



Estudo da Hidrodinâmica Costeira com Recurso a Diferentes Técnicas Espectrais

JOSÉ MIGUEL MARTINS BEIRA DE MATOS

setembro de 2017

ESTUDO DA HIDRODINÂMICA COSTEIRA COM RECURSO A DIFERENTES TÉCNICAS ESPECTRAIS

JOSÉ MIGUEL MARTINS BEIRA DE MATOS

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL – RAMO DE INFRAESTRUTURAS

Orientador: Professor Tiago André Martins de Azevedo Abreu

JULHO DE 2017

ÍNDICE GERAL

Índice Geral	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Agradecimentos.....	ix
Índice de Texto	xi
Índice de Figuras.....	xiii
Índice de Tabelas	xvii
Abreviaturas.....	xix
CAPÍTULO 1 Introdução.....	1
CAPÍTULO 2 Revisão Bibliográfica.....	5
CAPÍTULO 3 Técnicas de Análise Espectral.....	17
CAPÍTULO 4 Aplicação de Dados	25
CAPÍTULO 5 Considerações Finais	47
Referências Bibliográficas	49
Anexo A - Referenciais Terrestres e Cartografia.....	53
Anexo B - Delimitação da Linha de Costa.....	65

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo testar e validar um conjunto de técnicas espectrais aplicadas a imagens de satélite SAR (*Synthetic Aperture Radar*) em que sejam bem visíveis as condições de ondulação da superfície do oceano, permitindo estimar a batimetria com base na deteção da variação dos comprimentos de onda.

Este trabalho visa melhorar a compreensão do comportamento das ondas de gravidade, que é extremamente importante para a previsão da hidrodinâmica costeira e para a correta caracterização da morfologia do fundo do mar.

A análise espectral surge como uma ferramenta para apoiar a nossa compreensão e observar o comportamento das ondas geradas pelo vento. Aplicou-se um conjunto de algoritmos elaborados em Matlab para manipular imagens de satélite SAR e obter informações sobre comprimentos de onda em vários pontos ao longo da área de estudo. Reconhece-se que a Transformada de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*) apresenta algumas limitações quando se trata de ondas não lineares e não estacionárias. Assim, este estudo analisa outras técnicas espectrais com o objetivo de superar as limitações da FFT, fazendo uso da Transformada por Ôndulas e da Transformada de Hilbert-Huang (HHT - *Hilbert-Huang Transform*).

A título de exemplo, analisou-se uma imagem de satélite SAR da região de Aveiro, localizada na costa noroeste portuguesa. A data da aquisição da imagem de satélite é 17 de fevereiro de 2015, correspondendo a um dia com pouco vento, permitindo este tipo de análise. Embora esta metodologia esteja numa fase inicial, as técnicas espectrais aplicadas parecem fornecer uma boa resposta nas zonas de águas pouco profundas, corroborando e ampliando trabalhos anteriores desenvolvidos dentro deste âmbito.

Palavras-chave: imagens, análise espectral, comprimento de onda, Transformada por Ôndulas, Transformada de Hilbert-Huang, batimetria

ABSTRACT

The present study aims to test and validate a set of spectral techniques applied to SAR (Synthetic Aperture Radar) satellite images in which ocean surface ripple conditions are well visible, allowing estimation of bathymetry based on the detection of variation of wavelengths.

This work aims to improve the understanding of gravity wave behavior, which is extremely important for the prediction of coastal hydrodynamics and for the correct characterization of seafloor morphology.

Spectral analysis emerges as a tool to support our understanding and observe the behavior of wind generated waves. A set of algorithms elaborated in Matlab was used to manipulate SAR satellite images and to obtain information of the wavelengths at various points along the study area. It is recognized that the Fourier Transform (FFT - Fast Fourier Transform) has some limitations when it comes to non-linear and non-stationary waves. Thus, this study analyzes other spectral techniques with the objective of overcoming the limitation of the FFT, making use of the Wavelet Transform and the Hilbert-Huang Transform (HHT).

As an example, a SAR satellite image of the region of Aveiro, located on the northwest coast of Portugal, was analyzed. The date of acquisition of the satellite image is February 17, 2015, corresponding to a day with little wind, allowing this type of analysis. Although this methodology is at an early stage, the applied spectral techniques seem to provide a good response in the shallow water zones, corroborating and amplifying previous works developed within this scope.

Keywords: images, spectral analysis, wavelength, Wavelet Transform, Hilbert-Huang Transform, bathymetry

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Tiago Abreu, orientador da presente dissertação, pela sua disponibilidade e acompanhamento, pela orientação, pela bibliografia cedida, pelas sugestões e pela paciência que teve ao longo de todo este processo.

Ao Professor António Pestana e ao Professor José Matos pela disponibilidade no aconselhamento e esclarecimento de dúvidas, assim como, a ajuda no enriquecimento deste trabalho.

Aos meus amigos e colegas, em especial ao Rafael Costa pelo incentivo e motivação que me deu para a realização do Mestrado e ao Emanuel Trigo por toda a ajuda incondicional que me deu ao longo desta minha caminhada académica.

Por último mas não menos importante, aos meus Pais, Irmão, Companheira e restante Família que sempre acreditaram em mim, pelo apoio, pela compreensão e pelo carinho que sempre me prestaram.

A todos o meu muito obrigado!

ÍNDICE DE TEXTO

CAPÍTULO 1	Introdução.....	1
1.1	Objetivos	1
1.2	Estrutura do Trabalho	3
CAPÍTULO 2	Revisão Bibliográfica.....	5
2.1	Teoria Linear das Ondas.....	8
2.2	Transformações das Ondas	10
2.3	Determinação da Batimetria	14
CAPÍTULO 3	Técnicas de Análise Espectral.....	17
3.1	Transformada de Fourier	17
3.2	Transformada por Ôndulas	18
3.3	Transformada de Hilbert-Huang.....	21
CAPÍTULO 4	Aplicação de Dados	25
4.1	Dados Sintéticos	28
4.2	Dados de Campo.....	34
CAPÍTULO 5	Considerações Finais	47
5.1	Conclusão	47
5.2	Desenvolvimentos Futuros.....	48

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Formas de ondas: a) onda sinusoidal; b) onda trocoidal. Fonte: programa COMET	2
Figura 2.1 – Propagação das ondas. Fonte: programa COMET	5
Figura 2.2 – Movimentos orbitais: a) em águas profundas; b) em águas pouco profundas.....	6
Figura 2.3 – Propagação das ondas em direção à costa. Esboço do movimento orbital das partículas. Fonte: Abreu (2007)	6
Figura 2.4 – Parâmetros da onda. Fonte: Sato (2010)	7
Figura 2.5 – Relação entre comprimento de onda e profundidade. Fonte: programa COMET	8
Figura 2.6 – Forma de uma onda da teoria linear de ondas (onda de Airy).....	9
Figura 2.7 – Velocidade das ondas em função da profundidade para vários comprimentos de onda. Fonte: adaptado de Sato (2010)	11
Figura 2.8 – Esquema tipo de Empolamento. Fonte: programa COMET	12
Figura 2.9 – Refração das ondas. Fonte: programa COMET	13
Figura 2.10 – Princípio base da metodologia das imagens de satélite. Fonte: adaptado de Liu <i>et al.</i> (2012)	14
Figura 2.11 – Meios hidrográficos tradicionais: a) sensores óticos; b) LIDAR. Fonte: adaptado de Liu <i>et al.</i> (2012)	15
Figura 3.1 – Exemplo de famílias de ôndulas: a) Haar; b) Daubechies; c) Coiflet 1; d) Symlet 2; e) Meyer; f) Morlet; g) Mexican Hat	20
Figura 3.2 – Interpolações e média da série temporal. Fonte: adaptado de Huang <i>et al.</i> (1998).....	22
Figura 3.3 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma série temporal não linear e não estacionário: a) representação do sinal em análise; b) espectro de Fourier; c) espectro de Hilbert; d) espectro de Ôndulas	23
Figura 4.1 – Localização da área em estudo. Fonte: sítio <i>Earth Explorer</i>	26

Figura 4.2 – Imagem total orientada segundo norte geográfico. O retângulo azul ilustra a área de subimagem 178a ao largo. Fonte: Pereira (2016)	27
Figura 4.3 – Secção da imagem 178a invertida que apresenta o limite da subimagem 178a mais ao largo com localização dos GCP (a cor laranja). Fonte: Pereira (2016)	27
Figura 4.4 – Superfície livre obtida pela equação (4.1) considerando $r = 0.8$: a) $\phi = -\pi/2$; b) $\phi = 0$; c) $\phi = -\pi/4$	29
Figura 4.5 – Espectros de energia (m^2/Hz) de grupos de ondas: a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert	30
Figura 4.6 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma onda cnoidal de 1ª ordem ($r = 0.8, \phi = -\pi/2$): a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert	31
Figura 4.7 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma onda em dente de serra ($r = 0.8, \phi = 0$): a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert	32
Figura 4.8 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma onda sinusoidal ($r = 0.8, \phi = 0$) não estacionária: a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert	33
Figura 4.9 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma onda cnoidal de 1ª ordem ($r = 0.8, \phi = 0$) não estacionária: a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert	34
Figura 4.10 – Teste de sensibilidade ao parâmetro Δ : a) $\Delta = \pm 5$; b) $\Delta = \pm 10$; c) $\Delta = \pm 20$; d) $\Delta = \pm 30$	35
Figura 4.11 – Representação da linha de costa para a linha 1000: a) resultado da Transformada por Ôndulas; b) resultado do sinal	36
Figura 4.12 – Representação aproximada da área de estudo para a linha 1000 (delimitação de cor vermelha)	37
Figura 4.13 – Linha de costa da zona em estudo	37
Figura 4.14 – Comprimento de onda a partir de L_x e L_y . Imagem meramente indicativa	38
Figura 4.15 – Comprimentos de onda e ângulos de referência	39
Figura 4.16 – Tendência de máximos assumida como ruído para a linha 1000 (linha de cor branca): a) resultado da Transformada por Ôndulas; b) resultado da Transformada de Hilbert-Huang	40

Figura 4.17 – Tendência de máximos do polinómio filtrada para a linha 1000 (linha de cor branca), resultado da Transformada por Ondulas	40
Figura 4.18 – Identificação do ponto em estudo.....	41
Figura 4.19 – Coluna 2400: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado da Transformada de Hilbert-Huang	42
Figura 4.20 – Valores da frequência da coluna 2400 correspondentes a: a) linha 799; b) linha 435; c) linha 202	43

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Aproximações aos seus domínios da expressão geral de Airy.....	9
Tabela 3.1 – Algumas famílias de ôndulas	19
Tabela 4.1 – Coordenadas geodésicas dos pontos delimitadores da área em estudo (<i>datum</i> WGS84). Fonte: sítio <i>Earth Explorer</i>	26
Tabela 4.2 – Alguns valores de L_x correspondentes a pontos da linha 1000	41
Tabela 4.3 – Ilustração resumo da Figura 4.20.....	43
Tabela 4.4 – Valores de L_y adotados.....	44
Tabela 4.5 – Resultados obtidos de alguns ensaios.....	44

ABREVIATURAS

A – Amplitude

CAOP – Carta Administrativa Oficial Portuguesa

c – Celeridade

EMD – *Empirical Mode Decomposition* (Método de Decomposição Empírica)

ESA – *European Space Agency* (Agência Espacial Europeia)

FFT – *Fast Fourier Transform* (Transformada de Fourier Rápida)

g – Aceleração da Gravidade

GCP – *Ground Control Points* (Pontos de Controle Terrestre)

H – Altura de Onda

H_s – Altura de Onda Significativa

HHT – *Hilbert-Huang Transform* (Transformada de Hilbert-Huang)

h - Profundidade

IGP – Indicação Geográfica Protegida

IV - Infravermelho

IMF – *Intrinsic Mode Function* (Funções Intrínsecas)

K_s – Coeficiente de Empolamento

k – Fator de Escala

k – Número de Onda

L – Comprimento de Onda

M – Distância à Meridiana

P – Distância à perpendicular

r – Índice de Assimetria

ABREVIATURAS

SAR – *Synthetic Aperture Radar* (Radar de Abertura Sintética)

T – Período de Onda

USGS – *United States Geological Survey* (Pesquisa Geológica dos Estados Unidos)

UTM – *Universal Transverse Mercator* (Transversa Universal Mercator)

ω – Relação de Dispersão

θ – Ângulo de Incidência

$\eta(t)$ – Superfície Livre de Onda

\varnothing – Parâmetro de Forma

Δ – Intervalo de Linhas/Colunas

λ – Longitude

ϕ – Latitude

° – Graus

' – Minutos

" – Segundos

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A compreensão dos movimentos oscilatórios desde cedo constituiu um desafio nas mais diversas áreas científicas. Aquando da sua geração e propagação, as ondas na superfície livre do oceano modificam a sua forma e, com o intuito de obter uma boa representação desse movimento, diversas teorias têm sido desenvolvidas. Quando a profundidade diminui, a superfície livre evolui tornando-se pontiaguda sobre a crista da onda, mais larga na cava e relativamente íngreme na face da crista, podendo instabilizar e rebentar (Cornish, 1898). Neste sentido reconhece-se que as características não lineares observadas à superfície acabam por influenciar o trânsito sedimentar e repercutem-se nos movimentos orbitais em níveis mais profundos da coluna de água (Silva *et al.*, 2011). Estas assimetrias estão associadas à variação morfológica das praias e, em particular, à geração e migração de barras litorais (Dubardier *et al.*, 2014). Por outro lado, o transporte de sedimentos também é influenciado por efeitos não estacionários associados às ondas (Silva *et al.*, 2006). Os processos referidos anteriormente estão diretamente relacionados com os períodos das ondas, podendo haver desfasamentos entre a velocidade de escoamento e a concentração de sedimentos a determinados níveis da coluna de água, afetando o transporte de sedimentos de cada meio ciclo da oscilação através da suspensão e deposição dos sedimentos (Silva *et al.*, 2006). Contudo, embora se reconheça a importância do caráter não linear e não estacionário das ondas, o entendimento destas características representa, frequentemente, um desafio na sua modelação.

1.1 OBJETIVOS

Muitas aplicações da engenharia costeira requerem o estudo das especificidades das ondas para se proceder à caracterização do estado do mar. O recurso à série de Fourier permite representar e analisar uma determinada função periódica no que diz respeito a funções trigonométricas simples, sendo o sinal decomposto em diversas componentes harmónicas. Através da Transformada de Fourier (FFT), obtém-se o espectro de um dado sinal ou o seu conteúdo em frequência (angular). O espectro permite uma representação das intensidades (ou amplitudes), distinguindo as componentes harmónicas pelas suas frequências. Embora a Transformada de Fourier seja uma ferramenta muito utilizada, reconhece-se que

essa técnica apresenta limitações na representação de ondas com características não lineares e não estacionárias, i.e., sinais que diferem de uma oscilação sinusoidal e sinais cujas frequências evoluem de forma significativa com o tempo. Devido a este facto, têm-se desenvolvido recentemente diferentes técnicas que visam complementar estas limitações (e.g., Liu, 2000, Huang *et al.*, 1996, Huang *et al.*, 1998). Na Figura 1.1 estão representadas ondas com forma sinusoidal (linear) e trocoidal (não linear), evidenciando a diferença das ondas. A linha horizontal representa o nível médio das águas do mar.

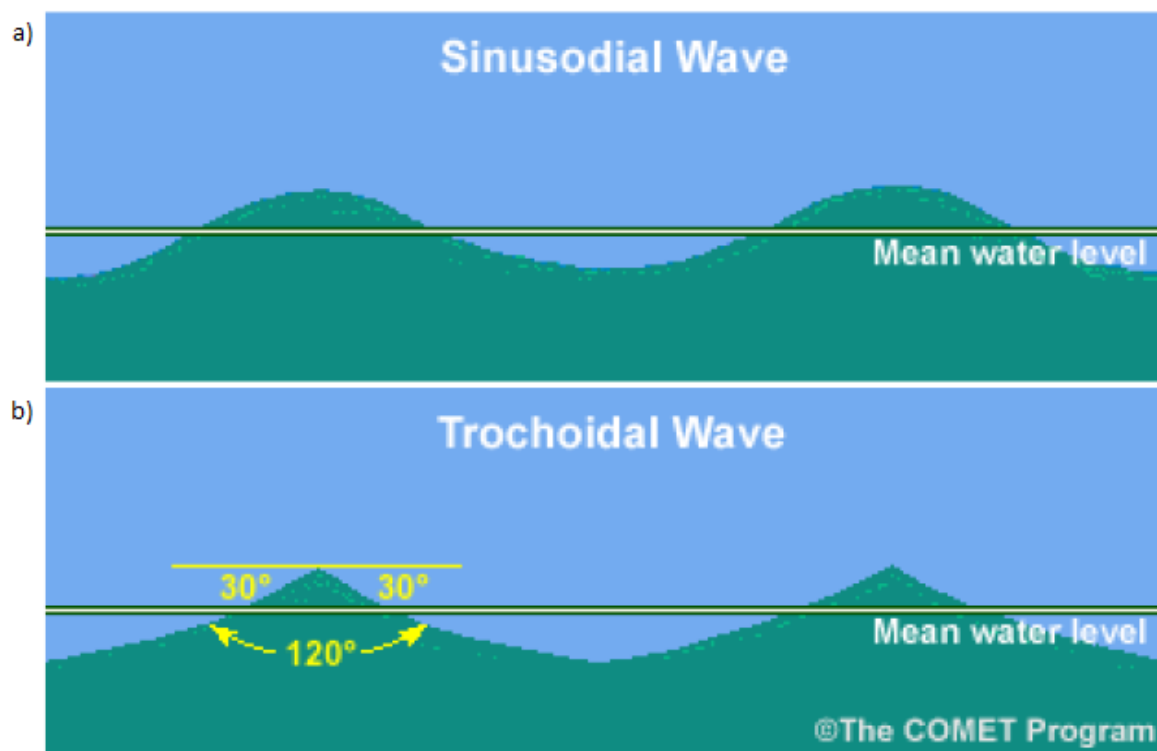


Figura 1.1 – Formas de ondas: a) onda sinusoidal; b) onda trocoidal. Fonte: programa COMET

Neste trabalho analisam-se algumas dessas técnicas espectrais com o intuito de explorar as suas capacidades e os seus limites. Nomeadamente, recorre-se à Transformada por Ondulas (*Wavelets*) e à Transformada de Hilbert-Huang (HHT). Este tipo de transformadas tem sido aplicado com sucesso a diversos tipos de sinais sintéticos ou de campo (e.g., Moura, 2010, Neves *et al.*, 2012).

As técnicas espectrais referidas no parágrafo anterior aplicam-se a imagens de satélite obtidas a partir de deteção remota que inclui um conjunto de técnicas que medem a energia emitida pela superfície terrestre ou pelo próprio sensor (passivos ou ativos respetivamente), através de sensores a bordo de plataformas aéreas ou espaciais (satélites), sendo efetuada uma aquisição de dados de forma a ser criada uma imagem da superfície do solo e/ou oceânica (Richard *et al.*, 1999). Segundo a referida deteção remota a tecnologia que se adota para derivação da batimetria é um método ativo, i.e., baseia-se na emissão de radiação por fonte própria do método de deteção remota. Neste grupo está incluído o

sistema SAR (*Synthetic Aperture Radar*) que irá ser a base de captação das nossas imagens de satélite. O conjunto de técnicas de análise espectral aplicadas a imagens SAR permite deduzir informação batimétrica a partir de alterações na superfície oceânica, baseando-se na rugosidade da imagem observada (Jawak *et al.*, 2015). Esta tecnologia funciona particularmente bem em zonas muito dinâmicas, onde a batimetria sofre frequentes modificações e é adequada a regiões com elevados regimes de agitação marítima. A aplicação destas imagens pode ser realizada em regimes de *swell* bem definidos (no caso da FFT), pois pode-se inferir a morfologia do fundo a partir do comprimento de onda observado.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

A presente dissertação está dividida em 5 capítulos. O primeiro capítulo é uma breve introdução ao tema a ser abordado. No capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre a teoria linear das ondas assim como sobre as transformações das ondas.

O capítulo 3 aborda as técnicas de análise espectral utilizadas neste estudo, sendo explicadas cada uma das transformadas, suas diferenças e limitações.

No capítulo 4 avalia-se a resposta dos espectros de cada metodologia aplicada a diversos sinais sintetizados cujas características não lineares e não estacionárias são bem definidas, culminando com a aplicação do algoritmo *apl_hht.m* para testar e compreender as técnicas de análise espectrais referidas no capítulo anterior, visando o cálculo do comprimento de onda quer em águas profundas quer em águas intermédias e pouco profundas.

No capítulo 5, expõem-se as considerações finais incluindo a conclusão dos resultados obtidos da análise realizada ao longo deste estudo.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As ondas oceânicas são geradas pelo vento que exerce tensão sobre a superfície livre do oceano, sendo geradas ondas com amplitude, A , e comprimento de onda, L , reduzidos. A ação do vento quando atua de forma contínua desenvolve estas ondas, cuja amplitude, comprimento de onda e velocidade de propagação vão aumentando progressivamente, havendo transferência de energia em maior escala entre o meio oceânico e a atmosfera. Em águas profundas, a velocidade de propagação das ondas mantém-se relativamente constante e é determinada pelo período de onda, T . A Figura 2.1 ilustra que quando as ondas se aproximam de zonas pouco profundas, ocorre uma alteração das características da estrutura da onda: a velocidade de propagação diminui, verifica-se uma diminuição do comprimento de onda, ou seja, a distância entre as cristas encurta, e a amplitude aumenta. Assim sendo as características da onda adaptam-se à morfologia de fundo, fazendo com que exista uma relação entre a batimetria e o comportamento da onda (*e.g.*, Reeve *et al.*, 2004).

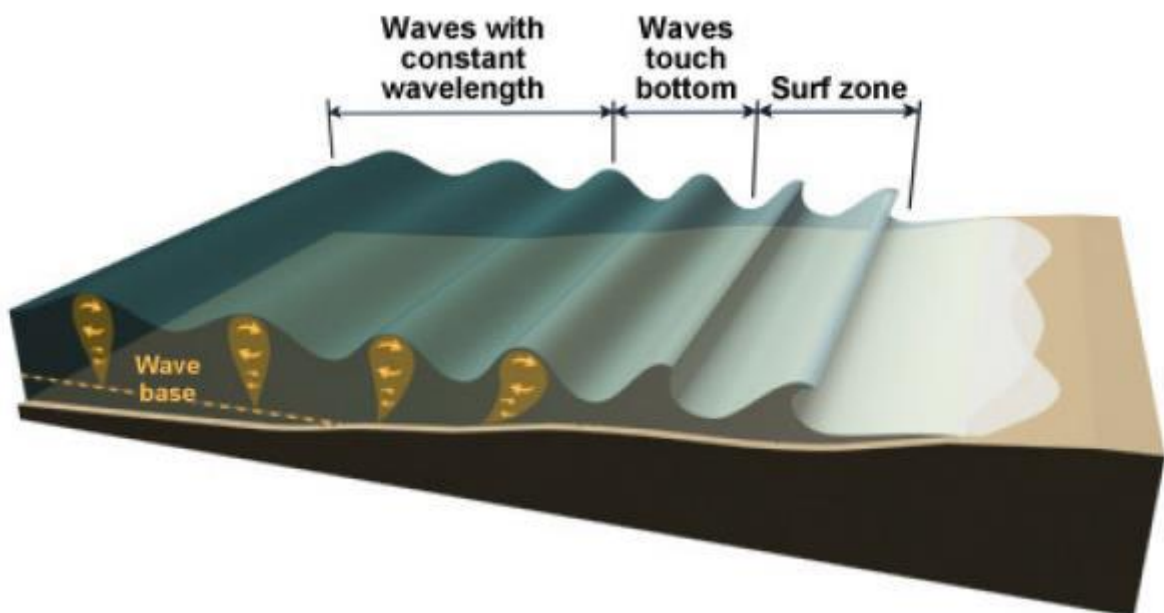


Figura 2.1 – Propagação das ondas. Fonte: programa COMET

A uma distância da costa em que o fundo está a uma distância igual a cerca de metade do comprimento de onda, os movimentos orbitais dos níveis mais profundos começam a ser restringidos porque a água já não se pode movimentar no sentido vertical; apenas se pode movimentar para a frente e para trás, na horizontal. Um pouco acima, a água já se pode movimentar um pouco no sentido vertical e as órbitas passam da forma circular a elíptica, conforme representado na Figura 2.2. Pode ainda dar-se o caso de à superfície, as órbitas poderem ainda ser circulares (*e.g.*, Reeve *et al.*, 2004).

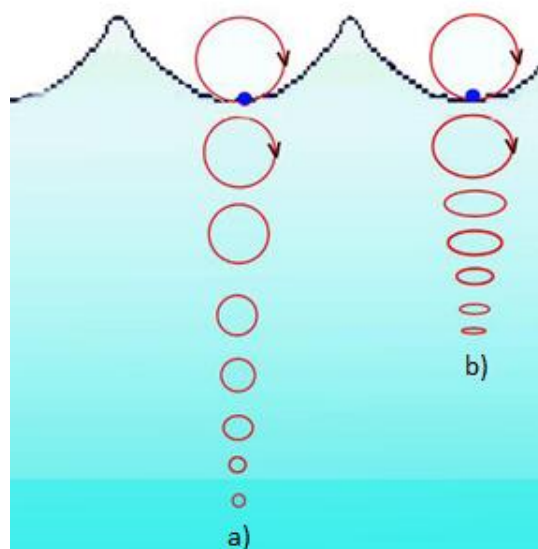


Figura 2.2 – Movimentos orbitais: a) em águas profundas; b) em águas pouco profundas

Numa zona costeira de fundos móveis, a ação da onda modifica a configuração do fundo e, inversamente, a configuração do fundo influencia a onda, a Figura 2.3 demonstra a influência do fundo na modificação da onda.

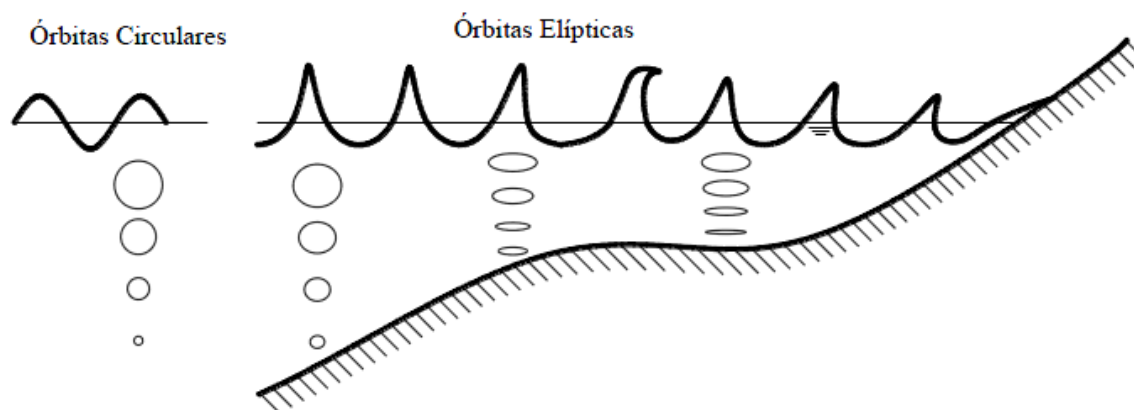


Figura 2.3 – Propagação das ondas em direção à costa. Esboço do movimento orbital das partículas.

Fonte: Abreu (2007)

Pela altura de uma onda é possível estimar-se a profundidade da água. Este fenómeno de distorção das órbitas, que se dá quando as ondas “sentem o fundo”, faz com que a onda seja retardada, diminuindo o comprimento de onda de propagação, porque a distância à próxima crista vai diminuindo. Como resultado, a água que chega acumula-se e faz com que a crista da onda cresça e se torne mais angulosa. A inclinação da onda (a razão entre a sua altura e o comprimento de onda) aumenta até que, ao chegar a um valor de cerca de $1/7$, a água já não se consegue suportar a si própria e a onda rebenta. A profundidade (h) de água em relação ao fundo é então cerca de 1,3 vezes a altura da onda que representa a distância vertical entre uma cava e a crista que se lhe segue (e.g., Reeve *et al.*, 2004). A Figura 2.4 demonstra todos os referidos parâmetros que caracterizam uma onda.

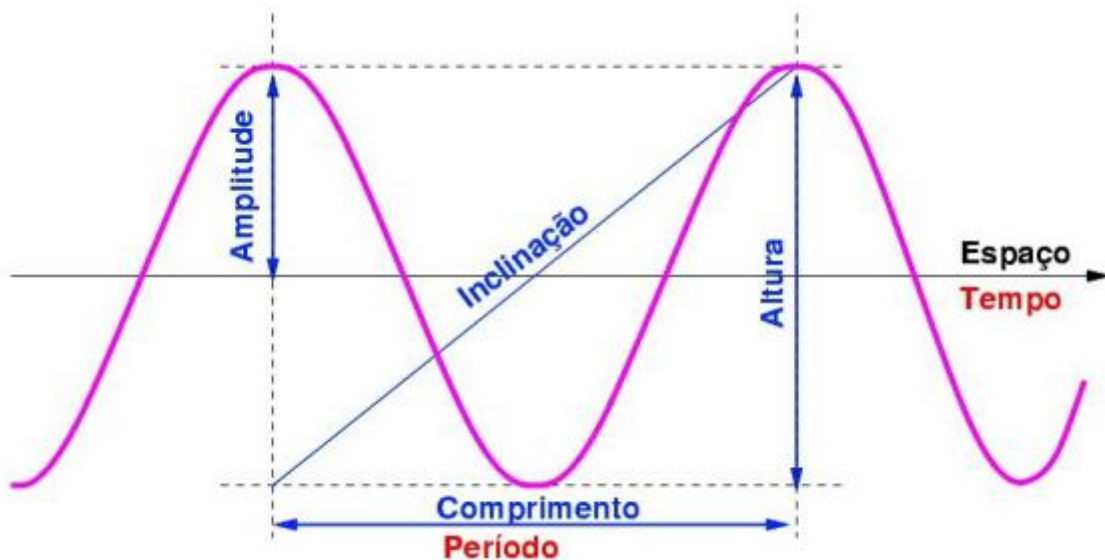


Figura 2.4 – Parâmetros da onda. Fonte: Sato (2010)

Pode-se determinar a influência das profundidades com as características das ondas, relacionando a profundidade com o comprimento de onda, conforme ilustra a Figura 2.5. Essas expressões são as seguintes:

Ondas longas (ou “*deep water*”): $h / L > 0,5$;

Ondas intermédias (ou “*transition waters*”): $0,05 < h / L \leq 0,5$;

Ondas curtas (ou “*shallow waters*”): $h / L \leq 0,05$.

