



## **Esclonamento de máquinas de cogeração utilizando programação inteira mista**

**FÁBIO ONOFRE DA SILVA OLIVEIRA**

Outubro de 2015

# ESCALONAMENTO DE MÁQUINAS DE COGERAÇÃO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO INTEIRA MISTA

Fábio Onofre Silva Oliveira



Departamento de Engenharia Electrotécnica

Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Área de Especialização em Sistemas e Planeamento Industrial

**2015**



Relatório elaborado para satisfação parcial dos requisitos da Unidade Curricular de Tese/Dissertação do Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Candidato: Fábio Onofre Silva Oliveira, Nº 1090384, 1090384@isep.ipp.pt

Orientação científica: Ana Maria Marques de Moura Gomes Viana, agv@isep.ipp.pt

Coorientação científica: Bruno Miguel Soares Vieira, bruno.m.vieira@inesctec.pt



Departamento de Engenharia Electrotécnica

Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Área de Especialização em Sistemas e Planeamento Industrial

**2015**



## *Agradecimentos*

As palavras são poucas para demonstrar a gratidão às pessoas que me acompanharam ao longo deste percurso, não só académico como pessoal.

Em primeiro lugar, quero agradecer aos meus pais e irmão, por todo o apoio, confiança, compreensão e sacrifício. Por garantirem as condições necessárias para ultrapassar todos os obstáculos.

Também quero agradecer aos meus amigos pelos momentos de descontração e apoio que me proporcionaram.

Por fim, quero deixar um grande agradecimento às pessoas que tornaram a realização deste projecto possível à Eng<sup>a</sup> Ana Viana, minha orientadora e ao Eng<sup>o</sup> Bruno Vieira, coorientador, por todo o incentivo e partilha de ideias e conhecimentos.

O meu sincero obrigado a todos!



## *Resumo*

As centrais termoelétricas convencionais convertem apenas parte do combustível consumido na produção de energia elétrica, sendo que outra parte resulta em perdas sob a forma de calor. Neste sentido, surgiram as unidades de cogeração, ou *Combined Heat and Power* (CHP), que permitem reaproveitar a energia dissipada sob a forma de energia térmica e disponibilizá-la, em conjunto com a energia elétrica gerada, para consumo doméstico ou industrial, tornando-as mais eficientes que as unidades convencionais

Os custos de produção de energia elétrica e de calor das unidades CHP são representados por uma função não-linear e apresentam uma região de operação admissível que pode ser convexa ou não-convexa, dependendo das características de cada unidade. Por estas razões, a modelação de unidades CHP no âmbito do escalonamento de geradores elétricos (na literatura inglesa *Unit Commitment Problem* (UCP)) tem especial relevância para as empresas que possuem, também, este tipo de unidades. Estas empresas têm como objetivo definir, entre as unidades CHP e as unidades que apenas geram energia elétrica ou calor, quais devem ser ligadas e os respetivos níveis de produção para satisfazer a procura de energia elétrica e de calor a um custo mínimo.

Neste documento são propostos dois modelos de programação inteira mista para o UCP com inclusão de unidades de cogeração: um modelo não-linear que inclui a função real de custo de produção das unidades CHP e um modelo que propõe uma linearização da referida função baseada na combinação convexa de um número pré-definido de pontos extremos. Em ambos os modelos a região de operação admissível não-convexa é modelada através da divisão desta área em duas áreas convexas distintas.

Testes computacionais efetuados com ambos os modelos para várias instâncias permitiram verificar a eficiência do modelo linear proposto. Este modelo permitiu obter as soluções ótimas do modelo não-linear com tempos computacionais significativamente menores. Para além disso, ambos os modelos foram testados com e sem a inclusão de restrições de tomada e deslastre de carga, permitindo concluir que este tipo de restrições

aumenta a complexidade do problema sendo que o tempo computacional exigido para a resolução do mesmo cresce significativamente.

### ***Palavras-Chave***

Cogeração, *Combined Heat and Power (CHP)*, *Unit Commitment Problem*, programação linear, programação não-linear, programação inteira mista, região de operação admissível.

## *Abstract*

Conventional thermal power plants convert only part of the energy resulting from fuel consumption in electric power, while a significant part is wasted as heat loss. Combined Heat and Power (CHP) units allow to reuse the energy dissipated as heat and make it available for consumption either by domestic or industrial costumers.

Electricity and heat production costs of CHP units are represented by a nonlinear function and a feasible operating region that is either convex or non-convex, depending on the unit's characteristics. For these reasons, modelling CHP units in the context of the Unit Commitment Problem (UCP) has been of particular interest for generation companies that use such units in their operation. The goal of these companies is to decide, among CHP units and conventional thermal units and heat-only units, which should be turned on to meet the electricity or heat demand at minimum cost.

In this work, two mixed integer programming models are proposed for solving the UCP with inclusion of CHP units: a nonlinear model that includes the real cost function of CHP units; and a model proposing a linearization of that function through a convex combination of a predefined number of extreme points. In both models, the non-convex feasible operating region of some CHP units is modelled by splitting it into two separate convex regions.

Computational experiments performed with both models for multiple instances allowed to verify the effectiveness of the proposed linear model. This model allowed to obtain the optimal solutions achieved by the nonlinear model with significantly lower computational times. Moreover, both models were tested with and without the inclusion of ramp constraints, allowing to conclude that such constraints increase the complexity of the problem in such a way that the time required solve the problem grows sharply when including these constraints.

***Keywords***

Cogeneration, *Combined Heat and Power (CHP)*, Unit Commitment Problem, linear programming, nonlinear programming, mixed integer programming feasible operating region, convex, non-convex.

# Índice

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>I</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>III</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>V</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>VII</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>IX</b>
<b>ÍNDICE DE TABELAS</b> .....	<b>XI</b>
<b>ACRÓNIMOS</b> .....	<b>XIII</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1.ENQUADRAMENTO DO TRABALHO .....	1
1.2.OBJETIVOS .....	2
1.3.ESTRUTURA DO RELATÓRIO .....	3
<b>2. ESCALONAMENTO DE UNIDADES DE COGERAÇÃO</b> .....	<b>5</b>
2.1.DESCRICÃO DO PROBLEMA DE <i>UNIT COMMITMENT</i> .....	6
2.2.INCLUSÃO DAS UNIDADES DE COGERAÇÃO .....	9
2.3.MÉTODOS DE RESOLUÇÃO PROPOSTOS NA LITERATURA.....	19
<b>3. MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O UCP COM UNIDADES DE COGERAÇÃO</b> .....	<b>23</b>
3.1.NOTAÇÃO .....	24
3.2.FUNÇÃO OBJETIVO LINEARIZADA.....	26
3.3.MODELAÇÃO DA REGIÃO DE OPERAÇÃO DAS UNIDADES CHP.....	29
3.4.RESTRIÇÕES BASE DO UCP .....	30
3.5.MODELO NÃO-LINEAR .....	32
<b>4. TESTES COMPUTACIONAIS</b> .....	<b>37</b>
4.1.INSTÂNCIAS DE TESTE .....	38
4.2.RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O MODELO DE PLIM .....	41
4.3.RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O MODELO DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR INTEIRA MISTA .	47
<b>5. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS</b> .....	<b>53</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>57</b>

<b>ANEXO A. FICHEIRO DATA_MODELO.DAT .....</b>	<b>61</b>
<b>ANEXO B. FICHEIRO SCRIPT.RUN .....</b>	<b>65</b>

## Índice de Figuras

<b>Figura 1</b>	<b>Balço energético num sistema convencional versus num sistema CHP</b>	2
<b>Figura 2</b>	<b>Restrições típicas de um problema de <i>Unit Commitment</i></b>	6
<b>Figura 3</b>	<b>Curvas representando o custo de produção (real e aproximação quadrática)</b>	7
<b>Figura 4</b>	<b>Funções de quantificação do custo de arranque de unidades térmicas</b>	8
<b>Figura 5</b>	<b>Instalações de cogeração em diversas tecnologias</b>	10
<b>Figura 6</b>	<b>Produção anual (2012) de energia elétrica em Portugal</b>	10
<b>Figura 7</b>	<b>Constituição básica de uma turbina a gás</b>	11
<b>Figura 8</b>	<b>Turbina a gás em ciclo simples</b>	11
<b>Figura 9</b>	<b>Turbina a gás em ciclo combinado</b>	12
<b>Figura 10</b>	<b>Ciclo de Rankine</b>	13
<b>Figura 11</b>	<b>Turbina com condensação</b>	13
<b>Figura 12</b>	<b>Turbina contrapressão</b>	14
<b>Figura 13</b>	<b>Etapas dos ciclos do motor de combustão interna</b>	15
<b>Figura 14</b>	<b>Motores Striling</b>	15
<b>Figura 15</b>	<b>Processo e equipamento utilizado no ciclo combinado</b>	16
<b>Figura 16</b>	<b>Modelos de região de operação admissível</b>	19
<b>Figura 17</b>	<b>Região de operação admissível de uma unidade CHP</b>	27
<b>Figura 18</b>	<b>Região de operação das unidades de cogeração</b>	29
<b>Figura 19</b>	<b>Produção de energia e calor das unidades CHP</b>	39
<b>Figura 20</b>	<b>Diagrama da procura de energia elétrica e calor para uma unidade de cada tipo</b>	40



## *Índice de Tabelas*

<b>Tabela 1</b> Vantagens e limitações da Cogeração	17
<b>Tabela 2</b> Especificações técnicas gerais dos vários tipos de unidades do sistema de testes	38
<b>Tabela 3</b> Coeficientes de acoplamento do custo de produção das unidades CHP	39
<b>Tabela 4</b> Coeficientes de custo de produção máxima e mínima de energia elétrica e calor para as unidades que só produzem energia elétrica ou calor	39
<b>Tabela 5</b> Custo de produção dos pontos extremos das unidades CHP	40
<b>Tabela 6</b> Solução de escalonamento da primeira instância (uma unidade de cada tipo), para um horizonte temporal de 6 horas	42
<b>Tabela 7</b> Resultado obtido para várias instâncias para um horizonte temporal de 6 horas	43
<b>Tabela 8</b> Solução de escalonamento da primeira instância (uma unidade de cada tipo) sem as restrições de tomada e deslastre de carga, para um horizonte temporal de 6 horas	44
<b>Tabela 9</b> Resultado obtido para várias instâncias sem as restrições de tomada e deslastre de carga, para um horizonte temporal de 6 horas	45
<b>Tabela 10</b> Resultado obtido para várias instâncias para um horizonte temporal de 12 horas	46
<b>Tabela 11</b> Resultado obtido para várias instâncias para um horizonte temporal de 24 horas	47
<b>Tabela 12</b> Solução de escalonamento da primeira instância (uma unidade de cada tipo), para um horizonte temporal de 6 horas	48
<b>Tabela 13</b> Resultado obtido das várias instâncias, para um horizonte temporal de 6 horas	48
<b>Tabela 14</b> Comparação das soluções e do tempo computacional entre o modelo linear e o não-linear	49
<b>Tabela 15</b> Solução de escalonamento da primeira instância sem as restrições de tomada e deslastre de carga (uma unidade de cada tipo), para um horizonte temporal de 6 horas	50
<b>Tabela 16</b> Resultado obtido para várias instâncias sem as restrições de tomada e deslastre de carga para um horizonte temporal de 6 horas	51
<b>Tabela 17</b> Comparação dos resultados obtidos das várias instâncias para um horizonte temporal de 6 horas utilizando os <i>softwares</i> Couenne e Knitro	52



## *Acrónimos*

- COGEN – Associação Portuguesa para a Eficiência Energética e Promoção da Cogeração
- CHP – Combined Heat and Power
- PI – Programação Inteira
- UCP – Unit Commitment Problem
- PIM – Programação Inteira Mista
- PD – Programação Dinâmica
- PL – Programação Linear
- UD – Unit Decommitment
- IUD – Improve Unit Decommitment
- AG – Algoritmos Genéticos
- PLIM – Programação Linear Inteira Mista



# 1. INTRODUÇÃO

O trabalho apresentado neste documento foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular TEDI (Tese/Dissertação) do 2º Ano de Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores com especialização em Sistemas e Planeamento Industrial, do Instituto Superior de Engenharia do Porto. Consiste no desenvolvimento de modelos de Programação Matemática para o problema de *Unit Commitment* integrando cogeração.

## 1.1. ENQUADRAMENTO DO TRABALHO

Após a primeira crise de petróleo houve uma necessidade de diminuir os consumos energéticos, não só por questões financeiras mas também por questões ambientais. Foi, por isso, necessário procurar fontes de energia alternativas, nomeadamente energias renováveis, sendo uma aposta estrutural e estratégica essencial ao desenvolvimento sustentável, tanto a nível ambiental como económico.

Na produção de energia elétrica com unidades térmicas destacam-se as unidades de cogeração, também denominadas *Combined Heat and Power* (CHP) [1]. Segundo a COGEN Portugal (Associação Portuguesa para a Eficiência Energética e Promoção da Cogeração), a cogeração é um processo de produção e utilização combinada de calor e eletricidade, onde o aproveitamento ronda os 70% de energia térmica proveniente dos combustíveis utilizados nesse processo [2].

A construção de grandes centrais hidroelétricas e com longas linhas de transmissão acarretam elevados custos financeiros e ecológicos. Por essa razão surgiu a necessidade da produção de energia elétrica distribuída, com a instalação de centrais de menor dimensão e localizadas perto das cidades. Assim, o investimento é menor e a eficiência energética é maior. Estas centrais são compostas por turbinas a vapor e turbinas a gás conectadas para gerar energia a partir da queima de gás natural.

As centrais termoelétricas convencionais convertem apenas  $\frac{1}{3}$  do combustível consumido na produção de energia elétrica, sendo os restantes  $\frac{2}{3}$  perdidos sob a forma de calor. Assim, apareceu uma nova tecnologia (cogeração), mais eficiente, visto que se consegue reaproveitar a energia dissipada sob a forma de energia térmica (figura 1), aumentando desta forma o rendimento e resultando em benefícios financeiros e ambientais.

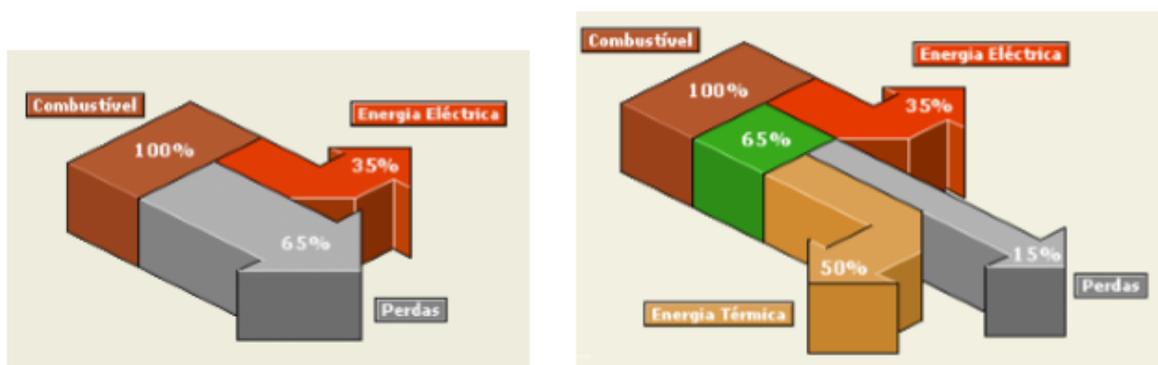


Figura 1 Balanço energético num sistema convencional versus num sistema CHP [3]

## 1.2. OBJETIVOS

O objetivo principal deste projeto consiste no desenvolvimento de modelos de otimização, usando Programação Inteira Mista para o problema de escalonamento de geradores elétricos (*Unit Commitment Problem* - UCP), incorporando máquinas de cogeração.

