economies of scale and scope at depository financial institutions: a review of literature*, Economic Review of Federal Reserve Bank of Kansas City, Setembro 1988, pág.30

caso, em *firm economies of scale*) que vamos designar por *grau de economias de escala totais (EET)*, medida por

$$EET = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln CT}{\partial \ln Q_i}} + \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln C_i * \partial \ln B}{\partial \ln B * \partial \ln Q_i}}$$

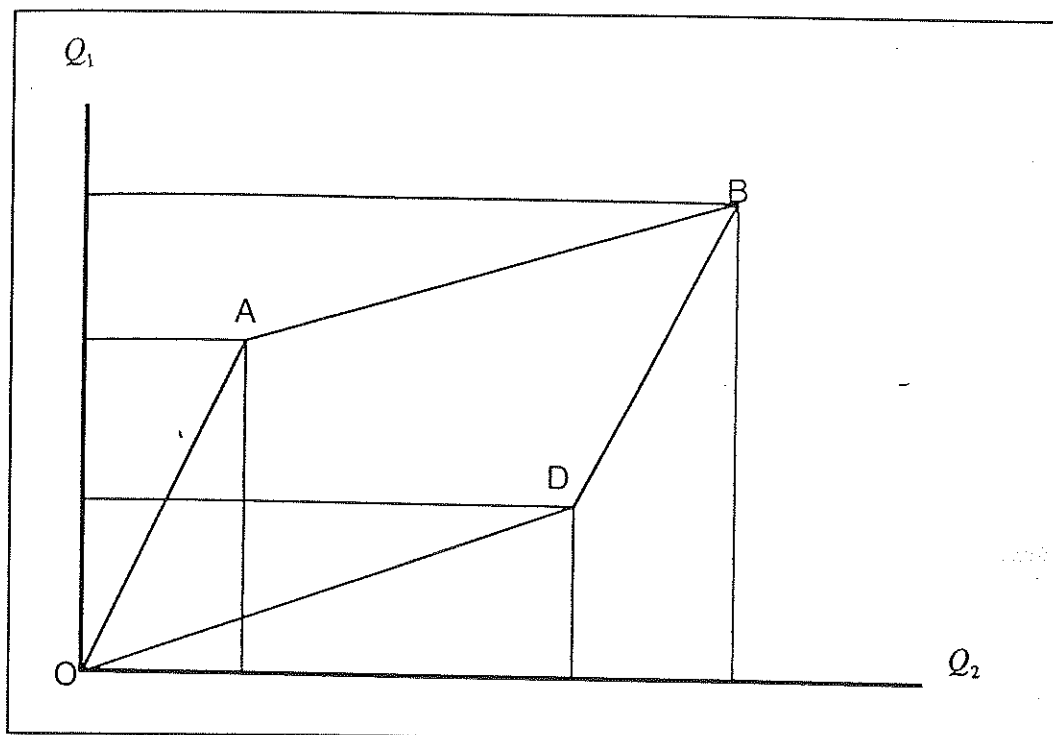
permitindo autonomizar os efeitos da alteração de B na segunda parcela de EET.

Estas medidas de mensuração das economias de escala pressupõem que o *mix* de produtos se mantém inalterado com a expansão da actividade, ou seja, inserem-se no conjunto das medidas de economias de escala *vectoriais (ray economies of scale)*.

Suponhamos<sup>16</sup> que estamos em presença de um banco de pequena dimensão, A, e que se pretende calcular as economias de escala para o banco B, de maior dimensão:

<sup>16</sup> Cfr P.S.Pinho (1995), obra citada, pág.42-3

Figura 9 - Expansão de actividade e output mix



Fonte: Paulo Soares de Pinho, *Estudos sobre o sistema bancário português*, 1995, pág.43

A expansão da actividade do banco B faz-se ao longo de AO e AB e não de OB. Ou seja, se se abandonar a hipótese da permanência do *mix* de produtos à medida que varia a actividade, o cômputo de economias de escala (Berger, 1987<sup>17</sup>) poderá ser feito através da elasticidade do custo relativamente à produção, em termos incrementais, ao longo de uma linha de expansão (*linha de expansão de economias de escala - LEEE*- de A para B):

<sup>17</sup> Citado por P.S.Pinho (1995), obra citada, pág.42

$$LEEE = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{(Q_i^B - Q_i^A) / Q_i^B}{(CT(Q_i^B) - CT(Q_i^A)) / CT(Q_i^B)} \right)^* \frac{\partial \ln CT(Q_i^B)}{\partial \ln Q_i^B}}$$

onde  $Q_i^A$  e  $Q_i^B$  são o volume de um determinado produto  $i$  produzido pelos bancos A e B.

### 1.3.2. Economias de gama<sup>18</sup>

Além das economias resultantes da escala ou da dimensão da produção de uma empresa há, também, a possibilidade da redução dos custos por via da produção de diferentes bens ou serviços por uma única empresa comparativamente à produção por empresas especializadas; as primeiras economias designam-se por economias de escala e as segundas por *economias de gama*. Da existência de economias de gama virtualmente em todas as empresas decorre a importância do estudo das empresas multiproducto<sup>19</sup>

Poderemos referir dois tipos de economias de gama. As *economias de gama internas ou de produção* resultantes da junção de serviços como, por exemplo, produção e marketing; e as *economias de gama externas ou de consumo*

<sup>18</sup> Adoptamos a expressão *economias de gama* como tradução da terminologia anglo-saxónica *economies of scope*. Outros autores preferem traduzir como *economias de diversificação, de fins, de âmbito*. Autores como Paulo Soares de Pinho (1995) optam pela manutenção do termo original *scope*.

<sup>19</sup> R. Willig (1979), *Multiproduct Technology and Market Structure*, *American Economic Review*, 69, pág.346-51

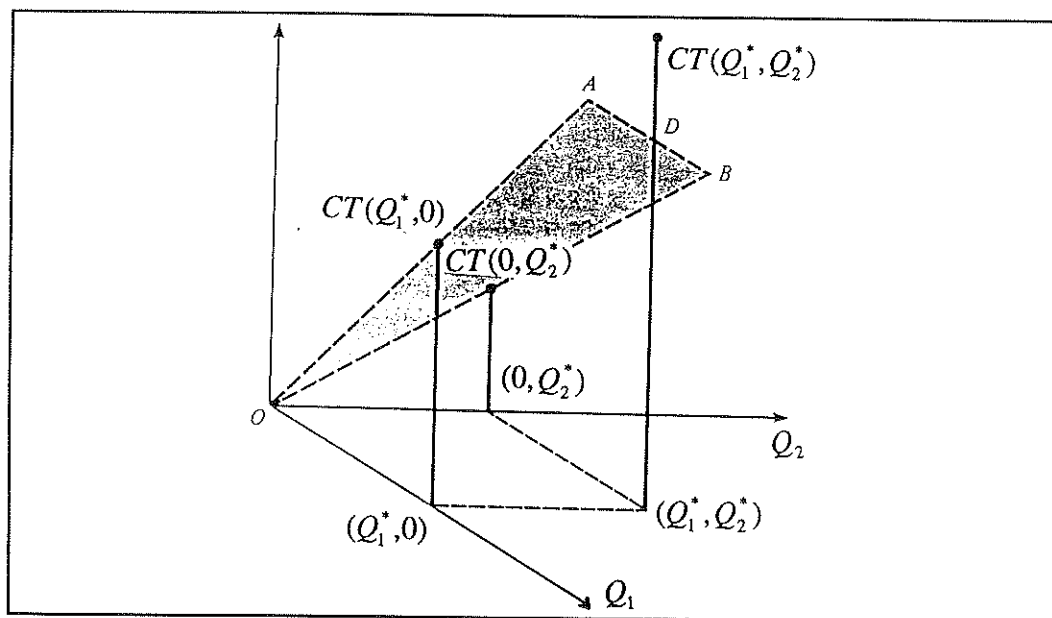
derivadas da possibilidade dos consumidores se abastecerem de vários produtos ou serviços no mesmo local ou na mesma empresa.

Se os custos associados à produção conjunta de dois produtos forem designados por  $CT(Q_1, Q_2)$  e as funções custo decorrentes da produção separada forem representadas por  $CT(Q_1)$  e  $CT(Q_2)$ , então estamos perante economias de gama se e só se

$$CT(Q_1, Q_2) < CT(Q_1) + CT(Q_2)$$

Haverá deseconomias de gama sempre que o sentido da desigualdade anterior for do tipo “maior do que”.

Figura 10 - Economias de gama



Fonte: Adaptado de Baumol, Panzar e Willig, 1988, pág.72

Graficamente (figura 10) o conceito de economias de gama implica a comparação entre a soma dos custos associados à produção especializada de cada um dos produtos, representada por  $CT(Q_1^*, 0) + CT(0, Q_2^*)$ , soma das alturas dos respectivos segmentos de recta inscritos no plano dos custos sobre os eixos, e  $CT(Q_1^*, Q_2^*)$ , altura no plano dos custos no ponto  $(Q_1^*, Q_2^*)$  - vector soma de  $(Q_1^*, 0)$  e  $(0, Q_2^*)$ . Se  $CT(Q_1^*, Q_2^*)$  se situar abaixo do hiperplano OAB, então a condição para a existência de economias de gama é assegurada.

O grau de economias de gama (EG) de uma empresa pode ser definido como a medida do crescimento relativo dos custos resultante da separação da produção em dois (ou mais) produtos,  $Q_1$  e  $Q_2$ :

$$EG = \frac{CT(Q_1) + CT(Q_2) - CT(Q_1, Q_2)}{CT(Q_1, Q_2)}$$

Considerando n produtos, teremos:

$$EG = \frac{\sum_{i=1}^n CT(Q_i) - CT(Q)}{CT(Q)}$$

Se  $EG < 0$  excluir produtos da gama oferecida aumenta os custos médios de produção; ou seja, o valor, em módulo, obtido pela medida EG significa os ganhos de diversificação da produção em percentagem dos custos totais de produção. Se  $EG > 0$  ou  $EG = 0$  estaremos perante economias de gama decrescentes ou constantes, respectivamente.

Empiricamente a medida EG é pouco utilizável, comportando alguns problemas.

Em primeiro lugar, a informação disponível não permite, de um modo geral, imputar os custos a cada produto; este problema é ultrapassável pelo recurso à condição suficiente para a existência de economias de gama (complementaridade dos outputs), como veremos no ponto II.1.2.2. a propósito da função Translog.

Em segundo lugar, sendo a Translog a forma funcional actualmente mais utilizada em economia bancária não é definida no caso da não produção de qualquer produto, inviabilizando o cômputo de EG; esta questão foi resolvida pelo recurso à Translog Híbrida (ponto II.1.2.2.).

Em terceiro lugar, o *mix* de produtos vai-se alterando com a dimensão das empresas bancárias, tornando relevante o estudo da possível *subaditividade* das funções custos. Se o *mix* de outputs pode ser produzido a um custo mais baixo por uma única empresa do que por um conjunto de pequenas empresas, então a função custo da indústria diz-se *subaditiva* e o monopólio natural tende a prevalecer. No caso de duas empresas A e C e dois produtos  $Q_1$  e  $Q_2$ , a subaditividade pode ser expressa por

$$CT(Q) < CT(Q_1^A, Q_2^C) + CT(Q_1^C, Q_2^A)$$

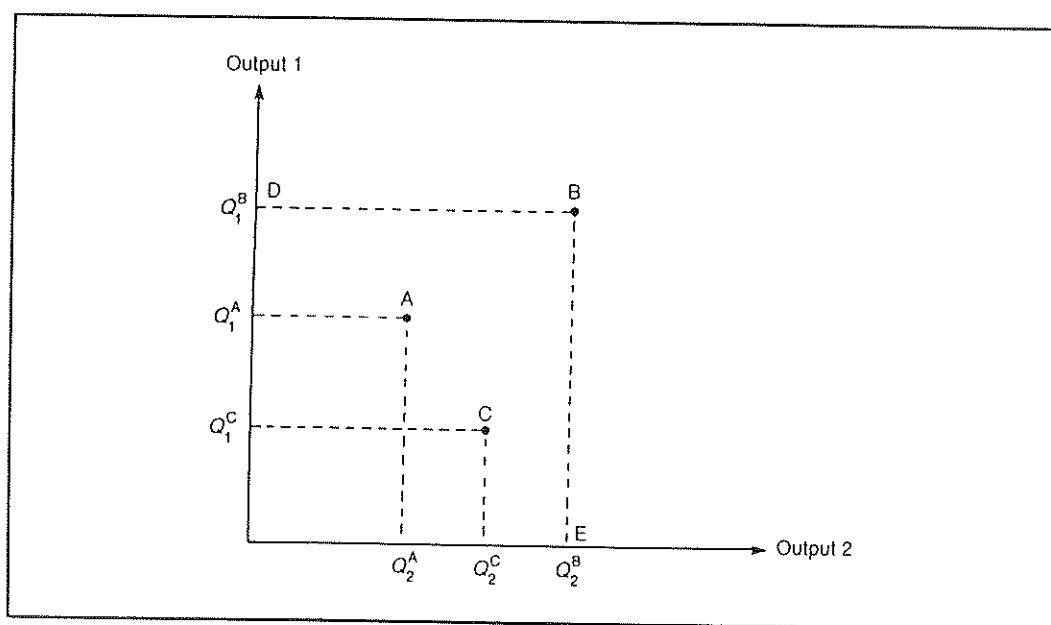
onde  $Q = (Q_1, Q_2)$  e  $Q = (Q_1^A + Q_2^C, Q_1^C + Q_2^A)$ . Note-se que as empresas A e C têm *mix* de produtos opostos, sendo, portanto, empresas complementares. A subaditividade das funções custo é uma medida da eficiência relativa dos bancos de grande dimensão e de pequena dimensão, levando em linha de conta, simultaneamente, a escala e a diversificação.

Berger, Hanweck e Humphrey (1987)<sup>20</sup> propuseram o conceito de *linha de expansão de subaditividade* (*expansion path subadditivity*) - LES - que traduz em que medida uma empresa mais diversificada (B) será mais eficiente do que duas empresas mais especializadas, complementares e de menor dimensão (A e C).

$$\text{LES}(Q^B) = \frac{\text{CT}(Q^A) + \text{CT}(Q^C) - \text{CT}(Q^B)}{\text{CT}(Q^B)}$$

LES traduz a alteração do custo total resultante da partição de um banco de grande dimensão B em dois de mais pequena dimensão A e C.

Figura 11 - A linha de expansão de subaditividade



Fonte: P.Molyneux, Y.Altunbas e E.Gardener, *Efficiency in european banking*, 1996, pág.212

<sup>20</sup> Allen Berger, Gerald Hanweck e David Humphrey (1987), *Competitive Viability in Banking: scale, scope and product mix economies*, Journal of Monetary Economics, 28, pág.117-48

O cômputo das economias de gama através de LES traduz de que forma o custo total de uma empresa multiproduto deve ser maior ou menor (pontos A, C ou B da figura 11). A forma tradicional da medida das economias de gama é um caso particular de LES quando os pequenos bancos se especializam nos pontos D e E da figura 11 (considerando  $CT(Q_1^B, 0) + CT(0, Q_2^B) - CT(Q^B) > 0$ , por exemplo, estamos perante economias de gama crescentes).

Refira-se, por fim, que se uma empresa multiproduto tem uma grande diversidade de outputs, mesmo no caso em que o custo médio vectorial é decrescente, a não existência de economias de gama pode impedir o monopólio natural<sup>21</sup>. Uma empresa multiproduto, face à inexistência de economias de gama, tenderá a dividir-se em diversas empresas especializadas.

Da natureza multiproduto da empresa bancária decorre que, para o seu estudo, o conceito de economias de gama assumam uma grande importância.

#### *1.4. Conclusão*

Neste capítulo abordou-se a teoria da empresa na vertente produção e custo, no curto e no longo prazo. A partir dos anos setenta, dada a crescente complexidade da empresa bancária, começou a ser ventilado o carácter multiproduto das instituições de crédito. Os desenvolvimentos de Baumol, Panzar e Willig (1988) foram sendo

---

<sup>21</sup> Baumol, Panzar e Willig (1988), pág.88.

adaptados à actividade bancária. O cômputo das economias de escala específicas, a juntar às tradicionais economias de escala globais, aliadas ao das economias de gama constituem importantes contribuições para o estudo das empresas bancárias. É sobre estes desenvolvimentos que nos vamos debruçar no capítulo seguinte.

## **Capítulo II**

**Economias de escala e de gama e eficiência produtiva:**

**o caso dos mercados bancários**

## 11.0. Introdução

Neste capítulo vamos abordar a teoria em torno das *economias de escala e de gama* aplicada à banca.

As instituições de crédito, nomeadamente as portuguesas, sustentam a sua política de crescimento, quer internamente quer através de fusões e de acordos de cooperação, na necessidade de adquirir dimensão suficiente para conseguir sobreviver no mercado da união europeia por via de economias de escala. Se o crescimento da escala de produção puder ser baseada num crescimento menor dos factores de produção então os consequentes custos mais baixos promoverão, no longo prazo, uma situação tendencialmente de monopólio natural onde surgirão bancos de maior dimensão e mais eficientes.

Alguns autores<sup>22</sup> sustentam que há várias fontes de redução de custos com o aumento da escala de produção. Em primeiro lugar, o carácter indivisível de alguns factores de produção em relação ao output pode permitir a redução dos custos médios à medida que o nível de produção aumenta. Em segundo lugar, o aumento da escala pode permitir uma mais eficiente afectação dos recursos por via da especialização. Em terceiro lugar, algumas inovações tecnológicas (como software e hardware) podem ser incorporadas mais facilmente quando a escala é maior. Finalmente, os bancos de

---

<sup>22</sup> Cfr, por exemplo., F.M.Scherer (1980), *Industrial Market Structure and Economic Performance*, Rand McNally

maior dimensão não necessitam de ter, proporcionalmente ao total do activo, as mesmas disponibilidades que os bancos pequenos; de igual forma, os maiores bancos estão em melhores condições para captar recursos e oferecer produtos diversificados, diminuindo o risco não sistemático<sup>23</sup>.

As economias de gama ou de diversificação ocorrem, como vimos, quando a produção de vários produtos por uma mesma empresa é superior àquela produzida por várias empresas, cada uma produzindo um único produto. O apuramento destes ganhos de diversificação poderá conduzir à aposta em bancos com capacidade de oferecer linhas de produtos alargados em detrimento de bancos especializados.

Vários autores<sup>24</sup> apontam para possíveis origens da diminuição de custos por via da diversificação. Em primeiro lugar, se um banco tem excesso de capacidade em algum sector, a produção de mais outputs leva à maior diluição dos custos fixos. Em segundo lugar, a utilização da informação de mercado<sup>25</sup> para um mix alargado de produtos irá diminuir os custos médios associados. Em terceiro lugar, a diversificação dos activos por diferentes grupos pode promover a diminuição do risco da carteira e das taxas de juro. Em quarto lugar, haverá a possibilidade da redução dos custos de transacção a suportar pelos clientes dos bancos que operem com diferentes produtos de um mesmo banco.

De igual forma vamos situar o nosso estudo sobre as diferentes aproximações à eficiência na banca.

---

<sup>23</sup> J.Kolari, A. Zardkoohi (1987), *Bank Cost, Structure and Performance*, Lexington Books

<sup>24</sup> Cfr, entre outros, Baumol, Panzar e Willig (1988), obra citada, pág. 75-79

<sup>25</sup> Os elevados custos derivados da obtenção de informação do mercado imediata foram mostrados por O.R. Williamson (1975), *Markets and Hierarchies: Analysis and Antitrust Implications*, Free Press

O problema da eficiência está relacionada com a escala operativa, mas também com a existência, ou não, de desperdícios na afectação dos recursos; ou seja, os custos mais ou menos elevados de uma instituição de crédito podem ter origem quer na eficiência de escala quer na eficiência produtiva. Os estudos recentes para a análise da eficiência têm-se baseado quer em aproximações paramétricas quer em não-paramétricas( DEA - Data Envelope Analysis).

### *II.1. Os debates teóricos recentes na economia bancária e as suas implicações para o cômputo das economias de escala e de gama*

A economia bancária inspirou-se, na sua conceptualização, na análise microeconómica. Os primeiros estudos de economia bancária decorreram do acelerado processo de fusões e aquisições ocorrido a partir de meados dos anos cinquenta nos Estados Unidos [ (Schweiger e McGree (1961), Edwards (1964,1965), Fleschsig (1965), Kaufman (1966), Meyer (1967), Phillips (1967), Taylor (1968), Weiss (1969), Bell e Murphy (1969)<sup>26</sup> ].

Actualmente existem dois debates fundamentais, e ainda não resolvidos, na literatura de economia bancária. O primeiro quanto à definição de empresa bancária e o segundo acerca da especificação da função custo ( ou produção), comportando implicações quanto à medida das economias de escala e de gama.

<sup>26</sup>citados por P.Molyneux, Y. Altunbas e E. Gardener (1996), *Efficiency in European Banking*, John Wiley & Sons

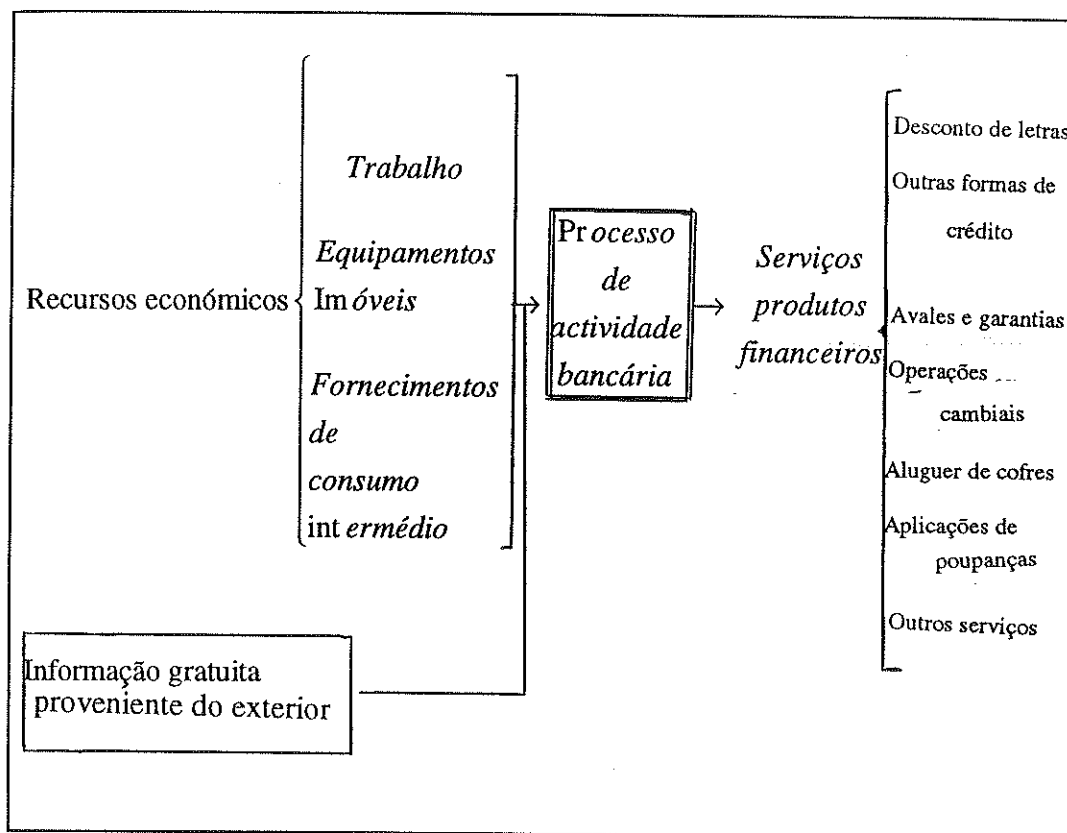
### *II.1.1. A definição de empresa bancária*

A especificação de uma medida adequada do output de uma empresa bancária, ou seja, o que é que um banco produz e como se pode medir essa produção, é um dos debates teóricos não resolvidos na literatura de economia bancária. Ao contrário de uma empresa industrial, o output de um banco não pode ser medido através de quantidades físicas; a acrescer a esta dificuldade, uma empresa bancária caracteriza-se por ser multiproduto.

A estimação de funções de produção e de custos aplicadas à actividade bancária não foi objecto de estudos senão a partir de finais dos anos sessenta. Uma das razões explicativas dessa tardia aplicação é, justamente, a dificuldade de medição das produções bancárias decorrente da impossibilidade da sua mensuração em termos físicos.

O processo de produção bancária caracteriza-se pela captação de uma série de informação, pelo seu tratamento e pela disponibilização de nova informação sob a forma de serviços e de produtos financeiros:

Figura 12 - O processo da actividade bancária



Fonte: José Martins Barata, *Modelo económico bancário: o caso português*, ISE, 1984, pág.13

A medida da produção bancária tem sido objecto de numerosas leituras, divergindo com base em questões teóricas e outras com suporte em problemas de mera operacionalidade (informação disponível e processos de estimação).

Os estudos efectuados em torno da medida do output bancário podem ser divididos em três grupos<sup>27</sup>.

<sup>27</sup>Eduardo L. d'Oliveira (1984), *The theory of banking: a critical survey of the literature*, The Open university, Julho, pág.27-31

Um primeiro grupo de trabalhos assume que o output bancário é constituído apenas por um único produto (por exemplo as *aplicações creditícias*) ou por um conjunto de serviços homogeneizados (por exemplo, sob a denominação de *depósitos*). As críticas fundamentais que se podem fazer a esta interpretação são : por um lado, o considerar que o output é homogéneo, ou seja, é posta de parte a ideia de que diferentes estruturas de depósitos, por exemplo, produzem diferentes custos operacionais; por outro lado, a simplificação excessiva da actividade bancária através de um único indicador (crédito ou depósitos) sabendo que aquela traduz a ligação, simultânea, entre aforradores e investidores. A caracterização da empresa bancária como produzindo um único produto homogéneo, ainda que teoricamente esteja actualmente posta de lado, pode decorrer da assumpção de formas funcionais que não comportam o caso multiproducto ( que é o caso da formulação Cobb-Douglas e, de certa forma, da forma funcional tipo CES, como veremos no ponto II.1.2.2.). Autores como Alhadeff(1954) e Schweiger(1962)<sup>28</sup> foram pioneiros neste tipo de abordagem.

Um segundo grupo de estudos associa a produção bancária a um fluxo, ao contrário dos trabalhos anteriores, fazendo a segmentação do output entre *empréstimos e não empréstimos* (incluindo estes últimos serviços de consultadoria financeira, aluguer de cofres, etc.). Esta abordagem constitui um avanço em relação aos primeiros estudos uma vez que comporta o carácter multiproducto da empresa bancária. Greenbaum (1967) e Powers (1969)<sup>29</sup> foram os autores que introduziram esta leitura.

Uma terceira categoria de abordagem da produção bancária põe a tónica no facto da actividade bancária ser um processo diferenciado. Assume como aproximação do output, nomeadamente, os diferentes tipos de depósitos, o número de contas,

---

<sup>28</sup> Cfr. E.L.d'Oliveira (1984), obra citada, pág.10

<sup>29</sup> Cfr. E.L. d'Oliveira (1984), obra citada, pág.11

recorrendo a medidas físicas ( em vez de medidas monetárias como nas duas leituras anteriores). Autores como Benson (1972) e Bell e Murphy(1967)<sup>30</sup> inserem-se nesta corrente. Note-se que no caso português esse tipo de informação não está disponível, tendo-se, se outras razões não existissem, de definir o output bancário por outra via.