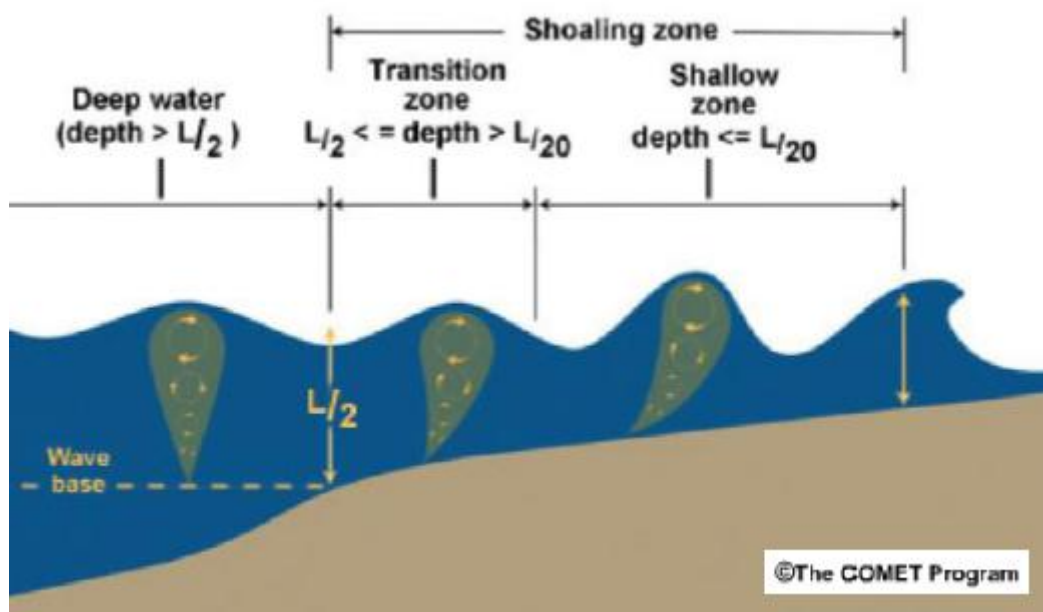


Figura 2.5 – Relação entre comprimento de onda e profundidade. Fonte: programa COMET

A distância à costa em que este fenómeno ocorre depende da inclinação do fundo. Se o fundo da costa for muito inclinado, muitas ondas pequenas rebarantarão na costa. Se o fundo possui uma inclinação mais suave, as ondas rebarantarão mais longe. Por este motivo, o sítio de rebarantação das ondas é um bom indício para se estimar a tipologia do fundo.

2.1 TEORIA LINEAR DAS ONDAS

A teoria linear das ondas, que também pode ser denominada por teoria de Airy, baseia-se em algumas expressões matemáticas que relacionam e descrevem a forma da onda, o comportamento desta ao longo da coluna de água, a pressão das ondas, e as suas alterações aquando do fenómeno de empolamento. Esta teoria assume que as ondas possuem uma reduzida amplitude, de tal forma que a razão entre a amplitude e o comprimento de onda é muito menor do que 1; que apenas transferem energia e não matéria; que a propagação da onda ocorre sem a sua distorção; que a velocidade de propagação é constante, sendo uma onda conservativa. As equações de Airy diferem de águas profundas para águas pouco profundas e tem a forma da onda representada na Figura 2.6, uma vez que, com a diminuição da profundidade, a dinâmica das ondas altera-se e estas são não-dispersivas (*e.g.*, Reeve *et al.*, 2004).

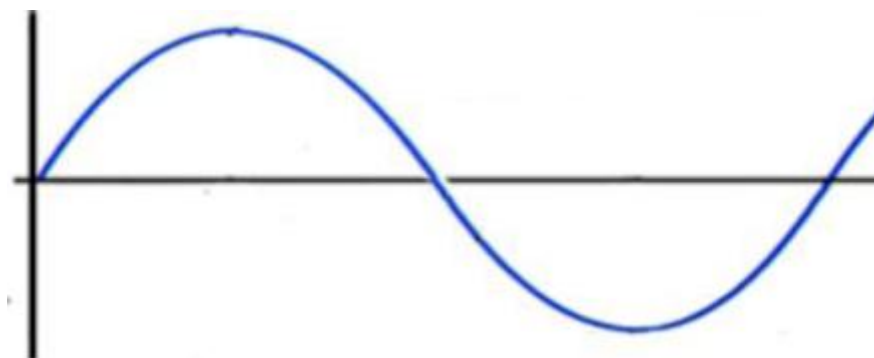


Figura 2.6 – Forma de uma onda da teoria linear de ondas (onda de Airy)

Assim, mesmo sendo as equações Airy iguais na sua expressão geral (período igual, comprimento de onda variável), estas diferem no sentido de se obter aproximações para cada um dos domínios, domínios esses que correspondem a águas profundas ($h / L > 1/4$) e pouco profundas ($h / L < 1/20$). Na Tabela 2.1 pode ver-se dois exemplos das aproximações aos seus domínios da expressão geral de Airy.

Tabela 2.1 – Aproximações aos seus domínios da expressão geral de Airy

Expressão Geral (Comprimento de Onda)	
$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}$	
Águas Profundas ($h / L > 1/4$) $L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$	Águas Pouco Profundas ($h / L < 1/20$) $L_s = T\sqrt{gh}$
Expressão Geral (Celeridade de Onda)	
$c = \frac{gT}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}$	
Águas Profundas ($h / L > 1/4$) $c_0 = \frac{gT}{2\pi}$	Águas Pouco Profundas ($h / L < 1/20$) $c_s = \sqrt{gh}$

2.2 TRANSFORMAÇÕES DAS ONDAS

À medida que a onda se propaga em direção à linha de costa, a celeridade vai-se alterando consoante a profundidade do fundo.

A transição entre diferentes profundidades origina mudanças no perfil da onda. Como descrito anteriormente, as características das ondas variam com a profundidade, e essas mudanças originam o aparecimento de certos fenómenos físicos responsáveis pela transformação das ondas à medida que se aproximam da costa.

Dispersão

A relação entre comprimento de onda e período, é chamada de relação de dispersão. A sua dedução é originada diretamente da solução das equações do movimento, onde a velocidade de onda é a razão a que a fase de onda se propaga no espaço e, para águas profundas, é dada por $c = \sqrt{gL/2\pi}$ em que c é a celeridade e g a aceleração da gravidade, sendo que a velocidade é proporcional a L . A relação de dispersão das ondas é dada pela equação (2.1):

$$\omega^2 = gk \times \tanh(kh) \quad (2.1)$$

onde ω é a frequência angular e é dada $\omega = (2\pi)/T$ e onde k é o número de onda e é dada por $k = (2\pi)/L$.

A título de exemplo para melhor entender a equação, mostra-se na da Figura 2.7 como varia a velocidade das ondas em função da profundidade para alguns comprimentos de onda, de 10 m até 1000 m.

Do lado esquerdo da Figura 2.7 podemos observar uma variação linear, que corresponde à zona de aproximação de águas pouco profundas.

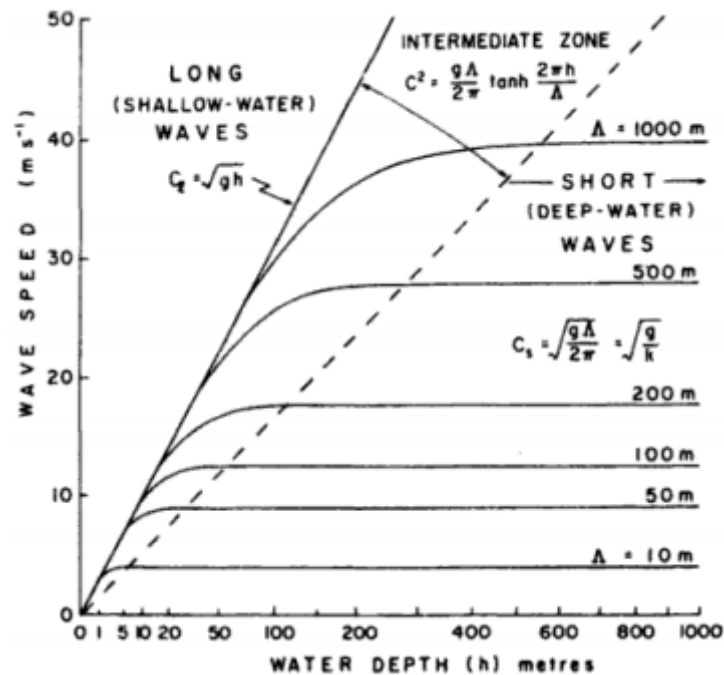


Figura 2.7 – Velocidade das ondas em função da profundidade para vários comprimentos de onda.

Fonte: adaptado de Sato (2010)

Sendo assim, veja-se como varia a velocidade de uma onda cujo comprimento de onda é de 200 m. Até uma profundidade de 10 m, onde $h = L/20$, a onda acompanha a linha reta inclinada, seguindo a equação para águas pouco profundas. A partir desta profundidade, a velocidade evolui até atingir um valor constante de $c = 17,7$ m/s em aproximadamente 100 m, ou seja, $h = L/2$. Estes limites são aproximados mas mostram que as aproximações são adequadas para determinar a relação de dispersão das ondas.

Um aspeto importante a ter em conta em águas profundas é que a sua velocidade depende do comprimento de onda e respetivo período. Por este motivo são chamadas de dispersivas. Este termo refere-se à separação das ondas em relação à sua posição ao longo da direção de propagação.

Para ondas curtas, a velocidade das ondas mais longas é maior do que as mais curtas, conforme se constata na Figura 2.7. Consequentemente, se as ondas de diferentes comprimentos de onda são geradas simultaneamente, as mais longas são detetadas primeiro do que as mais curtas, num ponto distante. Além disso, as ondas mais curtas tendem a perder energia mais rápido por atrito devido à fricção e desaparecem primeiro que as longas. Por isso, elas tendem a não se propagar ao longo de grandes distâncias (e.g., Sato, 2010)

Empolamento

O empolamento é um processo que faz com que haja um aumento da altura da onda à medida que a profundidade diminui. Ou seja, período da onda é conservado constante, a celeridade diminui, o comprimento de onda diminui e a altura de onda, H , aumenta, ver Figura 2.8.

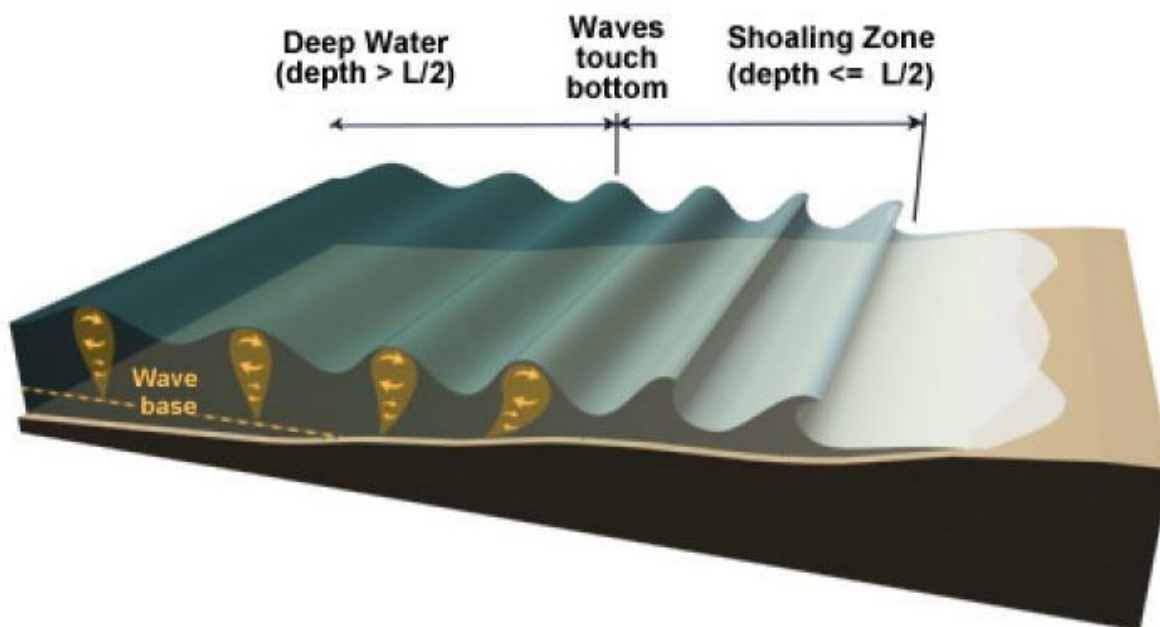


Figura 2.8 – Esquema tipo de Empolamento. Fonte: programa COMET

O coeficiente de empolamento, K_s , traduz o aumento da altura de onda em função da diminuição da profundidade. Este pode ser obtido a partir do conhecimento da altura e período de onda de águas profundas e é obtido através da equação (2.2):

$$K_s = \frac{\cosh(kh)}{\sqrt{kh + \sinh(kh) \times \cosh(kh)}} \quad (2.2)$$

Refração

Quando as ondas se aproximam da costa, verifica-se que as suas cristas tendem a ficar praticamente paralelas a esta. A este fenómeno chama-se refração.

Isto acontece porque, à medida que as ondas se vão aproximando das zonas de águas pouco profundas, as partes mais próximas da costa, ou seja, as partes em que a profundidade é menor, entram em contacto com o fundo do mar mais cedo, o que faz com que a onda diminua a sua velocidade nesta

zona. Assim, as partes que já se encontram mais perto da costa deslocam-se, mais devagar, enquanto que as partes mais distantes tem uma velocidade de propagação mais alta, o que faz com que acabem por chegar à costa ao mesmo tempo.

Este processo pode ser representado pela chamada Lei de *Snell*, conforme equação (2.3):

$$\frac{\sin(\theta_s)}{c_s} = \frac{\sin(\theta_0)}{c_0} \quad (2.3)$$

Onde c_s e c_0 correspondem às velocidades em águas pouco profundas (junto à costa) e em águas profundas, respetivamente, e θ é o ângulo de incidência da onda, ou seja, o ângulo que a crista da onda faz com a costa.

Da Figura 2.9 pode retirar-se que, à medida que se aproxima da costa, a onda fica com um ângulo de incidência menor, isto é, as cristas tendem a dispor-se paralelamente à costa.

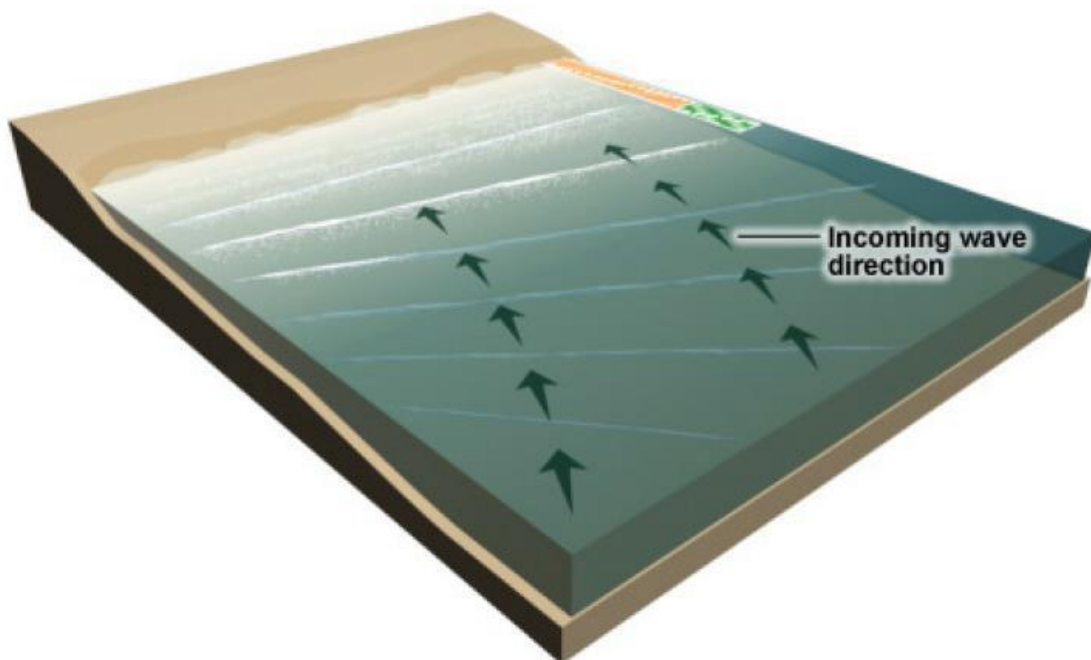


Figura 2.9 – Refração das ondas. Fonte: programa COMET

2.3 DETERMINAÇÃO DA BATIMETRIA

O estudo da batimetria é muito importante para a navegação de um qualquer corpo aquoso, para além de muito útil nas modelagens hidrodinâmicas e na monitorização de processos de erosão ou assoreamento.

Nos últimos anos tem-se vindo a apostar, para a determinação da batimetria, no estudo de imagens de satélite. Segundo Krug *et al.* (2005), a capacidade das imagens de satélite na execução de mapas batimétricos vem sendo demonstrada em diversos estudos, com vários graus de sucesso. As imagens de satélite, têm como vantagem a sua obtenção a baixo custo e proporcionar a realização de mapas batimétricos de zonas de grande extensão ou de relevo submerso complexo, onde os meios hidrográficos tradicionais não conseguem chegar. As imagens de satélites fornecem uma cobertura bidimensional contínua melhor comparativamente às séries de pontos de profundidade que geralmente são obtidas por medições a bordo de barcos. A repetição da cobertura é feita ao fim de alguns dias (dependendo do tipo de sensor), permitindo atualizações de profundidades em regiões arenosas que possam sofrer qualquer tipo de erosão ou deposições ao longo do tempo. O princípio base das metodologias de derivação de batimetria a partir de imagens de satélite assenta no pressuposto de que a luz solar é capaz de penetrar na água (métodos óticos), percorrer a coluna de água até ao fundo marinho e voltar à superfície por reflexão (Mobley, 1994), conforme representado na Figura 2.10.

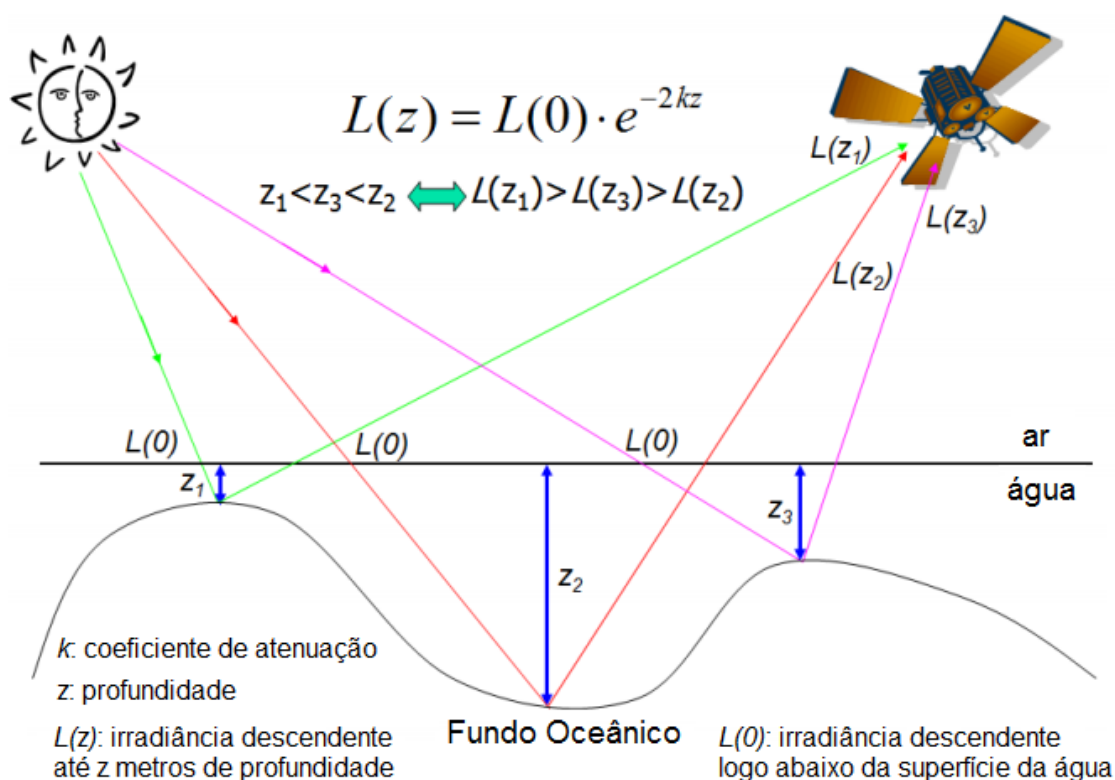


Figura 2.10 – Princípio base da metodologia das imagens de satélite. Fonte: adaptado de Liu *et al.* (2012)

A título informativo, pode-se dizer que os meios hidrográficos tradicionais referidos anteriormente são os sensores óticos e o LIDAR. Os sensores óticos representam um método passivo que parte do princípio de que a quantidade de energia radiativa refletida pela coluna de água está relacionada com a profundidade.

No que diz respeito ao LIDAR, estamos perante um método ativo que se baseia num sistema que transmite luz laser composta por dois feixes, um verde cujo comprimento de onda é de 532 nm e um infravermelho (IV) de 1064 nm (Mallet *et al.*, 2009), em que o feixe IV é refletido pela camada superficial da água de volta para o sensor, o que permite saber a distancia entre este e superfície oceânica.

A Figura 2.11 ilustra os dois meios hidrográficos tradicionais descritos.

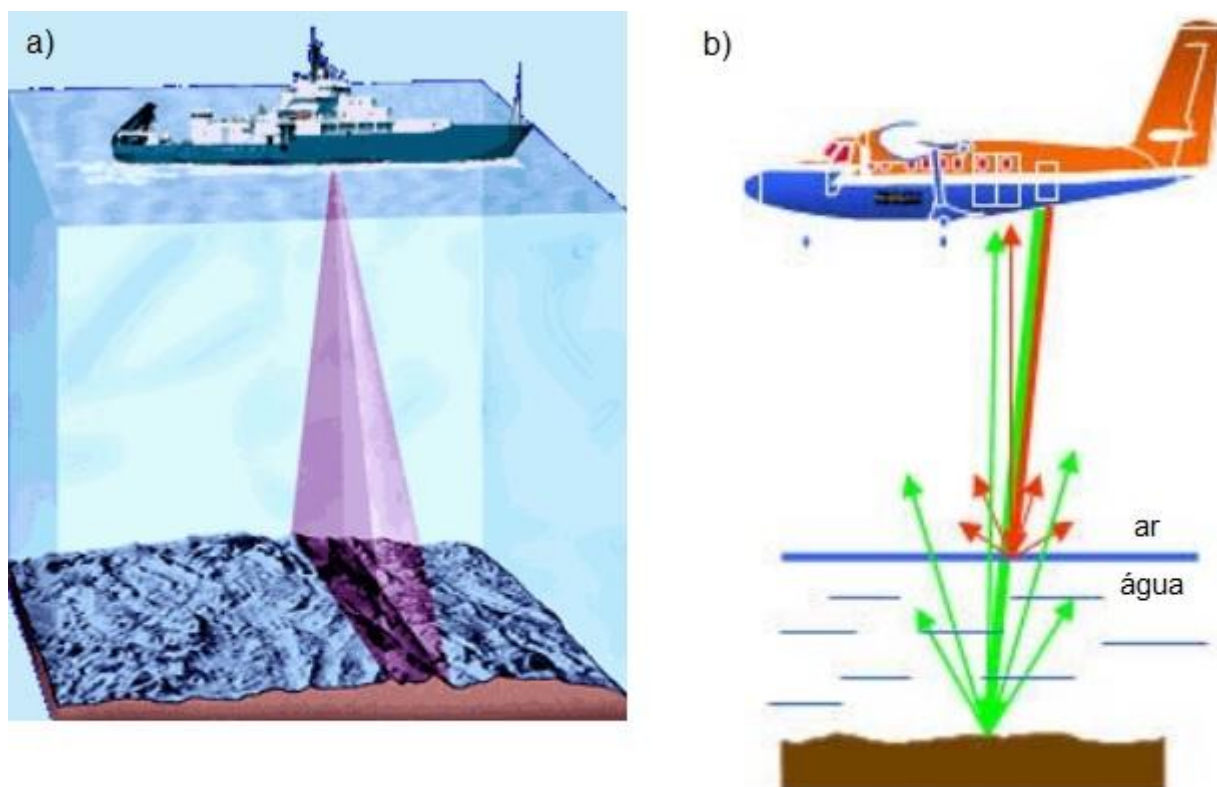


Figura 2.11 – Meios hidrográficos tradicionais: a) sensores óticos; b) LIDAR. Fonte: adaptado de Liu *et al.* (2012)

Das imagens de satélite referidas, no decorrer deste estudo, vão ser utilizadas imagens de satélite SAR (*Synthetic Aperture Radar*) que resultam de uma interação entre a energia do sinal do radar e o alvo de uma superfície. A sua aparência depende quer da forma quer da textura do alvo. As imagens de satélite que possibilitam visualizar as condições de ondulação da superfície do oceano, permitem estimar a batimetria com base na deteção da variação dos comprimentos de onda. Em particular, este estudo procura explorar esta situação.

Pelo que foi referido atrás, no início do capítulo, disse-se que o comprimento de onda se altera devido ao fenómeno da profundidade, i.e., quanto menor a profundidade, menor o comprimento de onda.

Para se determinar a profundidade do fundo oceânico, tem que se ter em conta os valores do comprimento de onda e o comprimento de onda em águas profundas (L_0), partindo da equação (2.1).

Sabendo o valor de ω , o valor de k e que o comprimento de onda em águas profundas é obtido por:

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} \quad (2.4)$$

a partir da equação (2.1):

$$\frac{L}{L_0} = \tanh(kh) \quad (2.5)$$

Finalmente, utilizando as equações (2.4) e (2.5), obtém-se a seguinte equação para se calcular a profundidade do fundo oceânico:

$$h = \operatorname{atanh}\left(\frac{L}{L_0}\right) \times \frac{L}{2\pi} \quad (2.6)$$

onde h , L e L_0 são expressos em metros.

No decorrer deste estudo irá fazer-se uso das equações anteriores em consonância com os dados obtidos das imagens de satélite que irão ser descritas no capítulo 4.

CAPÍTULO 3

TÉCNICAS DE ANÁLISE ESPECTRAL

O presente capítulo visa comparar três técnicas de análise de dados e suas aplicações para o estudo de ondas geradas pelo vento, técnicas essas que são: Transformada de Fourier, Transformada por Ondulas e Transformada de Hilbert-Huang. A compreensão do comportamento de ondas geradas pelo vento é extremamente importante para a previsão da hidrodinâmica costeira e correta caracterização da evolução morfológica das zonas costeiras. Ao longo deste estudo, elaboram-se técnicas de observação, análise e experimentação que ampliaram a compreensão de processos associados à geração e propagação de ondas, onde surge a análise espectral como uma grande ferramenta para auxiliar a sua compreensão e observação.

3.1 TRANSFORMADA DE FOURIER

A análise espectral de Fourier vem sendo muito utilizada nos últimos anos para estudar o clima de ondas geradas pelo vento (*e.g.*, Pereira, 2016). Parâmetros frequentemente empregados em projetos de engenharia, como o período de pico e altura significativa, estão relacionados a momentos do espectro de energia (*e.g.*, Moura, 2010; Neves *et al.*, 2012).

Matematicamente, a FFT é uma transformada integral que expressa uma função em termos de funções de base sinusoidal, i.e., como soma ou integral de funções sinusoidais multiplicadas por coeficientes que refletem amplitudes. Existem diversas variações diretamente relacionadas com esta transformada e que dependem do tipo de função a transformar. A FFT decompõe uma função temporal, traduzida num sinal, em frequências. A transformada de uma função temporal é uma função de valor complexo da frequência, cujo valor absoluto representa a soma das frequências presente na função original e cujo argumento complexo é a fase de deslocamento da base sinusoidal naquela frequência (Bracewell, 2000).

Apesar da sua ampla utilização e de ser válida para diversas situações, a FFT tem algumas restrições e limitações. Para a representação de uma série temporal através de uma expansão em série de Fourier é necessário que o sistema seja linear e estacionário. Por ser um método que trata das características globais das séries, fica impossível obter informações relacionadas com a não estacionariedade de um

determinado processo, i.e., a FFT não responde nas condições necessárias a processos não lineares e não estacionários.

3.2 TRANSFORMADA POR ÔNDULAS

Esta técnica é baseada na aplicação de funções de ôndulas. Cada função de ôndulas possui um termo de escalamento, o qual determina a sua contração ou dilatação, e um termo de translação, o qual indica quantas vezes cada função de ôndulas é aplicada sobre a série temporal.

Em definição, as ôndulas (ou *wavelets*) são uma função capaz de decompor ou representar outra função (série de dados), originalmente descrita no domínio do tempo (ou espaço), por forma a podermos analisar esta outra função em diferentes escalas de frequência e de tempo. A decomposição de uma função com o uso de ôndulas é conhecida por “Transformada por Ôndulas”. Devido à capacidade de decompor as funções tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo, as funções por ôndulas são ferramentas poderosas de processamento de sinais, muito aplicadas na compressão de dados, eliminação de “ruído”, separação de componentes no sinal, identificação de singularidades, detecção de auto-semelhança e muito mais (Oliveira, 2007).

A Transformada por Ôndulas é definida como uma técnica matemática em que um determinado sinal é analisado (ou sintetizado) no domínio do tempo usando diferentes versões de uma função de base dilatada (ou contraída) e traduzida (ou deslocada) chamada protótipo ôndula ou mãe ôndula. Uma função ôndula é uma onda pequena, que é oscilante de algum modo para discriminar diferentes frequências.

As propriedades para descrever uma função de um sistema de ôndulas, deve atender às seguintes propriedades:

- i) São blocos de construção para funções, são usados para representar sinais e geralmente funções. Uma função é representada por meio de séries infinitas de ôndulas no seu espaço correspondente;
- ii) Tem localização de espaço-frequência, a maior parte da energia de uma ôndula é confinada num intervalo finito e a transformada contém frequências de uma determinada faixa de frequência;
- iii) Suportam algoritmos de transformação rápidos e com bom funcionamento, estes requisitos são necessários ao implementar a transformada. A Transformada por Ôndulas precisa de “ n ” operações, o que significa que o número de adições e multiplicações segue linearmente o comprimento do sinal;

- iv) Tem capacidade de multiresolução, i.e., indicam a capacidade da transformada para representar uma função ou sinal num nível diferente, mas sempre derivado do original;
- v) Tem capacidade de gerar coeficientes de nível inferior a partir dos coeficientes de nível superior, isto pode ser conseguido pelo uso de uma cadeia estruturada de filtros;
- vi) Tamanho dos filtros, i.e., no que diz respeito à Transformada por Ôndulas, os filtros longos resultam num maior tempo de processamento da ferramenta informática.

Existem dois tipos de Transformadas por Ôndulas, que são:

- i) Transformada por Ôndula Discreta: que é uma implementação da Transformada por Ôndulas que usa um conjunto discreto das escalas de ôndulas e traduções seguindo regras definidas. A transformada decompõe o sinal num conjunto de ôndulas ortogonais, onde a sua aplicação a uma série temporal discreta é conhecida como Transformada por Ôndulas de tempo discreto.
- ii) Transformada por Ôndula Contínua: que é uma implementação da Transformada por Ôndulas que usa escalas arbitrárias e ôndulas quase arbitrárias. Os dados obtidos por esta transformação são altamente correlacionados e as ôndulas usadas não são ortogonais. Para as séries temporais discretas, usa-se esta transformada, como uma limitação em que as traduções de ôndulas menores devem ser iguais às da amostragem de dados.

Após breve explicação dos dois tipos de Transformada por Ôndulas, na Tabela 3.1, representa-se as diversas famílias de ôndulas que se obteve das várias consultas bibliográficas realizadas, assim como na Figura 3.1 se ilustra alguns exemplos das mesmas.

