



**ASSOCIAÇÃO DE POLITÉCNICOS DO NORTE (APNOR)  
INSTITUTO POLITÉCNICO DO PORTO**

**Sistema Avançado de Previsão de Vendas para as Lojas Pingo  
Doce do Grupo Jerónimo Martins**

**Amílcar Nuno da Silva Malta**

*Dissertação apresentada ao Instituto Politécnico do Porto para obtenção do Grau de Mestre em  
Logística*

**Orientada por:** Professora Doutora Patrícia Alexandra Gregório Ramos

**Porto, Abril de 2013**





# **Sistema Avançado de Previsão de Vendas para as Lojas Pingo Doce do Grupo Jerónimo Martins**

**Amílcar Nuno da Silva Malta**

**Orientada por:** Professora Doutora Patrícia Alexandra Gregório Ramos

**Porto, Abril de 2013**

## **RESUMO**

Dada a atual conjuntura nacional e mundial, torna-se cada vez mais importante ter em atenção aos desperdícios e excessos das empresas. Torna-se então relevante, nos tempos de hoje em dia, pensar em estratégias alternativas para a redução dos custos das empresas, principalmente na área da logística, sabendo que, este departamento tem em média, um peso de cerca de 33% nos custos totais das empresas.

O objetivo deste estudo é, estudar o atual modelo de previsões das lojas Pingo Doce do Grupo Jerónimo Martins, analisando os resultados de aprovisionamento, dentro de um espaço até cinco anos para trás. Com isto, procurar-se analisar os métodos aplicados e a evolução dos mesmos, podendo assim, estudar o mecanismo de previsões de vendas que a empresa atualmente utiliza, tentando depois adaptar um sistema de previsões melhorado e mais avançado, de modo a que: (1) se tenha a certeza que as lacunas são minimizadas, (2) se possa criar um método mais avançado que permita correlacionar variáveis tentando antever o comportamento do cliente/consumidor, (3) se possa posteriormente, adaptar a um nível mais macro dentro da empresa Jerónimo Martins.

## **PALAVRAS-CHAVE**

Gestão de Logística; Previsão de Vendas; Estatística Aplicada; Redução de Custos.

## **SUMARIA**

Dada la situación actual a nivel nacional como a nivel mundial, cada vez es más importante prestar atención a los desechos y el exceso en las empresas. Entonces llega a ser relevante en los tiempos de hoy, pensar en estrategias alternativas para reducir los costos empresariales, especialmente en el área de la logística, a sabiendas de que este departamento tiene un peso medio de alrededor del 33% de los costes totales de empresas.

El objetivo de este trabajo es el estudio de las predicciones de los modelos actuales de Pingo Doce Grupo Jerónimo Martins, analizando los resultados de la oferta, dentro de un período de tiempo de hasta cinco años atrás. Con esto, tratamos de analizar los métodos utilizados y la evolución, para así poder estudiar el mecanismo de las previsiones de ventas que la empresa implementa actualmente y luego tratar de adaptar un sistema para mejorar las previsiones para que: (1) tiene asegurarse de que las brechas se reducen al mínimo, (2) se puede crear un método más avanzado que permite correlacionar tratar de predecir el comportamiento del cliente/consumidor, (3) puede ser adaptado posteriormente a un nivel más macro dentro de la empresa Jerónimo Martins.

## **PALABRA-LLAVE**

Gestión Logística; Pronosticar Ventas; Estadística Aplicada; Reducción de Costes.

## **SUMMARY**

Given the nationally and globally current situation, it becomes increasingly important to pay more attention to waste and excess in the companies. It then becomes relevant in the times of today, think of alternative strategies to reduce business costs, especially in the logistics area, knowing that this department has an average weight of about 33% in the total costs of companies.

The aim of this work is to study the current forecast model of the company Pingo Doce of Jerónimo Martins, by analyzing the results of provisioning, within a space of time up to five years behind. With this, we will analyze the methods used and their evolution, thus being able to study the current mechanism of sales forecast that the company currently implements and then try to adapt a forecast system improved so that: (1) the gaps of the forecast system are minimized, (2) to be possible create a more advanced forecast method that allows correlate with other variables trying to predict the client/consumer behavior, (3) to be subsequently adapted to a more macro level in the Jerónimo Martins company.

## **WORD-KEY**

Logistics Management; Sales Forecasting; Applied Statistics; Cost Reduction.

*“Algo só é impossível até que alguém duvide e acabe provando o contrário.”*

Albert Einstein

Aos meus avós, pais e irmãos.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus avós e pais, que estiveram sempre presentes quando necessitei e que me encorajaram e deram condições para seguir a minha formação académica.

Aos meus irmãos pelo apoio, amizade e carinho que me deram força durante toda a minha vida académica.

Aos meus colegas e amigos pelo incentivo, amizade e riqueza de experiência de trabalho que muito valorizaram esta dissertação.

À Professora Patrícia Ramos, por ter aceitado orientar este trabalho e por todo o apoio prestado sempre que solicitado.

Aos demais professores do Instituto Superior de Contabilidade e Administração pela aprendizagem e desenvolvimento académico.

E a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram na execução deste trabalho.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

**AE** – Análise Exponencial

**AIC** – Critério de Informação de Akaike

**AICc** – Critério de Informação de Akaike corrigido

**AR** – Auto Regressive

**BIC** – Critério de Informação Bayesiano

**ETS** – ExponenTial Smoothing

**FAC** – Função de AutoCorrelação

**FACP** – Função de AutoCorrelação Parcial

**MA** – Moving Average

**MAE** – Mean Absolute Error

**MAPE** – Mean Absolute Percentage Error

**MASE** – Mean Absolute Scaled Error

**ME** – Mean Error

**MPE** – Mean Percentage Error

**RMSE** – Root Mean Squared Error

**SKU** – Stock Keeping Unit

# ÍNDICE

Lista de Abreviaturas e Siglas .....	VII
Lista de Figuras.....	X
Lista de Tabelas .....	XI
<b>I - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Motivação para o Problema .....	2
1.3. Objetivos do Trabalho .....	3
1.4. Estrutura do Documento .....	4
<b>II – MÉTODOS DE PREVISÃO .....</b>	<b>7</b>
2.1. Introdução aos Métodos de Previsão .....	7
2.1.1. O Carácter Relevante das Previsões de Vendas .....	7
2.1.2. Quando e o Que Prever? .....	9
2.1.3. Diferentes Perspetivas de Previsão: Qualitativa e Quantitativa.....	10
2.1.4. Etapas em Previsão .....	11
2.2. Tópicos Básicos de Previsão .....	12
2.2.1. Estatísticas Descritivas .....	12
2.2.2. Transformações e Ajustes .....	15
2.2.3. Avaliação dos Erros de Previsão .....	18
2.2.4. Diagnósticos dos Resíduos .....	21
2.2.5. Intervalos de Previsão .....	23
2.3. Alisamento Exponencial.....	24
2.3.1. Introdução .....	24
2.3.2. Alisamento Exponencial Simples.....	24
2.3.3. Método de Tendência Linear de Holt.....	26
2.3.4. Método de Tendência Exponencial .....	27
2.3.5. Método de Tendência Exponencial Amortecida .....	28
2.3.6. Método Sazonal de Holt-Winters .....	30
2.3.7. Modelos de Espaço de Estado Inovativos .....	33
2.4. Modelos ARIMA.....	35
2.4.1. Introdução .....	35
2.4.2. Estacionaridade e Diferenciação.....	36
2.4.3. Modelos Autoregressivos .....	39
2.4.4. Modelos de Médias Móveis.....	40

2.4.5.	Modelos Autoregressivos e de Médias Móveis .....	42
2.4.6.	Modelos Autoregressivos e de Médias Móveis Sazonais .....	43
2.4.7.	Estimação e Seleção de Ordem.....	46
<b>III – CASO DE ESTUDO.....</b>		<b>49</b>
3.1.	Conjunto de Dados .....	49
3.2.	Análise Exploratória .....	51
<b>IV – PREVISÃO DE VENDAS PARA AS LOJAS PINGO DOCE.....</b>		<b>59</b>
4.1.	Modelação por Alisamento Exponencial.....	61
4.1.1.	Séries Não Sazonais .....	61
4.1.2.	Séries Sazonais .....	65
4.2.	Modelação ARIMA.....	69
4.2.1.	Séries Não Sazonais .....	69
4.2.2.	Séries Sazonais .....	73
4.3.	Comparação de Modelos .....	77
4.4.	Sistema Automático de Previsão .....	80
<b>V – CONCLUSÕES .....</b>		<b>85</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>		<b>89</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Produção de Petróleo Arábia Saudita. ....	24
Figura 2.2. Série não estacionária em média (Caiado, 2012). ....	36
Figura 2.3. Série estacionária em média (Caiado, 2012). ....	36
Figura 2.4. Série não estacionária em variância (Caiado, 2012). ....	38
Figura 2.5. Série não estacionária em média e variância (Caiado, 2012). ....	39
Figura 2.6. AR(1) e AR(2). ....	40
Figura 2.7. MA(1) e MA(2). ....	41
Figura 2.8. Séries simuladas de modelos SARMA estritamente sazonais. ....	45
Figura 2.9. FAC e FACP de série simulada de modelo SARMA. ....	46
Figura 3.1. Gráficos da série de Arroz Caçarola 1KG - loja de 1000m <sup>2</sup> . ....	52
Figura 3.2. Gráficos da série de Arroz Caçarola 1KG - loja de 2000m <sup>2</sup> . ....	53
Figura 3.3. Gráficos da série de Arroz Caçarola 1KG - loja Híper. ....	53
Figura 3.4. Gráficos da série de Arroz Pingo Doce 1KG - loja de 1000m <sup>2</sup> . ....	54
Figura 3.5. Gráficos da série de Arroz Pingo Doce 1KG - loja de 2000m <sup>2</sup> . ....	54
Figura 3.6. Gráficos da série de Arroz Pingo Doce 1KG - loja Híper. ....	55
Figura 3.7. Gráficos da série de Água Luso 1,5LT - loja de 1000m <sup>2</sup> . ....	55
Figura 3.8. Gráficos da série de Água Luso 1,5LT - loja de 2000m <sup>2</sup> . ....	56
Figura 3.9. Gráficos da série de Água Luso 1,5LT - loja Híper. ....	56
Figura 3.10. Gráficos da série de Água Pingo Doce 1,5LT - loja de 1000m <sup>2</sup> . ....	57
Figura 3.11. Gráficos da série de Água Pingo Doce 1,5LT - loja de 2000m <sup>2</sup> . ....	57
Figura 3.12. Gráficos da série de Água Pingo Doce 1,5LT - loja Híper. ....	58
Figura 4.1. Ambiente de modelação e previsão. ....	59
Figura 4.2. Arroz Caçarola 1KG (1000m <sup>2</sup> ) - modelo ETS (M,N,M). ....	81
Figura 4.3. Arroz Caçarola 1KG (2000m <sup>2</sup> ) - modelo ARIMA(0,1,1). ....	81
Figura 4.4. Arroz Caçarola 1KG (híper) - modelo ETS (M,N,M). ....	81
Figura 4.5. Arroz Pingo Doce 1KG (1000m <sup>2</sup> ) - modelo ETS (M,N,M). ....	82
Figura 4.6. Arroz Pingo Doce 1KG (2000m <sup>2</sup> ) - modelo ETS (A,N,A). ....	82
Figura 4.7. Arroz Pingo Doce 1KG (híper) - modelo ETS (M,N,M). ....	82
Figura 4.8. Água Luso 1,5LT (1000m <sup>2</sup> ) - modelo ETS(A,N,N). ....	83
Figura 4.9. Água Luso 1,5LT (2000m <sup>2</sup> ) - modelo ARIMA (1,0,0)(1,0,1) <sub>12</sub> . ....	83
Figura 4.10. Água Luso 1,5LT (híper) - modelo ARIMA (0,1,4)(1,0,0) <sub>12</sub> . ....	83
Figura 4.11. Água Pingo Doce 1,5 LT (1000m <sup>2</sup> ) - modelo ARIMA (2,0,0)(1,1,1) <sub>12</sub> . ....	84
Figura 4.12. Água Pingo Doce 1,5 LT (2000m <sup>2</sup> ) - modelo ETS (A,N,A). ....	84
Figura 4.13. Água Pingo Doce 1,5 LT (híper) - modelo ETS (M,A,M). ....	84

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Taxonomia dos métodos de alisamento exponencial (adaptado de Hyndman, 2012).....	33
Tabela 2.2. Modelos ETS com erros aditivos (Hyndman, 2012).....	34
Tabela 2.3. Modelos ETS com erros multiplicativos (Hyndman, 2012).....	34
Tabela 3.1. Alguns produtos das categorias Águas, Higiene Oral, Produtos Básicos e Sobremesas das lojas Pingo Doce.....	50
Tabela 4.1. Modelo ETS para a série de Arroz Caçarola 1KG (1000m <sup>2</sup> ). ....	62
Tabela 4.2. Modelo ETS para a série de Arroz Caçarola 1KG (2000m <sup>2</sup> ). ....	62
Tabela 4.3. Modelo ETS para a série de Arroz Caçarola 1KG (híper). ....	63
Tabela 4.4. Modelo ETS para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (1000m <sup>2</sup> ). ....	63
Tabela 4.5. Modelo ETS para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (2000m <sup>2</sup> ). ....	64
Tabela 4.6. Modelo ETS para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (híper). ....	64
Tabela 4.7. Modelo ETS para a série de Água Luso 1,5LT (1000m <sup>2</sup> ).....	66
Tabela 4.8. Modelo ETS para a série de Água Luso 1,5LT (2000m <sup>2</sup> ).....	66
Tabela 4.9. Modelo ETS para a série de Água Luso 1,5LT (híper). ....	67
Tabela 4.10. Modelo ETS para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (1000m <sup>2</sup> ). ....	67
Tabela 4.11. Modelo ETS para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (2000m <sup>2</sup> ). ....	68
Tabela 4.12. Modelo ETS para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (híper).....	68
Tabela 4.13. Modelo ARIMA para a série de Arroz Caçarola 1KG (1000m <sup>2</sup> ). ....	70
Tabela 4.14. Modelo ARIMA para a série de Arroz Caçarola 1KG (2000m <sup>2</sup> ). ....	70
Tabela 4.15. Modelo ARIMA para a série de Arroz Caçarola 1KG (híper).....	71
Tabela 4.16. Modelo ARIMA para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (1000m <sup>2</sup> ). ....	71
Tabela 4.17. Modelo ARIMA para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (2000m <sup>2</sup> ). ....	72
Tabela 4.18. Modelo ARIMA para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (híper).....	72
Tabela 4.19. Modelo ARIMA para a série de Água Luso 1,5LT (1000m <sup>2</sup> ). ....	74
Tabela 4.20. Modelo ARIMA para a série de Água Luso 1,5LT (2000m <sup>2</sup> ). ....	74
Tabela 4.21. Modelo ARIMA para a série de Água Luso 1,5LT (híper).....	75
Tabela 4.22. Modelo ARIMA para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (1000m <sup>2</sup> ). ....	75
Tabela 4.23. Modelo ARIMA para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (2000m <sup>2</sup> ). ....	76
Tabela 4.24. Modelo ARIMA para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (híper). ....	76
Tabela 4.25. Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de teste (1000 m <sup>2</sup> ).....	78
Tabela 4.26. Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de teste (2000 m <sup>2</sup> ).....	78
Tabela 4.27. Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de teste (híper).....	79

# I - INTRODUÇÃO

## 1.1. ENQUADRAMENTO

Hoje em dia torna-se relevante descrever a importância de se ter uma visão futura da empresa e uma previsão no curto, médio e longo prazo, como algo sempre fundamental para minimizarmos os erros e atingirmos os objetivos das empresas. Será esta visão que nos permitirá saber ou ter uma ideia, por exemplo, onde a empresa gostaria de se ver daqui a 5 anos. Ter uma ideia do que o futuro possa reservar, ajuda as empresas a que possam prever e tomar decisões. Ter uma noção, de que possam existir fatores, em determinados acontecimentos, que possam muitas vezes estar interligados com o funcionamento da empresa, muitas das vezes permite às empresas obter mais informação, para uma tomada de decisão mais acertada, congruente e precisa.

Em tempos de crise, como os de hoje em dia, as empresas têm de se preparar cada vez mais no sentido de conhecerem bem o terreno por onde caminham. O contrário seria um futuro desconhecido, pesado e impreciso.

A globalização é já uma realidade que facilita cada vez mais o desenvolvimento, o progresso, a comunicação, as parcerias, a transmissão de conhecimentos e de informação. Existe, contudo, uma certa tendência para se depender do exterior ou de outros. A atual crise económica, não deixa muitas dúvidas da importância do sucesso dos parceiros mundiais das empresas, nem das atuais dificuldades que as empresas se deparam cada vez mais, no sentido de as obrigar a procurar novas soluções. Ao nível logístico das empresas, é importante que se tenha um sistema eficaz e eficiente, ou seja, baixo em desperdícios e com uma boa gestão, uma boa filosofia na tomada de decisão para o funcionamento da empresa. A problemática das previsões de vendas no contexto logístico, é um fator bastante relevante nas tomadas de decisão, tanto a nível diário como a curto, médio e longo prazo, uma vez que, nos permite antecipar, precisar e, diminuir os excessos.

Na sua origem, a palavra logística vem do grego *logos*, que significa “discurso, razão, rácio, racionalidade”, o que deriva também da palavra grega *logistiki*, termo esse, que significa “contabilidade e organização financeira”. Inicialmente, a ciência da logística que tratava da movimentação, do suprimento e manutenção, era descrita essencialmente nas forças militares no terreno. Posteriormente foi adaptada para as organizações no sentido de melhorar a gestão

dos fluxos de materiais, desde o ponto de partida da matéria-prima, até aos produtos acabados. Os sistemas de previsão, são uma das ferramentas do sistema logístico.

O conceito de logística tem vindo a adquirir novos significados, nomeadamente, novos pesos à medida que se entende a sua importância para o bom funcionamento da empresa. Metaforicamente, a logística pode ser comparada com o coração de uma empresa que, bombeia eficazmente o sangue, por toda a mesma, garantindo assim, o bom funcionamento dos fluxos, de materiais, de recursos humanos, de informação e financeiros. É portanto, a ciência que permite, para além do eficiente e eficaz funcionamento da empresa, consiga também manter uma relação eficaz entre preço, qualidade e tempo.

## **1.2. MOTIVAÇÃO PARA O PROBLEMA**

A motivação para este problema desenvolve-se principalmente em duas questões importantes: uma pela parte financeira da empresa, que ajuda a todos os colaboradores dentro dela a trabalhar de forma mais eficaz e motivada, garantindo assim, o seu crescimento e sustentabilidade futura. E outra pela parte de se poder obter e aplicar uma tomada de decisão, mais fácil, acertada e precisa, no sentido de se alcançar os objetivos desejados.

Neste sentido, o objetivo deste estudo é fazer um ponto de situação ao nível das estratégias de Gestão de Logística no âmbito das previsões de vendas e, apurar algumas lacunas que possam eventualmente existir. Existindo essas lacunas, e com a possibilidade de as eliminar, a empresa poderá assim beneficiar de uma redução de custos que a poderão levar à criação de valor e de vantagem competitiva perante a concorrência e beneficiar também, de um serviço mais eficaz, junto do cliente/consumidor, aumentando com isso, a sua fidelização à marca.

Prever o comportamento do cliente nunca foi tarefa fácil, atendendo que, cada vez mais nos tempos que correm ele fica mais inteligente e mais exigente. Contudo, com a possibilidade de se estudar o comportamento do mesmo através de vários dados, este erro de previsão pode diminuir consideravelmente, tornando-se mais precisa a sua previsão. Contudo, não basta apenas prever, uma procura normal para determinado produto quando este pode estar correlacionado com outros fatores como, conjunturas económicas, promoções e descontos, publicidade, etc. Será este o desafio que se apresentará neste trabalho, ou seja, estudar o comportamento do cliente/consumidor, no sentido de analisar a sua migração, ou não, para produtos de marca própria, dada a atual conjuntura económica, por exemplo.

Dependendo sempre dos resultados que se possam conseguir com este trabalho, se os mesmos revelarem aspetos positivos bem reforçados, haverá sugestões para trabalhos futuros no sentido de se prever o comportamento da procura nos produtos concorrentes e complementares, em alturas que se façam promoções. O conhecimento destes comportamentos torna-se relevante, quando falamos de uma empresa de dimensões como o Grupo Jerónimo Martins, para que a mesma possa manipular as suas variáveis antecipadamente antevendo, para promoções de produtos, saber a relação do custo publicidade vs procura, no sentido de otimizar o funcionamento da empresa. As vantagens serão, um aprovisionamento mais eficaz, minimizando ruturas de stock e stocks *just in case*, e a demasiada oferta originando com isso, a ocupação de espaço precioso.

### **1.3. OBJETIVOS DO TRABALHO**

A previsão da procura no comércio de retalho é um dos aspetos fundamentais que está na base da tomada de decisões de estratégia e de planeamento de operações das organizações empresariais. Previsões de vendas precisas podem ajudar a tornar mais eficiente o funcionamento da cadeia de abastecimento, especialmente em grandes empresas com uma quota de mercado significativa. De uma má previsão poderá resultar um stock não desejável que afetará diretamente o lucro e a posição competitiva da empresa.

Neste trabalho pretende-se melhor o sistema de previsão de vendas das Lojas Pingo Doce do Grupo Jerónimo Martins, desenvolvendo um módulo de previsão avançada, de apoio ao já existente, que permita obter previsões da procura ao nível loja/SKU (*Stock Keeping Unit*) mais precisas. A conceção desse módulo respeitará o formato do sistema já existente, de modo a que este possa eventualmente ser integrado, caso seja esse o desejo da empresa.

Objetiva-se que este módulo de previsão avançada permita uma otimização do Sistema de Planeamento e Gestão de Encomendas das lojas Pingo Doce do Grupo Jerónimo Martins.

Está provado que a Gestão de Logística tem um impacto significativo nos custos das empresas. Geralmente esses custos têm um peso que varia entre 5 a 35% dos custos das vendas, dependendo de fatores como o tipo de negócio ou o valor dos materiais e produtos em causa, sendo a conceção das mercadorias a principal responsável por grande parte dos custos (Cooper, 1990).

O principal objetivo é oferecer ao Grupo maior consistência no mercado de trabalho, ou seja, tentar eliminar as gorduras que possam existir. A realidade exige que as empresas, em

vez de procurarem e implementarem estratégias com custos associados para aumentarem os seus lucros, cada vez mais procurem estratégias racionais para reduzir gorduras e, com isso, custos, aumentando desta forma as margens de lucro.

#### **1.4. ESTRUTURA DO DOCUMENTO**

As vendas no comércio de bens e serviços pertencem a um tipo especial de séries temporais que normalmente contêm ambos os padrões de tendência e sazonalidade, para além de outros aspetos, apresentando desafios para o desenvolvimento eficaz de modelos de previsão.

Os principais desafios que serão abordados no desenvolvimento do Sistema de Previsão Avançada são:

- Otimização da previsão da procura ao nível loja/SKU;
- Previsão da reação do consumidor aos produtos face a migrações dos mesmos para outros produtos concorrentes, dada a atual conjuntura económica;
- Análise do efeito que as migrações para outros produtos geram sobre a procura dos outros produtos da mesma categoria;
- Previsão da procura de novos produtos e produtos sazonais;
- Integração do Módulo de Previsão Avançada desenvolvido no Sistema de Previsão e Gestão de Encomendas das Lojas.

O desenvolvimento do Sistema de Previsão Avançada proposto compreenderá a uma análise da performance do Sistema de Previsão de Vendas das Lojas Pingo Doce e o levantamento dos aspetos deste sistema que poderão ser otimizados no contexto dos desafios já mencionados.

Após a análise do Sistema de Previsão de Vendas das Lojas Pingo Doce existente, iniciar-se-á o desenvolvimento do Módulo de Previsão Avançada. Esse módulo protótipo basear-se-á, numa primeira fase, em três lojas de dimensões distintas do Pingo Doce que, compreenderão 4 produtos de duas categorias diferentes, sendo uma de classe sazonal e a outra não sazonal, compreendidas em lojas de dimensões de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e um Híper.

Numa primeira fase tentar-se-á otimizar a previsão da procura ao nível loja/SKU dos produtos mais comuns, aplicando e testando vários métodos de previsão avançada. Concluída

esta fase, deixar-se-á algum terreno cultivado para sugestões de trabalhos futuros, caso a empresa decida adotar o novo modelo de previsão em trabalho, nomeadamente: (1) a previsão da reação do consumidor aos produtos face a variações de preço, campanhas promocionais e marketing – para que o preço dos produtos, as campanhas promocionais e o efeito do marketing possam ser planeados e a procura prevista ao nível das lojas; (2) a análise do efeito que a variação de preço de um produto gera sobre a procura de outros produtos da mesma categoria, concorrentes e complementares – para que seja possível antecipar a variação da procura de um produto quando um outro relacionado é promovido e, (3) a previsão da procura de novos produtos e produtos sazonais. Os métodos de previsão desenvolvidos neste contexto terão por base os dados históricos preexistentes das vendas dos produtos das lojas em estudo.

Concluído o desenvolvimento do Módulo de Previsão Avançada seguir-se-á uma fase de teste do mesmo onde se prevê que alguns aspetos possam ser melhorados.

Concluída a fase de teste do Módulo de Previsão Avançada elaborar-se-á um relatório dos resultados obtidos no trabalho e far-se-á uma apresentação dos mesmos nas instalações do Grupo Jerónimo Martins, se esse for o desejo dos responsáveis do mesmo.

O 1º Capítulo engloba a presente introdução, indicando a motivação para o problema, os objetivos, métodos e a estrutura do documento. No Capítulo 2 apresenta-se uma breve descrição dos principais métodos de previsão dando-se relevância à importância de prever numa organização empresarial bem como às diferentes etapas de previsão.

No 3º Capítulo apresenta-se uma caracterização do conjunto de dados abordado neste trabalho focada numa análise exploratória.

No 4º Capítulo, a aplicação do modelo de simulação ou seja, a Previsão de Vendas para as Lojas Pingo Doce onde se realizará a caracterização do problema de estudo, no sentido de se averiguar e descobrir os melhores métodos de previsão.

Finalmente apresentarei no último Capítulo, as respetivas conclusões e trabalhos futuros.



## II – MÉTODOS DE PREVISÃO

### 2.1. INTRODUÇÃO AOS MÉTODOS DE PREVISÃO

#### 2.1.1. O CARÁCTER RELEVANTE DAS PREVISÕES DE VENDAS

Desde sempre, na gestão das empresas, se recorreu a previsões, sejam de carácter quantitativo ou qualitativo, para que se possa tomar uma decisão racional e precisa. Isto permite-nos saber se o plano a realizar será o mais eficaz, ajustar o plano à atual previsão, que sejamos mais realistas em determinar cenários, desde aos mais pessimistas como aos mais otimistas e, o que se aproxima mais com a realidade. Permite-nos portanto saber quais os limites e barreiras, saber qual a força, a esperança e as expectativas a depositar nas ações da gestão das empresas (Enders, 1995; Pindyck, 1998).

Existe uma certa tendência, pelo menos no nosso país e em alguns da Europa, em fazer-se mais especulações do que estatísticas propriamente ditas (Caiado, 2011). Talvez seja por isso que encontremos mais artigos de opinião do que informações pormenorizadas. Ou seja, existe aqui uma certa sobrevalorização nas reflexões qualitativas, comparado com os artigos empíricos. A especulação é o que nos permite elaborar a pergunta de partida: o que acontecerá a, daqui a tanto tempo? Qual será a procura de um novo produto? A partir daqui, existe portanto todo um longo caminho a percorrer, desde ao levantamento de dados concretos que possam facilitar as respostas às perguntas de partida, às modelações e testes e, conclusões, nomeadamente para se poder responder, prever e olhar futuramente.

Na economia e ciências afins – marketing, gestão, finanças, etc., os números e as previsões são fatores cruciais na implementação das suas atividades – lançamento de um novo produto, remodelação de um existente, a simples procura de dado produto em determinado tempo, etc... São ciências que, vivem meramente destes fatores e que não poderiam viver sem eles. Existem previsões em que os dados são difíceis, por escassez, por subjetividade ou mesmo por dificuldade de os apurar, contudo, não prever é sempre pior do que se fazer uma previsão consciente, pelo simples fato de não se insinuar que o que acontecerá amanhã, será o mesmo que aconteceu hoje (Johnson, 1994).

Hoje em dia, as empresas vão encontrando as suas vidas relativas às previsões, cada vez mais facilitadas no ponto de vista que, vivemos na denominada Era da Informação, ou seja, para além de cada vez existirem mais métodos, mais *softwares* que nos permitem, de forma mais

prática e fácil aceder a alguns métodos de previsão, por exemplo o Excel, o alcance da informação desses métodos e de outros acontecimentos, ajudam sempre para uma tomada de decisão mais precisa e acertada. A não realização de uma previsão significa por omissão que se está a assumir que o futuro será como o presente e que, as decisões do gestor serão baseadas no vazio ou nas condições atuais (Winklhofer, 1996).