A definição de produção bancária e a sua mensuração teve, nestas últimas três décadas numerosas opções como o *total do activo*, os *depósitos totais*, os *depósitos à ordem*, as *aplicações creditícias a particulares e empresas* e os *créditos interbancários*, as *operações em títulos*, a soma da *margem financeira* (definida como a diferença entre *juros e proveitos equiparados* e *juros e custos equiparados*) e *outros resultados correntes* (diferença ente *proveitos por natureza* e *custos por natureza*), o *número de contas de aplicações creditícias e de depósitos*<sup>31</sup>

Toda esta problemática da definição da produção bancária tem como suporte teórico a definição económica de empresa bancária que trouxe à literatura duas aproximações: a da *produção* e a da *intermediação*<sup>32</sup>

Segundo a abordagem produção a empresa bancária é uma empresa de serviços caracterizada por captar recursos ( depósitos à ordem , depósitos a prazo) com vista à sua aplicação (créditos, aplicações em títulos, participações de capital); ou seja, as empresas bancárias são produtoras de serviços associadas a créditos e depósitos, sendo os factores de produção o trabalho e o capital. Para o cômputo dos custos, todos os serviços são considerados como outputs distintos, sendo geralmente o

---

<sup>30</sup> Cfr. J.Martins Barata (1984), *Modelo económico bancário: o caso português*, ISE, pág.115

<sup>31</sup> Para uma revisão da literatura em torno da mensuração do output bancário cfr.P.Molyneux(1996), obra citada, pág.152-6

<sup>32</sup>David B. Humphrey (1985), *Cost and Scale Economies in Banking Intermediation*, Ed. John Wiley and Sons

número de contas de depósitos e de empréstimos a unidade de medida adoptada para a mensuração do output. Os custos totais considerados nas análises empíricas excluem, logicamente, os encargos financeiros, comportando somente os custos operatórios ou de produção.

Segundo a óptica da intermediação, desenvolvida a partir de finais dos anos setenta<sup>33</sup>, a empresa bancária é vista como simples intermediária nos mercados financeiros, ou seja, o processo produtivo exige a recolha ou o empréstimo de fundos que serão, em seguida, objecto de aplicação ou empréstimo. Nesta óptica, além do trabalho e do capital também os depósitos são considerados como inputs. Consistente com esta abordagem, nos custos totais são incluídos os custos operacionais ou de produção e os custos financeiros. Estudos recentes<sup>34</sup> incluem os depósitos (o valor monetário dos depósitos, sobretudo os à ordem) também como uma medida do output, tendo por base o grande peso que eles têm no consumo dos recursos reais e o seu importante contributo para a geração do valor acrescentado dos bancos.

Embora conceitualmente as duas abordagens sejam muito diferentes, os resultados empíricos quanto a economias de escala e de gama parecem não ser significativamente afectados pelas diversas definições de inputs, outputs e custos<sup>35</sup>. Já o mesmo não se verifica em relação ao cômputo da eficiência onde a escolha dos inputs e dos outputs parece trazer grandes alterações nos resultados<sup>36</sup>

---

<sup>33</sup>C.W.Sealey e James Lindley (1977), *Inputs, Outputs and a Theory of Production and Cost at Depository Financial Institutions*, Journal of Finance, 34, pág.1251-65

<sup>34</sup>L. Pulley, D. Humphrey (1993), *The role of fixed cost and cost complementarities in determining scope economies and the cost of narrow banking proposals*, Journal of Business, 66,pág.437-62

<sup>35</sup>Cfr. Jeffrey A. Clark (1988), *Economies of Scale and Scope at Depository Financial Institutions: a Review of the Literature*, Economic Review, Federal Reserve Bank of Kansas City, Setembro/Outubro, pág.24

<sup>36</sup> Pedro P.Barros e Paulo S.Pinho (1995), *Estudos sobre o Sistema Bancário Português*, pág.41

Berger, Hanweck e Humphrey<sup>37</sup> sustentam que a escolha apropriada entre as duas aproximações depende da questão avançada:

*However, for questions related to the economic viability of banks, the intermediation approach is preferred because it is more inclusive of the total cost banking(...).*

Desta forma, parece-nos a abordagem intermediação mais apropriada para a caracterização da empresa bancária, dado o importante peso da actividade interbancária e dos custos financeiros na totalidade dos custos. A justificar esta escolha temos, ainda, uma razão de ordem empírica: no caso português a informação quanto ao número de contas de crédito e de depósitos nas diferentes empresas bancárias não se encontra disponível, inviabilizando, à partida, a aplicação da abordagem produção<sup>38</sup>.

Finalmente avancemos uma questão relacionada com a própria definição de custos totais. O conjunto dos custos operacionais e financeiros, que temos designado por custos totais, corresponderão, de facto, à totalidade dos custos da empresa bancária? Por outras palavras, além dos custos explícitos de produção (operacionais e financeiros) não será de considerar os custos implícitos ou custos de oportunidade associados à aplicação alternativa dos recursos bancários? O que corresponde à introdução da problemática do risco. Estas questões vão ser tratadas no ponto II.2.2. após o estudo das funções custo.

---

<sup>37</sup> in *Competitive viability in banking: Scale, Scope and Product mix economies*, Journal of Monetary Economics, 20, 1987, pág. 511

<sup>38</sup> Cfr. Victor Mendes (1994), *Eficiência produtiva no sector bancário: uma aplicação do método DEA aos anos 1990-92*, Investigação, FEP

### *II.1.2. Especificações da função custo*

Previamente a nos debruçarmos sobre o segundo grande debate teórico da literatura de economia bancária ( que diz respeito, relembremos, à escolha da especificação da função custo mais adequada ao estudo do banco), vamos deter-nos um pouco em torno da dualidade entre as funções de custo e de produção.

#### *II.1.2.1. Dualidade e natureza das funções custo*

A função custo pode ser estabelecida a partir da função de produção sob certas condições, permitindo uma abordagem alternativa, via custos, das condições tecnológicas do processo produtivo.

A aplicação da teoria da dualidade, desenvolvida por R.W.Shephard, e, em particular, o *lema de Shephard*<sup>39</sup> permite concluir que, sob determinadas condições de regularidade, as funções custo e de produção são duais uma em relação à outra. Isto é extremamente importante para desenvolvimentos empíricos:

*Applied researchers need no more longer begin their study of the firm with detailed knowledge of the technology and with access to relatively obscure data. Instead, they can concentrate on devising and estimating flexible functions of observable market prices and output and be assured that they are carrying along all economically relevant aspects of the underlying technology.*<sup>40</sup>

<sup>39</sup>Para mais desenvolvimentos ver, por exemplo, Rolf Fare e Daniel Primont (1997), *Multi-Output Production and Duality: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers

<sup>40</sup>Geoffrey A. Jehle (1991), *Advanced Microeconomic Theory*, Prentice-Hall International Editions, pág.238

Diewert<sup>41</sup> demonstra que o recurso a funções custo em detrimento das funções produção tem a vantagem de simplificar o processo de estimação; além de que os parâmetros da função custo podem ser estimados de uma forma precisa através do recurso a variadas técnicas da função custo. Binswanger<sup>42</sup> mostrou que as funções custo são homogêneas em relação aos preços, não sendo necessária a existência da homogeneidade de grau um na função de produção para o processo de estimação; por outro lado, o problema da existência de elevada multicolinearidade entre as variáveis inputs que ocorre no processo de estimação das funções de produção não ocorre na estimação das funções custo (não existe, regra geral, uma alta multicolinearidade entre os preços dos inputs).

A função custo total de uma empresa multiproduto, como um banco, é função dos inputs totais, dos preços desses inputs e dos outputs. Considerando apenas dois factores de produção, trabalho e capital, e recorrendo à simbologia habitual, teremos

$$CT = p_L L + p_K K$$

Dividindo o custo total pelo vector dos outputs obtemos o custo médio

$$CMe = \frac{CT}{Q}$$

Ou seja, o custo total pode ser dado por

<sup>41</sup>W.E. Diewert (1992), *The measurement of productivity*, Bulletin of Economic Research, 44, pág.163-98

<sup>42</sup>Referido por P.Molyneux & al.(1996), obra citada, pág.150

$$CT = CMe * Q = \frac{p_L L + p_K K}{Q} F(L, K)$$

Se se considerar o vector dos preços dos inputs constantes, as propriedades da função de produção serão satisfeitas pela correspondente função custo.

Se a função custo for diferenciável, as suas elasticidades em relação aos preços dos inputs medem o peso relativo ou quotas dos custos de cada um dos inputs<sup>43</sup>

$$S_i = \frac{p_i x_i}{CT} = \frac{\partial \ln CT}{\partial \ln P_i}, \text{ com } 1 \leq i \leq n$$

Se a função custo for homogénea de grau um em relação aos preços dos inputs, o somatório de  $S_i$  terá de ser igual a um.

Recorrendo à dualidade entre produção e custos, as economias de escala podem ser definidas como o somatório das elasticidades da função custo em relação ao nível de cada output

$$EE_i = \sum_i \frac{\partial \ln CT}{\partial \ln Q_i}, \text{ com } 1 \leq i \leq n$$

Se EE for igual a um, os custos de produção aumentam na mesma proporção que a

<sup>43</sup> Utilizamos a simbologia  $S$  para seguir a terminologia anglo-saxónica de *cost shares*

produção da empresa (bancária), havendo economias constantes à escala; se EE for superior a um, os custos aumentam mais que proporcionalmente que os outputs, pelo que haverá deseconomias de escala; se EE for inferior a um teremos economias de escala.

Finalmente, da teoria da produção, decorrendo da dualidade entre produção e custos, a função custo apresenta as seguintes propriedades<sup>44</sup>: positividade (a função custo é positiva para valores positivos dos preços dos inputs e para níveis positivos de output); homogeneidade (a função custo é homogénea de grau um em relação aos preços dos inputs); monotonicidade (a função custo é crescente com os preços dos inputs e com o nível da produção); concavidade (a função custo é côncava).

#### *II.1.2.2. Formas funcionais para as empresas multiproduto*

Duas especificações dominam a literatura bancária: a função Cobb-Douglas e a função Translog. A partir dos anos setenta tem-se vindo a preferir a primeira (pelos problemas de tratamento dos rendimentos de escala variáveis em relação ao output e da complementaridade dos outputs, ou seja, do cômputo dos rendimentos de gama) em favor da especificação Translog (embora, também esta, com o problema da dificuldade da análise da hipótese da sub-aditividade). Mas quais são as razões, *a priori*, que poderão fazer com que se escolha uma forma para uma função custo multiproduto (ou uma função de produção) em detrimento de outra? Por outras palavras, quais as propriedades desejáveis para uma função custo

---

<sup>44</sup> Seguindo D.W. Jorgenson (1986), *Econometric Methods for Modelling Producer Behaviour*, Handbook of Econometrics, pág.1841-915

multiproduto? Seguindo Lau<sup>45</sup> podemos agrupar essas propriedades em cinco grupos: consistência teórica, domínio de aplicação, flexibilidade, facilidade de tratamento informático e conformidade com os dados empíricos.

A consistência teórica requer que a forma funcional para a função custo cumpra as propriedades apontadas por Jorgenson (cfr. II.1.2.1. *in fine*), pelo menos localmente.

O critério do domínio de aplicação refere-se ao conjunto de valores das variáveis independentes para o qual são cumpridas as condições decorrentes da consistência teórica; da mesma forma que anteriormente, o domínio de aplicação pode não corresponder a todas as escolhas dos parâmetros, mas apenas para um pequeno conjunto de preços dos inputs estar assegurada a consistência teórica.

A flexibilidade da forma funcional da função custo refere-se à não exigência de quaisquer restrições nos valores na primeira e segunda derivadas parciais, ou seja, permite que os dados empíricos forneçam informação acerca do comportamento dos parâmetros.

A facilidade do recurso a tratamento informático das formas funcionais da função custo implica que: os parâmetros possam ser inferidos claramente dos dados (*linearidade nos parâmetros*<sup>46</sup>); o número de parâmetros a estimar deve ser o menor possível ( em muitos casos o número de observações é relativamente reduzido e da necessidade da estimação de um número elevado de parâmetros pode decorrer uma perda de graus de liberdade excessiva).

---

<sup>45</sup>L.J.Lau (1986), *Functional Forms in Econometric Model Building*, Handbook of Econometrics, pág. 1515-52

<sup>46</sup>W.E.Diewert(1992), obra citada, pág.163-98

A conformidade com os dados empíricos conhecidos tem de ser assegurada pela forma funcional da função custo escolhida.

Lau (1986) mostrou que quer a forma generalizada de Leontief quer a Translog da função custo perdem a característica da flexibilidade se assegurarem a consistência teórica: apenas mantêm esta última característica sob fortes restrições dos parâmetros. Para uma empresa multiproduto, como um banco, uma forma funcional da função custo deve ser capaz de produzir estimativas aceitáveis para os vectores dos outputs quando não é produzido um ou mais produtos; formas funcionais do tipo da Cobb-Douglas, da CES e da Translog não cumprem este critério. A forma da translog híbrida, já testada empiricamente, parece cumprir razoavelmente os cinco grupos de critérios apontados.

Vamos percorrer em seguida algumas formas funcionais das funções produção/custo: a Cobb-Douglas, a CES, a Translog e a Translog Híbrida.

### A função Cobb-Douglas

A primeira formulação de uma função de produção foi a avançada em 1928 por Cobb-Douglas<sup>47</sup> em que os autores faziam a sua aplicação para a indústria transformadora norte-americana, apresentando-se na seguinte formulação

$$Q = AL^{\alpha_1} K^{\alpha_2}$$

<sup>47</sup> C.W.Cobb e P.H.Douglas (1928), *A theory of production*, American Economic Review, pág.139-65

ou, logaritmizando

$$\ln Q = \ln A + \alpha_1 \ln L + \alpha_2 \ln K$$

em que  $Q$  representa a produção do período,  $A$  os inputs fixos, incluindo o efeito do progresso tecnológico,  $L$  e  $K$  os habituais factores de produção trabalho e capital. As elasticidades do output em relação aos factores de produção trabalho e capital são representadas, respectivamente, por  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ; de facto,

$$\varepsilon_L = \frac{\partial Q}{\partial L} * \frac{L}{Q} = \frac{\partial \ln Q}{\partial \ln L} = \alpha_1$$

e

$$\varepsilon_K = \frac{\partial Q}{\partial K} * \frac{K}{Q} = \frac{\partial \ln Q}{\partial \ln K} = \alpha_2$$

Os parâmetros  $A$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são positivos.

O grau de intensidade de utilização dos factores pode ser avaliada por

$$\frac{\varepsilon_K}{\varepsilon_L} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

ou seja, se numa função Cobb-Douglas o rácio  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$  for maior do que noutra, dizemos

que a primeira é mais capital intensiva do que a segunda.

A existência de economias de escala pode ser detectada pelo grau de homogeneidade, uma vez que a função Cobb-Douglas é uma função homogênea de grau  $\alpha_1 + \alpha_2$  [ $F(\lambda L, \lambda K) = \lambda^{\alpha_1 + \alpha_2} F(L, K)$ ]; se  $\alpha_1 + \alpha_2 > 1$  existem economias de escala, se  $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$  existem deseconomias de escala e se  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$  estamos perante economias constantes à escala.

O grau de substituibilidade dos factores produtivos é constante e igual a um (restrição implícita da função Cobb-Douglas). Esta restrição empobrece a aplicabilidade empírica desta forma funcional.

A eficiência do processo produtivo é exprimida pelo valor estimado para o parâmetro A; se as elasticidades do output em relação aos factores produtivos, representadas, como vimos, por  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , forem iguais de uma função de produção para outra assim como as quantidades incorporadas dos inputs, então um maior nível de produção só poderá ter origem na variação do parâmetro A.

Recorrendo à teoria da dualidade a função custo total associada a uma função de produção incorporando dois factores de produção, trabalho e capital, será dada por

$$\boxed{CT = wL + rK}$$

onde  $w$  e  $r$  são os preços unitários dos factores de produção.

Para que sejam asseguradas as condições de minimização do custo para um dado output  $Q_0$  estabelecemos o Langrangeano

$$\Phi = wL + rK - \lambda(AL^{\alpha_1}K^{\alpha_2} - Q_0)$$

Derivando o Langrangeano em ordem a L, K e a  $\lambda$  e igualando a zero, obtemos o seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} \partial\Phi / \partial L = w - \lambda(\alpha_1 AL^{\alpha_1-1}K^{\alpha_2}) = 0 \\ \partial\Phi / \partial K = r - \lambda(\alpha_2 AL^{\alpha_1}K^{\alpha_2-1}) = 0 \\ \partial\Phi / \partial \lambda = AL^{\alpha_1}K^{\alpha_2} - Q_0 = 0 \end{cases}$$

Resolvendo em ordem a L e a K, obtemos a quantidade dos inputs que deveremos incorporar no processo produtivo para obter a produção  $Q_0$  de forma a minimizar o custo total

$$L = \left[ (\alpha_1 r / \alpha_2 w)^{\alpha_2 / (\alpha_1 + \alpha_2)} \right] (Q_0 / A)^{1 / (\alpha_1 + \alpha_2)}$$

e

$$K = \left[ (\alpha_2 w / \alpha_1 r)^{\alpha_1 / (\alpha_1 + \alpha_2)} \right] (Q_0 / A)^{1 / (\alpha_1 + \alpha_2)}$$

Substituindo na equação dos custos totais obtém-se

$$CT = w^{\alpha_1/(\alpha_1+\alpha_2)} r^{\alpha_2/(\alpha_1+\alpha_2)} \left[ \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{\alpha_1/(\alpha_1+\alpha_2)} + \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{-\alpha_2/(\alpha_1+\alpha_2)} \right] \left( \frac{Q}{A} \right)^{1/(\alpha_1+\alpha_2)}$$

ou, fazendo  $\mu = \alpha_1 + \alpha_2$  e  $\gamma = \mu \left[ A (\alpha_1^{\alpha_1} + \alpha_2^{\alpha_2}) \right]^{-1/\mu}$ , teremos

$$CT = \gamma Q^{1/\mu} w^{\alpha_1/\mu} r^{\alpha_2/\mu}$$

ou, recorrendo à logaritmização, obtém-se a seguinte forma linear para a função custo Cobb-Douglas

$$\ln CT = \ln \gamma + (1/\mu) \ln Q + (\alpha_1/\mu) \ln w + (\alpha_2/\mu) \ln r$$

O parâmetro  $\mu$  representa o grau de economias de escala. A soma dos expoentes dos preços unitários dos factores de produção, ou seja,  $(\alpha_1/\mu + \alpha_2/\mu)$  deve ser igual a um (dada a exigência de homogeneidade de grau um dos preços dos factores de produção numa função Cobb-Douglas).

A formulação da função custo Cobb-Douglas pode ser generalizada para um processo produtivo incluindo  $n$  factores produtivos<sup>48</sup>, obtendo-se uma expressão para a função custo do tipo

<sup>48</sup>M.Chajai (1986), *Modèles de fonctions de production et substitutions entre facteurs: une étude économétrique sur données de panel*, Thèse de doctorat, Paris, École des Hautes Études en Sciences Sociales

$$CT = A Q^{1/\mu} \prod_{i=1}^n w_i^{\alpha_i/\mu}$$

ou, na forma logarítmica

$$\ln CT = \ln A + \frac{1}{\mu} \ln Q + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\mu} \ln w_i$$

onde  $w_i$  representa os preços do input  $i$ ,  $\alpha_i$  a elasticidade da produção em relação ao input  $i$ , e as outras variáveis com os significados habituais. Ou seja, a função custo logaritimizada é o desenvolvimento da série de ordem um, na vizinhança de zero, em relação às variáveis  $\ln Q$  e  $\ln w_i$ ; nesta forma funcional não são considerados os termos da função de produção de grau igual ou superior a dois.

A formulação Cobb-Douglas da função custo apresenta algumas limitações quanto à sua adequabilidade empírica, nomeadamente: apenas comporta custos sempre crescentes, sempre decrescentes ou sempre constantes (deixa de parte todas as curvas de custo do tipo U); a elasticidade de substituição dos inputs é constante e igual a um; não permite avaliar a existência de economias de gama (a função é somente aplicável a empresas que produzem um único bem homogéneo, o que não traduz o cariz multiproducto da empresa bancária).

Apesar destas limitações as funções Cobb-Douglas têm sido amplamente aplicadas na literatura bancária. O carácter simples da sua modelização não implica problemas

no processo de estimação, embora a sua aplicação traga dificuldades no concernente à definição das variáveis.

### A função CES

Uma segunda forma funcional da função de produção é a CES (constant elasticity of substitution) proposta por Arrow<sup>49</sup> no início dos anos sessenta. Esta formulação é menos restritiva nas suas hipóteses do que a de Cobb-Douglas uma vez que admite qualquer grau de substituição entre os inputs (constante, mas podendo ser diferente de um).

A função de produção CES apresenta a seguinte forma habitual

$$Q = A[\alpha L^{-\beta} + (1 - \alpha)K^{-\beta}]^{-\frac{v}{\beta}}$$

sendo L, K dois inputs, A,  $\alpha$  e  $\beta$  parâmetros positivos e  $v$  representa o grau de homogeneidade. Se  $\beta = 1$  a formulação anterior traduz uma função de produção do tipo Cobb-Douglas.

A correspondente função custo total é dada por:

$$CT = Q^{1/v} A^{-1/v} [\alpha^{1/(1+\beta)} p_1^{\beta/(1+\beta)} + (1 - \alpha)^{1/(1+\beta)} p_2^{\beta/(1+\beta)}]^{(1+\beta)/\beta}$$

<sup>49</sup>K.J.Arrow, H.B.Chenery, B.Minhas, R.M.Solow (1961), *Capital-labour substitution and economic efficiency*, Review of Economics and Statistics, 43, pág.225-50

O grau de intensidade de utilização dos factores de produção pode ser medido por

$$\frac{\alpha}{1-\alpha}$$

(quanto menor for este rácio maior a intensidade capitalista).

A existência de economias de escala analisa-se através do valor do parâmetro  $v$ : se  $v > 1$ , existem economias de escala, se  $v < 1$  estamos perante deseconomias de escala, se  $v = 1$  não existem economias de escala.

A eficiência do processo produtivo é dado pelo valor assumido pelo parâmetro  $\alpha$ .

O progresso tecnológico pode ser analisado da mesma forma que no caso da função Cobb-Douglas<sup>50</sup>.

O grau de substituíbilidade dos factores de produção, medido pela elasticidade de substituição na função CES, é dado por  $\sigma = 1/(1+\beta)^{51}$ , constante (e daí a designação desta forma funcional: *constant elasticity of substitution*) mas podendo diferir de um.

A função CES exige que a elasticidade de substituição entre cada par dos inputs seja igual, o que se afigura como uma hipótese demasiado restritiva<sup>52</sup>. Esta forma funcional apresenta melhor aderência ao estudo de processos tecnológicos com um único output e dois inputs do que ao caso multiproducto<sup>53</sup>, o que não é o caso da empresa bancária. Daí o desenvolvimento das chamadas formas funcionais *flexíveis*.

<sup>50</sup> Cfr. M.C. Guisán Seijas (1975), *Estudio econométrico de las funciones agregadas de producción*, Tese de doutoramento, pág. 25-6

<sup>51</sup> Geoffrey A. Jehle (1991), *Advanced Microeconomic Theory*, Prentice-Hall International Editions, pág. 223-4

<sup>52</sup> Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton Company, second edition, pág. 180

<sup>53</sup> H. Uzawa (1962), *Production Functions With Constant Elasticities of Substitution*, *Review of Economic Studies*, pág. 291-99

### A função Translog

Uma das formas funcionais flexíveis mais utilizadas na literatura é a Translog (*transcendental logarithmic*) desenvolvida para o caso multiproduto, entre outros autores, por Diewert<sup>54</sup>.

Ao contrário da especificação Cobb-Douglas, o desenvolvimento da função custo logaritmizada considerando os termos de grau dois permite melhorar a qualidade do ajustamento, quer para uma indústria monoproduto quer para o caso multiproduto, acolhendo a consideração da forma U da função custo (e o cômputo das economias de escala em diferentes pontos) e o tratamento, ainda que parcial, das economias de gama.

A função de produção Translog apresenta a forma geral

$$\ln Q = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln X_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \ln X_i \ln X_j$$

onde  $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$  para todos os  $i, j$  e  $X_i$  e  $n$  representa as quantidades dos inputs.

Decorrendo da teoria da dualidade, as propriedades da tecnologia acima descritas podem ser completamente caracterizadas por uma função custo que, na sua forma logaritmizada, pode ser apresentada como<sup>55</sup>

<sup>54</sup>W.E. Diewert (1974), *Application of Duality Theory*, in M.D. Intriligator and D.A. Kendrick (eds), *Frontiers of Quantitative Economics*, Vol. II

<sup>55</sup>W.E. Diewert (1974), obra citada, para uma demonstração da passagem da forma funcional Translog da produção para a função custo

$$\ln CT = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \ln Q_i + \sum_{j=1}^n \beta_j \ln W_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \delta_{ij} \ln Q_i \ln Q_j$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln W_i \ln W_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \ln Q_i \ln W_j$$

em que CT representa o custo total,  $Q_i$  o nível do output  $i$  e  $W_i$  o preço do input  $i$ . Quando se pretende trabalhar com amostras em que coexistem empresas (bancos) de diferente dimensão e para tentar ultrapassar o problema da consideração da mesma tecnologia sem necessidade da partição em sub-amostras, é usual a introdução de uma variável de estrutura que, no caso das empresas bancárias, se associa ao número de balcões (vector B), apresentando-se a função custo do tipo  $CT = C(Q, W, B)$ <sup>56</sup>.

A forma funcional Translog da função custo apresenta  $m+1$  parâmetros independentes  $\alpha_i$ ,  $n$  parâmetros independentes  $\beta_j$ ,  $m(m+1)/2$  parâmetros dependentes  $\delta_{ij}$  (uma vez que se assume que  $\delta_{ij} = \delta_{ji}$  para  $i>1, m>j$ ),  $n(n+1)/2$  parâmetros independentes  $\gamma_{ij}$  (dado que se assume que  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$  para  $i>1, n>j$ ) - constituindo estas duas últimas condições a propriedade de simetria - e  $nm$  parâmetros independentes  $\rho_{ij}$ .

Para que a Translog possa ser considerada uma função custo, além da propriedade de

<sup>56</sup>A correspondente forma funcional Translog pode ser consultada em Paulo Soares de Pinho (1995), *Economias de escala e eficiência produtiva na banca portuguesa: Uma revisão da literatura*, pág.36-7

simetria terá de verificar a propriedade da homogeneidade de grau um dos preços dos factores produtivos, dada pelas seguintes restrições:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n \beta_j = 1 \\ \sum_{i,j=1}^n \gamma_{ij} = 0 \\ \sum_{i=1}^n \rho_{ij} = 0, 1 < j < m \end{array} \right.$$

A acrescentar às propriedades da simetria (os parâmetros de segunda ordem dos inputs e dos outputs deverão ser simétricos) e da homogeneidade de grau um da função custo em relação aos preços dos factores de produção, Jorgerson<sup>57</sup> adianta mais três condições para que a teoria da produção e a dos custos possam ser integradas: a de que os custos têm de ser exaustivos, ou seja, o valor dos  $i$  inputs tem de ser igual ao custo total; a da monotonicidade segundo a qual a função é crescente com o nível da produção e com os preços dos factores de produção; e a da não-negatividade que exige que as elasticidades da função custo em relação aos preços dos inputs sejam não-negativas.

A diferenciação parcial da função custo em relação aos preços dos factores de produção dá-nos as equações "shares"<sup>58</sup>  $S_i$ , correspondentes às elasticidades da função custo em relação aos preços dos inputs:

$$S_i = \frac{\partial \ln CT}{\partial \ln W_i} = \frac{\partial CT}{\partial W_i} * \frac{W_i}{CT}, 1 < i < n$$

<sup>57</sup>D.W.Jorgerson (1986), *Econometric Methods for Modelling Producer Behaviour*, Handbook of Econometrics, Vol.3, pág.1841-915

<sup>58</sup>Optámos por manter a designação anglo-saxónica no seguimento de trabalhos já publicados (ver, por exemplo, Paulo Soares de Pinho (1995), *Estudos sobre o Sistema Bancário Português*, pág.37)

$S_i$  é o "share" (quota) do  $i$ -ésimo factor de produção em termos dos custos totais.

No caso da forma funcional Translog as equações dos "shares" podem ser reescritas, atendendo ao *lema de Shephard* como:

$$S_i = \beta_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln W_j + \sum_{i=1}^m \rho_{ij} \ln Q_i$$

Sendo  $n$  o número de factores de produção e dado a soma dos "shares" ter de ser um, apenas  $n-1$  equações podem ser estatisticamente independentes.