Tabela 3.1 – Algumas famílias de ôndulas

Transformada por Ôndula Discreta	
Coiflets	Cohen-Daubechies-Feauveau Daubechies Haar Mathieu Legendre Villasenor Symlets

Transformada por Ôndula Contínua	
Reais	Beta Hermitian Hermitian Hat Mexican Hat Meyer Shannon Gaussian Cos-Gaussian Gabor
Complexas	Complex Mexican Hat Morlet Shannon

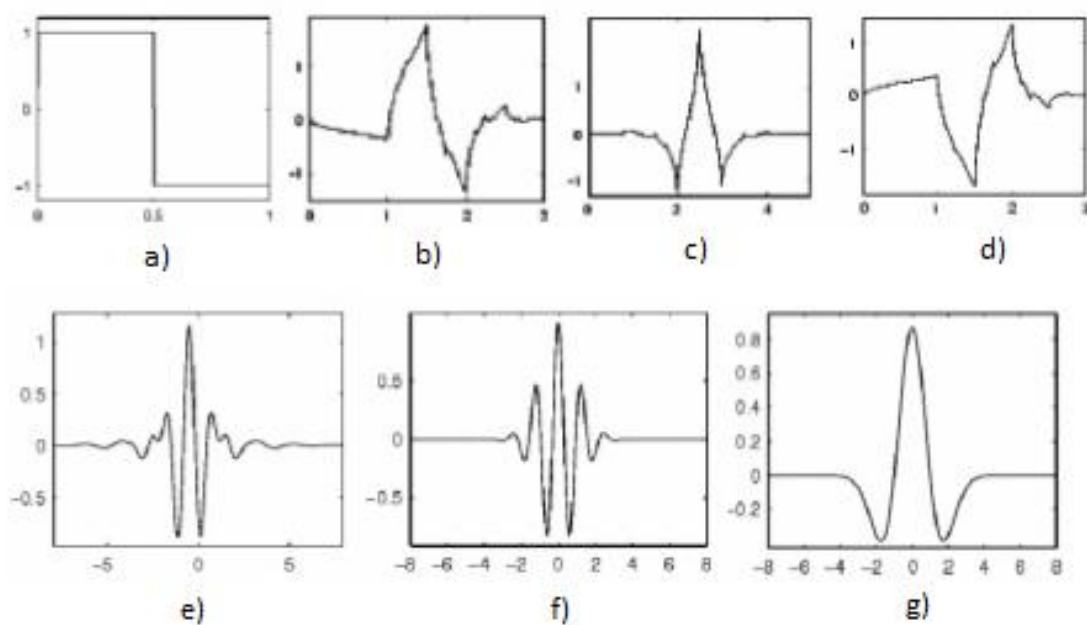


Figura 3.1 – Exemplo de famílias de ôndulas: a) Haar; b) Daubechies; c) Coiflet 1; d) Symlet 2; e) Meyer; f) Morlet; g) Mexican Hat

Apesar da técnica das ôndulas resolver em parte o problema da análise de processos não estacionários, os processos não lineares não são bem representados. Além disso, o método baseia-se em funções matemáticas pré-definidas, o que pode gerar interpretações equivocadas sobre a série temporal (*e.g.*, Moura, 2010; Neves *et al.*, 2012).

Na análise de Fourier podemos extrair apenas informações sobre o domínio da frequência, mas não podemos saber “quando” no tempo acontecem essas frequências que estudamos, enquanto isso, na análise por ôndulas podemos extrair também informações da função no domínio do tempo. A resolução ou detalhamento da análise no domínio da frequência diminui enquanto a resolução no tempo aumenta, sendo impossível aumentar o detalhe em um dos domínios sem diminuí-lo no outro. Usando a análise de ôndulas é possível escolher a melhor combinação dos detalhes para um objetivo estabelecido (Oliveira, 2007).

3.3 TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG

Esta transformada é um método relativamente novo que se tornou uma ferramenta robusta para análise de dados e está pronta para uma ampla variedade de aplicações, foi desenvolvida por Huang com objetivo de analisar processos não lineares (assimetrias - ondas não sinusoidais) e não estacionários (variação de frequência ao longo do tempo). A HHT consiste numa decomposição (EMD - *Empirical Mode Decomposition*) em modos oscilatórios empíricos do registo temporal para obter funções intrínsecas ao sistema (IMF - *Intrinsic Mode Function*), seguida da aplicação da transformada de Hilbert às funções. Esta técnica fornece informações sobre as frequências e amplitudes instantâneas, de cada IMF, ao longo do tempo. O conjunto das frequências e amplitudes instantâneas, para todas as funções, gera o espectro de Hilbert, o qual permite identificar processos não estacionários e não lineares (*e.g.*, Moura, 2010; Neves *et al.*, 2012).

O EMD e a análise espectral de Hilbert representam uma tentativa de conseguir contornar a análise e obtenção de resultados de dados lineares e estacionários. Para analisar os dados não lineares e não estacionários foram utilizados vários métodos, como a Transformada por Ôndulas (ver secção 3.2), mas a abordagem EMD e análise espectral de Hilbert é única e diferente dos outros métodos existentes porque se trata de uma análise adaptativa de tempo-frequência.

Segundo Huang *et al.* (1998), uma IMF possui duas características básicas: i) ser uma simples oscilação com o mesmo número de extremos e cruzamentos de zero; ii) a média entre um valor de máximo e seu respetivo valor de mínimo deve ser igual a zero. O EMD consiste em localizar os máximos e os mínimos da série e determinar um conjunto de valores que deriva de uma interpolação por um *spline* cúbico entre os valores máximos e um conjunto de valores que deriva da mesma interpolação mas agora entre

os valores mínimos, de seguida é determinada a média ponto a ponto entre estes dois conjuntos de valores, conforme ilustra a Figura 3.2.

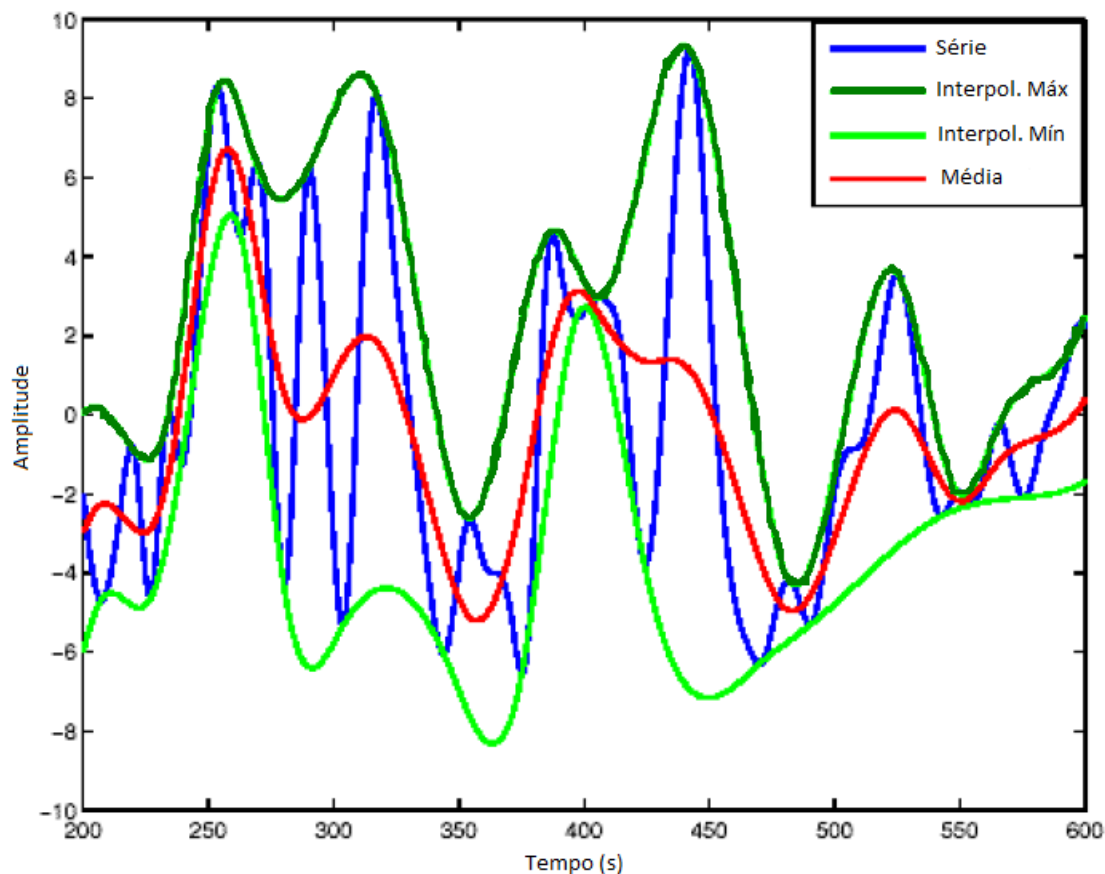


Figura 3.2 – Interpolações e média da série temporal. Fonte: adaptado de Huang *et al.* (1998)

A HHT é uma técnica de decomposição de sinais em frequência utilizada nas mais diversas áreas. Rompe com o pressuposto clássico da decomposição de Fourier do sinal, em funções de base ortogonais definidas *a priori*, independentemente do sinal, que são funções sinusoidais com amplitude e frequência fixas. Esta técnica pode ser utilizada no âmbito do estudo de ondas geradas pelo vento com o intuito de analisar a migração de energia de frequências mais altas para frequências mais baixas com recurso ao espectro de energia.

A título de exemplo, a Figura 3.3 ilustra uma série temporal da elevação da superfície livre não linear e não estacionária e os espectros correspondentes, calculados através da aplicação das três técnicas referidas (Abreu *et al.*, 2015). Para reproduzir a não linearidade recorreu-se à formulação de Abreu *et al.* (2010), visando gerar uma Onda Cnoidal (primeira ordem). A não estacionaridade foi conseguida

fazendo variar linearmente o período de onda entre 4 e 10 s para um domínio temporal de 50 s. Evidencia-se que o espectro de Fourier não possibilita efetuar uma análise temporal das frequências e amplitudes, tornando a sua informação manifestamente mais reduzida ou inexistente no que toca à interpretação de processos não estacionários. As outras técnicas permitem observar a variação da frequência ao longo do tempo, verificando-se uma tendência da redução das frequências, como espectável.

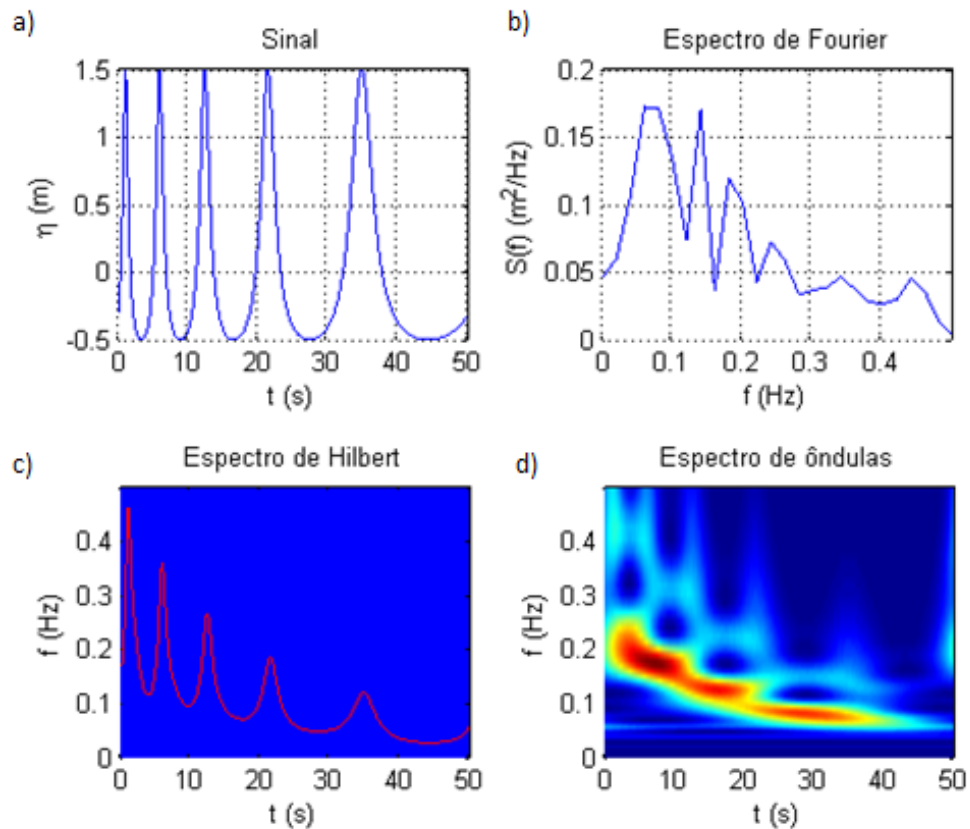


Figura 3.3 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma série temporal não linear e não estacionário: a) representação do sinal em análise; b) espectro de Fourier; c) espectro de Hilbert; d) espectro de Ondulas

CAPÍTULO 4

APLICAÇÃO DE DADOS

O presente capítulo começa por descrever as potencialidades das técnicas espectrais aplicadas a dados sintéticos e, seguidamente, estender a aplicação dessas técnicas para o processamento de imagens de satélite.

A recolha de imagens de satélite através dos sítios *Earth Explorer* (USGS -United States Geological Survey) e *Sentinels Scientific Data Hub* inserido no sistema europeu de monitorização da Terra, o *Copernicus* é uma iniciativa e parceria entre a Comissão Europeia e a Agência Espacial Europeia (ESA). As imagens de satélite referidas anteriormente foram gentilmente cedidas por Pereira (2016) com o intuito de aplicar novas técnicas deste estudo ao seu trabalho. A Figura 4.1 localiza aproximadamente a nossa zona em estudo que compreende um setor da costa portuguesa da região de Aveiro (Praia de Mira), assim como as suas coordenadas geodésicas aproximadas (*datum* WGS84) estão referenciadas na Tabela 4.1. Trata-se de uma zona com fundo arenoso e alvo de uma característica agitação marítima e por sua vez sofre alterações suscetíveis a serem analisadas e investigadas. A imagem utilizada neste estudo foi a 178a do dia 17 de fevereiro de 2015, correspondendo a um dia com um *swell* bem visível e que possibilita este tipo de análise, conforme Figura 4.2. Note-se que se trata de um dia com pouco vento, visto que, o vento é um parâmetro importante porque cria tensão sobre a superfície oceânica, deformando as características das ondas, podendo ser uma fonte de menor rigor na análise da imagem.

Poderá ao longo deste estudo fazer-se referência à mesma imagem 178a mas invertida, i.e., a imagem estará invertida referente à horizontal em que a razão para este acontecimento deve-se eventualmente à posição do sensor no momento de aquisição da imagem. Ilustra-se na Figura 4.3 essa mesma imagem invertida com localização de GCP (*Ground Control Points*) que são alguns pontos georreferenciados.

Uma nota importante também de referir é que o período adotado para a aplicação nos dados de campo terá o valor de 14 s, valor médio de pico que foi medido pela boia ondógrafo direcional de Leixões à data da imagem. A referida boia ondógrafo de Leixões trata-se de um instrumento do Instituto Hidrográfico que possui sensores que efetuam medições de aceleração vertical do movimento da superfície livre do mar, que permite obter informação acerca da altura e do período das ondas, da

direção de propagação e da temperatura da água à superfície. A boia encontra-se a uma profundidade de 83 m e a sua localização é $41^{\circ}19'00''$ N, $8^{\circ}59'00''$ W.

Sabendo que o valor do período é de 14 s, por intermédio da equação (2.4), consegue-se chegar a um valor de comprimento de onda em águas profundas de aproximadamente 306 m.



Figura 4.1 – Localização da área em estudo. Fonte: sítio *Earth Explorer*

Tabela 4.1 – Coordenadas geodésicas dos pontos delimitadores da área em estudo (*datum* WGS84).

Fonte: sítio *Earth Explorer*

1. Lat: $40^{\circ} 44' 20''$ N, Lon: $009^{\circ} 16' 01''$ W
2. Lat: $40^{\circ} 43' 57''$ N, Lon: $008^{\circ} 27' 43''$ W
3. Lat: $40^{\circ} 20' 02''$ N, Lon: $008^{\circ} 27' 04''$ W
4. Lat: $40^{\circ} 20' 09''$ N, Lon: $009^{\circ} 16' 01''$ W

A título de curiosidade apresenta-se no Anexo A, como a partir de coordenadas geodésicas se consegue obter distâncias em metros. Esse feito é conseguido através da conversão de coordenadas geodésica em coordenadas cartesianas recorrendo à projeção de Gauss-Kruger utilizada em Portugal e, neste caso, ao respetivo sistema de projeção PT-TM06.

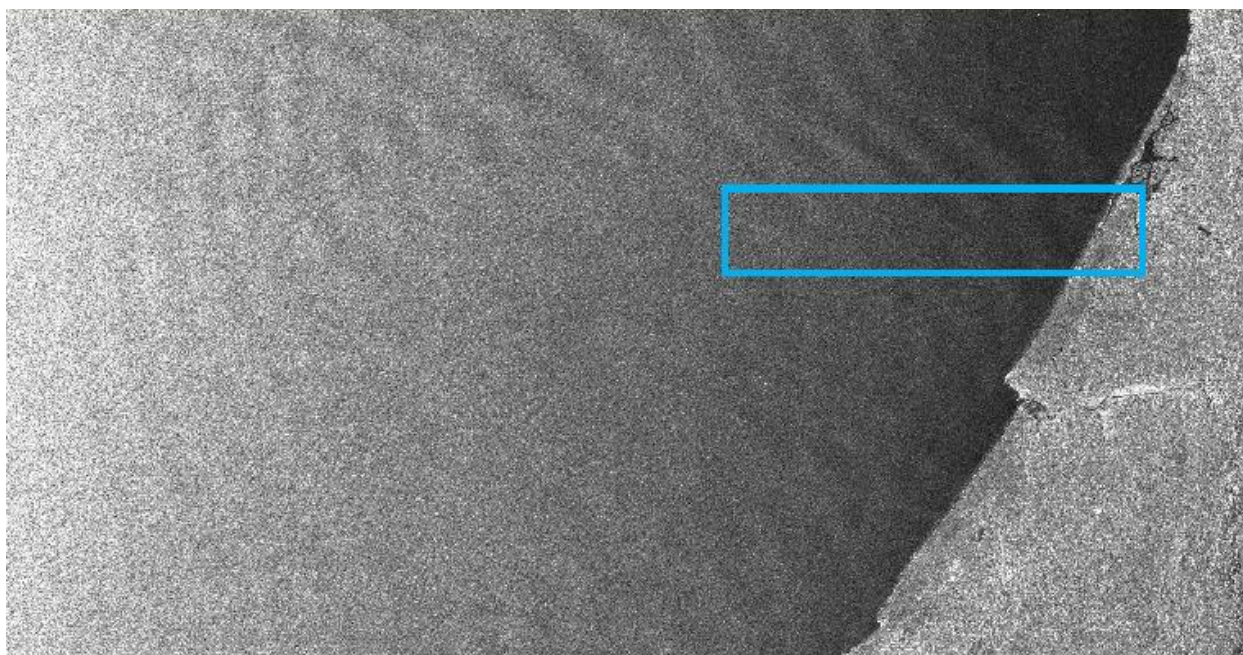


Figura 4.2 – Imagem total orientada segundo norte geográfico. O retângulo azul ilustra a área de subimagem 178a ao largo. Fonte: Pereira (2016)

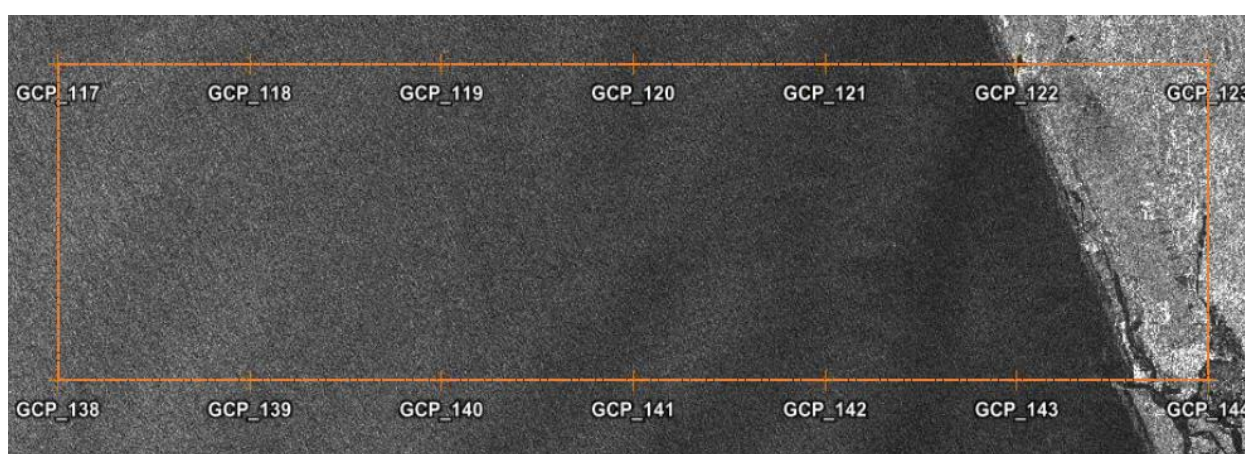


Figura 4.3 – Secção da imagem 178a invertida que apresenta o limite da subimagem 178a mais ao largo com localização dos GCP (a cor laranja). Fonte: Pereira (2016)

De seguida será apresentada uma série de dados com o objetivo de compreender o uso das técnicas espectrais. Quer os dados sintéticos quer os dados de campo foram desenvolvidos a partir de algoritmos elaborados em Matlab usados no processamento e manipulação das imagens.

4.1 DADOS SINTÉTICOS

Com o objetivo de avaliar a resposta de cada uma das três técnicas descritas em processos não estacionários e não lineares foi necessário recriar séries temporais sintéticas. Para esse efeito, recorreu-se à expressão analítica proposta por Abreu *et al.* (2010) que permite reproduzir a evolução da superfície livre de ondas, $\eta(t)$, com vários tipos de assimetrias (não linearidades). A fórmula contém quatro parâmetros livres: dois relacionados com a amplitude da onda, $A = (A_{max} - A_{min}) / 2$, e a frequência angular da onda, ω , e dois relacionados com as assimetrias do movimento orbital, nomeadamente, um índice de assimetria, r , e um parâmetro de forma, ϕ :

$$\eta(t) = A\sqrt{1-r^2} \frac{\left[\sin(\omega t) + \frac{r \sin \phi}{1 + \sqrt{1-r^2}} \right]}{[1 - r \cos(\omega t + \phi)]} \quad (4.1)$$

A título de exemplo, a Figura 4.4 apresenta variações temporais da velocidade para alguns casos particulares de r e ϕ , resultantes da aplicação da equação (4.1), contribuindo para um melhor entendimento do significado destes parâmetros. Na Figura 4.4 os valores de ϕ variam entre $-\pi/2$ e 0 . O caso de $\phi = -\pi/2$ é representativo de ondas obtidas pela Teoria de Ondas Cnoidal (primeira ordem), observando-se assimetrias entre a crista e a cava da onda. As cristas possuem maior magnitude, mas apresentam menor duração no ciclo da onda quando comparadas com as cavas. O caso de $\phi = 0$ corresponde a um outro tipo de assimetrias, características da zona de surf, sendo apelidadas de “ondas em dente de serra”. O caso de $\phi = -\pi/4$ representa um valor intermédio dos anteriores, resultando em ondas com assimetrias dos dois géneros anteriores. Para todos os valores de ϕ , fixou-se o parâmetro r em 0.8. Refira-se que o caso particular de $r = 0$ corresponde ao de uma onda sinusoidal e que um aumento do valor de r amplifica as não linearidades.

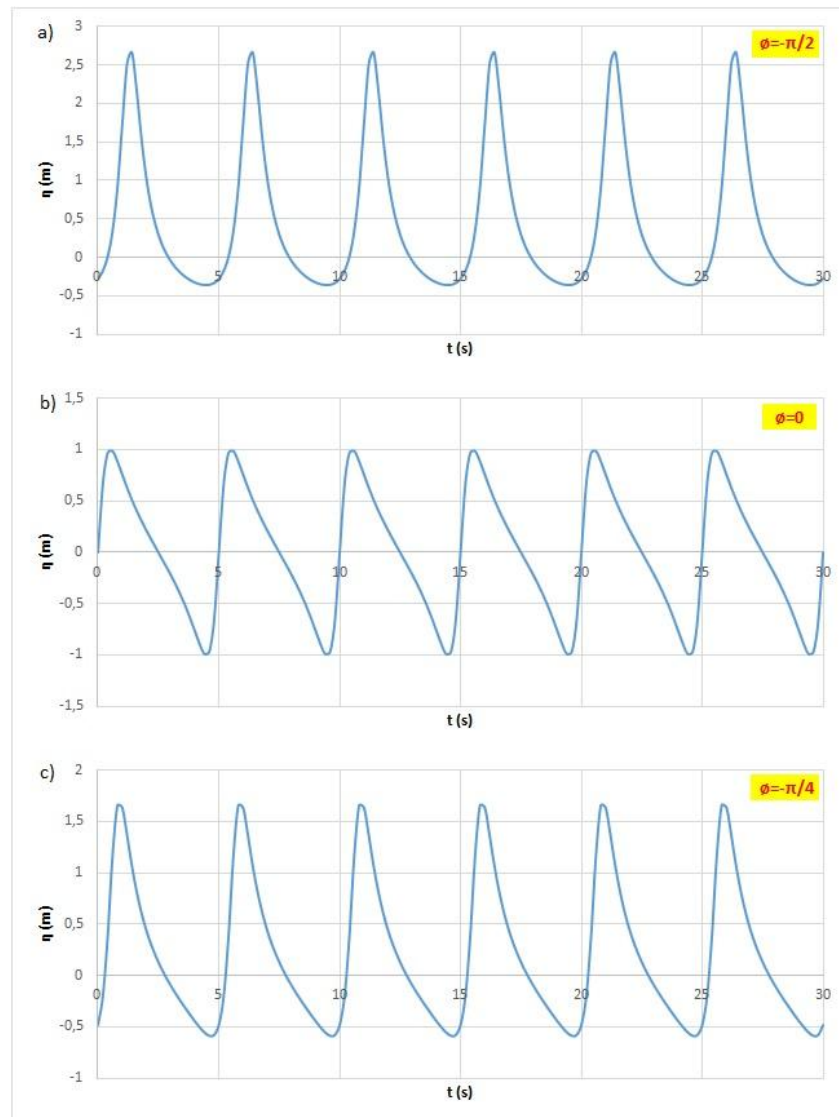


Figura 4.4 – Superfície livre obtida pela equação (4.1) considerando $r = 0.8$: a) $\phi = -\pi/2$; b) $\phi = 0$;
c) $\phi = -\pi/4$

Refere-se que é possível encontrar diversos trabalhos que permitem a aplicação prática da equação (4.1), relacionando r e ϕ com saídas *standard* de modelos hidrodinâmicos como, por exemplo, a altura de onda significativa, H_s , o período de onda, e a profundidade (e.g., Dibajnia *et al.*, 2001; Ruessink *et al.*, 2012). Assim sendo, neste trabalho visa-se utilizar a equação (4.1) com diversos valores de r e ϕ para reproduzir séries sintéticas que permitam analisar as potencialidades das técnicas espectrais utilizadas.

Considera-se na Figura 4.5 uma série gerada a partir da sobreposição de duas ondas sinusoidais ($r = 0$) sobrepostas. Ambas as ondas possuem uma magnitude $A = 1$ m, mas possuem períodos de onda muito similares ($T = 5$ s e $T = 5.2$ s). Como as frequências são diferentes, mas muito próximas, observa-se um grupo de ondas cujo fenómeno físico é vulgarmente conhecido por batimento, existindo uma variação da intensidade da magnitude que aumenta e diminui alternadamente. Isto surge como resultado da interferência construtiva e destrutiva das duas ondas quando ficam em fase ou em oposição de fase.

Relativamente aos resultados espectrais, observa-se a presença de duas frequências, mas existe incapacidade da FFT em identificar a presença do grupo de ondas. As outras duas técnicas são mais eficazes na identificação do grupo de ondas, pois evidenciam a variação da amplitude ao longo do tempo e caracterizam as frequências envolvidas nesse grupo de ondas. Contudo, nota-se que a Transformada por Ôndulas apresenta um pequeno espalhamento de energia por várias frequências. A HHT evidencia a variação espectável da amplitude, mas define com mais precisão as frequências envolvidas.

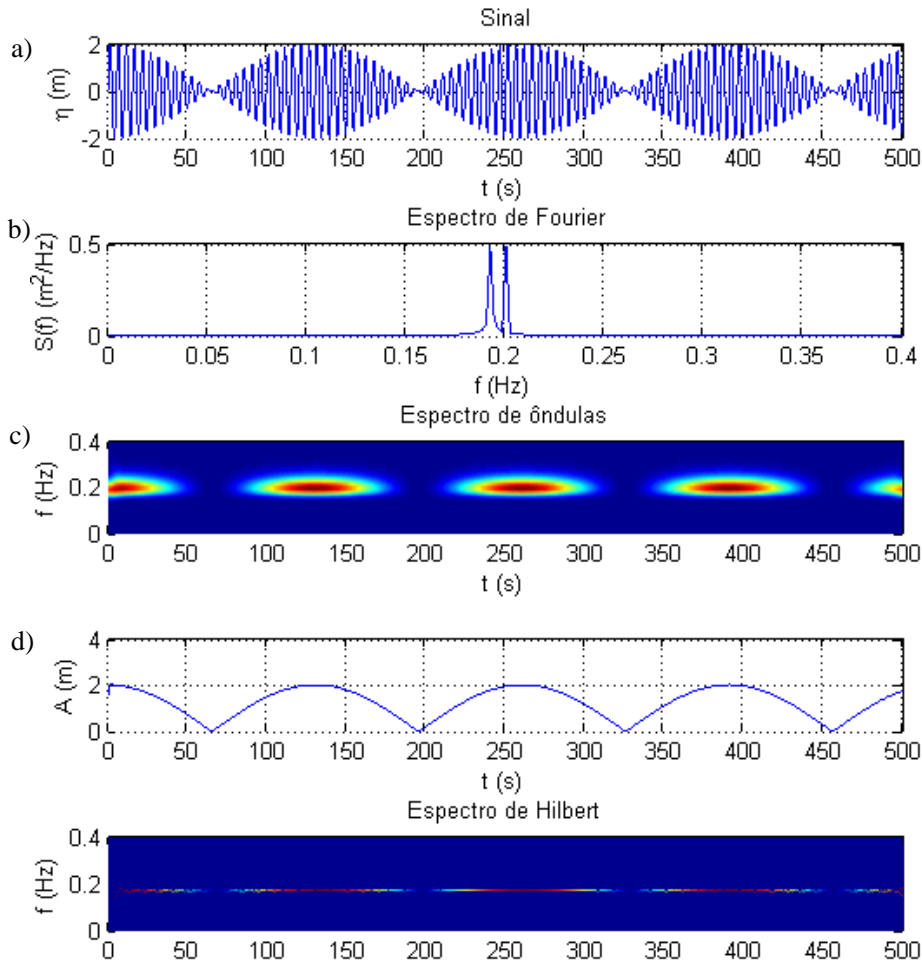


Figura 4.5 – Espectros de energia (m^2/Hz) de grupos de ondas: a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert

As Figura 4.6 e Figura 4.7 evidenciam séries temporais de ondas não lineares com o mesmo índice de assimetrias de $r = 0.8$, mas apresentam diferentes formas (a frequência não varia ao longo do tempo), tratando-se respetivamente de ondas Cnoidais de primeira ordem ($r = 0.8$, $\varphi = -\pi/2$) e de “ondas em dente de serra” ($r = 0.8$, $\varphi = 0$). O período foi de $T = 5$ s. A resposta dada pelas três metodologias é sensivelmente igual para ambas as figuras. A resposta do espectro de Fourier é claramente limitada para este tipo de sinais. Os seus resultados evidenciam uma frequência principal situada a 0.2 Hz, seguindo-

se de outras com menor intensidade, mas múltiplas dessa frequência principal (0.4 Hz, 0.6 Hz, ...). A Transformada por Ôndulas evidencia também a frequência principal e mostra a distribuição de energia para as outras frequências ao longo do tempo. Contudo, nota-se que o resultado do espectro de Hilbert traduz uma interpretação diferente do significado físico deste tipo de ondas. Esta técnica define com mais precisão a variação instantânea da frequência ao longo do tempo. De facto, ambos os sinais podem ser modelados com uma oscilação da frequência de 0.2 Hz, não apresentando qualquer dispersão da energia na frequência num dado instante. A variação temporal da amplitude obtida por esta via também apresenta uma oscilação muito similar à da frequência. Há um resultado interessante a reter da comparação entre a Figura 4.6 e a Figura 4.7. As variações temporais na frequência e da amplitude são idênticas. Em particular, para a HHT, observa-se uma diferença relacionada com um pequeno desfasamento temporal das duas figuras que resulta da variação de ϕ .