Numa 1ª fase será proposto um modelo linear para a resolução do problema, uma vez que os problemas não-lineares são de mais difícil resolução. Porém este modelo linear será posteriormente comparado com um modelo não-linear, baseado num modelo presente na literatura.

Pretende-se com este trabalho resolver problemas que incluem várias unidades CHP em tempo computacional razoável, sem perder a qualidade das soluções encontradas quando comparada com a solução ótima global.

Os dois modelos são validados e comparados através de um conjunto de testes computacionais em instâncias do problema. O modelo linear é resolvido usando o solver CPLEX [4] enquanto que o modelo não-linear é resolvido com dois *software* de otimização não-linear: Knitro [5] e Couenne [6].

### **1.3. ESTRUTURA DO RELATÓRIO**

Este documento é composto por 5 capítulos, sendo que o primeiro capítulo contém um breve enquadramento do tema e ainda os objetivos do projeto. No segundo capítulo apresentam-se as características das diferentes tecnologias de cogeração e as principais metodologias propostas na literatura para a resolução do mesmo.

No capítulo 3 são propostos modelos de PIM (Programação Inteira Mista) para o problema de escalonamento de unidades de cogeração e são expostas todas as metodologias usadas para obter uma solução ótima do problema proposto. No quarto capítulo são apresentados os resultados computacionais obtidos para os modelos apresentados no capítulo anterior em instâncias de diferentes dimensões. No último capítulo são apresentadas as principais conclusões deste trabalho e propostos desenvolvimentos adicionais.



## 2. ESCALONAMENTO DE UNIDADES DE COGERAÇÃO

Inicialmente as centrais termoelétricas eram constituídas apenas por unidades térmicas (turbinas a vapor ou turbinas a gás), que utilizam combustíveis fósseis (gasolina, gasóleo e gás natural) como fonte primária de energia. Com a escassez de reservas petrolíferas houve a necessidade de desenvolver novas unidades termoelétricas que utilizem novas fontes de energia, essencialmente renováveis, como a eólica, a hídrica ou a solar. Apesar deste tipo de unidades não serem poluentes, ainda continuam pouco eficientes, ou seja, uma parte significativa da energia não é convertida em energia útil.

O aparecimento de unidades de cogeração permitiu obter rendimentos na produção de energia elétrica na ordem dos 75%, sendo que unidades simples de geração de energia elétrica com turbinas a vapor e a gás possuem um rendimento médio em torno dos 35%, enquanto que as unidades de turbinas que utilizem ciclo Diesel podem atingir os 40% [7].

A forma como estas unidades podem ser incluídas em modelos matemáticos de problemas de escalonamento de unidades geradoras de energia elétrica (*Unit Commitment Problem*) é discutida neste capítulo.

## 2.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE *UNIT COMMITMENT*

O problema de escalonamento e pré-despacho de geradores elétricos (*Unit Commitment Problem* - UCP) é o problema de selecionar quais os geradores que devem estar ligados ou desligados em cada intervalo de tempo de um dado horizonte temporal. Este problema tipicamente envolve restrições de capacidade e de satisfação da procura de energia elétrica, visando minimizar os custos totais de operação. Para avaliar o custo de um escalonamento é necessário efectuar o pré-despacho económico dos geradores em operação, ou seja, definir o nível de produção ótimo de cada gerador, quando este se encontra em funcionamento (estado ON), num determinado período de tempo. Algumas abordagens multicritério consideram ainda outros objetivos, como por exemplo a minimização de emissões de gases poluentes ou a maximização da fiabilidade e segurança do sistema de energia.

Existem diversos modelos matemáticos para o problema, sendo que na generalidade possuem a seguinte estrutura:

Função Objetivo: Minimizar (Custos de funcionamento + Custos de arranque)

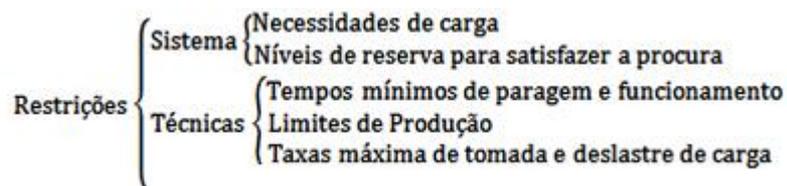


Figura 2 Restrições típicas de um problema de *Unit Commitment*

### 2.1.1. FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo no UCP diz respeito à minimização do custo total de operação, sendo obtida através da soma dos custos de funcionamento e de arranque das máquinas, em todo o horizonte temporal.

► **Custos de Funcionamento ou Operacionais** – custos associados ao consumo de combustível, sendo que podem ser representados de forma aproximada por uma função polinomial de 2º grau, como mostra a Figura 3.

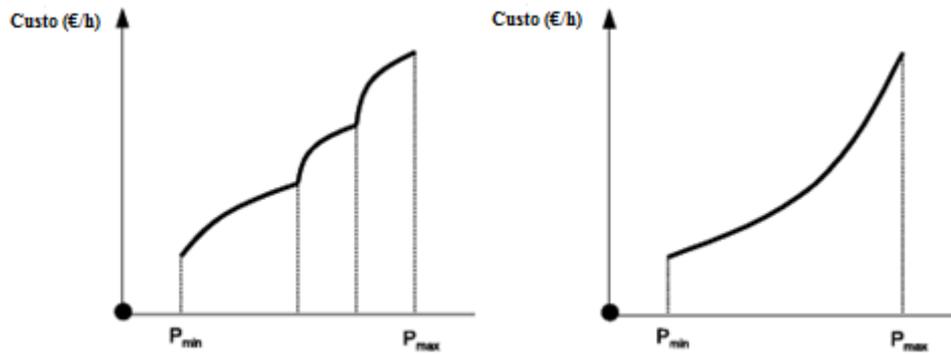


Figura 3 Curvas representando o custo de produção (real e aproximação quadrática) [8]

► **Custo de Arranque** – depende do tempo de paragem anterior ao arranque e do facto de as caldeiras se manterem quentes durante esse intervalo de tempo ou não.

Quando o arranque é efetuado à temperatura ambiente local, é designado de arranque a frio (*Cold Start*). A função custo pode então ser representada pela seguinte equação:

$$C(t) = C_A + C_F * (1 - e^{-t/\alpha}) \quad (2.1)$$

em que  $C_A$  é o custo fixo de arranque,  $C_F$  é o custo de arranque a frio e  $\alpha$  é a constante de arrefecimento.

Em contrapartida, para uma unidade com a caldeira a uma temperatura superior à temperatura ambiente local, diz-se que o seu arranque é a quente (*Hot Sart*), sendo representado pela seguinte equação:

$$C(t) = C_A + C_Q * t \quad (2.2)$$

onde  $C_Q$  é o custo associado ao consumo de combustível para manter a caldeira a uma temperatura suficientemente elevada.

Em alternativa, o custo de arranque pode ser representado por uma função em degrau [8]:

$$C_{i,t}^{\text{arranque}} \begin{cases} C_i^{\text{ON}_Q} & \text{se } T_{i,t}^{\text{OFF}} \leq t_{\text{frio}} \\ C_i^{\text{ON}_F} & \text{se } T_{i,t}^{\text{OFF}} > t_{\text{frio}} \end{cases} \quad (2.3)$$

em que  $C_i^{ON-Q}$  é o custo de arranque a quente da unidade  $i$ ,  $C_i^{ON-F}$  é o custo de arranque a frio,  $T_{i,t}^{OFF}$  representa o tempo total em que a unidade  $i$  esteve parada e  $t_{frio}$  é o tempo necessário para que o arranque da unidade  $i$  seja considerado um arranque a frio. A figura seguinte (Figura 4) representa as funções custo associadas aos três tipos de arranque.

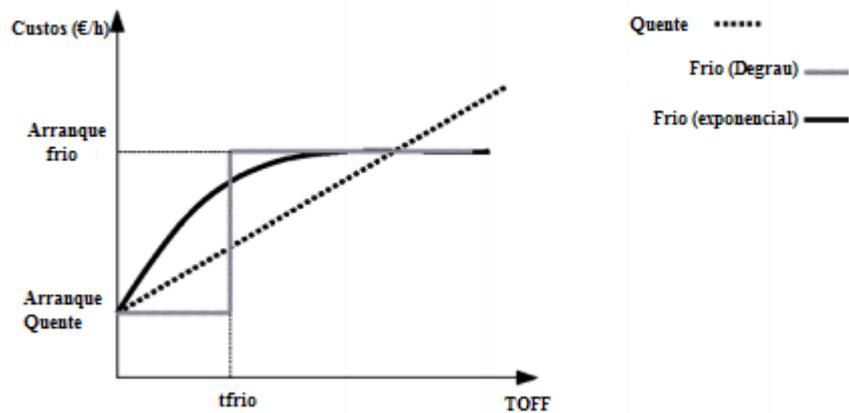


Figura 4 Funções de quantificação do custo de arranque de unidades térmicas [8]

### 2.1.2. RESTRIÇÕES

Ainda de acordo com a Figura 2, as principais restrições encontradas em problemas de escalonamento de unidades geradoras de energia são:

- ▶ **Tempos mínimos de paragem e de funcionamento** – o número de intervalos de tempo em que um gerador pode estar ligado ou desligado de forma consecutiva deve respeitar um limite mínimo.

- ▶ **Limites de produção** – valores máximos e mínimos do nível de potência a que uma unidade pode operar em cada intervalo de tempo. Têm em conta motivos técnicos e económicos.

- ▶ **Taxas máximas de tomada e deslastre de carga** – taxas máximas e mínimas de aumento e diminuição, respetivamente, do nível de potência entre intervalos de tempo consecutivos. Estas taxas impõem limites que permitem evitar variações bruscas do nível produção de energia elétrica, definidos por factores técnicos e mecânicos caraterísticos das máquinas. Apesar de terem extrema relevância prática, porque aumentam significativamente a dificuldade do problema, estas restrições são frequentemente omitidas.

► **Satisfação da procura e de reserva de energia** – a produção total de energia elétrica e de calor em cada período deve satisfazer a procura de energia para esse mesmo período. Adicionalmente, a produção máxima admissível em cada período deve permitir um aumento de produção em concordância com os níveis de reserva exigidos. A reserva é necessária para cobrir possíveis desvios de carga e outros imprevistos.

## **2.2. INCLUSÃO DAS UNIDADES DE COGERAÇÃO**

A inclusão de unidades de cogeração no problema descrito na secção anterior traz desafios adicionais à resolução do mesmo, devido às não-linearidades das funções associadas ao custo de produção destes geradores e às características da sua região de operação admissível.

Assim, para modelar unidades de cogeração em problemas *Unit Commitment* é necessário efetuar algumas alterações aos modelos entre as quais:

- Alteração da função custo de funcionamento – para além da função custo das unidades CHP ser polinomial não-linear a duas variáveis, existe uma relação direta entre a energia elétrica e o calor produzidos.
- Representação da região de operação admissível das unidades CHP – a região pode ser convexa ou não-convexa, dependendo das características da unidade CHP, como adiante se descreve.

Neste subcapítulo apresentam-se as principais características das unidades de cogeração existentes e indicam-se as principais implicações da sua inclusão na formulação do UCP.

### **2.2.1. PRINCIPAIS TECNOLOGIAS DE COGERAÇÃO**

Como referido no capítulo anterior, cogeração é a produção combinada de energia elétrica e calor, permitindo uma maior eficiência na produção de energia, através de um melhor aproveitamento de calor residual no processo de produção de eletricidade.

Através dos dados de 2012 obtidos pela COGEN Portugal, as instalações de CHP existentes no país são de equipamentos que produzem energia através da queima de gás

natural. A potência total instalada a partir das centrais de cogeração atingiu no início de 2012, 1300 MW, aproximadamente, repartida em diversas tecnologias, como mostra a Figura 5 [2]. Ainda segundo a mesma instituição, cerca de 14% da produção nacional de energia elétrica em 2012 foi obtida através de unidades de cogeração, como se pode verificar na Figura 6.

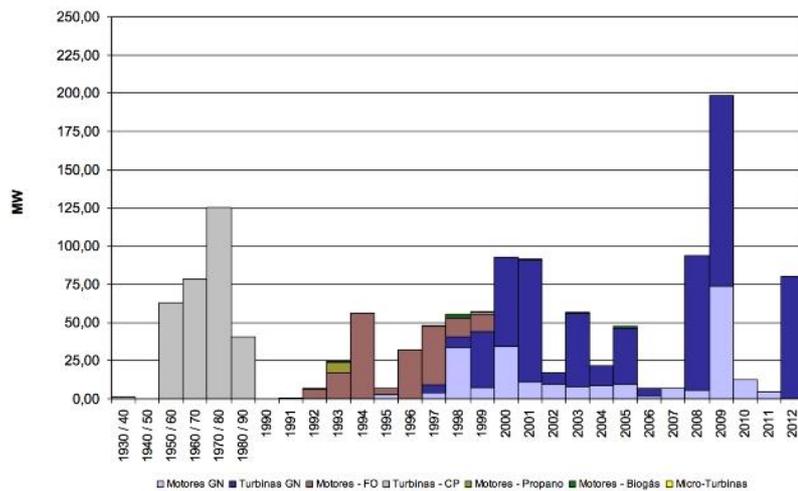


Figura 5 Instalações de cogeração em diversas tecnologias [2]

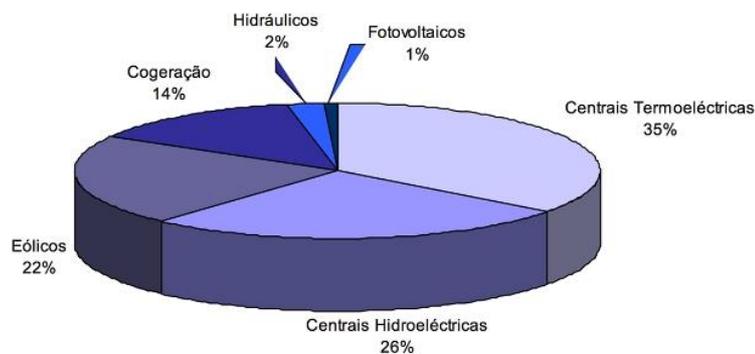


Figura 6 Produção anual (2012) de energia elétrica em Portugal [2]

Como principais tecnologias de cogeração destacam-se [3]:

► Turbina a Gás (Ciclo de Brayton) – máquina térmica que é propulsionada por uma mistura de gases resultante da combustão de uma dada matéria combustível. Para isto ser possível utilizam-se as etapas do Ciclo de Brayton: 1) Compressão – o ar é comprimido num compressor o que provoca o aumento da pressão e temperatura; 2) Combustão – o ar previamente comprimido é enviado para a câmara de combustão, onde o combustível é

injetado e queimado; 3) Expansão – a energia proveniente da expansão dos gases é convertida em potência para accionar o eixo do compressor; 4) Exaustão – a energia remanescente pode ainda ser reaproveitada para outras finalidades, e os gases são expulsos para o exterior da turbina. O combustível utilizado pode ser gasoso (e.g. gás natural), ou líquido (e.g. óleo diesel). Na Figura 7 são identificados os constituintes básicos da turbina.

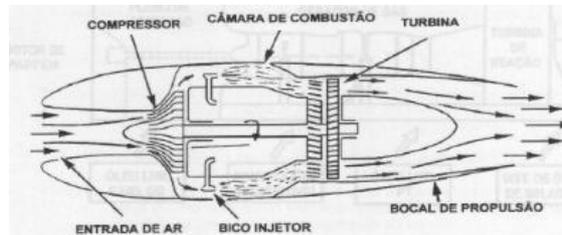


Figura 7 Constituição básica de uma turbina a gás [9]

As turbinas a gás podem operar em dois ciclos distintos: em ciclo simples (ver Figura 8) ou em ciclo combinado (Figura 9). A explicação destes ciclos de operação será abordada na secção 2.2.1.1.