Hoje em dia já não existem razões para não se realizar uma previsão quantitativa em vez de nos apoiarmos meramente em especulações.

Os gestores de marketing e vendas, principalmente neste caso, os gestores de vendas e logística, têm de elaborar semanal ou mensalmente previsões de vendas para cada um dos artigos ou serviços da empresa analisando assim, as ondulações da procura e da oferta. O objetivo é claro, ter um sistema eficaz evitando assim, os excessos, as ruturas e o descontentamento dos clientes/consumidores (Mentzer, 1995; Mentzer, 1997).

Quando uma empresa decide elaborar uma atividade futura, a previsão de vendas é dos primeiros pontos de partida para o plano. Estas atividades carecem quase sempre de algum investimento ou, de alguma preparação e, estamos a falar dos recursos mais importantes que as empresas dispõem, ou seja, dos recursos financeiros, humanos e de tempo. Sendo assim, torna-se impossível atingir os objetivos sem uma previsão devidamente fundamentada.

Cabe ao departamento de marketing e vendas, estar atualizado dos planos de objetivos, de campanhas e promoções dos produtos e novos produtos. Estas previsões devem ter em consideração vários fatores como por exemplo, os custos, economias de escala, o preço de venda ao público, as campanhas de marketing, a sazonalidade, as alterações no produto e flutuações conjunturais. Resumindo, os gestores de marketing, mediante o plano de previsão de determinado bem, fixam objetivos de vendas e de crescimento e, conhecendo ou, tendo uma ideia mais real do mercado, podem motivar os vendedores para alcançar esses objetivos e até supera-los.

Ao departamento da área financeira, cabe conhecer as previsões de vendas dos produtos e serviços da empresa para poder preparar as contas de exploração e os orçamentos de previsão de custos e proveitos. Na generalidade, os orçamentos são anuais e têm um horizonte temporal dentro de 1 a 5 anos (Cooper, 1990; Caiado, 2002).

Ao gestor de compra e produção cabe-lhe planear e organizar, no sentido das vendas de cada SKU (*stock keeping unit*), todo o processo de aquisição de mercadorias, matérias-primas e equipamentos necessários à produção e comercialização, portanto, os meios (Caiado, 2008).

Finalmente, cabe ao departamento de logística, assegurar a armazenagem, o processo de encomendas e o transporte dependendo sempre da procura dos clientes, para evitar ruturas de stock e excessos do mesmo o que, geraria, respetivamente uma insatisfação por parte do cliente e, ocupação de espaço desnecessário em armazém com stocks mortos. A disponibilização dos stocks também é da competência deste departamento, no sentido de analisar os produtos com mais rotação e armazená-los em locais de mais saída e para os de menos rotação. Tudo isto implica ter um sistema devidamente previsto, calculado e, só depois, especulado se necessário.

Acima de tudo, todos estes departamentos estão interligados. A importância da transversalidade de departamentos no que toca a, partilha de informação, para tomadas de decisão. Tudo isto faz parte de todo um processo logístico da empresa, desde ao fluxo de informação, financeiro, de recursos humanos e de produtos.

### **2.1.2. QUANDO E O QUE PREVER?**

Alguns estudos apontam que a maioria dos gestores e empresários tendem a ser bastante otimistas nas previsões para as suas empresas. As consequências a isso podem gerar recursos valiosos mal empregues e tudo o que isso implica. Torna-se de uma importância fundamental, estimar o risco de incerteza para empresas que trabalhem com gestão de stocks de produtos acabados e das compras (Gugarati, 2003; Hill, 2008).

O comportamento do consumidor poderá ser sempre uma variável difícil de definir contudo, e de um modo geral, quanto maior for a procura para uma empresa, menor será a incerteza das previsões. Alguns estudos apontam que existe algum desfasamento entre o que o cliente ou potencial cliente diz e no que coloca em prática, exemplo disso foi o estudo de mercado elaborado pelas companhias de telemóveis que, no final os resultados desse mesmo estudo, revelaram estarem distantes dos esperados. Existem outros fatores que influenciam diretamente o comportamento dos consumidores, como as más notícias, crises económicas e políticas, guerras e greves. Em tempos destes, as empresas tendem a adaptar os seus produtos e preços a estas situações o que, pode gerar um comportamento da procura muito diferente e impreciso comparado com anteriores estudos.

Todo o registo de informação é importante para mais tarde se poder realizar previsões e tomadas de decisão. As previsões podem ser de curto, médio e longo prazo, sendo de 6 meses a 1 ano, 2 a 3/4 anos, e mais de 5, respetivamente (Hogarth, 1981). O registo de informação, seja das vendas como de custos de publicidade, alturas promocionais, serão dados fulcrais para que, 4/5 anos mais à frente, se possa prever com erros de previsão reduzidos, garantindo mais os resultados das empresas.

### **2.1.3. DIFERENTES PERSPETIVAS DE PREVISÃO: QUALITATIVA E QUANTITATIVA**

Os métodos de previsão podem ser divididos em duas categorias no entanto bastante diferentes. Estes métodos podem apoiar-se em duas perspetivas distintas, a qualitativa e a quantitativa (Caiado, 2011; Hyndman, 2012). A abordagem qualitativa não se baseia em números mas sim em opiniões de pessoas com experiência e conhecimento na matéria. Ainda assim, esta abordagem pode ser combinada com métodos estatísticos. Este método baseia-se principalmente quando não existem dados suficientes para se poder elaborar uma previsão quantitativa, isto é, com dados preexistentes e estatísticos, por exemplo, o lançamento de um novo produto.

A perspetiva qualitativa pode ser uma boa alternativa quando existem alterações bastante significativas no comportamento passado das vendas. As técnicas de previsão dos especialistas podem basear-se na opinião dos executivos, da opinião dos especialistas, da força de vendas e das expectativas dos consumidores.

As opiniões dos executivos e dos especialistas, baseiam-se mais numa previsão feita autonomamente por cada gestor executivo (comercial, financeiro, marketing e vendas, produção e logística) que, depois de reunidos e apresentadas as previsões, o diretor geral toma uma decisão. É um método bastante simples contudo, carece de alguma falta de racionalidade quando outras variáveis podem estar correlacionadas.

A força de vendas por outro lado, um outro método qualitativo, passa pela opinião dos vendedores que, por estarem em permanente contacto com os clientes, conferem-lhes certos privilégios tanto de informação como de intuição. Contudo, existe uma tendência para olhar à última venda realizada, ou não, e assumir daí um resultado o que pode originar algum desfasamento final.

Por fim, nestes que são apresentados, vem o método das expectativas dos consumidores. Este método não é mais do que tentar passar questionários aos possíveis

consumidores acerca das suas intenções futuras de compra. Consistindo ainda assim em falar com o cliente final, estudos elaborados provam que existem diferença no que o consumidor diz, para o que faz isto porque, nem sempre planeiam fazer o que dizem.

A abordagem quantitativa é possível quando existem dados históricos numéricos disponíveis e é razoável admitir que certos aspetos dos padrões passados manter-se-ão no futuro. Neste trabalho, utilizar-se-á a abordagem quantitativa, uma vez que dispomos de informação preexistente e que, nos permite ter um risco de incerteza mais reduzido dado que trabalharemos com bastantes clientes.

Uma série temporal consiste num conjunto de observações de uma variável, feitas em períodos sucessivos de tempo, durante um determinado intervalo. Exemplos disso são: a cotação diária de ações, a venda semanal de um produto, o número mensal de dormidas em hotelaria numa região, o lucro anual de uma empresa, a temperatura mínima, máxima e média de uma cidade (Murteira, 1994).

A análise de séries temporais considera três padrões de comportamentais: tendências, movimentos oscilatórios ou cíclicos e sazonalidades (Caiado, 2011; Hyndman, 2012). A tendência consiste no andamento mais notório da série durante um longo período de tempo. Os movimentos oscilatórios ou cíclicos estão associados às fases de expansão e recessão dos sistemas económicos. Em ciclos longos, as componentes de tendência e cíclica, são difíceis de separar, pelo que se podem tomar como uma única componente (tendência-cíclica). A sazonalidade consiste nas oscilações periódicas que ocorrem semanal, mensal, trimestral ou anualmente. Podem estar associadas com as estações do ano (temperatura do ar, consumo de água/electricidade, turismo, etc.), medidas administrativas (início e fim do ano escolar), tradições e costumes sociais ou culturais (aumento das vendas no período natalício) ou com as variações do calendário (número de dias úteis do mês/semana, número de sábados/feriados no mês).

#### **2.1.4. ETAPAS EM PREVISÃO**

Num processo de previsão de séries temporais, o analista deve seguir determinadas etapas fundamentais para a sua execução: a definição do problema, recolha dos dados, análise exploratória, explicação ou modelação, e previsão (Makridakis, 1998; Caiado, 2011).

Definição do Problema: dialogando com o cliente, é necessário como e por quem é que as previsões serão utilizadas, e como é que estas se encaixam na organização.

Recolha de Informação: esta etapa compreende a obtenção de: (1) dados numéricos e históricos, (2) informação acerca da experiência acumulada por quem utiliza os dados.

Frequentemente é difícil obter dados históricos suficientes para ajustar um bom modelo de previsão. Ocasionalmente, dados muito antigos não têm utilidade devido às modificações sofridas entretanto pela organização e, dados num tempo de horizonte muito curto, poderá aumentar o risco de incerteza. Estima-se que o ideal seja num período de tempo, compreendido entre 5 a 10 anos.

Análise Exploratória: inicia-se uma representação gráfica dos dados para a procura de: padrões consistentes, uma tendência explícita, sazonalidade evidente, presença de movimentos cíclicos e observações anómalas que necessitam e explicações do cliente e relações entre as variáveis em análise.

Escolha e Ajuste de Modelos: nesta fase, pretendemos escolher o modelo que melhor se ajusta à previsão. O tipo de modelo depende: dos dados históricos disponíveis, da magnitude das relações entre a variável de previsão e as variáveis explicativas, e de como irão ser utilizadas as previsões. Habitualmente compara-se o desempenho entre dois ou três modelos candidatos. A especificação de cada modelo envolve a determinação dos respetivos parâmetros que são “ajustados” aos dados históricos disponíveis.

Por último, a Utilização e Avaliação do Modelo de Previsão: uma vez escolhido o modelo e estimados os seus parâmetros, este é então finalmente usado para obter as previsões. O desempenho do modelo escolhido pode ser avaliado logo que os dados do período de previsão fiquem disponíveis.

## **2.2. TÓPICOS BÁSICOS DE PREVISÃO**

### **2.2.1. ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS**

O analista tem ao seu dispor, vários métodos de previsão, que permitem caracterizar a informação contida num conjunto de dados. As medidas estatísticas univariadas mais utilizadas em previsão são (Dalrymple, 1975; Gardner, 1985; Chatfield, 2001; Hamilton, 2006; Wei, 2007; Murteira, 2010; Caiado, 2011; Ramos, 2012):

- A média;
- A mediana;
- Os percentis;

- A variância e o desvio padrão;
- Autocorrelação;
- Autocorrelação parcial.

As medidas estatísticas bivariadas mais utilizadas em previsão são:

- Covariância;
- Correlação.

Para calcular os valores médios de uma amostra, considera-se o seguinte modelo, em que,  $N$  é o nº total de observações do conjunto de dados univariados e  $x_i$  a  $i$ -ésima observação. A média ou valor médio obtém-se da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = (x_1 + x_2 + \dots + x_N) / N \quad (2.1)$$

A mediana traduz-se no valor que divide um conjunto de dados ordenados (por ordem crescente ou decrescente), em duas partes iguais, seja:

$$\tilde{x} = \begin{cases} \frac{x_{(\frac{N}{2})} + x_{(\frac{N}{2}+1)}}{2}, & \text{se } N \text{ é par} \\ x_{(\frac{N+1}{2})}, & \text{se } N \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (2.2)$$

Os percentis são úteis para descrever a distribuição do conjunto dos dados, por exemplo, o 90º percentil determina o 90% menor de dados, ao passo que, o 50º percentil é a mediana.

Ainda nos percentis, um outro indicador estatístico útil para descrever a distribuição do conjunto de dados é a amplitude inter-quartil (*interquartile range* ou *IQR*). A amplitude inter-quartil é a diferença entre o 75% percentil (1º quartil) e o 25% percentil (3º quartil). Esta amplitude contém 50% das observações centrais. Uma outra medida a variabilidade (dispersão) do conjunto de dados, muito utilizada, é o desvio padrão:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.3)$$

A variância do conjunto de dados é dada por:

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.3.1)$$

O desvio padrão tem a vantagem, em relação à variância, de ser expresso nas unidades das observações. A covariância é uma estatística bivariada que mede como duas variáveis variam conjuntamente. Habitualmente, a covariância entre duas variáveis  $x$  e  $y$ , é definida por:

$$\text{cov}_{x,y} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \quad (2.4)$$

onde,  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  são, repetidamente, as médias de  $x$  e  $y$  e  $N$  é o número de observações de cada variável. As unidades da covariância são problemáticas (é difícil de interpretar ton./ano-mpg). A magnitude depende das unidades envolvidas. O coeficiente de correlação, ou simplesmente correlação, resolve o problema de escala da covariância. A correlação entre duas variáveis  $x$  e  $y$  é definida por:

$$r_{x,y} = \frac{\text{cov}_{x,y}}{S_x S_y} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (2.5)$$

Ao contrário da covariância, a correlação é adimensional. O valor de  $r_{x,y}$  varia entre 1 e -1, com:

- Valores negativos a indicarem uma relação negativa (à medida que uma variável aumenta, a outra variável diminui), e,
- Valores positivos a indicarem uma relação positiva (à medida que uma variável aumenta, a outra variável também aumenta).

É possível, duas variáveis terem um elevado grau de correlação não linear e um baixo coeficiente de correlação. A autocorrelação é uma estatística que mede a correlação entre pares de valores de uma série temporal desfasados em 1, 2, ou mais períodos. Por exemplo,  $r_1$  mede a correlação entre  $y_t$  (observação no instante  $t$ ) e  $y_{t-1}$  (a observação no instante  $t-1$ ),  $r_2$  mede a correlação entre  $y_t$  e  $y_{t-2}$  (a observação no instante  $t-2$ ), e assim sucessivamente. A autocorrelação para o desfasamento (lag)  $k \in \mathbb{N}$ , é definida por:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}, \quad (2.6)$$

onde  $T$  é o número de observações da série temporal  $k \leq T-1$ . Ao conjunto das autocorrelações  $r_1, r_2, \dots, r_p$  ( $p \leq T-1$ ) de uma série temporal chama-se Função de AutoCorrelação (FAC). Ao gráfico da FAC chama-se correlograma.

Nos modelos lineares univariados de séries temporais descreve-se o comportamento da variável em estudo com base exclusivamente nos seus valores passados sendo a principal estatística de análise a FAC, visto que mede a correlação entre pares de valores da série desfasados em 1, 2 e mais períodos.

Para além de se analisar a correlação entre pares de valores da série desfasados interessa também investigar a correlação entre esses pares depois de eliminado o efeito que sobre elas exercem os valores intermédios. Esta correlação condicional designa-se por Função de AutoCorrelação Parcial (FACP). A estimação da FACP pode feita de modo recursivo usando a expressão seguinte:

$$p_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} p_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} p_{k-1,j} r_j} \quad (2.7)$$

com  $p_{11} = r_1$  (inicialização) e  $p_{kj} = p_{k-1,j} - p_{kk} p_{k-1,k-j}, j = 1, 2, \dots, k-1$ .

### 2.2.2. TRANSFORMAÇÕES E AJUSTES

Muitas das vezes, o analista, devido a efeitos cíclicos, sazonais, ou de calendário, precisa de recorrer aos métodos de decomposição de séries temporais. Este método, permite, por exemplo, na gestão de vendas, eliminar alguns fatores atípicos agudos, que possam influenciar em erro, as previsões de vendas, ou seja, este método, não é realmente um método de previsão, mas a sua utilidade permite, decompor e isolar as forças componentes das séries temporais, possibilitando uma melhor racionalização do padrão do seu comportamento, de forma a ajudar o trabalho da previsão.

Determinadas transformações e/ou certos ajustes nos conjuntos de dados, podem conduzir a um modelo de previsão mais simples.

Essas transformações e ajustes podem ser (Caiado, 2011):

- Transformações matemáticas;

- Ajustes de calendário;
- Ajustes de população;
- Ajustes de inflação.

O objetivo é simplificar os padrões dos dados históricos, removendo fontes de variação conhecida, ou então, tornando o padrão mais consistente ao longo do tempo. Séries caracterizadas por padrões mais simples, habitualmente, permitem a obtenção de previsões mais precisas. Se os dados mostram uma variação que aumenta ou diminui com o nível da série, então uma transformação matemática poderá ser útil. Começando pela transformação logarítmica  $w_t = \log(y_t)$ . Esta transformação é frequentemente útil, dado que, é bastante interpretável, ou seja, as variações nos dados transformados, correspondem a variações proporcionais a estas nos dados originais. As transformações de potência  $w_t = y_t^p$ . Neste caso, também são por vezes utilizadas as raízes quadrada ( $\sqrt{y_t}$ ), e cúbica ( $\sqrt[3]{y_t}$ ), embora não sejam tão facilmente interpretáveis. Uma família de transformações habitualmente utilizada em previsão, é a família de transformações de Box-Cox, que se designa por:

$$w_t = \begin{cases} \log(y_t), & \lambda = 0 \\ (y_t^\lambda - 1) / \lambda, & \lambda \neq 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

onde,  $\lambda$  é um parâmetro real, habitualmente entre -1 e 2. (A transformação logarítmica de base e, as transformações de potência, com um pequeno ajuste, estão incluídas na família Box-Cox).

No caso de uma série sazonal, o valor  $\lambda$  adequado, é aquele que torna a amplitude da variação sazonal constante ao longo do tempo, uma vez que, essa transformação torna o modelo de previsão mais simples. Analisando um pouco mais ao pormenor, por exemplo, admitindo que a série da produção mensal de uma empresa,  $\lambda = 0,3$  é o valor adequado, contudo, é preciso ter em atenção de quem, qualquer valor entre 0 e 0,5, irá produzir resultados semelhantes. Após a obtenção das previsões, usando a série transformada, é necessário então, a aplicação a estas, a transformação inversa.

A transformação de Box-Cox inversa, é dada por:

$$y_t = \begin{cases} e^{w_t}, & \lambda = 0 \\ (\lambda w_t + 1)^{1/\lambda}, & \lambda \neq 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

A transformação que segue, é a transformação de potência. Para esta, torna-se relevante referir que:

- Se a série temporal contiver, pelo menos, uma observação negativa ou nula, a transformação de potência não é possível, a menos que seja adicionada uma constante a todos os valores da série, de modo a que os torne todos positivos;
- Deve-se escolher um valor para  $\lambda$  simples, uma vez que simplifica as interpretações;
- Os resultados de previsão são, habitualmente, relativamente insensíveis ao valor de  $\lambda$ ;
- Habitualmente não existe a necessidade de qualquer transformação;
- Por vezes, as transformações não alteram substancialmente as previsões, mas provocam um grande impacto nos intervalos de previsão.

Por vezes, alguma da variação observada nos dados sazonais, poderá ser consequência de efeitos de calendário, agora, o ajuste de calendário ou seja, tendo em conta de que, um mês é constituído por 5 dias da semana úteis, e dois não úteis, ou que, por vezes, num mês encontramos mais fins de semanas do que num outro e menos dias. Estes simples acontecimentos, podem originar variações bastante notórias e implicativas nas séries temporais. Neste caso, é preferível remover essa variação antes de ajustar um modelo de previsão. São eles:

O ajustamento *length-of-month*, é caracterizado pela transformação dos dados de uma série mensal, em virtude do número de dias do respetivo mês (Caiado, 2011):

$$Y_t^{[m]} = Y_t \times \frac{\overline{nd}}{nd_t}, \quad (2.10)$$

onde,  $\overline{nd}$  é a média dos números de dias por mês, (365,25 dias/12 meses = 30,4375), e  $nd_t$  o número de dias do mês  $t$ . O ajustamento *4 vs. 5 week periods*, que baseia-se em corrigir os dados da série mensal, em virtude com o número de fins-de-semana (Sábados e/ou Domingos) de cada mês:

$$Y_t^{[s]} = Y_t \times \frac{\overline{ns}}{ns_t}, \quad (2.11)$$

onde,  $\overline{ns}$  é o número de fins-de-semana, que existem em média por cada mês (52,18 semanas/12 meses = 4,348), e  $ns_t$  o número de fins-de-semana do mês  $t$ . Finalmente, o *trading*

*day adjustment*, os dias são classificados em dias úteis ou não úteis (*trading days*), (*non trading days*), respectivamente, e os dados da série original são transformados em virtude de o número de dias úteis de cada mês/semana:

$$Y_t^{[d]} = Y_t \times \frac{\overline{ndu}}{ndu_t}, \quad (2.12)$$

onde,  $\overline{ndu}$  é o número de dias úteis, em média, por mês/semana, e  $ndu_t$  o número de dias úteis do mês/semana  $t$ .

No caso do ajuste de população, admite que, quaisquer dados que sejam afetados pela variação da população, devem ser ajustados para dados *per-capita*, ou seja, dados por pessoa (ou por mil pessoas, ou por 100 mil pessoas, ou 1 milhão de pessoas, etc.) em vez de no total. Por exemplo, se se estiver a estudar o número de camas num hospital, numa dada região e ao longo do tempo, os resultados são mais fáceis de interpretar removendo o efeito da variação do número de habitantes, e considerando o número de camas por mil habitantes. Assim poderemos observar, se realmente houve um aumento real do número de camas, ou se o aumento acompanhou apenas o aumento do número de habitantes. É possível que o número total de camas esteja a aumentar, mas o número de camas por mil habitantes esteja a diminuir. Isto ocorre quando a taxa de crescimento da população é superior à taxa de crescimento do número de camas do hospital.

O ajuste de inflação, abrange, por exemplo, os dados que são afetados pelo valor de mercado do dinheiro, e devem ser previamente ajustados, sendo assim, a forma mais correta de analisar a sua evolução ao longo do tempo. Por exemplo, se considerando que o custo médio de uma casa nova, com determinada topologia e numa determinada zona, vem aumentando nas últimas décadas derivado à inflação. Por essa razão, as séries temporais financeiras, são habitualmente ajustadas ao valor de mercado do dinheiro do ano respetivo. Estes ajustes, são efetuados usando um índice de preços. Para bens de consumo, utiliza-se habitualmente o índice de preços ao consumidor (IPC).

### 2.2.3. AVALIAÇÃO DOS ERROS DE PREVISÃO

O responsável pela previsão deve escolher, como foi anteriormente dito, dentro dos diferentes métodos de previsão, aquele que lhe forneça uma visão do futuro mais realista. Contudo, esta certeza só será possível, com o andar do tempo nas vendas em tempo real. Em contrapartida, o analista tem ainda um outro método, complementar aos métodos de previsão,

para averiguar o grau de certeza destes, através dos chamados critérios dos erros de previsão. O erro de previsão, sendo  $y_i$  o valor observado no instante  $i$  e  $\hat{y}_i$  a previsão de  $y_i$ , é definido por (Caiado, 2011; Ramos, 2012):

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (2.13)$$

As medidas de avaliação dos erros de previsão baseadas em  $e_i$ , estão dependentes da escala dos dados, e não podem ser utilizadas para comparação com outras séries expressas em escalas diferentes. As medidas dependentes da escala mais utilizadas são baseadas nos erros absolutos e nos erros quadráticos:

Erro Médio (*Mean Error*) e Erro Absoluto Médio (*Mean Absolute Error*):

$$ME = \text{média}(e_i), \quad MAE = \text{média}(|e_i|) \quad (2.14)$$

Raiz Quadrada do Erro Médio (*Root Mean Squared Error*):

$$RMSE = \sqrt{\text{média}(e_i^2)} \quad (2.15)$$

Quando se comparam vários modelos de previsão de um conjunto de dados, o MAE é o mais utilizado, devido à sua facilidade de interpretação. O erro percentual é dado por:

$$p_i = \frac{e_i}{y_i} \times 100 \quad (2.16)$$

Os erros percentuais têm a vantagem de serem adimensionais, sendo portanto, habitualmente utilizados para comparar desempenhos de previsão relativos a diferentes conjuntos de dados. A medida mais habitual é designada por:

Erro Percentual Médio (*Mean Percentage Error*) e Erro Percentual Absoluto Médio (*Mean Absolute Percentage Error*):

$$MPE = \text{média}(p_i), \quad MAPE = \text{média}(|p_i|) \quad (2.17)$$

No entanto, existem algumas desvantagens nas medidas baseadas em erros percentuais a referir:

- São infinitas ou indefinidas se  $y_i = 0$ , para algum instante  $i$ ;

- Assumem valores extremos quando  $y_i \approx 0$ , para algum instante  $i$ ,
- Assumem um zero não arbitrário; (Exemplo: não fazem sentido em previsões de temperatura em escalas Fahrenheit ou Celsius; os pontos zero de ambas escalas não refletem a ausência de temperatura);
- Pesam mais os erros positivos do que os negativos.

O Erro Escalado Absoluto Médio pode ser usado em alternativa ao MAPE, para comparar desempenhos de previsão relativos a conjuntos de dados expressos em escalas diferentes. A ideia é escalar os erros com o MAE de um método de previsão simples, do conjunto de treino (definição à frente). Para Séries Temporais Não-Sazonais e Sazonais, o erro escalado  $q_j$  utiliza previsões naïve sazonais, e é dado respetivamente por:

$$q_j = \frac{e_j}{\frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T |y_t - y_{t-1}|} \quad (2.17),$$

$$q_j = \frac{e_j}{\frac{1}{T-m} \sum_{t=m+1}^T |y_t - y_{t-m}|} \quad (2.18)$$

O Erro Escalado Absoluto Médio (*Mean Absolute Scaled Error*) é obtido por:

$$\text{MASE} = \text{média} (|q_j|) \quad (2.19)$$

O MASE é, respetivamente, inferior ou superior a 1 se a previsão é melhor ou pior do que a previsão média do método de previsão mais simples para o conjunto de treino. Analogamente, pode definir-se o erro escalado quadrático médio (*Mean Squared Scaled Error*) onde os erros (do conjunto de treino ou do conjunto de teste), são quadráticos. Torna-se relevante referir que é incorreto avaliar o desempenho de previsão pelo ajuste do modelo aos dados históricos, ou seja, a avaliação do desempenho deve ser efetuada usando dados históricos que não foram utilizados no ajuste do modelo.

Típicamente, divide-se o conjunto de dados em dois conjuntos:

- Conjunto de treino, que é utilizado para fazer o ajuste do modelo de previsão;
- Conjunto de teste, que é utilizado para avaliar o desempenho do modelo de previsão ajustado.

Típicamente, o conjunto de teste consiste nos últimos 20% do conjunto de dados, podendo este valor ser ajustado em função do número de observações disponíveis e do

horizonte temporal das previsões. No entanto, é importante ter-se em atenção às seguintes afirmações:

- Um modelo que se ajusta bem aos dados, pode ter um mau desempenho na previsão;
- Um ajuste perfeito pode sempre ser obtido desde que o modelo tenha o número suficiente de parâmetros;
- Um sobre-ajuste do modelo (utilização de um número excessivo de parâmetros), é tão prejudicial, como uma identificação incorreta dos padrões dos dados.

#### 2.2.4. DIAGNÓSTICOS DOS RESÍDUOS

Em previsão, um resíduo é a diferença entre um valor observado e a sua previsão, baseada em outras observações:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (2.20)$$

Para séries temporais, o resíduo é baseado em previsões a um passo, isto é,  $\hat{y}_i$  é a previsão de  $y_i$  baseada nas observações  $y_1, y_2, \dots, y_{i-1}$ . Num bom método de previsão é essencial que os resíduos sejam não correlacionados e tenham média nula. Se não forem correlacionados, os resíduos contêm ainda informação que deve ser utilizada no cálculo das previsões. Se não tiverem média nula, as previsões são enviesadas.

Qualquer método de previsão que não satisfaça estas propriedades pode ser melhorado. Para a média, não sendo esta nula e sendo de  $m$ , deve-se adicionar  $m$  a todas as previsões, e o problema do enviesamento fica resolvido. Quanto à forma de solucionar a existência de correlação entre os resíduos, esta irá ser tratada mais tarde. Em todo o caso, é sempre possível melhorar os métodos de previsão que satisfaçam essas propriedades.