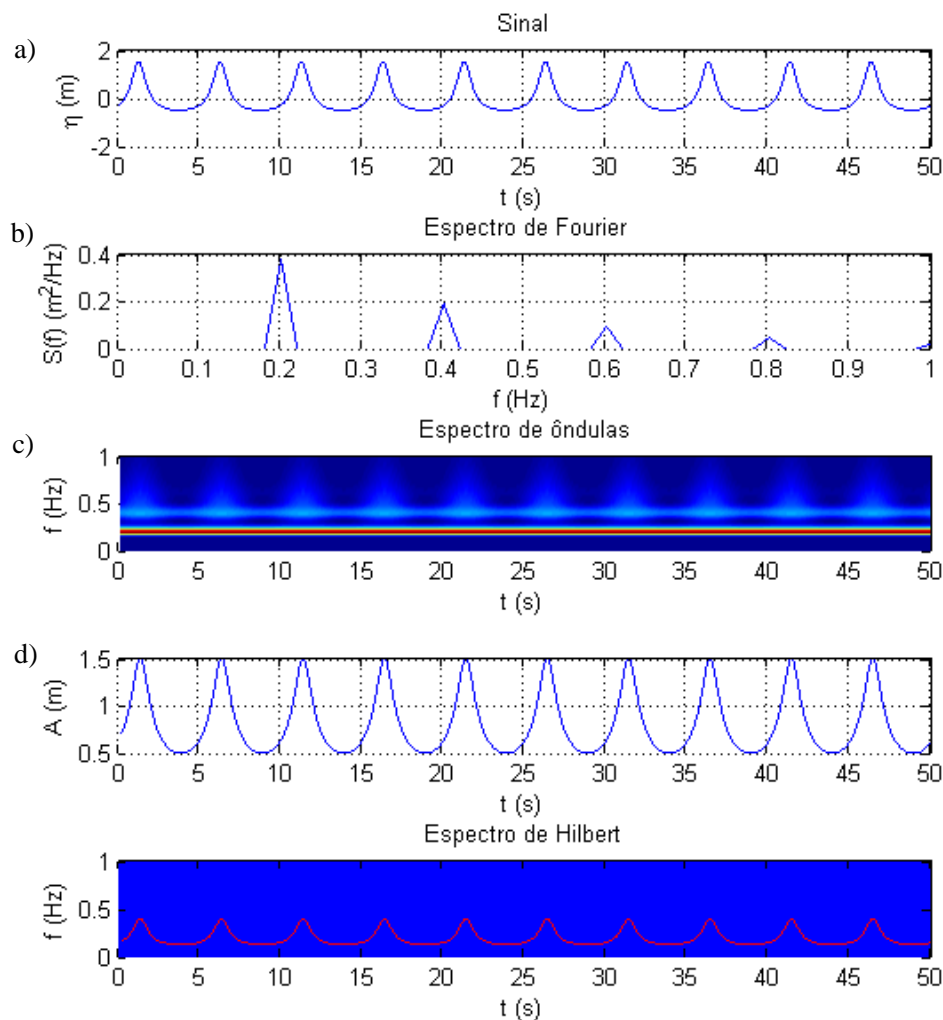


Figura 4.6 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma onda cnoidal de 1ª ordem ($r = 0.8$, $\phi = -\pi/2$):
a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert

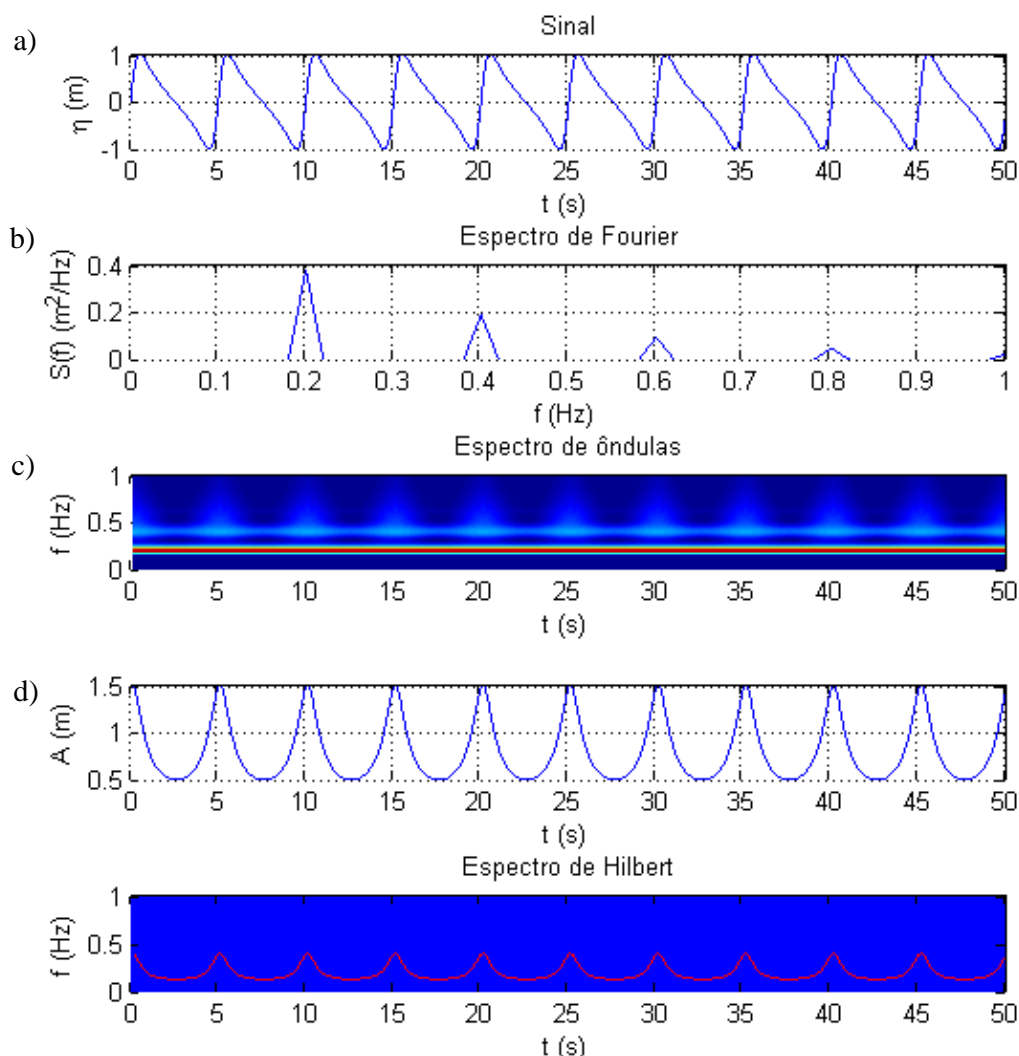


Figura 4.7 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma onda em dente de serra ($r = 0.8$, $\phi = 0$):

a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert

As Figura 4.8 e Figura 4.9 consideram a introdução de não estacionariedades no sinal. Para esse efeito, variou-se linearmente o período de onda entre 5 e 10 s num domínio temporal de 100 s. A Figura 4.8 ilustra uma série temporal linear aplicado a ondas sinusoidais ($r = 0$), contrastando com a Figura 4.9 que representa um conjunto de ondas não lineares obtidas de forma idêntica às da Figura 4.6 ($r = 0.8$, $\phi = -\pi/2$). A Figura 4.8 evidencia que o espectro de Fourier, além de não possibilitar qualquer análise temporal de frequências e amplitudes, não permite interpretar processos não estacionários. As outras técnicas facultam a variação da frequência ao longo do tempo, verificando-se uma tendência de redução das frequências, como espectável. Contudo, a Transformada por Ôndulas evidencia um pequeno espalhamento da energia por várias frequências, enquanto que a HHT define de forma precisa a evolução da frequência ao longo do tempo. A Figura 4.9 evidencia que os espectros de Ôndulas e de

Hilbert capturam bem os efeitos não estacionários e não lineares. Além de manterem a tendência da redução das frequências ao longo do tempo, indicam um espalhamento da energia por outras frequências como discutido previamente na Figura 4.6. O espectro de Hilbert volta a exibir uma modelação temporal de frequência e da amplitude para o período de tempo analisado e a Transformada de Ôndulas exibe, novamente, um espalhamento de energia para frequências mais elevadas (descrição da variação da frequência ao longo do tempo). Apesar da Transformada por Ôndulas conseguir igualmente capturar a redução da frequência ao longo do tempo, não é tão eficaz na interpretação da oscilação da frequência ao longo da onda. As não linearidades ora introduzidas fazem com que a ôndula utilizada apresente um maior espalhamento das frequências, podendo levar a interpretações equívocas do sinal original.

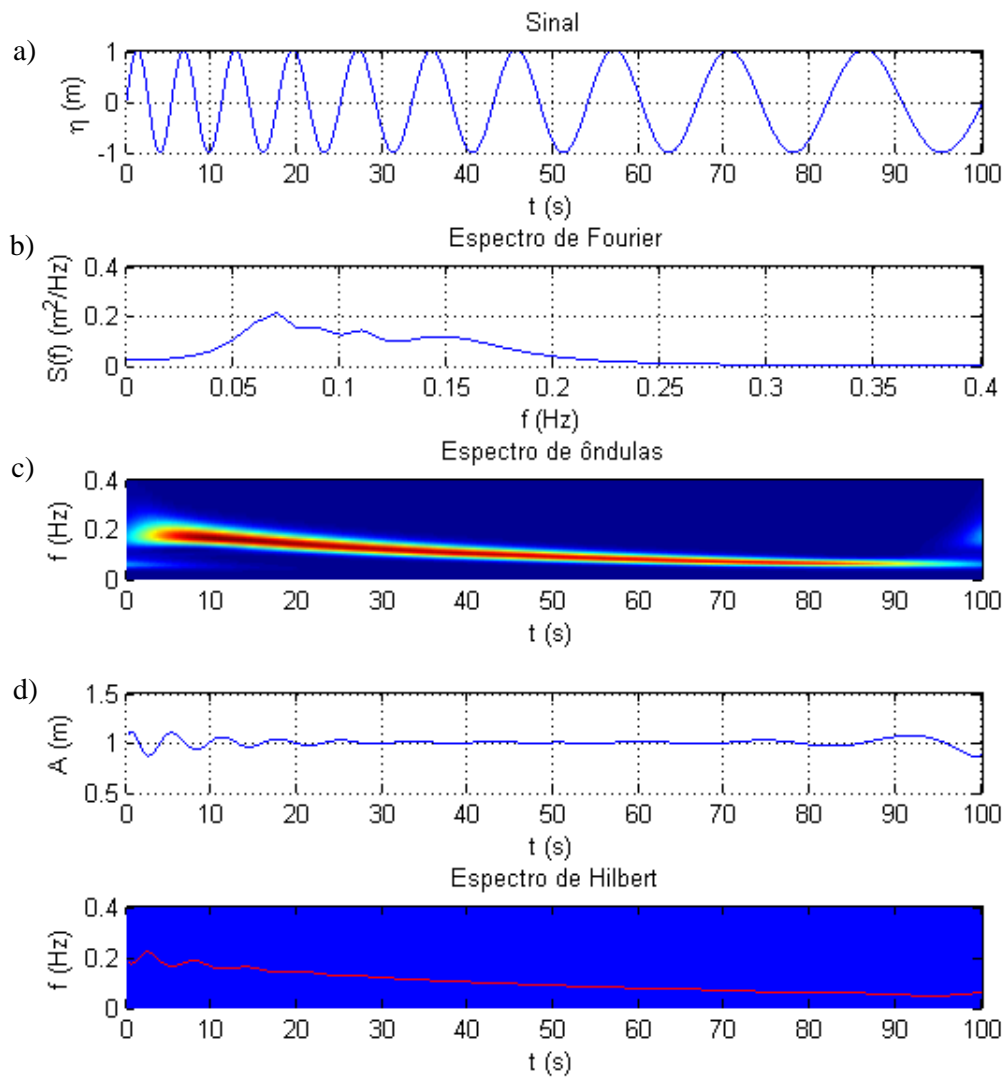


Figura 4.8 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma onda sinusoidal ($r = 0.8, \phi = 0$) não estacionária:

a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ôndulas; d) espectro de Hilbert

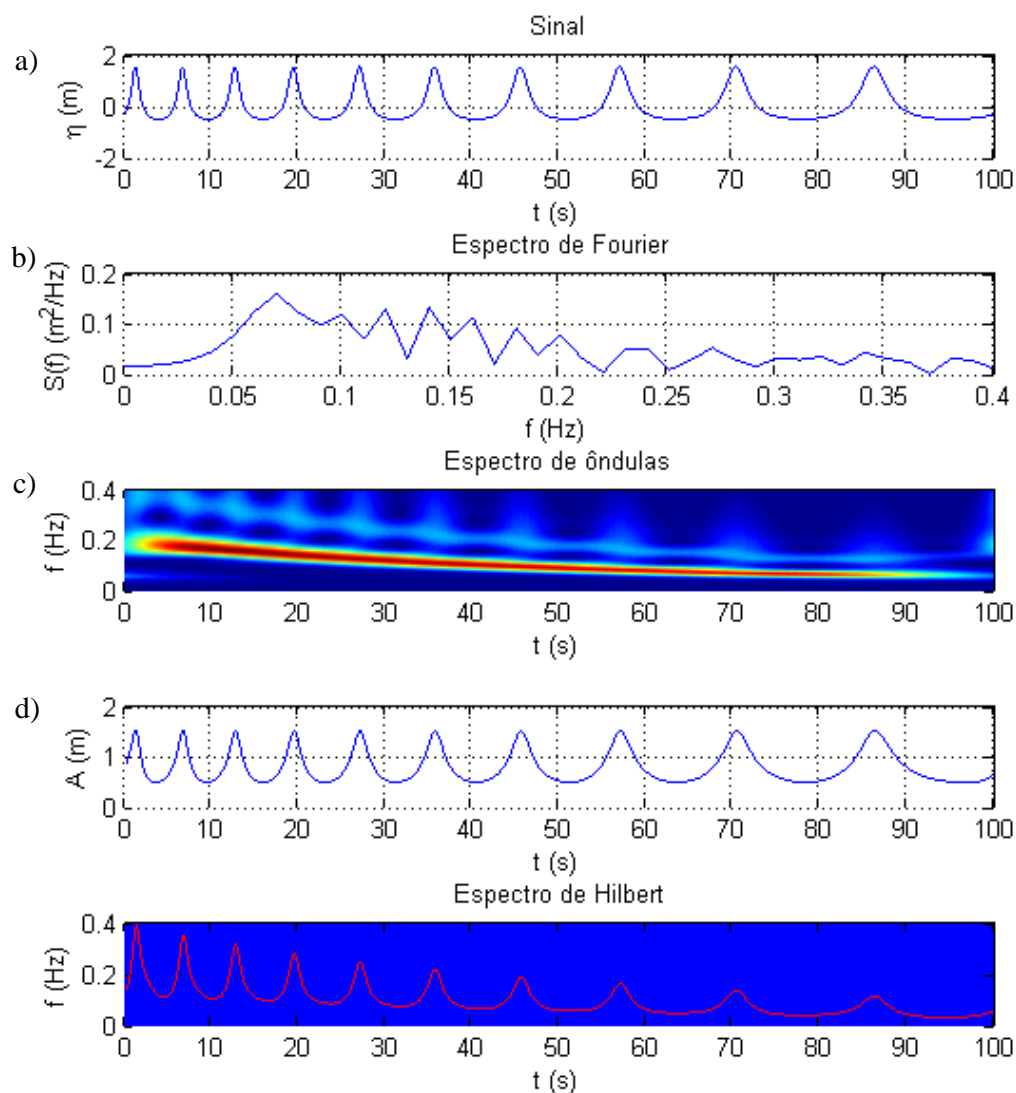


Figura 4.9 – Espectros de energia (m^2/Hz) de uma onda cnoidal de 1ª ordem ($r = 0.8$, $\phi = 0$) não estacionária: a) representação do sinal analisado; b) espectro de Fourier; c) espectro de Ondas; d) espectro de Hilbert

4.2 DADOS DE CAMPO

Com o intuito de avaliar as diferentes técnicas espectrais a dados de campo, foi selecionado um conjunto de dados obtidos através da manipulação e tratamento de imagens efetuadas recorrendo ao algoritmo MatLab *apl_hht.m* disponibilizado por Pereira (2016). Estes dados reportam valores medidos na região litoral centro da costa oeste portuguesa e engloba um troço que se estende desde a embocadura da laguna de Aveiro até à Praia de Mira, mais concretamente até à zona imediatamente a norte da Barrinha de Mira. Por intermédio do algoritmo *apl_hht.m* foi possível trabalhar uma matriz que dá pelo nome de *MatrizQ* constituída por 2008 linhas e 3826 colunas (2008 x 3826) valores estes que

correspondem a píxeis e onde cada píxel representa 10 metros. Importante referir que os dados desta matriz dizem respeito à imagem invertida referida no início do capítulo.

Inicialmente colocou-se a matriz a fazer uma leitura por linhas de forma a conseguir delimitar a linha de costa através do próprio sinal, do espectro de Ôndulas e do espectro de Hilbert-Huang, visto que a zona com mais significado para o estudo é a zona mais perto da costa (águas intermédias e águas pouco profundas). Essa leitura foi realizada com recurso a um conjunto de linhas da matriz (faixa) ao qual se denominou de Δ . Assim, em vez de se analisar uma linha única, considerou-se a média de um conjunto de linhas que acaba por filtrar ligeiramente o sinal. Por exemplo, $\Delta = \pm 10$ significa que se analisou um sinal médio de 21 linhas adjacentes da matriz de dados. Fez-se um teste de sensibilidade para se averiguar qual o intervalo Δ que melhor permitia obter a informação acerca dos máximos através da média de valores.

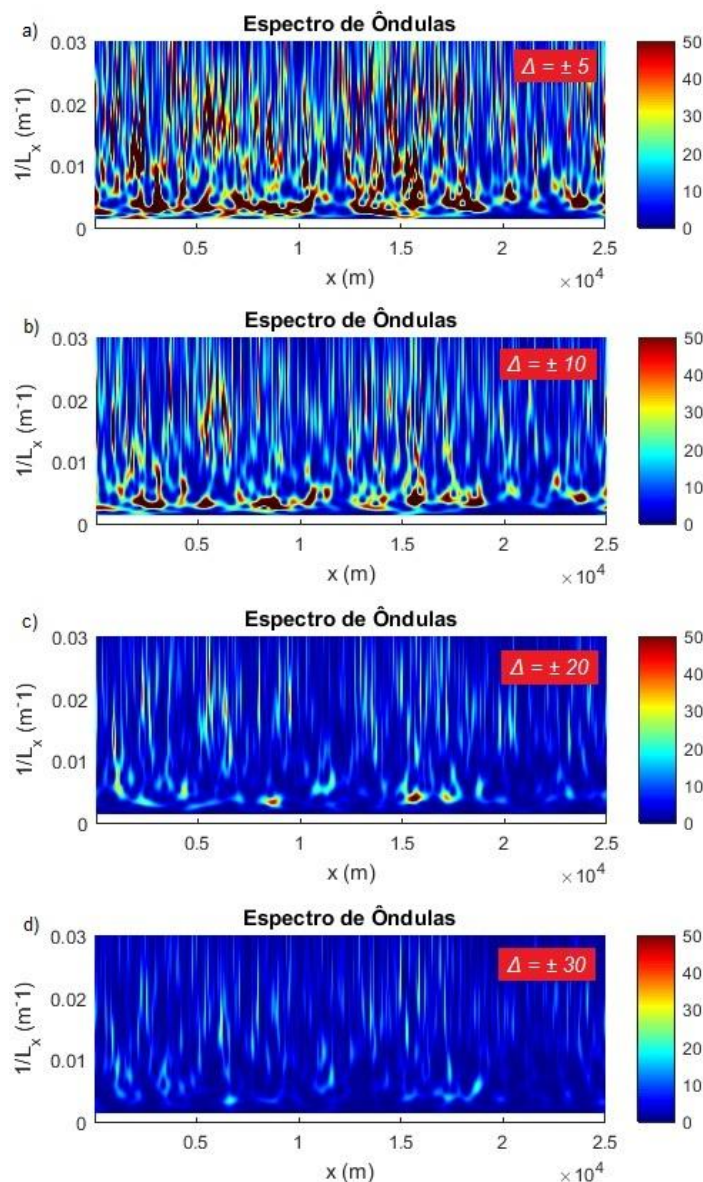


Figura 4.10 – Teste de sensibilidade ao parâmetro Δ : a) $\Delta = \pm 5$; b) $\Delta = \pm 10$; c) $\Delta = \pm 20$; d) $\Delta = \pm 30$

A Figura 4.10 diz respeito à linha 1000 da matriz, mas o mesmo se aplica a todas as outras linhas. Como se pode concluir, para uma mesma linha e para uma mesma escala de cores (escala à direita da figura) o melhor intervalo de valores relevantes para este estudo é o intervalo $\Delta = \pm 10$. À medida que se aumenta o valor do parâmetro Δ vai-se perdendo informação acerca dos máximos. À medida que o valor do parâmetro Δ diminui, começa a aparecer mais ruído no sinal. Sendo assim, o valor de Δ que se adota na realização deste estudo será sempre $\Delta = \pm 10$.

A Figura 4.11 representa a delimitação da linha de costa para a linha 1000. A Figura 4.12 representa aproximadamente a área de estudo onde há interesse observar o comportamento das técnicas espectrais. No Anexo B exemplificam-se resultados semelhantes para outras linhas.

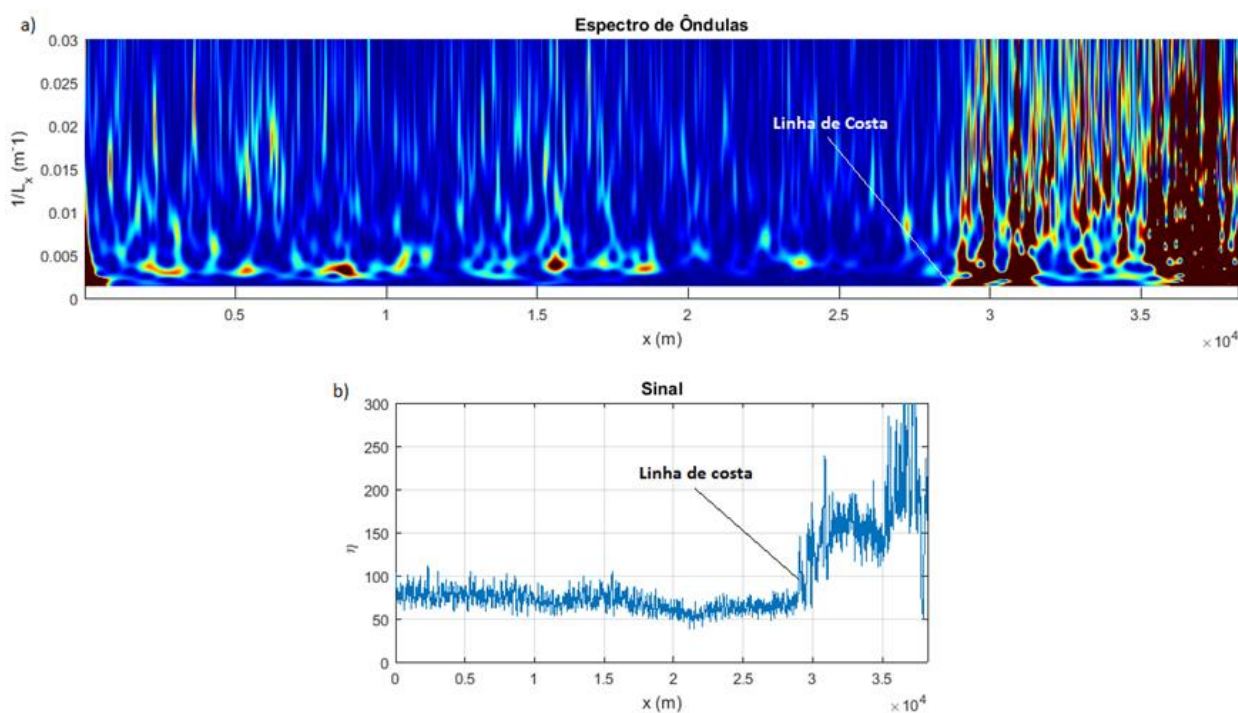


Figura 4.11 – Representação da linha de costa para a linha 1000: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

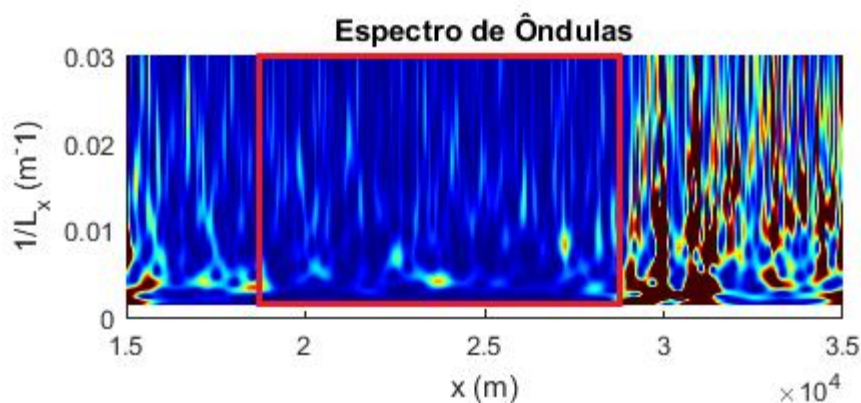


Figura 4.12 – Representação aproximada da área de estudo para a linha 1000 (delimitação de cor vermelha)

Conforme se pode observar na Figura 4.11, a zona que determina a linha de costa correspondente aquela linha, é uma zona onde começa a haver mais intensidade, concluindo-se que se está perante outro domínio (“terra”).

Fez-se esse estudo para várias linhas da matriz e obteve-se uma linha que une todos esses valores de mudança de domínio, linha essa que representa a linha de costa à qual este estudo se baseia. Na Figura 4.13 está representada essa linha.

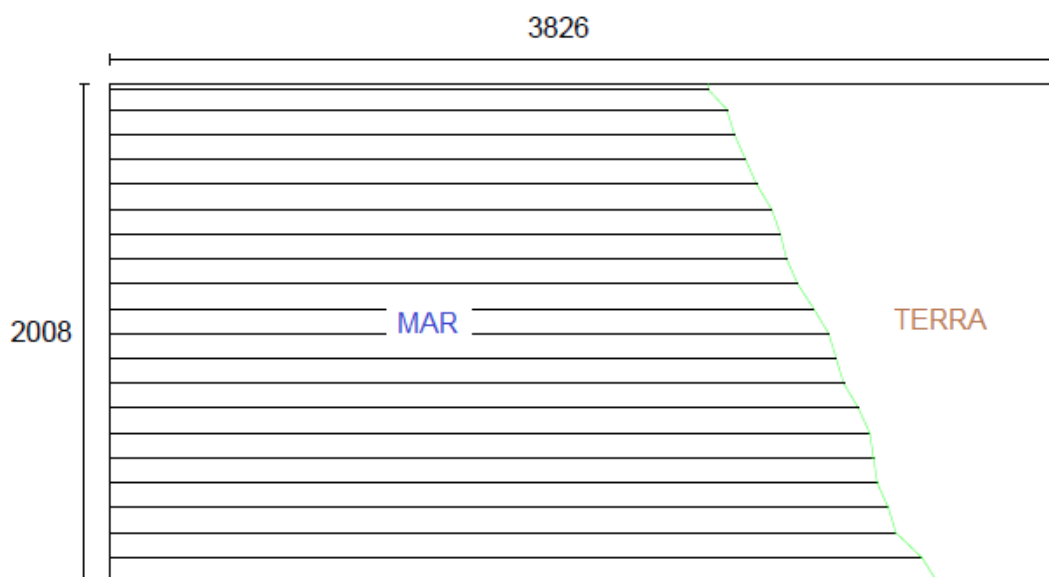


Figura 4.13 – Linha de costa da zona em estudo

De referir que o desenho obtido na Figura 4.13 corresponde à imagem invertida, referida no início do presente capítulo.

É de notar que o eixo dos YY do espectro representa o inverso do comprimento de onda ($1/L$) da análise dessa linha (linha 1000). Por se estar a analisar uma linha, não se está a considerar a obliquidade das ondas, mas sim uma projeção do comprimento de onda. Por uma questão de simplificação de escrita, refere-se ao comprimento L quando de facto, a projeção reporta apenas à direção horizontal representado por L_x nas figuras.