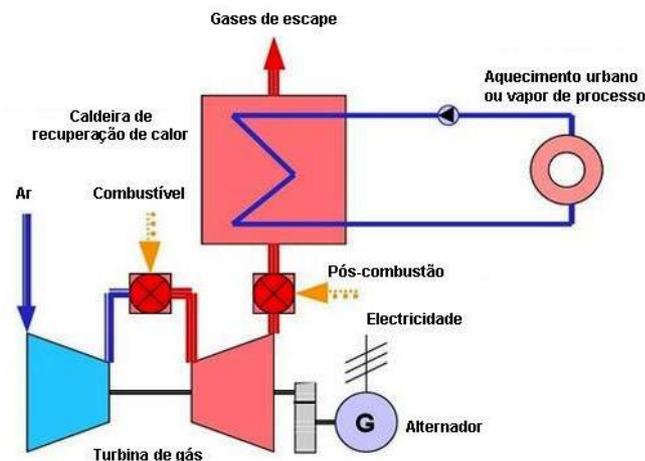


Figura 8 Turbina a gás em ciclo simples [2]

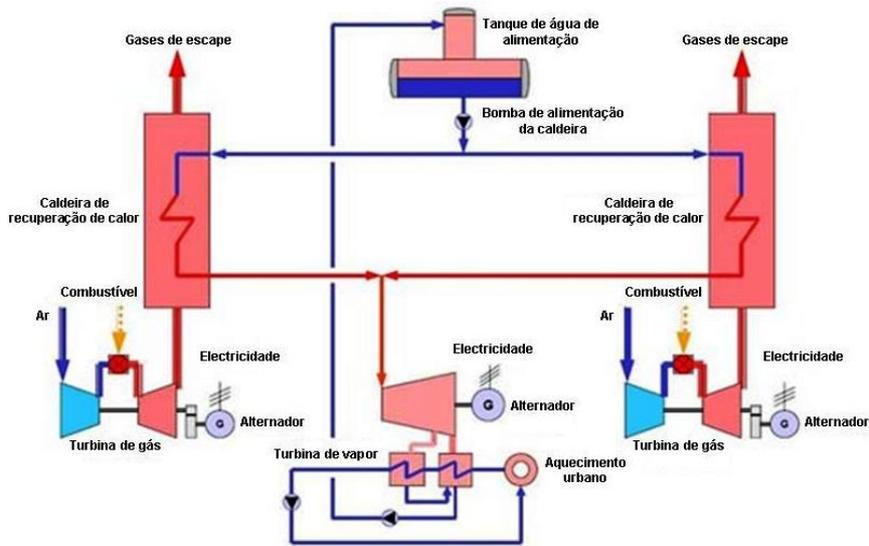
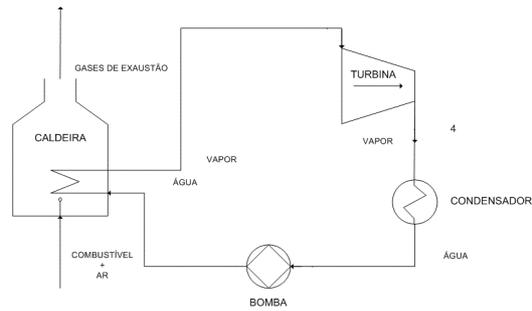


Figura 9 Turbina a gás em ciclo combinado [2]

O uso deste tipo de turbinas em unidades de cogeração provoca uma eficiência energética de 75%. Contudo, a obtenção de tamanha performance acarreta problemas mecânicos frequentes [10]. Para além das desvantagens relacionadas com as avarias mecânicas, as turbinas a gás apresentam um tempo de vida útil curto e pouca diversidade de combustíveis consumidos. Porém possuem uma manutenção simples, necessitando assim de pouco tempo de paragem, baixa poluição ambiental e ainda um arranque rápido.

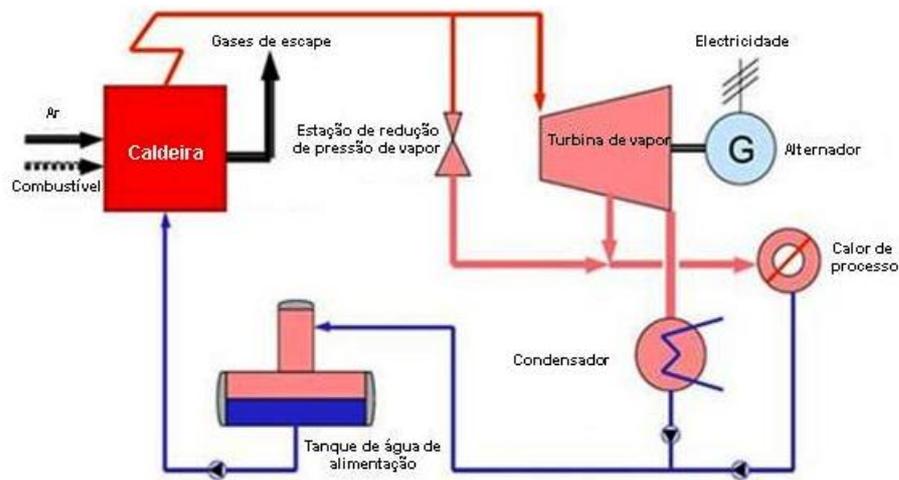
► Turbina a Vapor (Ciclo de Rankine) – é um equipamento que aproveita a energia calorífica do vapor através do aquecimento da água (realizado na caldeira), transformando-a em energia cinética, que quando acoplada a um gerador pode ser transformada em energia elétrica. O vapor residual dirige-se para o condensador, de forma a transformar-se em água (liquidificação) sendo redirecionado novamente para a caldeira, iniciando-se assim novamente o ciclo. A Figura 10 representa a constituição de uma turbina a vapor.



**Figura 10 Ciclo de Rankine [11]**

Este tipo de turbinas possibilita a utilização do calor residual de outro equipamento como fonte de energia para a produção de vapor, devido à absorção do calor.

As turbinas a vapor podem ser divididas em dois grupos consoante a pressão de saída do vapor: turbinas com condensação (Figura 11) e turbinas de contrapressão (Figura 12), também denominadas de turbinas sem condensação. As turbinas com condensação apresentam uma pressão de saída do vapor inferior à pressão atmosférica, enquanto as turbinas de contrapressão apresentam uma pressão de saída superior à pressão atmosférica.



**Figura 11 Turbina com condensação [2]**

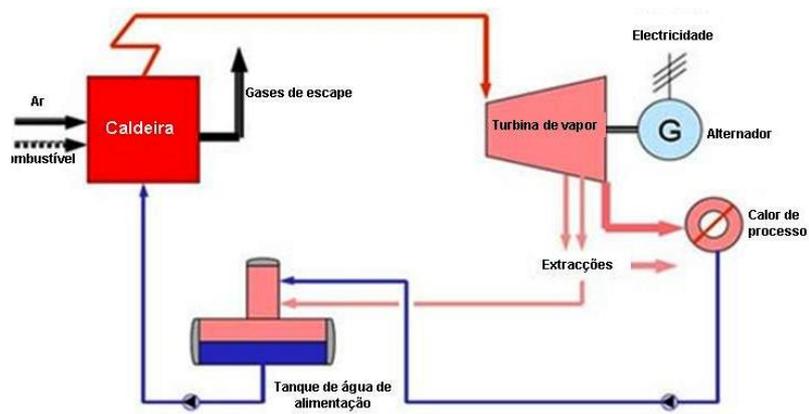


Figura 12 Turbina contrapressão [2]

Como vantagens de utilização de turbinas a vapor destacam-se: 1) vida útil longa; 2) equipamento seguro; 3) alta eficiência; 4) necessidade de efetuar poucas manutenções.

Como desvantagens pode apontar-se: 1) baixo rendimento elétrico; 2) arranque lento; 3) possibilidade de usar apenas o combustível projetado para o sistema.

► Motores alternativos de Combustão Interna (Ciclo diesel/Otto) – Estes motores são utilizados quando as necessidades térmicas são pouco significativas ou quando os consumos energéticos sofrem oscilações ao longo do tempo. Apresentam uma eficiência a rondar os 75%.

De acordo com o seu modo de funcionamento, os motores de combustão interna, podem ser distinguidos de duas formas: motores de explosão (ou motores de ciclo Otto) e motores diesel. A diferença entre eles está no processo de combustão (Figura 13), uma vez que no ciclo diesel a combustão ocorre pela compressão do combustível na câmara de combustão, enquanto nos de ciclo Otto ocorre uma explosão do combustível que é provocada por uma faísca na câmara de combustão.

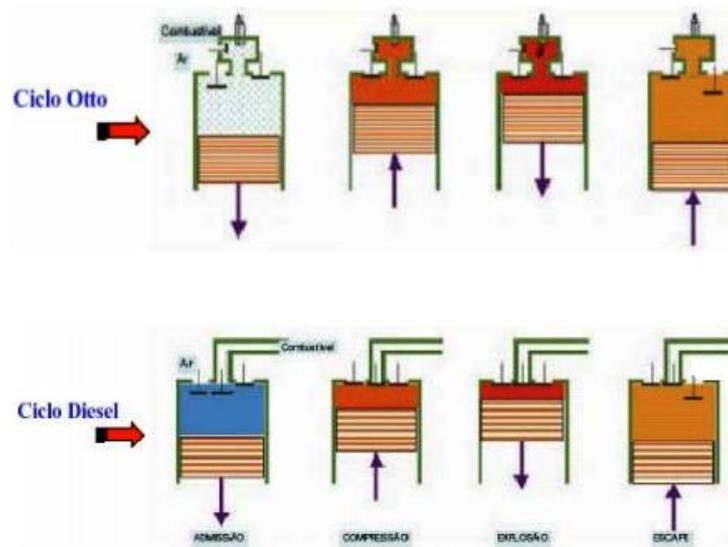


Figura 13 Etapas dos ciclos do motor de combustão interna [10]

Este tipo de equipamentos possui um arranque rápido e uma grande adaptação a variações das necessidades térmicas. Porém necessitam de constantes manutenções, o que provoca um tempo de vida útil curto.

Existem ainda outras tecnologias utilizadas em cogeração. Contudo em menor número de aplicações, como é o caso:

- ▶ Microturbinas – o movimento é realizado pela energia gerada pela turbina, já que estão ambas interligadas ao mesmo eixo [12].
- ▶ Células de Combustível – são células eletroquímicas que convertem energia química do combustível em energia elétrica.
- ▶ Motores Striling – são motores de combustão externa, que funcionam a partir da energia proveniente da expansão e contração de um gás (Figura 14).

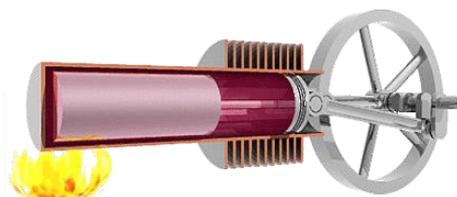


Figura 14 Motores Striling [13]

### 2.2.1.1. CICLO DE OPERAÇÃO:

Tal como descrito anteriormente, as centrais de cogeração podem operar em dois ciclos: ciclo simples e ciclo combinado. Nesta subsecção descrevem-se ambos.

**Ciclo Simples** – utiliza-se um equipamento gerador e todo o calor produzido tem como finalidade a recuperação térmica do equipamento e não a produção de energia. Assim, neste ciclo apenas pode ser usado um tipo de equipamento mencionado anteriormente, usualmente com turbinas a gás (Figura 8), turbinas a vapor (Figura 11 e 12) ou ainda os motores de combustão interna.

**Ciclo Combinado** – ciclo baseado na combinação de um sistema com turbinas a gás e um sistema com turbinas a vapor, tirando partido das vantagens de cada sistema. Como os gases de exaustão da turbina a gás provenientes da queima de combustível ainda possuem energia, são utilizados numa queima suplementar através de uma caldeira de recuperação, produzindo-se vapor que provocará o acionamento de uma turbina a vapor (Figura 15).



Figura 15 Processo e equipamento utilizado no ciclo combinado [3]

Este ciclo é indicado para grandes variações de procura de energia elétrica, pois apresenta uma grande flexibilidade na produção de energia elétrica. Para além do aumento da eficiência e da flexibilidade é ainda possível reduzir os custos de funcionamento. Contudo, como este sistema é composto por dois sistemas em separado, possui as desvantagens associadas aos dois sistemas, aumentando a sua complexidade.

Apesar de por vezes se confundir cogeração com ciclo combinado, estes processos são diferentes na prática, uma vez que utilizando o processo de ciclo combinado apenas é possível obter energia elétrica com a junção de dois sistemas (turbina a gás e turbina a vapor). Porém na cogeração obtém-se dois produtos finais (eletricidade e calor) usando apenas um sistema.

### 2.2.1.2. VANTAGENS E LIMITAÇÕES DA COGERAÇÃO:

A tabela seguinte demonstra as vantagens de um sistema de cogeração face a um sistema convencional.

**Tabela 1 Vantagens e Limitações da Cogeração**

<b>Vantagens</b>	<b>Limitações</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevada eficiência energética;</li> <li>• Redução de emissões poluentes;</li> <li>• Descentralização da produção energética, diminuindo as perdas relacionadas com o transporte e distribuição de energia;</li> <li>• Aumento da fiabilidade do aprovisionamento energético;</li> <li>• Aumento da estabilidade do sistema;</li> <li>• Benefícios económicos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Investimento inicial elevado;</li> <li>• Poluição sonora e local;</li> <li>• Variações constantes dos custos, o que provoca oscilações dos lucros;</li> <li>• O calor apenas é utilizado perto da central, por causa das dificuldades de transporte [14].</li> </ul>

### 2.2.2. FUNÇÃO CUSTO E LINEARIZAÇÃO

O custo de funcionamento ( $C_{\text{CHP}}$ ) de unidades de cogeração (2.4) é representado por uma função não-linear, mas diferenciável em todo o seu domínio, que relaciona um conjunto de coeficientes de acoplamento ( $a_{\text{CHP}}$ ,  $b_{\text{CHP}}$ ,  $c_{\text{CHP}}$ ,  $d_{\text{CHP}}$ ,  $e_{\text{CHP}}$ ,  $f_{\text{CHP}}$ ) com os níveis de produção de eletricidade ( $P_{\text{CHP}}$ ) e de calor ( $Q_{\text{CHP}}$ ) [15].

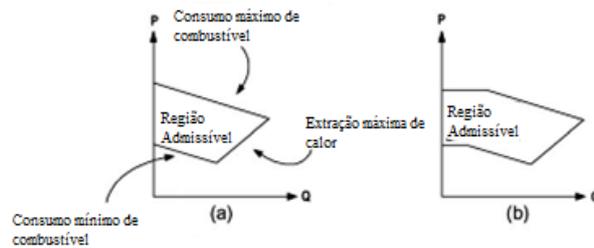
$$C_{\text{CHP}}(P_{\text{CHP}}, Q_{\text{CHP}}) = a_{\text{CHP}} * P_{\text{CHP}}^2 + b_{\text{CHP}} * P_{\text{CHP}} + c_{\text{CHP}} + d_{\text{CHP}} * Q_{\text{CHP}}^2 + e_{\text{CHP}} * Q_{\text{CHP}} + f_{\text{CHP}} * P_{\text{CHP}} * Q_{\text{CHP}} \quad (2.4)$$

### 2.2.3. REGIÃO DE OPERAÇÃO ADMISSÍVEL

Os tipos de unidades de cogeração que surgem com mais frequência são as de turbina a gás ou a vapor a funcionar em ciclo simples. Por essa razão, neste trabalho são modeladas apenas as unidades de cogeração destes dois tipos. As unidades com turbinas a vapor podem apresentar sistemas de condensação e arrefecimento auxiliares ou não. No caso das unidades a vapor simples (sem condensação), a região de operação admissível é convexa, sendo representada por um quadrilátero irregular. No entanto, para o caso das unidades de turbina a gás ou de turbina a vapor com sistemas de condensação, a região de operação admissível é não-convexa, representada por um polígono irregular.