A especificação Translog para empresas multiproducto permite estimar os parâmetros dos rendimentos de escala global e por produto e testar a hipótese da existência ou não de economias de gama associadas à produção conjunta

O grau de economias de escala globais é definido como

$$EEG = \frac{CT}{\sum_{i=1}^n Q_i CM_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln CT}{\partial \ln Q_i}}$$

Em que  $CT$  designa o custo total dos factores de produção,  $Q_i$  o output  $i$  e  $CM_i$  o custo marginal relativo ao output  $i$ .

No caso da Translog o grau de economias de escala é dado por

$$EEG = \left[ \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \sum_{j=1}^m \delta_{ij} \ln Q_i + \sum_{l=1}^n \rho_{il} \ln W_{il}) \right]^{-1}$$

Consoante o valor assumido por EEG pode-se estar perante economias de escala ( $EEG > 1$ ), deseconomias de escala ( $EEG < 1$ ) e inexistência de economias à escala ( $EEG = 1$ ). Os parâmetros a estimar resultam da estimação da função Translog assegurando, simultâneamente, as restrições de homogeneidade e de simetria e o lema de Shephard - o método de estimação normalmente utilizado é o de Zellner<sup>59</sup>.

Na prática, muitos autores<sup>60</sup> calculam EEG na vizinhança do ponto médio  $q_i = 1$  e  $w_i = 1$ , sendo as variáveis em logaritmo centradas em relação à sua média, o que permite simplificar o cálculo de EEG:

$$EEG = \left( \sum_{i=1}^m \alpha_i \right)^{-1}$$

O grau de economias de gama (EG) é definido como

$$EG = \frac{\sum_i CT(Q_i, W)}{CT(Q, W)}$$

<sup>59</sup>Victor Mendes (1991), *Scale and scope Economies in Portuguese Commercial Banking: the years 1965-88*, *Economia*, 15(3), pág.457-8

<sup>60</sup>Cfr. Mohamed Sassenou (1992), *Economies des coûts dans les banques et les caisses d'épargne, impact de la taille et de la variété de produits*, *Revue Économique*, Mars

em que  $CT(Q_i, W)$  representa o custo de produção relativa ao produto  $i$  quando tomado separadamente e  $CT(Q, W)$  designa o custo total dos factores relativos ao conjunto dos produtos.

Como vimos (ponto I:3.1.), consoante  $EG < 0$ ,  $EG > 0$  ou  $EG = 0$ , estaremos perante economias de gama crescentes, decrescentes ou constantes.

Na prática é extremamente difícil fazer o cômputo do grau de economias de gama uma vez que a informação que permitiria imputar os custos de produção a cada produto não se encontra disponível. No entanto, *uma condição suficiente para a existência de economias de gama é a da complementaridade dos outputs*<sup>61</sup>.

Dois outputs  $q_i$  e  $q_j$  são complementares se e só se  $\partial CT / \partial q_i$  for decrescente com  $q_i$ , ou seja, se e só se

$$\frac{\partial^2 CT}{\partial q_i \partial q_j} < 0$$

O que equivale a

$$\frac{\partial^2 \ln CT}{\partial \ln q_i \partial \ln q_j} + \left( \frac{\partial \ln CT}{\partial \ln q_i} * \frac{\partial \ln CT}{\partial \ln q_j} \right) < 0$$

Aplicando à forma funcional Translog obtém-se

<sup>61</sup>W. Baumol, J. Panzar e R. Willig (1988), *Contestable Markets and the Theory of the Industry Structure*, sublinhado de Mohamed Sassenou, 1992, obra citada

$$\delta_{ij} + \left( \alpha_i + \sum_{j=1}^m \delta_{ij} \ln q_j + \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \ln w_j \right) * \left( \alpha_j + \sum_{j=1}^m \delta_{ij} \ln q_j + \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \ln w_i \right) < 0$$

Da mesma forma que no caso das economias de escala considera-se habitualmente como ponto de referência o ponto médio  $q_i = 1$  e  $w_i = 1$ , donde resulta a condição simplificada de complementaridade

$$\delta_{ij} + \alpha_i \alpha_j < 0$$

Ou seja, a existir economias de gama crescentes, a condição anterior verificar-se-à; se  $\delta_{ij} + \alpha_i \alpha_j > 0$  então estamos perante economias de gama decrescentes; se  $\delta_{ij} + \alpha_i \alpha_j = 0$  ocorrerão economias de gama constantes.

#### A função Translog Híbrida

Uma crítica fundamental que se coloca a propósito da formulação Translog tradicional é a de que se um dos produtos não é produzido (o que numa empresa multi-produto é uma hipótese não negligenciável) - e uma vez que todos os outputs estão numa forma logaritmica - a função custo não terá uma representação finita. Neste caso não poderá ser feito, por exemplo, o cômputo das economias de gama. Para ultrapassar este problema da produção nula alguns autores sugeriram, no início dos anos oitenta, a Translog Híbrida que corresponde a uma generalização da função

Translog em que os diferentes logaritmos dos produtos ( $\ln Q_i$ ) são substituídos pela transformação Box-Cox<sup>62</sup>:

$$Q_i^* = \begin{cases} \frac{(Q_i^\lambda - 1)}{\lambda}, & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \ln Q_i, & \text{se } \lambda = 0 \end{cases}$$

Esta formulação exige a estimação de um parâmetro de transformação,  $\lambda$ , para cada um dos produtos considerados.

Quando  $\lambda$  se aproxima de zero a função custo Translog Híbrida aproxima-se da especificação Translog. Empiricamente este parece ser a situação mais corrente<sup>63</sup>.

A função custo Translog Híbrida apresenta-se da forma seguinte

$$\ln CT = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i Q_i^* + \sum_{j=1}^n \beta_j \ln W_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \delta_{ij} Q_i^* Q_j^* + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln W_i \ln W_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \rho_{ij} Q_i^* \ln W_j$$

As condições de simetria (dadas por  $\delta_{ij} = \delta_{ji}$  e  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ ) bem como as restrições de homogeneidade da função custo em relação aos preços dos inputs ( $\sum_{j=1}^n \beta_j = 1$ ,

<sup>62</sup>G.Box, D.Cox (1964), *An analysis of transformations*, Journal of Royal Statistical Society, Series B, pág.211-43

<sup>63</sup>Allen Berger, William Hunter, Stephen Timme (1993), *The efficiency of financial institutions: A review and preview of research past, present and future*, Journal of Banking and Finance, 17, pág.225

$\sum_{i=1}^n \gamma_{ij} = 0, \text{ com } 1 < j < n$  e  $\sum_{i=1}^n \rho_{ij} = 0, \text{ com } 1 < j < m$ ) têm de ser asseguradas, da mesma forma que para o caso da função Translog tradicional. Na prática estas restrições são, regra geral, impostas explicitamente no processo de estimação.

Esta forma funcional é bastante flexível<sup>64</sup>. Por exemplo, se  $\gamma > 0$  o custo médio vectorial toma a forma de U e se  $\gamma < 0$  a curva do custo médio vectorial assume a forma de  $\cap$ .

Os "shares" do custo total são explicitados da seguinte forma

$$S_i = \frac{W_i X_i}{CT} = \beta_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln W_j + \sum_{i=1}^m \rho_{ij} Q_i^*$$

onde  $X_i$  representa a quantidade do i-ésimo factor de produção.

A forma funcional Translog Híbrida tem sido sujeita a algumas críticas nomeadamente no referente à numerosa quantidade de variáveis explicativas, de que pode resultar a existência de multicolinearidade entre elas. Apesar destas limitações esta forma funcional continua a ser preferida por muitos autores.

<sup>64</sup>Baumol, Panzar e Willig(1988) citados por P.Molyneux, Y.Altunbas e E.Gardener (1996), *Efficiency in European Banking*, John Wiley & Sons, pág.165

## II.2. Estimação da eficiência

A maior parte dos estudos de economia bancária têm-se debruçado sobre as vantagens dos custos decorrentes de economias de escala e de gama.

Há, no entanto, outros aspectos em torno das condições de produção de empresas multiproduto como os bancos que necessitam de ser estudados: estamos-nos a referir, em concreto, à (in)eficiência-X. O conceito de eficiência-X foi introduzido por H.Leibenstein (1966)<sup>65</sup> com o objectivo de analisar a eficácia do funcionamento no seio das empresas. A teoria da empresa tradicional (de origem neo-clássica) pressupõe que cada unidade produtiva optimize o seu comportamento em relação quer aos factores de produção quer aos produtos; se o não fizer, o processo concorrencial fará com que as empresas menos eficientes sejam banidas do mercado. Leibenstein afirma que a existência de ineficiência-X é a regra, ou seja, as empresas que operam segundo a minimização dos custos (sobre a curva fronteira) são excepções, constituindo as barreiras naturais à entrada ou processos regulatórios condições permissivas da manutenção de empresas ineficientes no mercado.

Diferenças de comportamento de gestão no controlo dos custos ( ou de maximização dos rendimentos), imperfeições do mercado ou imposições regulamentares parecem, no seu conjunto, ser relativamente mais importantes para o estudo da eficiência do

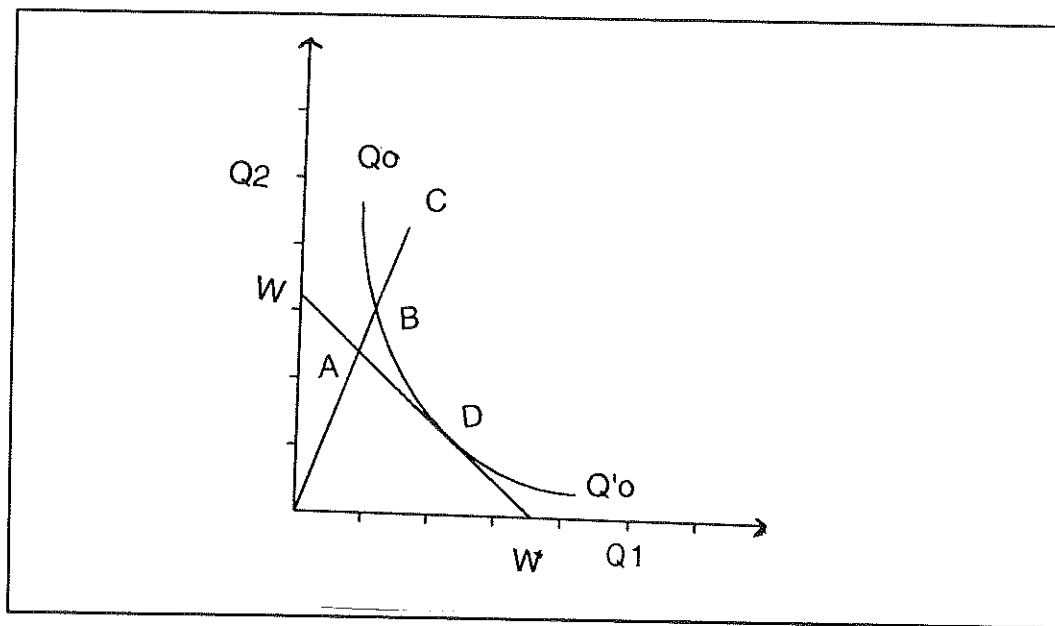
---

<sup>65</sup>H.Leibenstein (1966), *Allocative efficiency vs X-efficiency*, American Economic Review, 56, pág.392-15

que a escolha da escala ou da gama. Berger, Hunter e Times (1993)<sup>66</sup>, na sua revisão dos estudos sobre eficiência, afirmam que a ineficiência-X é responsável por mais de 20% da totalidade dos custos bancários, enquanto que as ineficiências ligadas à escala e à gama não ultrapassavam os 5% dos custos.

Estudos recentes<sup>67</sup> segmentam a eficiência-X ou custo em eficiência técnica (desperdício puro) e eficiência preço ou de afectação (uso dos factores de produção nas proporções incorrectas, dados os seus preços relativos). Vamos admitir uma empresa que produz um único produto,  $Q$ , recorrendo a dois factores de produção  $X_1$  e  $X_2$ <sup>68</sup>. Vamos supor rendimentos constantes à escala (figura 13).

Figura13 - Eficiência-X, técnica e de afectação



Fonte: Adaptado de V.Mendes, *Eficiência produtiva no sector bancário: uma aplicação do método DEA aos anos 1990-92*, Investigação, FEP, 42, 1994, pág.4

<sup>66</sup> A.N.Berger, W.C.Hunter e S.G.Timme (1993), *The efficiency of financial institutions: a review of preview of research past, present and future*, Journal of Banking and Finance, vol. 17, #2/3, pág.222

<sup>67</sup> Referido, mas não aplicado, em Victor Mendes (1994), *Eficiência produtiva no sector bancário: uma aplicação do método DEA aos anos 1990-92*, Investigação, FEP, 42

<sup>68</sup> Neste exemplo seguimos de perto V:Mendes (1994), estudo citado, pág.4-5

A isoquanta  $Q_0$  e a área a sombreado representam as combinações possíveis dos factores de produção que permitem a produção de, pelo menos, a produção de  $Q_0$ . Dada a tecnologia disponível e os preços dos factores de produção ( $w_1, w_2$ ), uma empresa para produzir ao mínimo custo deverá situar-se sobre D. Se se localizar em C, para produzir o nível de produto  $Q_0$ , não é eficiente. A eficiência-X (EX), ou eficiência produtiva global pode ser dada pelo rácio sugerido por Farrell (1957)<sup>69</sup>

$$EX = \frac{OA}{OC}$$

Este indicador pode ser decomposto em eficiência técnica (ET), dada por

$$ET = \frac{OB}{OC}$$

e eficiência de afectação (EA), dada por

$$EA = \frac{OA}{OB}$$

O decréscimo potencial dos custos resultante da eliminação da ineficiência-X pode ser mensurado por  $(1 - EX)$ .

<sup>69</sup> M. Farrell (1957), *The measurement of productive efficiency*, Journal of the Royal Statistical Society, 12, pág. 253-81

### *II.2.1. Aproximações paramétricas e não paramétricas*

Para o cômputo da ineficiência-X foram utilizadas medidas para avaliar a distância entre a situação da empresa e a fronteira de produção *eficiente*. Dois métodos, fundamentalmente, são usados para a estimação das funções custo fronteira : os métodos estocásticos e o método DEA (*data envelopment analysis*) que recorre a técnicas de programação linear. Outros métodos decorrentes da aproximação estocástica são analisados por Berger, Hunter e Timme (1993). O que é necessário reter, segundo estes autores, é que a opção por cada um destes métodos de estimação parece ter implicações importantes ao nível dos resultados (Berger, Hunter e Timme, 1993, pág.228).

#### *II.2.1.1. Os modelos estocásticos*

A análise da eficiência das empresas bancárias por via da estimação paramétrica tem sido cada vez mais objecto de estudos.

Nesta aproximação a função custo tem três parcelas: a primeira correspondente aos custos dos produtores mais eficientes, a segunda derivada da ineficiência-X (montante dos custos associados ao desperdício de recursos) e a terceira decorrente dos efeitos aleatórios não controlados pela empresa.

$$CT = CT(Q_i, W_i, B_i) + v_i + v_i$$

A  $CT(Q_i, W_i, B_i)$  designa-se por curva custo fronteira ou fronteira estocástica - ou seja, são estimados os custos necessários para atingir um determinado nível de produção sem desperdícios de recursos. A  $v_i$  impõe-se que seja estritamente positivo, uma vez que a ineficiência aumenta os custos; habitualmente assume-se que  $v_i$  segue uma distribuição semi-normal. A  $v_i$  associa-se uma distribuição normal de média zero e com desvio-padrão de  $\sigma_v$ . Assume-se, ainda, que o erro da função custo,  $\varepsilon$ , é dado por:

$$\varepsilon = v + v$$

e  $v$  e  $v$  são variáveis aleatórias independentes.

A sua função densidade de probabilidade será dada por

$$g(\varepsilon) = \frac{2}{\sigma} f\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) [1 - F(\varepsilon\lambda / \sigma)]$$

sendo  $\sigma = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_v^2}$ ,  $\lambda = \frac{\sigma_v}{\sigma}$ ,  $f(\cdot)$  é a função densidade da normal reduzida e  $F(\cdot)$

é a função distribuição da normal reduzida.

Jondrow, Lovell, Materov e Schmidt (1982)<sup>70</sup> mostraram que o rácio da variação das variáveis  $v$  e  $v$ , seja  $\lambda$ , pode ser tomada como uma medida da ineficiência relativa de um banco:

<sup>70</sup>J.Jondrow, C.A.Lovell, I.S.Materov e P.Schmidt (1982), *On estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production model*, Journal of Econometrics, 19, pág.233-38

$$\lambda = \frac{\sigma_v}{\sigma_v}$$

A estimação da ineficiência de um banco, dada pelo parâmetro  $\lambda$ , pode ser feita de uma forma directa através da maximização da função de log-verosimilhança ( $\ln \varphi$ ), decorrente de  $g(\varepsilon)$  - estimação pelo método da máxima verosimilhança:

$$\ln \varphi = \frac{N}{2} \ln \frac{2}{\pi} - N \ln \sigma + \sum_{i=1}^N \ln [1 - F(\varepsilon_i \lambda / \sigma)] - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2$$

em que  $N$  corresponde ao número de observações,  $\lambda = \sigma_v / \sigma_v$ ,  $\sigma = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_v^2}$ ,  $\varepsilon_i = v_i + v_i$  e  $F(\cdot)$  é a função distribuição da normal reduzida.

Os resíduos estimados  $\varepsilon_i$  podem ser decompostos nas suas parcelas através do método apresentado por Jondrow et al. (1982), segundo o qual a esperança matemática da distribuição condicionada para o modelo semi-normal é dada por

$$E(v_i | v_i) = \frac{\sigma \lambda}{1 + \lambda^2} \left[ \frac{f(\varepsilon_i \lambda / \sigma)}{1 - F(\varepsilon_i \lambda / \sigma)} + \frac{\varepsilon_i \lambda}{\sigma} \right]$$

$E(v_i|v_i)$  é um estimador cêntrico mas não consistente do parâmetro  $v_i$ , porque, independentemente de  $N$  a variância de estimador é positiva<sup>71</sup>.

A estimação da ineficiência- $X$  através do modelo semi-normal e considerando a ineficiência na sua totalidade (ou seja, não fazendo a distinção entre ineficiência técnica e de afectação) tem sido a opção de estudos recentes (Allen e Rai, 1993, Yuenger, 1993, Mester, 1993, Noulas, Miller e Ray, 1994, Kaparakis, Miller e Noulas, 1994<sup>72</sup>). Por exemplo, se se considerar a especificação da função custo Translog, dois outputs ( $Q_1$  e  $Q_2$ ), três inputs (cujos preços são dados por  $W_1$ ,  $W_2$  e  $W_3$ ), uma variável de estrutura ( $B$ ), habitualmente associada ao número de balcões, teremos:

$$\begin{aligned} \ln CT = & \alpha_0 + \sum_{i=1}^2 \alpha_i \ln Q_i + \sum_{j=1}^3 \beta_j \ln W_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \delta_{ij} \ln Q_i \ln Q_j \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \gamma_{ij} \ln W_i \ln W_j + \frac{1}{2} \lambda_{bb} \ln B \ln B + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \rho_{ij} \ln W_i \ln Q_j \\ & + \sum_{i=1}^2 \lambda_{bi} \ln B \ln Q_i + \sum_{i=1}^3 \tau_{bi} \ln B \ln W_i + \varepsilon \end{aligned}$$

onde  $\varepsilon = v + u$  é o erro estocástico, definido da forma habitual, e  $\alpha, \beta, \lambda, \delta, \gamma, \rho, \tau$  são os coeficientes a estimar.

<sup>71</sup>W.M.Greene (1993), *The econometric approach to efficiency analysis*, Oxford University Press, pág.80-2

<sup>72</sup>Cfr P.Molyneux, Y.Altunbas e E.Gardener (1996), obra citada, pág.254

Para além da especificação semi-normal para o parâmetro  $v$  (que é, como referimos, a habitualmente aceite), outras abordagens foram objecto de estudo. A título meramente exemplificativo podemos referir o estudo de Stevenson (1980)<sup>73</sup>. Este autor considerou que  $v$  seguia uma distribuição normal truncada com parâmetros  $\mu_i$ , podendo diferir de zero com valores negativos ou positivos, e variância  $\sigma_v^2$ ; o modelo normal truncada pode ser obtido substituindo  $\varepsilon_i \lambda / \sigma$  na expressão de  $E(v_i | \varepsilon_i)$  por

$$\mu^* = \frac{\varepsilon_i \lambda}{\sigma} + \frac{\mu}{\sigma \lambda}$$

onde  $\mu$  representa a média da distribuição normal não truncada.

Uma outra hipótese da especificação semi-normal assumindo a ineficiência-X como um todo, alguns autores avançaram no sentido de tentarem estimar as suas duas componentes: a parcela imputada à ineficiência técnica e aquela decorrente da ineficiência de afectação.

Ferrier e Lovell (1990)<sup>74</sup> pretendem estimar a eficiência-X (justificando, desta forma, a opção pela aproximação produção) recorrendo à especificação Translog convencional da função custo com as equações dos "shares". Os autores modificaram a formulação inicialmente proposta por Cristensen e Greene (1976)<sup>75</sup> no sentido de permitir a estimação da ineficiência técnica e da de afectação.

<sup>73</sup> Cfr P.Molyneux, Y.Altunbas e E.Gardener (1996), obra citada, pág.255

<sup>74</sup> G.D.Ferrier, C.A.Knox Lovell (1990), *Measuring cost efficiency in banking - econometric and linear programming evidence*, Journal of Econometrics, 46, pág.229-45

<sup>75</sup> L.R.Cristensen, W.H.Greene (1976), *Economies of scale in U.S. electric power generation*, Journal of Political Economy, 84, pág. 655-76

Definem a forma funcional Translog recorrendo à seguinte simbologia e pressupostos. O banco recorre a uma série de factores de produção, vector  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R_+^n$ , cujos preços são fixos  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \in R_+^n$ , para a produção de  $m$  produtos  $Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_m) \in R_+^m$ , numa envolvente caracterizada pelas variáveis  $z = (z_1, z_2, \dots, z_k) \in R_+^k$ . O produtor pretende produzir os produtos  $Q$ , no ambiente  $z$  ao mínimo custo. Se a curva de custo mínimo, ou custo fronteira, for Translog então ter-se-á:

$$\begin{aligned} \ln CT = & \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \ln Q_i + \sum_{j=1}^n \beta_j \ln W_j + \sum_{i=1}^k \gamma_i \ln z_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \ln Q_i \ln Q_j \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_{ij} \ln W_i \ln W_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \ln Q_i \ln W_j \\ & + T + A + u_0 \end{aligned}$$

E as condições de "shares"

$$S_j = \beta_j + \sum_{k=1}^n \beta_{ik} \ln W_k + \sum_{i=1}^m \delta_{ij} \ln Q_i + b_j + u_j$$

para  $j=1, 2, \dots, n$  e  $B_j = b_j + u_j$ .

Para o processo de estimação do sistema das condições de custos e de "share" pode-se recorrer ao método da máxima verosimilhança, assumindo que os termos de perturbação seguem as seguintes distribuições:

$$u_0 \sim N(0, \sigma_{u_0}^2)$$

$$T \sim |N(0, \sigma_T^2)|$$

$$B_j \sim N(b_j, \sigma_{B_j}^2)$$

As economias de escala podem ser medidas pelo recíproco da elasticidade custo

$\left(\sum_{i=1}^m \alpha_i\right)^{-1}$ ; as economias de gama são mensuradas por via da complementaridade

$\alpha_{ij} + \alpha_i \alpha_j$ , como vimos em II.1.2.2..

Os custos observados podem divergir da fronteira custo devido a três razões: ineficiência técnica,  $T \geq 0$ , ineficiência de afectação,  $A \geq 0$  e desvio aleatório,  $u$ .

Os "shares" observados divergem dos "shares" eficientes por duas razões:

ineficiência de afectação dos factores de produção,  $b_j$  (sendo  $\sum_{j=1}^n b_j = 0$  e  $n$  o

número de factores de produção) e o termo de perturbação,  $u_j$  (sendo  $\sum_{j=1}^n u_j = 0$ ).

No sentido de associar, para efeitos de estimação, os dois parâmetros que mensuram a ineficiência de afectação os autores avançam com a relação

$$A = b' F b$$

em que  $b' = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ ,  $F$  é uma matriz  $(n \times n)$  diagonal, com os elementos da diagonal principal  $F_{jj} \geq 0$ ,  $j=1,2,\dots,n$ . A relação acima satisfaz, simultaneamente, as três condições:

\*  $A = 0 \Leftrightarrow b_j = 0, \forall j$ , de forma que os custos serão acrescidos se e só se foram tomadas decisões erradas quanto à afectação dos factores de produção

\*\*  $\text{corr}(A \parallel b_j) > 0$ , ou seja, os custos aumentarão quando erros, em ambas as direcções, ocorrerem

\*\*\*  $\text{corr}(A \mid \text{var}(b_j)) > 0$ , ou seja, os custos serão mais penalizados por grandes erros que por pequenos.

Ou seja, o custo derivado da ineficiência de afectação é a soma quadrática ponderada (cujos ponderadores são os parâmetros a estimar) dos erros. Para o cálculo da ineficiência de afectação recorre-se à estimação de  $\hat{b}_j$  e de  $\hat{F}_{jj}$ . Os autores, trabalhando com dados *cross-section*, assumem que os custos com ineficiência de afectação não variam ao longo da amostra (ao contrário dos custos derivados da ineficiência técnica).

O custo decorrente da ineficiência técnica pode ser estimado como

$$\hat{T} = (\ln(w'x) - [\gamma] - \hat{A}) * \left( \frac{\hat{\sigma}_T^2}{\hat{\sigma}_T^2 + \hat{\sigma}_v^2} \right)$$

em que  $[\gamma]$  representa a função custo fronteira estimada.

A aproximação econométrica da eficiência obriga à consideração de uma forma funcional para a função custo fronteira o que parece trazer, consoante a especificação adoptada, resultados diversos. Daí ter surgido a aproximação não paramétrica para o cômputo da eficiência.

### II.2.1.2. A aproximação DEA

O método DEA ("data envelopment analysis") foi introduzido por Farrel (1957)<sup>76</sup> e desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978)<sup>77</sup> e aplicado ao sector bancário por Ferrier e Lovell (1990)<sup>78</sup> e por Colwell e Davis (1992)<sup>79</sup>, entre outros autores. Para o caso português, tomando os anos de 1990-92, V.Mendes (1994)<sup>80</sup> faz o primeiro estudo da aplicação do método DEA ao caso português, tendo chegado à conclusão de que, em média, os bancos operando no nosso país poderão, se adoptarem "condições de produção em eficiência técnica e de afectação, reduzir custos em cerca de 22%". Esta conclusão terá de ser vista, como o autor refere e como veremos, com algumas reservas dados os pressupostos do método.

Com esta metodologia pretende-se medir a eficiência relativa de um conjunto de empresas multiproduto recorrendo a vários factores de produção para o qual a função de produção eficiente apresenta problemas de especificação (e, daí, a não aplicabilidade dos modelos econométricos).

<sup>76</sup>M.J.Farrel (1957), *The measurement of productive efficiency*, Journal of the Royal Statistical Society, vol.12, 1957, pág. 253-81

<sup>77</sup>A.Charnes, W.W.Cooper e E.Rhodes (1978), *Measuring the efficiency of decision making units*, European Journal of Operations Research, 6, 429-44

<sup>78</sup>G.D.Ferrier, C.A.Knox Lovell (1990), *Measuring cost efficiency in banking - econometric and linear programming evidence*, Journal of Econometrics, 46, pág.229-45

<sup>79</sup>R.J.Colwell, E.P.Davis (1992), *Output, Productivity and Extrenalities - The Case of Banking*, Bank of England, Discussion Paper, nº3

<sup>80</sup>Victor Mendes (1994), *Eficiência produtiva no sector bancário: uma aplicação do método DEA aos anos 1990-92*, Investigação, FEP, 42, pág.2-13

O objectivo da metodologia DEA é o de conseguir uma linha fronteira correspondente ao conjunto de empresas de “melhor prática” (ou seja, aquelas de maior eficiência relativa) que “envolvam”, em termos de posicionamento, todas as outras empresas<sup>81</sup>.