É possível ter vários métodos de previsão para o mesmo conjunto de dados que satisfaçam estas propriedades. A verificação destas propriedades torna-se relevante para analisar se o método de previsão está a utilizar corretamente toda a informação contida nos dados, mas não para selecionar um método de previsão de entre vários candidatos.

Para além daquelas propriedades, é vantajoso (mas não necessário) que (Ramos, 2012):

- (1) os resíduos tenham variância constante;

(2) que tenham distribuição aproximadamente normal.

O cálculo de intervalos de previsão fica facilitado se estas duas propriedades forem satisfeitas. A aplicação de uma transformação aos dados poderá levar a que o método de previsão satisfaça estas propriedades. O melhor método de previsões para índices do mercado de ações é, habitualmente, o método *naive*, onde cada previsão é igual ao último valor observado.

$$\hat{y}_t = y_t - 1 \quad (2.21)$$

Assim os resíduos são iguais à diferença entre observações consecutivas:

$$e_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - y_{t-1} \quad (2.22)$$

Para além da deteção de autocorrelações significativas através da análise visual à FAC, podem ser efetuados testes de hipóteses ao conjunto de valores  $r_k$  como um *cluster*, chamados de testes de Portmanteau. Estes testes, não são individuais aos valores de  $r_k$  visto que se o fossem, pelo seu elevado número, seria provável que pelo menos um deles desse um falso positivo, o que nos levaria a concluir que os resíduos ainda teriam alguma correlação, quando de fato não seria verdade. Para isso, é necessário testar se as primeiras  $b$  autocorrelações são significativamente diferentes das que se esperaria obter de uma série ruído branco. Assim sendo, os testes mais utilizados são o teste de *Box-Pierce* e o teste de *Ljung-Box*. O teste de *Box-Pierce* é designado por:

$$Q = T \sum_{k=1}^b r_k^2 \quad (2.23)$$

O de *Ljung-Box* (mais eficiente) é baseado na estatística:

$$Q^* = T(T+2) \sum_{k=1}^b \frac{r_k^2}{T-k} \quad (2.24)$$

onde,  $b$  é o *lag* máximo considerado e  $T$  é o número de observações. Sugere-se  $b=10$  para dados não sazonais e  $b=2m$  para dados sazonais ( $m$  é o período de sazonalidade). Se cada  $r_k$  é aproximadamente zero, então  $Q$  e  $Q^*$  serão baixos. Se algum dos  $r_k$  for elevado (positivo ou negativo), então  $Q$  e  $Q^*$  serão elevados, sugerindo que as autocorrelações não provêm de uma série ruído branco. Mas qual o limite? Se as autocorrelações fossem de uma série ruído branco, então  $Q$  e  $Q^*$  teriam distribuição  $\chi^2 = (b-K)$ , onde  $K$  é o número de parâmetros do modelo

de previsão. Rejeitaríamos também a hipótese nula ( $H_0 : r_1 = r_2 = \dots = r_b = 0$ ) com um nível de significância  $\alpha$  se o valor de  $Q$  e  $Q^*$  excedesse o  $(1-\alpha)$  – quantil da distribuição  $\chi^2(b-K)$ , (i.e. se o valor- $p \leq 0,05$ , para  $\alpha = 0,05$ ). Para testes a dados raw,  $K=0$ .

### 2.2.5. INTERVALOS DE PREVISÃO

Uma vez obtidas as previsões da série em estudo, é relevante apurar-se os intervalos de previsão, estimando assim um limite inferior e superior entre os quais se espera que o respectivo valor desconhecido se insira, com uma determinada probabilidade, normalmente alta. Assumindo que os erros de previsão têm distribuição Normal de média zero, o intervalo de previsão aproximado para o próximo evento é de (Brockwel, 1991; Bowerman, 2005; Caiado, 2011):

$$[\hat{y}_t - Z\hat{\sigma}, \hat{y}_t + Z\hat{\sigma}] \quad (2.25)$$

onde,  $\hat{\sigma}$  é uma estimativa do desvio padrão da distribuição da previsão e  $Z$  é um multiplicador que determina a percentagem do intervalo de previsão. Os níveis de confiança mais utilizados em intervalos de previsão são 80%, 90%, 95% e 99%, a que corresponde respetivamente os valores de  $Z$  iguais a 1.282, 1.645, 1.960 e 2.576.

Quando o objetivo se prende em prever acontecimentos um passo à frente, (isto é, com o horizonte temporal de um período), o desvio de padrão da distribuição da previsão é praticamente igual ao desvio de padrão da distribuição dos resíduos. Isto é, são idênticos se o modelo de previsão não tiver parâmetros estimados, isto à semelhança do método naïve. O desvio de padrão da distribuição é ligeiramente superior que o desvio padrão dos resíduos quando, estamos perante métodos de previsão em que se envolvam valores estimados, apesar desta diferença ser ignorada. Assim sendo, o desvio padrão dos resíduos, fornece a estimativa do desvio padrão da distribuição da previsão  $\hat{\sigma}$ , necessária para o cálculo do intervalo de previsão. A fórmula (25), assume que os resíduos não são correlacionados e têm distribuição Normal se, e só se, todas as condições se assegurarem, caso contrário, esta fórmula não pode ser utilizada.

## 2.3. ALISAMENTO EXPONENCIAL

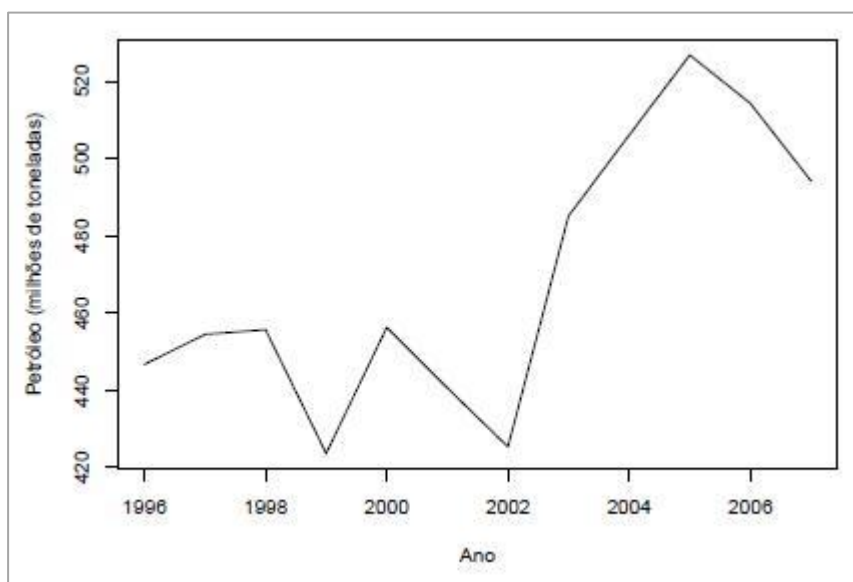
### 2.3.1. INTRODUÇÃO

Os métodos de alisamento exponencial, apareceram durante a II Guerra Mundial, em 1944 e Robert G. Brown, foi o responsável pelo seu aparecimento. A necessidade ocorreu derivado aos incêndios nos submarinos, quando tentavam encontrar, soluções preventivas de controlo para esses mesmos acidentes. Este modelo, é baseado em ponderadores exponencialmente decrescentes com a antiguidade dos acontecimentos, ou seja, as vendas de produtos sazonais, estão mais correlacionadas com os anos homólogos mais recentes, do que com as observações mais antigas.

### 2.3.2. ALISAMENTO EXPONENCIAL SIMPLES

O mais simples dos métodos de alisamento exponencial, é o método de alisamento exponencial simples (AES). É mais adequado, para quando se trata de previsões de séries temporais que não possuam nem um padrão de tendência, nem sazonalidade.

A Figura 2.1 mostra uma restrição da série temporal da produção de petróleo (em milhões de toneladas) na Arábia Saudita entre 1965 e 2010 relativa ao período entre 1996 e 2007 (Hyndman, 2012; Ramos, 2012).



**Figura 2.1.** Produção de Petróleo Arábia Saudita.

Podemos reparar que, a produção de petróleo ao longo dos anos, não apresenta qualquer sinal de sazonalidade e de tendência. Assim sendo, poderíamos optar pelo método

naïfe ou pelo método da média. Se optássemos pelo primeiro, então poderíamos considerar as previsões da seguinte maneira (Winters, 1960):

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_T, \quad (2.26)$$

para  $h = 1, 2, \dots$ . Ou seja, pelo método naïfe, afirmamos que a observação mais recente é a única mais relevante para o futuro, considerando assim que, todo o peso é dado à última observação sendo possível portanto, considerar como uma média ponderada. Pelo método da média, as previsões futuras são iguais à média dos dados anteriores, ou seja:

$$\hat{y}_{T+h|T} = \bar{y} = (y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_T) / T, \quad (2.27)$$

para  $h = 1, 2, \dots$ . Assim sendo, o método da média assume que todas as observações têm um peso igual, considerando assim, um método ponderado de igual valor para todos os acontecimentos. O conceito subjacente do Alisamento Exponencial, é atribuir um maior peso às observações mais recentes, em vez das mais antigas. As previsões são calculadas, usando médias ponderadas onde os pesos decrescem exponencialmente com a antiguidade das observações, como podemos observar (Brown, 1963; Gardner, 1995; Gardner, 2006):

$$\hat{y}_{T+h|T} = \alpha y_T + \alpha(1-\alpha)y_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{T-2} + \alpha(1-\alpha)^3 y_{T-3} + \dots, \quad (2.28)$$

onde,  $0 \leq \alpha \leq 1$  é o parâmetro de alisamento (ou amortecimento) e onde a taxa de decrescimento é controlada pelo  $\alpha$ .

A forma de AES mais conhecida é a forma de componente cujas equações da previsão e do nível são:

- Equação da previsão:  $\hat{y}_{t+1|t} = l_t$
- Equação do nível:  $l_t = \alpha y_t + (1-\alpha)l_{t-1}$  (2.29)

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde  $l_t$  é o nível (ou valor alisado) da série no instante  $t$  e  $e_t = y_t - l_{t-1} = y_t - \hat{y}_{t|t-1}$ , ou seja, o erro de previsão a 1-passo dentro da amostra no instante  $t$ . Os erros de previsão dentro da amostra conduzem ao ajustamento/correção do nível estimado. Por exemplo, se o erro no instante  $t$  é negativo, então  $\hat{y}_{t|t-1} > y_t$ , e conseqüentemente, o nível no instante  $t-1$  foi sobrestimado. O que significará que o novo nível  $l_t$  será o nível anterior  $l_{t-1}$  ajustado para baixo. Quanto mais próximo de 1 for o valor

de  $\alpha$ , então maiores (mais rápidos) serão os ajustamentos. Inversamente, quanto mais próximo de 0 for o valor de  $\alpha$ , menores (mais lentos) serão os ajustamentos.

### 2.3.3. MÉTODO DE TENDÊNCIA LINEAR DE HOLT

O método de tendência linear de Holt é uma extensão do AES para permitir a previsão de dados com tendência. Este método envolve a equação de previsão e duas equações de alisamento (uma para o nível e outra para a tendência), (Ramos, 2012):

- Equação da previsão:  $\hat{y}_{t+h|t} = l_t + hb_t$  (2.30)

- Equação do nível:  $l_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$  (2.31)

- Equação da tendência:  $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}$ , (2.32)

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde:

- $l_t$  é a estimativa do nível da série no instante  $t$ ;
- $b_t$  é a estimativa da tendência (declive) da série no instante  $t$ ;
- $0 \leq \alpha \leq 1$  é o parâmetro de alisamento do nível;
- $0 \leq \beta^* \leq 1$  é o parâmetro de alisamento da tendência;
- $h = 1$  é o passo da previsão dentro da amostra.

Tal como o AES, a equação do nível mostra que  $l_t$  é a média ponderada entre a observação  $y_t$  e a previsão a 1-passo à frente dentro da amostra para o instante  $t$  ( $l_t - l_{t-1}$ ). A equação da tendência mostra que  $b_t$  é a média ponderada entre a tendência estimada no instante  $t$ , baseada em  $l_t - l_{t-1}$ , e a estimativa anterior da tendência  $b_{t-1}$ . Ao contrário do AES, a equação da previsão já não é “plana”. A previsão h-passos à frente (fora da amostra) obtém-se adicionando a última estimativa do nível com a última da tendência multiplicada por  $h$ :

$$\hat{y}_{T+h|T} = l_T + hb_T, \quad h = 1, 2, 3, \dots \quad (2.33)$$

Logo, aqui as previsões são função linear de  $h$ .

A forma de correção do erro das equações do nível e da tendência do método de tendência linear de Holt mostram os ajustamentos em termos dos erros de previsão a 1-passo dentro da amostra:

$$\begin{aligned} l_t &= l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t \\ b_t &= b_{t-1} + \alpha \beta^* e_t \end{aligned} \quad (2.34)$$

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde:

$$\begin{aligned} e_t &= y_t - (l_{t-1} + b_{t-1}) \\ &= y_t - \hat{y}_{t|t-1} \end{aligned} \quad (2.35)$$

#### 2.3.4. MÉTODO DE TENDÊNCIA EXPONENCIAL

Uma variante do método de tendência linear de Holt é obtida permitindo que o nível e o declive sejam multiplicados (em vez de adicionados). As suas equações da previsão, nível e tendência são (Ramos, 2012):

- Equação da previsão:  $\hat{y}_{t+h|t} = l_t \cdot b_t^h$  (2.36)

- Equação do nível:  $l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \cdot l_{t-1} \cdot b_{t-1}$  (2.37)

- Equação da tendência:  $b_t = \beta^* \frac{l_t}{l_{t-1}} + (1 - \beta^*) b_{t-1}$  (2.38)

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde:

- $l_t$  é a estimativa do nível da série no instante  $t$ ;
- $b_t$  é a estimativa da taxa de crescimento (em termos relativos) da série no instante  $t$ ;
- $0 \leq \alpha \leq 1$  é o parâmetro de alisamento do nível;
- $0 \leq \beta^* \leq 1$  é o parâmetro de alisamento da tendência;
- $h = 1$  é o passo da previsão dentro da amostra.

A tendência da equação da previsão é agora exponencial em vez de linear, e consequentemente as previsões projetam uma taxa de crescimento constante em vez de um declive constante. A forma de correção do erro do método de tendência exponencial é:

$$\begin{aligned}
l_t &= l_{t-1} \cdot b_{t-1} + \alpha e_t \\
b_t &= b_{t-1} + \alpha \beta^* \frac{e_t}{l_{t-1}}
\end{aligned}
\tag{2.39}$$

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde:

$$\begin{aligned}
e_t &= y_t - (l_{t-1} \cdot b_{t-1}) \\
&= y_t - \hat{y}_{t|t-1}
\end{aligned}
\tag{2.40}$$

### 2.3.5. MÉTODO DE TENDÊNCIA EXPONENCIAL AMORTECIDA

As previsões geradas pelo método de tendência linear de Holt apresentam indefinidamente uma tendência constante (crescente ou decrescente). As previsões geradas pelo método de tendência exponencial são ainda mais extremas ao apresentar um crescimento, ou decrescimento, exponencial. A evidência empírica mostra que estes métodos tendem a *sobreprever*, especialmente para horizontes de previsão longos. Gardner e McKenzie (1985) introduziram um parâmetro que “amortece” a tendência convergindo-a para uma linha plana. Os métodos que incluem uma tendência amortecida têm-se mostrado muito eficazes e são indiscutivelmente os métodos individuais mais utilizados quando se pretendem previsões automáticas de uma grande quantidade de séries.

#### Tendência Amortecida Aditiva:

Em conjugação com os parâmetros de alisamento  $0 \leq \alpha \leq 1$  e  $0 \leq \beta^* \leq 1$ , o método de tendência amortecida aditiva inclui ainda um parâmetro de amortecimento  $0 < \phi < 1$ , sendo as suas equações de previsão, nível e tendência as seguintes:

- Equação da previsão:  $\hat{y}_{t+h|t} = l_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h) b_t$  (2.41)

- Equação do nível:  $l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$  (2.42)

- Equação da tendência:  $b_t = \beta^* (l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*) \phi b_{t-1}$  (2.43)

para  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Se  $\phi = 1$  este método equivale ao método de tendência linear de Holt. As previsões convergem para  $l_t + \phi b_T / (1 - \phi)$ , quando  $h \rightarrow \infty$ , para qualquer  $0 < \phi < 1$ . O consequente efeito terá na medida em que, as previsões de curto-prazo são amortecidas e previsões de longo-prazo são constantes.

A forma de correção do erro das equações do nível, e da tendência do método e do método de tendência amortecida aditiva, são:

$$\begin{aligned} l_t &= l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha e_t \\ b_t &= \phi b_{t-1} + \alpha \beta^* e_t \end{aligned} \quad (2.44)$$

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde:

$$\begin{aligned} e_t &= y_t - (l_{t-1} + \phi b_{t-1}) \\ &= y_t - \hat{y}_{t|t-1} \end{aligned} \quad (2.45)$$

### **Tendência Amortecida Multiplicativa:**

Motivado pelo sucesso do desempenho das previsões do método de tendência amortecida aditiva, Taylor (2003) introduziu o parâmetro de amortecimento  $0 < \phi < 1$  no método de tendência exponencial, resultando o método de tendência amortecida multiplicativa.

- Equação da previsão:  $\hat{y}_{t+h|t} = l_t \cdot b_t^{(\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)}$  (2.46)

- Equação do nível:  $l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \cdot l_{t-1} \cdot b_{t-1}^\phi$  (2.47)

- Equação da tendência:  $b_t = \beta^* \frac{l_t}{l_{t-1}} + (1 - \beta^*) \cdot b_{t-1}^\phi$  (2.48)

para  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Este método irá produzir previsões ainda mais conservativas do que o método de tendência amortecida aditiva, quando comparado com o método linear de Holt.

A forma de correção do erro das equações do nível e da tendência do método de tendência amortecida multiplicativa é:

$$\begin{aligned} l_t &= l_{t-1} \cdot b_{t-1} + \alpha e_t \\ b_t &= b_{t-1}^\phi + \alpha \beta^* \cdot \frac{e_t}{l_{t-1}} \end{aligned} \quad (2.49)$$

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde:

$$\begin{aligned} e_t &= y_t - l_{t-1} b_{t-1}^\phi \\ &= y_t - \hat{y}_{t|t-1} \end{aligned}$$

### 2.3.6. MÉTODO SAZONAL DE HOLT-WINTERS

Holt e Winters estenderam o método de Holt para captar a sazonalidade. O método sazonal de Holt-Winters compreende a equação da previsão e três equações de alisamento – uma para o nível  $l_t$ , uma para a tendência  $b_t$  e uma para a sazonalidade  $s_t$ , com parâmetros de alisamento  $\alpha, \beta^*$  e  $\gamma$  respectivamente.

O período de sazonalidade, isto é, o período de tempo regular (número de observações) em que o fenómeno periódico se repete, é denotado por  $m$ . Por exemplo, se a sazonalidade é anual, para dados mensais  $m = 12$ , para dados trimestrais  $m = 4$ , e para dados semestrais  $m = 6$ . Este método é apropriado para séries que apresentam tendência linear e movimentos sazonais.

Existem duas variantes deste método que diferem na natureza da componente sazonal.

- O método aditivo é utilizado quando as variações sazonais são aproximadamente constantes ao longo da série. Neste método, a componente sazonal é expressa em termos absolutos nas unidades da série, e a equação do nível é sazonalmente ajustada subtraindo a componente sazonal. Em cada período de sazonalidade, a soma das componentes sazonais é aproximadamente 0.
- O método multiplicativo que, é utilizado quando as variações sazonais variam proporcionalmente com o nível da série. Neste método, a componente sazonal é expressa em termos relativos (percentagem), e a equação do nível é sazonalmente ajustada dividindo a componente sazonal. Em cada período de sazonalidade, a soma das componentes sazonais, é aproximadamente  $m$ .

A forma de componente para o método de Holt-Winters aditivo é:

- Equação da previsão:  $\hat{y}_{t+h|t} = l_t + hb_t + s_{t-m+h}^*$  (2.50)

- Equação do nível:  $l_t = \alpha y_t (y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$  (2.51)

- Equação da tendência:  $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$  (2.52)

- Equação da sazonalidade:  $s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$  (2.53)

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde:

- $l_t$  é a estimativa do nível da série no instante  $t$ ;
- $b_t$  é a estimativa da tendência (declive) da série no instante  $t$ ;
- $s_t$  é a estimativa da sazonalidade da série no instante  $t$
- $0 \leq \alpha \leq 1$  é o parâmetro de alisamento do nível;
- $0 \leq \beta^* \leq 1$  é o parâmetro de alisamento da tendência;
- $0 \leq \gamma \leq 1$  é o parâmetro de alisamento da sazonalidade;
- $b = 1$  é o passo da previsão dentro da amostra, com  $b_m^+ = [(b-1) \bmod m] + 1$ .

A equação do alisamento para o nível mostra uma média ponderada entre a observação ajustada de sazonalidade ( $y_t - s_{t-m}$ ) e a previsão não sazonal ( $l_{t-1} - b_{t-1}$ ) para o instante  $t$ . Por sua vez, a equação do alisamento para a tendência é idêntica à equação da tendência do método de tendência linear de Holt. A equação do alisamento para a componente sazonal mostra uma média ponderada entre o índice sazonal corrente ( $y_{t-1} - l_{t-1} - b_{t-1}$ ) e o índice sazonal do instante homólogo do período de sazonalidade anterior (i.e.,  $m$  instantes antes)  $s_{t-m}$ .

A equação da componente sazonal é frequentemente expressa da forma  $s_t = \gamma^*(y_t - l_t) + (1 - \gamma^*)s_{t-m}$ .

Como habitualmente, a restrição do parâmetro de alisamento da componente sazonal é  $0 \leq \gamma^* \leq 1$ , que corresponde a  $0 \leq \gamma \leq 1 - \alpha$ .

A forma de correção do erro das equações de alisamento do método de Holt-Winters aditivo é:

$$\begin{aligned} l_t &= l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t \\ b_t &= b_{t-1} + \alpha \beta^* e_t \\ s_t &= s_{t-m} + \gamma e_t \end{aligned} \tag{2.54}$$

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde:

$$\begin{aligned} e_t &= y_t - (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-1}) \\ &= y_t - \hat{y}_{t|t-1} \end{aligned} \tag{2.55}$$

é o erro de previsão 1-passo dentro da amostra no instante  $t$ .

A forma de componente para o método de Holt-Winters multiplicativo é:

- Equação da previsão:  $\hat{y}_{t+h|t} = (l_t + hb_t) + s_{t-m+h}^+$  (2.56)

- Equação do nível:  $l_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$  (2.57)

- Equação da tendência:  $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}$  (2.58)

- Equação da sazonalidade:  $s_t = \gamma \frac{y_t}{l_{t-1} + b_{t-1}} + (1-\gamma)s_{t-m}$  (2.59)

E a forma de correção do erro é:

$$\begin{aligned} l_t &= l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \frac{e_t}{s_{t-m}} \\ b_t &= b_{t-1} + \alpha\beta^* \frac{e_t}{s_{t-m}} \\ s_t &= s_{t-m} + \gamma \frac{e_t}{l_{t-1} + b_{t-1}} \end{aligned} \quad (2.60)$$

para  $t = 1, 2, \dots, T$ , onde  $e_t = y_t - (l_{t-1} + b_{t-1})s_{t-m}$ .

Um método que é frequentemente o melhor método de previsão para dados sazonais, é o método de Holt-Winters com uma tendência amortecida e sazonalidade multiplicativa.

A forma de componente deste método é:

- Equação da previsão:  $\hat{y}_{t+h|t} = [l_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)b_t]s_{t-m+h}^+$  (2.61)

- Equação do nível:  $l_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1-\alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$  (2.62)

- Equação da tendência:  $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta^*)\phi b_{t-1}$  (2.63)

- Equação da sazonalidade:  $s_t = \gamma \frac{y_t}{l_{t-1} + \phi b_{t-1}} + (1-\gamma)s_{t-m}$  (2.64)

para  $t = 1, 2, \dots, T$ .

### 2.3.7. MODELOS DE ESPAÇO DE ESTADO INOVATIVOS

Considerando todas as combinações possíveis da componente de tendência e da componente sazonal obtêm-se 15 métodos de alisamento exponencial diferentes, que se mostram na tabela seguinte.

Componente de tendência	Componente sazonal		
	N (Nenhuma)	A (Aditiva)	M (Multiplicativa)
N (Nenhuma)	(N,N)	(N,A)	(N,M)
A (Aditiva)	(A,N)	(A,A)	(A,M)
A <sub>d</sub> (Amortecida aditiva)	(A <sub>d</sub> ,N)	(A <sub>d</sub> ,A)	(A <sub>d</sub> ,M)
M (Multiplicativa)	(M,N)	(M,A)	(M,M)
M <sub>d</sub> (Amortecida multiplicativa)	(M <sub>d</sub> ,N)	(M <sub>d</sub> ,A)	(M <sub>d</sub> ,M)

**Tabela 2.1.** Taxonomia dos métodos de alisamento exponencial (adaptado de Hyndman, 2012).

Com base nos métodos de AE é possível definir modelos estatísticos, designados por modelos de espaço de estado, que para além de gerarem as mesmas previsões pontuais,

- geram também intervalos de previsão e
- permitem a utilização de um critério objetivo de seleção de modelos candidatos.

Cada modelo estatístico consiste em:

- uma equação da medida (ou observação) - descreve os dados;
- uma ou mais equações do estado (ou transições) – descrevem como as componentes ou estados (nível, tendência, sazonalidade) não observados variam com o tempo.

Para cada método existem dois modelos, um com erros aditivos e um com erros multiplicativos. Cada modelo é identificado por um terno de letras (E, T, S) que especifica o tipo de cada componente:

- Erro – cujas possibilidades são {A, M};
- Tendência – cujas possibilidades são {N, A, Ad, M, Md};
- Sazonalidade – cujas possibilidades são {N, A, M}.

Existem 30 modelos de espaço de estado: 15 com erros aditivos e 15 com erros multiplicativos. Para designar cada modelo utiliza-se a label ETS( , , ), onde ETS significa “Exponential Smoothing”.

As duas tabelas seguintes apresentam as equações de todos os modelos de espaço de estado inovativos.

T	S		
	N	A	M
N	$y_t = \ell_{t-1} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1}s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha\varepsilon_t/s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t/\ell_{t-1}$
A	$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t/s_{t-m}$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t/s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t/(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
A <sub>d</sub>	$y_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t/s_{t-m}$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta\varepsilon_t/s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t/(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$
M	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t/\ell_{t-1}$	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t/\ell_{t-1}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1}s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t/s_{t-m}$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t/(s_{t-m}\ell_{t-1})$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t/(\ell_{t-1}b_{t-1})$
M <sub>d</sub>	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1}^\phi + \beta\varepsilon_t/\ell_{t-1}$	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1}^\phi + \beta\varepsilon_t/\ell_{t-1}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + \alpha\varepsilon_t/s_{t-m}$ $b_t = b_{t-1}^\phi + \beta\varepsilon_t/(s_{t-m}\ell_{t-1})$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t/(\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi)$

Tabela 2.2. Modelos ETS com erros aditivos (Hyndman, 2012).

T	S		
	N	A	M
N	$y_t = \ell_{t-1}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}(1 + \alpha\varepsilon_t)$	$y_t = (\ell_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha(\ell_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1}s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\varepsilon_t)$
A	$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1})\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\varepsilon_t)$
A <sub>d</sub>	$y_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\varepsilon_t)$
M	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = b_{t-1}(1 + \beta\varepsilon_t)$	$y_t = (\ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1} + \alpha(\ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t/\ell_{t-1}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1}s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = b_{t-1}(1 + \beta\varepsilon_t)$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\varepsilon_t)$
M <sub>d</sub>	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = b_{t-1}^\phi(1 + \beta\varepsilon_t)$	$y_t = (\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + \alpha(\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m})\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1}^\phi + \beta(\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m})\varepsilon_t/\ell_{t-1}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m})\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = b_{t-1}^\phi(1 + \beta\varepsilon_t)$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\varepsilon_t)$

Tabela 2.3. Modelos ETS com erros multiplicativos (Hyndman, 2012).

Como já referido, a grande vantagem de usar modelos ETS é a possibilidade de utilizar um critério objetivo de seleção de modelos candidatos.

Os critérios seguintes podem ser utilizados para determinar qual dos 30 modelos ETS é o mais apropriado para uma dada série temporal (Akaike, 1974).

O Critério de Informação de Akaike (AIC) é definido por:

$$AIC = -2\log(L) + 2k, \quad (2.65)$$

o Critério de Informação de Akaike corrigido ( $AIC_c$ ), adequado para amostras de dados pequenas, é definido por:

$$AIC_c = AIC + \frac{2(k+1)(k+2)}{T-k} \quad (2.66)$$

E o Critério de Informação Bayesiano (BIC) é definido por:

$$BIC = AIC + k[\log(T) - 2] \quad (2.67)$$

onde  $L$  é a verossimilhança do modelo e  $k$  é o nº total de parâmetros e estados iniciais estimados.