A região de admissibilidade das unidades CHP é limitada por três factores operacionais: consumo máximo de combustível, consumo mínimo de combustível e extracção máxima de calor [16]. Caso a energia elétrica e o calor produzidos nas unidades CHP excedam os limites, ocorrerá uma paragem inesperada da unidade que deverá ser reinicializada.

Na Figura 16 apresenta-se a região de operação admissível de unidades a vapor sem sistemas de condensação (Figura 16-a)) e com sistema de condensação (Figura 16-b)).  $P$  corresponde à energia elétrica produzida e  $Q$  diz respeito ao calor produzido.



**Figura 16 Modelos de região de operação admissível: (a) unidades a vapor sem condensação (b) unidades a gás ou a vapor com sistemas de condensação [16]**

### 2.3. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO PROPOSTOS NA LITERATURA

As primeiras abordagens ao problema Unit Commitment baseavam-se em Programação Dinâmica (PD). Contudo, esta técnica não consegue resolver problemas de média/grande dimensão, pelo que surge a necessidade de serem desenvolvidas estratégias heurísticas com o objetivo de limitar a pesquisa dinâmica para um grande sistema [17].

Uma das abordagens mais populares baseava-se em Lista de Prioridades. Uma Lista de Prioridades é formada pelo ranking de unidades com base, por exemplo nos seus custos de energia ou o índice de custos de carga total média [18]. As unidades a escalonar são seleccionadas pela ordem em que aparecem na Lista de Prioridades, satisfazendo as restrições.

Outra abordagem baseia-se no conceito de *Unit Decommitement* (UD). O *Unit Decommitement* foi desenvolvido como uma ferramenta de pós-processamento para melhorar a qualidade da solução de algoritmos de *Unit Commitment* existentes. O UD corresponde a um método para resolver o problema de UC baseado num processo de anulação de unidades desnecessárias presentes no pré-despacho. Neste método para se melhorar a solução, algumas unidades são desligadas em algum momento do horizonte de planeamento ou na sua totalidade. Esta selecção é realizada através de um processo que avalia as unidades através de um índice económico relativo, de modo a que unidade que apresentar o pior desempenho seja desligada do sistema [19]. Este processo é realizado de forma iterativa até que sejam satisfeitas a procura e a reserva do sistema a um custo mínimo. Este modelo é caracterizado pela diminuição do custo total de cada iteração e a solução permanece sempre admissível.

No trabalho apresentado em [20], o planeamento de unidades de cogeração foi realizado usando uma variante do algoritmo de Programação Dinâmica e baseando-se também na

relaxação linear dos estados das unidades (ON/OFF) e no “sequential commitment of units one by one”, criando assim o algoritmo DP-RSC1. O *sequential commitment* tem como objetivo facilitar o processo de tomada de decisão, uma vez que decide os valores de algumas variáveis de forma sequencial e alternada e ainda decide a ordem em que estes valores influenciam as restantes variáveis de decisão. Os autores compararam o algoritmo implementado com dados reais com o algoritmo *Unit Decommitment* e o método tradicional de lista de prioridades. Os resultados obtidos mostram que o algoritmo DP-RSC1 apresenta resultados um pouco mais precisos e executa três a cinco vezes mais rapidamente que o algoritmo *Unit Decommitment*.

Em [21] foi proposta uma formulação de múltiplos locais, uma vez que o algoritmo existente (Power Simplex) apenas poderia ser aplicado a um planeamento local de unidades CHP, visto que só garantia a condução de calor sem perdas quando este fosse transportado a pequenas distâncias. Após esta formulação procedeu-se ao desenvolvimento do algoritmo Extended Power Simplex para resolver estes problemas de forma mais eficiente. Mesmo que o problema seja bastante grande, o algoritmo apresenta ótima eficiência.

Para os autores do artigo [22], o planeamento de unidades CHP foi modelado como um problema de Programação Linear (LP) com o algoritmo Power Simplex de forma mais eficiente. A base é organizada como uma matriz identidade e um pequeno conjunto (bloco) de coeficientes diferentes de zero. Como existem apenas alguns conjuntos de coeficientes, os procedimentos de inversão foram desenvolvidos para cada um deles. O desempenho do algoritmo Power Simplex foi comparado com modelos realistas, nomeadamente um algoritmo Simplex tubular. O algoritmo Power Simplex demonstrou-se 21-190 vezes mais rápido que o Simplex tubular. Assim este algoritmo foi implementado como parte do sistema de otimização de energia NEXUS EHTO, estando em funcionamento em diversas empresas de energia finlandesas.

Os autores do artigo [23] melhoraram o algoritmo *Unit Decommitment* (UD), denominado *Improve Unit Decommitment* (IUD), que inicia com uma solução inicial melhorada com menos excedente de calor, para que a relação custo-eficiência das unidades possa ser obtida com maior precisão. Assim é possível desligar as unidades que apresentam menor eficiência em termos de custos. A solução inicial é obtida por procedimentos e heurísticas baseados em relaxação lagrangeana que relaxa as restrições de procura e faz uma relaxação linear dos estados (ON/OFF). Este algoritmo melhorado foi comparado com o

algoritmo *Unit Decommitment* original, mostrando que o IUD apresenta uma melhoria global relativamente ao UD, uma vez que apresenta uma melhoria média entre os 0.3% e os 0.5%. Para além disso é mais eficiente (1 a 3 vezes mais rápido).

Com a liberalização do mercado de energia criou-se um problema de planeamento assimétrico, onde a produção de calor corresponde à procura e a produção de energia ao preço de mercado volátil. Em [24] o problema foi abordado neste prisma e foram desenvolvidos novos algoritmos baseados num polítopo (ver Figura 17) para resolver, a cada hora, modelos de cogeração de forma eficiente. A ideia é transformar a região de operação para a produção de energia elétrica e calor de cada central de cogeração numa superfície bidimensional do polítopo assumindo o preço da energia como parâmetro, sendo estas superfícies usadas para procurar a melhor solução o mais rapidamente possível. Os autores propõem duas versões de algoritmos: o polítopo de construção on-line (ECON), onde as superfícies são construídas em cada hora com base no preço de energia; o polítopo de construção off-line (ECOFF), onde as superfícies são pré-calculadas para todas as gamas de preço de energia. Estes algoritmos foram comparados usando valores reais, ao solver ILOG CPLEX e ao Power Simplex, e foram obtidos os seguintes resultados: ECON 603 vezes mais rápido que o CPLEX e 1,3 vezes mais rápido que o Power Simplex, enquanto que o ECOFF foi 1860 vezes e 4 vezes mais rápido que o CPLEX e o Power Simplex, respetivamente.

O trabalho proposto em [15] apresenta uma programação horária de curto prazo para clientes industriais ou comerciais com instalações de unidades de cogeração, unidades que só produzem energia elétrica e unidades que só produzem calor, de forma a satisfazer a procura. Neste artigo, os autores assumem que a procura pode variar em intervalos de tempo diferentes, têm em consideração todas as condições técnicas e ainda reservam o calor produzido em excesso num tanque de armazenamento. São estudados quatro casos distintos de forma a confirmar o desempenho no modelo proposto. A importância da resposta da procura, o efeito de considerar a quantidade de energia transferida e o efeito da troca de calor com os clientes próximos no valor do lucro esperado foram considerados no estudo.

Com base em Algoritmos Genéticos (AG) os autores do artigo [25] desenvolveram uma alternativa de resolução do problema de despacho económico de CHP. Este artigo implementa AG de forma a conseguir resolver as restrições complexas existentes num problema CHP (variações da procura, capacidade da dependência que existe entre a energia elétrica e o calor). De forma a lidar com estes problemas, os autores propõem um melhoramento do

método da função penalidade, sendo que está presente na função objetivo de forma a penalizar qualquer violação das restrições e da região de operação admissível. Estes fatores de penalização são ajustados durante o processo. Este método foi testado e comparado com um método semelhante verificando-se a sua eficácia.

A formulação do modelo presente em [26] tem em consideração a variação dos custos de produção da eletricidade ao longo do tempo. Este modelo é capaz de controlar detalhadamente o estado de cada unidade, nomeadamente em termos de modo de funcionamento e de comportamento de transição (arranques a frio ou a quente e encerramentos). Os autores deste artigo aplicaram este modelo com sucesso numa central de cogeração real, chegando à conclusão que este modelo foi capaz de melhorar o lucro em 5% em casos de elevada utilização. Contudo, estes valores sofrem algumas alterações de acordo com o número de interrupções permitidas. Estas melhorias foram obtidas através da geração de excedentes de energia quando o custo de produção era menor.

### 3. MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O UCP COM UNIDADES DE COGERAÇÃO

Neste capítulo é descrito o modelo de programação linear proposto neste trabalho para o problema de escalonamento de unidades geradoras de energia com a inclusão de unidades de cogeração. Neste modelo foram considerados dois tipos de unidades de cogeração a operar em ciclo simples: unidades com turbina a gás ou a vapor. Definimos como unidades de tipo 1 aquelas em que a região de operação é convexa, e unidades de tipo 2 as que apresentam região de operação não convexa (ver Figura 16).

Assim, começa-se por introduzir a notação usada na definição do modelo de programação matemática propostos neste trabalho. Segue-se a apresentação de uma proposta de linearização da função objetivo do problema em estudo e a modelação do UCP com a inclusão dos dois tipos de unidade de cogeração, para além das restantes restrições técnicas e

de sistema que o problema habitualmente comporta. No final do capítulo, é também apresentado o modelo não-linear, baseado num modelo presente em [15], utilizado para efeitos de comparação nos testes computacionais deste trabalho.

### 3.1. NOTAÇÃO

#### Conjuntos (índices):

$I$  – conjunto de todas as unidades ( $I = \cup_{i=1}^4 I_i$ )

$I_1$  – conjunto de unidades CHP do tipo 1

$I_2$  – conjunto de unidades CHP do tipo 2

$I_3$  – conjunto de unidades que só produzem energia elétrica

$I_4$  – conjunto de unidades que só produzem calor

$J$  – conjunto de todos os pontos extremos das unidades CHP ( $J = \cup_{i=1}^3 J_i$ )

$J_1$  – conjunto de pontos extremos das unidades CHP tipo 1

$J_2$  – conjunto de pontos extremos das unidades CHP tipo 2 área A

$J_3$  – conjunto de pontos extremos das unidades CHP tipo 2 área B

#### Parâmetros:

$T$  – número de períodos em estudo

$Heat_t$  – procura de calor no período  $t$

$Load_t$  – procura de energia elétrica no período  $t$

$R_i^{up}$  – taxa de tomada de carga, em períodos consecutivos, da unidade  $i$  ( $i \in \cup_{i=1}^3 I_i$ )

$R_i^{down}$  – taxa de deslastre de carga, em períodos consecutivos, da unidade  $i$  ( $i \in \cup_{i=1}^3 I_i$ )

$U_i$  – custo de arranque da unidade  $i$  ( $i \in \cup_{i=1}^3 I_i$ )

$T_i^{ON}$  – número mínimo de períodos em que a unidade  $i$  tem que permanecer no estado ON depois de ligada ( $i \in \cup_{i=1}^3 I_i$ )

$T_i^{OFF}$  – número mínimo de períodos em que a unidade  $i$  tem que permanecer no estado OFF depois de desligada ( $i \in \cup_{i=1}^3 I_i$ )

$\Phi_i^p$  – coeficiente do custo de produção da unidade de produção de energia elétrica  $i$  ( $i \in I_3$ )

$\Phi_i^h$  – coeficiente do custo de produção da unidade de produção de calor  $i$  ( $i \in I_4$ )

$E_{i,j}$  – produção de energia elétrica da unidade CHP  $i$  no ponto extremo  $j$  ( $i \in \cup_{i=1}^2 I_i, j \in \cup_{i=1}^3 J_i$ )

$Q_{i,j}$  – produção de calor da unidade CHP  $i$  no ponto extremo  $j$  ( $i \in \cup_{i=1}^2 I_i, j \in \cup_{i=1}^3 J_i$ )

$C_{i,j}$  – custo de produção da unidade CHP  $i$  no ponto extremo  $j$  ( $i \in \cup_{i=1}^2 I_i, j \in \cup_{i=1}^3 J_i$ )

$P_i^{\max}$  – Potência máxima produzida pela unidade  $i$  ( $i \in I_3$ )

$P_i^{\min}$  – Potência mínima produzida pela unidade  $i$  ( $i \in I_3$ )

$H_i^{\max}$  – Calor máximo produzido pela unidade  $i$  ( $i \in I_4$ )

$H_i^{\min}$  – Calor mínimo produzido pela unidade  $i$  ( $i \in I_4$ )

### Variáveis de decisão gerais:

$y_{i,t} \begin{cases} 1 & \text{se a unidade } i \text{ está ON no período } t \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (i \in I)$

$y_{i,t}^A \begin{cases} 1 & \text{se a área A do gerador } i \text{ é selecionada no período } t \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (i \in I_2)$

$y_{i,t}^B \begin{cases} 1 & \text{se a área B do gerador } i \text{ é selecionada no período } t \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (i \in I_2)$

$SU_{i,t} \begin{cases} 1 & \text{se a unidade } i \text{ é iniciada no período } t \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (i \in I)$

$x_{i,j,t}$  – nível de operação da unidade  $i$  em função do ponto extremo  $j$ , no período  $t$  ( $i \in \cup_{i=1}^2 I_i, j \in \cup_{i=1}^3 J_i$ ). Entende-se por nível de operação o nível de funcionamento de cada unidade em termos de pontos extremos à região de operação admissível.

$P_{i,t}$  – nível de produção de energia elétrica da unidade  $i$  no período  $t$  ( $i \in \cup_{i=1}^3 I_i$ )

$C_{i,t}^p$  – custo de produção de uma unidade de produção de energia elétrica  $i$  no período  $t$  ( $i \in I_3$ )

$C_{i,t}^h$  – custo de produção de uma unidade de produção de calor  $i$  no período  $t$  ( $i \in I_4$ )

$H_{i,t}$  – nível de produção de calor na unidade  $i$  no período  $t$  ( $i \in I_1 \cup I_2 \cup I_4$ )

### 3.2. FUNÇÃO OBJETIVO LINEARIZADA

Nesta secção propõe-se uma linearização da função que avalia os custos de produção das unidades de cogeração, apresentada na secção 2.2.1.

A linearização da função custo pode ser representada através de uma combinação convexa de pontos extremos, com base na região de operação admissível, tal como proposto em [24]. Resumidamente, a função custo  $C_{CHP}$  linearizada de unidades de cogeração pode ser representada da seguinte forma:

$$C_{CHP} = \sum_{j=1}^N c_j * x_j \quad (3.1)$$

em que,  $c_j$ (€) representa o custo de produção de um ponto extremo  $j$  e  $x_j$  representa o nível de operação em relação a esse mesmo ponto extremo  $j$ ,  $x_j$  pertence ao intervalo  $[0,1]$  e  $\sum_{j=1}^N x_j = 1$ . A figura 17 apresenta um exemplo da área de operação admissível de uma unidade CHP (plano a cinzento escuro). Qualquer ponto representado pela combinação convexa dos 5 pontos extremos, de acordo com equação (3.1), pertencente à região a cinzento escuro [24].