O grau de afastamento em relação a essa linha fronteira é uma medida da ineficiência de cada empresa. Colwell e Davis (1992) sugerem a maximização de

$$E_p = \frac{\sum_{j=1}^m v_j Q_{jp}}{\sum_{i=1}^n v_i X_{ip}}$$

sujeita a  $E_p \leq 1$  para todos os  $p$  (empresas) e ponderações  $v_i, v_j > 0$ . O procedimento consiste na repetição, para cada empresa, da maximização de  $E$ . Se  $E = 1$  a empresa em questão é relativamente eficiente face ao conjunto da amostra, ou seja, é uma empresa de “melhor prática”; se  $E < 1$  a empresa é relativamente ineficiente. Repare-se que o método DEA fornece medidas de (in)eficiência relativa e não absoluta.

Ferrier e Lovell (1990) apresentam o seguinte programa linear de minimização

---

<sup>81</sup>D.D.Evanoff, P.R.Israilevich (1991), *Productive efficiency in banking*, Federal Reserve Bank of Chicago, 15, pág. 11-32

$$\begin{array}{l}
 \text{Min}_{x_j} \sum_{j=1}^n w_{js} x_{js} \\
 \text{sujeito a } \left\{ \begin{array}{l}
 Q_{is} \leq \sum_{s=1}^N \mu_s Q_{is}, i = 1, 2, \dots, m \\
 x_{ij} \geq \sum_{s=1}^N \mu_s x_{js}, j = 1, 2, \dots, n \\
 z_h \leq \sum_{s=1}^N \mu_s z_{hs}, h = 1, 2, \dots, k_r \\
 z_h \geq \sum_{s=1}^N \mu_s z_{hs}, h = k_{r+1}, \dots, k \\
 \mu_s \geq 0, s = 1, 2, \dots, N \\
 \sum_{s=1}^N \mu_s = 1
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

onde

$w_j$  é o preço do factor de produção  $j$ ;  $x_j$  representa o factor de produção  $j$ ;  $Q_i$  é a produção do produto  $i$ ;  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$  é o vector intensidade que permite formar combinações convexas das quantidades observadas dos factores de produção e dos produtos; os elementos de  $z$  são exógenos ( nas primeiras  $k_r$  restrições os elementos de  $z$  pretendem ser o maior possível dados os inputs, enquanto nas restantes  $(k - k_r)$  restrições os elementos de  $z$  deverão ser o mais limitados possível, dados os produtos);  $s$  representa o índice da empresa e  $N$  é o tamanho da amostra.

Este programa linear será resolvido tantas vezes quanto o número de observações da amostra.

Enquanto que é possível o cômputo de economias de escala pelo método DEA (não nos vamos deter neste problema uma vez que ele se encontra suficiente claro em Ferrier e Lovell (1990) e não constitui nosso objecto de estudo neste ponto), já o mesmo não acontece com o de economias de gama<sup>82</sup>.

A solução vectorial  $x^*$  minimiza a função objectivo, dados os preços dos factores de produção da empresa  $s$ ,  $w_s$ , e o vector dos produtos,  $Q_s$ . O índice de eficiência produtiva global da empresa  $s$  é dado pelo quociente entre o custo mínimo e o custo efectivo:

$$EX = \frac{w_s' x_s^*}{w_s' x_s}$$

O montante em que os custos são aumentados devidos à ineficiência-X, ou seja, à soma da ineficiência técnica,  $T_s$ , e ineficiência de afectação,  $A_s$ , é dado por

$$(T + A)_s = \left[ \left( \frac{w_s' x_s^*}{w_s' x_s} \right)^{-1} - 1 \right]$$

Repare-se que se  $x_s = x_s^*$  então a ineficiência-X é nula; no caso contrário a ineficiência-X será positiva.

<sup>82</sup> G.D.Ferrier, C.A.K.Lovell (1990), obra citada, pág. 235-6

A ineficiência-X pode ser decomposta em ineficiência de afectação,  $A_s$ , dada por

$$A_s = \left[ (w'_s x_s^*) / (w'_s (\sum_{j=1}^n w_{js} x_{js}^*) x_s) \right]^{-1} - 1$$

e a ineficiência técnica será calculada por

$$T_s = (T + A)_s - A_s$$

O método DEA tem algumas limitações.

Uma primeira limitação, já referida, tem a ver com o cariz meramente relativo do cômputo da eficiência: as empresas de “melhor prática” são aquelas mais eficientes em relação às outras empresas da amostra, mas poderão não ser eficientes.

Uma segunda limitação diz respeito ao pressuposto da não existência de factores aleatórios e, conseqüentemente, da atribuição de toda a diferença entre os valores da fronteira estimada e os valores observados a ineficiência (daí que os resultados da ineficiência tendam a ser empolados relativamente a outros métodos de estimação)<sup>83</sup>.

Uma terceira limitação dos métodos não paramétricos é que são muito susceptíveis a observações extremas (“outliers”) uma vez que estabelecem linhas custo fronteira baseadas nas instituições com custos comparativamente mais baixos<sup>84</sup>.

<sup>83</sup> L.J.Mester (1993), *Efficiency in the savings and loan industry*, Journal of Banking and Finance, 17, pág.267-87

<sup>84</sup> R.J.Colwell, E.P:Davis (1992), *Output, Productivity and Externalities - the case of banking*, Bank of England, Discussion Paper nº3

Finalmente, alguns autores salientam que nos métodos não paramétricos não é considerada a estrutura de mercado, quando a eficiência está ligada àquela<sup>85</sup>.

### II.2.2. Custos totais: custos explícitos de produção versus custos económicos

A inclusão do custo de oportunidade do capital investido no custo total foi sugerido recentemente na literatura de economia bancária (Clark, 1996). Vejamos em pormenor o procedimento proposto.

A afectação óptima de recursos, como elemento central da eficiência, significa que nenhuma realocação alternativa de recursos é capaz de produzir um maior acréscimo de riqueza para os accionistas. Assim, uma vez que a maximização da riqueza dos accionistas é sinónimo da maximização do valor actual líquido total do banco, este deve continuar a realizar projectos de investimento até que o valor actual líquido (VAL) do projecto de investimento marginal atinja zero.

O VAL de qualquer projecto de investimento  $i$  é equivalente ao valor actualizado do rendimento económico produzido pelo projecto, sendo o rendimento económico definido como o lucro que excede o custo de oportunidade do capital. Portanto,

$$VAL_i = \sum_t ((R_{it} - CP_{it}) - COP_{it}) / (1 + k)^t$$

<sup>85</sup> S.A. Berg, M. Kim (1991), *Oligopolystic interdependence and banking efficiency: an empirical evaluation*, Norges Bank Research, Paper 5

em que,  $R_{it}$ ,  $CP_{it}$ ,  $COP_{it}$  representam a receita, o custo de produção explícito e o custo de oportunidade do capital do projecto  $i$  no momento  $t$ . Sendo o numerador o equivalente do cash-flow certo correspondente a projectos sem risco gerado pelo projecto  $i$ , a taxa de actualização apropriada para o denominador é a taxa de juro de risco nulo,  $k$ . O VAL total ou a riqueza do accionistas RA podem ser expressos tendo em consideração os  $n$  projectos assumidos ( $i=1,2,\dots,n$ ). Quer dizer :

$$RA = \sum_i VAL_i = \sum_i \sum_t (R_{it} - CP_{it} - COP_{it}) / (1+k)^t$$

O custo económico deve ser minimizado para que a riqueza do accionista seja máxima.

O custo económico (CE) é definido como a soma dos custos explícito de produção e do custo de oportunidade de capital, ou seja,

$$CE = \sum_i \sum_t (CP_{it} - COP_{it}) / (1+k)^t = \sum_t (CP + COP)_t / (1+k)^t$$

em que  $(CP + COP)_t$  representa o total dos custos de produção e de oportunidade para o conjunto dos projectos de investimento ( $i=1,2,\dots,n$ ) no momento  $t$ , e  $k$  é a taxa de juro livre de risco.

Em qualquer ponto da curva de custos de longo prazo, para se garantir a eficiência económica deve minimizar-se em cada momento de tempo a soma dos custos explícitos de produção e dos custos de oportunidade do capital associados à reafecção de recursos operada.

A determinação dos custos de produção explícitos é linear. Obtêm-se somando as despesas dos inputs adquiridos para produzir os níveis óptimos dos outputs seleccionados pelos bancos. Assim,

$$CP_{bt} = \sum_j w_{jbt} \times q_{jbt}$$

em que  $w_{jbt}$  e  $q_{jbt}$  representam respectivamente os preços e quantidades de cada input  $j$  utilizado pelo banco  $b$  no momento  $t$ . Os custos explícitos de produção são definidos, de acordo com a literatura, como a soma das despesas operacionais e das despesas financeiras.

Para a determinação do custo de oportunidade devemos considerar as aplicações alternativas de fundos, o retorno esperado e o risco. O custo de oportunidade de um projecto  $i$  é o retorno que os investidores esperam obter se investissem os fundos, em alternativa, em títulos financeiros de nível de risco comparável. Projectos mais arriscados exigem retorno mais elevado, pelo que têm um custo de oportunidade mais elevado. A contribuição de um título para o risco de uma carteira diversificada depende da sensibilidade do retorno do título aos movimentos do mercado como um todo. Esta sensibilidade pode ser medida pelo

coeficiente beta ( $\beta$ ), numa regressão relativa a um banco  $b$ , do retorno dos accionistas de um título  $b$  no momento  $t$  ( $r_{bt}$ ) contra o retorno de uma carteira de mercado no momento  $t$  ( $r_{mt}$ )

$$r_{bt} = \alpha_b + \beta_b r_{mt} + u_{bt}$$

em que  $u_{bt}$  representa o termo de perturbação aleatório do título  $b$  no momento  $t$ .

Conhecido (por estimação) o coeficiente beta de cada banco, o custo de oportunidade do capital relativo a um certo banco, num certo período, em termos de taxa, é aproximado usando o modelo designado como *capital asset pricing model* (CAP). Ou seja,

$$r'_{bt} = r_{ft} + \beta_b (r_{mt} - r_{ft})$$

em que  $r'_{bt}$  representa o custo de oportunidade do capital do banco  $b$  no momento  $t$ ,  $r_{ft}$  a taxa de juro livre de risco em  $t$  e  $r_{mt}$  o retorno da carteira de mercado para o mesmo momento.

Uma vez que todos os investidores devem ser remunerados à taxa do custo de oportunidade, o custo de oportunidade do banco calcula-se através do produto da

referida taxa pelo valor de mercado do capital (VMC) do banco investido no início do período,

$$COP_{bt} = r'_{bt} \times VMC_{bt-1} = [r_{ft} + \beta_b (r_{mt} - r_{ft})] \times VMC_{bt-1}$$

O custo total do banco pode agora ser calculado pela soma dos custos explícitos de produção e pelo custo de oportunidade do capital investido no momento t,

$$CE_{bt} = CP_{bt} + COP_{bt} = \left( \sum_j w_{jbt} \times q_{jbt} \right) + [r_{ft} + \beta_b (r_{mt} - r_{ft})] \times VMC_{bt-1}$$

Esta medida dos custos introduz os rendimentos ajustados pelo risco que podiam ser ganhos em investimentos com escalas e mix de produtos alternativos, pois os rendimentos destas alternativas estariam incluídos no rendimento da carteira de mercado.

### II.3. Conclusão

Neste capítulo percorreu-se a literatura bancária recente em torno da problemática das economias de escala e de gama e da eficiência produtiva. Dos debates teóricos fundamentais acerca da definição económica de empresa bancária elegemos a abordagem *intermediação*, quer por razões de natureza económica (peso que os custos financeiros assumem na totalidade dos custos bancários) quer de ordem empírica (inexistência de informação para a adopção da abordagem *produção* para o caso português).

Foram apresentadas formas funcionais das funções custo, concluindo-se pela necessidade do recurso a formas flexíveis do tipo Translog por permitirem o tratamento do carácter multiproducto dos bancos.

A estimação da eficiência-X é elaborada por via de aproximações paramétricas e não paramétricas (método DEA), não apresentando os resultados empíricos obtidos por estas duas vias grande coerência: da imputação dos desfasamentos entre a fronteira estimada e os valores observados à ineficiência no método DEA decorrem valores de ineficiência superiores quando se recorre a este método do que no caso da aproximação econométrica.

Estudos recentes chamam a atenção para a imprecisão que decorre de não inclusão do *custo de oportunidade*, ou seja, da problemática do risco, aquando da

estimação de funções custo. Socorrendo-nos do artigo de J.Clark (1996) pretendeu-se apenas introduzir o tema para posteriores desenvolvimentos.

Na segunda parte vai-se tentar aplicar ao estudo da banca portuguesa algumas linhas teóricas agora apresentadas. Concretamente, analisar-se-á a existência de economias de escala e de gama socorrendo-nos das formas funcionais tipo Cobb-Douglas e Translog.

*Parte II*

**Aplicação ao sector bancário português**

## **Capítulo I**

**Acerca da especificidade do sector bancário português -  
tendências recentes do seu desenvolvimento**

## *1.0. Introdução*

As alterações profundas ocorridas nas últimas duas décadas na estrutura concorrencial da actividade bancária no conjunto dos países industrializados, no sentido da *desregulamentação*, também caracterizaram os desenvolvimentos recentes da banca nacional.

Todo este processo de liberalização e abertura à iniciativa privada da banca teve efeitos plurais sobre o nível da actividade creditícia, da rendibilidade, da cobertura bancária, da intervenção nos mercados bolsista e cambial. É destas alterações recentes que se trata no ponto I.1..

O processo de desregulamentação determinou as estratégias de cooperação/concorrência das instituições de crédito, particularmente empolados com a emergência recente de diferentes grupos financeiros. Vai ser feita uma breve análise descritiva das diferentes estratégias dos principais grupos financeiros no ponto I.2..

### *1.1. Sob o signo da desregulamentação*

O processo de liberalização na actividade bancária decorreu de um esforço legislativo e das alterações das próprias condições de mercado. Por um lado, a Segunda Directiva de Coordenação Bancária (Directiva 89/646 de 15 de

Dezembro de 1989) surge como o contributo fulcral para a desregulamentação, a nível do espaço europeu, assim como a nova lei-quadro do sistema financeiro (Dec.-Lei nº 298/92 de 31 de Dezembro), no caso português. Por outro lado, as modificações das condições de oferta, em particular, pela entrada de novos concorrentes não bancários na esfera de actuação das instituições de crédito e pelas novas formas concorrenciais potenciadas pelo processo de concentração e segmentação e pelas alterações tecnológicas contribuíram para a desregulamentação.

Como se referiu acima, no final de 1992 foi transposta para o direito interno português a Segunda Directiva Comunitária alterando o enquadramento legal do sector bancário, nomeadamente:

- \* princípio de reconhecimento mútuo de autorização de desenvolvimento da actividade, sob supervisão da tutela do país da União Europeia de origem da instituição de crédito;
- \* abolição da distinção entre bancos comerciais e de investimento, com a consagração do modelo de banco universal e alargamento do leque de produtos e serviços oferecidos, permitindo-se aos bancos actividades como *factoring* e *leasing*;
- \* implementação de um sistema de garantia ( o Fundo de Garantia dos Depósitos começou a funcionar em 1 de Julho de 1995 com cinquenta aderentes) baseado no volume de depósitos e em rácios de solvabilidade.

Os efeitos deste processo de desregulamentação têm de ser enquadrados pela situação específica de desenvolvimento da banca portuguesa dos anos

imediatamente anteriores à liberalização. De facto, os desenvolvimentos futuros das instituições de crédito e, em particular, daquelas que formaram o núcleo da banca nacionalizada, passaram por tentar rodear os limites impostos pela própria tutela no passado recente: o financiamento do déficit público a baixo custo e as políticas monetárias restritivas foram factores fortemente penalizantes da rentabilidade dessas instituições<sup>1</sup>.

### *1.1.1. A abertura da actividade bancária à iniciativa privada*

O ano de 1984 constituiu o despoletar do processo de abertura da actividade bancária à iniciativa privada com a publicação do Dec.-Lei nº 51/ 84 de 11 de Fevereiro de 1984. Esta nova situação regulamentar possibilitou a criação de instituições de crédito no território nacional, com efeitos significativos sobretudo a partir de 1986. Como se pode ver no quadro 1, cerca de trinta bancos foram criados após a adesão de Portugal à Comunidade Económica Europeia.

---

<sup>1</sup> Cfr. M. Clara Ribeiro, *A evolução estrutural da banca portuguesa no contexto europeu - Estudo econométrico das funções de produção bancárias (1982-92)*, U. Minho, 1993

Quadro 1 - Novos bancos operando em Portugal a partir de 1984

Instituições	Ano de início de actividade
Manufacturers Hanover Bank*	1984
BPI-Banco Português de Investimentos	1985
Citibank Portugal	1985
Barclays Bank	1985
Banque National de Paris	1985
Général Bank	1985
Chase Mahattan Bank*	1985
BCI-Banco Comércio e Indústria	1986
BCP-Banco Comercial Português	1986
BIC-Banco Internacional de Crédito	1986
BEX-Banco Exterior de Espanha	1989
ABN-Amro Bank	1989
BCM-Banco Comercial de Macau*	1990
Bank of Tokyo	1990
Deutch Bank de Investimento	1990
Banco Mello	1990
Credibanco	1991
BNCI-Banco Nacional de Crédito Imobiliário	1992
Banco Finantia	1993
BII-Banco de Investimento Imobiliário	1993
BNI-Banco Nacional de Investimentos	1993
Banco ESSI	1993
Banco Cif	1993
BPN-Banco Português de Negócios	1993
Finibanco	1993
Banco Santander de Negócios	1993
Banco Itaú Europa	1994
Banco Efisa	1995
Banco Alves Ribeiro	1996
Interbanco	1996
Banco Privado Português	1996

Fonte: Banco de Portugal

Nota: \* entretando encerrados

Acompanhando a entrada de novos bancos em Portugal, a partir de 1989 a banca pública (maioritariamente participada pelo Estado) foi sendo sucessivamente privatizada( quadro 2). Em 1989 a quota de mercado detida pelos bancos públicos em termos de activos totais era de 84%, três anos depois tinha descido para cerca de 42% e em 1997 situava-se em cerca de 20% ( com o grupo Caixa como o único público).

Quadro 2 - Processo de privatização dos bancos entre 1989 e 1996

Instituição de crédito	% privatizada	período
Banco Português do Atlântico	100	1990-95
Banco de Fomento e Exterior	84,5	1994-96
Banco Espírito Santo e Comercial de Lisboa	100	1991-92
Banco Totta & Açores	93,2	1989-96
Banco Fonecas & Burnay	100	1991-92
Banco Pinto & Sotto Mayor	100	1994-95
Crédito Predial Português	100	1992
União de Bancos Portugueses	100	1993-96
Sociedade Financeira Portuguesa	100	1991

Fonte: P.Grasmann, *The economic and financial situation in Portugal in the transition to EMU*, Comissão Europeia, DGII, 1997, pág.84

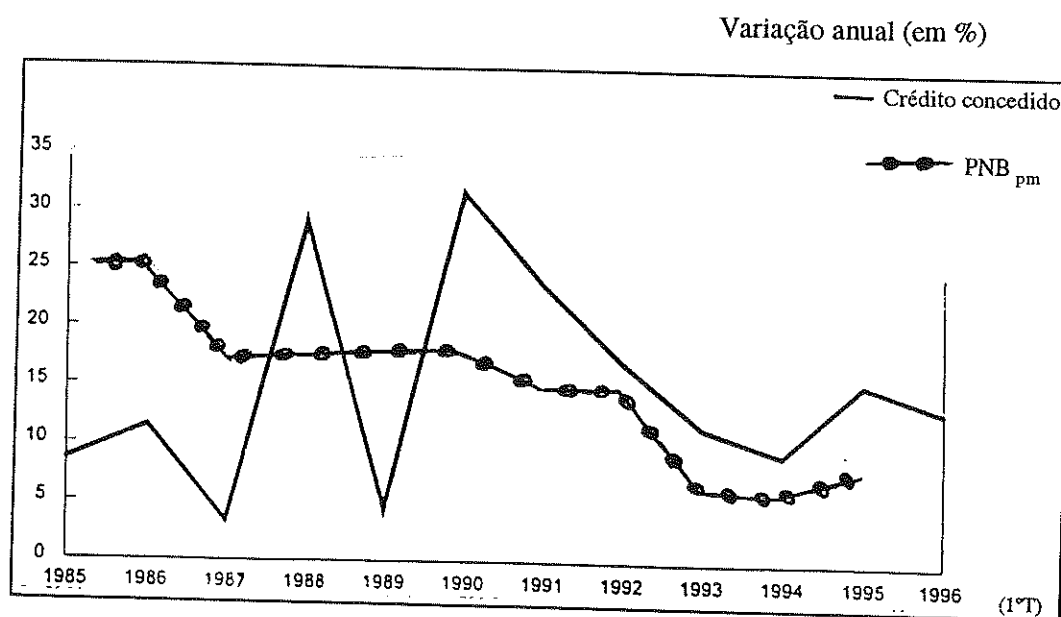
### 1.1.2. Os efeitos da desregulamentação sobre a actividade creditícia

Durante o ano de 1991 o Banco de Portugal passou a controlar a massa monetária por via indirecta, estipulando reservas mínimas de caixa e promovendo

operações de *open market*. Os limites de crédito e as taxas de juro fixadas administrativamente foram abolidos em Maio de 1992.

A liberalização permitiu uma explosão do crédito ao sector privado, sobretudo nos anos de 1990 e 1991 com taxas de crescimento de cerca de 31% e de 21%, respectivamente (figura 1).

Figura 13 - Crédito bancário ao sector público e privado e Produto Nacional Bruto



Fonte: P. Grasmann, *The economic and financial situation in Portugal in the transition to EMU*, Comissão Europeia, DGII, 1997, pág. 116

Igualmente durante estes anos o crédito ao Estado cresceu acentuadamente, em parte devido à troca de activos que as instituições de crédito detinham junto do Banco de Portugal por títulos de dívida pública (quadro 3).

Quadro 3 - Crédito concedido pelas instituições de crédito (em % do PNB de 31 de Dezembro)

Crédito concedido ao sector privado não financeiro		Crédito concedido ao sector público administrativo	
1991	1995	1991	1995
44.8	57.0	28.7	23.3

Fonte: Banco de Portugal

A partir dos finais de 1992 e acentuadamente em 1993 o crédito a empresas baixou consideravelmente, em parte devido à má conjuntura económica. A expansão do crédito concedido foi alimentada por via do crédito a particulares, sobretudo sob a forma hipotecária (crédito à habitação) e ao consumo, com taxas de crescimento de 27% , 27%, 40% e 27% em 1994, 1995, 1996 e 1997, respectivamente.

Quadro 4 - Evolução do crédito concedido (taxas de variação em percentagem referidas a 31 de Dezembro)

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Crédito a particulares	17.8	19.6	23.6	27.1	26.7	40.0	27.1
* Habitação	16.5	16.4	20.5	25.4	22.9	33.7	26.3
* Outros fins	27.6	41.6	41.2	35.4	43.9	64.5	29.5
Crédito a empresas não financeiras	25.6	16.1	4.9	-1.9	6.8	-1.6	21.8
Total	23.4	17.0	9.9	6.9	14.0	15.1	24.4
Peso do crédito a particulares	26.6	27.0	30.3	36.0	40.1	48.7	49.8

Fonte: Boletins estatísticos do Banco de Portugal; nossos cálculos

Apesar do processo de desregulamentação, em Portugal não se verificou uma situação de explosão da actividade seguida de aumento do crédito malparado e de algumas falências como em experiências internacionais semelhantes. O peso

do crédito malparado no conjunto do crédito concedido decresceu significativamente ao longo dos últimos anos (quadro 5). E isso pode encontrar explicação na conjuntura económica favorável, na contenção das políticas económicas no sentido da estabilização e, mais especificamente, nas alterações estruturais das carteiras de crédito dos bancos no sentido da dispersão pelo segmento dos particulares.

Quadro 5 - Rácio *Crédito de Cobrança Duvidosa/Crédito a Empresas*

*Particulares* (em percentagem)

1993	1994	1995	1996	1997
8,2	8,0	6,8	5,9	4,5

Fonte. Boletim Estatístico do Banco de Portugal (Março 1998)

Quanto ao nível de utilização de provisões associadas à concessão de crédito apresenta-se elevado ( 34,4% em 1997, correspondendo a 119 milhões de contos), mantendo-se as potenciais perdas do volume de crédito cobertas pelas provisões. A quebra no nível de cobertura das provisões em relação ao total do crédito bruto não se afigura preocupante se tivermos por base o crédito vencido - neste caso o nível de cobertura ronda os 104,5%. O nível de risco definido como o rácio entre a utilização de provisões e o saldo de crédito concedido manteve-se reduzido (1,3% no final de 1997) - quadro 6.

Quadro 6 - Nível de provisionamento

	1993	1994	1995	1996	1997
Crédito s/Clientes (A)	7075	7150	5616	7443	9144
Saldo de Provisões (B)	496	481	336	387	346
Utilização de Provisões(C)	76	83	51	110	119
Nível de Cobertura (B/A)	7,0	6,7	6,0	5,2	3,8
Nível de Risco (C/A)	1,1	1,2	0,9	1,5	1,3
Nível de Utilização de Provisões (C/B)	15,3	17,3	15,2	28,4	34,4

Nota: A unidade de medida de (A), (B) e de (C) é o milhão de milhar de escudos; a unidade de medida dos rácios é a percentagem. Os dados referentes aos anos de 1993 e 1994 têm por base amostras significativas de 14 bancos, ao ano de 1995 de 13 bancos, ao ano de 1996 de 15 bancos e ao ano de 1997 uma amostra englobando os grupos BCP, BPSM, BES, BPI e MELLO.

Fonte: Associação Portuguesa de Bancos - Boletins Informativos

Com a transposição para o direito nacional da Segunda Directiva Bancária, o Banco de Portugal definiu para os exercícios a partir de 1993 como padrão mínimo de fundos próprios para cobrir o valor das aplicações de risco da banca o de 8% (este valor do rácio de Cooke surgiu no seguimento do Acordo de Basileia). A adopção deste tecto único de 8% tem sido objecto de severas críticas<sup>2</sup>. O conjunto da banca portuguesa tem cumprido, claramente, este critério de segurança (quadro 7).

<sup>2</sup> Alan Greenspan (1988), *Garantir a solidez do sistema*, Economia Pura, Junho, pág.42-6

Quadro 7 - Rácios de Cooke

Anos	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Capitais Próprios e Equiparados/Aplicações Creditícias(em percentagem)	18,2	16,9	14,2	12,8	13,3	12,9

Nota: A partir de Dezembro de 1994, inclusivé, passou a incluir o sistema de crédito agrícola

Fonte: Associação Portuguesa de Bancos, Boletins Informativos, nossos cálculos

### 1.1.3. Efeitos da desregulamentação sobre a rentabilidade da banca

A explosão de actividade verificada em 1990 e 1991 foi aproveitada pelos bancos para aumentarem as suas margens financeiras nesses anos, embora seguindo-se um decréscimo nos períodos subsequentes (quadros 8 e 9).