De facto, como referido na secção 2.2 do Capítulo 2, as ondas quando se aproximam da costa sofrem o fenómeno de refração. A Figura 4.14 demonstra como, a partir de L_x e do L_y , se consegue chegar ao valor do comprimento de onda num determinado ponto. Para efeitos de cálculo, o valor desse comprimento de onda é obtido através da equação (4.2).

$$L = \frac{L_x \times L_y}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \quad (4.2)$$

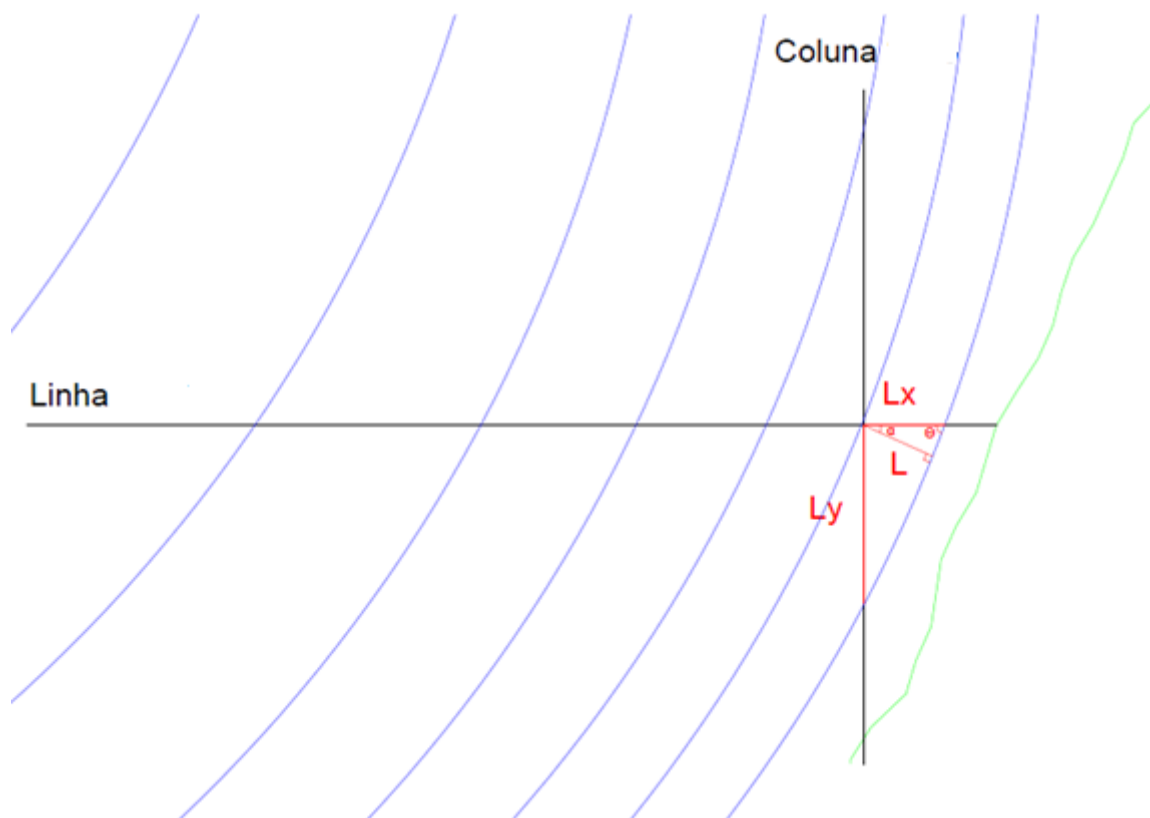


Figura 4.14 – Comprimento de onda a partir de L_x e L_y . Imagem meramente indicativa

No seguimento da figura anterior, pode-se observar na Figura 4.15 uma ampliação da zona do ponto em questão a fim de se conseguir ver que o comprimento de onda depende também dos ângulos α e θ . Entende-se por α o ângulo que relaciona os comprimentos de onda e por θ o ângulo de incidência que relaciona o comprimento de onda com a linha de costa.

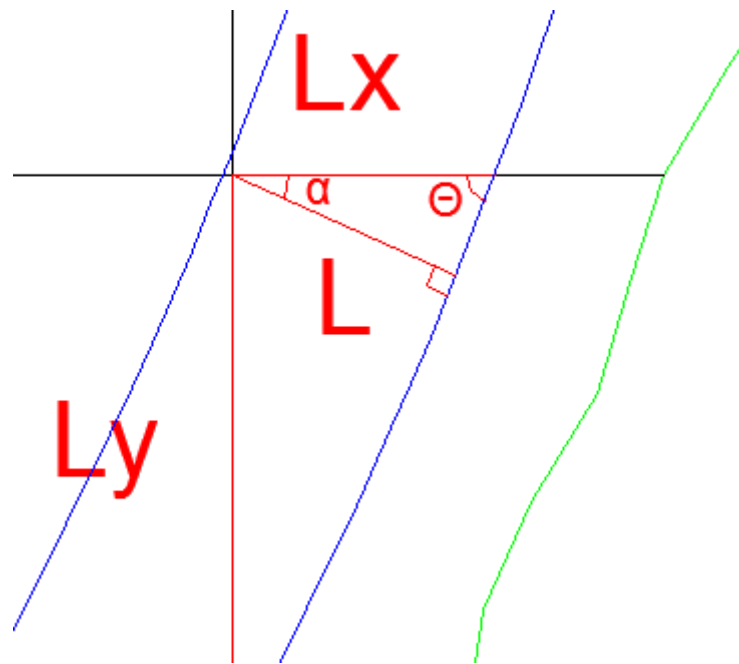


Figura 4.15 – Comprimentos de onda e ângulos de referência

Visualizaram-se tendências dos máximos dos picos obtidos pelas técnicas espectrais abaixo de $1/L_x = 0.005$, procurando obter uma linha de tendência da variação espacial do comprimento de onda à medida que nos aproximamos da costa. Como se pode observar na Figura 4.16, procurou-se sobrepor linhas a cor branca que passam por todos os máximos da linha 1000 em análise, para procurar obter uma tendência. Nota-se que há valores muito díspares (alguns acima de $1/L_x = 0.01$) que são assumidos como “ruído”. Optou-se por tentar filtrar esses valores de pico de energia através da aplicação de um filtro ao polinómio da função, conforme representado na Figura 4.17 que passa pelos picos de maior intensidade.

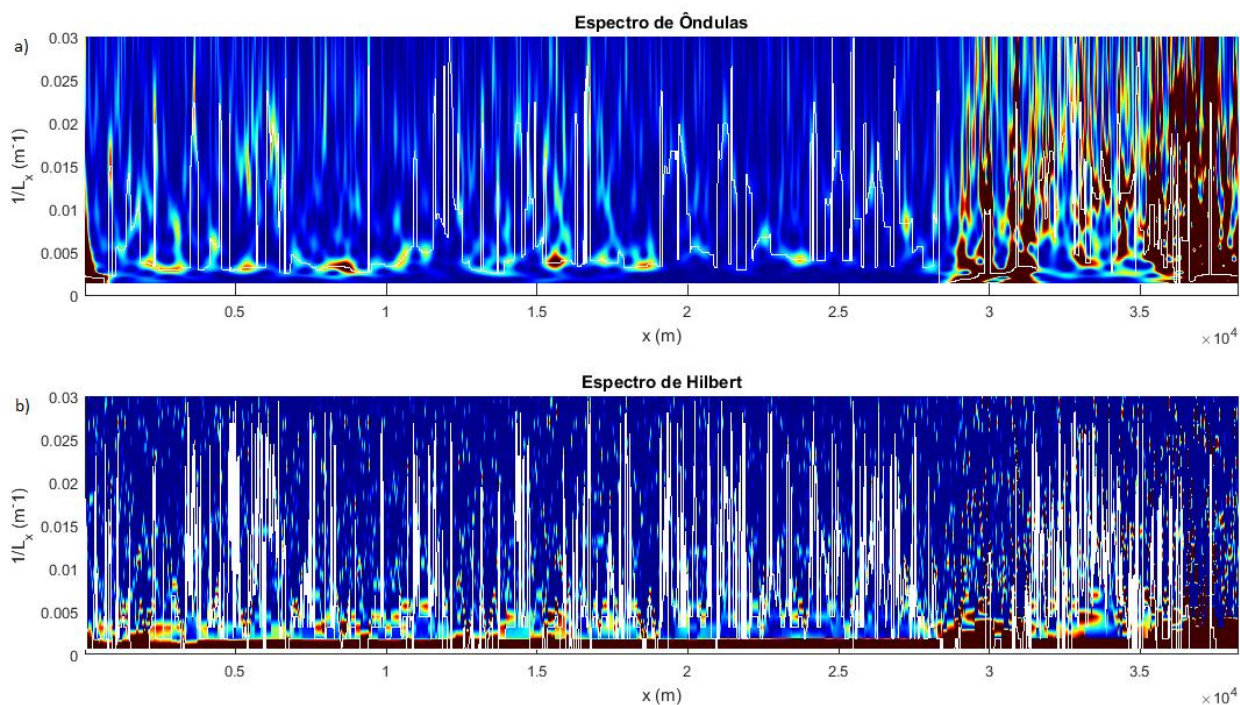


Figura 4.16 – Tendência de máximos assumida como ruído para a linha 1000 (linha de cor branca):
a) resultado da Transformada por Ôndulas; b) resultado da Transformada de Hilbert-Huang

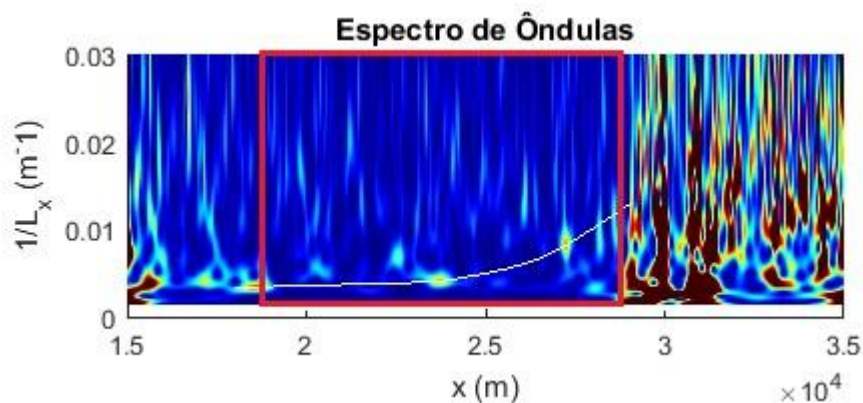


Figura 4.17 – Tendência de máximos do polinômio filtrada para a linha 1000 (linha de cor branca),
resultado da Transformada por Ôndulas

Após a obtenção destes resultados através de uma folha de cálculo, fez-se o ensaio para algumas linhas intersecando com algumas colunas e consequentemente chegou-se aos valores do comprimento de onda no sentido dos $XX (L_x)$, com representação na Tabela 4.2, exemplo para a linha 1000.

Tabela 4.2 – Alguns valores de L_x correspondentes a pontos da linha 1000

Colunas	$1/L_x \text{ (m}^{-1}\text{)}$	$L_x \text{ (m)}$
500	0.0029573	338.14
1000	0.0033195	301.25
1500	0.0034793	287.41
2000	0.0037664	265.51
2500	0.0041823	239.10
2700	0.007895	126.66
2800	0.011170	89.53

Como se pode observar os valores dos comprimentos de onda estão a evoluir no bom sentido, visto que o seu valor vai diminuindo à medida que nos vamos aproximando da linha de costa e consequentemente a sua profundidade também vai diminuindo. Optou-se por não ultrapassar a coluna 2800 visto que já se trata de uma zona muito próxima da linha de costa.

Após a leitura da matriz por linhas, procedeu-se à mesma leitura mas por colunas no sentido de se obter o comprimento de onda no sentido dos YY (L_y). Na Figura 4.18 está representado o ponto de interseção da linha 1000 com a coluna 2400 que será o exemplo adotado para explicação dos passos que se seguem. A Figura 4.19 representa os espectros de Ôndulas e de Hilbert (delimitado por um retângulo de cor vermelha) para o ponto em questão.

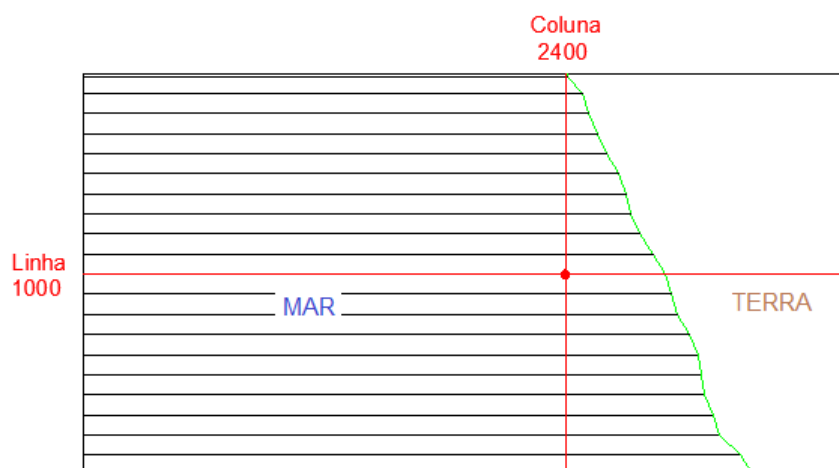


Figura 4.18 – Identificação do ponto em estudo

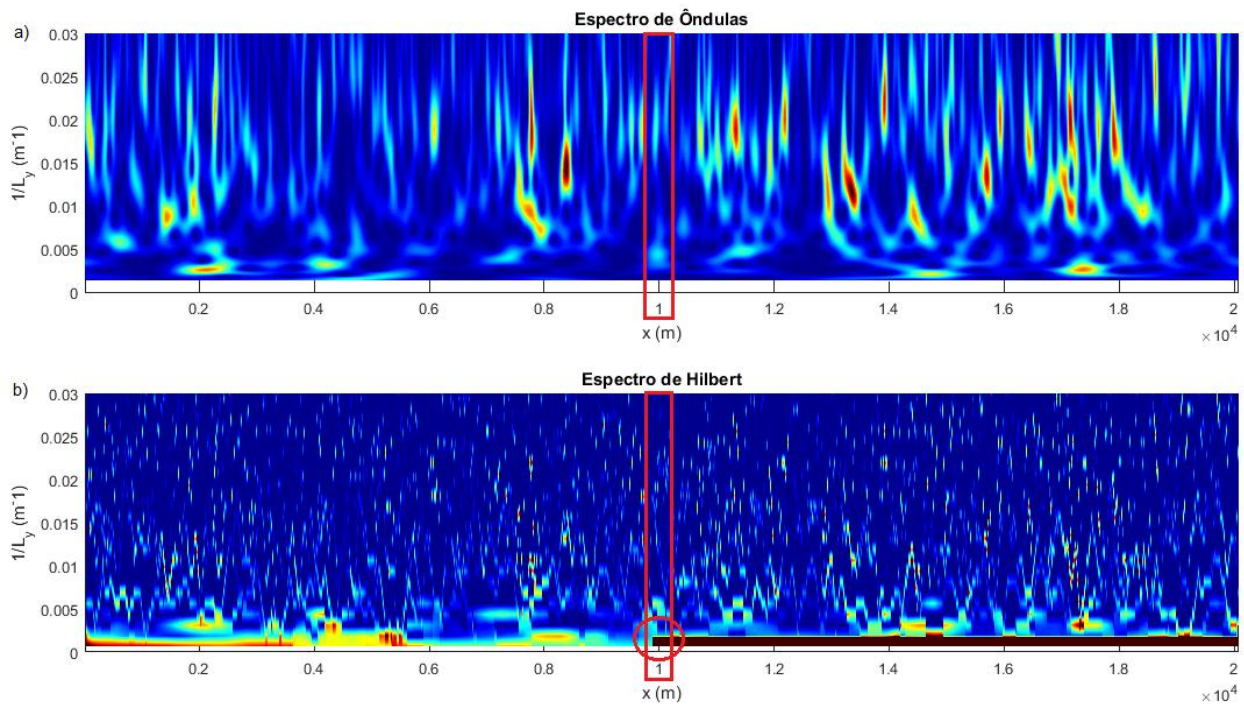


Figura 4.19 – Coluna 2400: a) resultado da Transformada por Ôndulas; b) resultado da Transformada de Hilbert-Huang

Como se pode observar, os máximos dos picos obtidos no espectro de Ôndulas estão localizados maioritariamente entre os valores $1/L_y = 0.01$ e $1/L_y = 0.02$, o que não era espectável. Em contrapartida no espectro de Hilbert nota-se que existe uma zona (delimitada por um círculo de cor vermelha) em que estão bem evidenciados os máximos. Nota-se, por isso, que os resultados de escalas das duas técnicas aplicadas é diferente. Assim sendo, e visto que o resultado da Transformada por Ôndulas para o L_y não vai de encontro com o esperado, optou-se pelo estudo através da HHT.

Durante o estudo do L_y pela HHT e após vários ensaios pôde-se concluir que se está perante valores de máximos que se situam sempre em redor de um conjunto de 3 valores, valores esses que são $1/L_y = 0.001875$, $1/L_y = 0.003125$ e $1/L_y = 0.004375$. Na Figura 4.20, demonstra-se, a título de exemplo, como para a coluna 2400 se obtém os valores supra citados para diferentes linhas e a Tabela 4.3 apresenta uma ilustração resumo da mesma.

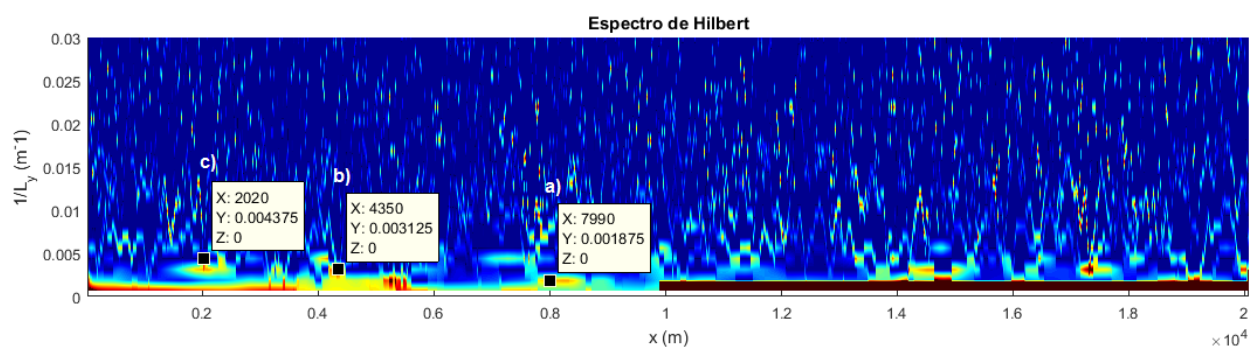
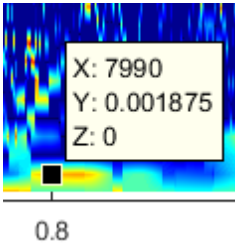
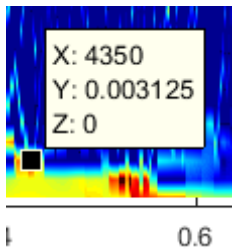
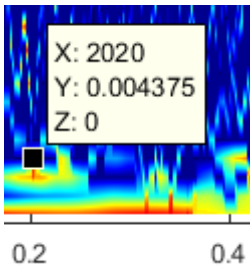


Figura 4.20 – Valores da frequência da coluna 2400 correspondentes a: a) linha 799; b) linha 435; c) linha 202

Tabela 4.3 – Ilustração resumo da Figura 4.20

Ilustração Matlab	Valor da frequência - $1/L_y$ (m^{-1})
a) linha 799 	0.001875
b) linha 435 	0.003125
c) linha 202 	0.004375

Conforme o realizado para o sentido dos XX, também se obteve os valores do comprimento de onda no sentido dos YY, ver Tabela 4.4.

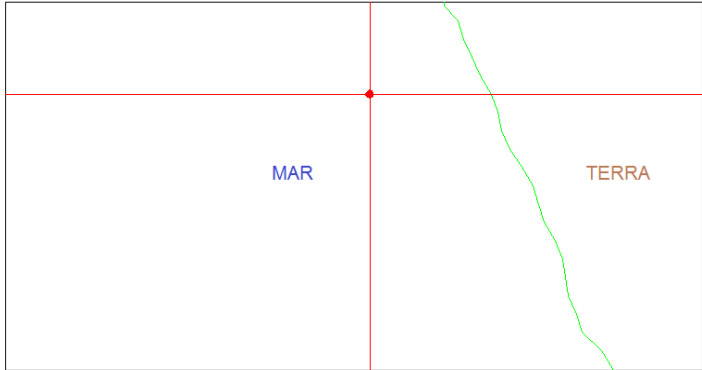
Tabela 4.4 – Valores de L_y adotados

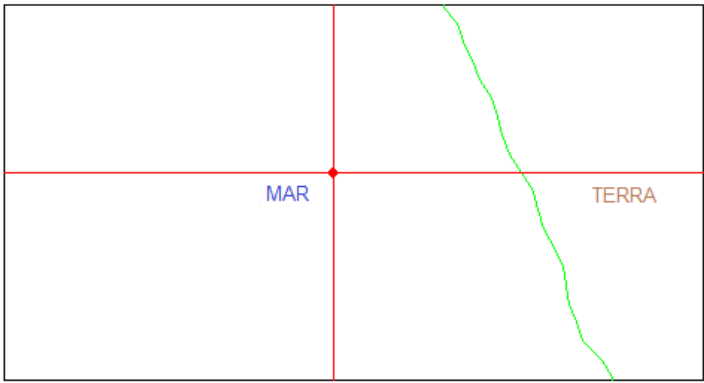
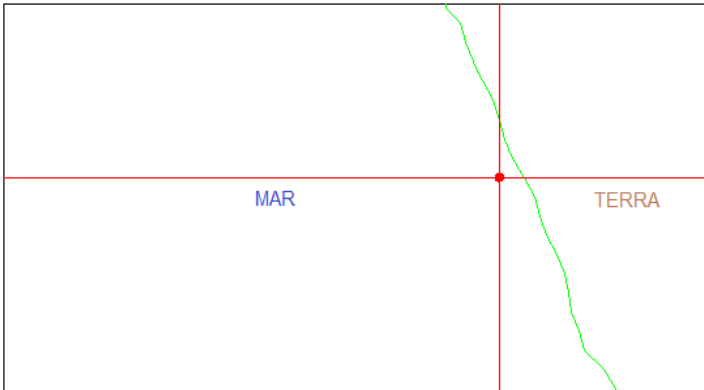
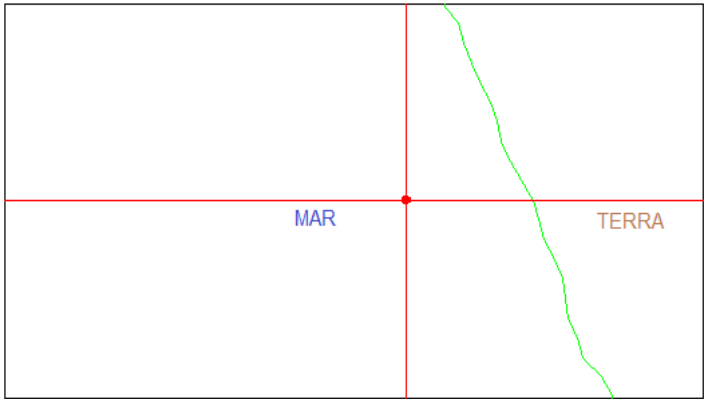
$1/L_y \text{ (m}^{-1}\text{)}$	$L_y \text{ (m)}$
0.001875	533.33
0.003125	320.00
0.004375	228.57

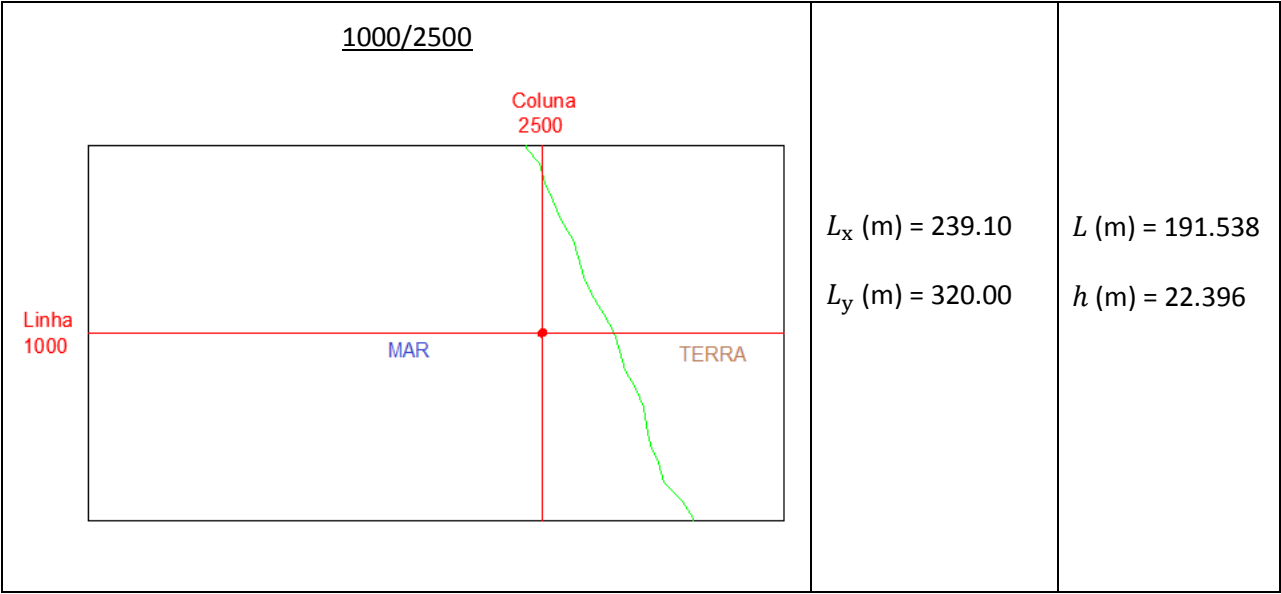
Sendo assim, segue-se este estudo sempre em redor destes 3 valores, valores esses que parecem ser os mais coerentes para de seguida se demonstrar como se consegue a partir do L_x e do L_y chegar-se ao valor do comprimento de onda assim como o da profundidade do fundo oceânico.

A título de exemplo, na Tabela 4.5 mostra-se resultados obtidos em ensaios para alguns pontos escolhidos ao acaso utilizando as equações (2.6) e (4.2).

Tabela 4.5 – Resultados obtidos de alguns ensaios

Linha/Coluna	Dados	Resultados
<p><u>500/2000</u></p> 	$L_x \text{ (m)} = 264.66$ $L_y \text{ (m)} = 320.00$	$L \text{ (m)} = 203.945$ $h \text{ (m)} = 26.108$

<p style="text-align: center;"><u>900/1800</u></p> <div style="text-align: center;"> <p>Coluna 1800</p>  </div> <p>Linha 900</p>	$L_x \text{ (m)} = 284.34$ $L_y \text{ (m)} = 533.33$	$L \text{ (m)} = 250.908$ $h \text{ (m)} = 46.185$
<p style="text-align: center;"><u>900/2700</u></p> <div style="text-align: center;"> <p>Coluna 2700</p>  </div> <p>Linha 900</p>	$L_x \text{ (m)} = 235.34$ $L_y \text{ (m)} = 228.57$	$L \text{ (m)} = 163.965$ $h \text{ (m)} = 15.612$
<p style="text-align: center;"><u>1000/2200</u></p> <div style="text-align: center;"> <p>Coluna 2200</p>  </div> <p>Linha 1000</p>	$L_x \text{ (m)} = 265.51$ $L_y \text{ (m)} = 533.33$	$L \text{ (m)} = 237.685$ $h \text{ (m)} = 39.229$



CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo apresenta as principais conclusões e os consequentes desenvolvimentos futuros que resultaram da elaboração deste estudo, que pretendia testar e validar um conjunto de técnicas espectrais aplicadas a imagens de satélite para a determinação dos comprimentos de onda e da batimetria no setor da costa portuguesa da região de Aveiro (Praia de Mira).

Ao longo do presente estudo foram apresentadas algumas características das ondas geradas pelo vento, no sentido de destacar os seus processos não lineares e não estacionários. Contudo, também foi discutida a dificuldade de se representar este tipo de ondas através da FFT, o que motivou a ideia de se aplicar outro tipo de técnicas.

5.1 CONCLUSÃO

A fim de se compreender o comportamento das ondas não lineares e não estacionárias foram utilizadas a Transformada por Ondulas e a HHT aplicadas a dados sintéticos e a dados de campo. Na sequência das limitações da FFT estudou-se as ondas com recurso a espectros de Ondulas e a espectros de Hilbert com o intuito de se obter resultados numa zona mais junto à costa. Não obstante de se estar numa fase embrionária, os resultados obtidos demonstram as vantagens da aplicação das duas técnicas, que se mostraram capazes de extrair informações da amplitude e da frequência ao longo do tempo.

Devido ao facto de as ondas sofrerem o efeito de refração ao chegar perto da costa, foi necessário fazer-se o estudo em duas direções no plano, L_x e L_y , onde a Transformada por Ondulas se mostrou bastante perceptível aquando da análise por linhas (sentido dos XX). Aplicou-se vários filtros ao espectro de Ondulas até se conseguir o filtro ideal para conseguir eliminar o “ruído” associado aos picos dos máximos. Após a aplicação deste último filtro conseguiu-se chegar aos valores de projeção do comprimento de onda pelas linhas. Note-se que, o espectro de Hilbert foi sempre útil como base para comparação de resultados, visto que, o espectro de Ondulas, por norma, espalha os valores da energia e, em comparação, o espectro de Hilbert tende a obter resultados mais pontuais, ajudando assim, na obtenção desses valores finais.

No que diz respeito ao L_y , concluiu-se que a Transformada por Ôndulas não funciona tão bem como no sentido dos XX, querendo com isto dizer, que o espectro de Ôndulas espalha de tal forma os valores da energia que os valores obtidos não dão resultados conclusivos. Chega-se a obter valores díspares, o que faria com que o valor final do comprimento de onda fosse diferente do espectável. Contudo, no decorrer deste estudo optou-se por utilizar os valores obtidos pela HHT, onde através do seu espectro se conseguiu chegar a valores mais razoáveis, visto que, como referido anteriormente, ao contrário do espectro de Ôndulas, o espectro de Hilbert obtém resultados mais concentrados podendo até a sua relação de frequência chegar a uma linha de valores. Ainda assim, reconhece-se as diferenças de resultados das duas técnicas, merecendo uma análise futura mais cuidada e profunda.

Em suma, pode-se concluir que para colmatar as limitações da FFT, a Transformada por Ôndulas e a HHT funcionam bem no sentido em que permitem chegar a valores de comprimentos de onda numa zona mais perto da linha de costa e, consequentemente, na obtenção das suas profundidades.

5.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Na análise dos resultados obtidos pelo espectro de Ôndulas e pelo espectro de Hilbert, constatou-se que, os valores de L_y não iam de encontro ao esperado, pois os valores dos picos dos máximos não estavam muito claros. De futuro, crê-se ser vantajoso aplicar outro tipo de filtros, à imagem original com o intuito de se conseguir detetar de forma mais clara os valores de pico destas técnicas (*e.g.* filtros Butterworth).

A implementação desses tipos filtros irá, juntamente, com os resultados deste estudo, melhorar o conhecimento das técnicas espectrais, com vista a, num futuro próximo, se possa obter resultados mais exatos para aplicação na Engenharia assim como em outras áreas da ciência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, T. (2007) - “Transporte de Sedimentos em Zonas Costeira: Parametrização de Momentos Estatísticos de Hidrodinâmica”, Faculdade de Ciências e Tecnologia de Coimbra.

ABREU, T., SILVA, P.A., SANCHO, F., TEMPERVILLE, A. (2010) - “Analytical Approximate Wave Form for Asymmetric Waves”, Coastal Engineering, 57, 656-667.

ABREU, T., SILVA, P.A., MOURA, A. (2015) - “Análise Espectral de Ondas Sintéticas Não Lineares e Não Estacionárias”, 3ª Conferência sobre Morfodinâmica Estuarina e Costeira.

APRH - Associação Portuguesa de Recursos Hídricos (2017), sítio da internet da APRH. Obtido a 20 de Março de 2017, de <http://www.aprh.pt/rgci/glossario/a.html>

BRACEWELL, R. (2000) - “The Fourier Transform and its Applications”, 3rd. Edition, New York: McGraw-Hill.

CASACA, J. (1999) - “Topografia (Geodesia & Cartografia)”, Apontamentos, Mestrado em Vias de Comunicação, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

CORNISH, V. (1898) - “On Sea Beaches and Sandbanks”, Geograph. J.

DIBAJNIA, M., MORIYA, T., WATANABE A. (2001) - “A Representative Wave Model for Estimation of Nearshore Local Transport Rate”, Coastal Engineering Journal (JSCE).

DUBARDIER, B., CASTELLE, B., MARIEU, V., RUESSINK, B.G. (2014) - “Process Based Modeling of Cross-shore Sandbar Behaviors”, Coastal Engineering.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GONÇALVES, J. (2008) - “Adopção de Sistemas de Referência Geográfica Globais”, ESIG 2008, Lisboa.