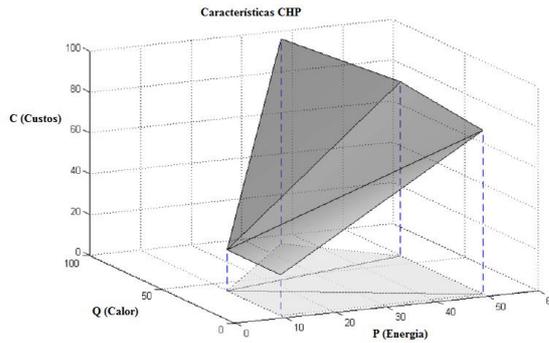


Figura 17 Região de operação admissível de uma unidade CHP [24]

Assim, verifica-se que a região de operação admissível de uma unidade CHP é definida como um polítopo tridimensional (C,Q,P) convexo no espaço. Quando uma unidade está a operar com um custo de produção mais baixo, significa que a unidade está a operar na parte inferior do polítopo, como ilustra a Figura 17. A formulação apresentada pode aproximar qualquer função custo convexa com boa precisão, se forem usados suficientes pontos extremos, que podem ser determinados através de testes experimentais ou calculados analiticamente. Em qualquer caso, o número necessário de pontos extremos deverá manter-se pequeno [24].

Esta formulação tem como finalidade formar uma combinação convexa entre os pontos extremos da área de operação admissível, permitindo obter qualquer ponto dentro da área definida. A função custo linear proposta para o problema retratado neste trabalho relaciona o custo das unidades de cogeração em cada ponto extremo da região de operação admissível, obtido através da função custo real equação (2.4), com o nível de operação (variável) definido em relação ao valor fixado em cada um desses pontos extremos.

Considerando a abordagem referida, a componente da função objetivo a minimizar que representa os custos de funcionamento das unidades de cogeração é descrita pela seguinte equação:

$$C_{CHP} = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I1 \cup I2} \sum_{j \in J} C_{i,j} * x_{i,j,t} \quad (3.2)$$

em que,  $c_{i,j}$  representa o custo de produção de uma unidade de cogeração  $i$  em determinado ponto extremo  $j$  e  $x_{i,j,t}$  representa o nível de operação de uma unidade de cogeração  $i$  em

determinado ponto extremo  $j$ , num período  $t$ . A equação (3.3), representa a combinação convexa dos pontos extremos da região de operação admissível de cada unidade.

$$\sum_{j \in J} x_{i,j,t} = y_{i,t} \quad \forall i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i, \forall t \in T \quad (3.3)$$

Assim, quando  $y_{i,t} = 0$ , impõe-se que  $\sum_{j \in J} x_{i,j,t} = 0$ , ou seja, se uma determinada unidade de cogeração não estiver a operar então não existe produção de energia elétrica ( $P=0$ ) nem de calor ( $H=0$ ), e consequentemente não existe custo de funcionamento ( $C=0$ ). Porém, se  $y_{i,t} = 1$  então  $\sum_{j \in J} x_{i,j,t} = 1$ , ou seja, os níveis de produção de energia elétrica e calor, e os respetivos custos de funcionamento são não-negativos, tendo forçosamente que tomar valores pertencentes à região de operação admissível.

Os custos de arranque são considerados se determinada unidade estiver a iniciar a sua operação nesse mesmo período. Considera-se que o custo de arranque é dado por uma função em degrau, tomando um valor  $U_i$  quando a unidade é ligada num determinado período, e zero quando uma unidade não é ligada nesse período.

Como simplificação, assume-se que as máquinas que apenas produzem energia elétrica ou calor têm um custo de produção dado por uma relação linear para com os respetivos níveis de produção, de acordo com as equações (3.4) e (3.5).

$$C_{i,t}^p = \phi_i^p * P_{i,t} \quad \forall i \in I_3, \forall t \in T \quad (3.4)$$

$$C_{i,t}^h = \phi_i^h * H_{i,t} \quad \forall i \in I_4, \forall t \in T \quad (3.5)$$

Por fim, a formulação matemática da função objetivo é dada pela seguinte equação:

$$\min \sum_{t \in T} \left[ \sum_{i \in I_1 \cup I_2} \sum_{j \in J} C_{i,j} * x_{i,j,t} + \sum_{i \in I_3} C_{i,t}^p + \sum_{i \in I_4} C_{i,t}^h + \sum_{i \in I} (U_i * S_{U_{i,t}}) \right] \quad (3.6)$$

que quantifica os custos.

### 3.3. MODELAÇÃO DA REGIÃO DE OPERAÇÃO DAS UNIDADES CHP

#### 3.3.1. REGIÃO DE OPERAÇÃO CONVEXA

Para unidades de turbina a vapor sem condensação, a região de operação é convexa, o que significa que qualquer ponto que pertença a uma linha recta traçada entre dois pontos distintos pertence à região de operação (ver Figura 18-a)). Este tipo de unidades pode ser modelado pela simples combinação convexa de pontos extremos, através das variáveis  $x_{ijt}$ , como demonstrado anteriormente, pois as soluções obtidas representarão sempre um ponto pertencente à região de operação admissível. Para unidades do tipo 2, a abordagem considerada dividirá a região de operação em duas regiões convexas (áreas A e B assinaladas na Figura 18-b)), como se demonstra no próximo subcapítulo.

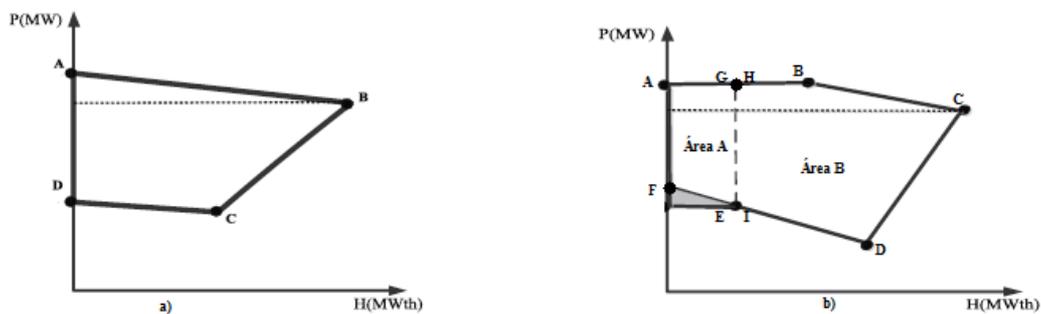


Figura 18 Região de operação das unidades de cogeração: a) unidades tipo 1 b) unidades tipo 2 [15]

#### 3.3.2. MODELAÇÃO DA REGIÃO DE OPERAÇÃO NÃO-CONVEXA

Ao contrário das unidades de turbina a vapor sem condensação, nas unidades de turbina a gás ou a vapor com condensação a região de operação admissível é não-convexa. Tal facto inviabiliza o simples uso de combinações de variáveis que representam níveis de operação em relação a pontos extremos, sob o risco de estarem a ser representados pontos que não pertencem a essa mesma região. Assim, neste trabalho propõe-se dividir a região não-convexa em duas sub-regiões convexas (contudo, é possível resolver problemas considerando esta região utilizando outras metodologias e ferramentas), como proposto em [15], de acordo com a Figura 18-b).

Assim, as equações (3.7) e (3.8) permitem a combinação convexa de pontos extremos para as áreas A e B, respetivamente. A equação (3.9) garante que apenas uma das áreas de cada unidade CHP do tipo 2 é selecionada caso a unidade seja escalonada e que nenhuma das áreas é selecionada (não existe operação), se a máquina estiver desligada, num dado período.

Área A:

$$\sum_{j \in J_2} x_{i,j,t} = y_{i,t}^A \quad \forall i \in I_2, \forall t = 1..T \quad (3.7)$$

Área B:

$$\sum_{j \in J_3} x_{i,j,t} = y_{i,t}^B \quad \forall i \in I_2, \forall t \in T \quad (3.8)$$

$$y_{i,t}^A + y_{i,t}^B = y_{i,t} \quad \forall i \in I_2, \forall t \in T \quad (3.9)$$

### 3.4. RESTRIÇÕES BASE DO UCP

Neste subcapítulo apresentam-se as restrições do modelo matemático proposto neste trabalho, em que se incluem as unidades CHP no UCP.

**Restrições relativas às taxas máximas de tomada (Ramp up) e deslastre de carga (Ramp down):**

Estas restrições têm como finalidade limitar as subidas/descidas de produção entre períodos consecutivos, de forma a prevenir os desgastes excessivos das máquinas e os custos de produção, provocado pelas variações bruscas.

$$\sum_{j \in J} E_{i,j} * x_{i,j,t+1} - \sum_{j \in J} E_{i,j} * x_{i,j,t} \leq R_i^{Up} \quad \forall i \in \cup_{i=1}^2 I_i, t = 1 \dots T - 1 \quad (3.10)$$

$$\sum_{j \in J} E_{i,j} * x_{i,j,t} - \sum_{j \in J} E_{i,j} * x_{i,j,t+1} \leq R_i^{down} \quad \forall i \in \cup_{i=1}^2 I_i, t = 1 \dots T - 1 \quad (3.11)$$

$$P_{i,t+1} - P_{i,t} \leq R_i^{up} \quad \forall i \in I_3, t = 1 \dots T - 1 \quad (3.12)$$

$$P_{i,t} - P_{i,t+1} \leq R_i^{down} \quad \forall i \in I_3, t = 1 \dots T - 1 \quad (3.13)$$

### Restrições relativas ao arranque:

De forma a modelar os custos de arranque, é necessário introduzir restrições que permitam formular a entrada em funcionamento das unidades de geração de energia elétrica ou calor.

$$SU_{i,t} \geq y_{i,t} - y_{i,t-1} \quad \forall i \in U_{i=1}^4 I_i, t = 2 \dots |T| \quad (3.14)$$

### Restrições relativas aos tempos mínimos de paragem/funcionamento:

Devido a limitações técnicas, as máquinas necessitam de um tempo mínimo de paragem/funcionamento. Estas restrições foram baseadas em [27].

$$\sum_{n=\max(t-T_i^{ON}+1;1)}^t SU_{i,n} \leq y_{i,t} \quad \forall i \in U_{i=1}^3 I_i, \forall t \in T \quad (3.15)$$

$$\sum_{n=\max(t-T_i^{OFF}+1;1)}^t SU_{i,n} \leq 1 - y_{i,t} \quad \forall i \in U_{i=1}^3 I_i, \forall t \in T \quad (3.16)$$

### Restrições relativas aos limites de produção:

Estas máquinas possuem um limite máximo e mínimo de produção, que se devem também a questões técnicas.

$$P_{i,t} \geq P_i^{\min} * y_{i,t} \quad \forall i \in I3, \forall t \in T \quad (3.17)$$

$$P_{i,t} \leq P_i^{\max} * y_{i,t} \quad \forall i \in I3, \forall t \in T \quad (3.18)$$

$$H_{i,t} \geq H_i^{\min} * y_{i,t} \quad \forall i \in I4, \forall t \in T \quad (3.19)$$

$$H_{i,t} \leq H_i^{\max} * y_{i,t} \quad \forall i \in I4, \forall t \in T \quad (3.20)$$

### Restrições relativas à procura de energia elétrica:

As restrições (3.21) e (3.22) dizem respeito à satisfação de procura de energia elétrica e de calor, respetivamente.

$$\sum_{i \in I1 \cup I2} \sum_{j \in J} E_{i,j} * x_{i,j,t} + \sum_{i \in I3} P_{i,t} = Load_t \quad \forall t \in T \quad (3.21)$$

$$\sum_{i \in I1 \cup I2} \sum_{j \in J} Q_{i,j} * x_{i,j,t} + \sum_{i \in I4} H_{i,t} = Heat_t \quad \forall t \in T \quad (3.22)$$

Por fim apresentam-se as restrições de não-negatividade das variáveis de decisão.

$$x_{i,j,t} \geq 0 \quad \forall i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i, j \in \bigcup_{i=1}^3 J_i, \forall t \in T \quad (3.23)$$

$$P_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in I3, \forall t \in T \quad (3.24)$$

$$C_{i,t}^p \geq 0 \quad \forall i \in I3, \forall t \in T \quad (3.25)$$

$$C_{i,t}^h \geq 0 \quad \forall i \in I4, \forall t \in T \quad (3.26)$$

$$H_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in I4, \forall t \in T \quad (3.27)$$

### 3.5. MODELO NÃO-LINEAR

O modelo apresentado nos subcapítulos anteriores é uma aproximação a um modelo real, uma vez que a função custo de produção das unidades de cogeração foi linearizada. Assim, surgiu a necessidade de implementar um modelo com a função custo real (polinomial). Este modelo foi baseado no modelo proposto em [15], mas adaptado aos pressupostos assumidos neste trabalho, que são toda a energia elétrica e calor produzidos são para satisfazer a procura, e não existe venda nem procura de energia elétrica e calor directamente à rede. Assim, algumas restrições mantêm-se neste modelo idênticas ao modelo anterior, nomeadamente as restrições [(3.4), (3.5), (3.12), (3.13), (3.14), (3.15), (3.16), (3.17), (3.18), (3.19), (3.20)]. As restrições que se alteram neste novo modelo são relativas à região de operação admissível e ainda a função custo de unidades de cogeração, que será a função (2.4) apresentada no subcapítulo 2.2.2.

### **Notação adicional para o modelo não-linear:**

#### **Parâmetros gerais do problema:**

M – número adequadamente grande

#### **Parâmetros das unidades CHP do TIPO 1:**

$PA_i, PB_i, PC_i, PD_i, PE_i, PF_i$  – valor de energia elétrica associada ao ponto extremo A,B,C,D,E,F da unidade CHP  $i$ , respetivamente ( $i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i$ )

$HA_i, HB_i, HC_i, HD_i, HE_i, HF_i$  – valor do calor associadao ao ponto extremo A,B,C,D,E,F da unidade CHP  $i$ , respetivamente ( $i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i$ )

Coefficientes de acoplamento da função custo das unidades CHP:  $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$  ( $i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i$ )

$C_{i,t}$  – custo da produção da unidade CHP  $i$  no período  $t$  ( $i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i$ )

$P_{i,t}$  – produção de energia elétrica da unidade CHP  $i$  no período  $t$  ( $i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i$ )

$H_{i,t}$  – produção de calor da unidade CHP  $i$  no período  $t$  ( $i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i$ )

#### **Função Objetivo:**

$$\min \sum_{t \in T} [\sum_{i \in I1 \cup I2} C_{i,t} + \sum_{i \in I3} C_{i,t}^p + \sum_{i \in I4} C_{i,t}^h + \sum_{i \in I} (U_i * SU_{i,t})] \quad (3.28)$$

#### **Representação do custo de produção de unidades CHP:**

$$C_{i,t} = a_i * P_{i,t}^2 + b_i * P_{i,t} + c_i * y_{i,t} + d_i * H_{i,t}^2 + e_i * H_{i,t} + f_i * P_{i,t} * H_{i,t} \quad \forall i \in \bigcup_{i=1}^2 I_i, \forall t \in T \quad (3.29)$$

**Restrições relativas às taxas máximas de tomada (Ramp up) e deslastre de carga (Ramp down):**

$$P_{i,t+1} - P_{i,t} \leq R_i^{\text{up}} \quad \forall i \in \cup_{i=1}^3 I_i, t = 1 \dots T - 1 \quad (3.30)$$

$$P_{i,t} - P_{i,t+1} \leq R_i^{\text{down}} \quad \forall i \in \cup_{i=1}^3 I_i, t = 1 \dots T - 1 \quad (3.31)$$

**Restrições relativas à região de operação admissível do TIPO 1:**

Para a definição destas restrições tiveram-se em conta os pontos extremos representados na Figura 18.

$$P_{i,t} - PA_i - \frac{PA_i - PB_i}{HA_i - HB_i} * (H_{i,t} - HA_i) \leq 0 \quad \forall i \in I1, \forall t \in T \quad (3.32)$$

$$P_{i,t} - PB_i - \frac{PB_i - PC_i}{HB_i - HC_i} * (H_{i,t} - HB_i) \geq -(1 - y_{i,t}) * M \quad \forall i \in I1, \forall t \in T \quad (3.33)$$

$$P_{i,t} - PC_i - \frac{PC_i - PD_i}{HC_i - HD_i} * (H_{i,t} - HC_i) \geq -(1 - y_{i,t}) * M \quad \forall i \in I1, \forall t \in T \quad (3.31)$$

$$H_{i,t} \leq HB_i * y_{i,t} \quad \forall i \in I1, \forall t \in T \quad (3.34)$$

$$P_{i,t} \leq PA_i * y_{i,t} \quad \forall i \in I1, \forall t \in T \quad (3.35)$$