Quadro 8 - Margens Financeiras em percentagem do Activo Total Médio <sup>3</sup>

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Alemanha	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	1,8	nd
Bélgica	1,5	1,5	1,5	1,3	1,3	nd	nd
Espanha	4,0	3,9	3,6	3,1	3,8	3,4	nd
França	1,7	1,5	1,3	0,9	0,9	nd	nd
Itália	3,3	3,3	3,2	2,9	2,6	2,7	nd
Portugal	4,4	4,6	3,9	3,4	2,9	2,4	2,1

Fonte: Banco de Portugal

<sup>3</sup> Margem financeira=juros e proveitos equiparados - juros e custos equiparados

Quadro 9 - Diferenciais das taxas de remuneração média implícitas (em pontos percentuais) e margens financeiras (em percentagem)

	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Activo remunerado / passivo remunerado	4,1	3,5	3,1	2,8	2,5	nd
Crédito/Recursos não interbancários	5,1	5,2	5,2	4,8	4,5	nd
Margem Financeira	4,38	3,75	3,21	2,61	2,41	2,35

Fonte: Banco de Portugal e Associação Portuguesa de Bancos

Com efeito, nos anos recentes os diferenciais das taxas de juro entre operações activas e passivas foram-se comprimindo, traduzindo:

\* a queda acentuada das taxas de juro - derivadas do ambiente de maior concorrência e em consonância com a descida sustentada da taxa de inflação - por um lado,

\* e uma alteração das carteiras de activos dos bancos, com crescente preferência por aplicações em instituições de crédito, com taxas activas mais baixas, em média, que as do crédito concedido, por outro lado (quadro 10). Veja-se o caso do ano de 1994, em que o acréscimo de 3034 milhões de contos de aplicações em instituições de crédito tiveram origem em recursos de igual natureza e na libertação de reservas de tesouraria, enquanto que do acréscimo dos depósitos de

clientes apenas cerca de um terço foram destinados à concessão de crédito, sendo o remanescente colocado em títulos, sobretudo emitidos por entidades públicas.

Quadro 10 - Evolução da estrutura do balanço do sector bancário (em percentagem)

Aplicações e Recursos	1993	1994	1995	1996	1997
Caixa e Depósitos nos Bancos Centrais	9.5	1.7	3.3	3.4	3.5
Crédito sobre Instituições de Crédito	19.3	28.8	29.9	31.3	31.6
Créditos sobre Clientes	39.9	37.0	36.5	35.8	38.0
Aplicações em títulos	21.9	22.9	22.2	20.9	18.0
Imobilizado e Participações	5.1	5.0	5.0	4.9	4.8
Outros Activos	4.3	4.6	3.1	3.7	4.1
Total	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Débitos para com Instituições de Crédito	23.6	26.4	29.1	31.9	33.0
Débitos para com Cliente e Títulos	62.7	60.4	58.9	56.1	54.8
Outros Passivos	4.0	3.9	3.5	3.1	3.3
Capitais Próprios e equiparados	9.7	9.3	8.5	8.9	8.9

Fonte: Associação Portuguesa de Bancos, Boletins Informativos

A evolução do *cash flow* ou resultado bruto ao longo da década de noventa não tem sido linear, havendo a registar uma quebra nos anos de 1994 e de 1995, face aos anos anteriores; a partir de 1996 houve uma recuperação, com efeitos nítidos no ano de 1997 apresentando, neste último período, o conjunto do sector um resultado bruto de 685 milhões de milhares de escudos (quadro 11).

Quadro 11 - Evolução do resultado bruto e da rentabilidade do activo líquido

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Resultado bruto (em milhões de contos)	547	557	586	539	481	546	685
Resultado líquido / Activo líquido (em %)	0.97	0.75	0.75	0.52	0.51	0.55	0.65

Fonte: Associação Portuguesa de Bancos, Boletins Informativos, nossos cálculos

O crescimento do resultado bruto durante o ano de 1997 deveu-se:

\* a um aumento no resultado financeiro (depois de acusar um decréscimo contínuo desde 1994) que pode ser explicado pelo maior peso do volume de capitais, apesar da margem financeira, como já vimos, continuar a descer (embora moderadamente);

\* a uma evolução positiva (embora de forma mais branda do que em 1996) dos resultados de operações financeiras que correspondiam a 140 milhões de milhares de escudos, ou seja, cerca de 20% do *cash flow*; de notar o carácter não permanente desta rubrica dado se reportar a operações nos mercados de títulos e cambiais;

\* a um crescimento de 31,9% dos resultados de serviços bancários, que no final de 1997 já representavam mais de 39% do resultado bruto e de 23% do produto

bancário de exploração (quadro 12). O crescimento desta parcela constitui uma forma de compensar a queda das margens financeiras, e acentua o peso cada vez maior das operações nos mercados e nos serviços aos clientes em relação à tradicional função de intermediação financeira;

\* os custos administrativos têm-se mantido relativamente estáveis, apesar da diminuição do número de trabalhadores a partir de 1996, havendo a registar um acréscimo dos encargos sociais sobretudo por via das pensões de reforma (correspondendo a uma variação entre 31 de Dezembro de 1996 e igual período de 1997 de 43,3%).

Quadro 12 - Evolução do peso das componentes do produto bancário de exploração

	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Resultados de Serviços bancários	12,3	14,4	15,8	19,1	20,7	23,4
Resultados de Operações Financeiras	8,9	10,1	6,3	7,7	13,6	12,2
Resultado Financeiro	78,8	75,5	77,9	73,2	65,7	64,4

Fonte: Associação Portuguesa de Bancos, Boletins Informativos

#### 1.1.4. Efeitos da desregulamentação na rede bancária

O aumento da concorrência levou a um reajustamento da rede de balcões, ocorrendo um crescimento anual - contrariando a evolução verificada internacionalmente, no sentido da limitação do número de balcões ( no entanto, Portugal é um dos países europeus que apresenta uma menor rede bancária por quilómetro quadrado) de 10,2%, 7,4%, e 10,4,% do número de balcões nos anos de 1993, 1994 e 1995, respectivamente, chegando-se a um número de 4123 no final do ano de 1997 (em 1988 o número de balcões era de apenas 1566) - quadro 13.

Quadro 13 - Número de balcões e taxas de variação (valores de 31 de Dezembro)

Anos	Número de balcões	variação (%)
1992	2852	13,9
1993	3144	10,2
1994	3377	7,4
1995	3729	10,4
1996	3818	2,4
1997	4123	8,0

Fonte: Associação Portuguesa de Bancos, Boletins Informativos

Repare-se que este aumento do número de balcões prendeu-se com o sucessivo levantamento das restrições à implantação de novos balcões, processo que terminou em 1993. A alteração na rede de balcões não foi só quantitativa, havendo tendência ao surgimento de balcões menos “pesados”; de facto, apesar do crescimento do número de balcões, o número de trabalhadores manteve-se perto dos 60000 ao longo da última década (quadro 14).

Quadro 14 - Número de trabalhadores bancários afectos à actividade doméstica (em 31 de Dezembro)

Anos	Número de empregados	Taxa de variação (%)
1989	58132	-0,4
1990	59162	1,8
1991	61055	3,2
1992	60772	-0,5
1993	59748	-1,7
1994	61649	3,2
1995	62022	0,6
1996	61311	-1,1
1997	60911	-0,7

Fonte: Associação Portuguesa de Bancos, Boletins Informativos

A liberalização parece ter promovido uma maior concorrência nas zonas de Lisboa e do Porto. Em Dezembro de 1997 cerca de 44% do número de balcões situam-se em Lisboa e no Porto (27% e 17%, respectivamente) captando, no seu conjunto, 49% dos depósitos e concedendo 64% da totalidade do crédito.

Estudos recentes<sup>4</sup> concluíram pela existência de um fenómeno de *excesso de entrada* no sector bancário português em duas faixas: os mercados de Lisboa e do Porto, por um lado, e nos mercados rurais (definidos como municípios de menos de dez mil habitantes), por outro. As explicações avançadas para este fenómeno nos dois centros urbanos prendem-se com (P.Barros, 1995)

*“a resposta à entrada de novos bancos através do aumento da rede bancária já existente”,*

tornando atractiva a implantação de novos balcões só no caso onde seja previsível a possibilidade de captação de clientes de outras instituições.

#### *1.1.5. Algumas notas finais: a actividade bancária nos mercados bolsista e cambial e as formas de pagamento*

O mercado bolsista apresentou uma evolução positiva, durante a década de noventa. Há a notar o crescente peso da vertente accionista: em 1997 a capitalização bolsista do mercado de acções ultrapassou a das obrigações, facto que ocorreu pela primeira vez desde 1989 (quadro 15).

---

<sup>4</sup> Pedro Pita Barros (1995), *Determinantes da rede de balcões*, Banco Mello, pág.125-57

Quadro 15 - Valor das transacções e capitalização bolsista (em percentagem)

Mercados	Transacções				Capitalização Bolsista			
	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997
Obrigacionista	77.0	65.6	66.4	37.9	64.1	67.8	63.0	49.4
Accionista	21.8	33.9	32.5	61.1	34.2	31.2	36.0	49.8
Títulos de Participação	0.3	0.4	0.3	0.1	0.0	0.7	0.6	0.3
Unidades de Participação	0.8	0.1	0.8	0.8	0.4	0.3	0.4	0.5

Fonte: BVL - Notas Informativas, nossos cálculos

No caso da banca o comportamento é também positivo. A evolução dos preços das acções, medido pelo índice BVL do sector financeiro acompanhou o comportamento do índice BVL Geral, mas situando-se sistematicamente acima daquele índice geral. Há a registar uma perda da quota de mercado da banca no sector accionista (quadro 16), dado o forte crescimento de títulos de outros sectores de actividade.

Quadro 16 - Peso dos bancos cotados em termos de capitalização bolsista

Anos	1994	1995	1996	1997
Capitalização bolsista (em percentagem)	45.6	43.3	38.6	31.4

Fonte: BVL - Notas informativas, nossos cálculos

Quanto à intervenção da banca nos mercados cambiais é de assinalar o forte peso das operações baseadas em escudos (representando 70% do total do volume de transacções, em Abril de 1995<sup>5</sup>), tendo por contrapartida quase exclusiva o dólar americano e o marco alemão. As operações realizadas no segmento *spot* do mercado cambial pela banca portuguesa ocupam um peso decrescente (26.9% em 1996, 24% em 1997), aproximando-se dos valores proporcionais de outras praças mais desenvolvidas<sup>6</sup>.

Ao contrário do que acontece no conjunto dos países da União Europeia, em Portugal manteve-se o cheque como a forma privilegiada de pagamento e recebimento. No entanto, algumas medidas foram tomadas no sentido da modernização do sistema de pagamentos nacional: introdução, em 1992, do sistema electrónico de transferência de fundos (TEI); expansão dos cartões de crédito, sobretudo a partir de 1995 com os cartões PMB; o Sistema de Pagamentos de Grandes Transacções (SPGT), iniciado no início de 1996, sistema

<sup>5</sup> DG-II, *The economic and financial situation in Portugal in the transition to MEU*, Fevereiro 1997

<sup>6</sup> Associação Portuguesa de Bancos - Boletins Informativos

de segurança para transacções de montantes superiores a cem mil milhões de escudos.

De notar que todas estas transformações foram acompanhadas por uma alteração das despesas de investimento. À fase da canalização do investimento para instalações físicas, nomeadamente com a abertura acelerada de novos balcões, segue-se uma etapa de forte empenhamento dos bancos em meios informáticos o que é explicado por razões estratégicas<sup>7</sup> e por razões operacionais (nomeadamente pela emergência do euro e pela viragem do século).

### *1.2. As alianças estratégicas na banca portuguesa nos anos noventa*

Uma aliança estratégica tem lugar sempre que duas ou mais empresas concorrentes (ou potencialmente concorrentes) se associam para gerir uma determinada actividade, coordenando os recursos necessários e as competências relativas. Para a definição de aliança estratégica podemos-nos socorrer do grau de interdependência existente entre as empresas envolvidas. Alguns autores<sup>8</sup> consideram que existe aliança estratégica desde que ocorram simples acordos de cooperação informal até à total integração (vertical e horizontal) das actividades.

---

<sup>7</sup> Para mais desenvolvimentos ver José Monteiro Barata (1996/7), *Estrutura sectorial, estratégia competitiva e tecnologia na banca*, Estudos de Gestão, Volume III, nº2, pág.75-98

<sup>8</sup> P.Lorange, J.Ross (1992), *Strategic Alliances - Formation, Implementation and Evolution*, Blackwell Publishers, Cambridge

Figura 1 - Grau de integração das actividades

grande		<u>Grau de Integração</u>			nenhuma
Fusões/Aquisições	Posse Conjunta	Joint Venture	Cooperação Formal	Cooperação Informal	
<u>Hierarquia</u>					<u>Mercado</u>

Fonte: Vítor F.C.Gonçalves, Rui Faustino, *Alianças Estratégicas: Situação na banca portuguesa*, Cadernos de Económicas, ISEG, nº1/96, pág. 3

Outros autores<sup>9</sup> advogam que a aliança estratégica é uma forma de organização industrial que se situa entre a concorrência e a concentração.

Quadro 17 - Alianças estratégicas, concorrência e concentração

Concorrência	Alianças Estratégicas	Concentração
Coordenação estratégica nula: relações entre empresas arbitradas unicamente pelo mercado	Coordenação estratégica parcial: funcionamento negociado permite uma arbitragem entre interesses próprios (concorrência) e interesses partilhados (cooperação)	Coordenação estratégica total: funcionamento coordenado por um centro de decisão único no seio de uma estrutura hierárquica integrada

Fonte: Vítor F.C.Gonçalves, Rui Faustino, obra citada, pág.3

O objectivo charneira da constituição de alianças é o de permitir diminuir os investimentos de cada uma das empresas, juntando um conjunto de meios (é o

caso evidente da constituição do grupo BPI, com a eliminação de uma série de Direcções das instituições constituintes do grupo). No entanto, a constituição de alianças aumenta a complexidade organizacional, não sendo líquido, à partida, um aumento da rendibilidade decorrente deste processo<sup>10</sup>.

De facto, ao contrário das estratégias dos grupos que associam dimensão a economias de custo, estudos parecem concluir que a dimensão óptima varia em função da estratégia de diversificação do banco (banco universal / banco especializado) e da posição no ciclo de vida dos produtos da instituição<sup>11</sup>.

Antes de passarmos ao cômputo das alianças estratégicas na banca portuguesa vamos-nos deter numa visão breve do sector bancário por instituições e por grupos económicos.

### *1.2.1. Breve caracterização do sector bancário e do posicionamento das instituições de crédito*

Da análise ao sector bancário e à posição ordinal das instituições podemos retirar algumas conclusões<sup>12</sup>:

---

<sup>9</sup> P.Dussauge, B.Garrette (1990), *Comprendre les Alliances Stratégiques*, Les Cahiers de Reserches, Hec, Paris

<sup>10</sup> J.Hagedoorn, J.Schakenraad (1994), *The effect of stategic technology alliances on company performance*, Strategic Management journal, Vol.15.

<sup>11</sup> Economia Pura, Junho 1998, pág.38-42

<sup>12</sup> Os dados referem-se a valores consolidados e são retirados dos boletins informativos da Associação Portuguesa de Bancos

\* A Caixa Geral de Depósitos é a instituição nacional que ocupa o primeiro lugar no *ranking* nacional em termos de activo, crédito, recursos captados, situação líquida, resultado líquido e número de balcões; apesar desta posição a maior instituição de crédito nacional ocupa um lugar modesto em termos de *ranking* mundial ( no final de 1995, ocupava a posição nº147<sup>13</sup>);

\* Os cinco principais grupos financeiros (CGD, BCP, BPSM, BES e BPI) representavam, em 31 de Dezembro de 1997 70% do activo e 85% do crédito, dos recursos captados e dos resultados. A posição ordinal dos grupos é a seguinte: CGD, BCP/BPA, BPSM/BTA, BES e BPI;

\* Os cinco maiores bancos (Caixa Geral de Depósitos, Banco Pinto & Sotto Mayor, Banco Totta & Açores, Banco Comercial Português e Banco Espírito Santo e Comercial de Lisboa) têm detido nos últimos anos mais de 60% do activo do total do sector (69.4% em 31 de Dezembro de 1997), o que aponta para uma segmentação entre grandes bancos e pequenos bancos. Dos cinquenta e três bancos a operar em Portugal em 1997, trinta e oito podem ser considerados bancos de pequena dimensão, dado o valor dos seus activos (abaixo dos oitocentos milhões de contos) e dos capitais próprios (abaixo dos quarenta milhões de contos);

\* Os bancos *pequenos* parecem não corresponder à definição de banco universal mas dirigem-se para nichos específicos de mercado, preferencialmente para o segmento médio-alto de clientela. Podemos seriar esses bancos em três grupos: os bancos especializados (Banco de Investimento Imobiliário, Banco Nacional de

---

<sup>13</sup> *The Banker*, Julho 1996

Crédito Imobiliário,...), os bancos de negócios (Banco Mello, Banco Português de Negócios,...) e os bancos regionais (Banco Comercial dos Açores);

\* A banca portuguesa iniciou, nos anos noventa, um processo de reestruturação, através da privatização e da concentração das instituições. Da privatização resultou que apenas a Caixa Geral de Depósitos se mantém pública. Exemplos do processo de concentração são significativas a aquisição, pelo grupo BCP, do Banco Português do Atlântico em Março de 1995 ou a formação do grupo BPI (englobando, com a perda de marca, o Banco de Fomento e Exterior, o Banco Borges & Irmão, o Banco FONSECAS & BURNAY e o próprio Banco Português de Investimentos);

\* A quota de mercado da banca estrangeira operando em Portugal ronda os 20%, segmentando-se entre as sucursais de grandes grupos bancários ( caso do The Bank of Tokyo, do Banque National de Paris, do Banco Exterior de Espana, do Barclays Bank) e os bancos europeus que se estabeleceram após a liberalização do movimento de capitais (caso do Banco Bilbao Vizcaya, do Crédit Lyonnais Portugal);

\* Da protecção da actividade bancária doméstica até à publicação do Decreto-Lei nº298/92 de 31 de Dezembro, resultou uma aposta quase exclusiva no mercado interno em detrimento da clientela internacional, situação que só recentemente se vem alterando.

### *1.2.2. As estratégias dos principais grupos financeiros*

Como vimos as estratégias dos diferentes grupos financeiros visam responder a objectivos genéricos como a melhoria da produtividade, a diferenciação da produção e a internacionalização.

Os principais grupos financeiros podem ser divididos em três segmentos. Um primeiro corresponde à prestação de serviços no mercado nacional numa óptica de banca universal e, concomitantemente, à exploração dos mercados externos - são os casos do CGD, BCP/BPA, BES, BPSM/BTA. Um segundo onde se incluem grupos também de banca universal, mas com um peso de serviços específicos importante - é o caso do grupo BPI que aposta no segmento do investimento e das empresas exportadoras. Finalmente um terceiro conjunto de instituições especializadas em nichos de mercado, de menor dimensão, desde o do crédito imobiliário (BNC; BII) ao *merchand banking* e ao *investment banking* ( Banco Santander, ESSI).

O grupo CGD (Caixa Geral de Depósitos / Banco Nacional Ultramarino) é o maior grupo financeiro português.

Tem como pontos fortes a elevada quota de mercado quer nos recursos captados quer no crédito concedido, os lucros elevados, os baixos encargos de estrutura em relação ao activo líquido médio, os elevados ganhos no MMI (mercado moneário interbancário) e a grande penetração nos mercados internacionais (depois de Espanha e de Moçambique, a aposta para 1998 parece ser o Brasil com a aquisição

de 80% do Banco Bandeirantes). Apresenta como pontos fracos a quota de mercado reduzida nos serviços comissionados e a elevada taxa de IRC a que está sujeita (em 1997, o grupo CGD ficou devedor de 38,8 milhões de contos ao Estado a título de imposto).

O grupo BCP/Atlântico (Banco Comercial Português / Banco Português do Atlântico / Credibanco / Banco de Investimento Imobiliário / Banco Cif / Banco Expresso Atlântico) conseguiu, durante 1997, o segundo lugar em termos de crédito concedido e de resultados (embora para estes resultados tivessem contribuído as mais-valias conseguidas pela alienação de participações consideradas não estratégicas para o grupo como a da Mundial Confiança), logo a seguir ao grupo CGD.

Como pontos fortes pode-se destacar uma boa solidez financeira, uma elevada taxa de rendibilidade, uma presença importante em todas as áreas de negócio e uma elevada quota nos serviços comissionados. Como deficiências do grupo podem ser referidos os elevados encargos de estrutura, uma dependência dos lucros de operações financeiras (em 1997 13,3 milhões de contos foram obtidos no mercado cambial) e uma imagem de instituição conflituosa em relação aos sindicatos.

O grupo Champalimaud (Banco Pinto & Sotto Mayor / Banco Totta & Açores / Crédito Predial Português / Banco Chemical Finance) apresenta-se como o segundo grupo privado em relação ao Activo Líquido e ao Crédito Concedido, mantendo o primeiro lugar (no conjunto dos grupos privados) em termos de captação de Depósitos. Devido ao reforço das provisões e à quebra dos Resultados Extraordinários do BTA durante 1997 a subida dos Resultados Líquidos do grupo

para 13,2 milhões de contos não foi tão significativa como nos grupos concorrentes (mantendo-se o grupo na quinta posição no conjunto dos grupos). É de salientar que este grupo está ainda numa fase de reestruturação (nomeadamente com a Oferta Pública de Troca entre as acções do BTA e do BPSM em 1998, permitindo o reforço de integração entre as duas instituições) no sentido da especialização de cada uma das instituições em áreas de negócios (o Banco Chemical, adquirido em 1996, especializado na área de investimento, o BTA e o BPSM na banca comercial e o CPP no crédito à habitação).

Como pontos fortes do grupo apontam-se a presença em áreas de negócio bancário importantes (com carácter de especialização), as elevadas quotas de mercado no respeitante ao Crédito Concedido e aos Recursos Captados e a elevada Margem Financeira. Como pontos fracos salientam-se a baixa rendibilidade dos capitais próprios (em 1997 este rácio foi de cerca de 11,4%, colocando o grupo longe dos valores acima dos 20% de outros grupos), o baixo peso dos serviços comissionados no total do produto bancário e o *goodwill* elevado do BTA (durante 1997 foi amortizado em mais de 4 milhões de contos).

O grupo Espírito Santo ( Banco Espírito Santo, Banco Internacional de Crédito e Banco ESSI), ao contrário dos outros grupos bancários, apostou no crescimento orgânico em detrimento dos processos de concentração, evitando, assim, os elevados custos decorrentes de profundas alterações quanto à integração de serviços e à redução de efectivos. Em termos de ranking no conjunto dos grupos privados o grupo mantém o terceiro lugar quanto ao Activo Líquido, ao Crédito Concedido e aos Recursos Captados, tendo ascendido em 1997 ao segundo lugar em termos de Resultados Líquidos. A performance excepcional da rubrica de Resultados Líquidos

explica-se pelos ganhos no mercado accionista (os Ganhos em Operações Financeiras ascenderam a 26,8 milhões de contos em 1997) e pelas Comissões Líquidas (30,6 milhões de contos em 1997). A produtividade do trabalho - medida como o quociente entre o Produto Bancário (soma da Margem Financeira com os Proveitos de Serviços em Outras Operações Bancárias) e os Custos com Pessoal - continua a ser a mais elevada de todos os grupos ( 3.69% em 1997 contra, por exemplo, 2.89% do grupo BCP ou 2.87% do grupo Champalimaud). A Margem de Intermediação Financeira continua a ser a pior de todos os grupos, havendo um *spread* entre as taxas de operações activas e as de operações passivas de apenas 2,59% em 1997; no entanto, o excepcional crescimento do Crédito Concedido tem permitido o aumento da Margem Financeira. O grupo tem apostado na internacionalização da actividade nomeadamente no Oriente com o BES Oriente, no Brasil (com a aquisição do Banco Boavista) e nos mercados da Europa de Leste (com a aquisição do segundo maior banco polaco Kredyt Bank PBI).

Assim, como pontos fortes do grupo podemos sublinhar a elevada produtividade do trabalho, acompanhada de baixos encargos de estrutura, os elevados ganhos em operações financeiras e a elevada taxa de rendibilidade. Como ponto fraco do grupo é de salientar a baixa margem de intermediação financeira.

O grupo BPI (Banco de Fomento e Exterior, Banco Borges & Irmão, Banco Fonecas & Burnay e Banco Português de Investimentos) é o grupo que avançou para um grau de concentração mais elevado no panorama financeiro português tendo-se efectivado a plena integração com o BFE, o BBI e o BFB já em 1998, com perda das marcas destes bancos. Em cerca de dois anos o grupo conseguiu concentrar e unificar, recorrendo a espaços físicos comuns, várias das suas

actividades como sejam o apoio informático, a sala de mercados, a corretagem, a gestão comercial dos segmentos de particulares e de empresas, o *leasing*, o *factoring*; as direcções das diferentes áreas de negócios passaram a ser únicas para todo o grupo. Este processo de integração foi penalizador para os Encargos de Estrutura ( que atingiram 2.45% do Activo médio em 1997). Apesar disso, o grupo conseguiu manter taxas de rendibilidade elevadas (a mais elevada de todos os grupos, atingindo o rácio da rendibilidade dos capitais próprios, em 1997, 25,13%) devido aos maiores resultados líquidos de sempre (22,216 milhões de contos em 1997), explicados pelo aumento da margem de intermediação financeira e ao aumento dos serviços de consultadoria e de avaliação (o grupo é o líder nas Ofertas Públicas iniciais).

Desta forma, o grupo BPI apresenta como pontos fortes a elevada taxa de rendibilidade, os importantes ganhos em operações comissionadas e a plena integração das instituições no grupo o que permitirá uma imagem forte e ganhos em termos de *cross-selling*. Como pontos fracos sobressaem a baixa produtividade e a baixa margem de intermediação financeira, situações que deverão inverter-se nos próximos exercícios.

A questão da dimensão crítica, em particular em relação à banca europeia, leva a supor que a formação de grupos não está completamente concluída.

### 1.2.3. Cômputo das alianças estratégicas na banca portuguesa<sup>14</sup>

Da análise das alianças estratégicas dos bancos portugueses V. Gonçalves e R. Faustino (1996) retiram algumas linhas caracterizadoras<sup>15</sup>:

- \* Os bancos nacionais escolhem como parceiros nas sua alianças, como regra geral, os outros bancos (65% das alianças). Destes 20% são nacionais e os restantes 80% estrangeiros. Como critérios para a escolha dos parceiros apontam a identidade cultural e de gestão e o conhecimento tecnológico.
- \* Os sectores onde se formam as alianças são preferencialmente os serviços financeiros (37% das alianças, revestindo a forma de simples acordos formais) e o negócio bancário (23%). Isso permitiu a entrada dos bancos em domínios como os seguros, as sociedades financeiras e de *leasing*.
- \* Em termos de localização geográfica o território nacional é o preferido para as alianças (70%), seguido do espaço europeu (17%) e dos PALOP's (7%).
- \* As modalidades escolhidas para as alianças foram as *joint ventures* (60%) e os acordos simples (33%)<sup>16</sup>.

<sup>14</sup> Neste ponto seguimos de perto Vítor F.C.Gonçalves, Rui Faustino, obra citada.

<sup>15</sup> É de notar que o estudo se baseia em dados até 1994, inclusivé, e elegeu como amostra dez grupos, a saber: CGD/BNU, BCP/BIL, BES/BIC/ESSI, BPA/UBP/BCM, BFE/BBI, BPI/BFB, BTA/PPP, BCI, CCCAM e Banif

<sup>16</sup> Os autores não consideraram no seu estudo a existência de fusões/aquisições

\* Os objectivos para a formação de alianças foram a obtenção de escala e dimensão crítica (30%) permitindo a melhoria da produtividade, o alargamento da gama de produtos (23%) e o acesso facilitado a novas tecnologias (23%). O sucesso das alianças é traduzido pelo crescimento da rendibilidade, pela obtenção de sinergias no grupo e pela obtenção de liderança.

### *1.3. Conclusão*

Neste primeiro capítulo tentou-se a caracterização do sector bancário português, acentuando as alterações do seu desenvolvimento decorrente do novo ambiente concorrencial.

Vimos que uma das razões explicativas para o emergir das alianças estratégicas e para a formação dos grupos financeiros foi o de conseguir dimensão competitiva, quer em termos de rendibilidade quer em termos da própria sobrevivência das instituições. A problemática da existência de economias de escala e de economias de gama na banca portuguesa põe-se com aumentada pertinência nesta nova envolvente de concorrência acrescida. É sobre a quantificação das economias de escala e de gama para a banca portuguesa que nos propomos tratar no capítulo seguinte.