O melhor modelo é aquele que tem menores valores AIC,  $AIC_c$  e BIC.

## 2.4. MODELOS ARIMA

### 2.4.1. INTRODUÇÃO

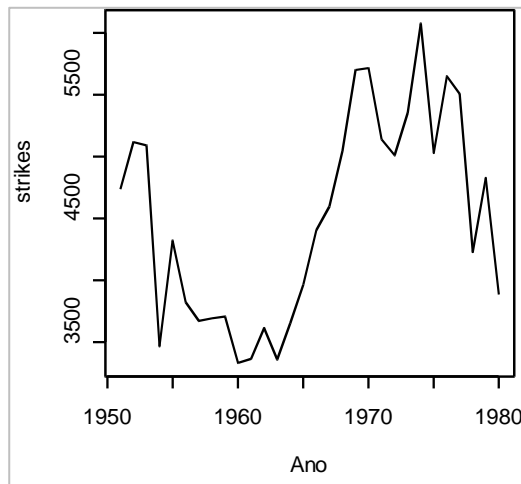
Os modelos ARIMA consistem numa outra abordagem estatística para previsão de séries temporais (Box, 1994). Aliás, o Alisamento Exponencial e os modelos de ARIMA são as duas metodologias mais utilizadas para previsão de séries temporais, proporcionando abordagens complementares do problema. Enquanto que os modelos de alisamento exponencial são baseados na descrição da tendência e sazonalidade dos dados, os modelos ARIMA são baseados na descrição das autocorrelações dos dados. Antes de se introduzir os modelos ARIMA é conveniente abordar o conceito de estacionaridade e a técnica de diferenciação de séries temporais.

#### 2.4.2. ESTACIONARIDADE E DIFERENCIAÇÃO

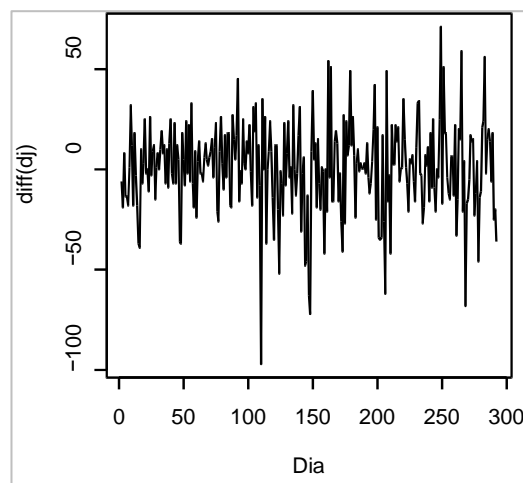
A estacionaridade de uma série temporal implica média e variância constantes, e covariância independente do tempo, dependendo apenas do desfasamento temporal. Em termos práticos, a estacionaridade de uma série temporal observa-se quando os dados:

- não apresentam tendência crescente ou decrescente nem movimentos periódicos, e
- flutuam em torno de uma média constante, independente do tempo, e a variância das flutuações não se altera ao longo do tempo.

Nas Figuras 2.2 e 2.3 podem observar-se, respetivamente, uma série não estacionária em média e uma série estacionária em média.



**Figura 2.2.** Série não estacionária em média (Caiado, 2012).



**Figura 2.3.** Série estacionária em média (Caiado, 2012).

Para estabilizar a média de uma série não estacionária em média, podem utilizar-se transformações de diferenciação. A diferenciação simples (ou de 1º ordem) de uma série temporal consiste em obter a diferença entre observações consecutivas, isto é (Peña, 2001):

$$y'_t = y_t - y_{t-1} \quad (2.68)$$

Por vezes, a série diferenciada ainda não é estacionária e pode ser necessário diferenciá-la novamente para obter uma série estacionária. As diferenças de 2ª ordem de uma série correspondem às diferenças das primeiras diferenças (diferenças de 1ª ordem ou diferenças simples):

$$y''_t = y'_t - y'_{t-1} = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} \quad (2.69)$$

Quando uma série apresenta um comportamento periódico repetitivo pode-se aplicar uma transformação de diferenciação sazonal, definida por:

$$y'_t = y_t - y_{t-m} \quad (2.70)$$

onde  $y_{t-m}$  é a observação homóloga de  $y_t$  relativa ao período sazonal anterior, e  $m$  é o nº de observações do período sazonal.

O operador atraso  $B$  (backshift) é uma ferramenta útil para a explicitação de modelos de séries temporais. É definido por (Peña, 2001):

$$By_t = y_{t-1} \quad (2.71)$$

Ou seja, aplicar  $B$  a uma série tem o efeito de “atrasar” os dados 1 instante. Aplicar  $B$  duas vezes tem o efeito de atrasar os dados  $d$  instantes:

$$B^2 y_t = B(By_t) = By_{t-1} = y_{t-2} \quad (2.72)$$

E assim, para dados sazonais por exemplo de periodicidade mensal,  $m = 12$ , a série referente ao período homólogo do ano anterior pode escrever-se na forma

$$B^{12} y_t = y_{t-12} \quad (2.73)$$

Utilizando o operador atraso uma diferenciação simples pode, alternativamente, ser escrita na forma seguinte

$$y'_t = y_t - y_{t-1} = (1-B)y_t \quad (2.74)$$

De um modo geral, uma diferença de ordem  $d$  pode ser escrita na forma:

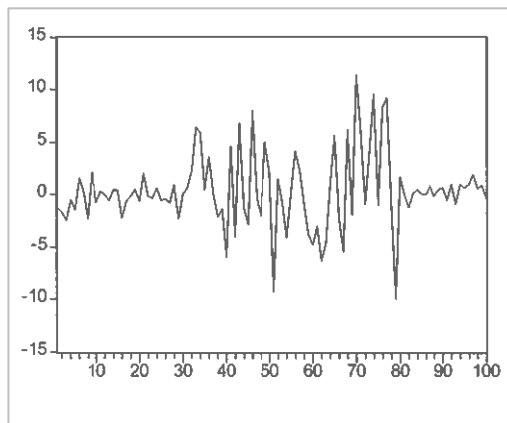
$$(1-B)^d y_t \quad (2.75)$$

O correlograma também é útil para analisar a estacionaridade de uma série. O correlograma de uma série estacionária apresenta um decaimento para zero relativamente rápido enquanto que o correlograma de uma série não estacionária apresenta um decaimento relativamente lento. Habitualmente,  $r_1$ , é elevado e positivo para séries não estacionárias.

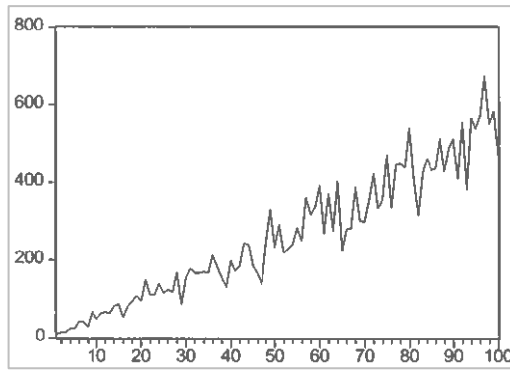
Para estabilizar a variância de uma série não estacionária em variância pode utilizar-se a família de transformações de Box-Cox introduzidas na Secção 2.2.2.

Uma série estacionária em média não é necessariamente estacionária em variância e covariância. Contudo, uma série que não é estacionária em média também não é estacionária em variância e covariância.

Na Figura 2.4 pode observar-se uma série não estacionária em variância (ainda que estacionária em média) e na Figura 2.5 pode observar-se uma série com tendência linear (não estacionária em média) e variância crescente (não estacionária em variância).



**Figura 2.4.** Série não estacionária em variância (Caiado, 2012).



**Figura 2.5.** Série não estacionária em média e variância (Caiado, 2012).

### 2.4.3. MODELOS AUTOREGRESSIVOS

Num modelo de regressão múltipla, podemos prever a variável dependente usando uma combinação linear de variáveis explicativas. Num modelo de autoregressão, prevemos a variável em estudo usando uma combinação linear de valores passados dessa variável. O termo autoregressão indica que é uma regressão da variável com ela própria. O modelo autoregressivo de ordem  $p$  ou modelo  $AR(p)$ , pode ser escrito na forma (Shumway, 2000):

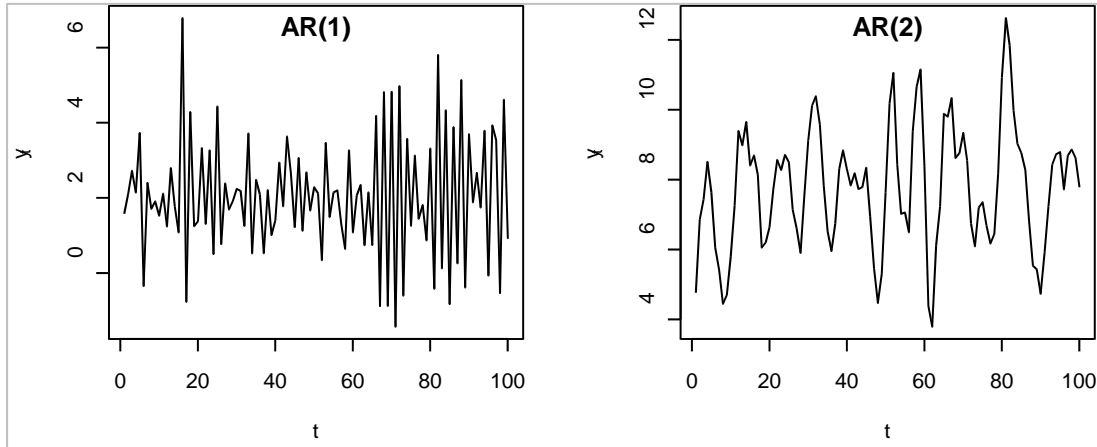
$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.76)$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco,  $p$  é um inteiro positivo e  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  são parâmetros reais e  $\phi_p \neq 0$ . Trata-se de um modelo idêntico ao da regressão linear múltipla em que as variáveis explicativas, são valores desfasados de  $y_t$ . Estes modelos são muito flexíveis para a modelação de uma grande variedade de padrões de séries temporais. Diferentes parâmetros  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  resultam em diferentes padrões de séries temporais.

A Figura 2.6 ilustra o comportamento de um:

- Modelo  $AR(1)$ :  $y_t = 2 - 0,8 y_{t-1} + \varepsilon_t$
- Modelo  $AR(2)$ :  $y_t = 8 + 1,3 y_{t-1} - 0,7 y_{t-2} + \varepsilon_t$ ,

para séries simuladas com 100 observações e com  $\varepsilon_t$  ruído branco com distribuição normal de média 0 e variância 1, i.e.  $\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2)$ .



**Figura 2.6.** AR(1) e AR(2).

A variância de  $\varepsilon_t$ , em nada afeta o padrão da série, apenas a sua escala.

Para um modelo AR(1),  $y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ :

- Se  $\phi_1 = 0$ ,  $y_t$  é equivalente a ruído branco;
- Se  $\phi_1 = 1$  e  $c = 0$ ,  $y_t$  é equivalente a um passeio aleatório;
- Se  $\phi_1 = 1$  e  $c \neq 0$ ,  $y_t$  é equivalente a um passeio aleatório com deriva;
- Se  $\phi_1 < 0$ ,  $y_t$  tende a oscilar entre valores positivos e negativos.

Habitualmente restringem-se os modelos autoregressivos a dados estacionários e, nesse caso são impostas condições aos parâmetros:

- Para um modelo AR(1):  $-1 < \phi_1 < 1$
- Para um modelo AR(2):  $-1 < \phi_2 < 1, \phi_1 + \phi_2 < 1, \phi_2 - \phi_1 < 1$

Para  $p \geq 3$  as condições são bastantes mais complexas. O Software R (*R Software*) considera estas restrições quando estima o modelo.

#### 2.4.4. MODELOS DE MÉDIAS MÓVEIS

Num modelo de médias móveis prevemos a variável em estudo usando uma combinação linear dos erros de previsão passados.

O modelo de médias móveis de ordem  $q$  ou modelo MA( $q$ ), pode ser escrito na seguinte forma:

$$y_t = c + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.77)$$

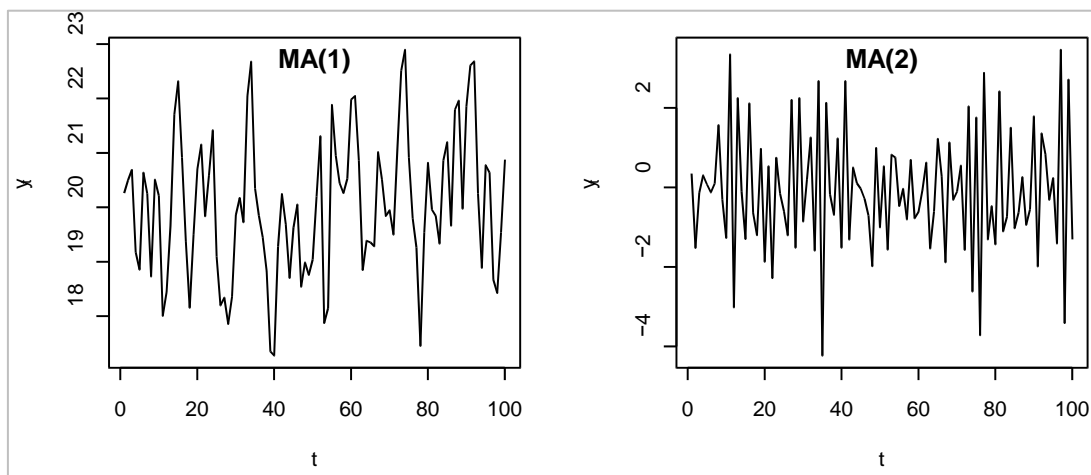
onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco,  $q$  é um número inteiro positivo e  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q$  são parâmetros reais. Torna-se relevante mencionar que cada valor de  $y_t$  pode ser interpretado como uma média móvel ponderada de erros de previsão passados recentes. Contudo, os modelos de médias móveis não devem ser confundidos com o alisamento por médias móveis. Um modelo de médias móveis é usado para prever valores futuros, enquanto que o alisamento por médias móveis é usado para estimar a componente tendência-cíclica de valores passados, daí não poderem ser confundidos.

Diferentes parâmetros  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q$  resultam em diferentes padrões de séries temporais.

A Figura 2.7 ilustra o comportamento de um:

- Modelo MA(1):  $y_t = 20 + \varepsilon_t + 0,9\varepsilon_{t-1}$
- Modelo MA(2):  $y_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} + 0,8\varepsilon_{t-2}$

para séries simuladas com 100 observações e com  $\varepsilon_t$  ruído branco com distribuição normal de média 0 e variância 1, i.e.  $\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2)$ .



**Figura 2.7.** MA(1) e MA(2).

A variância de  $\varepsilon_t$ , não afeta o padrão da série, apenas a sua escala.

Um processo AR estacionário de ordem finita é equivalente a um processo MA de ordem infinita. Por exemplo, para um modelo AR(1), substituindo repetidamente, obtém-se:

$$\begin{aligned}
y_t &= \phi_1 y_{t-1} \varepsilon_t \\
&= \phi_1 (\phi_1 y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t \\
&= \phi_1^2 y_{t-2} + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\
&= \phi_1^3 y_{t-3} + \phi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\
&= \dots
\end{aligned}$$

Se  $0 < \phi_1 < 1$ , o valor de  $\phi_1^k$  irá diminuir à medida que  $k$  aumenta. Assim, obter-se-á a expressão seguinte:

$$y_t = \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \phi_1^3 \varepsilon_{t-3} + \dots$$

Ou seja, um processo MA( $\infty$ ). A relação inversa também se verifica se o processo MA for invertível, isto é, se satisfazer as seguintes condições, que são idênticas às condições de estacionaridade:

- Para um modelo MA(1):  $-1 < \phi_1 < 1$
- Para um modelo MA(2):  $-1 < \phi_2 < 1, \phi_1 + \phi_2 < 1, \phi_2 - \phi_1 < 1$

Assim, um processo MA invertível de ordem finita é equivalente a um processo AR de ordem infinita, AR( $\infty$ ). Os modelos invertíveis têm ainda outras propriedades matemáticas que os tornam essenciais.

#### 2.4.5. MODELOS AUTOREGRESSIVOS E DE MÉDIAS MÓVEIS

Tal como anteriormente referido, os processos denominados de estacionários e invertíveis podem ser representados tanto na forma autoregressiva como na forma médias móveis. No entanto haverá vezes em que um destes processos terá uma representação mais fidedigna do que o outro quando este, devido a um número excessivo de parâmetros, consequentemente conduz a uma perda de eficiência na sua estimação. Neste sentido é possível construir-se um modelo mais preciso que inclua ambos os fatores autoregressivo e médias móveis denominado de modelo misto autoregressivo e médias móveis de ordens  $p$  e  $q$ , respetivamente, cuja representação simbólica é pelo modelo ARMA( $p, q$ ) (Caiado, 2011).

O modelo ARMA(1,1) inclui um fator autoregressivo de 1ª ordem e um fator de médias móveis de 1ª ordem e tem a representação:

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}, \text{ com } \phi \neq \theta \quad (2.78)$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco. Este processo terá de satisfazer as condições seguintes:  $-1 < \phi < 1$  e  $-1 < \theta < 1$ . À medida que  $k$  aumenta, a FAC e a FACP do modelo ARMA(1,1) têm um decaimento gradual (suave, sem quedas bruscas) para zero. O modelo misto autoregressivo e médias móveis ARMA( $p,q$ ) tem a representação seguinte:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (2.79)$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco.

Estendendo os modelos ARMA a uma importante classe de modelos lineares para séries não estacionárias obtêm-se os modelos ARMA integrados ou modelos ARIMA. O modelo ARIMA( $p,d,q$ ) tem a expressão seguinte:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d y_t = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) \varepsilon_t \quad (2.80)$$

onde  $(1 - B)^d y_t$ , com  $d \geq 1$  é a série estacionária depois de diferenciada  $d$  vezes,  $\phi_1, \dots, \phi_p$  são os parâmetros autoregressivos e  $\theta_1, \dots, \theta_q$  os parâmetros de médias móveis. As formas mais simples e frequentes do modelo ARIMA são ARIMA(0,1,0), ARIMA(1,1,0), ARIMA(0,1,1) e ARIMA(1,1,1) (Caiado, 2011).

#### 2.4.6. MODELOS AUTOREGRESSIVOS E DE MÉDIAS MÓVEIS SAZONAIS

Algumas séries temporais apresentam uma correlação significativa entre observações desfasadas em  $s$  períodos,  $y_t, y_{t-s}, y_{t-2s}, \dots$ , o que conduz à necessidade de formular modelos que considerem essa correlação, chamados modelos sazonais.

O modelo misto autoregressivo e de médias móveis estritamente sazonal de ordens  $P$  e  $Q$ , ou simplesmente modelo SARMA( $P,Q$ ) $_s$ , apresenta-se da seguinte forma:

$$y_t = \phi_1 Y_{t-s} + \dots + \phi_p Y_{t-ps} + \varepsilon_t + \Theta_1 \varepsilon_{t-s} + \dots + \Theta_Q \varepsilon_{t-Qs} \quad (2.81)$$

com  $\phi_p = 0$  e  $\Theta_Q \neq 0$ , onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco de média zero.

Quer a FAC quer a FACP do modelo SARMA( $P,Q$ ) $_s$  apresentam um comportamento do tipo exponencial ou sinusoidal amortecido sobre os *lags* múltiplos de  $s$ , mantendo-se as correlações nulas nos restantes *lags* (Caiado, 2011).

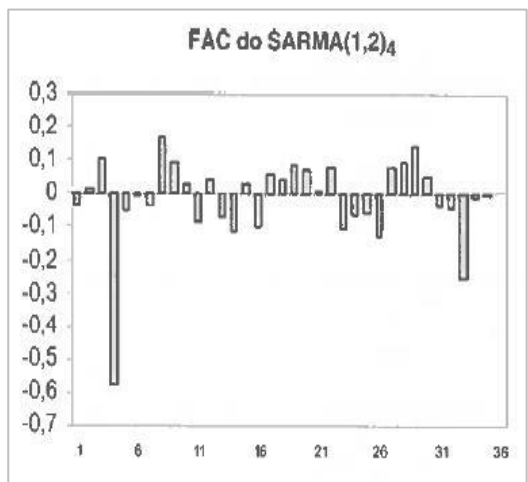
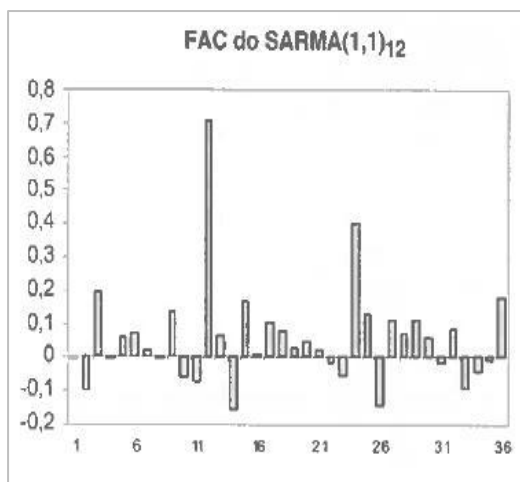
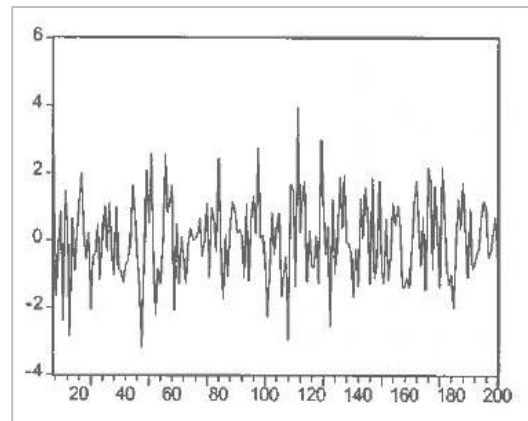
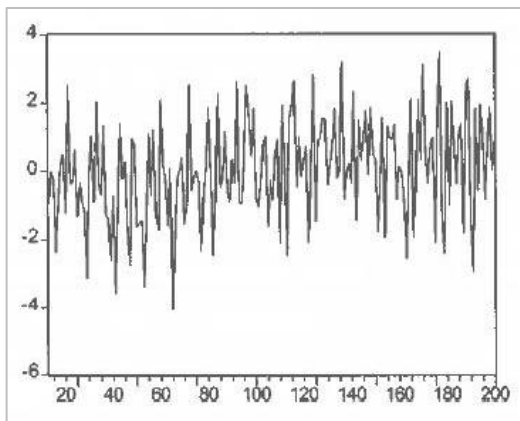
Os modelos autoregressivos estritamente sazonais de ordem  $P$  e os modelos de médias móveis estritamente sazonais de ordem  $Q$  designam-se geralmente por  $SAR(P)_s$  e  $SMA(Q)_s$ , respetivamente.

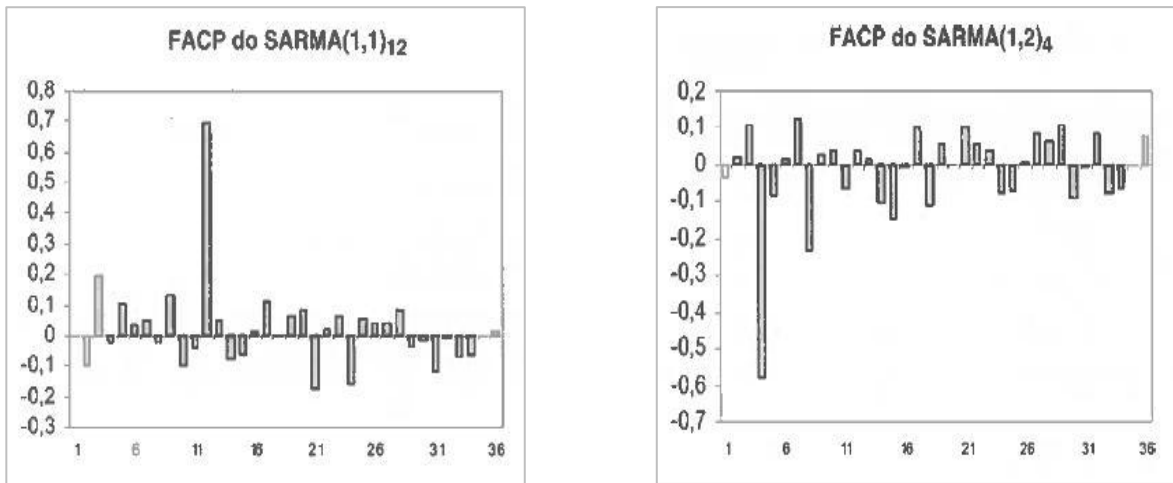
A FAC de um modelo  $SAR(P)_s$  tem um decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido sobre os *lags* múltiplos de  $s$ , anulando-se nos restantes, e a FACP do  $SMA(Q)_s$  tem uma queda brusca para zero a partir do  $P$ -ésimo *lag* múltiplo de  $s$ . A FAC do  $SMA(Q)_s$  tem uma queda brusca para zero a partir do  $Q$ -ésimo *lag* múltiplo de  $s$ , enquanto que a FACP tem uma queda lenta para zero sobre os *lags* múltiplos de  $s$ .

Como exemplos ilustrativos deste tipo de processos, apresentam-se na Figura 2.8 os cronogramas e respetivas FAC e FACP de duas séries simuladas com 200 observações dos modelos seguintes (Caiado, 2011):

a)  $SARMA(1,1)_{12}$ :  $(1 - 0,65B^{12})y_t = (1 + 0,25B^{12})\varepsilon_t$  (dados mensais)

b)  $SARMA(1,2)_4$ :  $(1 - 0,3B^4)y_t = (1 - 0,4B^4 + 0,15B^8)\varepsilon_t$  (dados trimestrais)





**Figura 2.8.** Séries simuladas de modelos SARMA estritamente sazonais.

A combinação dos modelos  $ARMA(p,q)$  e  $SARMA(P,Q)_s$  permite obter o modelo multiplicativo com componentes sazonal e não sazonal  $SARMA(p,q) (P,Q)_s$  seguinte:

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)y_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad (2.82)$$

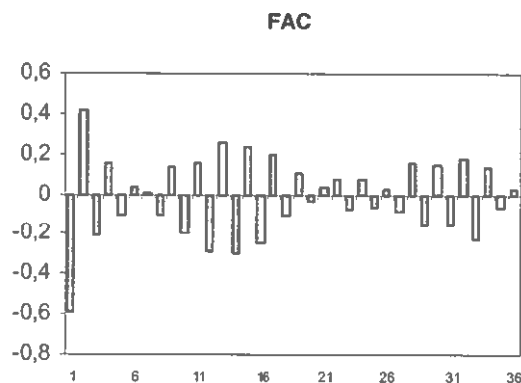
ou

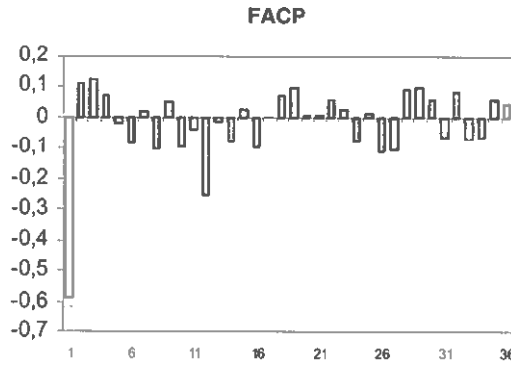
$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{ps})y_t = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)(1 + \Theta_1 B^s + \dots + \Theta_Q B^{Qs})\varepsilon_t$$

As FAC e FACP deste tipo de processos caracterizam-se por uma combinação das características dos modelos  $ARMA(p,q)$  e  $SARMA(P,Q)_s$ . Como exemplo ilustrativo considere-se uma série simulada do modelo multiplicativo seguinte:

$$SARMA(1,0)(1,0)_{12} : (1 - 0,7B)(1 + 0,25B^{12})y_t = \varepsilon_t$$

cujas FAC e FACP se mostram na Figura 2.9. A FAC apresenta um decaimento sinusoidal amortecido para zero sobre os *lags* não sazonais e sazonais e a FACP revela autocorrelações significativas nos *lags* 1 e 12 e quedas bruscas para zero nos *lags* não sazonais e sazonais seguintes:





**Figura 2.9.** FAC e FACP de série simulada de modelo SARMA.

Estendendo o modelo SARMA( $p, q$ ) ( $P, Q$ )<sub>s</sub> para séries não estacionárias obtém-se o modelo multiplicativo sazonal integrado ARIMA( $p, d, q$ ) ( $P, D, Q$ )<sub>s</sub> que tem a seguinte equação:

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D y_t = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)\varepsilon_t \quad (2.83)$$

#### 2.4.7. ESTIMAÇÃO E SELEÇÃO DE ORDEM

Uma vez identificado o(s) modelo(s) candidato(s) a descrever a série em estudo segue-se a etapa da estimação dos respectivos parâmetros.