**Restrições relativas à região de operação admissível do TIPO 2:**

$$P_{i,t} - PB_i - \frac{PB_i - PC_i}{HB_i - HC_i} * (H_{i,t} - HB_i) \leq 0 \quad \forall i \in I2, \forall t \in T \quad (3.36)$$

$$P_{i,t} - PC_i - \frac{PC_i - PD_i}{HC_i - HD_i} * (H_{i,t} - HC_i) \geq 0 \quad \forall i \in I2, \forall t \in T \quad (3.37)$$

$$P_{i,t} - PE_i - \frac{PE_i - PF_i}{HE_i - HF_i} * (H_{i,t} - HE_i) \geq -(1 - y_{A_i,t}) * M \quad \forall i \in I2, \forall t \in T \quad (3.38)$$

$$P_{i,t} - PD_i - \frac{PD_i - PE_i}{HD_i - HE_i} * (H_{i,t} - HD_i) \geq -(1 - y_{B_i,t}) * M \quad \forall i \in I2, \forall t \in T \quad (3.39)$$

$$H_{i,t} \leq HC_i * y_{i,t} \quad \forall i \in I2, \forall t \in T \quad (3.40)$$

$$P_{i,t} \leq PA_i * y_{i,t} \quad \forall i \in I2, \forall t \in T \quad (3.41)$$

$$H_{i,t} - HE_i \geq -(1 - y_{B_{i,t}}) * M \quad \forall i \in I2, \forall t \in T \quad (3.42)$$

$$H_{i,t} - HE_i \leq (1 - y_{A_{i,t}}) * M \quad \forall i \in I2, \forall t \in T \quad (3.43)$$

**Restrição relativa à procura de energia elétrica:**

$$\sum_{i \in I1 \cup I2 \cup I3} P_{i,t} = Load_t \quad \forall t \in T \quad (3.44)$$

**Restrição relativa à procura de calor:**

$$\sum_{i \in I1 \cup I2 \cup I4} H_{i,t} = Heat_t \quad \forall t \in T \quad (3.45)$$

$$H_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in I1 \cup I2 \cup I4, \forall t \in T \quad (3.46)$$

$$P_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in \cup_{i=1}^3 I_i, \forall t \in T \quad (3.47)$$

$$C_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in \cup_{i=1}^2 I_i, \forall t \in T \quad (3.48)$$



## 4. TESTES COMPUTACIONAIS

Os modelos propostos no capítulo anterior foram modelados usando a linguagem de programação matemática AMPL, versão 12.2. O modelo linear foi resolvido com o solver IBM ILOG CPLEX, versão 12.6.1 e o modelo não-linear usando o solver Knitro - Ziena Optimization LLC, versão 9.0, apropriado para este tipo de modelos. Também foram realizados alguns testes para o modelo não-linear com o solver de acesso gratuito Couenne.

Todos os testes foram realizados num computador com CPU de 2.4 GHz, 8 GB de memória RAM e sistema operativo *Windows 7 Ultimate* de 32bits.

O AMPL é uma ferramenta de modelação [28] que permite modelar problemas de optimização (variáveis, restrições e objetivos) e dispõe de uma linguagem de script que permite armazenar e manipular os dados para a implementação de sistemas de optimização de forma automatizada.

Neste capítulo são apresentados dois casos de estudo. Um caso para o modelo linear e outro para o modelo não-linear. Para cada caso de estudo são apresentados diversos testes, para que seja possível analisar e comparar a viabilidade das metodologias. Foram consideradas unidades de cogeração, unidades que só produzem energia eléctrica e unidades que só produzem calor.

Foram realizados testes computacionais num conjunto de oito instâncias com as seguintes características:

- N° de unidade de cada tipo: 1, 2, 3, 4, 8, 16, 32, 64;
- Horizonte temporal: 6h, 12h e 24h

#### 4.1. INSTÂNCIAS DE TESTE

As especificações técnicas das unidades consideradas, como as taxas de tomada e deslastre da carga, custos associados ao arranque, à paragem, tempos mínimos de funcionamento e paragem são apresentados na Tabela 2. Os coeficientes de acoplamento do custo das unidades CHP encontram-se descritos na Tabela 3. Os coeficientes de custo de produção das unidades que só produzem energia elétrica ou calor, a potência máxima e mínima e calor máximo e mínimo dos geradores estão na Tabela 4. Todos os dados relativos às unidades de geração de energia elétrica e calor (Figura 19) e à procura de energia elétrica e calor (Figura 20) foram retirados de [14].

Tabela 2 Especificações técnicas gerais dos vários tipos de unidades do sistema de testes

Unidades	$R^{up}$	$R^{down}$	U	$T^{ON}$	$T^{OFF}$
<b>CHP – Tipo 1</b>	10	10	55	2	2
<b>CHP – Tipo 2</b>	6	5	55	2	2
<b>Só produz energia elétrica</b>	2	2	40	2	2
<b>Só produz calor</b>	-	-	18	-	-

Tabela 3 Coeficientes de acoplamento do custo de produção das unidades CHP

Unidades	a	b	c	d	e	f
CHP – Tipo 1	0.0345	14.5	2650	0.03	4.2	0.031
CHP– Tipo 2	0.0435	36	1250	0.027	0.6	0.011

Tabela 4 Coeficientes de custo de produção máxima e mínima de energia elétrica e calor para as unidades que só produzem energia elétrica ou calor

Unidades	$\Phi^p$	$\Phi^h$	$P^{\max}$	$P^{\min}$	$H^{\max}$	$H^{\min}$
Só produzem energia elétrica	50	-	15	0	-	-
Só produzem calor	-	23.4	-	-	26	0

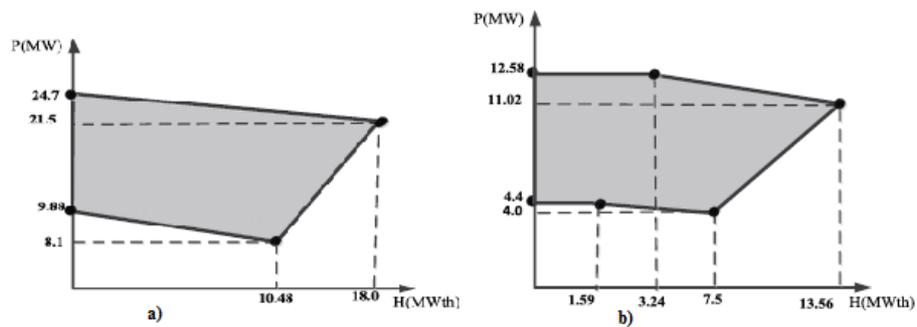


Figura 19 Produção de energia e calor das unidades CHP: a) Tipo 1; b) Tipo 2 [15]

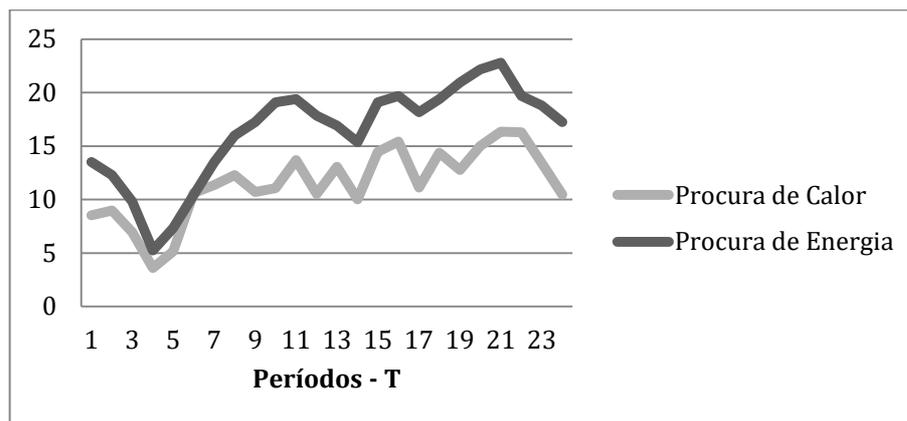


Figura 20 Diagrama da procura de energia elétrica e calor para uma unidade de cada tipo

Como o modelo linear proposto envolve linearizar a função custo de funcionamento das unidades CHP em função de pontos extremos, estes terão custos associados introduzidos sob a forma de parâmetros, sendo calculados através da função custo real (equação (2.4)) e dos coeficientes de acoplamento apresentados na Tabela 3. Como exemplo, o cálculo do custo de funcionamento da unidade do tipo 1 no seu ponto extremo A é:  $C_{1,1} = a_1 * P_{1,1}^2 + b_1 * P_{1,1} + c_1 + d_1 * Q_{1,1}^2 + e_1 * Q_{1,1} + f_1 * P_{1,1} * Q_{1,1} \Leftrightarrow C_{1,1} = 0.0345 * 24.7^2 + 14.5 * 24.7 + 2650 + 0.03 * 0^2 + 4.2 * 0 + 0.031 * 24.7 * 0 = 3029.20$ . Os restantes resultados são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 Custo de produção dos pontos extremos das unidades CHP

Unidades	A	B	C	D	E/I	F	G/H
<b>CHP – Tipo 1</b>	3029.20	3075.02	2819.66	2796.63	-	-	-
<b>CHP – Tipo 2</b>	1709.76	1712.44	1666.75	1401.05	1410.34	1409.24	1711.00

Todos estes parâmetros são introduzidos num ficheiro denominado Data\_Modelo.dat, como a estrutura apresentada a seguir. No Anexo A apresenta-se o código desenvolvido para uma das instâncias usadas.

### **Modelo.dat**

- Declaração das variáveis;
- Declaração dos pontos extremos;
- Declaração dos parâmetros;
  - Parâmetros relativos aos custos da produção dos pontos extremos;
  - Parâmetros relativos ao nível de produção de potência dos pontos extremos;
  - Parâmetros relativos ao nível de produção de calor dos pontos extremos;
  - Parâmetros das características das unidades de cogeração do tipo 1;
  - Parâmetros das características das unidades de cogeração do tipo 2;
  - Parâmetros das características das unidades que só produzem energia elétrica;
  - Parâmetros das características das unidades que só produzem calor;
  - Procura de energia elétrica e calor

## **4.2. RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O MODELO DE PLIM**

O escalonamento das unidades neste modelo é efetuado para três horizontes temporais: 6, 12 e 24 horas. Contudo, para os horizontes temporais de 12 e 24 horas, não foi possível obter a solução ótima para todas as instâncias testadas, uma vez que o tempo computacional foi limitado a 3600 segundos. Para além disso, o *software* AMPL limita a RAM disponível para a resolução entre 2 a 4GB quando se trata de um sistema operativo de 32bits, que foi o caso [29].

De forma a tornar a resolução das instâncias o mais autónoma possível, foi desenvolvido um ficheiro script (*script.run*) que ainda permite guardar todos os dados obtidos que se considere relevantes para a análise dos resultados num ficheiro denominado *result.out*. O código desenvolvido é apresentado no Anexo B.

Como este modelo inclui funções aproximadas, foi necessário calcular os custos de cada solução com a função custo real *a posteriori*, utilizando as soluções obtidas com o modelo linear. Desta forma é possível calcular o erro existente entre as soluções obtidas com o modelo linear e as correspondentes soluções ótimas obtidas com o modelo não-linear.

Tabela 6 Solução de escalonamento da primeira instância (uma unidade de cada tipo), para um horizonte temporal de 6 horas

T	Estado ON/OFF						Custos de funcionamento (€)				Produção de Energia Elétrica (MW)			Produção de Calor (MW)		
	$y_{1,t}$	$y_{2,t}$	$y_{A_{2,t}}$	$y_{B_{2,t}}$	$y_{3,t}$	$y_{4,t}$	$C_{1,t}$	$C_{2,t}$	$C_{3,t}$	$C_{4,t}$	$P_{1,t}$	$P_{2,t}$	$P_{3,t}$	$H_{1,t}$	$H_{2,t}$	$H_{4,t}$
1	0	1	0	1	1	0	0	1688.36	86.41	0	0	11.78	1.73	0	8.52	0
2	0	1	0	1	1	0	0	1686.38	28.31	0	0	11.71	0.57	0	8.97	0
3	0	1	0	1	1	0	0	1613.18	0	0	0	9.80	0	0	6.93	0
4	0	1	0	1	1	0	0	1442.20	0	0	0	5.23	0	0	3.61	0
5	0	1	0	1	1	0	0	1520.06	0	0	0	7.32	0	0	5.14	0
6	0	1	0	1	1	0	0	1640.48	0	0	0	10.42	0	0	10.62	0

Na Tabela 6 apresenta-se o escalonamento ótimo obtido com o modelo linear para a primeira instância (Instância 0). Como se pode verificar, nos resultados obtidos apenas se encontram ligadas as unidades CHP do tipo 2 associadas à variável  $y_{B_{2,t}}$  (estando a operar na região de admissibilidade B) e as unidades que só produzem energia elétrica associadas à variável  $y_{3,t}$ . Contudo, a partir da 3ª hora, inclusive, as unidades que só produzem energia elétrica deixam de produzir, apesar de permanecerem ligadas. Isto deve-se ao pressuposto de a produção mínima ser nula, o que faz com que estas unidades permaneçam ligadas sem qualquer custo, pois como não existem custos fixos torna-se indiferente o seu estado quando não estão a produzir energia elétrica.

Na Tabela 7 é apresentado um quadro resumo dos valores da função objetivo das soluções ótimas de todas as instâncias quando a função é linearizada (em que cada instância é constituída por um número de unidades de cada tipo) e o custo das mesmas soluções avaliadas com a função custo real (não-linear). É calculado o erro absoluto e o erro relativo associados ao facto de se proceder a linearização da função custo das unidades de CHP, sendo que o erro absoluto sofre oscilações ao longo dos testes realizados enquanto que o erro relativo é bastante reduzido. Tanto o erro absoluto como o erro relativo podem ser desprezados, uma

vez que as discrepâncias entre a solução ótima linear e a solução custo real não é significativa. É também apresentado o tempo computacional consumido pelo solver até ser encontrada a solução ótima, que aumenta conforme o aumento de unidades de cada tipo, de forma geral.

**Tabela 7 Resultado obtido para várias instâncias para um horizonte temporal de 6 horas**

<b>Instância</b>	<b>Unidades de cada tipo</b>	<b>A - Solução ótima (Função custo linear) (€)</b>	<b>B - Solução função custo real (€)</b>	<b>Erro absoluto (A-B)</b>	<b>Erro relativo (A-B)/B (%)</b>	<b>Tempo (s)</b>
<b>0</b>	1	9709,88	9705,37	4,51	0.046	0,03
<b>1</b>	2	15141,41	15137,22	4,19	0.028	0,20
<b>2</b>	3	18500,84	18497,59	3,25	0.018	0,53
<b>3</b>	4	24777,98	24776,4	1,58	0.006	0,36
<b>4</b>	8	46028,71	46019,98	8,73	0.019	1,03
<b>5</b>	16	88310,46	88302,13	8,33	0.009	4,66
<b>6</b>	32	173685,13	173669,48	15,65	0.009	14,96
<b>7</b>	64	344069,52	344034,77	34,75	0.010	1582,96

Em seguida, realizaram-se testes para o escalonamento das unidades deste modelo sem considerar as restrições de tomada e deslastre de carga, com o objetivo de se compreender a importância que estas restrições têm num problema de *Unit Commitment*.

As restrições de tomada e deslastre de carga limitam a produção de energia elétrica, pois a produção num período influencia de forma significativa o nível de produção admissível no período seguinte, fazendo com que o problema se torne ainda mais complexo.