## **Capítulo II**

### **Aplicações empíricas**

## *II.0. Introdução*

Neste capítulo vai-se proceder à estimação das economias de escala e de gama na banca portuguesa, recorrendo aos dados de 1996 e 1997. Para a averiguação da existência de economias de escala vão ser comparados os resultados obtidos por uma especificação da função custo bancária do tipo Cobb-Douglas e por uma do tipo Translog. Para o estudo das economias de gama recorreu-se a uma função tipo Translog, considerando três tipos de produtos (Créditos sobre Instituições de Crédito, Créditos sobre Clientes e Aplicações em Títulos).

### *II.1. Metodologia e estimações : comparação das especificações Cobb-Douglas e Translog*

Com base nos dados da banca portuguesa de 31 de Dezembro dos anos de 1996 e de 1997 vamos estimar as economias de escala e de gama através de duas especificações da função custo largamente utilizadas na literatura de economia bancária: a função Cobb-Douglas e a função Translog. No sentido de se conseguir uma apresentação sistemática dos modelos, das variáveis e dos resultados, repartimos a apresentação em dois subpontos, consoante a forma funcional, apresentando, em seguida, a comparação entre as duas especificações.

### II.1.1. A especificação Cobb-Douglas

#### O modelo

Já vimos (II.1.2.2. da Parte I) que a formulação da função custo tipo Cobb-Douglas, na sua forma generalizada para um processo produtivo incluindo  $n$  factores produtivos, pode ser apresentada, na sua forma logarítmica como

$$\ln CT = \ln A + \frac{1}{\mu} \ln Q + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\mu} \ln w_i + \varepsilon$$

onde,  $w_i$  representa o preço do input  $i$ ,  $\alpha_i$  a elasticidade da produção em relação ao input  $i$ ,  $\mu = \sum_{i=1}^n \alpha_i$  é o grau de homogeneidade da função e  $Q$  o output. O termo de perturbação  $\varepsilon$  assume as hipóteses clássicas habituais (aquando do tratamento dos resultados da estimação comentaremos a hipótese da homoscedasticidade).

Na formulação Cobb-Douglas supõe-se a produção de um único bem homogéneo  $Q$ , pressuposto aplicável a todo o sector bancário (o que não traduz o carácter multiproducto da empresa bancária) inviabilizando o cômputo de economias de gama.

O custo médio será dado por

$$CM_e = \frac{CT}{Q} = A Q^{\frac{1}{\mu}-1} \prod_{i=1}^n w_i^{\frac{\alpha_i}{\mu}}$$

onde se vê que o custo médio decresce com  $Q$  se e só se  $\mu$  for superior a um. Ou seja, a existência de economias de escala pode ser detectada pelo grau de

homogeneidade da função Cobb-Douglas. A estimação do parâmetro  $\mu$  (ou de  $\frac{1}{\mu}$ ) é uma medida da intensidade de economias ou deseconomias de escala.

#### As definições dos inputs e do output

Aquando da definição de empresa bancária, adoptamos a abordagem pela intermediação considerando a totalidade dos custos como variável explicada pelo modelo. Ou seja, além dos custos operacionais são incluídos os custos financeiros.

A definição dos inputs apresenta algumas dificuldades.

Quanto ao factor de produção *trabalho* é relativamente pacífico que o cômputo do custo unitário é feito através da relação entre a totalidade das despesas com o pessoal e o número de efectivos (dada a inexistência de informação quanto ao número de horas de trabalho).

No referente ao factor *capital financeiro* vamos defini-lo como o conjunto dos saldos das contas de depósitos, seguindo trabalhos anteriores<sup>1</sup>. A totalidade dos depósitos pode ser segmentada em depósitos à ordem, a prazo e de poupança e acrescentada de outros recursos equiparados (débitos representados por títulos). O preço unitário do capital do capital financeiro será resultante do quociente entre *juros e custos equiparados* e os *depósitos totais e débitos representados por títulos*.

---

<sup>1</sup> Por exemplo, V.Mendes, João Rebelo, *Relações custo-produção e eficiência produtiva no sistema integrado de crédito agrícola mútuo no período 1990-1995*, Estudos de Economia, vol.XVI-XVII, nº2, 1997

Quanto ao *capital físico* a sua definição é objecto de algumas leituras não coincidentes. Alguns estudos macroeconómicos sobre séries temporais<sup>2</sup> avançam para a definição do preço unitário do capital físico,  $w_{cf}$ , como sendo

$$w_{cf} = fr(i - \Pi + \delta)$$

onde  $f$  representa um índice de fiscalidade,  $r$  o preço dos bens de capital,  $i$  a taxa de juro nominal,  $\Pi$  a taxa de inflação antecipada e  $\delta$  a taxa de amortização.

Já nos estudos de índole microeconómico diversos indicadores são adiantados para o cômputo do preço unitário do capital físico. Entre eles podemos destacar a taxa de juro aparente (encargos financeiros em relação aos débitos de médio e longo prazo), um indicador da taxa de lucro (por exemplo dado pelo rácio dos lucros após impostos em relação ao stock de capital físico) ou o excedente bruto de exploração em relação ao stock do capital<sup>3</sup>.

Estudos sobre a banca<sup>4</sup> sugerem para a definição do custo unitário do capital físico a relação entre o custo do input (amortizações e outros custos) e o activo total. Outros autores vão no sentido de aproximar o custo unitário do capital físico através da soma da taxa de depreciação do imobilizado e do custo de oportunidade do seu financiamento (dada pela taxa média no Mercado Monetário Interbancário), ou seja, socorrendo-se de medidas extra-contabilísticas<sup>5</sup>.

<sup>2</sup> A. Bernard, *Le coût du capital productif: une ou plusieurs mesures?*, Annales de l'INSEE, 28, 1977

<sup>3</sup> Referidos por Mohamed Sassenou, *Économies des coûts dans les banques et les caisses d'épargne, impact de la taille et de la variété de produits*, Revue Économique, vol.43, numéro 2, 1992

<sup>4</sup> Para o caso português conferir V. Mendes (1990, 1991, 1994), obras citadas.

<sup>5</sup> Paulo Pinho, *Essays on Banking*, Doctoral Dissertation, City University Business School, 1994

No referente à banca o produto bancário<sup>6</sup> é utilizado para remunerar o conjunto dos factores de produção: o capital físico, o capital financeiro e a mão-de-obra. Daí que alguns autores<sup>7</sup> proponham como preço unitário do capital físico a relação entre o custo do capital físico ( amortizações adicionadas dos encargos e alugueres decorrentes de operações de leasing e similares, dada a inexistência de informação estatística acerca do preço por metro quadrado de cada estabelecimento) e o stock do factor ( somatório das imobilizações líquidas, dos stocks de capital amortizado e das operações de leasing e similares). É esta a solução que vamos adoptar.

Quanto ao produto bancário já vimos as implicações da adopção da abordagem intermediação. Já foi discutida, também, a impossibilidade de comportar na especificação Cobb-Douglas o carácter multiproduto da empresa bancária. Grande parte dos estudos<sup>8</sup> assumem como output bancário a totalidade das aplicações creditícias, das aplicações noutras instituições de crédito e das aplicações em títulos.

Mas, independentemente do output escolhido (crédito, total do activo, número de contas), dois problemas decorrem da especificação Cobb-Douglas.

Um primeiro refere-se ao facto desta especificação forçar um cariz homogéneo para o produto bancário: uma conta muito movimentada acarreta maiores custos que uma conta mais estável. Daí que alguns autores incorporem na função custo, além das

---

<sup>6</sup> Produto bancário=(juros e proveitos equiparados-juros e custos equiparados)+(rendimento de títulos+comissões+lucros em operações financeiras+outros proveitos de exploração)-(comissões+prejuízos em operações financeiras+impostos+outros custos de exploração)

<sup>7</sup> Mohamed Sassenou, obra citada, pág.281

<sup>8</sup> Cfr, entre outros, Victor Mendes (1994), Kolari e Zardhoohi (1987)

variáveis tradicionais (produto, custos unitários dos factores de produção), variáveis de *homogeneidade*. Sassenou (1992) sugere a adopção da quota de depósitos à ordem na totalidade do activo, com vista a diferenciar as diferentes instituições.

Uma segunda limitação da especificação Cobb-Douglas é a de não diferenciar os bancos quanto aos aspectos organizacionais. De facto, uma instituição de crédito pode aumentar a sua produção através do crescimento do número dos seus balcões ou mantendo-o. A introdução de variáveis de *estrutura* como o número de balcões permitirá minimizar este problema.

Em síntese, na especificação Cobb-Douglas, em relação ao modelo base, vão ser relevadas as seguintes variáveis:

CT  $\equiv$  Custos totais, englobando os custos operacionais ( Custos com Pessoal e Outros Custos) e os custos financeiros ( Juros e Custos Equiparados, Comissões e Prejuízos de Operações Financeiras)

QCOBB  $\equiv$  Output, composto pelo conjunto de Créditos sobre Instituições de Crédito, Créditos sobre Clientes e Aplicações em Títulos

W1  $\equiv$  preço unitário do factor trabalho, definido como a relação entre Custos com Pessoal e o Número de Trabalhadores

W2  $\equiv$  preço unitário do capital financeiro, definido como a relação entre Juros e Custos Equiparados e a soma de Débitos para com Instituições de Crédito, Débitos para com Clientes e Débitos Representados por Títulos

W3  $\equiv$  preço unitário do capital físico, definido como a relação entre Amortizações do Exercício e Imobilizações Brutas

BALC  $\equiv$  Número de balcões (total doméstico)

COTADV  $\equiv$  cota dos Depósitos à Vista no Activo Total

### Amostra. Dados

As estimações vão ter por base uma amostra de 43 e de 45 bancos a operar em Portugal em 31 de Dezembro de 1996 e de 1997, respectivamente (Anexo I), ou seja, um total de 88 observações. Os dados referem-se à actividade consolidada dos bancos.

Da totalidade dos dados recolhidos (46 e 53 bancos a operar em Portugal em 31 de Dezembro de 1996 e de 1997, respectivamente) foram eliminadas da amostra, numa primeira fase, oito observações referentes aos seguintes bancos: BCM – Banco Comercial de Macau, S.A., Banco Mello Imobiliário, S.A., Banco Mello de Investimentos, S.A. - reportados a 31 de Dezembro de 1996; Bank Boston Latino Americano, S.A., Banco Cetelem, S.A. (Sucursal), Interbanco, S.A., Banco Mello Imobiliário, S.A. e Banco Mello de Investimentos, S.A. – em 31 de Dezembro de 1997.

A eliminação destas observações é justificada pelo carácter “anómalo” de alguns dos valores contabilísticos, do número de balcões ou do número de trabalhadores que aqueles bancos apresentam, o que implicaria problemas de estimação. Concretamente, o Banco Comercial de Macau, S.A., o Banco Mello Investimentos, S.A. (em 1996 e 1997) e o Banco Boston Latino Americano, S.A. não têm balcões. O Banco Mello Imobiliário, S.A. não detém quaisquer Débitos Representados por

Títulos, Débitos para com Instituições de Crédito e Débitos para com Clientes em 31 de Dezembro de 1996, nem Depósitos à Vista em 31 de Dezembro de 1997. O Interbanco, S.A. não tem Depósitos à Vista e o Banco Cetelem, S.A. (Sucursal) não tem número de trabalhadores.

Numa segunda triagem foram eliminados da amostra de 91 observações mais três bancos. A consideração de apenas 88 observações prendeu-se com a não relevação dos dados referentes ao ano de 1997 das seguintes instituições: Banco de Investimento Imobiliário, S.A., Banco Expresso Atlântico, S.A. e Universo, Banco Directo, S.A.. Este último ajustamento prende-se com o facto destes bancos apresentarem valores nulos quando se considera o carácter multiproducto da actividade bancária. Concretamente, não detêm Aplicações em Títulos, o que ocasionaria problemas de estimação aquando da consideração da especificação Translog. No sentido da homogeneidade da base de dados para as duas especificações optamos por considerar as 88 observações em ambos os casos.

Os valores monetários do ano de 1997 foram deflacionados pelo IPC ( factor de 1.022).

#### Método de estimação

O modelo Cobb-Douglas foi linearizado nos parâmetros pelo que é lícito o recurso ao método OLS ( estimadores dos mínimos quadrados ordinários).

Aceitando-se as hipóteses clássicas do termo de perturbação  $\varepsilon$  (esperança matemática nula, variância constante e ausência de autocorrelação) e que as

variáveis explicativas são determinísticas, os estimadores OLS gozam das seguintes propriedades desejáveis: centricidade, consistência e eficiência (variância mínima).

Como estamos a trabalhar com uma amostra tipo *cross-section* coloca-se o problema da variância dos termos de perturbação não ser constante (existência de heteroscedasticidade). Mas, mesmo neste caso, os estimadores OLS mantêm-se cêntricos e consistentes, pelo que se afiguram como uma opção razoável<sup>9</sup>.

O programa informático utilizado foi o EVIEWS (Econometric Views), versão 2.0..

### Resultados de estimação<sup>10</sup>

Foram considerados os seguintes modelos de base, assumindo os custos totais como variável a explicar<sup>11</sup>:

Cobb1  $\equiv$  inclui como variável endógena os CT e como variáveis exógenas QCOBB, W1, W2, W3, BALC e COTADV, sem heteroscedasticidade

---

<sup>9</sup> Tanto mais que os estimadores alternativos GLS (mínimos quadrados generalizados), no caso do padrão de heteroscedasticidade ser desconhecido são apenas consistentes e assintoticamente eficientes (cfr. Jan. Kmenta (1986), *Elements of Econometrics*, McMillan).

<sup>10</sup> Todas as variáveis, embora não se explicita caso a caso no texto, estão logaritmizadas.

<sup>11</sup> Os resultados completos de estimação podem ser consultados no Anexo II e serviram de fonte à elaboração dos quadros incluídos no texto.

Cobb2  $\equiv$  inclui como variável endógena os CT e como variáveis exógenas QCOBB, W1, W2 e W3, sem heteroscedasticidade (resultante do modelo anterior e onde foram eliminados os coeficientes não significativos a 10%).

Além destes modelos foram avançados outros para tentar explicar a existência de economias de escala por via dos custos operacionais ou dos custos financeiros.

Assim, sugerem-se os seguintes modelos:

Cobb1COh  $\equiv$  inclui como variável endógena os CO (custos operacionais) e como variáveis exógenas QCOBB, W1, W2, W3, BALC e COTADV, sob a hipótese da existência de heteroscedasticidade

Cobb2COh  $\equiv$  inclui como variável endógena os CO (custos operacionais) e como variáveis exógenas QCOBB, W2, W3, BALC e COTADV, sob a hipótese de heteroscedasticidade ( resultante do modelo anterior, com a eliminação da variável não significativa a 10%, W1)

Cobb1CF  $\equiv$  inclui como variável endógena os CF (custos financeiros) e como variáveis exógenas QCOBB, W1, W2, W3, BALC e COTADV, sem heteroscedasticidade

Cobb2CF  $\equiv$  inclui como variável endógena os CF (custos financeiros) e como variáveis exógenas QCOBB, W1, W2.e COTADV, sem heteroscedasticidade (resultante do modelo anterior com exclusão das variáveis não significativas a 10%)

Os coeficientes de determinação (percentagem da variação total da variável “logaritmo neperiano do custo – total, operacional ou financeiro” em torno da sua

média que é explicada pelo conjunto das variáveis exógenas de cada modelo) das regressões são bastante elevados atendendo à natureza *cross-section* da amostra.

Quadro 18 – Resultados de estimação da especificação Cobb-Douglas

Variáveis	Modelo Cobb1		Modelo Cobb2	
	Coefficiente	Teste-T	Coefficiente	Teste-T
Constante	0.2674	0.38	0.227	0.34
Ln(QCOBB)	0.933	21.43	0.941	34.06
Ln(W1)	0.242	2.06	0.248	2.18
Ln(W2)	0.749	6.86	0.738	7.06
Ln(W3)	0.009 <sup>12</sup>		0.014 <sup>12</sup>	
Ln(BALC)	0.011	0.29		
Ln(COTADV)	-0.022	-0.43		
Desvio-padrão da regressão	0.437		0.432	
Coefic. Determinação $R^2$	0.944		0.944	
Estatística – F	279.02		475.21	

<sup>12</sup> Dada a exigência de homogeneidade de grau um dos preços dos factores de produção na função de Cobb-Douglas, assumiu-se que o coeficiente de W3 é igual à diferença para um do somatório dos coeficientes estimados das variáveis W1 e W2.

Partindo do modelo geral Cobb1 eliminaram-se, sucessivamente, as variáveis não estatisticamente significativas para um nível de significância de 10%, tendo-se obtido o modelo Cobb2. O teste de White quer para o modelo Cobb1 ( 1.113) quer para o modelo Cobb2 (1.055) permitem concluir pela não existência de heteroscedasticidade, pelo que o processo de estimação dos coeficientes foi feito pelo método OLS, não havendo necessidade de corrigir as variâncias e covariâncias habituais dos estimadores OLS dos coeficientes.

De notar que a passagem de um modelo para o outro, através da eliminação dos coeficientes das variáveis não estatisticamente significativas a 10% não acarreta grandes alterações nos coeficientes (estes mantêm-se estabilizados). Por outro lado, a eleição do modelo Cobb2 não piora a bondade do ajustamento em relação à especificação de partida (o coeficiente de determinação mantêm-se em cerca de 0.94), não se rejeitando a hipótese nula de não melhoria do ajustamento.

Pretendendo analisar a existência de economias de escala na banca, vimos atrás que essa informação era dada pela estimação do parâmetro  $\mu$  (ou  $\frac{1}{\mu}$ ), ou seja, pelo coeficiente que afecta a produção  $Q_{cobb}$  ( no nosso caso  $\frac{1}{\mu} = C(2)$ ).

Situando-nos no modelo Cobb2, a estimativa para o parâmetro  $\mu$  é de, aproximadamente, 1.06, ou seja, estamos perante economias de escala.

Se testarmos a hipótese da existência de economias constantes à escala

$$H_0 : \mu = 1$$

contra a hipótese alternativa de

$$H_1 : \mu \neq 1$$

rejeita-se a hipótese nula com um nível de significância de 5%. Ou seja, no caso português parecem existir economias de escala.

Este resultado, ao nível dos custos totais, vai ser analisado fazendo a segmentação destes em custos operacionais e custos financeiros. Estudos empíricos anteriores têm obtido resultados contraditórios. Sassenou (1996) para o caso dos bancos comerciais franceses (dados do ano de 1987) e Hunter e Timme (1989) chegam à conclusão da inexistência de economias de escala uma vez que as economias por via dos custos operacionais são compensadas pelas deseconomias provenientes dos custos financeiros. Benston, Hanweck e Humphrey (1982) observaram deseconomias de escala em relação aos custos operacionais, havendo (embora menores) economias de escala quando se tomavam os custos financeiros como variável dependente.

Quadro 19 – Resultados da especificação Cobb-Douglas considerando os custos operacionais como variável endógena

Variáveis	Modelo Cobb1COh		Modelo Cobb2COh	
	Coefficiente	Teste-T	Coefficiente	Teste-T
Constante	1.560	1.61	2.045	2.85
Ln(QCOBB)	0.727	8.94	0.727	9.00
Ln(W1)	0.105	0.55		
Ln(W2)	0.486	2.85	0.550	4.52
Ln(W3)	0.409 <sup>12</sup>		0.450 <sup>12</sup>	
Ln(BALC)	0.216	2.85	0.214	2.91
Ln(COTADV)	0.164	2.12	0.158	2.02
Desvio-padrão da regressão	0.502		0.500	
Coefic. Determinação $R^2$	0.925		0.925	
Estatística – F	203.11		254.94	

O teste de White leva a rejeitar a hipótese de homocedasticidade para os dois modelos Cobb1CO e Cobb2CO (valores amostrais da estatística de 3.11 e de 3.44, respectivamente). Os resultados do quadro anterior referem-se, assim, a estimadores OLS que serão cêntricos e consistentes sob a hipótese de heterocedasticidade, tendo-se, contudo, utilizado os estimadores consistentes de White na estimação das variâncias e covariâncias dos estimadores OLS dos coeficientes.

O modelo Cobb2CO, com todas as variáveis significativas, indica a existência de importantes economias de escala: a estimativa do parâmetro  $\mu$ , grau de economias de escala, é de 1.38.

Se se efectuar o teste de Wald

$$H_0 : \mu = 1$$

contra a hipótese alternativa

$$H_1 : \mu \neq 1$$

a hipótese nula, ou seja, a da existência de rendimentos constantes à escala, é rejeitada a 5% de significância (estatística de Wald de 6.03). Se se considerar a hipótese alternativa unilateral à direita, a hipótese nula é rejeitada inclusivamente a 1% de significância, em favor da hipótese de economias de escala.

A existência de economias de escala parece dever-se ao efeito do aumento dos inputs no conjunto dos custos operacionais (despesas com pessoal e outros custos).

Para a confirmação ou infirmação deste resultado vamos proceder a uma análise idêntica à anterior, considerando como variável dependente os custos financeiros (quadro 20).

Quadro 20 – Resultados da especificação Cobb-Douglas considerando os custos financeiros como variável endógena

Variáveis	Modelo Cobb1CF		Modelo Cobb2CF	
	Coefficiente	Teste-T	Coefficiente	Teste-T
Constante	-0.816	-1.03	-0.644	-0.85
Ln(QCOBB)	1.009	20.73	0.980	30.82
Ln(W1)	0.220	1.67	0.225	1.72
Ln(W2)	0.890	7.29	0.898	7.40
Ln(W3)	-0.11 <sup>12</sup>		-0.123 <sup>12</sup>	
Ln(BALC)	-0.035	-0.78		
Ln(COTADV)	-0.080	-1.39	-0.107	-2.28
Desvio-padrão da regressão	0.488		0.485	
Cofic. Determinação $R^2$	0.938		0.937	
Estatística – F	248.45		419.46	

O teste de White aponta para a existência de homocedasticidade quando a variável dependente é CF ( para o modelo Cobb1CF a estatística do teste é de 1.195 e para o modelo Cobb2CF é de 1.281), pelo que se adoptaram directamente os estimadores OLS.

Considerando o modelo Cobb2CF a estimativa do parâmetro que mede o grau de economias de escala é de 1.02, o que parece indicar economias constantes à escala. Através do teste de Wald confirma-se esta hipótese ( valor da estatística de 0.388).

Em síntese, com base na amostra considerada parecem existir economias de escala na banca portuguesa e essas economias são explicadas pela parcela dos custos operacionais: quando a escala aumenta os custos operacionais aumentam menos que proporcionalmente, enquanto que os custos financeiros aumentam na mesma proporção.

Interessante será analisar quais as variáveis estatisticamente significativas ( a 10%) quando a variável dependente considerada varia (custos totais, operacionais ou financeiros) – quadro 21.

Quadro 21 – Variáveis significativas consoante a variável dependente

Variáveis	Modelo Cobb2		Modelo Cobb2COh		Modelo Cobb2CF	
	Coefficiente	Teste-T	Coefficiente	Teste-T	Coefficiente	Teste-T
Constante	0.227	0.34	2.045	2.85	-0.644	-0.85
Ln(QCOBB)	0.941	34.06	0.727	9.00	0.980	30.82
Ln(W1)	0.248	2.18			0.225	1.72
Ln(W2)	0.738	7.06	0.550	4.52	0.898	7.41
Ln(W3)	0.014 <sup>12</sup>		0.450 <sup>12</sup>		-0.123 <sup>12</sup>	
Ln(BALC)			0.214	2.91		
Ln(COTADV)			0.158	2.02	-0.107	-2.28

O modelo Cobb2, cuja variável dependente corresponde aos custos totais ( e, lembremos, que a opção pela abordagem intermediação justifica teoricamente a adopção desta variável em detrimento dos custos operacionais), apresenta como variáveis significativas a produção e os preços dos factores produtivos (trabalho, capital financeiro e capital físico). A variável de estrutura (número de balcões) e a variável de homogeneidade (quota dos depósitos à vista na totalidade do activo) não

são estatisticamente significativas. A justificação desta eliminação pode ser encontrada na possível existência de correlações entre as variáveis explicativas incluídas no modelo e estas outras. Ou seja, as variações, por exemplo, da variável  $\ln(\text{Balc})$  poderão ser captadas por outra(s) variáveis que se mantêm no modelo ( a correlação entre  $\ln(\text{Qcobb})$  e  $\ln(\text{Balc})$  é de 0.957).

Este modelo permitiu-nos o cômputo das economias de escala ( 1.06), revelando-se pertinente avançar para a partição da variável dependente.

Daí terem sido propostos os modelos Cobb2COh e Cobb2CF. A conclusão fundamental que se pode retirar da comparação dos três modelos é que existem economias de escala e esse facto é explicado fortemente pela parcela de custos operacionais, uma vez que o comportamento em relação aos custos financeiros parece neutro (economias de escala constantes). Em relação ao modelo Cobb2Coh a variável  $\ln(\text{W1})$  referente ao preço do factor trabalho deixa de ser significativa a 10%. Esta eliminação, aparentemente "anómala" ( a variável dependente inclui, com um peso de cerca de 56%, as despesas com o pessoal), pode ter como explicação a existência de correlação entre a variação das variáveis incluídas no modelo e o  $\ln(\text{W1})$  – é de admitir que o comportamento da produção (QCOBB), por exemplo, capte a variação dos preços dos factores de produção.

### II.1.2. A especificação Translog

#### O modelo

A função custo Translog apresenta-se na forma logaritmica (II.1.2.2.da Parte I)

como:

$$\ln CT = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \ln Q_i + \sum_{j=1}^n \beta_j \ln W_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \delta_{ij} \ln Q_i \ln Q_j$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln W_i \ln W_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \ln Q_i \ln W_j$$

e estando sujeita às condições de simetria e de homogeneidade da função custo em relação ao preço dos factores de produção.

Simultaneamente à estimação da função custo são estimadas as equações dos “shares” do custo total

$$\sum_{i=1}^m S_i = \sum_{i=1}^n \beta_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} \ln W_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \ln Q_j$$

Já foi referido anteriormente que, na prática, a estimação das economias de escala globais (que traduzem o comportamento dos custos quando se faz variar na mesma proporção a quantidade de todos os produtos) se faz através de

$$EEG = \left( \sum_{i=1}^m \alpha_i \right)^{-1}$$

Conforme o valor assumido por EEG maior que um, menor que um ou igual a um, estaremos perante economias de escala, deseconomias de escala ou economias de escala constantes, respectivamente.

O grau de economias de escala específicas do produto  $i$  (quanto o custo total varia quando é alterada a produção do produto  $i$ , mantendo-se invariável a produção dos outros) é dado localmente pelo inverso da elasticidade-custo

$$EEE_i = \frac{CMeI_i}{CM_i}$$

Consoante  $EEE_i$  seja maior, inferior ou igual à unidade haverá economias, deseconomias ou constância à escala associadas à produção do produto  $i$ .

A especificação Translog, ao incorporar o carácter multiproduto da empresa bancária, permite o cômputo de economias de gama através de

$$EG^* = \delta_{ij} + \alpha_i \alpha_j$$

Se  $EG^*$ <sup>13</sup> for inferior, superior ou igual a zero estaremos perante economias de gama, deseconomias de gama ou economias de gama constantes.

As definições dos inputs e dos outputs

Decorrente do que foi exposto a propósito da especificação Cobb-Douglas, e no seguimento de trabalhos anteriores, vamos considerar as seguintes variáveis:

I.  $CT \equiv$  custo total, incluindo custos operacionais e custos financeiros

II. Produtos:

CRCL  $\equiv$  Crédito sobre Clientes

CRIC  $\equiv$  Créditos sobre Instituições de Crédito

APLITIT  $\equiv$  Aplicações em Títulos

III. Factores produtivos e respectivos preços unitários

1. Trabalho

---

<sup>13</sup> O \* serve apenas para chamar a atenção para a não total correcção da igualdade. Conferir II.1.2.2. da Parte I.