Quando o *software* R estima um modelo ARIMA, utiliza o método da máxima verosimilhança (Cryer, 2008). Esta técnica consiste em determinar os valores dos parâmetros que maximizam a probabilidade dos dados observados serem provenientes do modelo estimado. O *software* R reporta o valor do logaritmo dessa probabilidade – *log likelihood*. O método dos mínimos quadrados é talvez o método estatístico mais utilizado na estimação de modelos. Contudo, em modelos ARIMA este método não permite obter estimadores consistentes com os verdadeiros parâmetros. Em todo o caso, a exceção reside no caso dos modelos AR( $p$ ) em que os estimadores se podem obter por minimização da soma dos quadrados dos resíduos.

Identificados vários modelos candidatos é necessário escolher o melhor modelo. Os critérios de seleção mais habituais são (Akaike, 1974):

1. Critério de Informação de Akaike (AIC), baseado na quantidade de informação, definido por:

$$AIC = -2\log(L) + 2(p + q + k + 1), \quad (2.84)$$

onde  $L$  é a verossimilhança dos dados,  $k = 1$  se  $c \neq 0$  e  $k = 0$  se  $c = 0$ . (Entre parênteses tem-se o n° de parâmetros do modelo, incluindo  $\sigma^2$ , a variância dos resíduos).

2. Critério de Informação de Akaike Corrigido ( $AIC_c$ ), adequado para amostras de dados pequenas, definido por:

$$AIC_c = AIC + \frac{2(p+q+k+1)(p+q+k+2)}{T-p-q-k-2} \quad (2.85)$$

3. Critério de Informação Bayesiano (BIC), definido por::

$$BIC = AIC + \log(T)(p+q+k-1). \quad (2.86)$$

De entre vários modelos candidatos, o melhor modelo é aquele que apresenta os menores valores de AIC,  $AIC_c$  e BIC.

Escolhido o melhor modelo ARIMA é necessário:

1. Avaliar a qualidade estatística das estimativas dos parâmetros.

Para o efeito, dever-se-á fazer um teste parcial à hipótese nula de que cada parâmetro  $\beta_i$  é estatisticamente nulo, baseado na distribuição *t-Student*:

$$|t| = \left| \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\sigma}_{\beta_i}} \right| > t_{(T-K)} \Rightarrow \text{Rejeitar } H_0 : \beta_i = 0$$

onde,  $K$  é o número de parâmetros do modelo de previsão. Devem incluir-se no modelo apenas os parâmetros que são considerados significativamente diferentes de zero.

2. Avaliar a qualidade do ajuste do modelo às observações da série.

Para o efeito dever-se-á (Ramos, 2012):

- i. Determinar a FAC dos resíduos;
- ii. Fazer testes de *Portmanteau* aos resíduos.

De acordo com os pressupostos assumidos, os resíduos deverão ter um comportamento idêntico a um ruído branco.



## III – CASO DE ESTUDO

### 3.1. CONJUNTO DE DADOS

A empresa Pingo Doce mudou, desde há algum tempo a esta parte, a sua estratégia competitiva perante os mercados onde atua. Inicialmente, a política da empresa, ou seja, a visão que o cliente/consumidor tinha do Pingo Doce, era a de uma empresa com produtos de boa qualidade, gourmets a preços equivalentes, isto é, relativamente caros. Era portanto uma empresa que tinha como público-alvo um setor de clientes diferentes dos que tem nos tempos que correm. A marca Pingo Doce continua hoje associada a produtos de boa qualidade contudo a preços baixos, tendo-se assim destacado da concorrência e mudando o público-alvo. O *boom* de lojas Pingo Doce por todo o país revela essa realidade.

O Pingo Doce está instalado em Portugal desde o ano de 1980. Foi a partir do ano de 2002 que começou a pensar na sua posição de mercado tendo feito uma enorme reestruturação nesse sentido. É a partir do ano de 2008, com a aquisição das antigas lojas Plus, no sentido de se expandir por todo o país, através de pequenas e médias superfícies, e com a fusão do Pingo Doce/Feira Nova e o lançamento de toda uma nova imagem, que se reposiciona no mercado. Simultaneamente, existe uma aposta no serviço *take-away*, parafarmácias, postos de abastecimento e eletrónica. Assim, o Grupo Pingo Doce oferece aos portugueses hoje, lojas de variadíssimas dimensões, serviços pioneiros e de produtos com qualidade, a preços baixos. Para responder a um aumento de procura, é do interesse do Grupo Jerónimo Martins repensar a sua atividade logística, de forma a satisfazer as necessidades do cliente/consumidor, principalmente dos fidelizados.

O objetivo deste trabalho é estudar o sistema de previsões de vendas do Grupo e melhorá-lo, se possível, através de um sistema avançado de previsões. Atualmente a estratégia de logística de previsão de vendas que a Jerónimo Martins adota é basicamente a de reposição de produtos, ou seja, o que vende, repõe. Contudo, é indiscutivelmente do interesse da empresa obter previsões a curto e a médio prazo de modo a otimizar os seus procedimentos quer logisticamente quer financeiramente.

Para este trabalho foram disponibilizados dados das vendas diárias dos produtos de quatro categorias (Águas, Higiene Oral, Produtos Básicos e Sobremesas) comercializados entre Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011 ou Julho de 2012 em cinco lojas de dimensões distintas:

<b>Loja 600 m<sup>2</sup></b>	<b>Loja 1000 m<sup>2</sup></b>	<b>Loja 1500 m<sup>2</sup></b>	<b>Loja 2000 m<sup>2</sup></b>	<b>Loja Híper</b>
-------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	-------------------

Na Tabela 3.1 referem-se alguns desses produtos.

<b>Águas</b>	<b>Higiene Oral</b>	<b>Produtos Básicos</b>	<b>Sobremesas</b>
<b>Água do Luso 1,5LT</b>	Elixir Aquafresh 300 ml	<b>Arroz Caçarola 1KG</b>	Sobr. Pingo Doce Delicia Caramelo 650ml
<b>Água Pingo Doce 1,5LT</b>	Elixir Pingo Doce Mentol 500 ml	<b>Arroz Pingo Doce 1KG</b>	Gelado Pingo Doce Nata e Choc. 650ml
Água do Luso 5LT	Fio Dental Bsensy 25mt	Farinha Maizena 350gr	Gelado H DazsPraline 500ml
Água Pingo Doce 5LT	Fio Dental B Sensy 50mt	Farinha Globo Milho 500gr	Gelado Pingo Doce Selec. Noz 1000ml
Água C/Gás Castello 0,25LT	Polident Creme 40gr	Semola/Carolo De Milho Globo 500gr	Gelado Ola Carte Dor Caramelo 900ml
Agua Fastio 1,5LT	Esc Oral B Stage 2	Azeite Herdade Das Santas Ve 0,75lt	Sobr. Olá Viennetta Baun 650ml
Água Do Luso 0,33LT	Pasta Dent Colgate Total 100 ml	Óleo Fula Alimentar 1lt	Gel. Pingo Doce Selec. Nata 1000ml
Agua c/ GásFrizeLimão 0,25LT	Esc Infantil Oral B Stages 3	Arroz Cigala Agulha Box 1kg	Sobr. Olá ViennettaBaun. 650ml
(...)	(...)	(...)	(...)

**Tabela 3.1.** Alguns produtos das categorias Águas, Higiene Oral, Produtos Básicos e Sobremesas das lojas Pingo Doce.

Para demonstração do conceito consideraram-se a loja de 1000 m<sup>2</sup>, a loja de 2000 m<sup>2</sup> e a loja híper e dois produtos: um sazonal (uma água) e um não sazonal (um arroz).

Dado o interesse crescente por parte dos consumidores em produtos da marca Pingo Doce, e o conseqüente interesse por parte da empresa de analisar a tendência de consumo

destes produtos, para cada um destes produtos, sazonal e não sazonal, considerou-se um produto de marca não própria e um produto da marca Pingo Doce.

Assim para este estudo foram selecionados:

**Da categoria “Águas” os produtos:**

Água Pingo Doce 1,5LT	Água Luso 1,5LT
-----------------------	-----------------

**Da categoria “Produtos Básicos” os produtos:**

Arroz Pingo Doce 1KG	Arroz Caçarola 1KG
----------------------	--------------------

### 3.2. ANÁLISE EXPLORATÓRIA

As Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 mostram os gráficos de vendas, sazonalidade e o diagrama de caixa das séries de vendas de Arroz Caçarola 1KG entre Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011 relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. Nas três lojas pode observar-se alguma instabilidade entre Janeiro de 2007 e Junho de 2008. A partir de Junho de 2008 as séries mantêm-se razoavelmente constantes evidenciando curiosamente uma ligeira sazonalidade anual.

As Figuras 3.4, 3.5 e 3.6 mostram os gráficos de vendas, sazonalidade e o diagrama de caixa das séries de vendas de Arroz Pingo Doce 1KG entre Janeiro de 2007 e Julho de 2012 relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. Na série relativa à loja de 1000m<sup>2</sup> observa-se uma tendência crescente no 2º semestre de 2008 mas nos restantes períodos a série mantém-se razoavelmente constante. Em relação à loja de 2000m<sup>2</sup> observa-se uma tendência crescente ao longo de todo o período da série. A série relativa à loja híper também apresenta uma leve tendência crescente especialmente a partir do início do ano de 2010. A tendência crescente revelada especialmente nas lojas de 2000m<sup>2</sup> e híper mostram, como se suspeitava, uma preferência crescente dos consumidores pro artigos da marca Pingo Doce. Estas três séries revelam inesperadamente, tal como no caso anterior, um certo padrão sazonal anual.

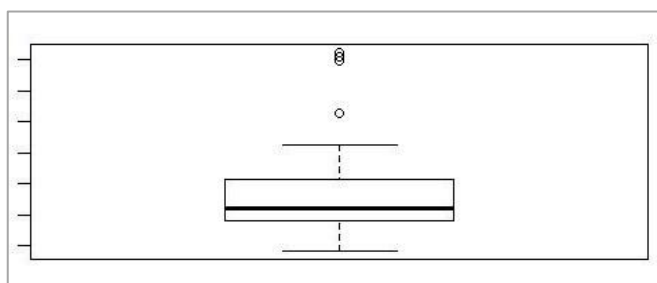
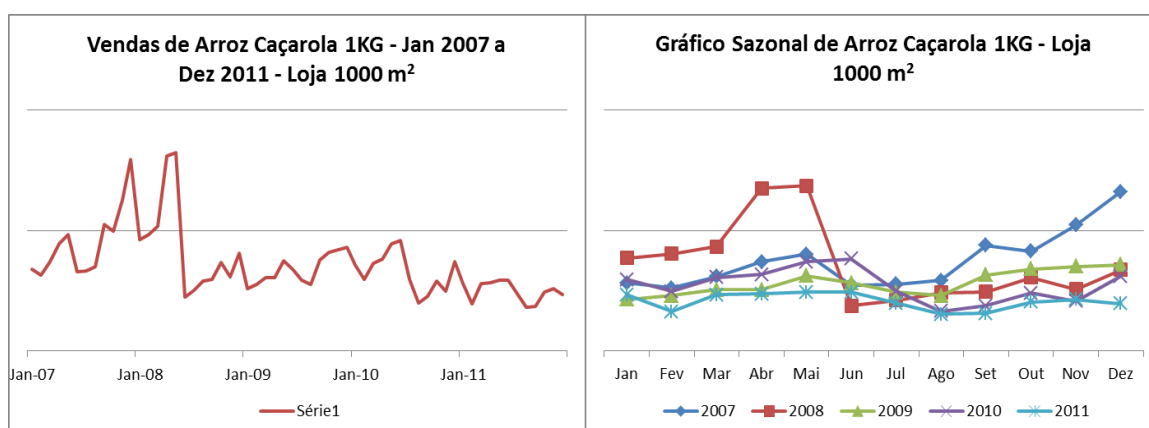
As Figuras 3.7, 3.8 e 3.9 mostram os gráficos de vendas, sazonalidade e o diagrama de caixa das séries de vendas de Água Luso 1,5LT entre Janeiro de 2007 e Julho de 2012 relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. As séries relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup> e híper mostram uma tendência decrescente ao passo que a série relativa à loja de 2000m<sup>2</sup>

mostra uma tendência praticamente constante. Apesar de alguma oscilação, que é mais evidente na série relativa à loja de 1000m<sup>2</sup>, observa-se uma certa sazonalidade nas três séries que revela um aumento do consumo entre Maio e Agosto de cada ano.

As Figuras 3.10, 3.11 e 3.12 mostram os gráficos de vendas, sazonalidade e o diagrama de caixa das séries de vendas de Água Pingo Doce 1,5LT entre Janeiro de 2007 e Julho de 2012 relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. Sobretudo nas séries relativas às lojas de 2000m<sup>2</sup> e híper observa-se uma forte tendência crescente, o que mostra tal como no Arroz, a preferência dos consumidores por produtos da marca própria. Nas três séries está patente um padrão sazonal que revela um aumento do consumo entre Fevereiro e Agosto e uma ligeira diminuição do consumo nos últimos quatro meses de cada ano.

Os diagramas de caixa de algumas séries revelam a presença de *outliers* aos quais deveremos ficar atentos.

### MARCA NÃO PRÓPRIA (ARROZ CAÇAROLA)



**Figura 3.1.** Gráficos da série de Arroz Caçarola 1KG - loja de 1000m<sup>2</sup>.

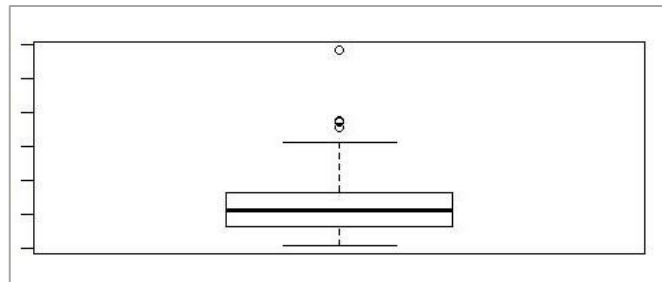
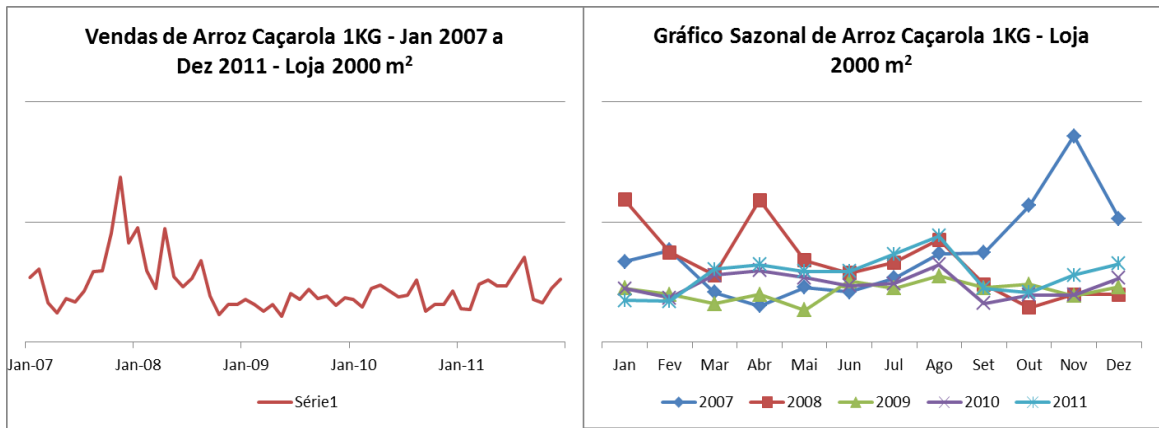


Figura 3.2. Gráficos da série de Arroz Caçarola 1KG - loja de 2000m<sup>2</sup>.

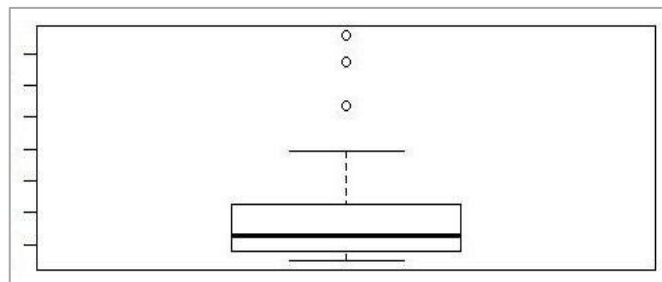
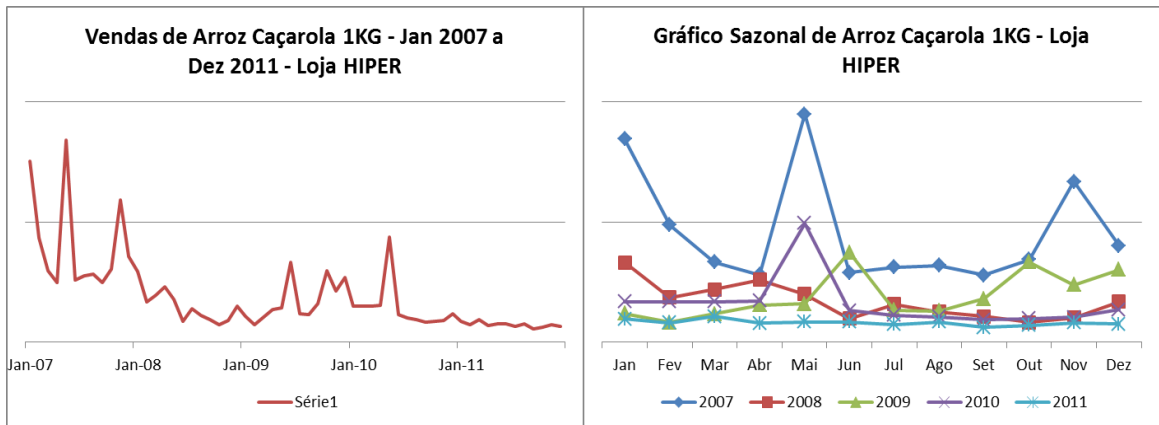
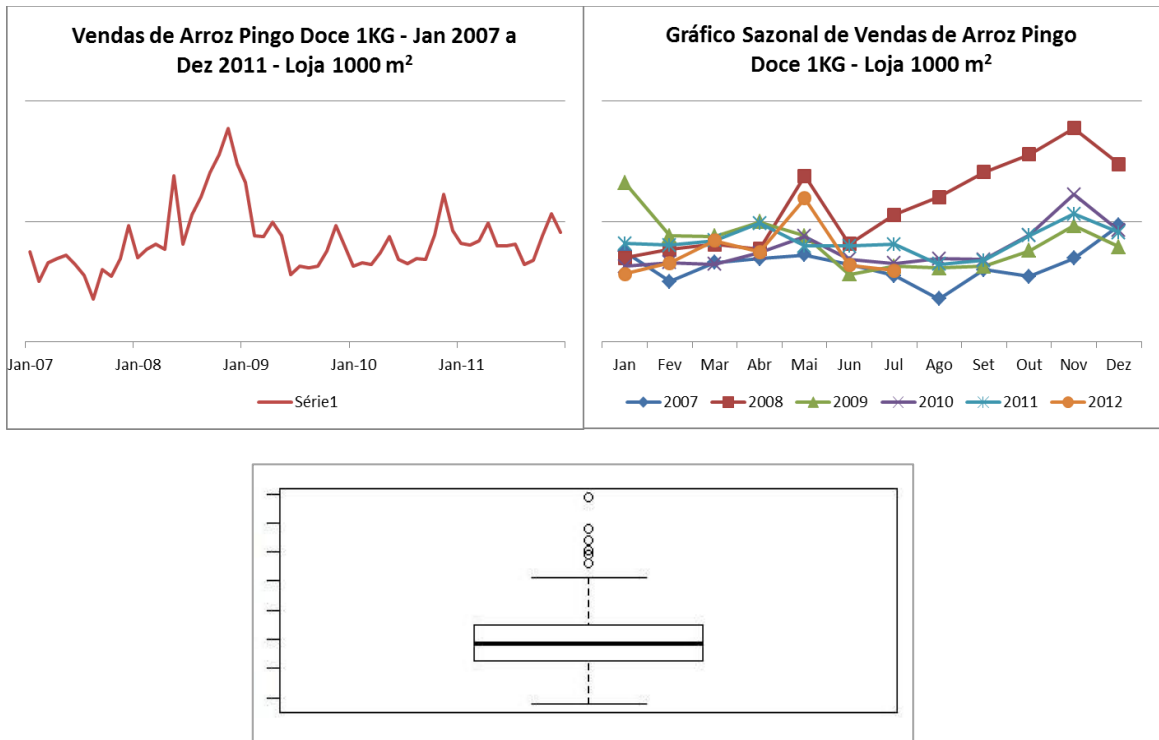
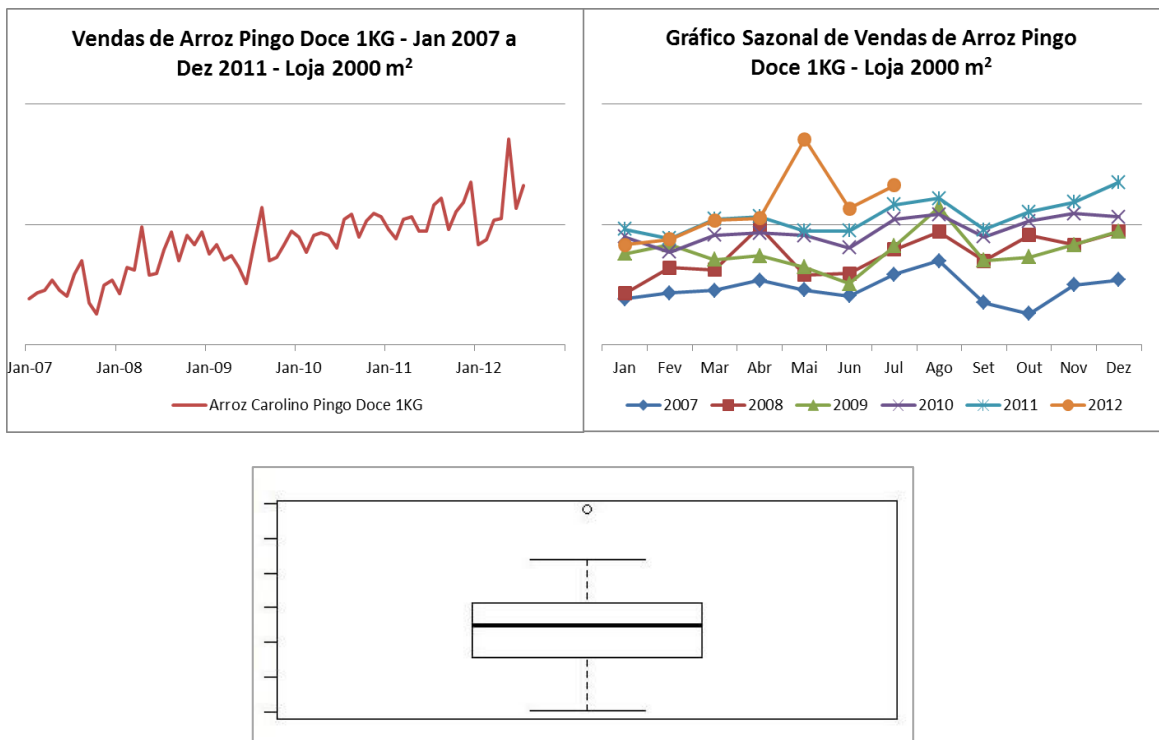


Figura 3.3. Gráficos da série de Arroz Caçarola 1KG - loja Híper.

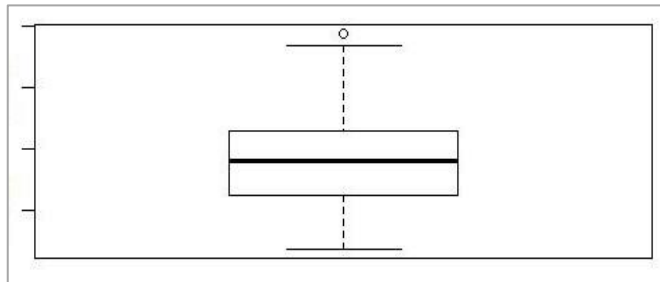
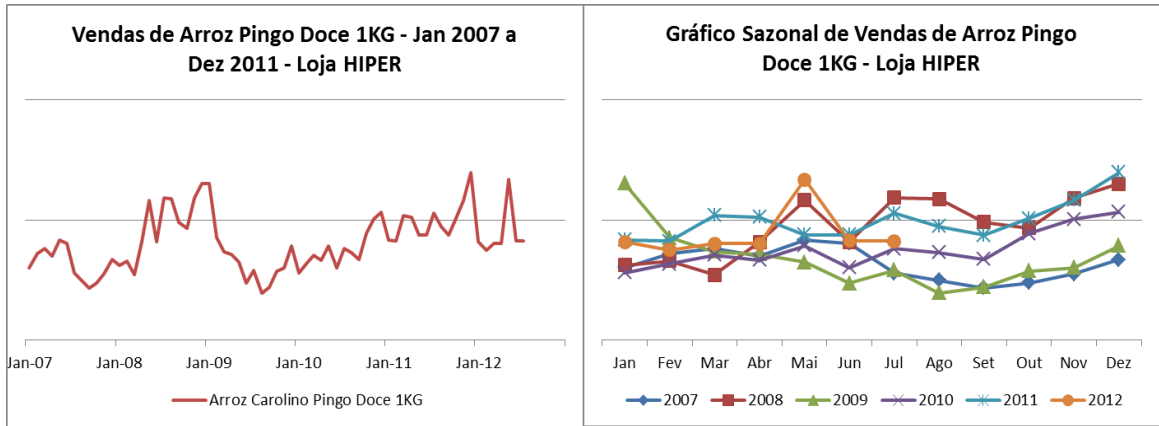
## MARCA PRÓPRIA (ARROZ PINGO DOCE)



**Figura 3.4.** Gráficos da série de Arroz Pingo Doce 1KG - loja de 1000m<sup>2</sup>.

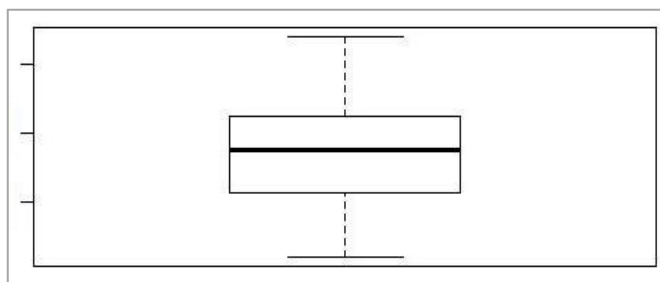
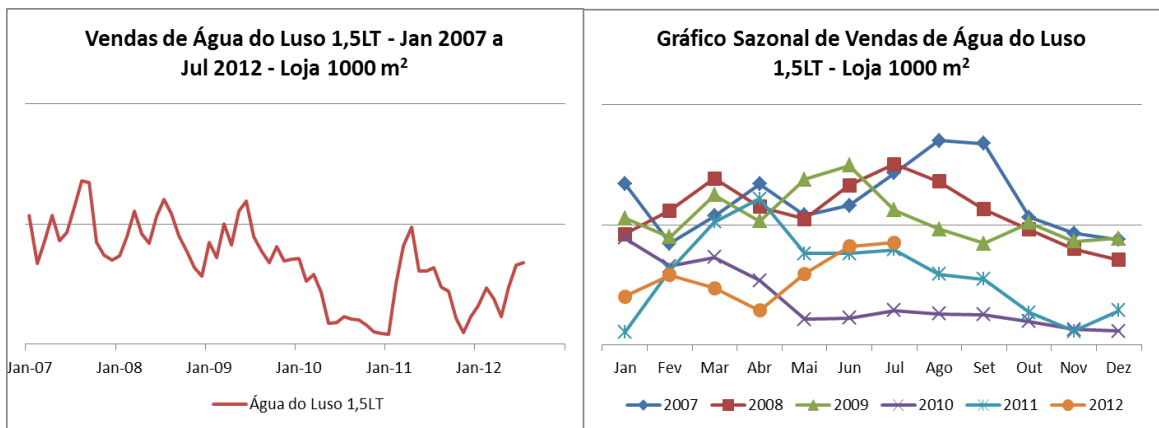