Tabela 8 Solução de escalonamento da primeira instância (uma unidade de cada tipo) sem as restrições de tomada e deslastre de carga, para um horizonte temporal de 6 horas

T	Estado ON/OFF						Custos de funcionamento (€)				Produção de Energia Elétrica (MW)			Produção de Calor (MW)		
	$y_{1,t}$	$y_{2,t}$	$y_{A2,t}$	$y_{B2,t}$	$y_{3,t}$	$y_{4,t}$	$C_{1,t}$	$C_{2,t}$	$C_{3,t}$	$C_{4,t}$	$P_{1,t}$	$P_{2,t}$	$P_{3,t}$	$H_{1,t}$	$H_{2,t}$	$H_{4,t}$
1	0	0	0	0	1	1	0	0	675.50	199.37	0	0	13.51	0	0	8.52
2	0	0	0	0	1	1	0	0	614.00	209.90	0	0	12.58	0	0	8.97
3	0	0	0	0	1	1	0	0	490.00	162.16	0	0	9.80	0	0	6.93
4	0	0	0	0	1	1	0	0	261.50	84.47	0	0	5.23	0	0	3.61
5	0	0	0	0	1	1	0	0	366.00	120.28	0	0	7.32	0	0	5.14
6	0	0	0	0	1	1	0	0	521.00	248.51	0	0	10.42	0	0	10.62

Na Tabela 8 verifica-se que o escalonamento não contempla o acionamento de unidades de cogeração. Isto deve-se à ausência das restrições de tomada e deslastre de carga nas unidades de cogeração e das que só produzem energia elétrica. O levantamento destas restrições faz com que as unidades que só produzem energia elétrica ou calor consigam satisfazer as respetivas procuras a um custo inferior ao que se pode obter com as unidades CHP. Por comparação entre as Tabelas 6 e 8, verifica-se também que os custos diminuiram muito, demonstrando o impacto das referidas restrições, e o quão limitadoras podem ser para o funcionamento das unidades geradoras de energia elétrica e calor.

**Tabela 9** Resultado obtido para várias instâncias sem as restrições de tomada e deslastre de carga, para um horizonte temporal de 6 horas

<b>Instância</b>	<b>Unidades de cada tipo</b>	<b>A - Solução ótima (Função custo linear) (€)</b>	<b>B - Solução função custo real (€)</b>	<b>Erro absoluto (A-B)</b>	<b>Tempo (s)</b>
<b>0</b>	1	3952.59	3952.59	0	0.06
<b>1</b>	2	7905.37	7905.37	0	0.03
<b>2</b>	3	11858.06	11858.06	0	0.05
<b>3</b>	4	15810.74	15810.74	0	0.03
<b>4</b>	8	31621.49	31621.49	0	0.06
<b>5</b>	16	63242.98	63242.98	0	0.06
<b>6</b>	32	126485.95	126485.95	0	0.14
<b>7</b>	64	252971.90	252971.90	0	0.69

A Tabela 9, que apresenta os custos totais das soluções ótimas obtidas para as 7 instâncias do modelo PLIM para um horizonte temporal de 6 horas, corroboram as conclusões apresentadas anteriormente, para uma única instância. Verifica-se que para todas as instâncias o valor da função objetivo é significativamente menor que os apresentados na Tabela 7. Curioso verificar que não existe erro associado à linearização da função objetivo, apesar de não haver garantia que as soluções sejam ótimas na perspectiva do modelo não-linear correspondente. A complexidade da resolução é também significativamente menor, como se verifica pelos tempos computacionais obtidos.

Na Tabela 10 é apresentado um quadro resumo dos resultados obtidos nas várias instâncias para um horizonte temporal de 12 horas, enquanto que na Tabela 11 os resultados apresentados possuem um escalonamento de 24 horas. Devido à complexidade, ao tamanho das instâncias e aos limites impostos pelo *software* e pelo *hardware*, não foi possível obter a solução ótima do modelo PLIM para as instâncias 6 e 7 no horizonte de 12 horas, e para as instâncias 4,5,6 e 7 no horizonte de 24 horas. Nas instâncias que foram resolvidas, verifica-se um erro pequeno entre os custos da função aproximada e a função real, em todas as instâncias, o que demonstra a aplicabilidade do modelo PLIM proposto. O tempo computacional é também baixo, excepto nas instâncias 5 para as 12 horas, e 3 para as 24 horas.

Em relação ao erro relativo, verifica-se que este sofre um ligeiro aumento. Por exemplo, na primeira instância, com um horizonte temporal de 6 horas (Tabela 7), obteve-se um erro de 0.046%, mas com um horizonte temporal de 12h (Tabela 10) o erro é de 0.033%. Já na Tabela 11, o erro relativo obtido foi de 0.022%.

**Tabela 10 Resultado obtido para várias instâncias para um horizonte temporal de 12 horas**

<b>Instância</b>	<b>Unidades de cada tipo</b>	<b>A - Solução ótima (Função custo linear) (€)</b>	<b>B - Solução função custo real (€)</b>	<b>Erro absoluto (A-B)</b>	<b>Erro relativo (A-B)/B (%)</b>	<b>Tempo (s)</b>
<b>0</b>	1	21542.52	21535.34	7.18	0.033	0.06
<b>1</b>	2	33640.27	33634.85	5.42	0.016	0.70
<b>2</b>	3	46035.71	46030.26	5.45	0.012	1.67
<b>3</b>	4	61707.13	61704.82	2.31	0.004	11.93
<b>4</b>	8	114632.30	114623.27	9.03	0.008	76.58
<b>5</b>	16	224084.94	2240710.47	13.47	0.006	925.84

Tabela 11 Resultado obtido para várias instâncias para um horizonte temporal de 24 horas

Instância	Unidades de cada tipo	A - Solução ótima (Função custo linear) (€)	B - Solução função custo real (€)	Erro Absoluto (A-B)	Erro relativo (A-B)/B (%)	Tempo (s)
0	1	46724.94	46714.82	10.12	0.022	0.08
1	2	76156.33	76148.14	8.19	0.011	2.90
2	3	109094.86	109085.94	8.92	0.008	31.60
3	4	143791.30	143783.52	7.78	0.005	662.36

#### 4.3. RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O MODELO DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR INTEIRA MISTA

Para o modelo não-linear, o escalonamento das unidades foi obtido apenas para um horizonte temporal de 6 horas e para um máximo de três unidades de cada tipo, não sendo possível obter a solução ótima para as restantes instância em tempo útil (24h).

Na Tabela 12 é apresentada a solução obtida para um horizonte temporal de 6 horas, onde é possível verificar quais as unidades em funcionamento em cada hora, o seu nível de produção e o custo de funcionamento. Em comparação com a Tabela 6, verifica-se que o escalonamento da solução ótima é idêntico, ou seja, tanto as unidades CHP do tipo 2 como as unidades que só produzem energia elétrica se encontram ligadas. Os custos associados ao funcionamento e os níveis de produção são os mesmos. Contudo, neste escalonamento as unidades que só produzem calor também se encontram ligadas, mas não têm qualquer influencia nos custos operacionais e nos níveis de produção. Isto deve-se ao pressuposto de a produção mínima ser nula e pela equação (3.5) os custos de funcionamento também são nulos.

Tabela 12 Solução de escalonamento da primeira instância (uma unidade de cada tipo), para um horizonte temporal de 6 horas

T	Estado ON/OFF						Custos de funcionamento (€)				Produção de Energia Elétrica (MW)			Produção de Calor (MW)		
	$y_{1,t}$	$y_{2,t}$	$y_{A2,t}$	$y_{B2,t}$	$y_{3,t}$	$y_{4,t}$	$C_{1,t}$	$C_{2,t}$	$C_{3,t}$	$C_{4,t}$	$P_{1,t}$	$P_{2,t}$	$P_{3,t}$	$H_{1,t}$	$H_{2,t}$	$H_{4,t}$
1	0	1	0	1	1	1	0	1688.36	86.41	0	0	11.78	1.73	0	8.52	0
2	0	1	0	1	1	1	0	1686.38	28.31	0	0	11.71	0.57	0	8.97	0
3	0	1	0	1	1	1	0	1613.18	0	0	0	9.80	0	0	6.93	0
4	0	1	0	1	1	1	0	1442.20	0	0	0	5.23	0	0	3.61	0
5	0	1	0	1	1	1	0	1520.06	0	0	0	7.32	0	0	5.14	0
6	0	1	0	1	1	1	0	1640.48	0	0	0	10.42	0	0	10.62	0

Na tabela 13 é apresentado um resumo dos resultados da solução ótima para as três instâncias, assim como o tempo decorrido até ser encontrada a solução ótima.

Tabela 13 Resultado obtido das várias instâncias, para um horizonte temporal de 6 horas

Instância	Unidades de cada tipo	Solução ótima (€)	Tempo (s)
0	1	9705.37	17.38
1	2	15137.22	952.39
2	3	18497.59	5881.41

Tabela 14 Comparação das soluções e do tempo computacional entre o modelo linear e o não-linear

Instância	Solução modelo linear (€)	Tempo modelo linear (s)	Solução modelo não-linear (€)	Tempo modelo não-linear (s)
0	9705.37	0.06	9705.37	17.38
1	15137.22	0.03	15137.22	952.39
2	18497.59	0.05	18497.59	5881.41
3	24776.40	0.03	-	-
4	46019.98	0.06	-	-
5	88302.13	0.06	-	-
6	173669.48	0.14	-	-
7	344034.77	0.69	-	-

Só é possível comparar os dois modelos até às 3 primeiras instâncias, uma vez que não é possível resolver o modelo não-linear, em tempo útil, para instâncias superiores. Assim, é possível analisar que ambos os modelos apresentam o mesmo valor para a função objetivo. Como exemplo, pode verificar-se que para a instância 2 o modelo linear obtém a solução ótima global ao fim de 0.05 segundos, enquanto que com o modelo não-linear o tempo computacional é de 5881.41 segundos. Como o modelo linear chega à solução final muito mais rapidamente do que o modelo não-linear, permite recomendar a utilização do modelo linear proposto em vez do modelo não-linear no caso de uma aplicação prática de pequena dimensão.

Devido à impossibilidade de obter mais soluções em tempo útil com o modelo não-linear, não se pode afirmar exatamente até que número de unidades de cada tipo a solução ótima do modelo linear seria a mesma que a do modelo não-linear. Contudo, foi obtida uma solução no mínimo aproximada à ótima até às 64 unidades de cada tipo.

Tal como no caso do modelo linear foi realizado um escalonamento das unidades sem considerar as restrições de tomada e deslastre de carga. Para este caso percorreram-se mais instâncias até não ser possível encontrar um escalonamento em tempo útil. Assim, foi possível obter resultados até à 5ª instância (sistema constituído por 16 unidades de cada tipo), para o modelo não-linear sem restrições de rampa.

**Tabela 15 Solução de escalonamento da primeira instância sem as restrições de tomada e deslastre de carga (uma unidade de cada tipo), para um horizonte temporal de 6 horas**

T	Estado ON/OFF						Custos de funcionamento (€)				Produção de Energia Elétrica (MW)			Produção de Calor (MW)		
	$y_{1,t}$	$y_{2,t}$	$y_{A2,t}$	$y_{B2,t}$	$y_{3,t}$	$y_{4,t}$	$C_{1,t}$	$C_{2,t}$	$C_{3,t}$	$C_{4,t}$	$P_{1,t}$	$P_{2,t}$	$P_{3,t}$	$H_{1,t}$	$H_{2,t}$	$H_{4,t}$
1	0	0	0	0	1	1	0	0	675.50	199.37	0	0	13.51	0	0	8.52
2	0	0	0	0	1	1	0	0	614.00	209.90	0	0	12.58	0	0	8.97
3	0	0	0	0	1	1	0	0	490.00	162.16	0	0	9.80	0	0	6.93
4	0	0	0	0	1	1	0	0	261.50	84.47	0	0	5.23	0	0	3.61
5	0	0	0	0	1	1	0	0	366.00	120.28	0	0	7.32	0	0	5.14
6	0	0	0	0	1	1	0	0	521.00	248.51	0	0	10.42	0	0	10.62

Na Tabela 15 encontram-se os resultados para a primeira instância e pode-se verificar que o escalonamento é o mesmo que o escalonamento da Tabela 8. Isto deve-se ao facto de quando as restrições de tomada e deslastre de carga não são consideradas, as unidades CHP deixam de ser utilizadas para a produção. Assim, como as unidades que só produzem energia elétrica e as que só produzem calor não sofrem alteração do modelo linear para o modelo não-linear, as soluções e os respetivos resultados coincidem.

A Tabela 16 apresenta os valores da função objetivo e os tempos computacionais para as 5 instâncias resolvidas num horizonte temporal de 6 horas. Verifica-se na Tabela 16 que,

para 8 unidades de cada tipo, o tempo computacional é bastante razoável, ao passo que com estas restrições e apenas 2 unidades de cada tipo, o modelo não-linear demora 952.39 segundos a ser resolvido (Tabela 13).

**Tabela 16** Resultado obtido para várias instâncias sem as restrições de tomada e deslastre de carga para um horizonte temporal de 6 horas

Instância	Unidades de cada tipo	Solução ótima (€)	Tempo (s)
0	1	3652.59	0.38
1	2	7905.37	0.20
2	3	11858.06	0.45
3	4	15810.74	1.20
4	8	31621.49	26.32
5	16	63242.98	960.64

Em seguida, realizou-se um escalonamento utilizando um *Solver* não-comercial (Couenne), para um período de 6 horas e para um máximo de três unidades de cada, para ser possível comparar a performance ao nível do tempo necessário para a obtenção da solução ótima.

Tabela 17 Comparação dos resultados obtidos das várias instâncias para um horizonte temporal de 6 horas utilizando *software* Couenne e o Knitro

Instância	Unidades de cada tipo	Solução Couenne (€)	Tempo Couenne (s)	Solução Knitro (€)	Tempo Knitro (s)
0	1	9705.37	4.13	9705.37	17.38
1	2	15137.22	1881.61	15137.22	952.39
2	3	18497.59	14064.32	18497.59	5881.41

Na Tabela 17 verifica-se que existem conclusões distintas. Para a instância mais simples, o Couenne é mais eficiente. No entanto, para 2 e 3 unidades de cada tipo, o solver Knitro é bem mais eficiente pelo que é recomendado para sistemas de maior dimensão.

# 5. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

As unidades de cogeração surgem no mercado de produção de energia devido ao facto de as unidades convencionais converterem apenas  $1/3$  do combustível em energia útil, sendo os restantes  $2/3$  perdas sob a forma de calor. Assim, as unidades CHP permitem reaproveitar essa energia dissipada e disponibilizá-la para satisfação da procura de calor, em conjunto com a energia eléctrica produzida, tornando estas unidades mais eficientes devido a esta ambivalência.

A inclusão das unidades CHP num UCP acarreta uma maior complexidade na resolução deste problema, visto que a função custo destas unidades é representada através de funções não-lineares e existe uma relação directa entre a energia eléctrica e o calor produzidos. Para além disso, a região de operação admissível destas unidades pode ser não-convexa, ao contrário das unidades térmicas, adicionando assim maior complexidade ao problema. Esta não-convexidade da região de operação admissível das unidades CHP ocorre quando estas incorporam turbinas a vapor com condensação, ou turbinas a gás.

Neste trabalho desenvolveram-se um modelo linear para resolução do problema de unidades de escalonamento de unidades de cogeração, posteriormente adaptou-se um modelo não-linear, com o objetivo de comparar os resultados da linearização da função custo real das unidades CHP. Apesar de em diversos artigos enunciarem a possibilidade de linearizar a função custo, em nenhum existe uma demonstração prática desta suposição em problemas de escalonamento. Assim, com este trabalho demonstra-se que a linearização proposta é viável.

A linearização da função custo de funcionamento foi realizada através de uma combinação convexa de pontos extremos, baseado na região de operação admissível. Nesta função custo relacionam-se os custos de funcionamento das unidades CHP com o nível de operação de cada ponto extremo.