$X_1 \equiv$  Número de trabalhadores;

$W_1 \equiv$  preço de  $X_1$  definido como a relação entre despesas com pessoal e o número de trabalhadores

## 2. Capital financeiro

$X_2 \equiv$  Saldo das contas de depósitos e débitos representados por títulos

$W_2 \equiv$  Preço de  $X_2$  dado pelo quociente entre juros e custos equiparados e os depósitos totais e débitos representados por títulos

## 3. Capital físico

$X_3 \equiv$  Saldo das imobilizações líquidas e dos stocks de capital amortizado

$W_3 \equiv$  Preço de  $X_3$  dado pelo quociente entre as amortizações do exercício do factor e as imobilizações brutas.

IV. Variável de estrutura ( "a control variable to capture the influence on cost changes in the structure of the banking markets"<sup>14</sup> )

BALC  $\equiv$  Número de balcões (total doméstico)

Além destas variáveis vão ser considerados os "shares" para cada um dos inputs.

---

<sup>14</sup> P.Molyneux, Y.Altunbas e E.Gardener (1996), obra citada, pág.206

### Amostra. Dados

Da mesma forma que aquando da especificação Cobb-Douglas, as estimações têm por base uma amostra *cross-section* de 88 observações correspondentes aos bancos operando em Portugal em 31 de Dezembro de 1996 e 1997.

### Método de estimação

A função custo Translog foi estimada simultaneamente com as equações dos “shares” com o objectivo de aumentar a eficiência dos estimadores. As restrições de simetria e de homogeneidade nos preços dos factores foram incorporadas no modelo, reduzindo o número de parâmetros a estimar.

Recorreu-se ao método iterativo de Zellner, técnica SUR (seemingly unrelated regression), para estimar o sistema de equações simultâneas, aparentemente não correlacionadas – que, no seu processo de estimação, incorpora a hipótese de as covariâncias entre os termos de perturbação das várias equações serem não nulas, resultando que os estimadores obtidos ganhem em eficiência (variâncias mais reduzidas). No entanto, dado que, para cada observação, o somatório dos “shares” é, por definição, igual à unidade, para evitar o problema da singularidade a terceira equação, referente ao factor capital físico, foi eliminada.

O program informático utilizado foi o Eviews (Econometric Views), versão 2.0..

### Resultados de estimação

Foram considerados os seguintes modelos, assumindo os custos totais como variável a explicar:

Trans1  $\equiv$  inclui como variável endógena os CT e como variáveis exógenas CRCL, CRIC, APLITIT. (constituindo as produções), W1, W2, W3 e BALC.

Trans2  $\equiv$  inclui como variável endógena os CT e como variáveis exógenas CRCL, CRIC, W1, W2, W3 (resultante do modelo anterior e onde foram eliminados os coeficientes não significativos a 10% - aliás, W1 mantém-se significativo somente assumindo teste unilateral).

Em seguida apresentam-se os resultados de estimação para os dois modelos (quadro 21).

É de notar, mais uma vez, que as regressões são globalmente significativas.

Quadro 22 - Resultados da especificação Translog

Variáveis	Modelo Trans1		Modelo Trans2	
	Coefficientes	Teste-T	Coefficientes	Teste-T
Constante	2.047	2.07	1.828	1.96
Ln(CRCL)	-0.466	-2.82	-0.458	-2.92
Ln(CRIC)	1.302	9.07	1.264	9.90
Ln(APLITIT)	-0.092	-0.83		
Ln(W1)	0.129	1.34	0.126	1.31
Ln(W2)	0.787	6.88	0.788	6.88
Ln(W3)	0.084		0.086	
Ln(CRCL)*Ln(CRCL)	0.108	8.30	0.106	8.58
Ln(CRCL)*Ln(CRIC)	-0.145	-7.07	-0.139	-7.66
Ln(CRCL)*Ln(APLITIT)	0.026	2.26	0.021	2.21
Ln(CRIC)*Ln(CRIC)	0.060	10.40	0.060	10.81
Ln(CRIC)*Ln(APLITIT)	-0.065	-4.91	-0.068	-5.22
Ln(APLITIT)*Ln(APLITIT)	0.031	3.98	0.031	3.97
Ln(W1)*Ln(W1)	0.057	4.18	0.058	4.28
Ln(W1)*Ln(W2)	-0.063	-3.96	-0.063	-4.00
Ln(W1)*Ln(W3)	0.005		0.005	
Ln(W2)*Ln(W2)	0.081	4.17	0.081	4.20
Ln(W2)*Ln(W3)	-0.018		-0.018	
Ln(W3)*Ln(W3)	0.006		0.007	
Ln(CRCL)*Ln(W1)	-0.013	-1.99	-0.013	-2.00
Ln(CRCL)*Ln(W2)	0.017	2.19	0.017	2.23
Ln(CRCL)*Ln(W3)	-0.004		-0.004	
Ln(CRIC)*Ln(W1)	-0.014	-2.79	-0.014	-3.14
Ln(CRIC)*Ln(W2)	0.018	2.87	0.018	3.31
Ln(CRIC)*Ln(W3)	-0.004		-0.004	
Ln(APLITIT)*Ln(W1)	0.001	0.12		
Ln(APLITIT)*Ln(W2)	0.000	0.01		
Ln(APLITIT)*Ln(W3)	-0.001			

(...)

(...)

Variáveis	Modelo Trans1		Modelo Trans2	
	Coefficientes	Teste-T	Coefficientes	Teste-T
Ln(BALC)	0.304	1.76	0.258	2.17
Ln(BALC)*Ln(BALC)	-0.002	-0.07		
Ln(BALC)*Ln(CRCL)	-0.031	-1.35	-0.033	-1.80
Ln(BALC)*Ln(CRIC)	0.037	2.38	0.036	2.38
Ln(BALC)*Ln(APLITIT)	-0.026	-2.33	-0.020	-2.41
Ln(BALC)*Ln(W1)	-0.003	-0.13		
Ln(BALC)*Ln(W2)	0.018	0.78		
Ln(BALC)*Ln(W3)	-0.015			

Nota: Os coeficientes onde não aparece a estatística T resultam das condições de simetria ou das condições de homogeneidade dos preços dos factores de produção, ou seja, foram calculados por diferença.

É notória uma grande estabilidade dos coeficientes estimados de um modelo para o outro, pelo que as conclusões que vamos avançar acerca da existência de economias de escala e de gama aplicam-se, quase que indiferentemente, a qualquer um dos modelos.

Começamos, então, pela análise das economias de escala. Considerando todas as produções (CRCL, CRIC e APLITIT) o grau de economias de escala globais é de 1.34, no modelo Trans1 ( vamos situar a nossa análise sempre neste modelo). Esta estimativa vem de encontro aos encontrado aquando da especificação Cobb-Douglas.

Considerando a hipótese nula da existência de economias à escala constantes:

$$H_0: \frac{1}{c(2) + c(3) + c(4)} = 1$$

contra a hipótese alternativa

$$H1: \frac{1}{c(2) + c(3) + c(4)} \neq 1$$

Não se rejeita  $H_0$  a 1% (estatística de Wald de 1.05). Ou seja, os resultados avançados por esta especificação Translog vão no sentido da não existência de economias de escala globais (ao contrário dos resultados da especificação Cobb-Douglas).

Se considerarmos apenas o produto CRIC, o único com coeficiente com sinal positivo (ou seja, com o sinal "esperado"), o grau de economias de escala específicas é de cerca de 0.77. Se testarmos a hipótese de economias de escala constantes ( $H_0: \frac{1}{c(3)} = 1$ ) contra a hipótese alternativa de serem diferentes, rejeita-se

$H_0$  a 1% (estatística de Wald de 7.50). Parece concluir-se pela existência de deseconomias de escala em relação a esta produção.

Quanto às economias de gama (EG), considerando as produções duas a duas, obtêm-se os seguintes valores:

Quadro 23 - Economias de gama na estimação Trans1

Produções	CRCL ↔ CRIC	CRCL ↔ APLITIT	CRIC ↔ APLITIT
EG	-0.752	0.069	-0.185
Estatístist. de Wald	9.27	1.28	1.53

Nota: a hipótese nula é de não existência de economias de gama.

Quanto às produções CRCL e CRIC há economias de gama (rejeitando-se a hipótese de economias de gama constantes -  $H_0: c(2)*c(3)+c(9)=0$ , a 1%).

Em relação a CRCL e APLITIT a existência de deseconomias de gama (o valor estimado de  $c(2)*c(4)+c(10)$  é positivo) é rejeitada a 1% (aceita-se economias de gama constantes).

No respeitante a CRIC e APLITIT embora o valor estimado para  $c(3)*c(4)+c(12)$  seja negativo, rejeita-se a hipótese de economias de gama a 1%.

Ou seja, conclui-se pela vantagem das instituições de crédito se dedicarem á produção conjunta de Créditos sobre Clientes e de Créditos sobre Instituições de Crédito.

### II.1.3. Conclusão

Neste capítulo abordou-se a problemática da existência de economias de gama e de escala na banca portuguesa, decorrente da adopção de formas funcionais de funções custo bancárias Cobb-Douglas e Translog.

Com base numa amostra *cross-section* referente aos anos de 1996 e 1997, vimos que os resultados de estimação dos modelos Cobb-Douglas apontavam para a existência de economias de escala. Situação que, através da partição dos custos totais, se ficava a dever ao comportamento dos custos operacionais.

Os resultados de estimação da forma Translog levaram a conclusão contraditória (vimos, no entanto, que as estimativas dos coeficientes das produções Créditos a Clientes e Aplicações em Títulos assumiam valores negativos, o que levanta algumas reservas quanto à conclusão avançada).

Quanto ao cômputo de possíveis economias de gama a especificação Translog sugere que elas existem entre a concessão de Crédito a Clientes e a de Crédito a Instituições de Crédito, não permitindo a Aplicação em Títulos quaisquer ganhos de diversificação.

## Conclusão

Neste trabalho enquadraram-se o estudo da produção e dos custos bancários no âmbito da teoria da empresa. Quanto à relação entre a produção e os custos, por via das condições da teoria da dualidade, privilegiou-se a abordagem via custos atendendo às vantagens inerentes à não especificação das condições tecnológicas de produção (evitando quer a dificuldade da especificação, quer a perda de generalidade) e à maior facilidade e fiabilidade quanto aos dados requeridos pelos processos de estimação.

No respeitante a um dos debates teóricos fundamentais tomou-se a opção de modelizar a empresa bancária como multiproduto. Desta forma desenvolveram-se os conceitos microeconómicos das economias de escala específicas e das economias de gama, permitindo uma avaliação segmentada dos efeitos – quer em termos de produtos quer de custos – mais próxima da natureza da empresa bancária. Fez-se, contudo, também a avaliação dos instrumentos teóricos uniproduto, através da forma funcional Cobb-Douglas, como estrutura interpretativa das economias de escala.

Uma das questões prévias que se colocam à modelização das funções custo é a definição económica da empresa bancária que tem implicações ao nível da definição dos outputs e dos inputs. Teve-se em consideração ambas as abordagens que informam a literatura da economia bancária recente. A abordagem intermediação revela a sua importância pela compreensão da natureza e funcionamento da empresa bancária, uma vez que inclui como parcela da variável dependente os custos financeiros e como variável explicativa o preço unitário do capital financeiro. Esta perspectiva da empresa bancária foi a proposta para a análise de um sector bancário em concreto.

A especificação tradicional Cobb-Douglas, que se reporta a empresas uniproduto, pode ser completada, como proposto, pela introdução de variáveis de estrutura (o número de balcões) e de homogeneidade (por exemplo, a cota de depósitos à vista na totalidade do activo) ao lado das variáveis tradicionais. A consideração daquelas variáveis permite corrigir o modelo clássico, tendo em atenção as especificidades das condições de produção bancária multiproduto.

A este nível avançou-se para a forma funcional Translog, que sendo mais flexível e, em teoria, melhor adaptada ao tratamento dos custos bancários, não tem confirmado tal superioridade em estudos empíricos. Pelo que se impõe o estudo comparativo entre as referidas especificações da função custo. Ambas as especificações permitem a mensuração das economias de escala globais, mas as economias de escala específicas por produto, bem como as economias de gama, são apenas passíveis de avaliação na forma Translog.

As economias de escala globais podem ser imputadas quer aos custos operacionais quer aos custos financeiros. Ou seja, através duma especificação do tipo, por exemplo, Cobb-Douglas é possível avaliar se o custo médio, avaliado pelos custos operacionais ou financeiros, aumenta, diminui ou permanece constante face a variações na escala de produção.

A literatura recente da economia bancária tem prolongado o estudo das tradicionais economias de escala e de gama ao cômputo da ineficiência-X, tendo sido feita a apresentação comparativa dos modelos paramétricos e não paramétricos a utilizar nas análises de eficiência.

Um outro contributo apresentado que pode ser incorporado com vantagem nos estudos da banca é a consideração dos custos de oportunidade do investimento, e não apenas dos custos de produção, na definição dos custos totais, pois exprime mais correctamente a visão económica dos custos.

Através dos modelos teóricos propostos e das especificações avançadas, procedeu-se à análise do sector bancário português. Com base numa amostra do tipo *cross-section* dos bancos operando em Portugal em 31 de Dezembro de 1996 e 1997 fez-se a estimação das funções custo tendo por objectivo o cômputo das economias de escala e de gama.

Os resultados obtidos para as economias de escala globais nas duas especificações surgem algo contraditórios. No referente à especificação Cobb-Douglas a existência de economias de escala é confirmada estatisticamente, enquanto que na especificação Translog os resultados não são concludentes (embora a estimativa das economias de escala seja no sentido da sua existência).

A existência de economias de escala na banca portuguesa parece ser explicada pelo comportamento dos custos operacionais, evidenciando os custos financeiros alguma rigidez à escala, como evidenciado pela função Cobb-Douglas estimada.

Quanto às economias de escala específicas a natureza das estimativas dos coeficientes das produções Créditos a Clientes e Aplicações em Títulos (negativas, contrariando a teoria) levam a que a existência de economias de escala não seja clara. Situando-nos nas economias de escala específicas, constata-se a sua existência tão sómente nos Créditos a Instituições de Crédito.

Detectam-se economias de gama entre as produções Créditos a Clientes e Créditos a Instituições de Crédito, não parecendo haver ganhos de diversificação entre as outras combinações de produtos.

Em síntese, todos os desenvolvimentos no sentido da formação de grupos e do fomento de estratégias conjuntas que se têm vindo a verificar e que se espera se acentuem no futuro próximo, parecem encontrar justificação, pelo menos parcial, nos ganhos de escala e de gama na banca portuguesa.

Os modelos apresentados para o estudo das economias de escala e de gama parecem ter, quando aplicados à banca portuguesa, ajudado a esclarecer alguns pontos – economias de escala globais e específicas, economias de gama -embora seja necessário mais trabalho de enquadramento teórico, estruturação de dados estatísticos e também de estimação, nomeadamente no estudo das economias de escala específicas e de alguns parâmetros.

Alguns modelos apresentados podem ser objecto de validação empírica em futuras investigações, como a consideração do custo económico, bem como a estimação de alguns modelos de eficiência.

Quanto aos modelos já abordados, podem ser comparados com outras formas funcionais, como seja a da função CES quadrática generalizada ou a da Translog híbrida.

Complementarmente, o estudo da dinâmica dos bancos e a explicação dos factores de mutação temporal, sobretudo num contexto de fortes alterações estruturais e de implementação de novas estratégias, pode ajudar a entender os parâmetros de natureza económica aqui analisados e a complexa situação da empresa bancária.

## **Bibliografia**

- Ali, A., L. Seiford (1993), *The mathematical programming approach to efficiency analysis*, in Fried, Lovell and Schmidt (Edt.), *The measurement of productive efficiency: techniques and applications*, Oxford University Press
- Andersen, P., N.C. Petersen (1993), *A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis*, *Management Science*, vol. 39, nº10
- Arrow, K.J., H.B. Chenery, B. Minhas, R.M. Solow (1961), *Capital-labour substitution and economic efficiency*, *Review of Economics and Statistics*, 43, pp. 225-50
- Banker, R.D. (1993), *Maximum likelihood, consistency and data envelopment analysis: a statistical foundation*, *Management Science*, vol.39, nº10
- Barata, J.Martins (1984), *Modelo económico bancário: o caso português*, ISE
- Barata, J.Monteiro (1997), *Estrutura sectorial, estratégia competitiva e tecnologia na banca*, *Estudos de Gestão*, vol.III, 1996/97, pp. 75-98
- Baumol, W., Panzar, J., Willig, R.(1988), *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, Harcourt Brace Jovanovich Publishers, USA
- Beard, R.T., S.B. Caudill, D.M. Gropper (1997), *The diffusion of production processes in the banking industry: a finite mixture approach*, *Journal of Banking & Finance*, vol.21, nº5, pp.721-40

Berg, S.A., M. Kim (1991), *Oligopolystic interdependence and banking efficiency: an empirical evaluation*, Norges Bank Research, paper 5

Berger, A., R. DeYoung (1997), *Problems loans and cost efficiency in commercial banks*, Journal of Banking & Finance, vol.21, n°6, pp.849-70

Berger, A., G. Hanweck, D. Humphrey (1987), *Competitive Viability in Banking: scale, scope and product mix economies*, Journal of Monetary Economics, pp.117-48

Berger, A., W.C. Hunter e S.G. Timme (1993), *The efficiency of financial institutions: a review and preview of research past, present and future*, Journal of Banking and Finance, 17 (2-3), pp. 221-50

Bernard, A. (1977), *Le coût du capital productif: une ou plusieurs mesures?*, Annales de l'INSEE, n°28

Berger, A., W. Hunter, S. Timme (1993), *The efficiency of financial institutions.: a review and preview of research past, present and future*, Journal of Banking and Finance, 17

Box, G., D. Cox (1964), *An analysis of transformations*, Journal of Royal Statistical Society, series B, pp. 211-43

- Chajai, M. (1986), *Modèles de fonctions de production et substitutions entre facteurs: une étude économétrique sur données de panel*, École des Hautes Études en Sciences Sociales, Paris
- Charnes, A., W.W. Cooper e E. Rhodes (1978), *Measuring the efficiency of decision making units*, European Journal of Operations Research, 6, pp.429-44
- Chririnko, R.S., J.A. Elston (1996), *Banking Relationships in Germany: empirical results and policy implications*, Federal Reserve Bank of Kansas City
- Clark, J.A. (1996), *Economic cost, scale efficiency and competitive viability in banking*, Journal of Money, Credit and Banking, vol.28, n°3
- Clark, J.A. (1988), *Economies of scale and scope at depository financial institutions: a review of the literature*, Economic Review of Federal Reserve Bank of Kansas City, Setembro/Outubro, pp. 16-33
- Cobb, C.W., P.H. Douglas (1928), *A theory of production*, American Economic Review, pp.139-65
- Colwell, R.J., E.P. Davies (1994), *Output and productivity in banking*, Scandinavian Journal of Economics (supplement)
- Colwell, R.J., E.P.Davis (1992), *Output, Productivity and Externalities – the case of banking*, Bank of England, paper 3

- Cristensen, L.R., W.H. Greene (1976), *Economies of scale in U.S. electric power generation*, Journal of Political Economy, 84, pp.655-76
- Diewert, W.E. (1974), *Application of duality theory*, M.D. Interligator and D.A. Kendrick, Frontiers of Quantitative Economics, vol.II
- Diewert, W.E. (1992), *The measurement of productivity*, Bulletin of Economic Research, 44, pp.163-98
- Dussauge, P., B. Garrette (1990), *Comprendre les alliances stratégiques*, Les Cahiers de Reserches, HEC, Paris
- Evanoff, D.D., P.R. Israilevich (1991), *Productive efficiency in banking*, Federal Reserve Bank of Chicago, 15, pp.11-32
- Fare, R., D. Primont (1997); *Multi-output production and duality: theory and applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston
- Fare, R., S. Grosskopf (1996), *Intemporal production frontiers: with dynamic DEA*, Kluwer Academic Publishers, Boston
- Farrel, M. (1957), *The measurement of productive efficiency*, Journal of the Royal Statistical Society, 120, pp.253-81

Ferrier, G.D., C.A. Knox Lovell (1990), *Measuring cost efficiency in banking – econometric and linear programming evidence*, Journal of Econometrics, 46, pp. 229-45

Frank, Robert H.(1995), *Microeconomia e Comportamento*, McGraw Hill, Lisboa

Gonçalves, V.F.C., Rui Faustino (1996), *Alianças estratégicas: situação na banca portuguesa*, Cadernos de Económicas, ISEG, nº1

Grasmann, P. (1997), *The economic and financial situation in Portugal in the transition to EMU*, European Commission, DGII, Brussels

Greene, W.M. (1993), *The econometric approach to efficiency analysis*, Oxford University Press

Greenspan, A. (1998), *Garantir a solidez do sistema*, Economia Pura, Junho, pp.42-6

Guisán Seijas, M.C. (1975), *Estudio econométrico de las funciones agregadas de produccion*, Tese de doutoramento

Hagedoorn, J., J. Schakenraad (1994), *The effect of strategic technology alliances on company performance*, Strategic Management Journal, vol.15

Hay, D.A., D.J. Morris (1991), *Industrial Economics and Organization – Theory and Evidence*, Oxford University Press

Humphrey, D.B. (1985), *Cost and Scale Economies in Banking Intermediation*, Ed. John Wiley and Sons

Jehle, Geoffrey A. (1991), *Advanced Microeconomic Theory*, Prentice-Hall International, London

Jondrow, J., C.A. Lovell, I.S. Materov, Schmidt (1982), *On estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production model*, Journal of Econometrics, 19, pp.233-38

Jorgenson, D.W. (1986), *Econometric methods for modelling producer behaviour*, Handbook of Econometrics, pp. 1841-915

Kmenta, Jan (1986), *Elements of Econometrics*, McMillan

Kolary, J., A. Zardkoohi (1987), *Bank Cost, Structure and Performance*, Lexington Books

Lau, L.J. (1986), *Functional Forms in Econometric Model Building*, Handbook of Econometrics, pp. 1515-52

- Lei, C.P. (1994), *Interdependent behavior and cost efficiency of firms in a regulated oligopoly: a study of the taiwenese banking industry*, Ed. UNI – Dissertation Services, Cornell University
- Leibenstein, H. (1966), *Allocative efficiency vs X-efficiency*, American Economic Review, 56, pp. 392-15
- Lorange, P., J.Ross (1992), *Strategic Alliances – formation, implementation and evolution*, Blackwell Publishers, Cambridge
- Mendes, Victor (1991), *Scale and scope economies in portuguese commercial banking: the years 1965-88*, Economia, Outubro, Separata do vol.XV, número 3
- Mendes, Victor (1994), *Eficiência produtiva no sector bancário: uma aplicação do método DEA aos anos 1990-92*, Investigação, FEP, 42
- Mendes, Victor, Rebelo, João (1997), *Relações custo-produção e eficiência produtiva no sistema integrado de crédito agrícola mútuo no período 1990-1995*, Estudos de Economia, Vol. XVI-XVII, nº2, pp.117-35
- Mitchell, K., N.M. Onvural (1996), *Economies of scale and scope at large commercial banks: evidence from the fourier flexible form*, Journal of Money, Credit and Banking, vol. 28, nº2

- Molyneux, P., Y. Altunbas, E. Gardener (1996), *Efficiency in european banking*, John Willey & Sons, England
- d'Oliveira, Eduardo L. (1984), *The theory of banking: a critical survey of the literature*, The Open University, Julho, pp.27-31
- Park, S.J. (1993), *A study of the banking production efficiency of the primary agricultural cooperatives in Korea: a cost function approach*, Ed. UMI – Dissertation Services, The Ohio State University
- Peristiani, S. (1997), *Do mergers improve the X-efficiency and scale efficiency of U.S. banks? Evidence from the 1980s*, *Journal of Money, Credit and Banking*, vol.29, nº3
- Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L.(1998), *Microeconomics*, Prentice-Hall, New Jersey
- Pinho, Paulo (1994), *Essays on banking*, Doctoral Dissertation, City University Business School
- Pita Barros, Pedro, Soares de Pinho, Paulo (1995), *Estudos sobre o Sistema Bancário Português*, Edição do Banco Mello

- Pulley, L., D. Humphrey.(1993), *The role of fixed cost and cost complementarities in determining scope economies and the cost of narrow banking proposals*, Journal of Business, 66, pp. 437-62
- Reekie, W.D., J.N.Crook (1995), *Managerial Economics – a european text*, Prentice Hall International, University Press, 4<sup>th</sup> Edition, pp. 217-83
- Resti, A. (1997), *Evaluating the cost-efficiency of the italian banking system: what can be learned from the joint application of parametric and non-parametric techniques*, Journal of Banking & Finance, vol.21, n°2, pp. 221-50
- Ribeiro, M.C. (1993), *A evolução estrutural da banca portuguesa no contexto europeu – estudo econométrico das funções de produção bancárias (1982-92)*, Univ. Minho
- Sassenou, Mohamed (1992), *Economies des coûts dans les banques et les caisses d'épargne, impact de la taille et de la variété de produits*, Revue Économique, vol.43, n°2, pp. 277-50
- Scherer, F.M. (1980), *Industrial Market Structure and Economic Performance*, Rand McNally
- Sealey, C.W., J. Lindley.(1977), *Inputs, outputs and a theory of production and cost at depository financial institutions*, Journal of Finance, 34, pp.1251-65

Uzawa, H. (1962), *Production functions with constant elasticities of substitution*, Review of Economic Studies, pp.291-99

Varian, Hal R. (1993), *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton Company, New York

Willig, R.(1979), *Multiproduct Tecnology and Market Struture*, American Economic Review, 69, pp. 346-51

Willimson, O.R. (1975), *Markets and hierarchies: analysis and antitrust implications*, Free Press

Dados estatísticos

Boletim Estatístico do Banco de Portugal (vários números)

Boletim Informativo da Associação Portuguesa de Bancos (vários números)

The Banker, vários números

*La restruturation du secteur bancaire* (1997), Banque, n°582

## Anexos

## **Anexo 1**

Relação dos bancos incluídos na amostra

Relação dos bancos a operar em Portugal em 31 de Dezembro de 1996 incluídos na amostra

- 1- ABN – ABN AMRO, Bank N.V.(Sucursal)
- 2- BANIF – BANCO INTERNACIONAL DO FUNCHAL,S.A.
- 3- BARCLAYS – BARCLAYS BANK PLC (Sucursal)
- 4- BB – BANCO DO BRASIL, S.A. (Sucursal)
- 5- BBI – BANCO BORGES & IRMÃO, S.A.
- 6- BBV – BANCO BILBAO VIZCAYA (Portugal), S.A.
- 7- BCA – BANCO COMERCIAL DOS AÇORES
- 8- BCI – BANCO COMÉRCIO E INDÚSTRIA, S.A.
- 9- BCP – BANCO COMERCIAL PORTUGUÊS, S.A.
- 10- BESCL – BANCO ESPÍRITO SANTO E COMERCIAL DE LISBOA, S.A.
- 11- BESSI – BANCO ESSI, S.A.
- 12- BEX – BANCO EXTERIOR DE ESPANA, S.A. (Sucursal)
- 13- BFB – BANCO FONSECAS & BURNAY, S.A.
- 14- BFE – BANCO DE FOMENTO E EXTERIOR, S.A.
- 15- BIC – BANCO INTERNACIONAL DE CRÉDITO, S.A.
- 16- BII – BANCO DE INVESTIMENTO IMOBILIÁRIO, S.A.
- 17- BNC – BANCO NACIONAL DE CRÉDITO IMOBILIÁRIO, S.A.
- 18- BNP – BANQUE NATIONALE DE PARIS (Sucursal)
- 19- BNU – BANCO NACIONAL ULTRAMARINO, S.A.
- 20- BOT – THE BANK OF TOKYO, LTA (Sucursal)
- 21- BPA – BANCO PORTUGUÊS DO ATLÂNTICO, S.A.
- 22- BPI – BANCO PORTUGUÊS DE INVESTIMENTOS, S.A.
- 23- BPN – BANCO PORTUGUÊS DE NEGÓCIOS, S.A.
- 24- BPSM – BANCO PINTO & SOTTO MAYOR, S.A.
- 25- BSN – BANCO SANTANDER DE NEGÓCIOS PORTUGAL, S.A.
- 26- BTA – BANCO TOTTA & AÇORES, S.A.
- 27- CCCAM – CAIXA CENTRAL DE CRÉDITO AGRÍCOLA MÚTUO
- 28- CGD – CAIXA GERAL DE DEPÓSITOS
- 29- CHEMICAL – BANCO CHEMICAL(Portugal), S.A.
- 30- CISF – BANCO DE INVESTIMENTO, S.A.
- 31- CITI – CITIBANK PORTUGAL, S.A.
- 32- CL – CREDIT LYONNAIS PORTUGAL, S.A.
- 33- CPP – CRÉDITO PREDIAL PORTUGUÊS, S.A.
- 34- CREDIBANCO – BANCO DE CRÉDITO PESSOAL, S.A.
- 35- DBI – DEUTSCHE BANK DE INVESTIMENTO, S.A.
- 36- EFISA – BANCO EFISA, S.A.
- 37- FINANTIA – BANCO FINANTIA, S.A.
- 38- FINIBANCO – FINIBANCO, S.A.
- 39- GENERALE – GENERALE BANK (Sucursal)
- 40- ITAÚ – BANCO ITAÚ EUROPA, S.A.
- 41- MELLO – BANCO MELLO, S.A.
- 42- MG – MONTEPIO GERAL – CAIXA ECONÓMICA DE LISBOA
- 43- SABADELL – BANCO SABADELL, S.A.