HUANG, N.E., LONG, S.R., SHEN, Z. (1996) - “The Mechanism for Frequency Down-shift in Nonlinear Wave Evolution”, *Adv. Appl. Mech.*, v. 32.

HUANG, N.E., SHEN, Z., LONG, S.R., WU, M.C., SHIH, H.H., ZHENG, Q., YEN, N.C., TUNG, C.C., LIU, H.H (1998) - “The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis”, *Proc. R. Soc. London*, v. Ser. A.

INSTITUTO HIDROGRÁFICO (2017), sítio da internet do Instituto Hidrográfico. Obtido a 28 de Abril de 2017, de <http://www.hidrografico.pt/boias-ondografo.php>

IPMA - Instituto Português do Mar e da Atmosfera (2017), sítio da internet do IPMA. Obtido a 8 de Maio de 2017, de <http://www.ipma.pt/pt/maritima/costeira/index.jsp?selLocal=234&idLocal=234>

JAWAK, S.D., VADLAMANI, S.S, LUIS, A.J. (2015) - “A Synoptic Review on Deriving Bathymetry Information Using Remote Sensing Technologies: Models and Comparations”. *Advance in Remote Sensing*, 4, 147-162 .

KRUG, L.A, NOEMBERG, M.A. (2005) - “Extração de Batimetria por Sensoriamento Remoto de Áreas Rasas dos Sistemas Estuarinos do Estado do Paraná - Brasil”, *Anais XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*, Goiânia, Brasil, 16-21 abril 2005, p. 3077-3084.

LIU, H., BECK, R., SU, H. (2012) - “Bathymetric Mapping Using Multispectral Satellite Imagery”. Obtido a 29 de Junho de 2017, de http://www.ssec.wisc.edu/meetings/ciw/Workshop_Presentations/

LIU, P.C. (2000) - “Wave Grouping Characteristics in Nearshore Great Lakes I”, *Ocean Engineering*, v. 20.

MALLET, C., BRETAR, F. (2009) - “Full-Waveform Topographic Lidar: State-of-the-Art”, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 64, 1-16.

MOBLEY, C.D. (1994) - "Light and Water – Radiative Transfer in Natural Waters", Academic Press.

MOURA, T.G.R. (2010) - "Aplicação da Transformada de Hilbert-Huang para o Estudo de Ondas Medidas por PUV", Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 119p.

NEVES, C.F., MOURA, T.G.R., FORTES, C.J. (2012) - "Aplicação da Transformada de Hilbert-Huang para Caracterização da Dinâmica Costeira. Parte 1: Grandezas Escalares." RBRH – Revista Brasileira de Recursos Hídricos, 17 (2): 143-156.

OLIVEIRA, H.M. (2007) - "Análise de Fourier e Wavelets. Sinais estacionários e não estacionários", 1ª Ed., Editora Universitária, UFPE - Universidade Federal de Pernambuco.

PEREIRA, P.C. (2016) - "Desenvolvimento de Novas Soluções para Aquisição de Dados Batimétricos", Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro, 74p.

PESTANA, A. (2016) - "Elementos de Geodesia", Versão 2.17, Instituto Superior de Engenharia do Porto.

REEVE, D., CHADWICK, A., FLEMING, C. (2004) - "Coastal Engineering, Processes, Theory and Design Practice", Spon Press.

RICHARDS, J.A., JIA, X. (1999) - "Remote Sensings Digital Image Analysis", Berlim, Alemanha: Springer-Verlag.

ROBINSON, A.H., MORRISON, J.L., MUEHRCKE, P.C., KIMERLING, A.J., GUPTIL, S.C. (1995) - "Elements of Cartography", Sixth Edition, John Wiley and Sons.

RUSSINK, B.G., RAMAEKERS, G., VAN RIJIN, L.C. (2012) - "On the Parameterization of the Free-stream Non-linear Wave Orbital Motion in Nearshore Morphodynamics Models", Coastal Engineering.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SATO, O. (2010) - “Ondas e Marés”, Departamento de Oceanografia Física, Química e Geológica, Instituto Oceanográfico, Universidade de São Paulo.

SILVA, P.A., TEMPERVILLE A., SANTOS F.S. (2006) - “Sand Transport Under Combined Current and Wave Conditions: A Semi-unsteady, Practical Model”, Coastal Engineering.

SILVA, P.A., ABREU, T., DOMINIC, A., SANCHO, F., RUESSINK, B.G., WERF, J., RIBBERINK, J.S. (2011) - “Sediment Transport in Nonlinear Skewed Oscillatory Flows: Transkew Experiments”, Journal of Hydraulic Research, Volume 49.

SNYDER, J.P. (1987) - “Map Projections - A Working Manual”, U.S. Geological Survey professional Paper 1395, United States Government Printing Office.

SNYDER, J.P. (1997) - “Map Projections - A Working Manual”, U.S. Geological Survey professional Paper 1395, United States Government Printing Office, fourth printing.

ANEXO A - REFERENCIAIS TERRESTRES E CARTOGRAFIA

Geodesia

A definição de um sistema de coordenadas global, aplicável a todo o globo terrestre, obriga ao prévio conhecimento da forma e das dimensões da Terra. Quando se analisa a superfície terrestre no seu conjunto, nota-se que esta é extremamente lisa: mesmo tendo grandes desníveis entre as montanhas e as mais profundas depressões existentes na sua superfície que não são detetáveis sobre a suave curvatura do nosso planeta. Admitindo que se pretende representar o globo terrestre por uma esfera com 25 cm de diâmetro, tendo em conta para diâmetro médio da Terra o comprimento de 12734 Km, então o cume do Monte Everest (8850 m de altitude) será assinalado nessa esfera por uma elevação de 0.18 mm. À mais significativa depressão de crosta terrestre (a fossa das Marianas) corresponderá um rasgo com 0.22 mm de profundidade (Robinson *et al.*, 1995).

Ao longo de milénios, tem-se idealizado outras formas gerais da Terra no sentido de evoluir desde o modelo da superfície plana até aos modelos esféricos suficientemente aproximados para permitirem explorar, navegar e cartografar todo o planeta. Em 1670, na sequência da formulação da sua Teoria da Gravitação Universal, Newton previu que a Terra, devido ao movimento de rotação em torno de si mesma, deveria apresentar uma configuração ligeiramente achatada nos polos (achatamento de cerca de 1/300). No entanto, as medições efetuadas em França pelo abade Picard e por Cassini, efetuadas em finais do século XVII e no século XVIII, contrariavam a previsão de Newton. Para terminar com a controvérsia que oponha franceses a ingleses, a Academia Francesa das Ciências patrocinou duas campanhas de medições de campo, que decorreram de 1735 a 1744, na Lapónia e no Peru. Os resultados destas duas expedições científicas confirmaram as previsões de Newton (Snyder, 1987, Robinson *et al.*, 1995, Casaca, 1999).

Desde 1800 até aos nossos dias foram efetuadas no mínimo 20 determinações da forma da Terra. Destes trabalhos resultaram pequenas variações no valor dos semieixos que são devidas, não apenas a diferenças na precisão dos equipamentos utilizados, mas também à não homogeneidade do campo gravítico terrestre.

Até há poucos anos os elipsoides eram ajustados à forma da Terra apenas numa região da superfície mais ou menos extensa. Após o ajustamento, era frequente que o semieixo menor não coincidissem com o eixo terrestre, embora de um modo geral se impusesse serem paralelos estes dois eixos. Problema idêntico ocorria com os planos equatoriais.

Nos últimos anos tem vindo a ser determinados elipsoides com base em informação recolhida por satélites, é o caso dos elipsoides adotados em sistemas de referências globais, nomeadamente o elipsoide GRS80 e o WGS84. Estes elipsoides são considerados mais precisos, a uma escala global, do que os elipsoides determinados com base apenas em medições à superfície. Porém, estes modernos elipsoides podem não ser os mais bem ajustados a uma região particular.

Para representações a escalas grandes de regiões suficientemente extensas para não ser possível desprezar a curvatura terrestre, i.e., para as quais não seja possível aplicar a simplificação topográfica, distâncias, direções e áreas calculadas sobre aproximações esféricas diferem claramente das calculadas sobre aproximações elipsoidais.

Na Tabela A.1 estão representados alguns dos elipsoides mais utilizados, assim como também está assinalado (com fundo amarelo) o elipsoide utilizado neste estudo.

Tabela A.1 – Alguns elipsoides mais utilizados. Fonte: adaptado de Pestana (2016)

Nome do elipsoide	a – semieixo maior (m)	b – semieixo menor (m)
Airy	6377563.396	6356256.909
Australian National	6378160.000	6356774.719
Bessel 1841	6377397.155	6356078.963
Bessel 1841 (Namíbia)	6377483.865	6356165.383
Clarke 1866	6378206.400	6356583.800
Clarke 1880	6378249.145	6356514.870
Everest – India 1830	6377276.345	6356075.413
Everest – India 1956	6377301.243	6356100.228
Everest – Pakistan	6377309.613	6356108.571
Everest – Sabah and Sarawak	6377298.556	6356097.550

Everest – West Malaysia 1969	6377295.664	6356094.668
Everest – West Malaysia and Singapore 1948	6377304.063	6356103.039
Fischer 1960	6378166.000	6356784.280
Fischer 1968	6378150.000	6356768.340
GRS80	6378137.000	6356752.314140347
Hayford 1909	6378388.000	6356911.946
Helmert 1906	6378200.000	6356818.170
Hough	6378270.000	6356794.343
Indonesian 1974	6378160.000	6356774.504
Krassovsky 1940	6378245.000	6356863.019
Modified Airy	6377310.189	6356034.448
Modified Fischer 1960	6378155.000	6356773.320
Puissant	6377858.400	6356809.362
SGS85	6378136.000	6356751.300
South American 1969	6378160.000	6356774.719
WGS60	6378165.000	6356783.290
WGS66	6378145.000	6356759.770
WGS72	6378135.000	6356750.520
WGS84	6378137.000	6356752.314245

Tomando como origem o meridiano de Greenwich, conforme Figura A.1, designa-se por longitude, simbolicamente λ , o ângulo diedro dos planos que contêm os meridianos geodésicos, contando de 0° a 180°, para Este (“+” sinal positivo) e Oeste (“-” sinal negativo) de Greenwich.

A latitude, simbolicamente ϕ , é o ângulo da normal ao elipsoide com o plano equatorial do elipsoide, contando de 0° a 90°, para Norte (“+” sinal positivo) e Sul (“-” sinal negativo) do Equador.

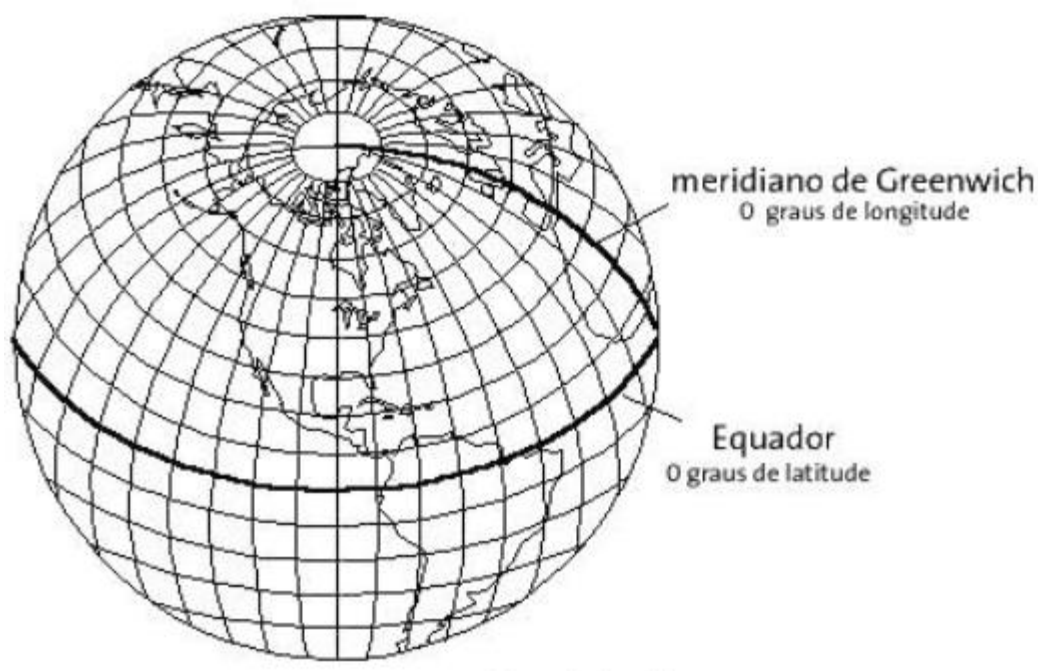


Figura A.1 – Equador e meridiano de referência (meridiano de Greenwich). Fonte: Pestana (2016)

Conforme referido no capítulo 4, as coordenadas da zona em estudo dizem respeito ao *datum* WGS84 que, segundo Gonçalves (2008), coincide com o *datum* ETRS89, tendo em atenção as características dos deslocamentos da parte estável da Placa Euro-Asiática, as coordenadas ETRS89 vêm divergindo das coordenadas WGS84, mas sem que esse facto tenha efeito significativo nos trabalhos correntes de Cartografia e de Topografia.

Cartografia

O termo “Cartografia” foi criado pelo Visconde de Santarém (Manuel Francisco Carvalhosa), baseado na palavra que nomeava as folhas de papiro, onde desenhados os mapas antes da divulgação do uso do papel, para designar a disciplina que se ocupa do estudo dos mapas antigos. Atualmente à Cartografia é atribuído um objeto mais vasto: de acordo com *British Cartographic Society* “a Cartografia ocupa-se da arte, da ciência e da tecnologia para a elaboração de mapas, encarados como cartas, plantas, secções, modelos tridimensionais, globos terrestres, etc.” (Casaca, 1999). A Enciclopédia Multimédia Verbo define Cartografia como sendo: “Ciência e arte de traçar cartas geográficas ou mapas. Com economia e rapidez de meios, a cartografia fornece elementos rigorosos sobre factos verificados à superfície da Terra...”. Um mapa é simultaneamente uma obra de arte e um documento científico.

A cartografia hidrográfica oficial está a cargo do Instituto Hidrográfico, organismo que depende do Estado-Maior da Armada e sucede aos Serviços Hidrográficos que em 1892 abandonaram a Direção

Geral dos Trabalhos Geodésicos, Topográficos e Hidrográficos do Reino para a dependência do Conselho do Almirantado, do Ministério da Marinha. Os Serviços Geológicos já tinham abordado a Direção Geral em 1886.

Neste estudo utilizou-se a projeção cartográfica de Gauss-Kruger que se trata de uma projeção cilíndrica de um elipsoide. O cilindro é tangente a um meridiano e o seu eixo de simetria é colocado sobre o plano do Equador. É uma projeção conforme.

Os elementos que constituem um sistema de projeção cartográfica são: (i) definição *datum* geodésico; (ii) coordenadas geodésicas do ponto central; (iii) origem das coordenadas cartográficas; (iv) fator de escala das coordenadas cartográficas; (v) expressão analítica da projeção.

Deve-se a Johan Heinrich Lambert, cerca de 1772, a criação de uma projeção cilíndrica de eixo de simetria apoiado no Equador: a projeção Mercator Transversa. Esta projeção é destinada à cartografia de um esferoide. A superfície de projeção cilíndrica (a superfície cartográfica) é tangente à superfície de referência (uma superfície esférica) ao longo de um meridiano, denominado central. Em 1822 Carl Friedrich Gauss apresentou uma versão elipsoidal de projeção Mercator Transversa: na realidade o processo de projeção passava por duas fases, primeiro a projeção do elipsoide sobre uma esfera e depois uma projeção Mercator Transversa da esfera. Só já no século XX (1912 e 1919) é que Kruger publicou fórmulas para o cálculo desta projeção relativamente ao elipsoide. O estudo matemático desta projeção foi muito demorado e só em 1945 (E. H. Thompson) e 1962 (L. P. Lee) é que foram apresentadas fórmulas exatas para o cálculo das coordenadas para todo o elipsoide.

Esta projeção transforma o meridiano central no eixo das ordenadas do plano cartográfico, ilustrado na Figura A.2. Se não for aplicado nenhum fator de redução de escala, os comprimentos ao longo do meridiano central serão respeitados. O Equador é projetado numa reta paralela ao eixo das abcissas cartográficas, sofrendo deformação linear. Os paralelos são transformados em curvas simétricas, relativamente à imagem do Equador, com a concavidade voltada para os polos. Os meridianos são transformados em curvas simétricas relativamente à meridiana, com a concavidade voltada para esta.

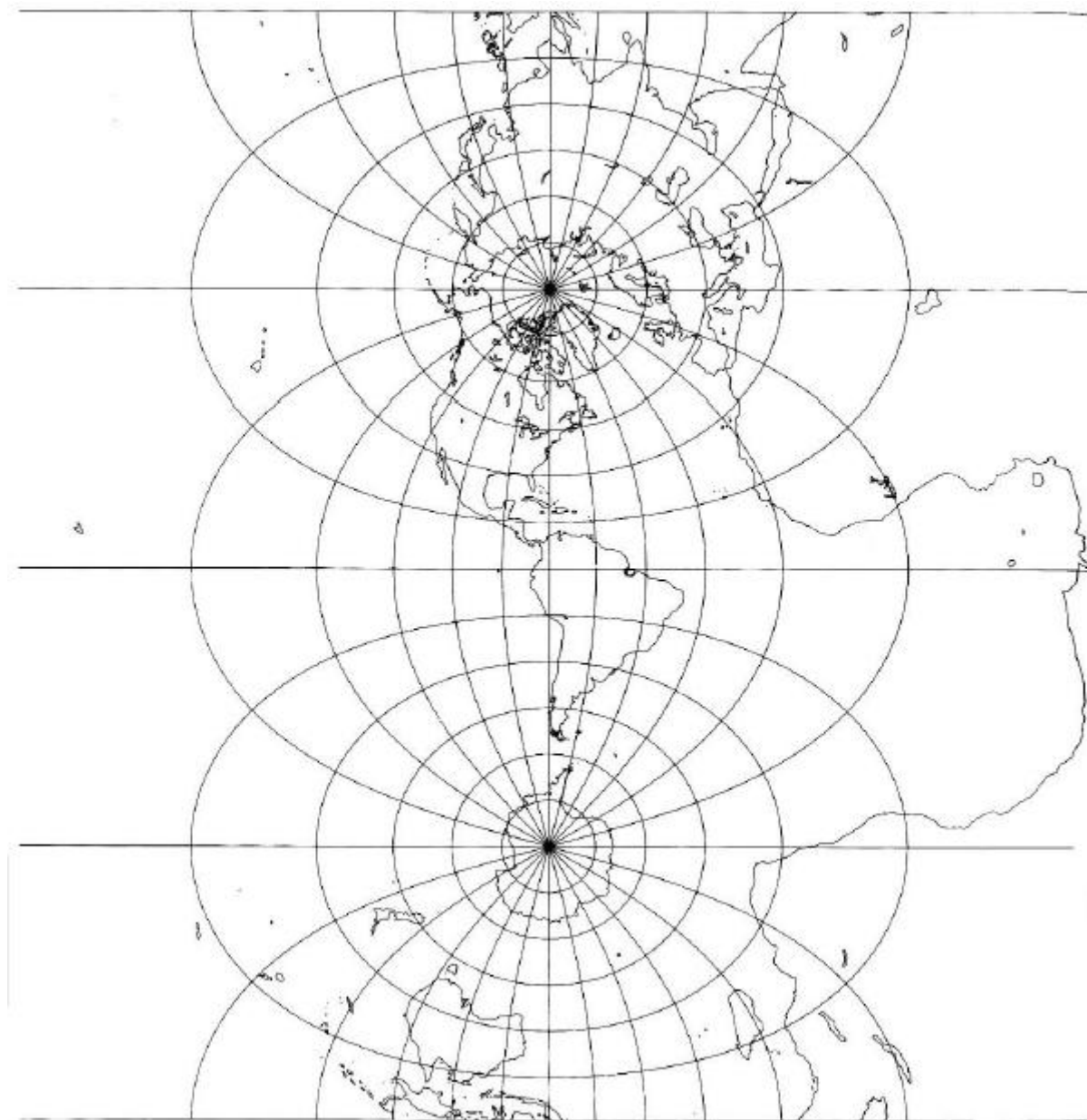


Figura A.2 – Projeção de Gauss-Kruger. O meridiano central é projetado em verdadeira grandeza. Fonte: Snyder (1997)

O presente anexo tem o intuito de demonstrar como se pode obter uma distância, em metros, que separa dois pontos com coordenadas geodésicas. Neste caso irá obter-se a distância, d , entre o ponto 1 ($\lambda_1 = -8.673541215$, $\phi_1 = 40.80049977$) e o ponto 2 ($\lambda_2 = -8.845219911$, $\phi_2 = 40.33009022$) representados na Figura A.3, coordenadas essas que representam a zona em estudo que compreende um setor da costa portuguesa da região de Aveiro.

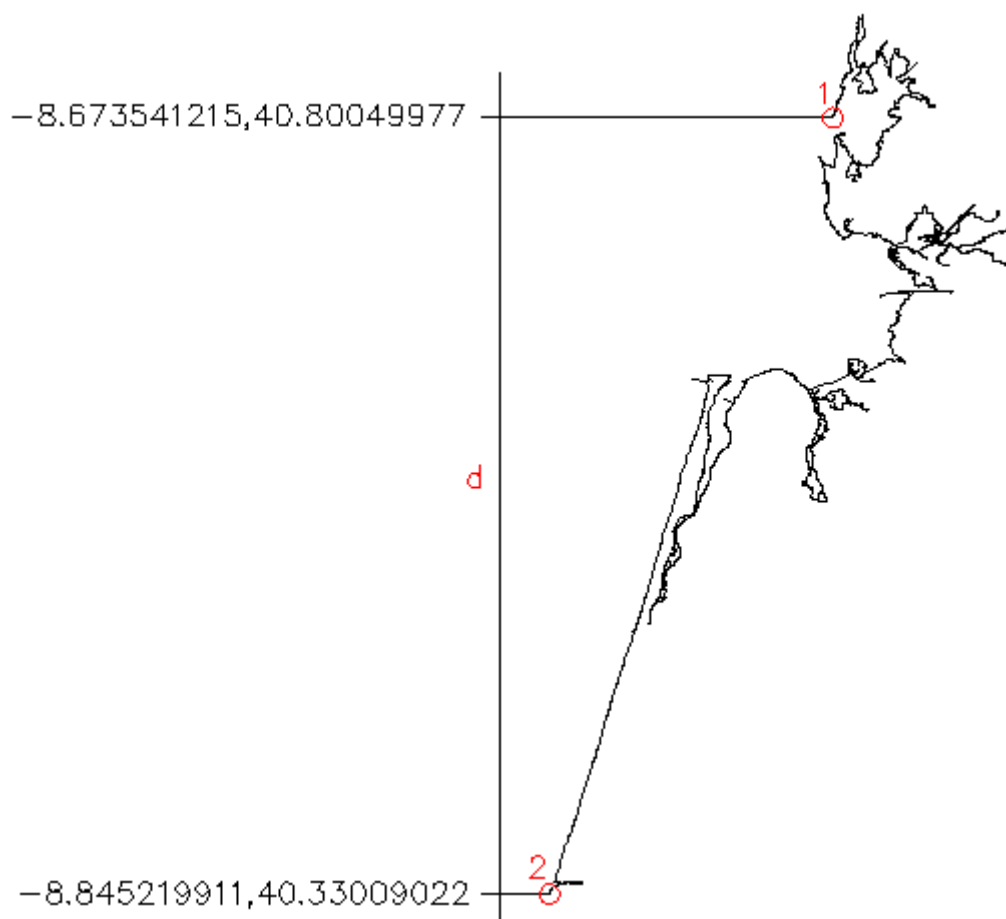


Figura A.3 – Setor da costa portuguesa da região de Aveiro. Pontos e coordenadas geodésicas.

Para isso é necessário transformar as coordenadas geodésicas em coordenadas cartesianas (ver Figura A.4), em que, as abcissas cartográficas, denominadas distâncias à meridiana, são simbolizadas por M , e as ordenadas cartográficas, denominadas distâncias à perpendicular, são simbolizadas por P .

Com o objetivo de diminuir as deformações médias na região cartografada, é por vezes aplicado um fator de escala às coordenadas cartográficas. Este é o caso do sistema UTM (*Universal Transverse Mercator*), no qual o fator de escala é $k = 0.9996$. Caso não seja especificado um fator de escala, então será $k = 1$. As coordenadas cartográficas, após a aplicação de um fator de escala, serão $M^* = M \times k$ e $P^* = P \times k$. Se existir falsa origem, ela apenas será aplicada depois de aplicado o fator de escala.

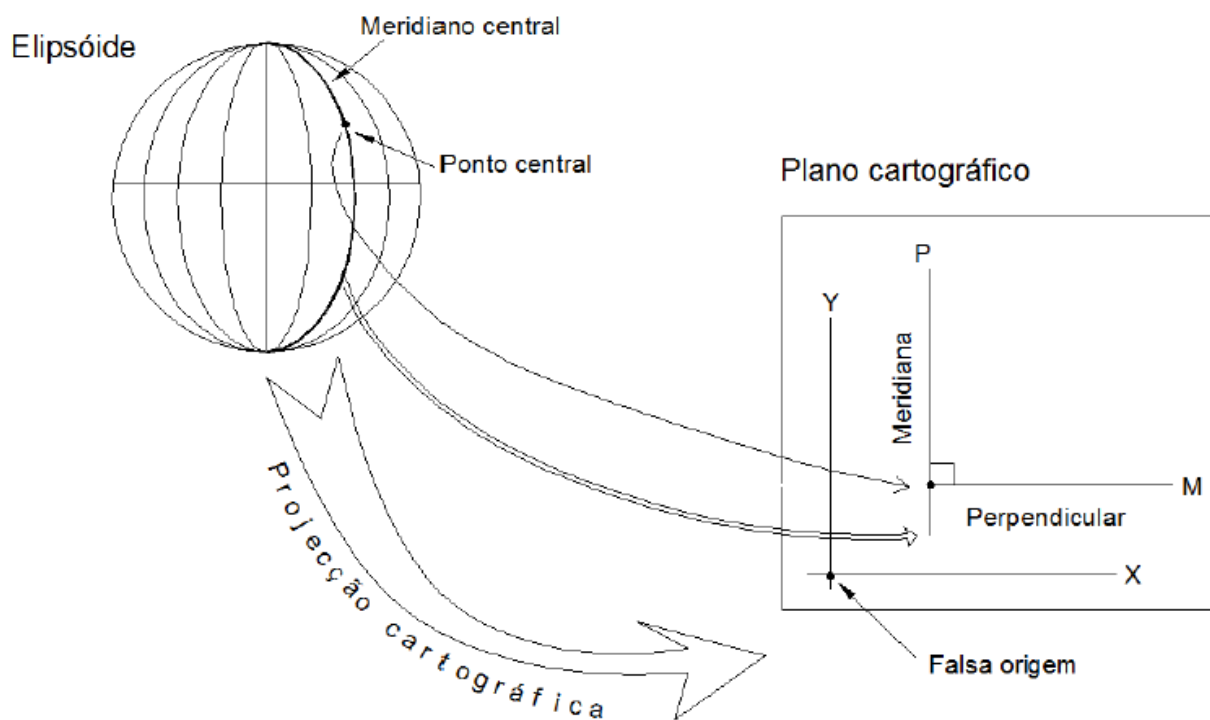


Figura A.4 – Transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas cartográficas (não está representada a aplicação de um fator de escala). Fonte: Pestana (2016)

No caso em estudo utilizou-se o Sistema de Projeção PT-TM06 que utiliza a Projeção Gauss-Kruger como já referido anteriormente e é o sistema de projeção oficial para o território continental português, na Tabela A.2 estão representados todos os dados necessários para a conversão.

Tabela A.2 – Sistema de Projeção PT-TM06. Fonte: adaptado de Pestana (2016)

Elipsoide	GRS80
<i>Datum</i>	ETRS89
Ponto Central da Projeção	$\lambda_0 = -8^{\circ}7'59.19''$ $\phi_0 = 39^{\circ}40'05.73''$
Projeção	Projeção Gauss-Kruger
Fator de Escala	1
Sistema de Eixos	Origem no ponto central da projeção; Abcissas crescentes de Oeste para Este; Ordenadas crescentes de Sul para Norte.

Cartografia	IGP (Indicação Geográfica Protegida): folhas da Carta de Portugal Continental 1/50000 produzidas desde 202; Carta Administrativa Oficial Portuguesa (CAOP), a partir da versão de 2008, inclusive
-------------	---

Sendo assim mudou-se o formato das coordenadas geodésica elipsoidais dos nossos pontos para o formato $nn^{\circ}nn'nn.nnn''$, em que $^{\circ}$ simboliza os graus, $'$ simboliza os minutos e $''$ simboliza os segundos.