**Figura 3.5.** Gráficos da série de Arroz Pingo Doce 1KG - loja de 2000m<sup>2</sup>.

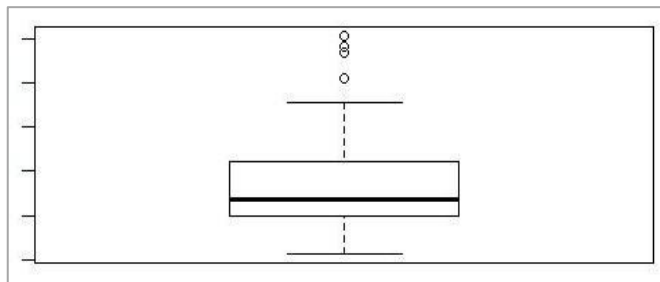
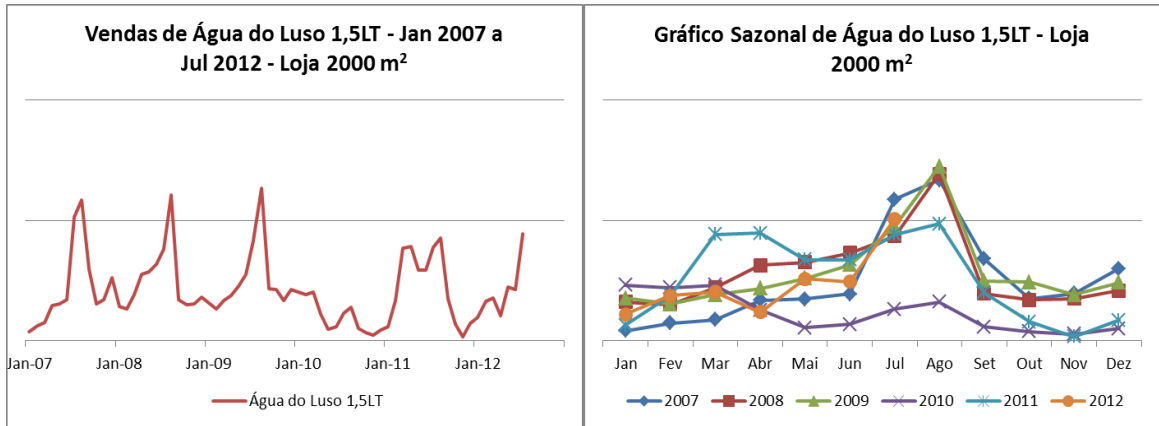


**Figura 3.6.** Gráficos da série de Arroz Pingo Doce 1KG - loja Híper.

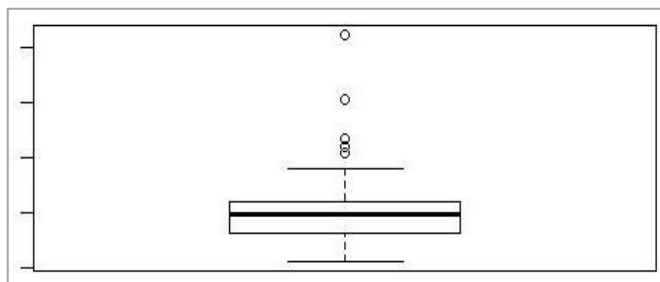
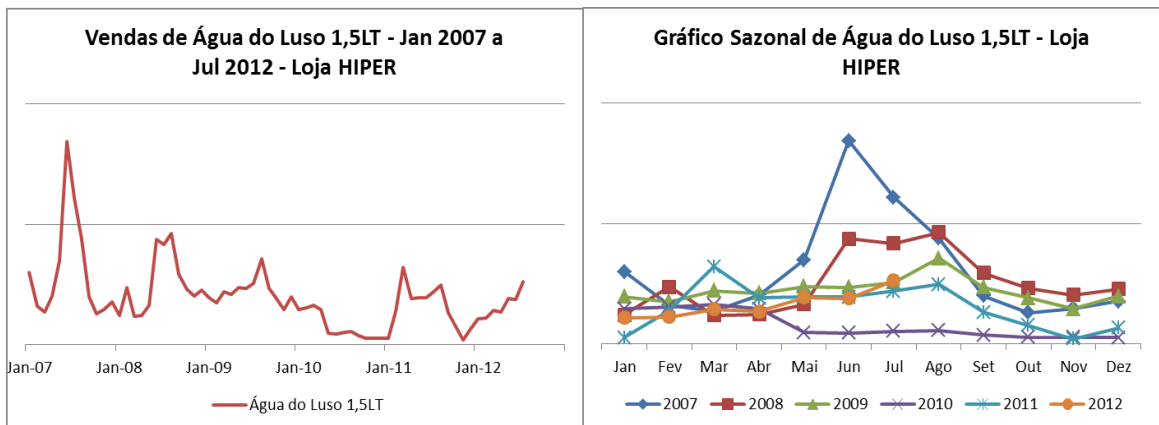
**MARCA NÃO PRÓPRIA (ÁGUA LUSO)**



**Figura 3.7.** Gráficos da série de Água Luso 1,5LT - loja de 1000m<sup>2</sup>.

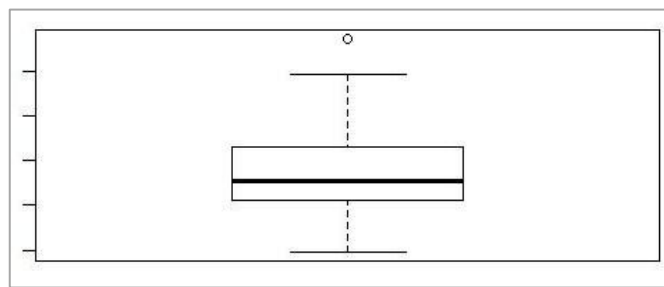
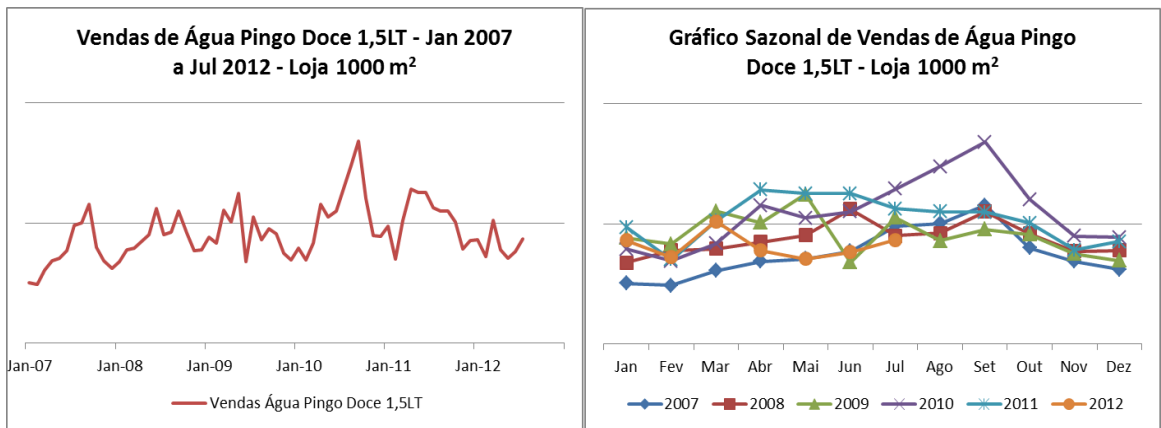


**Figura 3.8.** Gráficos da série de Água Luso 1,5LT - loja de 2000m<sup>2</sup>.

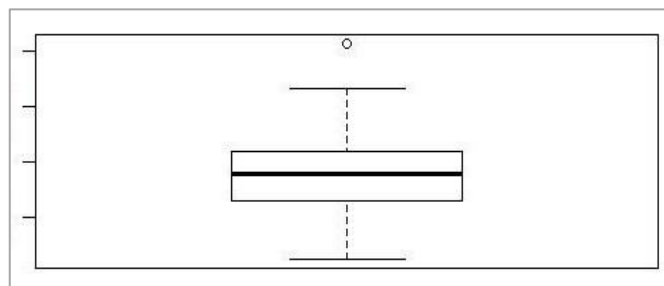
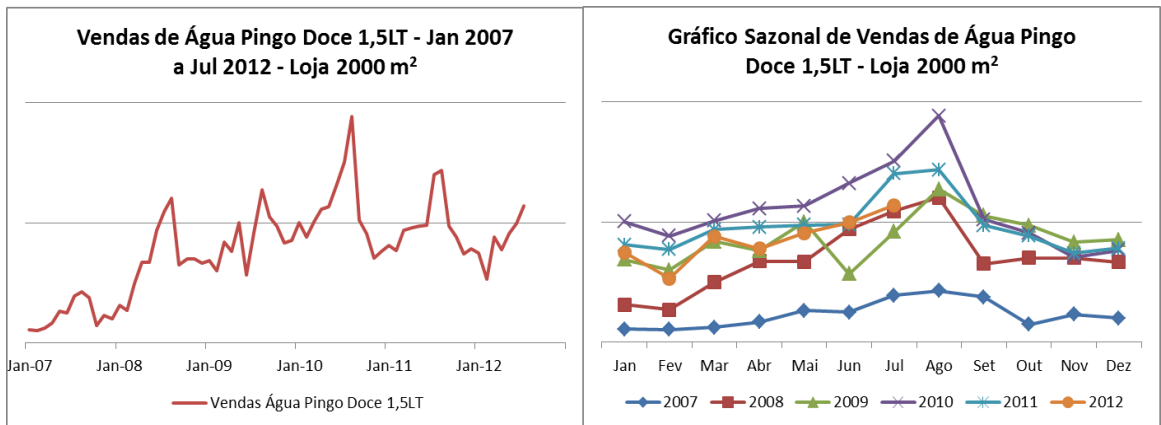


**Figura 3.9.** Gráficos da série de Água Luso 1,5LT - loja Híper.

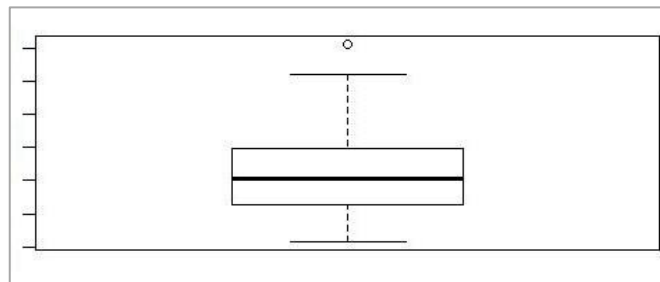
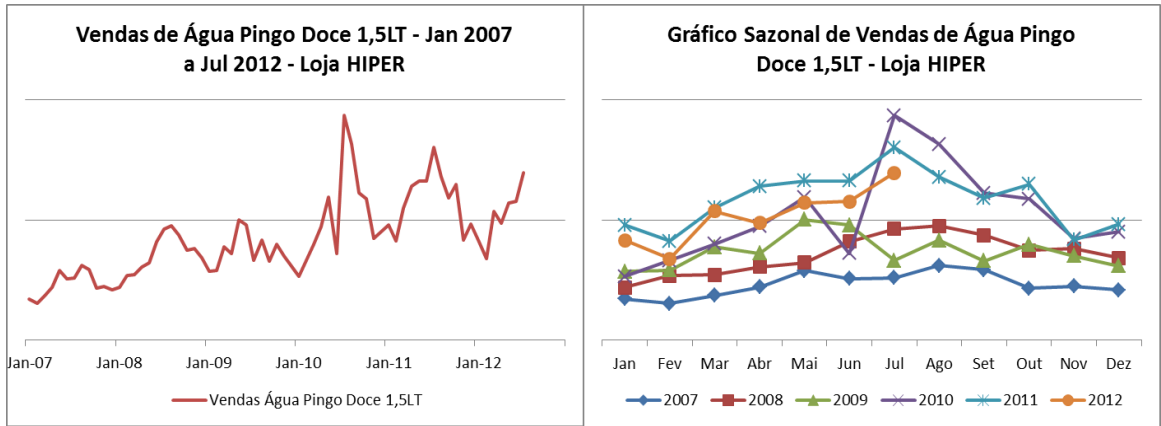
**MARCA PRÓPRIA (ÁGUA PINGO DOCE)**



**Figura 3.10.** Gráficos da série de Água Pingo Doce 1,5LT - loja de 1000m<sup>2</sup>.



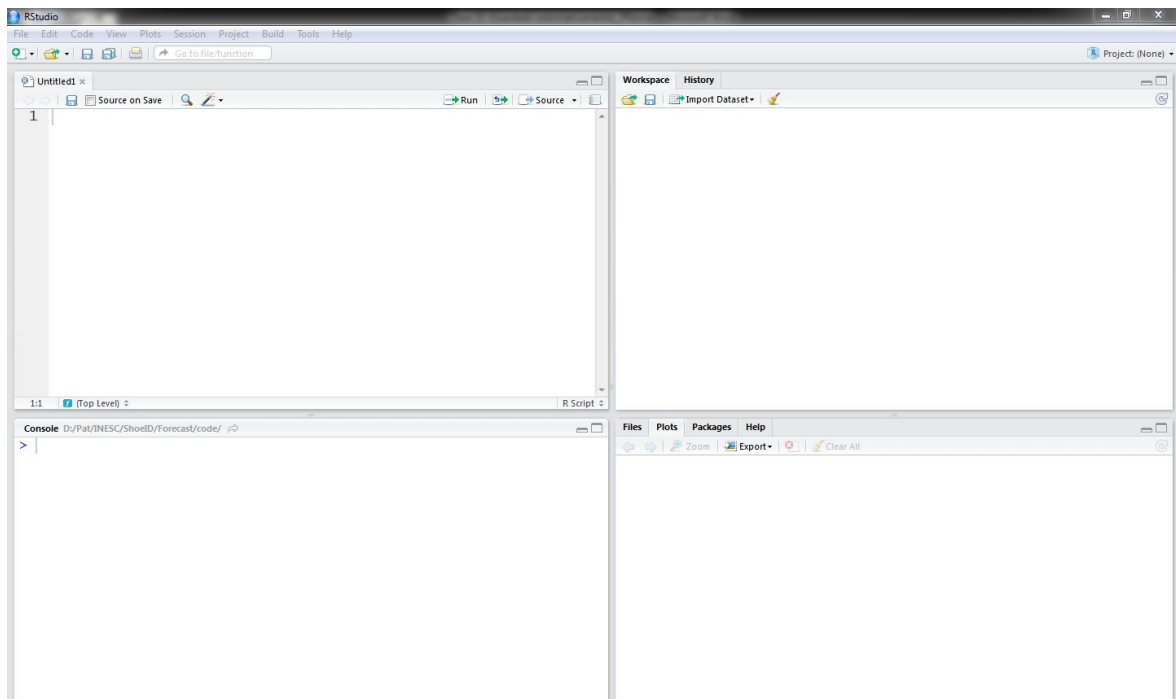
**Figura 3.11.** Gráficos da série de Água Pingo Doce 1,5LT - loja de 2000m<sup>2</sup>.



**Figura 3.12.** Gráficos da série de Água Pingo Doce 1,5LT - loja Híper.

## IV – PREVISÃO DE VENDAS PARA AS LOJAS PINGO DOCE

Todo o trabalho de modelação e previsão foi desenvolvido usando o *software* livre estatístico R (<http://www.r-project.org/>). Este *software* consiste num conjunto de *packages* cada um deles orientado para o tratamento e resolução de problemas específicos. Cada *package* consiste num conjunto de funções que quando invocadas executam rotinas de programação. O *software* R pode ser utilizado através do programa *RStudio*, cujo *layout* se mostra na Figura 4.1, que consiste num ambiente de programação mais amigável do que o ambiente de programação disponibilizado pelo R.



**Figura 4.1.** Ambiente de modelação e previsão.

Para a análise das séries temporais em estudo foi utilizado o *package Forecast* que tem implementados os métodos referidos no Capítulo 2 (Hyndman, 2012, Cryer, 2008).

Todas as séries foram analisadas usando a metodologia de alisamento exponencial e a metodologia ARIMA. Os resultados dessa modelação encontram-se nas secções que se seguem. Para cada uma das séries foi determinado o melhor modelo da classe de modelos de espaço de estado e o melhor modelo da classe de modelos ARIMA. A seleção do melhor modelo em cada uma destas classes foi feita usando o valor do Critério de Informação de

Akaike corrigido (AICc). Após a determinação dos melhores modelos de cada uma das classes foi necessário selecionar de entre estes dois aquele que deveria ser usado para efetuar a previsão.

Acontece que os valores do Critério de Informação de Akaike corrigido relativos a cada uma das classes de modelos não são diretamente comparáveis, visto que as verossimilhanças das duas classes de modelos não são comparáveis, uma vez que assumem pressupostos de inicialização diferentes (Hyndman, 2012). Assim este parâmetro não pôde ser utilizado para efetuar a referida seleção.

Tal como referido, é incorreto avaliar o desempenho de previsão exclusivamente pelo ajuste do modelo aos dados históricos, através dos erros de previsão. A avaliação do desempenho deve ser efetuada usando dados históricos que não foram utilizados no ajuste do modelo. Assim, para o efeito, o conjunto de dados foi dividido em um conjunto de treino e um conjunto de teste, tendo sido selecionado o modelo, de entre o modelo ETS e o modelo ARIMA escolhidos, que apresentou o menor valor do parâmetro RMSE para o conjunto de teste.

Visto que a empresa privilegiou a determinação de previsões mensais, as vendas diárias foram agregadas em vendas mensais em todas as séries em estudo. Em algumas séries faltavam valores diários relativos a um ou dois meses. Nesses casos a determinação do valor mensal em falta foi feita através de uma média entre os meses anterior e seguinte.

Nas séries de Arroz Caçarola 1KG e Arroz Pingo Doce 1KG relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, à 2000m<sup>2</sup> e híper

- o conjunto de treino consistiu nas vendas mensais entre Janeiro de 2007 e Maio de 2011 (53 observações);
- o conjunto de teste consistiu nas vendas mensais entre Junho e Dezembro de 2011 (7 observações).

Nas séries de Água Luso 1,5LT e Água Pingo Doce 1,5LT relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, à 2000m<sup>2</sup> e híper

- o conjunto de treino consistiu nas vendas mensais entre Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011 (60 observações);
- o conjunto de teste consistiu nas vendas mensais entre Janeiro e Julho de 2012 (7 observações).

## 4.1. MODELAÇÃO POR ALISAMENTO EXPONENCIAL

### 4.1.1. SÉRIES NÃO SAZONAIS

Nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 encontram-se os dados relativos aos modelos ETS selecionados para as séries de Arroz Caçarola 1KG relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. No quadro superior encontram-se as estimativas dos parâmetros de alisamento e as estimativas dos valores iniciais utilizados. No quadro inferior encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) para o conjunto de treino (Janeiro de 2007 e Maio de 2011). As medidas de avaliação apresentadas na tabela encontram-se definidas na Secção 2.2.3. Foi selecionado o modelo de espaço de estado que apresentou o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido, AICc, definido na Secção 2.3.7. Para a loja de 1000m<sup>2</sup> e para a loja híper foi selecionado o modelo com erros multiplicativos, sem tendência e com sazonalidade multiplicativa – ETS(M,N,M). Saliente-se, no entanto, o valor bastante reduzido do parâmetro de alisamento da sazonalidade, 0.0001, que está de acordo com a sazonalidade anual ligeira observada nestas duas séries. Para a loja de 2000m<sup>2</sup> foi mesmo selecionado o modelo com erros multiplicativos, sem tendência e sem sazonalidade – ETS(M,N,N), que está de acordo com o nível razoavelmente constante que a série evidencia sobretudo a partir de Junho de 2008. Registem-se os valores razoavelmente elevados do parâmetro MAPE relativo aos erros de previsão do conjunto de treino sobretudo nas séries relativas às lojas de 2000m<sup>2</sup> e híper. Note-se que é incorreto avaliar o desempenho de previsão com estes erros relativos ao conjunto de treino. Nas Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 encontram-se os dados relativos aos modelos ETS selecionados para as séries de Arroz Pingo Doce 1KG relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. No quadro superior encontram-se as estimativas dos parâmetros de alisamento e as estimativas dos valores iniciais utilizados. No quadro inferior encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) relativos ao conjunto de treino (Janeiro de 2007 e Maio de 2011). Foi selecionado o modelo de espaço de estado que apresentou o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido, AICc. Para a loja de 1000m<sup>2</sup> e para a loja híper foi selecionado o modelo com erros multiplicativos, sem tendência e com sazonalidade multiplicativa – ETS(M,N,M). Para a loja de 2000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo com erros aditivos, sem tendência e com sazonalidade aditiva – ETS(A,N,A), que não está inteiramente de acordo com a tendência crescente observada ao longo de todo o período da série. Saliente-se, novamente, o valor bastante reduzido do parâmetro de alisamento da sazonalidade, que está de acordo com o padrão sazonal anual ligeiro observado nas séries. Registem-se os valores razoáveis do parâmetro MAPE relativo aos erros de previsão em todas as séries.

**MARCA NÃO PRÓPRIA (ARROZ CAÇAROLA):**

**Arroz Caçarola 1KG - Loja 1000 m<sup>2</sup>:**

**Modelo ETS (M,N,M) – s/**tendência, sazonalidade multiplicativa e erros multiplicativos

**Valor do AICc:** 684,8501

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,N,M)						
<b>Parâmetros de alisamento:</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\gamma</math></b>				
	0,7193	0,0001				
<b>Estados iniciais:</b>	<b><math>I_0</math></b>					
	463,2878					
	<b><math>S_1</math></b>	<b><math>S_2</math></b>	<b><math>S_3</math></b>	<b><math>S_4</math></b>	<b><math>S_5</math></b>	<b><math>S_6</math></b>
	1,2963	1,0429	1,0559	0,9571	0,77	0,8032
	<b><math>S_7</math></b>	<b><math>S_8</math></b>	<b><math>S_9</math></b>	<b><math>S_{10}</math></b>	<b><math>S_{11}</math></b>	<b><math>S_{12}</math></b>
	0,9995	1,2277	1,1447	0,9831	0,8275	0,892

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-4,9093	81,7461	51,0139	-4,9723	15,4758	0,6540

**Tabela 4.1.** Modelo ETS para a série de Arroz Caçarola 1KG (1000m<sup>2</sup>).

**Arroz Caçarola 1KG - Loja 2000 m<sup>2</sup>:**

**Modelo ETS (M,N,N) – s/** tendência, s/sazonalidade e erros multiplicativos

**Valor do AICc:** 661,207

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,N,N)	
<b>Parâmetros de alisamento:</b>	<b><math>\alpha</math></b>
	0,5865
<b>Estados iniciais:</b>	<b><math>I_0</math></b>
	242,2136

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-0,2086	85,5616	59,9170	-7,2716%	26,1552%	0,9177

**Tabela 4.2.** Modelo ETS para a série de Arroz Caçarola 1KG (2000m<sup>2</sup>).

**Arroz Caçarola 1KG, Loja Híper:**

Modelo ETS (M,N,M) – s/ tendência, sazonalidade multiplicativa e erros multiplicativos

Valor do AICc: 997,1078

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,N,M)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\gamma$				
	0,5467	0,0001				
Estados iniciais:	$I_0$					
	10865,43					
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	1,6170	1,2231	1,0461	0,7811	0,726	0,8244
	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
	1,3946	1,3515	0,7328	0,7256	0,6616	0,9161

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-409,4053	2230,7546	1391,2144	-22,1540	39,9266	0,8552

Tabela 4.3. Modelo ETS para a série de Arroz Caçarola 1KG (híper).

**MARCA PRÓPRIA (ARROZ PINGO DOCE):**

**Arroz Pingo Doce 1KG, Loja 1000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ETS (M,N,M) – s/ tendência, sazonalidade multiplicativa e erros multiplicativos

Valor do AICc: 874,1189

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,N,M)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\gamma$				
	0,6091	0,0002				
Estados iniciais:	$I_0$					
	1172,2023					
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	1,3066	1,2837	1,0431	0,9253	0,8033	0,8109
	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
	0,7906	1,127	0,9762	0,932	0,9191	1,0823

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
16,1803	380,3494	288,6816	-0,4652	13,8902	0,7306

Tabela 4.4. Modelo ETS para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (1000m<sup>2</sup>).

**Arroz Pingo Doce 1KG, Loja 2000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ETS (A,N,A) – s/ tendência, sazonalidade aditiva e erros aditivos

Valor do AICc: 876,1007

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (A,N,A)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\gamma$				
	0,5581	0,0001				
Estados iniciais:	$I_0$					
	1566,12					
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	320,8924	92,8139	-173,566	-383,15	847,0918	311,1403
	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
	-702,669	-350,139	396,6572	-108,825	-72,802	-177,445

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
84,5687	369,2721	296,7569	1,9583	10,8224	0,5531

Tabela 4.5. Modelo ETS para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (2000m<sup>2</sup>).

**Arroz Pingo Doce 1KG, Loja Híper:**

Modelo ETS (M,N,M) – s/ tendência, sazonalidade multiplicativa e erros multiplicativos

Valor do AICc: 1059,081

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,N,M)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\gamma$				
	0,9009	0,0001				
Estados iniciais:	$I_0$					
	9862,602					
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	1,2318	1,0735	0,9578	0,8134	0,8728	1,0164
	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
	0,8617	1,122	1,054	0,9928	0,9998	1,0041

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
85,8032	2410,5487	1804,0088	-0,7943	13,2328	0,8099

Tabela 4.6. Modelo ETS para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (híper).

#### 4.1.2. SÉRIES SAZONAIS

Nas Tabelas 4.7, 4.8 e 4.9 encontram-se os dados relativos aos modelos ETS selecionados para as séries de Água Luso 1,5L relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. No quadro superior encontram-se as estimativas dos parâmetros de alisamento e as estimativas dos valores iniciais utilizados. No quadro inferior encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) para o conjunto de treino (Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011). As medidas de avaliação apresentadas na tabela encontram-se definidas na Secção 2.2.3. Foi selecionado o modelo de espaço de estado que apresentou o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido, AICc, definido na Secção 2.3.7. Para a loja de 2000m<sup>2</sup> e para a loja híper foi selecionado o modelo com erros multiplicativos, sem tendência e com sazonalidade multiplicativa – ETS(M,N,M). Saliente-se os valores do parâmetro de alisamento da sazonalidade, que estão de acordo com a sazonalidade anual observada nestas duas séries que revela um aumento do consumo entre Maio e Agosto de cada ano. Para a loja de 1000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo com erros aditivos, sem tendência e sem sazonalidade – ETS(A,N,N), que está de acordo com a oscilação observada na série. Registem-se os valores bastante elevados do parâmetro MAPE relativo aos erros de previsão do conjunto de treino sobretudo nas séries relativas às lojas de 2000m<sup>2</sup> e híper. Nas Tabelas 4.10, 4.11 e 4.12 encontram-se os dados relativos aos modelos ETS selecionados para as séries de Água Pingo Doce 1,5L relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. No quadro superior encontram-se as estimativas dos parâmetros de alisamento e as estimativas dos valores iniciais utilizados. No quadro inferior encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) relativos ao conjunto de treino (Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011). Foi selecionado o modelo de espaço de estado que apresentou o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido, AICc. Para a loja de 1000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo com erros multiplicativos, sem tendência e com sazonalidade multiplicativa – ETS(M,N,M). Para a loja de 2000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo com erros aditivos, sem tendência e com sazonalidade aditiva – ETS(A,N,A). Para a loja híper foi selecionado o modelo com erros multiplicativos, tendência aditiva e com sazonalidade multiplicativa – ETS(M,A,M) que não está de acordo com a tendência crescente observada ao longo de todo o período da série. O padrão sazonal, que revela um aumento do consumo entre Fevereiro e Agosto e uma ligeira diminuição do consumo nos últimos quatro meses de cada ano, é captado pelos três modelos. Registem-se os valores razoáveis do parâmetro MAPE relativo aos erros de previsão em todas as séries.

**MARCA NÃO PRÓPRIA (ÁGUA LUSO):**

**Água Luso 1,5 LT, Loja 1000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ETS (A,N,N) – s/ tendência, s/ sazonalidade e erros aditivos

Valor do AICc: 902,0856

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (A,N,N)	
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$
	0,9999
Estados iniciais:	$I_0$
	1343,705

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-17,5638	229,3204	180,8640	-9,2548	26,1883	0,9834

Tabela 4.7. Modelo ETS para a série de Água Luso 1,5LT (1000m<sup>2</sup>).

**Água Luso 1,5 LT, Loja 2000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ETS (M,N,M) – s/ tendência, sazonalidade multiplicativa e erros multiplicativos

Valor do AICc: 943,2651

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,N,M)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\gamma$				
	0,812	0,0006				
Estados iniciais:	$I_0$					
	610,0924					
	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$
	0,645	0,3998	0,5074	0,7972	2,2488	1,8236
	$s_7$	$s_8$	$s_9$	$s_{10}$	$s_{11}$	$s_{12}$
	1,0296	1,0571	1,2182	1,0467	0,7456	0,481

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-3,9696	282,3959	207,8462	-11,0529	32,8184	0,6518

Tabela 4.8. Modelo ETS para a série de Água Luso 1,5LT (2000m<sup>2</sup>).