Relação dos bancos a operar em Portugal em 31 de Dezembro de 1997 e incluídos na amostra

- 1- ABN – ABN AMRO, BANK N.V. (Sucursal)
- 2- ALVES RIBEIRO – BANCO ALVES RIBEIRO, S.A.
- 3- BANIF – BANCO INTERNACIONAL DO FUNCHAL, S.A.
- 4- BARCLAYS – BARCLAYS BANK PLC (Sucursal)
- 5- BB – BANCO DO BRASIL (Sucursal)
- 6- BBI – BANCO BORGES & IRMÃO, S.A.
- 7- BBV – BANCO BILBAO VIZCAYA (Portugal), S.A.
- 8- BCA – BANCO COMERCIAL DOS AÇORES
- 9- BCI – BANCO COMÉRCIO E INDÚSTRIA, S.A.
- 10- BCP – BANCO COMERCIAL PORTUGUÊS, S.A.
- 11- BESCL – BANCO ESPÍRITO SANTO E COMERCIAL DE LISBOA, S.A.
- 12- BESSI – BANCO ESSI, S.A.
- 13- BEX – BANCO EXTERIOR DE ESPANA, S.A. (Sucursal)
- 14- BFB – BANCO FONSECAS & BURNAY, S.A.
- 15- BFE – BANCO DE FOMENTO E EXTERIOR, S.A.
- 16- BIC – BANCO INTERNACIONAL DE CRÉDITO, S.A.
- 17- BNC – BANCO NACIONAL DE CRÉDITO IMOBILIÁRIO, S.A.
- 18- BNP – BANQUE NATIONALE DE PARIS (Sucursal)
- 19- BNU – BANCO NACIONAL ULTRAMARINO, S.A.
- 20- BOT – THE BANK OF TOKYO, LTD (Sucursal)
- 21- BPA – BANCO PORTUGUÊS DE ATLÂNTICO, S.A.
- 22- BPI – BANCO PORTUGUÊS DE INVESTIMENTOS, S.A.
- 23- BPN – BANCO PORTUGUÊS DE NEGÓCIOS, S.A.
- 24- BPP – BANCO PRIVADO PORTUGUÊS, S.A.
- 25- BPSM – BANCO PINTO & SOTTO MAYOR, S.A.
- 26- BSN – BANCO SANTANDER DE NEGÓCIOS PORTUGAL, S.A.
- 27- BTA – BANCO TOTTA & AÇORES, S.A.
- 28- CCCAM – CAIXA CENTRAL DE CRÉDITO AGRÍCOLA MÚTUO
- 29- CENTRAL – BANCO DE INVESTIMENTO, SA
- 30- CGD – CAIXA GERAL DE DEPÓSITOS
- 31- CHEMICAL – BANCO CHEMICAL (Portugal), S.A.
- 32- CISF – BANCO DE INVESTIMENTO, S.A.
- 33- CITI – CITIBANK PORTUGAL, S.A.
- 34- CL – CREDIT LYONNAIS PORTUGAL, S.A.
- 35- CPP – CRÉDITO PREDIAL PORTUGUÊS, S.A.
- 36- CREDIBANCO – BANCO DE CRÉDITO PESSOAL, S.A.
- 37- DBI – DEUTSCHE BANK DE INVESTIMENTO, S.A.
- 38- EFISA – BANCO EFISA, S.A.
- 39- FINANTIA – BANCO FINANTIA, S.A.
- 40- FINIBANCO – FINIBANCO, S.A.
- 41- GENERALE – GENERALE BANK (Sucursal)
- 42- ITAÚ – BANCO ITAÚ EUROPA, S.A.
- 43- MELLO – BANCO MELLO, S.A.
- 44- MG – MONTEPIO GERAL – CAIXA ECONÓMICA
- 45- SABADELL – BANCO SABADELL, S.A.

## **Anexo 2**

Resultados das estimações

### 1. Modelo Cobb1

Included observations: 88 after adjusting endpoints

$$\text{LOG(ICT)} = C(1) + C(2) * \text{LOG(IQCOBB)} + C(3) * \text{LOG(IW1)} + C(4) * \text{LOG(IW2)} \\ + (1 - C(3) - C(4)) * \text{LOG(IW3)} + C(6) * \text{LOG(BALC)} + C(7) * \text{LOG(ICOTADV)}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.267491	0.709554	0.376984	0.7072
C(2)	0.933033	0.043524	21.43739	0.0000
C(3)	0.242120	0.117690	2.057266	0.0428
C(4)	0.748701	0.109191	6.856785	0.0000
C(6)	0.011505	0.039608	0.290474	0.7722
C(7)	-0.022426	0.051949	-0.431701	0.6671
R-squared	0.944485	Mean dependent var	10.25156	
Adjusted R-squared	0.941100	S.D. dependent var	1.800643	
S.E. of regression	0.437003	Akaike info criterion	-1.589882	
Sum squared resid	15.65970	Schwarz criterion	-1.420973	
Log likelihood	-48.91176	F-statistic	279.0167	
Durbin-Watson stat	1.726862	Prob(F-statistic)	0.000000	

### 2. Teste de White para o Modelo Cobb1

F-statistic	1.113260	Probability	0.356024
Obs*R-squared	29.37113	Probability	0.343137

### 3. Modelo Cobb2

Included observations: 88 after adjusting endpoints

$$\text{LOG(ICT)} = C(1) + C(2) * \text{LOG(IQCOBB)} + C(3) * \text{LOG(IW1)} + C(4) * \text{LOG(IW2)} \\ + (1 - C(3) - C(4)) * \text{LOG(IW3)} + 0 * \text{LOG(BALC)} + 0 * \text{LOG(ICOTADV)}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.227443	0.672376	0.338268	0.7360
C(2)	0.940731	0.027620	34.06025	0.0000
C(3)	0.248050	0.113733	2.180988	0.0320
C(4)	0.737662	0.104504	7.058699	0.0000
R-squared	0.944358	Mean dependent var	10.25156	
Adjusted R-squared	0.942370	S.D. dependent var	1.800643	
S.E. of regression	0.432266	Akaike info criterion	-1.633041	
Sum squared resid	15.69570	Schwarz criterion	-1.520434	
Log likelihood	-49.01280	F-statistic	475.2130	
Durbin-Watson stat	1.712785	Prob(F-statistic)	0.000000	

### 4. Teste de White para o Modelo Cobb2

F-statistic	1.054623	Probability	0.419410
Obs*R-squared	28.32200	Probability	0.394518

### 5. Modelo CobbCO1

Sample(adjusted): 1 88

Included observations: 88 after adjusting endpoints

$$\text{LOG(ICO+IDSPES)} = C(1) + C(2) * \text{LOG(IQCOBB)} + C(3) * \text{LOG(IW1)} \\ + C(4) * \text{LOG(IW2)} + (1 - C(3) - C(4)) * \text{LOG(IW3)} + C(6) * \text{LOG(BALC)} + C(7) * \\ \text{LOG(ICOTADV)}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.560097	0.814340	1.915780	0.0589
C(2)	0.727335	0.049951	14.56093	0.0000
C(3)	0.105253	0.135070	0.779248	0.4381
C(4)	0.485902	0.125317	3.877397	0.0002
C(6)	0.216000	0.045457	4.751695	0.0000
C(7)	0.164166	0.059621	2.753503	0.0073
R-squared	0.925287	Mean dependent var	8.624604	
Adjusted R-squared	0.920731	S.D. dependent var	1.781367	
S.E. of regression	0.501540	Akaike info criterion	-1.314399	
Sum squared resid	20.62644	Schwarz criterion	-1.145490	
Log likelihood	-61.03302	F-statistic	203.1056	
Durbin-Watson stat	2.102560	Prob(F-statistic)	0.000000	

### 6. Teste de White para o Modelo CobbCO1

F-statistic	3.106144	Probability	0.000133
Obs*R-squared	51.29915	Probability	0.003210

### 7. Modelo Cobb1COh

Sample(adjusted): 1 88

Included observations: 88 after adjusting endpoints

White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

$$\text{LOG(ICO+IDSPES)} = C(1) + C(2) * \text{LOG(IQCOBB)} + C(3) * \text{LOG(IW1)} \\ + C(4) * \text{LOG(IW2)} + (1 - C(3) - C(4)) * \text{LOG(IW3)} + C(6) * \text{LOG(BALC)} + C(7) * \\ \text{LOG(ICOTADV)}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.560097	0.971005	1.606683	0.1120
C(2)	0.727335	0.081323	8.943808	0.0000
C(3)	0.105253	0.191172	0.550569	0.5834
C(4)	0.485902	0.170268	2.853748	0.0055
C(6)	0.216000	0.075727	2.852364	0.0055
C(7)	0.164166	0.077528	2.117502	0.0372
R-squared	0.925287	Mean dependent var	8.624604	
Adjusted R-squared	0.920731	S.D. dependent var	1.781367	
S.E. of regression	0.501540	Akaike info criterion	-1.314399	
Sum squared resid	20.62644	Schwarz criterion	-1.145490	
Log likelihood	-61.03302	F-statistic	203.1056	
Durbin-Watson stat	2.102560	Prob(F-statistic)	0.000000	

### 8. Modelo Cobb2Coh

Sample(adjusted): 1 88

Included observations: 88 after adjusting endpoints

White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

$$\text{LOG(ICO+IDSPES)} = C(1) + C(2) * \text{LOG(IQCOBB)} + 0 * \text{LOG(IW1)} \\ + C(4) * \text{LOG(IW2)} + (1 - C(4)) * \text{LOG(IW3)} + C(6) * \text{LOG(BALC)} + C(7) * \\ \text{LOG(ICOTADV)}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.044659	0.717724	2.848809	0.0055
C(2)	0.727263	0.080779	9.003066	0.0000
C(4)	0.549542	0.121669	4.516694	0.0000
C(6)	0.214035	0.073438	2.914491	0.0046
C(7)	0.157917	0.078120	2.021476	0.0465
R-squared	0.924733	Mean dependent var		8.624604
Adjusted R-squared	0.921106	S.D. dependent var		1.781367
S.E. of regression	0.500352	Akaike info criterion		-1.329749
Sum squared resid	20.77919	Schwarz criterion		-1.188991
Log likelihood	-61.35765	F-statistic		254.9366
Durbin-Watson stat	2.101582	Prob(F-statistic)		0.000000

### 9. Teste de White para o Modelo Cobb2CO

F-statistic	3.443664	Probability	0.000034
Obs*R-squared	53.48544	Probability	0.001758

### 10. Modelo Cobb1CF

Sample(adjusted): 1 88

Included observations: 88 after adjusting endpoints

$$\text{LOG(ICF+IJUR)} = C(1) + C(2) * \text{LOG(IQCOBB)} + C(3) * \text{LOG(IW1)} \\ + C(4) * \text{LOG(IW2)} + (1 - C(3) - C(4)) * \text{LOG(IW3)} + C(6) * \text{LOG(BALC)} + C(7) * \\ \text{LOG(ICOTADV)}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.815734	0.793030	-1.028630	0.3067
C(2)	1.008604	0.048644	20.73443	0.0000
C(3)	0.219700	0.131536	1.670266	0.0987
C(4)	0.889731	0.122037	7.290660	0.0000
C(6)	-0.034696	0.044268	-0.783773	0.4354
C(7)	-0.080460	0.058061	-1.385789	0.1696
R-squared	0.938078	Mean dependent var		9.959827
Adjusted R-squared	0.934302	S.D. dependent var		1.905519
S.E. of regression	0.488415	Akaike info criterion		-1.367435
Sum squared resid	19.56101	Schwarz criterion		-1.198526
Log likelihood	-58.69945	F-statistic		248.4491
Durbin-Watson stat	1.746388	Prob(F-statistic)		0.000000

### 11. Teste de White para o Modelo Cobb1CF

F-statistic	1.195146	Probability	0.278259
Obs*R-squared	30.77598	Probability	0.280436

### 12. Modelo Cobb2CF

Sample(adjusted): 1 88

Included observations: 88 after adjusting endpoints

$$\text{LOG(ICF+IJUR)} = \text{C(1)} + \text{C(2)} * \text{LOG(IQCOBB)} + \text{C(3)} * \text{LOG(IW1)} \\ + \text{C(4)} * \text{LOG(IW2)} + (1 - \text{C(3)} - \text{C(4)}) * \text{LOG(IW3)} + 0 * \text{LOG(BALC)} + \text{C(7)} * \\ \text{LOG(ICOTADV)}$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.643575	0.760230	-0.846553	0.3997
C(2)	0.979795	0.031788	30.82323	0.0000
C(3)	0.225419	0.131028	1.720392	0.0891
C(4)	0.897666	0.121334	7.398336	0.0000
C(7)	-0.107120	0.046944	-2.281888	0.0251
R-squared	0.937614	Mean dependent var	9.959827	
Adjusted R-squared	0.934608	S.D. dependent var	1.905519	
S.E. of regression	0.487279	Akaike info criterion	-1.382699	
Sum squared resid	19.70755	Schwarz criterion	-1.241941	
Log likelihood	-59.02785	F-statistic	311.8570	
Durbin-Watson stat	1.759467	Prob(F-statistic)	0.000000	

### 13. Teste de White para o Modelo Cobb2CF

F-statistic	1.280576	Probability	0.211108
Obs*R-squared	32.17161	Probability	0.225788

14. Modelo Trans1  
 Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression

Sample: 1 100

Convergence achieved after 29 iterations

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.046971	0.988641	2.070489	0.0392
C(2)	-0.465938	0.165381	-2.817358	0.0051
C(3)	1.301896	0.143587	9.066944	0.0000
C(4)	-0.092011	0.110257	-0.834516	0.4046
C(5)	0.128957	0.095882	1.344957	0.1796
C(6)	0.787098	0.114471	6.875982	0.0000
C(8)	0.107548	0.012959	8.298972	0.0000
C(9)	-0.145133	0.020528	-7.070060	0.0000
C(10)	0.025897	0.011440	2.263754	0.0243
C(11)	0.060440	0.005811	10.40021	0.0000
C(12)	-0.064780	0.013191	-4.910964	0.0000
C(13)	0.031469	0.007904	3.981439	0.0001
C(14)	0.057365	0.013712	4.183523	0.0000
C(15)	-0.062703	0.015849	-3.956283	0.0001
C(17)	0.080794	0.019360	4.173170	0.0000
C(20)	-0.012763	0.006413	-1.990150	0.0474
C(21)	0.017025	0.007790	2.185434	0.0296
C(23)	-0.014429	0.005171	-2.790280	0.0056
C(24)	0.018016	0.006274	2.871675	0.0044
C(26)	0.000531	0.004309	0.123189	0.9020
C(27)	0.000165	0.005217	0.031610	0.9748
C(31)	0.304010	0.172697	1.760369	0.0793
C(32)	-0.001999	0.030342	-0.065896	0.9475
C(33)	-0.031180	0.023165	-1.345994	0.1793
C(34)	0.037228	0.015636	2.380925	0.0179
C(35)	-0.025899	0.011130	-2.327018	0.0206
C(36)	-0.003253	0.024206	-0.134407	0.8932
C(37)	0.018065	0.023271	0.776315	0.4381
C(38)	0.027939	0.004875	5.731005	0.0000
C(39)	-0.036727	0.005909	-6.215752	0.0000

Determinant residual covariance 4.94E-09

Equation:  $\text{LOG}(\text{ICT}) = \text{C}(1) + \text{C}(2) * \text{LOG}(\text{ICRCL}) + \text{C}(3) * \text{LOG}(\text{ICRIC})$   
 $+ \text{C}(4) * \text{LOG}(\text{IAPLITIT}) + \text{C}(5) * \text{LOG}(\text{IW1}) + \text{C}(6) * \text{LOG}(\text{IW2})$   
 $+ (1 - \text{C}(5) - \text{C}(6)) * \text{LOG}(\text{IW3}) + \text{C}(8) * \text{LOG}(\text{ICRCL}) * \text{LOG}(\text{ICRCL})$   
 $+ \text{C}(9) * \text{LOG}(\text{ICRCL}) * \text{LOG}(\text{ICRIC}) + \text{C}(10) * \text{LOG}(\text{ICRCL}) * \text{LOG}(\text{IAPLITIT})$   
 $+ \text{C}(11) * \text{LOG}(\text{ICRIC}) * \text{LOG}(\text{ICRIC}) + \text{C}(12) * \text{LOG}(\text{ICRIC}) * \text{LOG}(\text{IAPLITIT})$   
 $+ \text{C}(13) * \text{LOG}(\text{IAPLITIT}) * \text{LOG}(\text{IAPLITIT}) + (1/2) * \text{C}(14) * \text{LOG}(\text{IW1}) * \text{LOG}(\text{IW1})$   
 $+ \text{C}(15) * \text{LOG}(\text{IW1}) * \text{LOG}(\text{IW2}) + (-\text{C}(14) - \text{C}(15)) * \text{LOG}(\text{IW1}) * \text{LOG}(\text{IW3})$   
 $+ (1/2) * \text{C}(17) * \text{LOG}(\text{IW2}) * \text{LOG}(\text{IW2}) + (-\text{C}(15) - \text{C}(17)) * \text{LOG}(\text{IW2}) * \text{LOG}(\text{IW3})$   
 $+ (1/2) * (\text{C}(14) + 2 * \text{C}(15) + \text{C}(17)) * \text{LOG}(\text{IW3}) * \text{LOG}(\text{IW3})$   
 $+ \text{C}(20) * \text{LOG}(\text{ICRCL}) * \text{LOG}(\text{IW1}) + \text{C}(21) * \text{LOG}(\text{ICRCL}) * \text{LOG}(\text{IW2})$   
 $+ (-\text{C}(20) - \text{C}(21)) * \text{LOG}(\text{ICRCL}) * \text{LOG}(\text{IW3}) + \text{C}(23) * \text{LOG}(\text{ICRIC}) * \text{LOG}(\text{IW1})$   
 $+ \text{C}(24) * \text{LOG}(\text{ICRIC}) * \text{LOG}(\text{IW2}) + (-\text{C}(23) - \text{C}(24)) * \text{LOG}(\text{ICRIC}) * \text{LOG}(\text{IW3})$   
 $+ \text{C}(26) * \text{LOG}(\text{IAPLITIT}) * \text{LOG}(\text{IW1}) + \text{C}(27) * \text{LOG}(\text{IAPLITIT}) * \text{LOG}(\text{IW2})$   
 $+ (-\text{C}(26) - \text{C}(27)) * \text{LOG}(\text{IAPLITIT}) * \text{LOG}(\text{IW3}) + \text{C}(31) * \text{LOG}(\text{BALC})$

( . . . )

$$\begin{aligned} &+(1/2)*C(32)*LOG(BALC)*LOG(BALC)+C(33)*LOG(BALC)*LOG(ICR \\ &CL)+C(34)*LOG(BALC)*LOG(ICRIC)+C(35)*LOG(BALC)*LOG(IAPLIT \\ &IT)+C(36)*LOG(BALC)*LOG(IW1)+C(37)*LOG(BALC)*LOG(IW2) \\ &+(-C(36)-C(37))*LOG(BALC)*LOG(IW3) \end{aligned}$$

Observations: 88

---

R-squared	0.842745	Mean dependent var	10.25156
Adjusted R-squared	0.771980	S.D. dependent var	1.800643
S.E. of regression	0.859833	Sum squared resid	44.35874
Durbin-Watson stat	0.702285		

$$\begin{aligned} \text{Equation: IS1} &=C(5)+C(20)*LOG(ICRCL)+C(23)*LOG(ICRIC) \\ &+C(26)*LOG(IAPLITIT)+C(14)*LOG(IW1)+C(15)*LOG(IW2) \\ &+(-C(14)-C(15))*LOG(IW3)+C(38)*LOG(BALC) \end{aligned}$$

Observations: 88

---

R-squared	0.003973	Mean dependent var	0.142162
Adjusted R-squared	-0.069807	S.D. dependent var	0.087866
S.E. of regression	0.090881	Sum squared resid	0.669012
Durbin-Watson stat	1.411398		

$$\begin{aligned} \text{Equation: IS2} &=C(6)+C(21)*LOG(ICRCL)+C(24)*LOG(ICRIC) \\ &+C(27)*LOG(IAPLITIT)+C(15)*LOG(IW1)+C(17)*LOG(IW2) \\ &+(-C(15)-C(17))*LOG(IW3)+C(39)*LOG(BALC) \end{aligned}$$

Observations: 88

---

R-squared	-1.180368	Mean dependent var	0.553766
Adjusted R-squared	-1.341877	S.D. dependent var	0.187252
S.E. of regression	0.286555	Sum squared resid	6.651238
Durbin-Watson stat	0.788728		

$$\text{Equation: IS3} = 1 - \text{IS1} - \text{IS2}$$

Observations: 88

---

R-squared	-144.723098	Mean dependent var	0.032914
Adjusted R-squared	-143.067153	S.D. dependent var	0.028131
S.E. of regression	0.337656	Sum squared resid	10.03302
Durbin-Watson stat	0.643366		

15. Modelo Trans2

Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression

Sample: 1 100

Convergence achieved after 27 iterations

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.827979	0.933338	1.958540	0.0510
C(2)	-0.458167	0.156734	-2.923217	0.0037
C(3)	1.264064	0.127669	9.901138	0.0000
C(5)	0.125755	0.095896	1.311379	0.1906
C(6)	0.787520	0.114423	6.882563	0.0000
C(8)	0.106189	0.012370	8.584407	0.0000
C(9)	-0.138901	0.018144	-7.655581	0.0000
C(10)	0.021343	0.009651	2.211498	0.0277
C(11)	0.060444	0.005591	10.81034	0.0000
C(12)	-0.067795	0.012988	-5.219589	0.0000
C(13)	0.030539	0.007698	3.967449	0.0001
C(14)	0.058310	0.013619	4.281567	0.0000
C(15)	-0.063149	0.015780	-4.001777	0.0001
C(17)	0.081048	0.019299	4.199684	0.0000
C(20)	-0.012689	0.006341	-2.001177	0.0462
C(21)	0.017167	0.007695	2.230892	0.0264
C(23)	-0.014405	0.004584	-3.142407	0.0018
C(24)	0.018375	0.005554	3.308480	0.0010
C(31)	0.258224	0.118915	2.171511	0.0306
C(33)	-0.033276	0.018496	-1.799068	0.0729
C(34)	0.036131	0.015187	2.379025	0.0179
C(35)	-0.020044	0.008314	-2.410955	0.0165
C(38)	0.028543	0.004542	6.283653	0.0000
C(39)	-0.037187	0.005502	-6.758831	0.0000

Determinant residual covariance 5.04E-09

Equation: LOG(ICT)=C(1)+C(2)\*LOG(ICRCL)+C(3)\*LOG(ICRIC)  
 +0\*LOG(IAPLITIT)+C(5)\*LOG(IW1)+C(6)\*LOG(IW2)  
 +(1-C(5)-C(6))\*LOG(IW3)+C(8)\*LOG(ICRCL)\*LOG(ICRCL)  
 +C(9)\*LOG(ICRCL)\*LOG(ICRIC)+C(10)\*LOG(ICRCL)\*LOG(IAPLITIT)  
 +C(11)\*LOG(ICRIC)\*LOG(ICRIC)+C(12)\*LOG(ICRIC)\*LOG(IAPLITIT)  
 +C(13)\*LOG(IAPLITIT)\*LOG(IAPLITIT)+(1/2)\*C(14)\*LOG(IW1)\*LOG(I  
 W1)+C(15)\*LOG(IW1)\*LOG(IW2)+(-C(14)-C(15))\*LOG(IW1)\*LOG(I  
 W3)+(1/2)\*C(17)\*LOG(IW2)\*LOG(IW2)+(-C(15)-C(17))\*LOG(IW2)\*L  
 OG(IW3)+(1/2)\*(C(14)+2\*C(15)+C(17))\*LOG(IW3)\*LOG(IW3)  
 +C(20)\*LOG(ICRCL)\*LOG(IW1)+C(21)\*LOG(ICRCL)\*LOG(IW2)  
 +(-C(20)-C(21))\*LOG(ICRCL)\*LOG(IW3)+C(23)\*LOG(ICRIC)\*LOG(IW  
 1)+C(24)\*LOG(ICRIC)\*LOG(IW2)+(-C(23)-C(24))\*LOG(ICRIC)\*LOG(I  
 W3)+0\*LOG(IAPLITIT)\*LOG(IW1)+0\*LOG(IAPLITIT)\*LOG(IW2)  
 +(-0-0)\*LOG(IAPLITIT)\*LOG(IW3)+C(31)\*LOG(BALC)  
 +(1/2)\*0\*LOG(BALC)\*LOG(BALC)+C(33)\*LOG(BALC)\*LOG(ICRCL)  
 +C(34)\*LOG(BALC)\*LOG(ICRIC)+C(35)\*LOG(BALC)\*LOG(IAPLITIT)  
 +0\*LOG(BALC)\*LOG(IW1)+0\*LOG(BALC)\*LOG(IW2)  
 +(-0)\*LOG(BALC)\*LOG(IW3)

Observations: 88

( o r c )

R-squared	0.843503	Mean dependent var	10.25156
Adjusted R-squared	0.793709	S.D. dependent var	1.800643
S.E. of regression	0.817839	Sum squared resid	44.14485
Durbin-Watson stat	0.705114		
Equation: $IS1=C(5)+C(20)*LOG(ICRCL)+C(23)*LOG(ICRIC)$ $+0*LOG(IAPLITIT)+C(14)*LOG(IW1)+C(15)*LOG(IW2)$ $+(-C(14)-C(15))*LOG(IW3)+C(38)*LOG(BALC)$			
Observations: 88			
R-squared	0.020740	Mean dependent var	0.142162
Adjusted R-squared	-0.038971	S.D. dependent var	0.087866
S.E. of regression	0.089562	Sum squared resid	0.657751
Durbin-Watson stat	1.434696		
Equation: $IS2=C(6)+C(21)*LOG(ICRCL)+C(24)*LOG(ICRIC)$ $+0*LOG(IAPLITIT)+C(15)*LOG(IW1)+C(17)*LOG(IW2)$ $+(-C(15)-C(17))*LOG(IW3)+C(39)*LOG(BALC)$			
Observations: 88			
R-squared	-1.192668	Mean dependent var	0.553766
Adjusted R-squared	-1.326367	S.D. dependent var	0.187252
S.E. of regression	0.285605	Sum squared resid	6.688760
Durbin-Watson stat	0.785671		
Equation: $IS3=1-IS1-IS2$			
Observations: 88			
R-squared	-144.723098	Mean dependent var	0.032914
Adjusted R-squared	-143.067153	S.D. dependent var	0.028131
S.E. of regression	0.337656	Sum squared resid	10.03302
Durbin-Watson stat	0.643366		