Para além da linearização da função custo foi necessário formular a região de operação admissível, sendo que existem dois tipos de região, que requerem uma abordagem díspar. A região convexa é modelada através da combinação convexa dos pontos extremos, pois independentemente da solução obtida, esta representará um ponto pertencente à região admissível. Contudo, para a região não-convexa, tal não é garantido. Assim propõe-se dividir a região em duas sub-regiões convexas, permitindo a partir daí a utilização da mesma abordagem.

Foram realizados testes com o modelo linear para 3 horizontes temporais, com diminuição do tamanho das instâncias testadas com o aumento do horizonte temporal. Verificou-se que o erro absoluto existente entre a solução obtida (função custo linear) e a solução com a função custo real é bastante reduzido em todos os casos testados. Quando se procedeu à eliminação das restrições de tomada e deslastre de carga, as soluções obtidas para um horizonte temporal de 6 horas tiveram um valor significativamente menor ao modelo com inclusão destas restrições. Isto deve-se à produção de energia elétrica e calor ficarem totalmente a cargo das unidades que só produzem energia elétrica ou calor, sendo que estas unidades têm um custo de funcionamento menor que as unidades CHP.

Para o modelo não-linear foram obtidos poucos resultados, devido à impossibilidade de realizar testes adicionais em tempo útil. No entanto, os resultados obtidos, validaram a qualidade do modelo linear proposto neste trabalho tendo as soluções obtidas com os dois modelos coincidindo e apresentado-se o modelo linear como muitíssimo mais eficiente. Como aconteceu no modelo linear, também foram realizados testes sem as restrições de tomada e

deslastre de carga, e devido à diminuição da complexidade do problema, foram obtidos resultados em tempo útil para um maior número de instâncias que o modelo original. As conclusões foram similares às obtidas com o modelo não-linear, tanto em termos de custos como tempo computacional.

Trabalho futuro deverá envolver o desenvolvimenro de meta-heurísticas que permitam a obtenção de algoritmos mais eficientes para a resolução do problema e conseqente aumento do tamanho das instâncias que podem ser analisadas.



## *Bibliografia*

- [1] L. V. Gomes, “Modelagem Matemática de Centrais Térmicas em Ciclo Combinado para a Aplicação no Estudo de Estabilidade Eletromecânica de Sistemas Elétricos de Potência.” Universidade Federal de Engenharia de Itajubá.
- [2] COGEN Portugal, “Cogeração.” [Online]. Available: [http://www.cogenportugal.com/general\\_content/showinformation.aspx?mt=1&ml=34&type=2](http://www.cogenportugal.com/general_content/showinformation.aspx?mt=1&ml=34&type=2). [Accessed: 15-Nov-2014].
- [3] L. P. Caseiro Costa and A. F. Ribeiro Tavares França, “Cogeração e Trigerção.”, Departamento de Engenharia Eletrotécnica e de Computadores, Universidade de Coimbra, 2008.
- [4] IBM, “CPLEX.” [Online]. Available: <http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/index.html>. [Accessed: 13-Sep-2014].
- [5] Ziena, “Knitro.” [Online]. Available: <http://www.ziena.com/knitro.htm>. [Accessed: 13-Sep-2014].
- [6] AMPL, “Couenne.” [Online]. Available: <https://projects.coin-or.org/Couenne>. [Accessed: 13-Nov-2014].
- [7] A. M. Medeiros, “Bases Metodológicas para a incorporação da variável ambiental no planejamento da expansão termelétrica no Brasil.” Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2003.
- [8] G. Anders, “Commitment Techniques for Combined - Cycle Generating Units.”, CEATI report nº T053700-3103, CEA Technologies Inc., Canadá, 2005.
- [9] M. Queirós, “Básico de Turbinas a gás - Petrobras.” 2003. [Online]. Available: <http://www.ebah.pt/content/ABAAAepQEAL/basico-turbina-a-gas-petrobras>. [Accessed: 20-Dec-2014].
- [10] S. D. S. Brandão, “Cogeração.”, Departamento de Engenharia Eletrotécnica e de Computadores, Universidade de Coimbra, 2004.
- [11] “Geração a Vapor.” [Online]. Available: [http://www.antonioguilherme.web.br.com/Arquivos/gera\\_vapor.php](http://www.antonioguilherme.web.br.com/Arquivos/gera_vapor.php).
- [12] F. S. Bona, E. R. Filho “As microturbinas e a geração distribuída.”, Anuais do 5º Encontro de Energia Meio Rural, 2004.
- [13] “Motor Stirling.” [Online]. Available: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Motor\\_Stirling](http://pt.wikipedia.org/wiki/Motor_Stirling). [Accessed: 15-Jan-2015].

- [14] A. F. D. Góis, “Demonstração da viabilidade de implementação de uma central de cogeração a um centro informático.” ISEL, 2011.
- [15] M. Alipour, K. Zare, and B. Mohammadi-ivatloo, “Short-term scheduling of combined heat and power generation units in the presence of demand response programs.” *Energy*, vol. 71, pp. 289–301, 2014.
- [16] F. Salgado and P. Pedrero, “Short-term operation planning on cogeneration systems: A survey.”, *Electric Power Systems Research*, Vol. 78 (5), pp. 835-848, 2008.
- [17] C. Roque L. Augusto, “Optimization Methods for the Unit Commitment Problem in Electric Power Systems.” FCUP, 2014.
- [18] D. P. K. Subir Sena, “Optimal thermal generating unit commitment: a review.” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, Vol 20, pp. 443-451, 1998.
- [19] C. Romero, “Evaluación técnica de códigos computacionales para la optimización de la operación de corto plazo en el SING.”, Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Ciências Físicas e Matemáticas Universidade do Chile, 2008.
- [20] A. Rong, H. Hakonen, and R. Lahdelma, “A variant of the dynamic programming algorithm for unit commitment of combined heat and power systems.” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 190, pp. 741–755, 2008.
- [21] A. Rong, H. Hakonen, and R. Lahdelma, “An efficient linear model and optimisation algorithm for multi-site combined heat and power production.” vol. 168, pp. 612–632, 2006.
- [22] R. Lahdelma and H. Hakonen, “An efficient linear programming algorithm for combined heat and power production.” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 148, pp. 141–151, 2003.
- [23] A. Rong, R. Lahdelma, and M. Grunow, “An improved unit decommitment algorithm for combined heat and power systems.” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 195, no. 2, pp. 552–562, 2009.
- [24] A. Rong and R. Lahdelma, “Efficient algorithms for combined heat and power production planning under the deregulated electricity market.” vol. 176, pp. 1219–1245, 2007.
- [25] Y. H. S. & Q. Y. XUAN, “Combined Heat and Power economic dispatch using genetic algorithm based penalty function method.”, *Electric Machines & Power Systems*, Vol. 26, pp. 363-372, 1998.
- [26] I. E. G. Sumit Mitra, Lige Sun, “Optimal scheduling of industrial combined heat and power plants under time-sensitive electricity prices.”, Elsevier, Vol. 24, pp. 194-211, 2013.

- [27] A. Viana and J. P. Pedroso, “A new MILP-based approach for unit commitment in power production planning.”, *Int. J. Electr. Power Energy Syst*, Vol.44, pp. 997-1005, 2013.
- [28] “AMPL.” [Online]. Available: <http://ampl.com/products/ampl/>.
- [29] AMPL, “Memory Fault.” [Online]. Available: <http://ampl.com/faqs/what-should-i-do-if-i-suspect-that-there-is-insufficient-memory-for-my-ampl-session/>.



## Anexo A. Ficheiro Data\_Modelo.dat

### **Data\_Modelo.dat**

#### Declaração das variáveis

```
set Units_1 := 1;
set Units_2 := 1;
set Power := 1;
set Heat_Only := 1;
```

#### Declaração dos pontos extremos

```
set Points[1] := A B C D;
set PointsA[1] := A G E F;
set PointsB[1] := H B C D I;
param T := 24;
# c{i in Units, Points[i]} - rows are Units and columns its extreme points
```

#### Declaração dos parâmetros

##### *Parâmetros relativos aos custos da produção dos pontos extremos*

```
param c: A B C D:=
1      3029.198105  3075.014625  2819.655985  2796.627697;
param cA: A G E F :=
1      1709.764153  1711.006436  1410.341375  1409.24216 ;
param cB: H B C D I:=
1      1711.006436  1712.43994  1666.746988  1401.04475  1410.341375;
```

##### *Parâmetros relativos ao nível de produção de potência dos pontos extremos*

```
param P: A B C D      :=
1      24.7  21.5  8.1  9.88 ;
param PA: A G E F :=
1      12.58  12.58  4.4  4.4;
param PB: H B C D I:=
1      12.58  12.58  11.02  4.0  4.4;
```

*Parâmetros relativos ao nível de produção de calor dos pontos extremos*

param H: A B C D :=

1 0 18 10.48 0;

param HA: A G E F :=

1 0 1.59 1.59 0;

param HB: H B C D I :=

1 1.59 3.24 13.56 7.5 1.59;

*Parâmetros das características das unidades de cogeração do tipo 1*

param: r\_up\_1 r\_down\_1 T\_ON\_1 T\_OFF\_1 U\_1 D\_1 :=

1 10 10 2 2 55 55;

*Parâmetros das características das unidades de cogeração do tipo 2*

param: r\_up\_2 r\_down\_2 T\_ON\_2 T\_OFF\_2 U\_2 D\_2 :=

1 6 5 2 2 55 55;

*Parâmetros das características das unidades que só produzem energia elétrica*

param: r\_up\_Power r\_down\_Power T\_ON\_Power T\_OFF\_Power

U\_Power D\_Power :=

1 2 2 2 2 40 40;

param Phi\_Power :=

50;

param: Pmin Pmax:=

1 0 15

*Parâmetros das características das unidades que só produzem calor*

param: U\_Heat\_Only D\_Heat\_Only :=

1 18 18;

param Phi\_Heat :=

23.4;

param: Hmin Hmax:=

1 0 26;

*Procura de energia elétrica e calor*

param: load Heat :=

1 13.51 8.52

2 12.28 8.97

3 9.8 6.93

4 5.23 3.61

5	7.32	5.14
6	10.42	10.62
7	13.51	11.35
8	15.99	12.3
9	17.23	10.7
10	19.09	11.06
11	19.4	13.7
12	17.85	10.51
13	16.91	13.07
14	15.37	10.02
15	19.09	14.48
16	19.7	15.43
17	18.16	11.12
18	19.4	14.38
19	20.94	12.75
20	22.18	15.01
21	22.8	16.34
22	19.7	16.28
23	18.78	13.43
24	17.23	10.47;



## Anexo B. Ficheiro Script.run

### **Script.run:**

```
option display_round 2; # os resultados são demonstrados com 2 valores decimais
option solver cplexamp; # é utilizado o solver que se pretende resolver o programa
option show_stats 1;
option cplex_options 'timing=1 mipdisplay=1 endbasis lin.bas startbasis lin.bas';
option cplex_options 'threads=1 mipgap=1.e-12 integrality=1.e-9 absmipgap=1.e-12
qcpcconvergetol=1.e-12'; # rel_boundtol=1.e-6';
param count; # contador para incrementar identificador do ficheiro de dados
let count := 0; # inicialização da variável count
model Modelo.mod; # leitura do modelo utilizado
data ("Data_Modelo_" & count & ".dat"); # leitura do ficheiro data
Declaração dos parâmetros
param ai_1;
param bi_1;
param ci_1;
param di_1;
param ei_1;
param fi_1;
param ai_2;
param bi_2;
param ci_2;
param di_2;
param ei_2;
param fi_2;
param P_t1{Units_1,1..T};
param H_t1{Units_1,1..T};
param P_t2{Units_2,1..T};
param H_t2{Units_2,1..T};
param C_t1{Units_1,1..T};
```

```

param C_t2{Units_2,1..T};
param real_costs;
param abs_error;
param rel_error;
Inicialização dos parâmetros
let ai_1 :=0.0345;
let bi_1 :=14.5;
let ci_1 :=2650;
let di_1 :=0.03;
let ei_1 := 4.2;
let fi_1 := 0.031;
let ai_2 :=0.0435;
let bi_2 :=36;
let ci_2 :=1250;
let di_2 :=0.027;
let ei_2 := 0.6;
let fi_2 := 0.011;
repeat{
update data;
  data ("Data_Modelo_" & count & ".dat"); # leitura dos dados para determinada
  instância
  printf "\n ... SOLVING INSTANCE no. %g ... \n", count;
  solve;
  for{i in Units_1}
  {
    for {t in 1..T}
    {
      let P_t1[i,t] := sum {j in Points[i]} (P[i,j]*x_1[i,j,t]);
      let H_t1[i,t] := sum {j in Points[i]} (H[i,j]*x_1[i,j,t]);
      let C_t1[i,t] := ai_1*P_t1[i,t]*P_t1[i,t] + bi_1*P_t1[i,t] + ci_1*y[i,t]
+ di_1*H_t1[i,t]*H_t1[i,t] + ei_1*H_t1[i,t] + fi_1*P_t1[i,t]*H_t1[i,t];
    }
  }
}
for{z in Units_2}
{
  for {t in 1..T}

```

```

    {
        let P_t2[z,t] := sum {a in PointsA[z]} (PA[z,a]*xA[z,a,t]) + sum {b
in PointsB[z]} (PB[z,b]*xB[z,b,t]);
        let H_t2[z,t] := sum {a in PointsA[z]} (HA[z,a]*xA[z,a,t]) + sum {b
in PointsB[z]} (HB[z,b]*xB[z,b,t]);
        let C_t2[z,t] := ai_2*P_t2[z,t]*P_t2[z,t] + bi_2*P_t2[z,t] +
ci_2*Y2[z,t] + di_2*H_t2[z,t]*H_t2[z,t] + ei_2*H_t2[z,t] + fi_2*P_t2[z,t]*H_t2[z,t];
    }
}
let real_costs := sum{t in 1..T} (
sum {i in Units_1} (C_t1[i,t] + U_1[i]*SU_1[i,t] + D_1[i]*SD_1[i,t])
+ sum {z in Units_2} (C_t2[z,t] + U_2[z]*SU_2[z,t] + D_2[z]*SD_2[z,t])
+ sum {m in Power} (C_Power[m,t] + U_Power[m]*SU_Power[m,t] +
D_Power[m]*SD_Power[m,t])
+ sum {k in Heat_Only} (C_Heat[k,t] + U_Heat_Only[k]*SU_Heat[k,t] +
D_Heat_Only[k]*SD_Heat[k,t])
);
let abs_error := abs(costs - real_costs);
let rel_error := abs(costs - real_costs)/real_costs;
Guardar os dados pretendidos num ficheiro
display _total_solve_time, _solve_elapsed_time, costs, real_costs >
("6_periodos\CPLEX\results_" & count & ".out"); # print computational time and
objective function
display solve_result_num > ("6_periodos\CPLEX\results_" & count & ".out"); #
print status resolution
display abs_error, rel_error > ("6_periodos\CPLEX\results_" & count & ".out"); #
print errors
display y, Y2, yA, yB, v_Power, v_Heat > ("6_periodos\CPLEX\results_" & count
& ".out"); # print unit commitment
display P_t1, H_t1, C_t1, P_t2, H_t2, C_t2 > ("6_periodos\CPLEX\results_" &
count & ".out"); # print values for power and heat production
display P_Power, C_Power, H_Heat, C_Heat > ("6_periodos\CPLEX\results_" &
count & ".out"); # print values for power and heat production

```

```
display x_1, xA, xB > ("6_periodos\CPLEX\results_" & count & ".out"); # print
values for real variables CHP
display SU_1, SD_1, SU_2, SD_2, SU_Power, SD_Power, SU_Heat, SD_Heat >
("6_periodos\CPLEX\results_" & count & ".out"); # print values for real variables CHP
let count := count + 1;
} while count < 7
```