**Água Luso 1,5 LT, Loja Híper:**

Modelo ETS (M,N,M) – s/ tendência, sazonalidade multiplicativa e erros multiplicativos

Valor do AICc: 1069,387

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,N,M)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\gamma$				
	0,9953	0,0047				
Estados iniciais:	$I_0$					
	3245,218					
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	0,7776	0,4311	0,4759	0,6761	1,2311	1,3049
	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
	1,4551	1,0348	1,1945	1,4927	1,3821	0,5443

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-72,9779	1249,3790	756,2276	-16,3235	43,2372	1,0884

Tabela 4.9. Modelo ETS para a série de Água Luso 1,5LT (híper).

**MARCA PRÓPRIA (ÁGUA PINGO DOCE):**

**Água Pingo Doce 1,5 LT, Loja 1000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ETS (M,N,M) – s/ tendência, sazonalidade multiplicativa e erros multiplicativos

Valor do AICc: 1095,977

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,N,M)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\gamma$				
	0,5787	0,0002				
Estados iniciais:	$I_0$					
	5211,6206					
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	0,7775	0,8067	1,0147	1,2591	1,1493	1,1802
	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
	1,0972	1,0955	1,0793	0,9408	0,7692	0,8305

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
86,5802	1004,0078	729,4671	0,1296	9,6713	0,6382

Tabela 4.10. Modelo ETS para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (1000m<sup>2</sup>).

Água Pingo Doce 1,5 LT, Loja 2000 m<sup>2</sup>:

Modelo ETS (A,N,A) – s/ tendência, sazonalidade aditiva e erros aditivos

Valor do AICc: 1155,185

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (A,N,A)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\gamma$				
	0,6507	0,001				
Estados iniciais:	$I_0$					
	827,3499					
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	2037,559	-1863,65	-984,524	132,6314	4806,76	2701,065
	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
	572,3849	641,9985	-31,6023	-424,297	-2241,25	-1271,96

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
248,3892	1434,0535	1039,7484	5,9935	19,0268	0,6380

Tabela 4.11. Modelo ETS para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (2000m<sup>2</sup>).

Água Pingo Doce 1,5 LT, Loja Híper:

Modelo ETS (M,A,M) – tendência aditiva, sazonalidade multiplicativa e erros multiplicativos

Valor do AICc: 1214,144

Estimativas dos parâmetros do modelo ETS (M,A,M)						
Parâmetros de alisamento:	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$			
	0,3448	0,0001	0,0001			
Estados iniciais:	$I_0$	$b_0$				
	7195,307	372,0133				
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	0,7613	0,8789	1,0217	1,0428	1,3523	1,3676
	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
	1,0894	1,1423	0,9582	0,8633	0,7536	0,7686

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-404,3280	2962,7106	1911,8130	-4,2104	12,2179	0,6783

Tabela 4.12. Modelo ETS para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (híper).

## 4.2. MODELAÇÃO ARIMA

### 4.2.1. SÉRIES NÃO SAZONAIS

Nas Tabelas 4.13, 4.14 e 4.15 encontram-se os dados relativos aos modelos ARIMA selecionados para as séries de Arroz Caçarola 1KG relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. No quadro superior encontram-se as estimativas dos coeficientes de cada modelo e os respetivos erros padrão. No quadro inferior encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) para o conjunto de treino (Janeiro de 2007 e Maio de 2011). As medidas de avaliação apresentadas na tabela encontram-se definidas na Secção 2.2.3. Foi selecionado o modelo ARIMA que apresentou o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido, AICc, definido na Secção 2.3.7. Para a loja de 1000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo ARIMA(4,1,1) e para as lojas de 2000m<sup>2</sup> e híper foi selecionado o modelo ARIMA(0,1,1). Estes modelos estão inteiramente de acordo com o comportamento das séries: a instabilidade sobretudo entre Janeiro de 2007 e Junho de 2008 levou a uma diferenciação simples em cada caso, que tornou as séries estacionárias em média e variância sem sazonalidade aparente. Registem-se os valores razoavelmente elevados do parâmetro MAPE relativo aos erros de previsão do conjunto de treino. Note-se que é incorreto avaliar o desempenho de previsão com estes erros relativos ao conjunto de treino.

Nas Tabelas 4.16, 4.17 e 4.18 encontram-se os dados relativos aos modelos ARIMA selecionados para as séries de Arroz Pingo Doce 1KG relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. No quadro superior encontram-se as estimativas dos coeficientes de cada modelo e os respetivos erros padrão. No quadro inferior encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) para o conjunto de treino (Janeiro de 2007 e Maio de 2011). As medidas de avaliação apresentadas na tabela encontram-se definidas na Secção 2.2.3. Foi selecionado o modelo ARIMA que apresentou o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido, AICc, definido na Secção 2.3.7. Para a loja de 1000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo ARIMA(0,1,2)(1,1,0)<sub>12</sub>, para a loja de 2000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo ARIMA(0,1,1)(1,0,0)<sub>12</sub> e para a loja híper selecionado o modelo ARIMA(2,0,3)(1,0,0)<sub>12</sub>. O padrão sazonal anual revelado, inesperadamente, pelas três séries é captado pelos modelos multiplicativos sazonais, em consonância com os modelos ETS selecionados. Para tornar as séries estacionárias, no caso da loja de 1000m<sup>2</sup> foi efetuada uma diferenciação simples e uma diferenciação sazonal, e no caso da loja de 2000m<sup>2</sup> foi efetuada uma diferenciação simples. Salientem-se os valores razoáveis do parâmetro MAPE relativo aos erros de previsão em todas as séries.

**MARCA NÃO PRÓPRIA (ARROZ CAÇAROLA):**

**Arroz Caçarola 1KG, Loja 1000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ARIMA (4,1,1) – s/ sazonalidade identificada

Valor do AICc: 637,8

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (4,1,1)					
Coeficientes:					
	ar1	ar2	ar3	ar4	ma1
	-0,9592	-615	-0,5569	-4894	0,9769
e.p.	0,1202	0,160	0,1566	0,1180	0,1135

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-3,2529	93,1646	67,8823	-5,4081	19,4695	0,8702

Tabela 4.13. Modelo ARIMA para a série de Arroz Caçarola 1KG (1000m<sup>2</sup>).

**Arroz Caçarola 1KG, Loja 2000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ARIMA (0,1,1) – s/ sazonalidade identificada

Valor do AICc: 615,65

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (0,1,1)	
Coeficientes:	
	ma1
	-0,3977
e.p.	0,1406

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-1,0665	85,5250	59,2113	-7,5333	25,8962	0,9069

Tabela 4.14. Modelo ARIMA para a série de Arroz Caçarola 1KG (2000m<sup>2</sup>).

**Arroz Caçarola 1KG, Loja Híper:**

Modelo ARIMA (0,1,1) – s/ sazonalidade identificada

Valor do AICc: 960,3

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (0,1,1)		
Coeficientes:		
	ma1	valor médio
	-0,7678	-148,1138
e.p.	0,0860	80,4056

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-156,2374	2285,0883	1501,6899	-13,8718	38,5324	0,9231

Tabela 4.15. Modelo ARIMA para a série de Arroz Caçarola 1KG (híper).

**MARCA PRÓPRIA (ARROZ PINGO DOCE):**

**Arroz Pingo Doce 1KG, Loja 1000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ARIMA (0,1,2)(1,1,0)[12] – sazonalidade identificada

Valor do AICc: 616

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (0,1,2)(1,1,0)[12]			
Coeficientes:			
	ma1	ma2	sar1
	-0,4772	0,4056	-0,6264
e.p.	0,1738	0,2004	0,1231

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-9,3242	381,9469	272,4726	-1,0487	12,4290	0,6896

Tabela 4.16. Modelo ARIMA para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (1000m<sup>2</sup>).

Arroz Pingo Doce 1KG, Loja 2000 m<sup>2</sup>:

Modelo ARIMA (0,1,1)(1,0,0)[12] – sazonalidade identificada

Valor do AICc: 806,37

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (0,1,1)(1,0,0)[12]		
Coeficientes:		
	ma1	sar1
	-0,5925	0,4449
e.p.	0,1273	0,1266

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
69,1412	509,2802	410,6109	-0,2497	15,0367	0,7653

Tabela 4.17. Modelo ARIMA para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (2000m<sup>2</sup>).

Arroz Pingo Doce 1KG, Loja Híper:

Modelo ARIMA (2,0,3)(1,0,0)[12] – sazonalidade identificada

Valor do AICc: 991,49

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (2,0,3)(1,0,0)[12]						
Coeficientes:						
	ar1	ar2	ma1	ma2	ma3	sar1
	1,9349	-0,9793	-1,6182	0,2455	0,3763	0,1579
s.e.	0,0178	0,0172	0,1817	0,2875	0,1461	0,1444
valor médio						
	13618,48					
e.p.	70,6432					

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Maio 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-25,0262	2142,1024	1734,1661	-3,1285	13,5681	0,7786

Tabela 4.18. Modelo ARIMA para a série de Arroz Pingo Doce 1KG (híper).

#### 4.2.2. SÉRIES SAZONAIS

Nas Tabelas 4.19, 4.20 e 4.21 encontram-se os dados relativos aos modelos ARIMA selecionados para as séries de Água Luso 1,5LT relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. No quadro superior encontram-se as estimativas dos coeficientes de cada modelo e os respetivos erros padrão. No quadro inferior encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) para o conjunto de treino (Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011). As medidas de avaliação apresentadas na tabela encontram-se definidas na Secção 2.2.3. Foi selecionado o modelo ARIMA que apresentou o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido, AICc, definido na Secção 2.3.7. Para a loja de 1000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo ARIMA(1,0,1), para a loja de 2000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo ARIMA(1,0,0)(1,0,1)<sub>12</sub>, e para a loja híper selecionado o modelo ARIMA(0,1,4)(1,0,0)<sub>12</sub>. Tal como nos modelos ETS, foram selecionados modelos multiplicativos sazonais, com sazonalidade anual, no caso da loja de 2000m<sup>2</sup> e da loja híper, que estão de acordo com o comportamento observado nestas duas séries que revela um aumento do consumo entre Maio e Agosto de cada ano. Registem-se os valores bastante elevados do parâmetro MAPE relativo aos erros de previsão do conjunto de treino sobretudo nas séries relativas às lojas de 2000m<sup>2</sup> e híper, tal como nos modelos ETS. Note-se que é incorreto avaliar o desempenho de previsão com estes erros relativos ao conjunto de treino.

Nas Tabelas 4.22, 4.23 e 4.24 encontram-se os dados relativos aos modelos ARIMA selecionados para as séries de Água Pingo Doce 1,5LT relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. No quadro superior encontram-se as estimativas dos coeficientes de cada modelo e os respetivos erros padrão. No quadro inferior encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) para o conjunto de treino (Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011). As medidas de avaliação apresentadas na tabela encontram-se definidas na Secção 2.2.3. Foi selecionado o modelo ARIMA que apresentou o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido, AICc, definido na Secção 2.3.7. Para a loja de 1000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo ARIMA(2,0,0)(1,1,1)<sub>12</sub>, para a loja de 2000m<sup>2</sup> foi selecionado o modelo ARIMA(0,1,1)(1,1,0)<sub>12</sub> e para a loja híper selecionado o modelo ARIMA(0,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub>. Tal como nos modelos ETS, o padrão sazonal, que mostra um aumento do consumo entre Fevereiro e Agosto e uma ligeira diminuição do consumo nos últimos quatro meses de cada ano, é captado pelos três modelos ARIMA sazonais. Registem-se os valores bastante razoáveis do parâmetro MAPE relativo aos erros de previsão em todas as séries, tal como aconteceu nos modelos ETS.

**MARCA NÃO PRÓPRIA (ÁGUA LUSO):**

**Água Luso 1,5 LT, Loja 1000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ARIMA (0,1,0) – s/ sazonalidade identificada

Valor do AICc: 799,91

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (0,1,0)	
Coeficientes:	
	drift
	-17,8475
e.p.	30,2746

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
0,0227	228,6353	179,6086	-5,8037	25,2457	0,4840

Tabela 4.19. Modelo ARIMA para a série de Água Luso 1,5LT (1000m<sup>2</sup>).

**Água Luso 1,5 LT, Loja 2000 m<sup>2</sup>:**

Modelo ARIMA (1,0,0)(1,0,1)[12] – sazonalidade identificada

Valor do AICc: 886,81

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (1,0,0)(1,0,1)[12]				
Coeficientes:				
	ar1	sar1	sma1	valor médio
	0,7258	0,9155	-0,5119	805,6418
e.p.	0,0869	0,0946	0,2728	397,4763

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
4,0206	325,7896	239,4297	-22,3134	48,7820	0,7509

Tabela 4.20. Modelo ARIMA para a série de Água Luso 1,5LT (2000m<sup>2</sup>).

Água Luso 1,5 LT, Loja Híper:

Modelo ARIMA (0,1,4)(1,0,0)[12] – sazonalidade identificada

Valor do AICc: 982,33

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (0,1,4)(1,0,0)[12]					
Coeficientes:					
	ma1	ma2	ma3	ma4	sar1
	-0,1135	-0,0714	-0,4945	-0,1981	0,5131
e.p.	0,1452	0,1694	0,1994	0,1305	0,1463

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-102,3363	847,4863	605,7492	-28,1553	46,4312	0,8718

Tabela 4.21. Modelo ARIMA para a série de Água Luso 1,5LT (híper).

**MARCA PRÓPRIA (ÁGUA PINGO DOCE):**

Água Pingo Doce 1,5 LT, Loja 1000 m<sup>2</sup>:

Modelo ARIMA (2,0,0)(1,1,1)[12] – sazonalidade identificada

Valor do AICc: 840,17

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (2,0,0)(1,1,1)[12]				
Coeficientes:				
	ar1	ar2	sar1	sma1
	0,4858	0,3283	-0,1181	-0,853
e.p.	0,1422	0,1427	0,2220	1,1509

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
217,8882	1012,4432	699,0205	1,8318	8,9709	0,6116

Tabela 4.22. Modelo ARIMA para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (1000m<sup>2</sup>).

Água Pingo Doce 1,5 LT, Loja 2000 m<sup>2</sup>:

Modelo ARIMA (0,1,1)(1,1,0)[12] – sazonalidade identificada

Valor do AICc: 846,99

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (0,1,1)(1,1,0)[12]		
Coeficientes:		
	ma1	sar1
	-0,4077	-0,6702
e.p.	0,1545	0,0930

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-134,1820	1512,7244	1011,6906	-2,6246	10,7293	0,6208

Tabela 4.23. Modelo ARIMA para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (2000m<sup>2</sup>).

Água Pingo Doce 1,5 LT, Loja Híper:

Modelo ARIMA (0,0,0)(1,1,0)[12] – sazonalidade identificada

Valor do AICc: 935,65

Estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA (0,0,0)(1,1,0)[12]		
Coeficientes:		
	sar1	Valor médio
	-0,6615	275,2867
e.p.	0,0926	29,0867

Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de treino (Janeiro 2007 a Dezembro 2011)					
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
116,0911	3215,6562	2081,3398	-2,6159	12,3205	0,7384

Tabela 4.24. Modelo ARIMA para a série de Água Pingo Doce 1,5LT (híper).

### 4.3. COMPARAÇÃO DE MODELOS

Identificado o melhor modelo de cada uma das classes de modelos, de espaço de estado e ARIMA, torna-se necessário selecionar de entre estes dois modelos aquele que deverá ser utilizado para efetuar a previsão pretendida. Ou seja, torna-se necessário escolher, de entre os dois modelos, aquele que potencialmente terá melhor desempenho ao nível de previsão.

Tal como já foi referido, por um lado, os valores do Critério de Informação de Akaike corrigido relativos a cada uma das classes de modelos não são diretamente comparáveis, visto que as verosimilhanças das duas classes de modelos não são comparáveis, uma vez que assumem pressupostos de inicialização diferentes (Hyndman, 2012). Assim, este parâmetro não pôde ser usado para efetuar a referida seleção. Por outro lado, é incorreto avaliar o desempenho de previsão exclusivamente pelo ajuste do modelo aos dados históricos, através dos erros de previsão. A avaliação do desempenho deve ser efetuada usando dados históricos que não foram utilizados no ajuste do modelo.

Assim, de acordo com estas condições, para que a seleção do melhor modelo fosse possível nesta fase, o conjunto de dados foi dividido inicialmente em um conjunto de treino e um conjunto de teste, tendo sido selecionado o modelo para o conjunto de treino de cada uma das classes que apresentava o menor valor do Critério de Informação de Akaike corrigido. De entre o modelo de espaço de estado e o modelo ARIMA escolhidos foi selecionado, nesta fase, aquele que apresentou o menor valor do parâmetro RMSE para o conjunto de teste.

Assim, usando o modelo de espaço de estado e o modelo ARIMA selecionados para as séries de Arroz Caçarola 1KG e Arroz Pingo Doce 1KG relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, à 2000m<sup>2</sup> e híper, foi feita uma previsão das vendas mensais entre Junho e Dezembro de 2011 (7 instantes para a frente). E, da mesma forma, usando o modelo de espaço de estado e o modelo ARIMA selecionados para as séries de Água Luso 1,5LT e Água Pingo Doce 1,5LT relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, à 2000m<sup>2</sup> e híper, foi feita uma previsão das vendas mensais entre Janeiro e Julho de 2012 (7 instantes para a frente).

Nas tabelas 4.25, 4.26 e 4.27 encontram-se as medidas de avaliação dos erros de previsão (ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE e MASE) relativos a cada uma das séries, para as lojas de 1000 m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper, respetivamente. O modelo escolhido para efetuar a previsão pretendida pelo Grupo Jerónimo Martins de cada um dos produtos em estudo, ou seja, o modelo que apresentou o menor valor do parâmetro RMSE, encontra-se rodeado por uma linha vermelha.

Arroz Caçarola 1KG 1000 m <sup>2</sup>						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
AE	-6,9699	43,4229	34,4601	-4,3998	14,7547	0,2345
ARIMA	-10,9445	54,1100	43,7652	-8,2402	19,7443	0,2978
Arroz Pingo Doce 1KG 1000 m <sup>2</sup>						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
AE	64,7147	266,1530	216,0580	3,0917	10,4781	0,2347
ARIMA	308,2601	338,9355	308,2601	15,1487	15,1487	0,3349
Água Luso 1,5 LT 1000 m <sup>2</sup>						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
AE	283,7317	342,9001	284,0124	42,6605	42,7577	0,7653
ARIMA	355,1041	417,5372	355,1041	55,4166	55,4166	0,9569
Água Pingo Doce 1,5 LT 1000 m <sup>2</sup>						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
AE	-1793,7488	2332,6533	1884,1104	-29,3081	30,4141	1,1606
ARIMA	-1221,6765	1702,6777	1435,2594	-20,4025	23,0807	0,8841

Tabela 4.25. Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de teste (1000 m<sup>2</sup>).

Arroz Caçarola 1KG 2000 m <sup>2</sup>						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
AE	9,4124	61,1544	48,6099	-2,1192	20,2249	0,4921
ARIMA	8,8555	61,0712	48,6125	-2,3605	20,2737	0,4921
Arroz Pingo Doce 1KG 2000 m <sup>2</sup>						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
AE	421,0952	526,9050	434,4605	9,0712	9,3457	0,5875
ARIMA	371,5096	537,2686	416,0730	7,3317	8,4944	0,5627
Água Luso 1,5 LT 2000 m <sup>2</sup>						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
AE	369,6250	482,5046	396,4555	38,8264	45,1995	0,8699
ARIMA	8,1083	325,5549	239,9830	-12,7346	35,1092	0,5266
Água Pingo Doce 1,5 LT 2000 m <sup>2</sup>						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
AE	-1113,8712	1354,1624	1113,8712	-14,2438	14,2438	0,3501
ARIMA	-2063,1245	2233,7114	2063,1245	-23,7363	23,7363	0,6484

Tabela 4.26. Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de teste (2000 m<sup>2</sup>).

<b>Arroz Caçarola 1KG Híper</b>						
	<b>ME</b>	<b>RMSE</b>	<b>MAE</b>	<b>MPE</b>	<b>MAPE</b>	<b>MASE</b>
<b>AE</b>	-319,3567	528,0913	416,1187	-26,1992	33,3165	0,1499
<b>ARIMA</b>	680,1625	740,8358	680,1625	55,8104	55,8104	0,2450
<b>Arroz Pingo Doce 1KG Híper</b>						
	<b>ME</b>	<b>RMSE</b>	<b>MAE</b>	<b>MPE</b>	<b>MAPE</b>	<b>MASE</b>
<b>AE</b>	4665,0119	4810,9721	4665,0119	25,1703	25,1703	0,7791
<b>ARIMA</b>	3380,0411	4942,3403	3450,4755	16,0466	16,5059	0,5763
<b>Água Luso 1,5 LT Híper</b>						
	<b>ME</b>	<b>RMSE</b>	<b>MAE</b>	<b>MPE</b>	<b>MAPE</b>	<b>MASE</b>
<b>AE</b>	602,9081	779,5096	620,3861	33,0023	34,5629	0,5476
<b>ARIMA</b>	-88,3694	549,7726	457,8867	-11,1683	30,0373	0,4042
<b>Água Pingo Doce 1,5 LT Híper</b>						
	<b>ME</b>	<b>RMSE</b>	<b>MAE</b>	<b>MPE</b>	<b>MAPE</b>	<b>MASE</b>
<b>AE</b>	-4474,2560	5104,8300	4474,2560	-22,7783	22,7783	0,9688
<b>ARIMA</b>	-5620,5511	6749,3697	5620,5511	-28,6885	28,6885	1,2170

**Tabela 4.27.** Medidas de avaliação dos erros de previsão do conjunto de teste (híper).

Pode observar-se que para efetuar a previsão de:

- Arroz Caçarola 1KG foram escolhidos modelos de espaço de estados para as lojas de 1000m<sup>2</sup> e híper e foi escolhido um modelo ARIMA para a loja de 2000m<sup>2</sup>.
- Arroz Pingo Doce 1KG foram escolhidos modelos de espaço de estado para todas as lojas.
- Água Luso 1,5LT foram escolhidos modelos ARIMA para todas as lojas.
- Água Pingo Doce 1,5LT foi escolhido um modelo ARIMA para a loja de 1000m<sup>2</sup> e foram escolhidos modelos de espaço de estados para as lojas de 2000m<sup>2</sup> e híper.

No caso da amostra em estudo pode concluir-se que não há uma predominância clara de uma das classes de modelos visto que ambas são selecionadas para efetuar a previsão pretendida. Assim, dever-se-á determinar que num processo automático de previsão ambas as classes deverão ser potencialmente avaliadas do ponto de vista da capacidade de previsão devendo ser selecionada aquela que, para o caso específico, conduz a erros de previsão mais baixos.

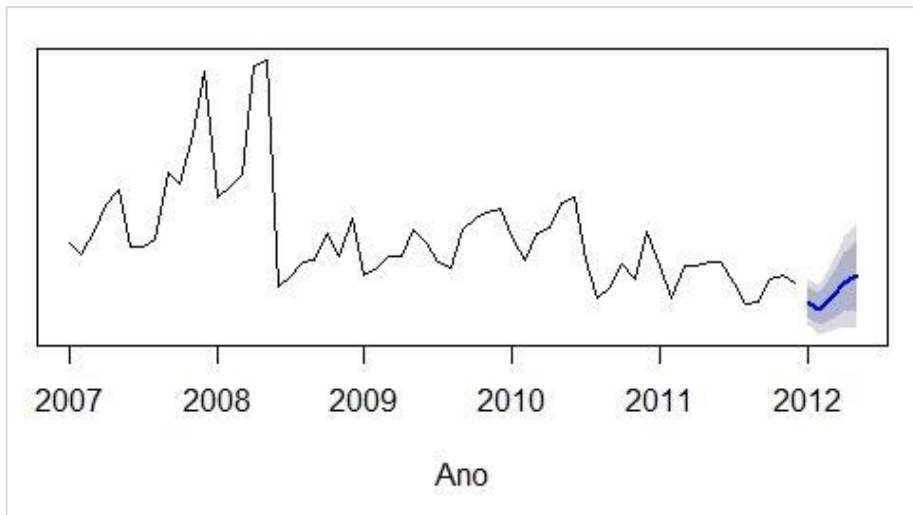
#### 4.4. SISTEMA AUTOMÁTICO DE PREVISÃO

Uma vez selecionado o modelo, de espaço de estado ou ARIMA, a ser utilizado para efetuar a previsão pretendida, devem ser estimados novos valores para os seus parâmetros agora considerando toda a série de dados (conjunto de treino e conjunto de teste). Estimados os novos valores o modelo poderá ser utilizado para efetuar a previsão pretendida.

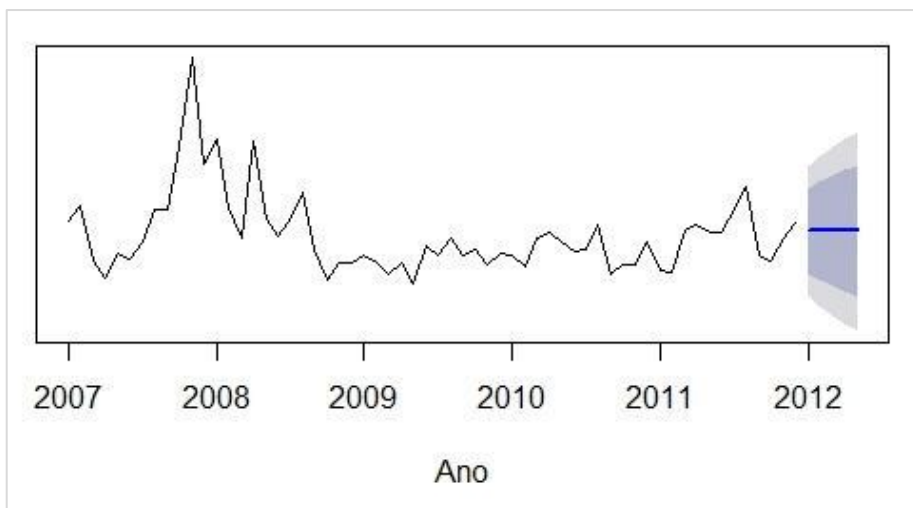
Nas figuras que se seguem mostra-se, para cada um dos produtos, o gráfico conjunto da série de dados, das previsões de vendas mensais para os cinco meses seguintes e os respetivos intervalos de previsão de 80% (azul escuro) e 95% (azul claro). No caso das séries de Arroz Caçarola 1KG e Arroz Pingo Doce 1KG as previsões dizem respeito ao período entre Janeiro e Maio de 2012, e no caso das séries de Água Luso 1,5LT e Água Pingo Doce 1,5LT as previsões dizem respeito ao período entre Agosto e Dezembro de 2012. Excetuando a série de Arroz Caçarola 1KG (loja de 2000m<sup>2</sup>) e a série de Água Luso 1,5LT (loja de 1000m<sup>2</sup>), em todos os outros casos as previsões e os respetivos intervalos de previsão, como esperado, mantêm o padrão de comportamento da série. Como habitualmente, de um modo geral a amplitude dos intervalos de previsão aumenta ligeiramente à medida que o horizonte temporal da previsão aumenta. No caso das séries de Arroz Caçarola 1KG (loja de 2000m<sup>2</sup>) e Água Luso 1,5LT (loja de 1000m<sup>2</sup>) temos de referir que as previsões apresentadas são obtidas utilizando o melhor modelo encontrado e conseqüentemente serão os melhores resultados possíveis de obter com estas classes de modelos.

Para o processo de identificação do modelo, preferencialmente, o conjunto de teste deverá conter um número de instantes e um período de tempo equivalentes ao número de instantes e ao período de tempo do horizonte da previsão, de modo a que a capacidade de previsão avaliada esteja de acordo com o horizonte de previsão pretendido. Visto que a empresa mostrou interesse em previsões mensais, o conjunto de teste foi especificado com observações mensais. Já o conjunto de treino poderia ter sido especificado também com observações diárias ou semanais (foram utilizadas observações mensais). Seria interessante num trabalho futuro avaliar a capacidade de previsão mensal considerando estes três diferentes horizontes de agregação.