Ponto 1:

$$\lambda_1 = -8.673541215 = -8^{\circ}40'24.748''$$

$$\phi_1 = 40.80049977 = 40^{\circ}48'01.799''$$

Ponto 2:

$$\lambda_2 = -8.845219911 = -8^{\circ}50'42.792''$$

$$\phi_2 = 40.33009022 = 40^{\circ}19'48.325''$$

De seguida mostra-se os diversos passos a percorrer por um algoritmo com o nome “*SISIG*” realizados com auxílio da máquina de calcular *Texas Instruments – Voyage 200*:

Ponto 1:

1. Dados do *datum*:

$$a = 6378137$$

$$b = 6356752.314245$$

2. Coordenadas do ponto central:

$$\lambda_0 = -8^{\circ}7'59.19''$$

$$\phi_0 = 39^{\circ}40'05.73''$$

3. Coordenadas do ponto:

$$\lambda_1 = -8^{\circ}40'24.748''$$

$$\phi_1 = 40^{\circ}48'01.799''$$

ANEXO A

1º Resultado:

$$P = 125863.662035 \text{ m}$$

$$M = -45606.3354254 \text{ m}$$

4. Fator de escala:

$$k = 1$$

2º Resultado:

$$P^* = 125863.662035 \text{ m}$$

$$M^* = -45606.3354254 \text{ m}$$

5. Falsa origem:

$$P_0 = 0$$

$$M_0 = 0$$

3º Resultado (FINAL):

$$X1 = -45606.3354254 \text{ m}$$

$$Y1 = 125863.662035 \text{ m}$$

Ponto 2:

1. Dados do *datum*:

$$a = 6378137$$

$$b = 6356752.314245$$

2. Coordenadas do ponto central:

$$\lambda_0 = -8^\circ 7' 59.19''$$

$$\phi_0 = 39^\circ 40' 05.73''$$

3. Coordenadas do ponto:

$$\lambda_2 = -8^\circ 50' 42.792''$$

$$\phi_2 = 40^\circ 19' 48.325''$$

1º Resultado:

$$P = 73729.6525768 \text{ m}$$

$$M = -60516.3973625 \text{ m}$$

4. Fator de escala:

$$k = 1$$

2º Resultado:

$$P^* = 73729.6525768 \text{ m}$$

$$M^* = -60516.3973625 \text{ m}$$

5. Falsa origem:

$$P_0 = 0$$

$$M_0 = 0$$

3º Resultado (FINAL):

$$X2 = -60516.3973625 \text{ m}$$

$$Y2 = 73729.6525768 \text{ m}$$

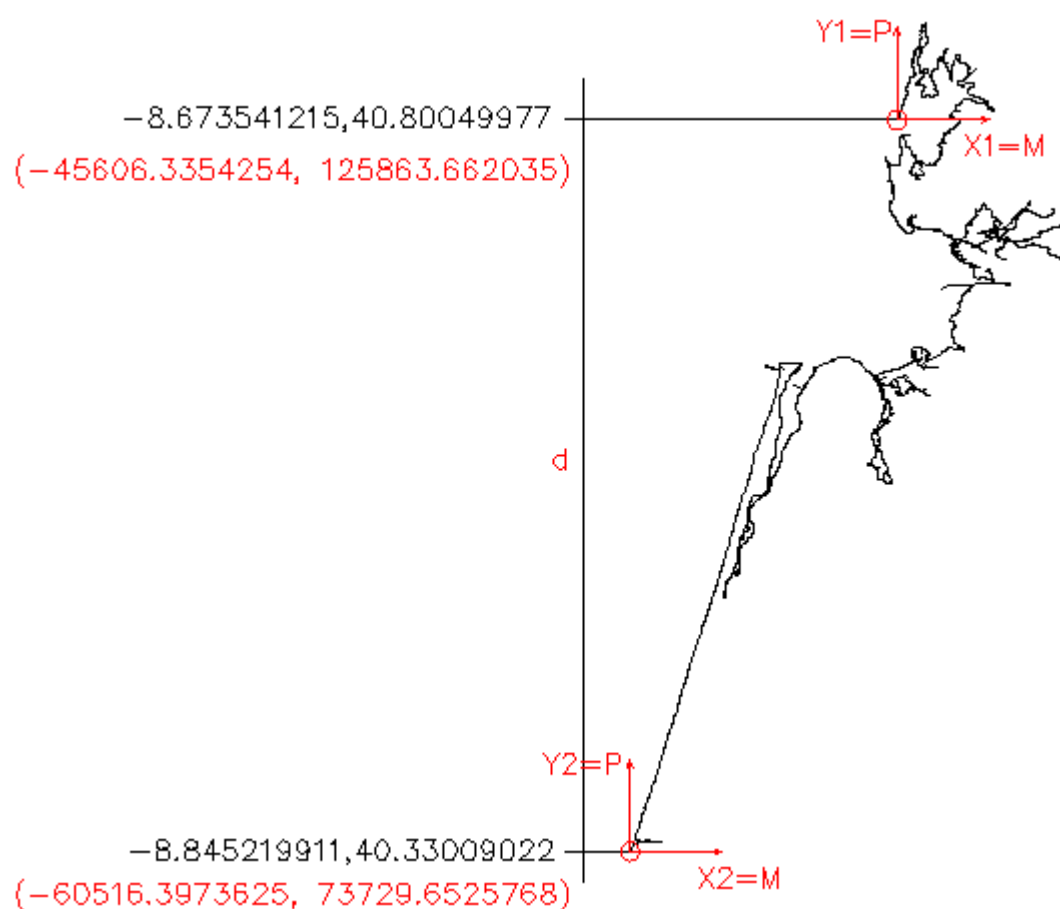


Figura A.5 – Setor da costa portuguesa da região de Aveiro. Pontos, coordenadas geodésicas (a cor preta) e coordenadas cartesianas no referencial X, Y (a cor vermelha).

Como conclusão do tema desenvolvido no presente anexo, apresenta-se o resultado final ao qual se propôs chegar, com o auxílio da Figura A.5:

$$d = Y1 - Y2 = 125863.662035 - 73729.6525768 = 52134.0094582 \approx 52134 \text{ m} \approx 52.134 \text{ Km}$$

Ainda, como termo de comparação, por intermédio do *Google Earth* e com o auxílio do programa AutoCAD - Civil 3D, fez-se a medição e obteve-se o valor de 52406 m (Figura A.6) o que vem de encontro com o d calculado. É de realçar que no programa AutoCAD - Civil 3D os pontos 1 e 2 foram implantados por aproximação o que amplia a existência de uma margem de erro que justifica a pequena diferença de valores.

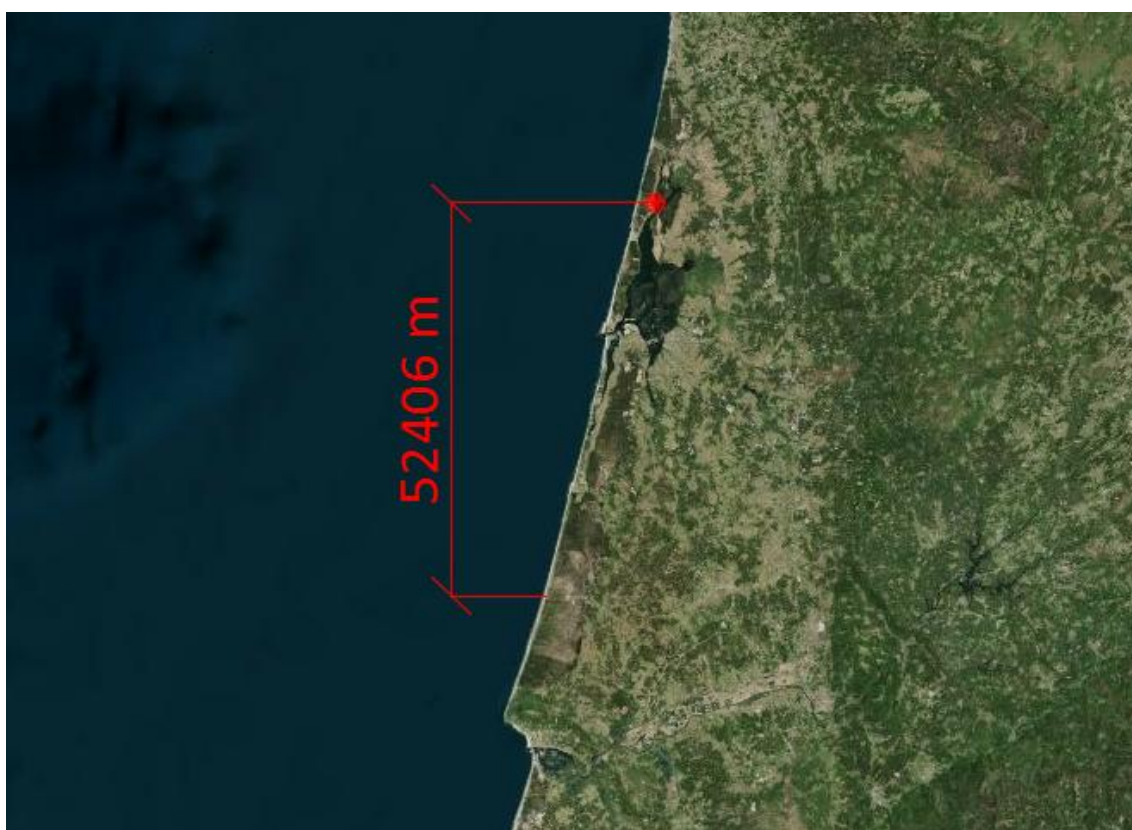


Figura A.6 – Valor de d obtido no AutoCAD - Civil 3D

ANEXO B - DELIMITAÇÃO DA LINHA DE COSTA

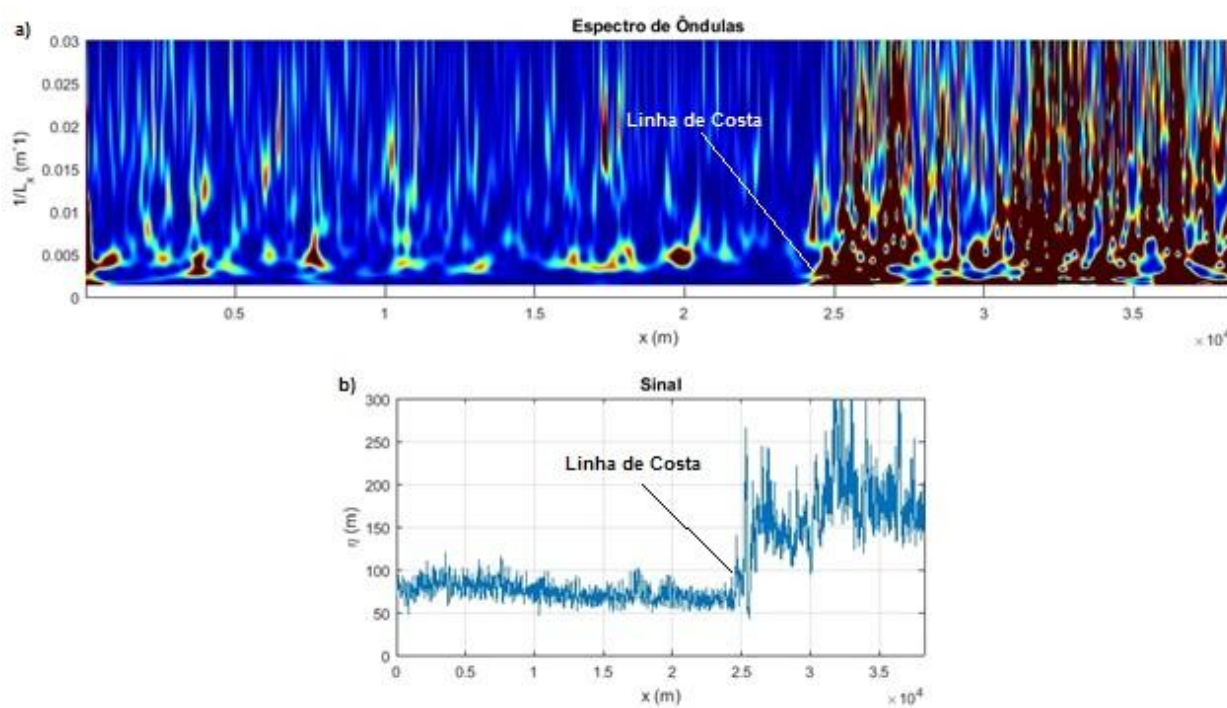


Figura B.1 – Representação da linha de costa para a linha 20: a) resultado da Transformada por Ondulas;
b) resultado do sinal

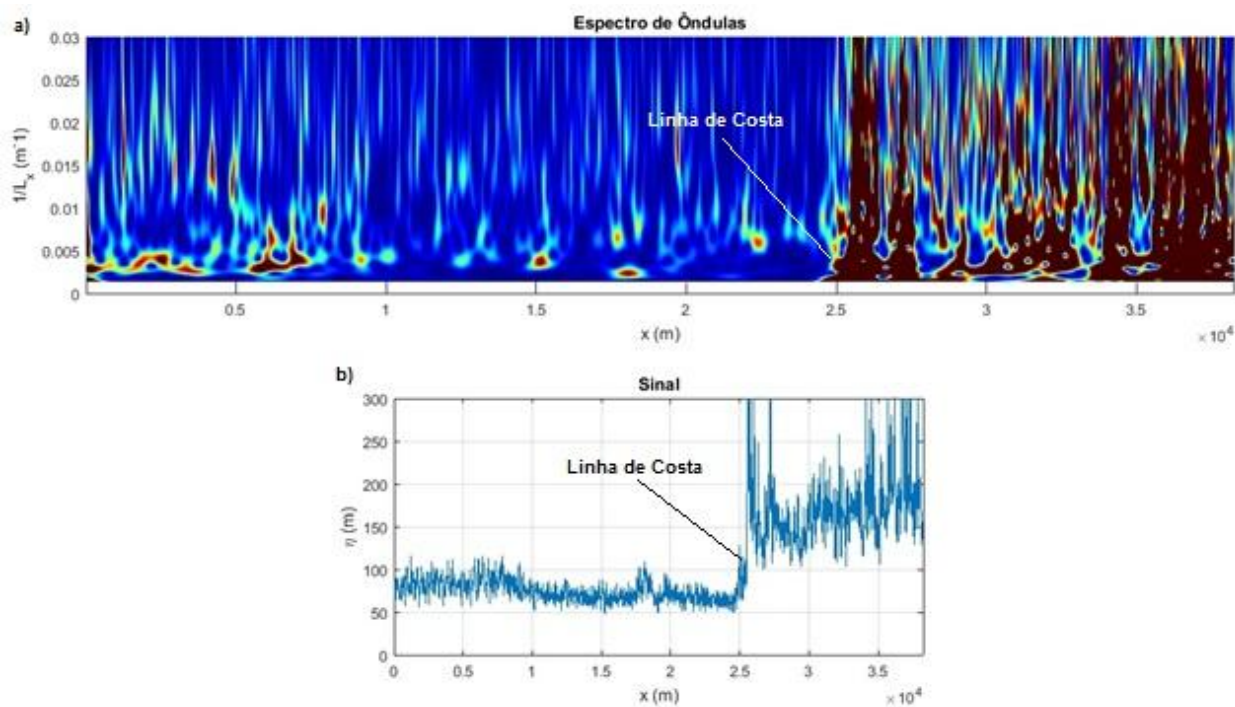


Figura B.2 – Representação da linha de costa para a linha 100: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

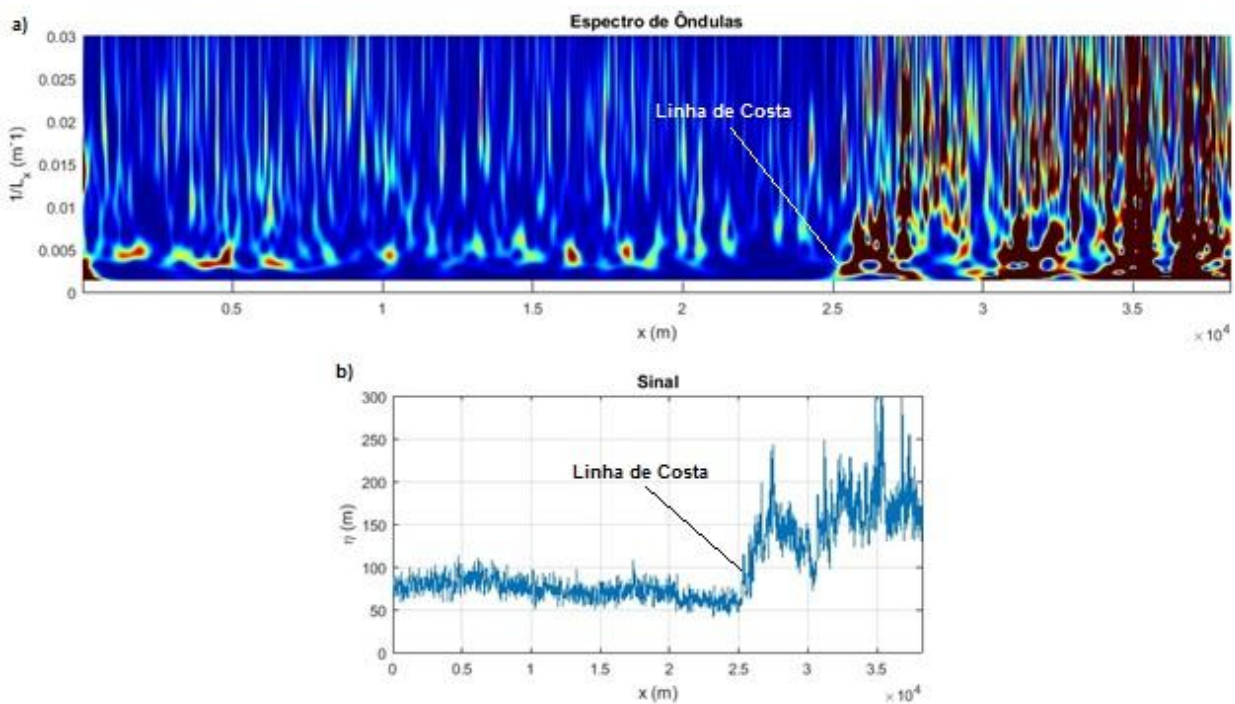


Figura B.3 – Representação da linha de costa para a linha 200: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

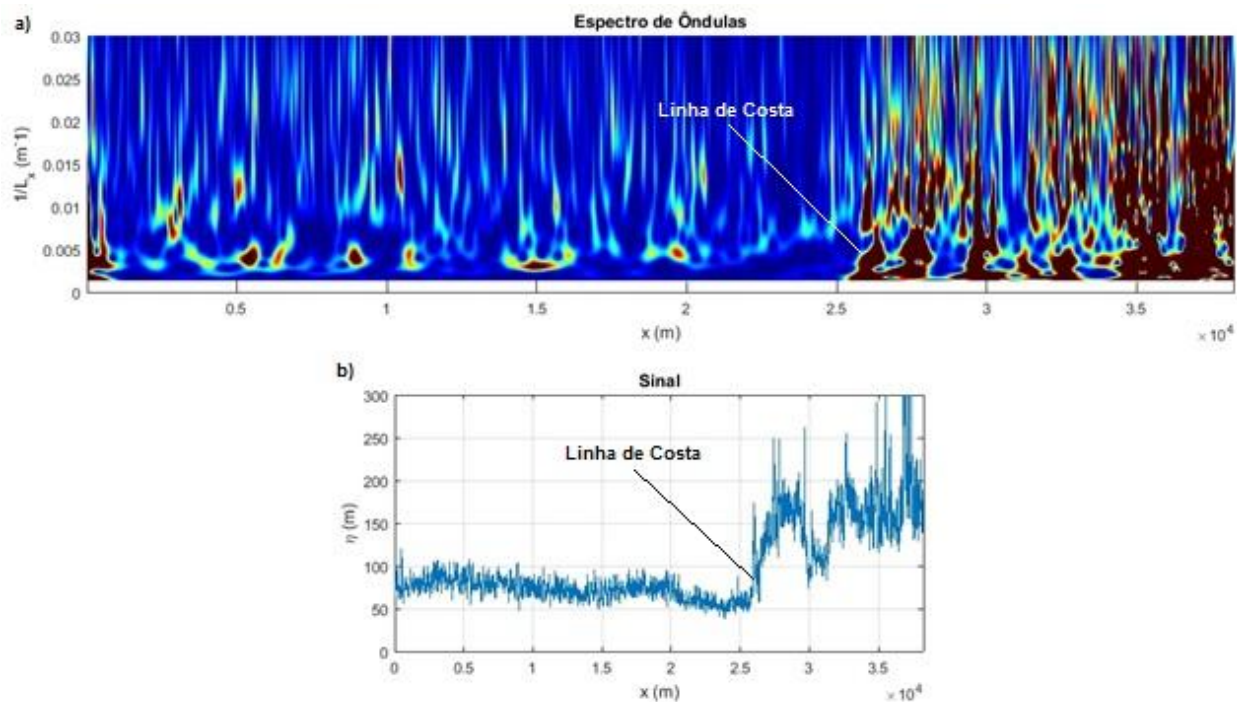


Figura B.4 – Representação da linha de costa para a linha 300: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

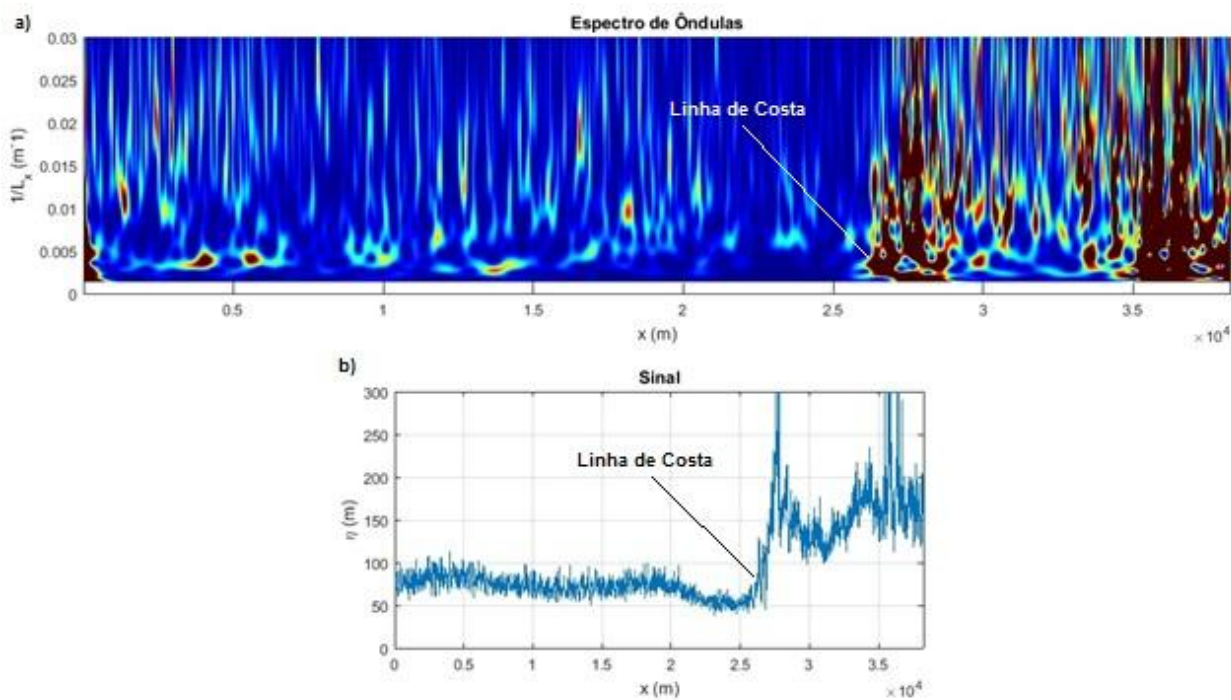


Figura B.5 – Representação da linha de costa para a linha 400: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

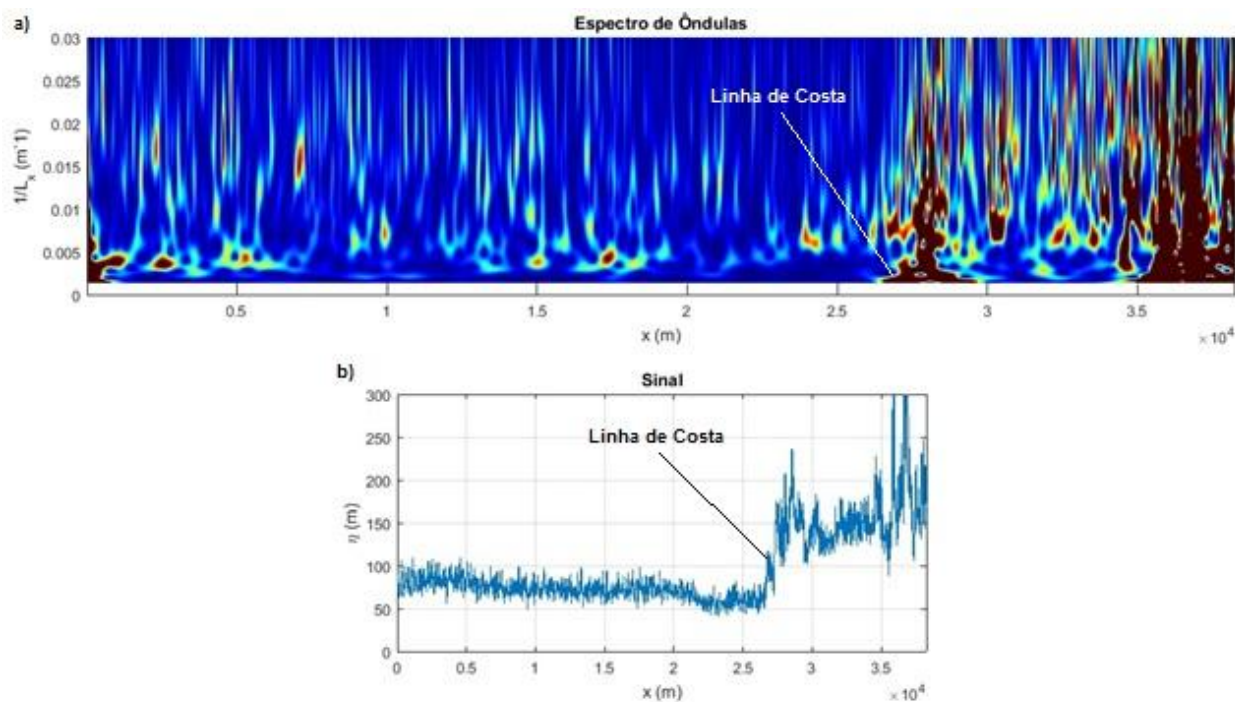


Figura B.6 – Representação da linha de costa para a linha 500: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

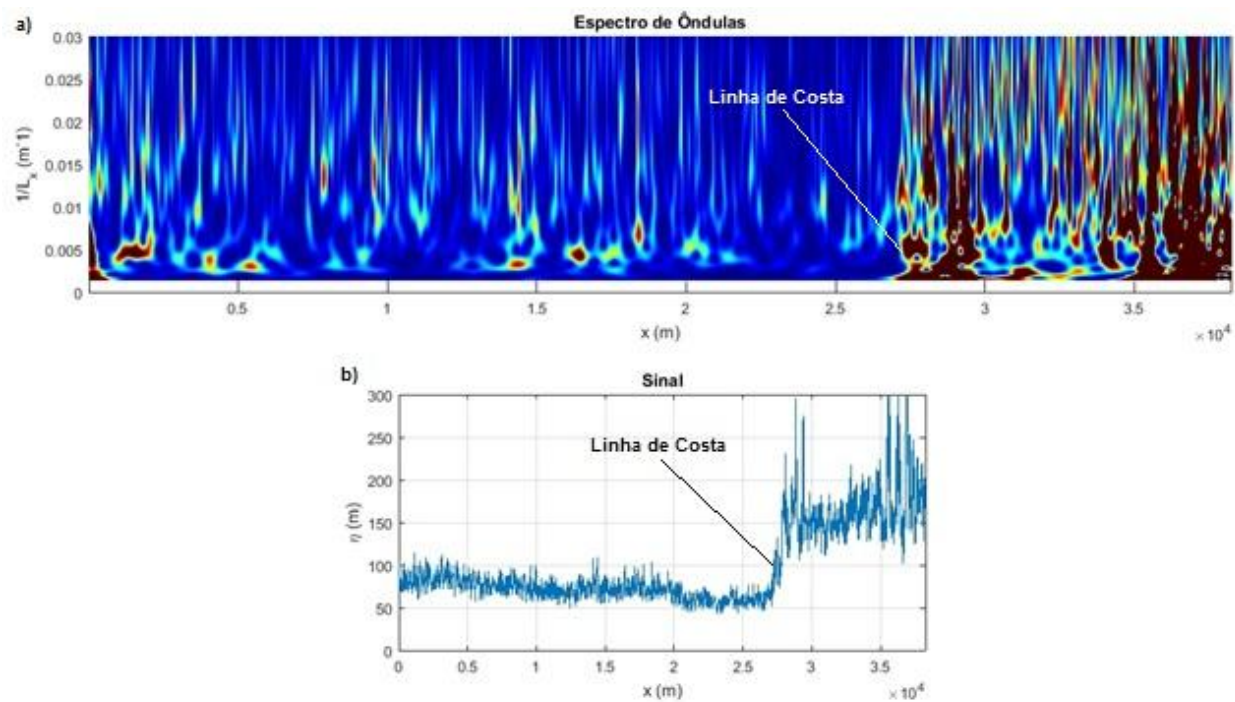


Figura B.7 – Representação da linha de costa para a linha 600: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

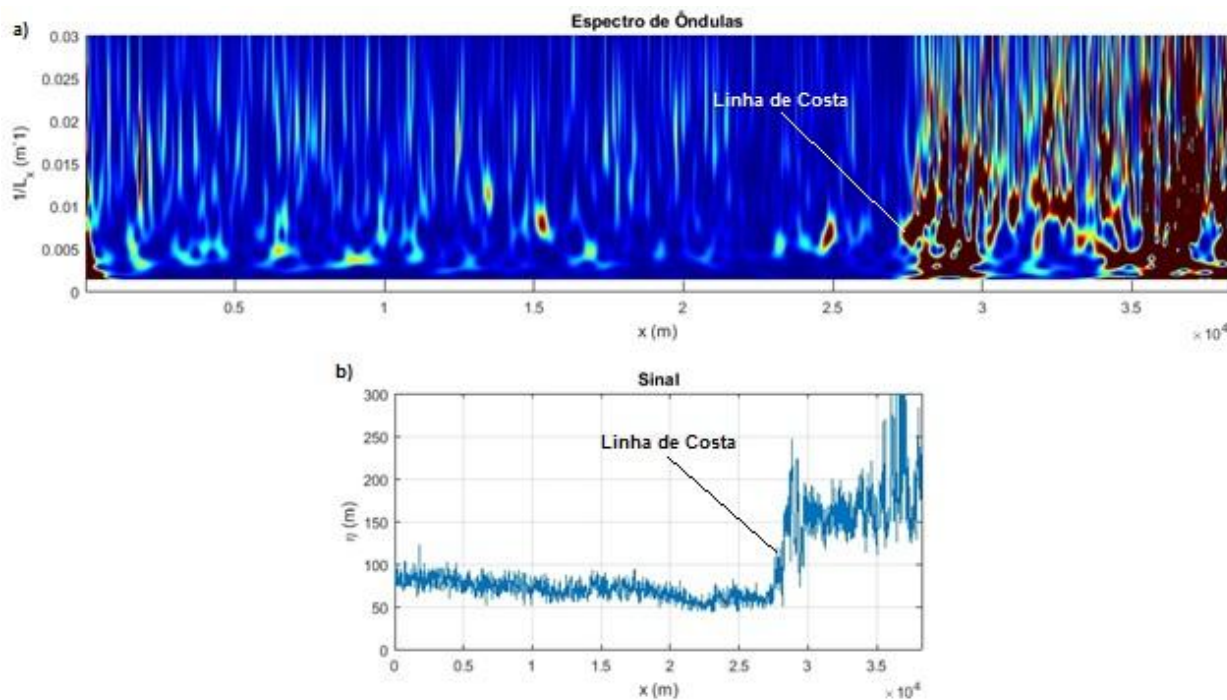


Figura B.8 – Representação da linha de costa para a linha 700: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

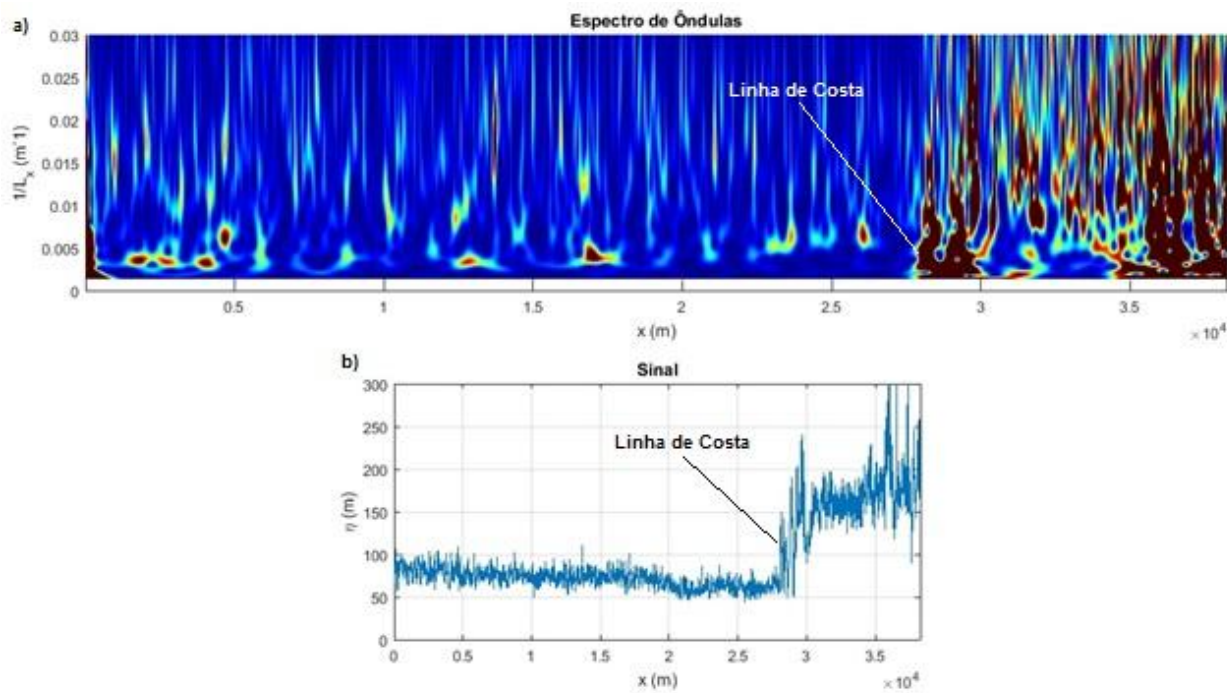


Figura B.9 – Representação da linha de costa para a linha 800: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