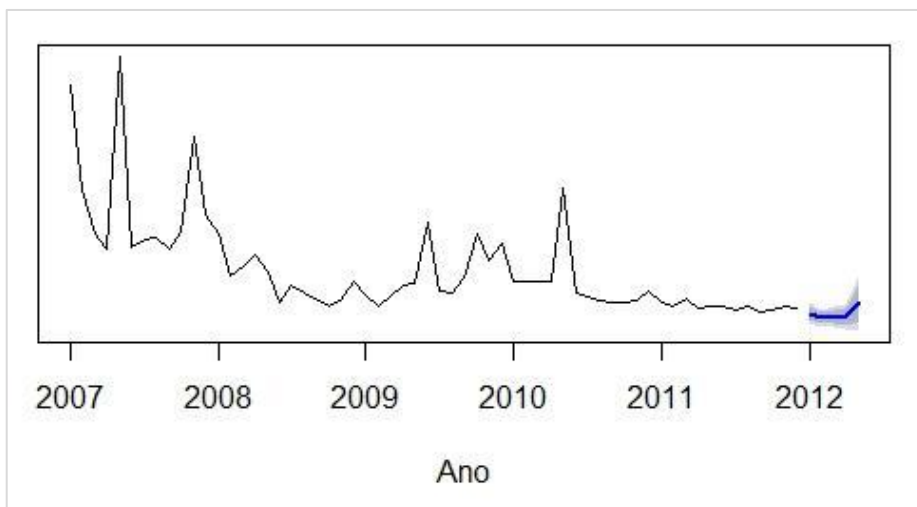
E desta forma fica concluído o sistema automático de previsão que era objeto deste trabalho. A metodologia desenvolvida pode ser aplicada a todas as séries de vendas dos produtos das várias categorias das diferentes lojas do Grupo Jerónimo Martins.



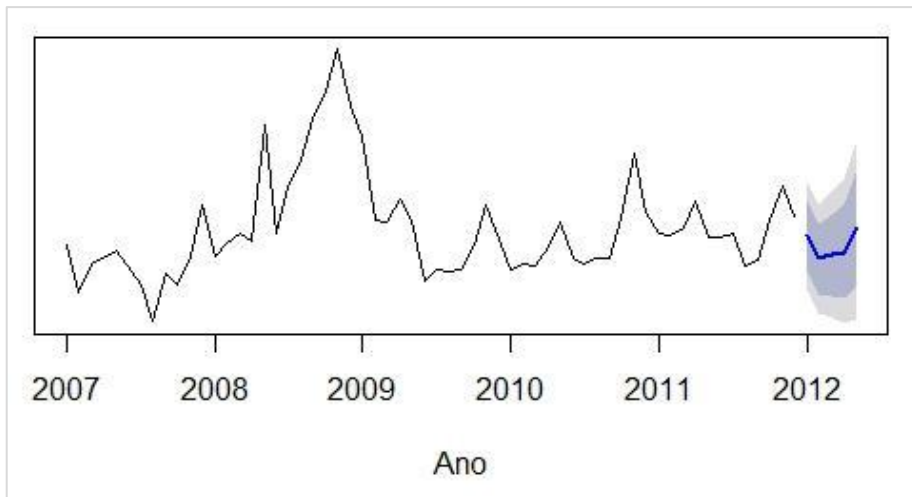
**Figura 4.2.** Arroz Caçarola 1KG (1000m<sup>2</sup>) - modelo ETS (M,N,M).



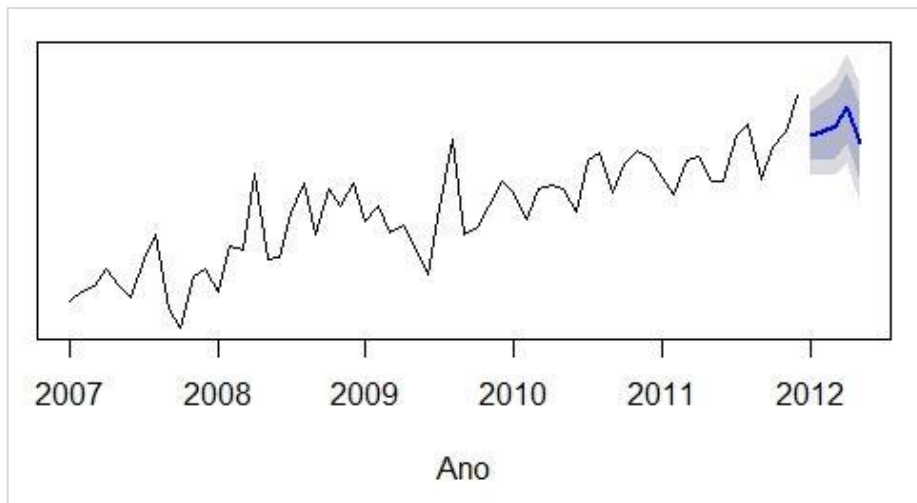
**Figura 4.3.** Arroz Caçarola 1KG (2000m<sup>2</sup>) - modelo ARIMA(0,1,1).



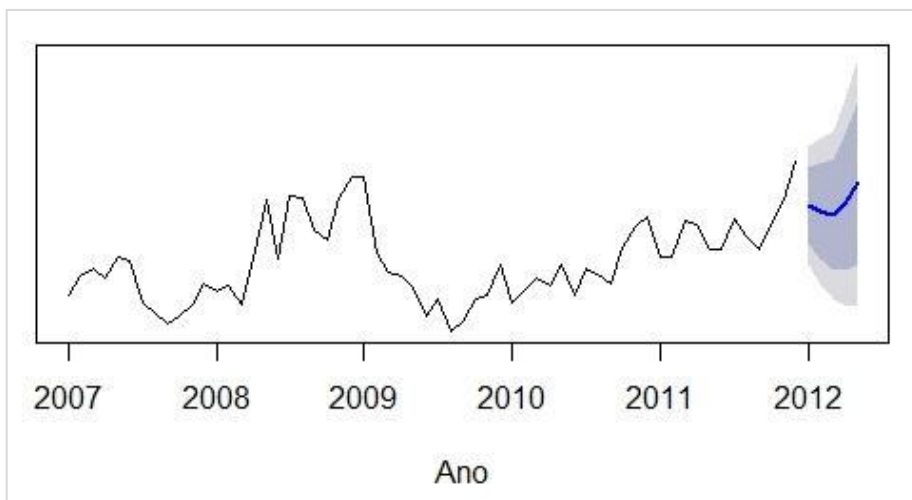
**Figura 4.4.** Arroz Caçarola 1KG (híper) - modelo ETS (M,N,M).



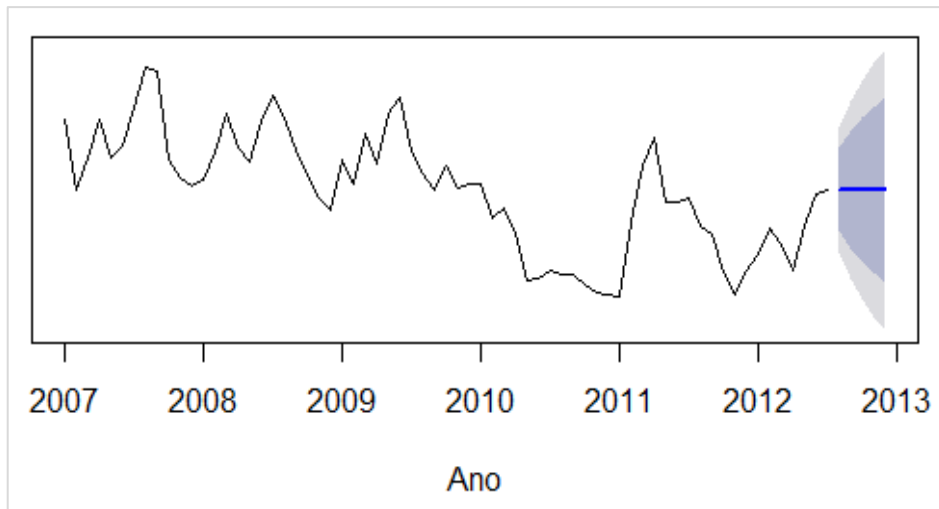
**Figura 4.5.** Arroz Pingo Doce 1KG (1000m<sup>2</sup>) - modelo ETS (M,N,M).



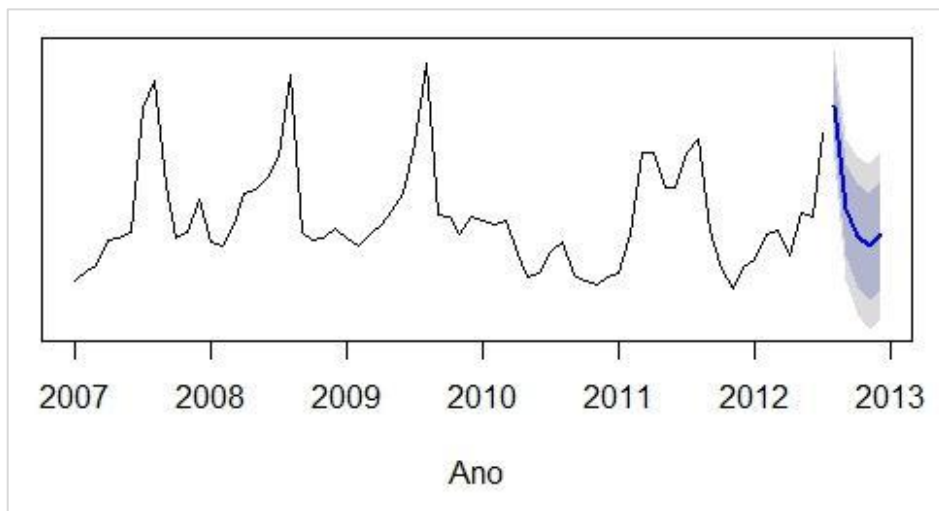
**Figura 4.6.** Arroz Pingo Doce 1KG (2000m<sup>2</sup>) - modelo ETS (A,N,A).



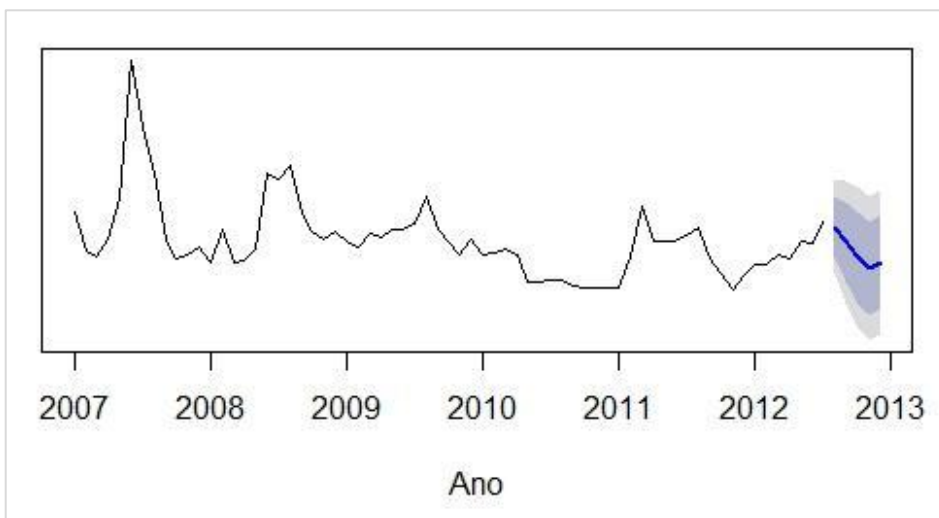
**Figura 4.7.** Arroz Pingo Doce 1KG (híper) - modelo ETS (M,N,M).



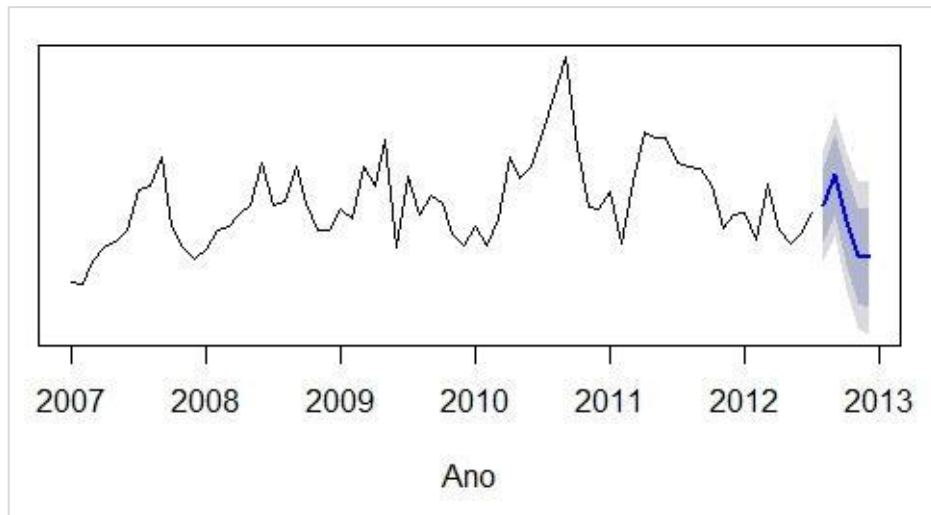
**Figura 4.8.** Água Luso 1,5LT (1000m<sup>2</sup>) - modelo ETS(A,N,N).



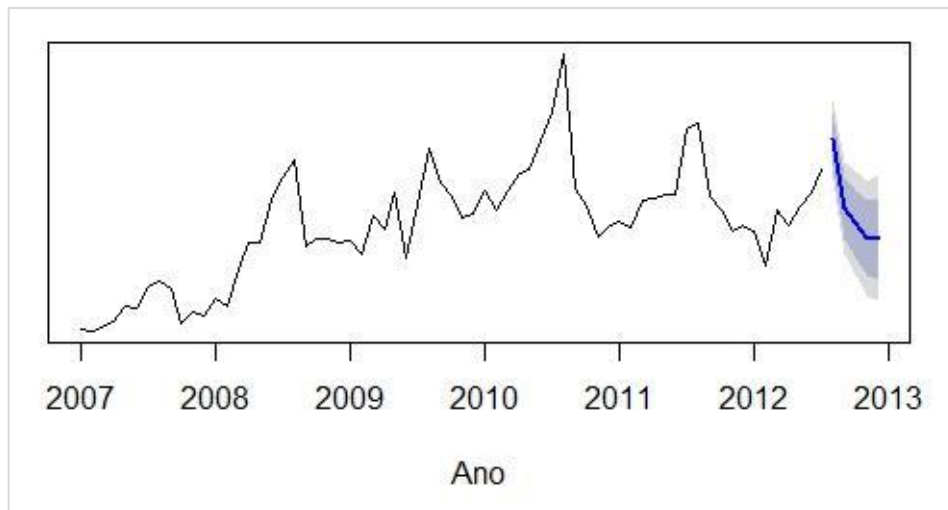
**Figura 4.9.** Água Luso 1,5LT (2000m<sup>2</sup>) - modelo ARIMA (1,0,0)(1,0,1)<sub>12</sub>.



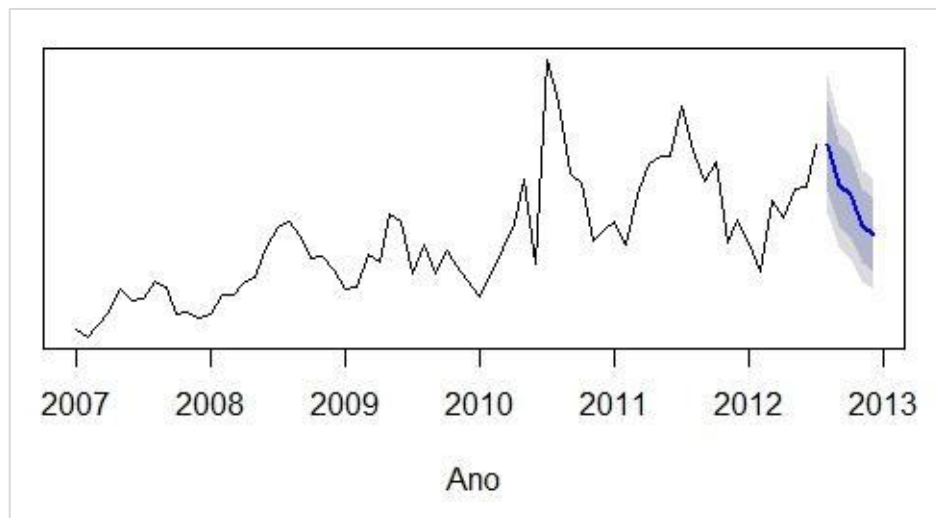
**Figura 4.10.** Água Luso 1,5LT (hiper) - modelo ARIMA (0,1,4)(1,0,0)<sub>12</sub>.



**Figura 4.11.** Água Pingo Doce 1,5 LT (1000m<sup>2</sup>) - modelo ARIMA (2,0,0)(1,1,1)<sub>12</sub>.



**Figura 4.12.** Água Pingo Doce 1,5 LT (2000m<sup>2</sup>) - modelo ETS (A,N,A).



**Figura 4.13.** Água Pingo Doce 1,5 LT (híper) - modelo ETS (M,A,M).

## V – CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho consistiu numa tentativa para melhorar o sistema de previsão de vendas das Lojas Pingo Doce do Grupo Jerónimo Martins, desenvolvendo um módulo de previsão avançada que permitisse obter previsões da procura ao nível loja/SKU (Stock Keeping Unit) mais precisas.

Para este trabalho foram disponibilizados dados das vendas diárias dos produtos de quatro categorias (Águas, Higiene Oral, Produtos Básicos e Sobremesas) comercializados entre Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011 ou Julho de 2012 em cinco lojas de dimensões distintas: 600m<sup>2</sup>, 1000m<sup>2</sup>, 1500m<sup>2</sup>, 2000m<sup>2</sup> e híper.

Para demonstração da metodologia desenvolvida foram consideradas a loja de 1000m<sup>2</sup>, a loja de 2000m<sup>2</sup> e a loja híper e dois produtos: um sazonal (uma água) e um não sazonal (um arroz). Dado o interesse crescente por parte dos consumidores em produtos da marca Pingo Doce, e o conseqüente interesse por parte da empresa de analisar a tendência de consumo destes produtos, para cada um destes produtos, sazonal e não sazonal, considerou-se um produto de marca não própria e um produto da marca Pingo Doce. Assim para este estudo foram selecionados da categoria “Águas” os produtos: Água Pingo Doce 1,5LT e Água Luso 1,5LT, e da categoria “Produtos Básicos” os produtos: Arroz Pingo Doce 1KG e Arroz Caçarola 1KG.

O trabalho de modelação e previsão foi desenvolvido usando o *software* livre estatístico R. Para a análise das séries temporais em estudo foi utilizado o *package Forecast*.

Todas as séries foram analisadas usando a metodologia de alisamento exponencial e a metodologia ARIMA. Para cada uma das séries foi determinado o melhor modelo da classe de modelos de espaço de estado e o melhor modelo da classe de modelos ARIMA. A seleção do melhor modelo em cada uma destas classes foi feita usando o valor do Critério de Informação de Akaike corrigido (AICc).

Após a determinação dos melhores modelos de cada uma das classes foi necessário seleccionar de entre estes dois aquele que deveria ser usado para efetuar a previsão. Acontece que os valores do Critério de Informação de Akaike corrigido relativos a cada uma das classes de modelos não são diretamente comparáveis, visto que as verosimilhanças das duas classes de modelos não são comparáveis, uma vez que assumem pressupostos de inicialização diferentes. Assim este parâmetro não pôde ser utilizado para efetuar a referida seleção. Por outro lado, é incorreto avaliar o desempenho de previsão exclusivamente pelo ajuste do modelo aos dados

históricos, através dos erros de previsão. A avaliação do desempenho deve ser efetuada usando dados históricos que não foram utilizados no ajuste do modelo. Assim, para o efeito, o conjunto de dados foi dividido em um conjunto de treino e um conjunto de teste, tendo sido selecionado o modelo, de entre o modelo de espaço de estado e o modelo ARIMA escolhidos, que apresentou o menor valor do parâmetro RMSE para o conjunto de teste.

Visto que a empresa privilegiou a determinação de previsões mensais, as vendas diárias foram agregadas em vendas mensais em todas as séries em estudo. Em algumas séries faltavam valores diários relativos a um ou dois meses. Nesses casos a determinação do valor mensal em falta foi feita através de uma média entre os meses anterior e seguinte.

Nas séries de Arroz Caçarola 1KG e Arroz Pingo Doce 1KG relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, à 2000m<sup>2</sup> e híper: (1) o conjunto de treino consistiu nas vendas mensais entre Janeiro de 2007 e Maio de 2011 (53 observações); (2) o conjunto de teste consistiu nas vendas mensais entre Junho e Dezembro de 2011 (7 observações). Nas séries de Água Luso 1,5LT e Água Pingo Doce 1,5LT relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, à 2000m<sup>2</sup> e híper: (1) o conjunto de treino consistiu nas vendas mensais entre Janeiro de 2007 e Dezembro de 2011 (60 observações); (2) o conjunto de teste consistiu nas vendas mensais entre Janeiro e Julho de 2012 (7 observações).

No caso da amostra em estudo pode concluir-se que não há uma predominância clara de uma das classes de modelos visto que ambas são selecionadas para efetuar a previsão pretendida. Assim determinou-se que num processo automático de previsão ambas as classes deverão ser potencialmente avaliadas do ponto de vista da capacidade de previsão devendo ser selecionada aquela que, para o caso específico, conduz a erros de previsão do conjunto de teste mais baixos.

Para todas as séries, uma vez selecionado o modelo de espaço de estado ou ARIMA a ser utilizado para efetuar a previsão pretendida foram estimados novos valores para os seus parâmetros agora considerando toda a série de dados (conjunto de treino e conjunto de teste). Estimados os novos valores o modelo pôde ser utilizado para efetuar a previsão pretendida.

Usando o modelo de espaço de estado e o modelo ARIMA selecionados para as séries de Arroz Caçarola 1KG e Arroz Pingo Doce 1KG relativas às lojas de 1000m<sup>2</sup>, à 2000m<sup>2</sup> e híper, foi feita uma previsão das vendas mensais entre Junho e Dezembro de 2011 (7 instantes para a frente). E, da mesma forma, usando o modelo de espaço de estado e o modelo ARIMA selecionados para as séries de Água Luso 1,5LT e Água Pingo Doce 1,5LT relativas às lojas de

1000m<sup>2</sup>, à 2000m<sup>2</sup> e híper, foi feita uma previsão das vendas mensais entre Janeiro e Julho de 2012 (7 instantes para a frente).

Para o processo de identificação do modelo, preferencialmente, o conjunto de teste deverá conter um número de instantes e um período de tempo equivalentes ao número de instantes e ao período de tempo do horizonte da previsão, de modo a que a capacidade de previsão avaliada esteja de acordo com o horizonte de previsão pretendido. Visto que a empresa mostrou interesse em previsões mensais, o conjunto de teste foi especificado com observações mensais. Já o conjunto de treino poderia ter sido especificado também com observações diárias ou semanais (foram utilizadas observações mensais). Seria interessante num trabalho futuro avaliar a capacidade de previsão mensal considerando estes três diferentes horizontes de agregação.

A metodologia desenvolvida poderá ser aplicada a todas as séries de vendas dos produtos das várias categorias das diferentes lojas do Grupo Jerónimo Martins.



## BIBLIOGRAFIA

AKAIKE, H. (1974). “A new look at the statistical model identification”, IEEE Trans. On Automatic Control 19, 716-722.

BOX, G. P. E., JENKINS, G. M. e REINSEL, G. (1994). Time Series Analysis: Forecasting and Control, 3rd ed., Prentice-Hall.

BOWERMAN, B., O'CONNELL, R. e KOEHLER, A. (2005). Forecasting, Time Series and Regression, 4ª edição, Duxbury, Thomson Brooks/Cole, Belmont.

BROCKWELL, P. J. e DAVIS, R. A. (1991). Time Series: Theory and Methods. 2nd ed., Springer, New York.

BROWN, R. (1963). Smoothing, Forecasting, and prediction of Discrete Time series, Prentice-Hall, New Jersey.

CAIADO, J. (2002). “Métodos de previsão em Economia e Gestão: Desenvolvimentos recentes”, Inforbanca, XIV, 53, 18-19 e 44-47.

CAIADO, A. C. e CAIADO, J. (2008). Gestão de Instituições Financeiras, 2ª edição, Edições Sílabo, Lisboa.

CAIADO, J. (2011). Métodos de Previsão em Gestão Com Aplicações em Excel, Edições Sílabo, Lisboa.

CHATFIELD, C. (2001). “A survey of recent developments in forecasting methods”, 5th Time Series Workshop, Arrábida, Portugal.

COOPER, J. (COORD.), 1990 – Logística e Planeamento da Distribuição – Edições CETOP.

CRYER, J. D., CHAN, K-S (2008). Time series analysis with applications in R, 2nd ed., Springer.

DALRYMPLE, D. J. (1975). “Sales forecasting methods and accuracy”, Business Horizons, pp. 69-73.

DONNELLY, GIBSON & IVANCEVICH – Princípios de Gestão Empresarial – Décima Edição, McGraw Hill.

ELISABETH REIS, PAULO MELO, ROSA ANDRADE E TERESA CALAPEZ – Estatística Aplicada, Vol. 1 e 2 – Edições Sílabo, Lda.

ENDERS, W. (1995). Applied Econometric Time Series. Wiley, New York.

GARDNER, E. S., Jr. e MCKENZIE, Ed. (1985). “Forecasting trends in time series”, Management Science, 31, 1237-1246.

GARDNER, E. S. (1995). “Exponential smoothing: The state of the art”, Journal of Forecasting, 4, 1-28.

GARDNER, E. S. (2006). “Exponential smoothing: The state of the art - Part II”, Journal of Forecasting, 22, 637-666.

GUGARATI, D. (2003). Basic Econometrics, 4ª edição, McGraw-Hill, Boston.

HAMILTON, L. C. (2006). Statistics with STATA, Duxbury, Thomson Brooks/Cole.

HILL R.C., GRIFFITHS, W. E. e LIM, G. C. (2008). Principles of Econometrics, 3ª ed., John Wiley & Sons, New York.

HOGARTH, R. e MAKRIDAKIS, S. (1981). “Forecasting and planning: an evolution”, Management Science, 27, 115-138.

HYNDMAN R., ATHANASOPOULOS G. (2012). Forecasting: Principles and practice. <http://otexts.com/fpp/>.

JOHNSON. R, E. M., KURTZ, D. e SCHEVING, E. (1994). Sales Management - Concepts, Practices and Cases, McGraw-Hill, Singapore International Editions.

JORDAN, HUGUES (2006) – O Controlo de Gestão: ao Serviço da Estratégia e dos Gestores – Edições Sílabo, Lda.

LOUIS D´HAINAUT – Conceitos e Métodos da Estatística - Fundação Calouste Gulbenkian eds.

MÁRIO F. TRIOLA– Introdução à Estatística - Almedina, LTC eds.

MAKRIDAKIS, S., WHEELRIGHT, S. C. e HYNDMAN, R. (1998). Forecasting: Methods and Applications, 3ª ed., John Wiley & Sons, New York.

- MENTZER, J. T. e KAHN, K. B. (1995). “Forecasting technique familiarity, satisfaction, usage, and application”, *Journal of Forecasting*, 14, 465-476.
- MENTZER, J. T. e KAHN, K. B. (1997). “State of sales forecasting systems in corporate America”, *Journal of Business Forecasting*, 16, 6-13.
- MURTEIRA, B. J., MULLER, D. e TURKMAN, F. (1994). *Análise de Sucessões Cronológicas*, McGraw-Hill, Lisboa.
- MURTEIRA, B. J., RIBEIRO, C. S., ANDRADE E SILVA, J. e PIMENTA, C. (2010). *Introdução à Estatística*, Escolar Editora, Lisboa.
- PEÑA, D., TIAO, G. e TSAY, R. (2001). *A Course in Time Series Analysis*, Wiley, New York.
- PINDYCK, R. e RUBINFELD, D. (1998). *Econometric Models and Economic Forecasts*, 4th ed., McGraw-Hill, Boston.
- R *Software*. Free software environment for statistical computing and graphics. <http://www.r-project.org/> (accedido em junho 2012).
- RAMOS, P. (2012). “Apontamentos da Unidade Curricular de Métodos Quantitativos”. ISCAP-IPP.
- SHUMWAY, R. H. and STOFFER, D. S. (2000). *Time Series Analysis and Its Applications*. Springer-Verlag, New York.
- TAYLOR, J. W. (2003). “Exponential Smoothing with a Damped Multiplicative Trend”, *International Journal of Forecasting*, 19, 715-725.
- WEI, W. W. S. (2007). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. 2nd ed., Addison-Wesley Publishing Company, Redwood City, California.
- WINKLHOFER, H., DIAMANTOPOULOS, A. e WITT, S. F. (1996). “Forecasting practice: a review of the empirical literature and an agenda for future research”, *International Journal of Forecasting*, 12, 193-221.
- WINTERS, P. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science* 6, 324–342.