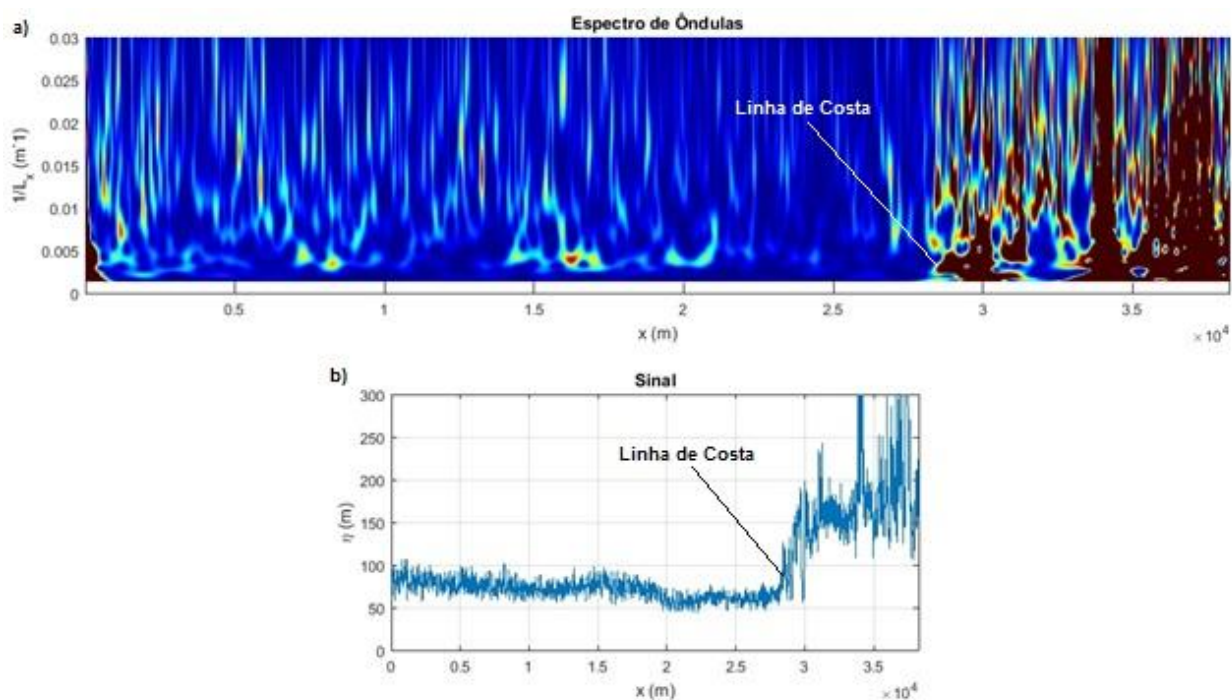


Figura B.10 – Representação da linha de costa para a linha 900: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

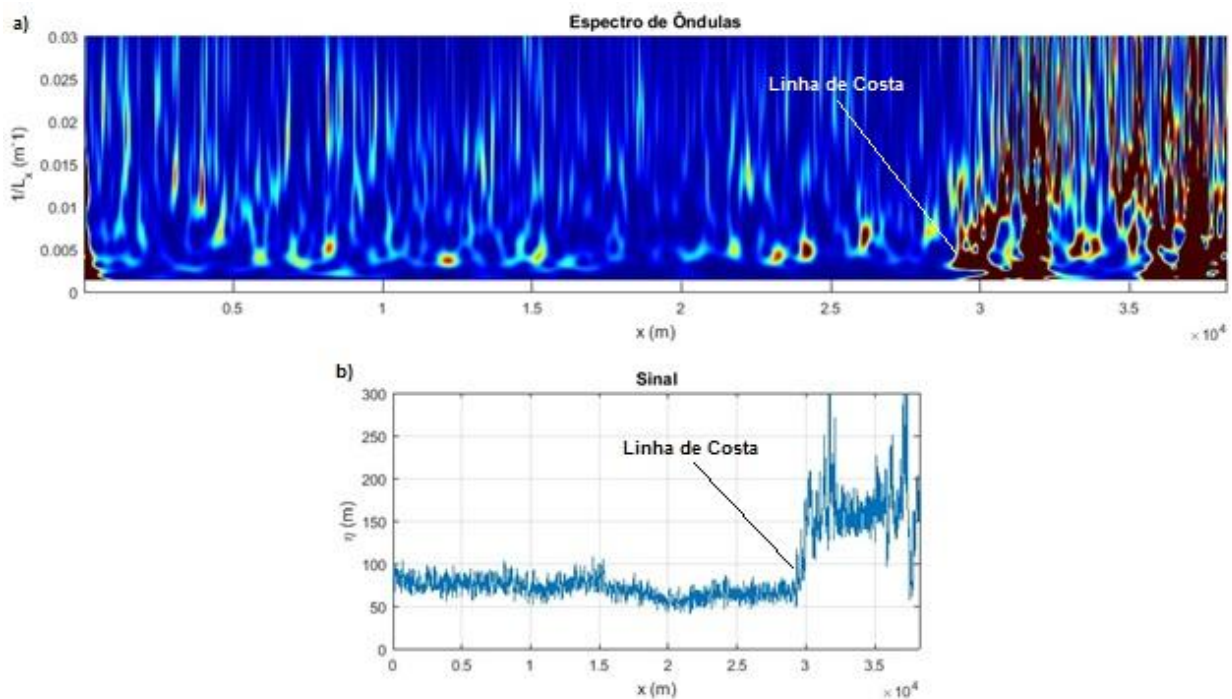


Figura B.11 – Representação da linha de costa para a linha 1100: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

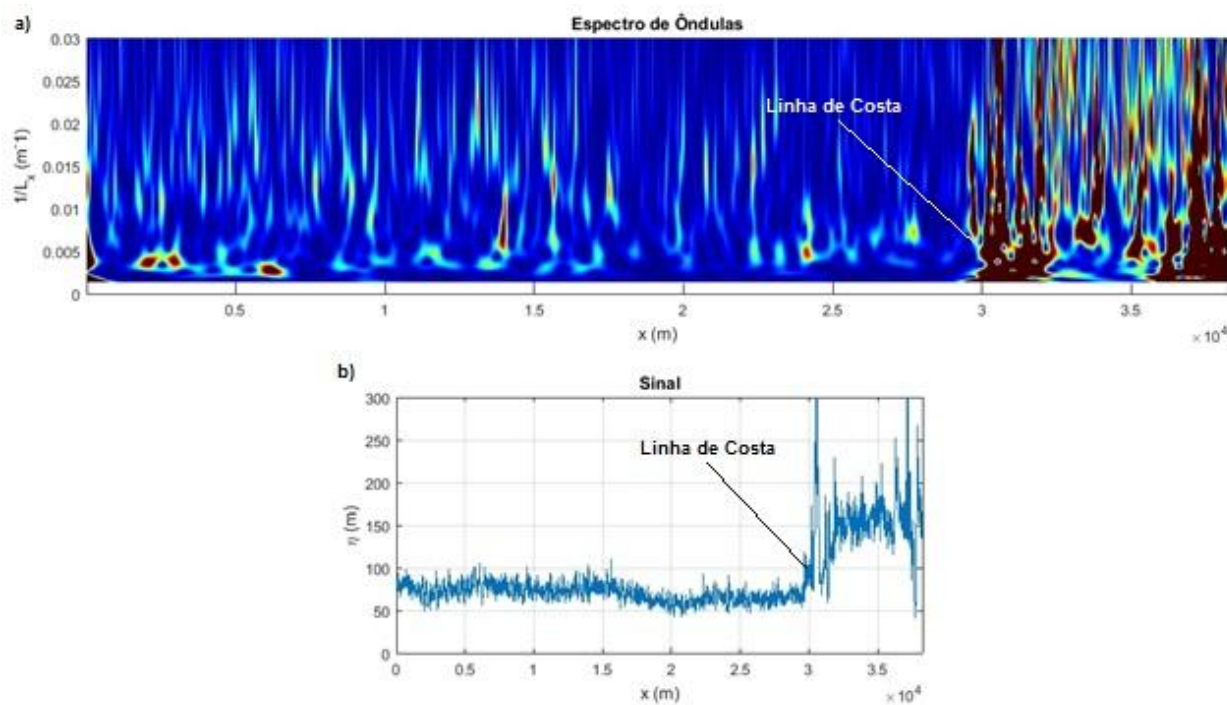


Figura B.12 – Representação da linha de costa para a linha 1200: a) resultado da Transformada por Ôndulas; b) resultado do sinal

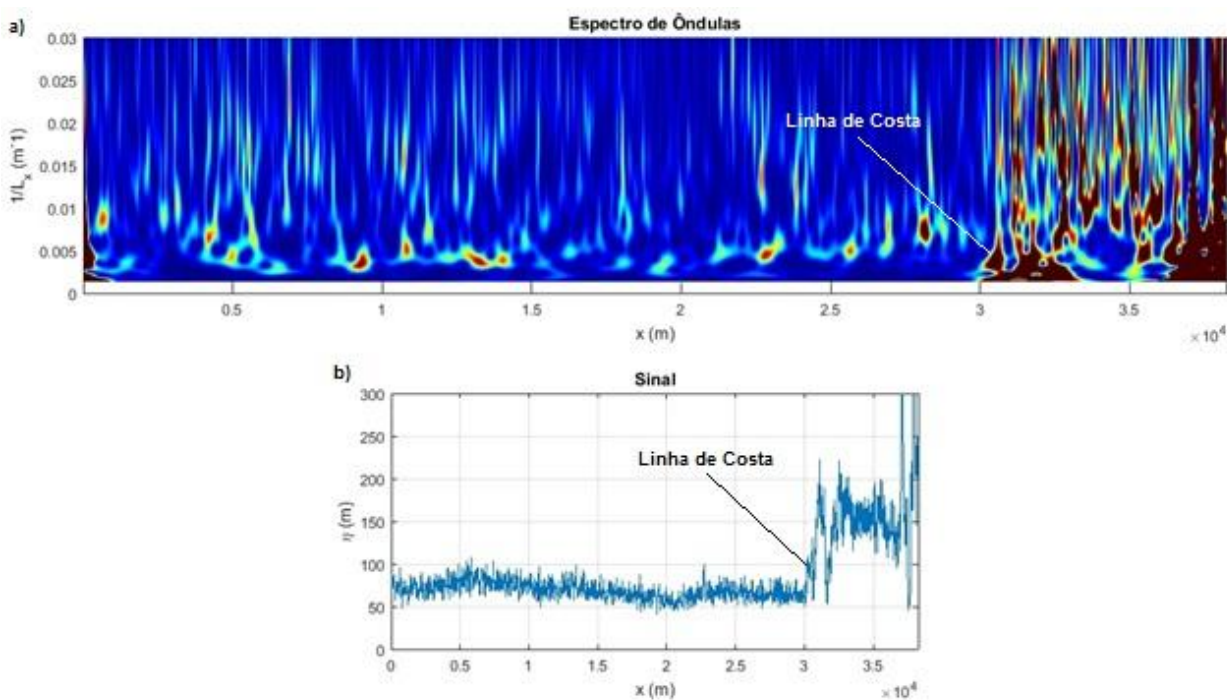


Figura B.13 – Representação da linha de costa para a linha 1300: a) resultado da Transformada por Ôndulas; b) resultado do sinal

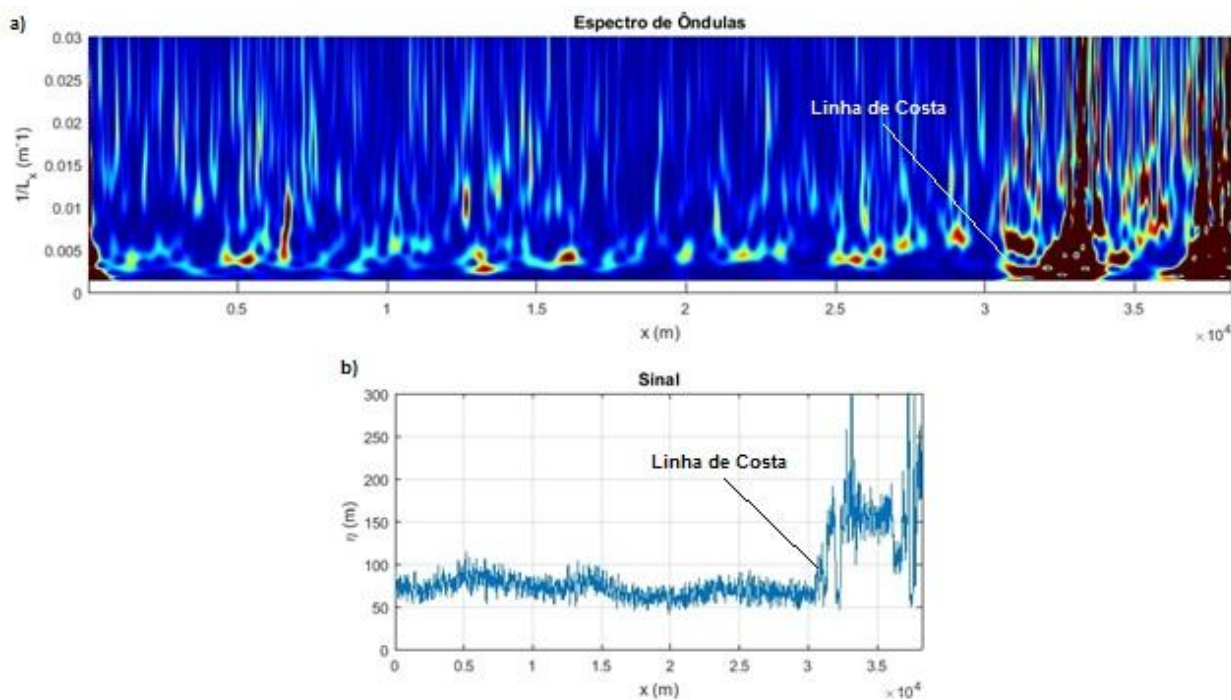


Figura B.14 – Representação da linha de costa para a linha 1400: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

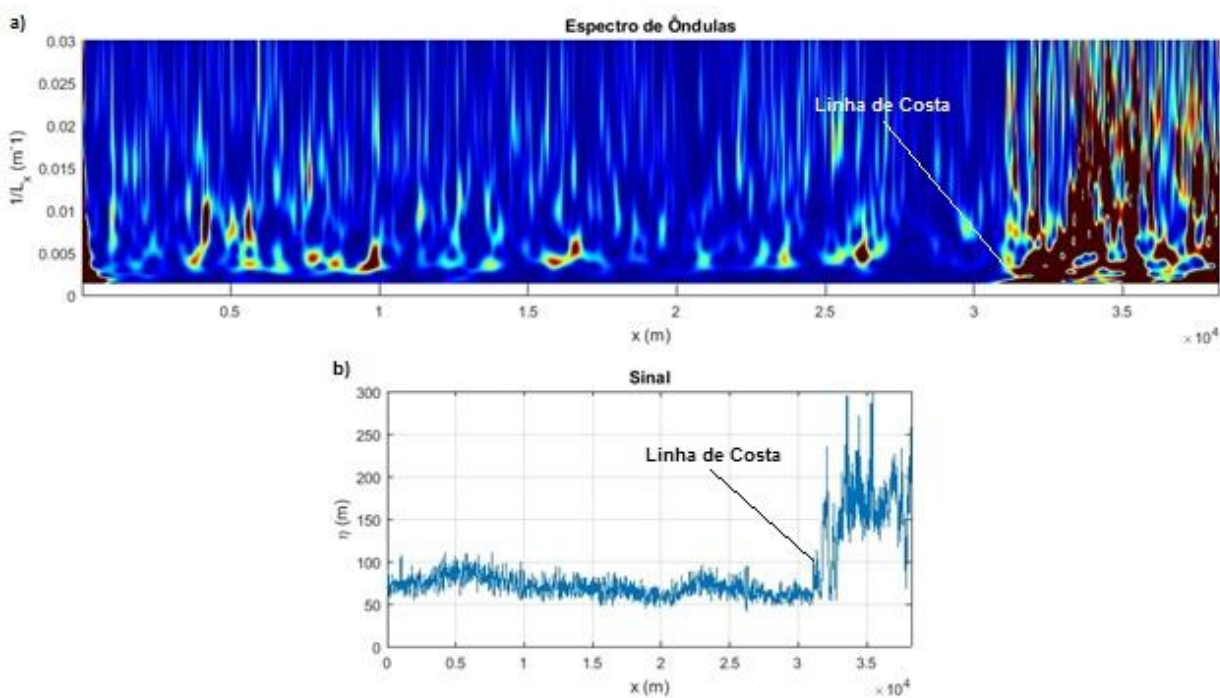


Figura B.15 – Representação da linha de costa para a linha 1500: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

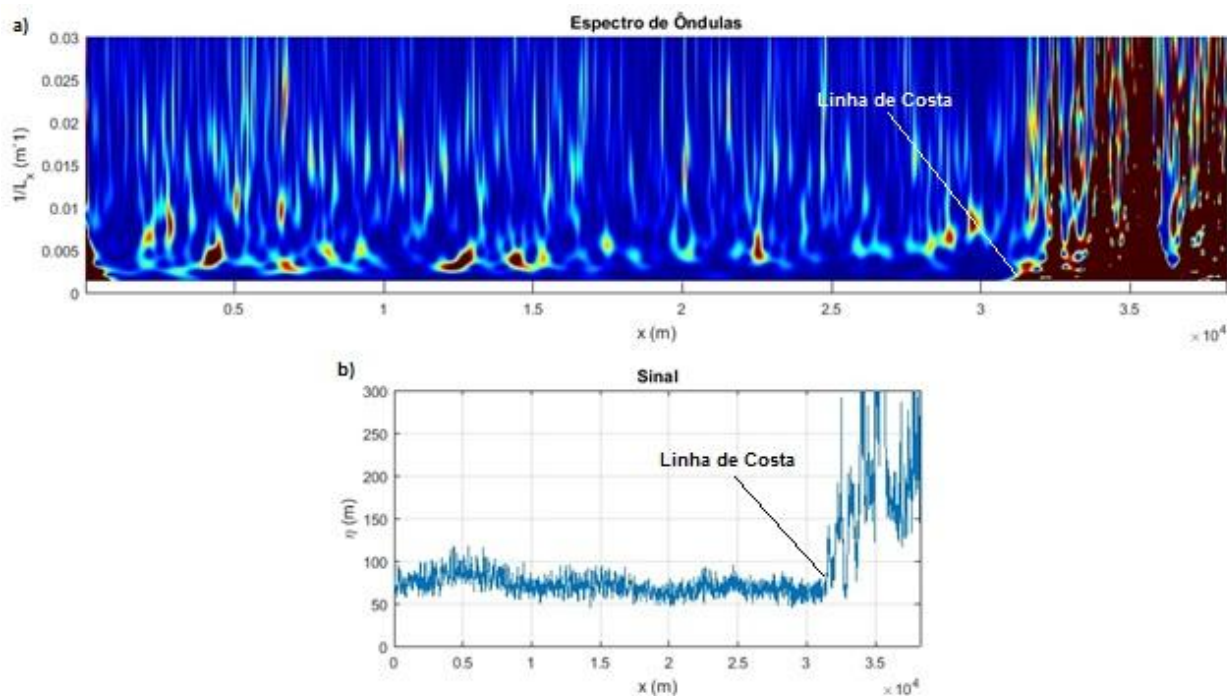


Figura B.16 – Representação da linha de costa para a linha 1600: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

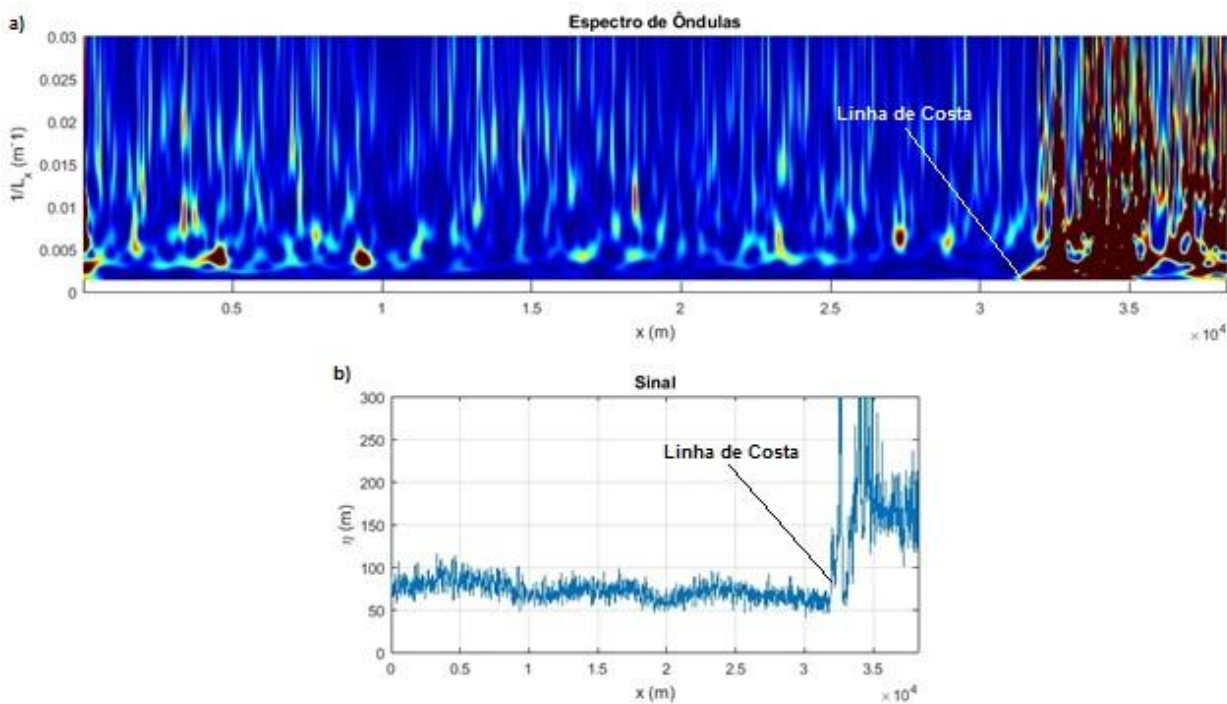


Figura B.17 – Representação da linha de costa para a linha 1700: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

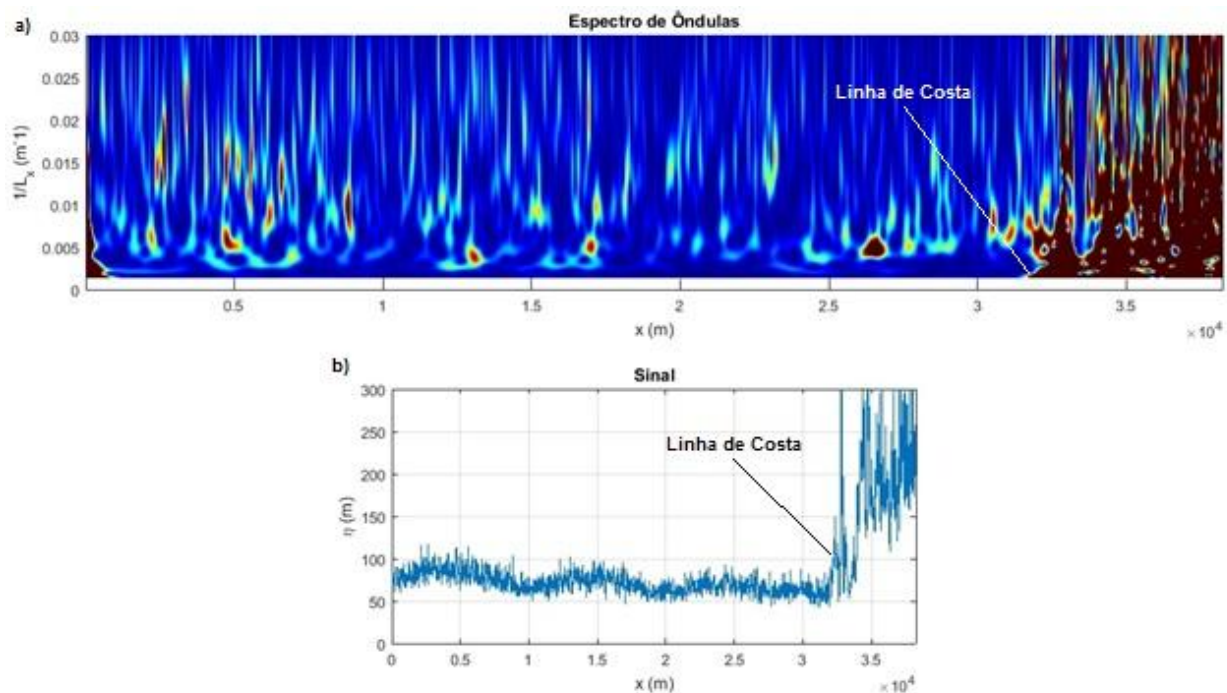


Figura B.18 – Representação da linha de costa para a linha 1800: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

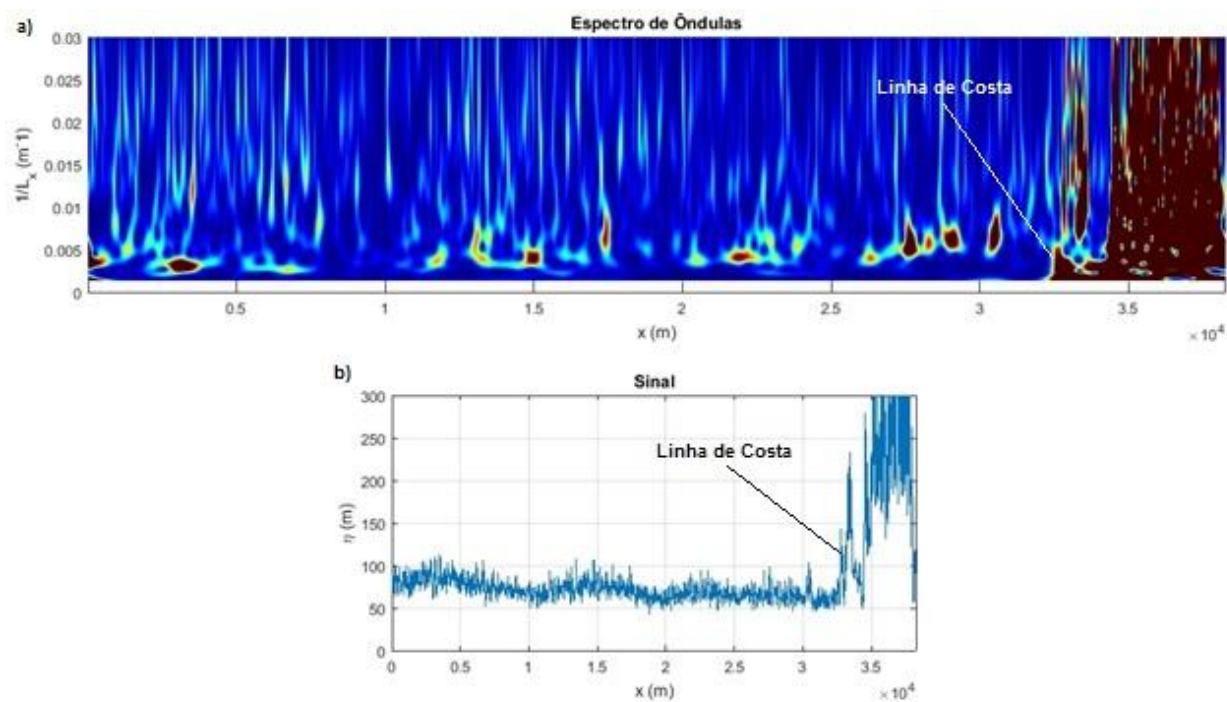


Figura B.19 – Representação da linha de costa para a linha 1900: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal

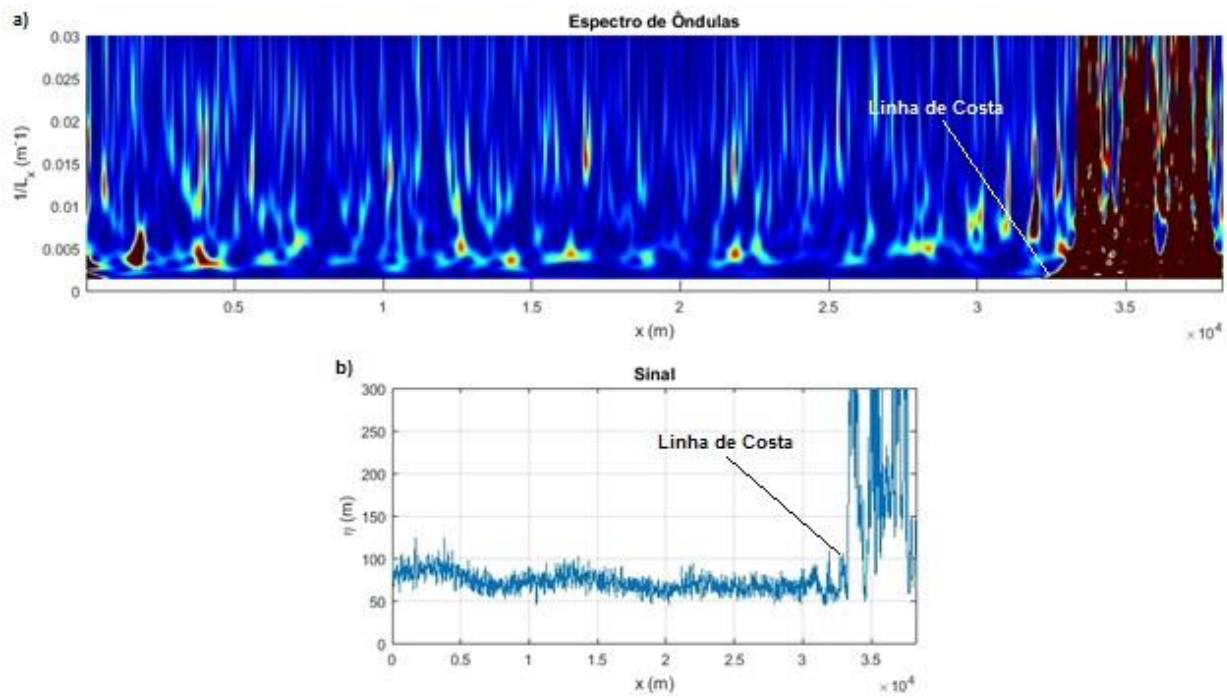


Figura B.20 – Representação da linha de costa para a linha 1998: a) resultado da Transformada por Ondulas; b) resultado do sinal